

625.1. Зодский Уверсо
Г59

Взаимодействие путей
и подвижного
состава
1923

ИНСТИТУТ ИНЖЕНЕРОВ ПУТЕЙ СООБЩЕНИЯ

А. Годыцкий-Цвирко

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ
ПУТИ И ПОДВИЖНОГО СОСТАВА
ЖЕЛЕЗНЫХ ДОРОГ

ПЕТРОГРАД
1923





1. Введение.

Вопросы взаимодействия пути и подвижного состава железных дорог привлекает внимание инженеров уже с первых лет возникновения рельсовой колеи. Исследования в этой области велись двумя путями: опытными и теоретическими. Тот и другой касались как самой рельсовой колеи, так и движущегося по ней подвижного состава, при чем, если считать обширного наблюдательного материала, скопившегося у инженеров-практиков, но почти никем из них, к сожалению, не опубликованного, — то следует отметить, что только в последние 20-30 лет было предпринято серьезное и широко поставленное опытное изучение явлений, связанных с работой железнодорожного пути и подвижного состава. До того же большинство исследований, — очень многочисленных, — по преимуществу теоретически и только отдельные попытки, иногда весьма остроумные, — делались с целью подтвердить умозрительные выводы наблюдениями и тщательными экспериментами.

Так, уже в 1847 г. немецкий инженер Фолмац поставил паровоз на цепи и, пуская в ход машину, констатировал существование целого ряда различных возмущенных движений паровоза и изучил влияние на них противовесов, при чем, тогда же было установлено, что сравнительно легкие противовесы могут почти уничтожить вертикальные колебания; утяжеление противовесов парализует горизонтальные подергивания, но зато сопровождается появлением вновь вертикальных качаний.

Каких либо специально поставленных опытов над работой рельсового пути в этот ранний период развития железнодорожного дела не производилось, однако следует отметить, что уже и тогда высказывались вполне правильные взгляды на эту работу, послужившие много лет спустя, несомненно, основой применяемых ныне способов расчета и сравнения различных типов верхнего строения пути. Так, в изданной в 1835 году книге „О железных дорогах“ корпуса Инж. Пут. Соед. Магистрала Мельникова (строителя, вместе с инж. Крамом, — Николаевской жел. дороги) приводятся следующие соображения относительно выбора типа рельсов („полос“): „Рассматривая две полосы одинаковой толщины, одну чугунную, другую железную, лежащие свободно на двух точках подпора в одном расстоянии, можно вычислить сопротивление представляемому обемным полосами давлению, приложенному в середине их длины по формуле $P = \frac{2}{3} R \frac{bc^2}{L}$, (смотри лекции механики Глазье стр. 14) в коей c есть высота, b — толщина, L — длина

полос, а R такая часть давления, соответствующего разлому при l поверхности, которая определяется крепостью строения... Принимая за основания кикне-либо из существующих уже полосных дорог, можно по сей формуле вычислить несмерения полос новой дороги при известном весе оуры; для примера возьмем тугоую часть дороги Дармингтон; — по ней ходят подвижные машины в 8 тоннов каждая; полоса выдерживает четверть се го груза, а постому P должно быть равно 2000 килог; но как оура не всеми колесами всегда упирается, то принимая сие обстоятельство в соображение, возьмем $P = 3000$ килог. (рессора облегчает действие неравенства упора колес); вставляя как сию величину, так и выражения b , c и l , соответствующие измерениям полос дороги Дармингтон, определим $R = 14,4$ килог. и получим формулу, которая может служить для определения полос новой тугоой дороги при данности P . Принимая за основание железную Либерпульскую дорогу, мы найдем для железа $R = 20$ килог. Заметить должно, что в сем вычислении, мы не принимаем в рассуждение скорости движения оур; между тем как сие обстоятельство имеет сильное влияние на сопротивление полос. В этих словах с полной ясностью высказана идея установления норм для напряжений путей применения схем расчета к оправдавшим себя на практике типам верхнего строения.

Важнейшие теоретические исследования главных вопросов взаимодействия пути и подвижного состава будут указаны ниже; кроме того, особая глава

будет посвящена опытам, производившимся над уг-
лими деформациями железнодорожного пути. И
таким же образом мы ограничимся лишь упоминанием
об интересных наблюдениях, произведенных в Ям
в девяностых годах прошлого столетия английск
профессором-сейсмологом Мильном над колебания
мостов и других сооружений при проходе поезда
а также и над собственными колебаниями па
возов при различных скоростях, при чем отметил
было громадное значение для спокойного хода :
же для расхода топлива рационально спроекти
рованных противовесов. Наблюдения свои Мильн
изводил с помощью сейсмографа, записывавшего
таблицы колебаний в трех взаимно перпенди
кулярных направлениях.

В последние десятилетия, в связи с возр
вшимися осевыми нагрузками, увеличением скорости
и развитием электрической тяги, интерес к воп
сам взаимодействия пути и подвижного состава
значительно повысился, результатом чего явил
ряд ценных теоретических исследований и широ
ко поставленных опытов, хотя и не исчерпавших
ка эти вопросы во всей их полноте, но все же
ветивших многие их темные стороны и давши
удобные способы приблизительной количественной
оценки той роли, которую играют важнейшие
исходящие факторы, — конструкция пути
и подвижного состава, а также скорость сег
следнего.

II. Возмущенные движения локомотива.

Действие пара, сил инерции и неровностей пути как причина возмущенных движений экипажа. Виды возмущенных движений. Значение рессор, балансиров, противовесов и возвышения центра тяжести локомотива. Расчет противовесов и уравновешивание многоцилиндровых машин.

При изучении движения железнодорожного экипажа, как и при исследовании любого физического явления, приходится делать различные упрощающие предположения, создавать некоторую схему, воспроизводящую важнейшие интересующие нас черты изучаемого объекта.

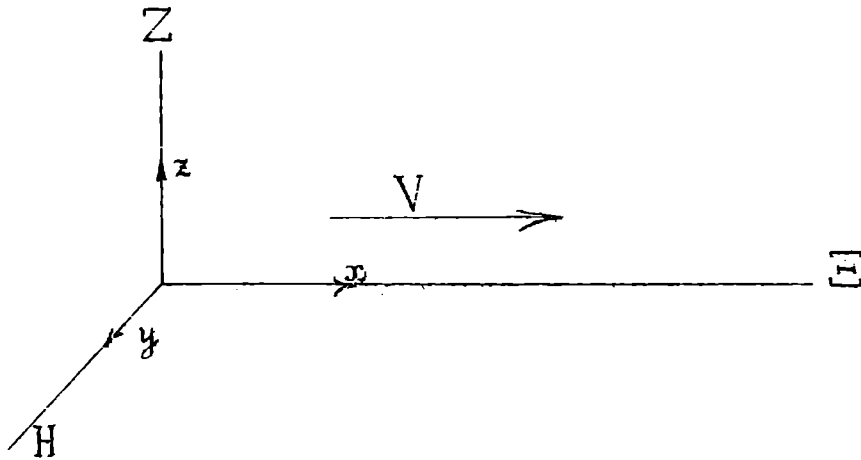
В первом приближении мы нередко уподобляем движущийся железнодорожный экипаж, — а то и целый поезд, — материальной точке, находящейся под действием направленных по одной прямой сил сопротивления и тяги. Многие задачи, касающиеся разгона и торможения поезда, решаются в таком предположении с учетом инерции вращающихся колесных скатов путем введения поправочного коэффициента *Большого* единицы (1,05-1,10), увеличивающего массу нашей материальной точки — поезда.

Более точные тяговые расчеты, — напр, исследование движения поезда по волнистому и извилистому профилю, уже не удовлетворяются такой простейшей схемой, — и тогда моделью поезда является

нерастяжимая, по длине равная поезду, нить или цепка постоянной или переменной, в различных местах своего протяжения, плотности, движущаяся по заданной кривой, — оси железнодорожного пути. В следующем приближении железнодорожный экипаж рассматривают как неизменяемое твердое тело. Поезд, — как систему таких тел, связанных между собою упругими шарнирами. Этими приближениями нередко ограничиваются, напр., при определении горизонтальных сил, действующих от поезда на путь в кривой. Наконец, делают еще один шаг в приближении нашей схемы к действительности, рассматривая движущийся экипаж как некоторую систему, в состав которой входят упругие рессоры и части механизма, обладающие относительным движением по отношению к самому экипажу. При этом последнем предположении изучаются малые колебательные движения железнодорожных экипажей, возникающие благодаря неравноностям и осадкам пути, неполной уравновешенности частей механизма, неправильной форме кругов катания колес и т.п. Эти малые относительные движения, имеющие обыкновенно характер колебательных, носят заимствованное из небесной механики название возмущенных (а также паразитных и свободных). По всей своей малости движения эти представляют не один только теоретический интерес; так или иначе их интенсивность имеет серьезное значение для износа и рассматывания корпуса экипажа, воздействия его на путь и даже безопас

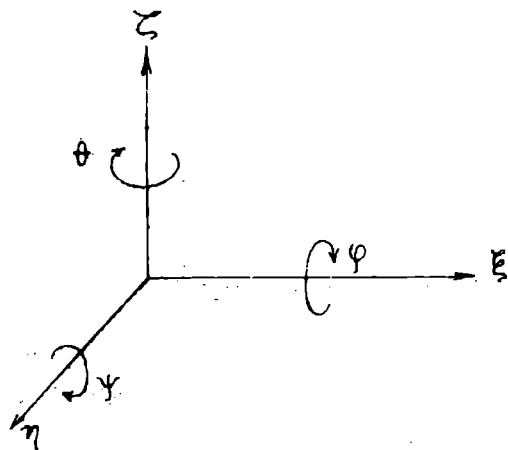
ности движения.

Если допустить, что не происходит скольжения колес по рельсам и экипаж строго направляется эллипсоидом, представляя собою систему, движущуюся поступательно по прямому горизонтальному пути со скоростью, которую будем считать, — где это не оговорено, — постоянной, то можно представить себе систему прямоугольных координатных осей XUZ , связанных неизменно с надземным строением и также переносимую вдоль рельсов поступательно, при чем, напр., ось X направлена по оси пути в сторону движения (постоянное направление Ξ), ось Z вертикальна (направление Z), ось же Y , очевидно, направлена горизонтально поперек пути (постоянное направление H). Начало координат перемещалось бы при этом вдоль пути (направление Ξ) с постоянной переносной скоростью V движения поезда. Если бы мы сообщили



рельсовому пути скорость, равную и противоположную V , то при идеальной конструкции пути и подвижного состава система осей XUZ осталась бы неподвижной в пространстве, совпадая с системой

осей $\Xi H Z$. В действительности, благодаря возмущенным движениям экипажа, система осей $X Y Z$ может, вообще говоря, совершать по отношению к системе $\Xi H Z$ три поступательных перемещения ξ, η, ζ и три вращения φ, ψ, θ , положительные направления которых указаны на чертеже.



Фактически, однако, ни в конструкции экипажа ни в рельсовом пути нельзя упустить причину возникновения поперечных поступательных перемещений η , а потому всякий локомотив может испыты-

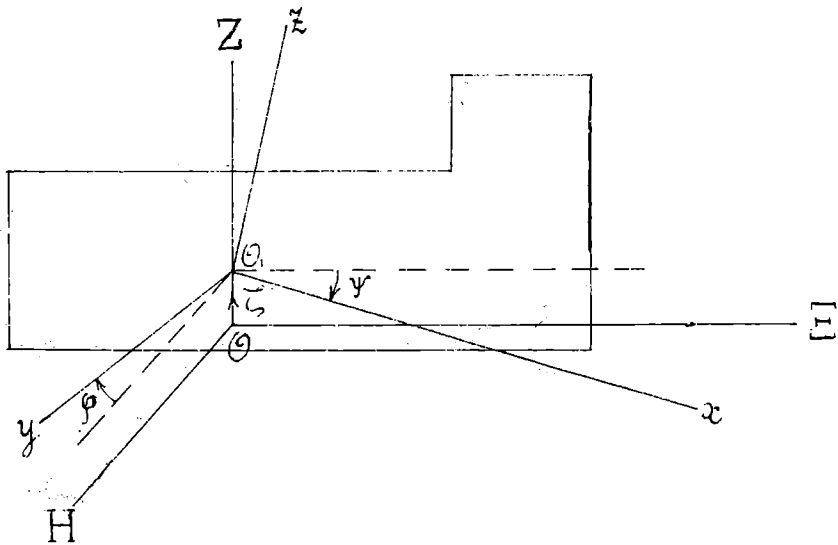
вать всего пять возмущений:

Оси координат	Возмущенные движения	
	Поступательные	Вращательные
Продольные Ξ	Поддерживание ξ	Боковая катка (перевалка) φ
Поперечные H	_____	Продольная катка (газотирование) ψ
Вертикальные Z	Подпрыгивание ζ (газотирование)	Вмятие (извилистость) θ

При из этих возмущений (подпрыгивание, боковая и продольная катка) связаны с рессорным подвешиванием локомотива и составляют особую группу, рассматриваемую отдельно от поддерживания

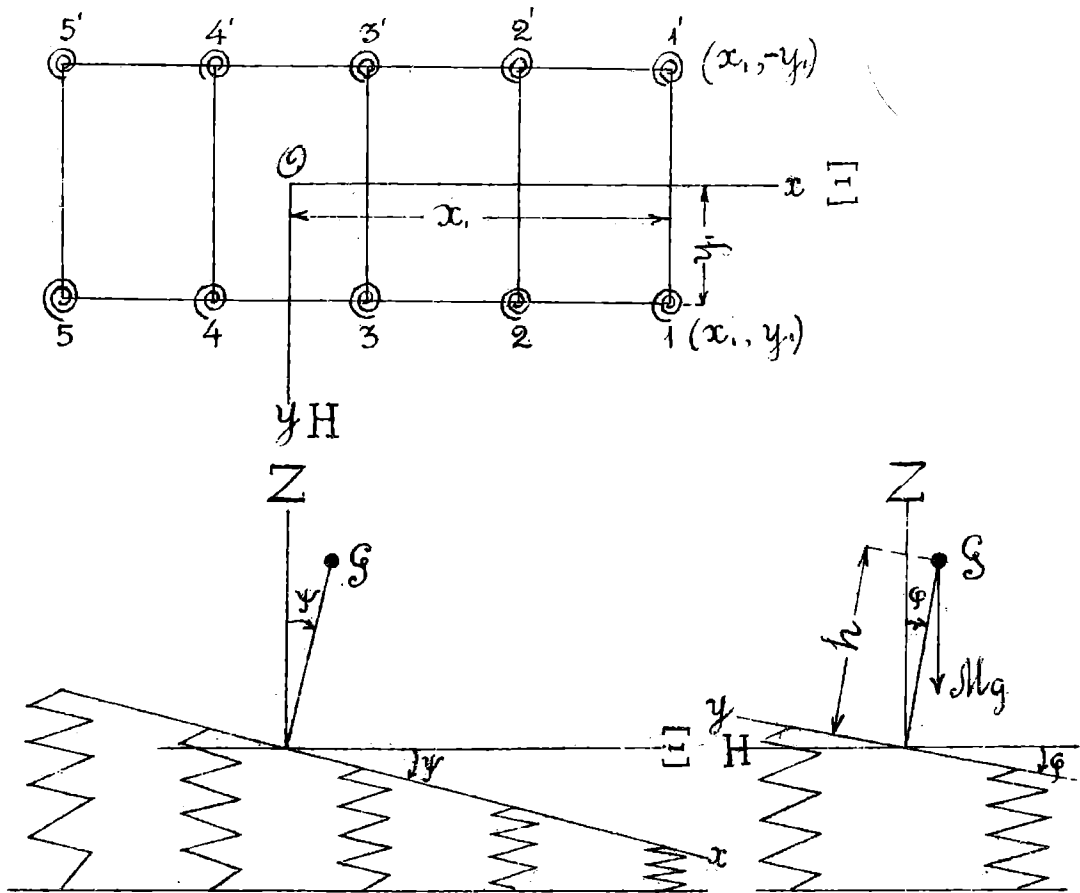
и вишня, не зависящих от упругих вертикальных деформаций рессор.

Первая группа возмущений м. б. представлена следующей схемой:



Поместим начало координат O в т. н. центре упругости рессорного подвешивания (погоде, по Берднеру, центр упругости). Точка эта есть центр параллельных сил упругости рессор, лежащая в вертикальной плоскости симметрии локомотива на высоте осей ведущих скатов и не меняющая своего положения при любых вертикальных деформациях рессор. Легко видеть, что при малости этих деформаций только точки надрессорного строения, лежащая в плоскости ведущих осей, могут испытывать одни вертикальные перемещения; горизонтальными перемещениями их препятствует связь при помощи бужс со скатами колес. Все остальные точки надрессорного строения могут иметь еще и горизонтальные составляющие своих перемещений, а потому вполне естественно

предложение Берднера относить колебания наддресорного строения к системе осей, начало которой лежит в пересечении вышеуказанных плоскостей и не зависит от деформации рессор данного экипажа. Если принять для рессоры условное обозначение \odot , то схема расположения независимых рессор, напр., пятиосного локомотива будет такая:



Положение каждой отдельной рессоры определяется двумя координатами (x, y) , при чем, вообще говоря, $y_i \neq y_k$, но зато всегда $y_i = -y'_i$, $x_i = x'_i$. Назовем буквою k жесткость рессоры, т-е силу, потребную для сообщения ей упругого прогиба в единицу длины

(обычно же лежит в пределах 50-200 кг/мм). Тогда, при сжатии рессоры на величину ζ , в ней разовьется упругая реакция $k\zeta$.

Положим, что вся координатная плоскость xu опущена параллельно самой себе на величину ζ . Тогда в каждой $k^{\text{й}}$ рессоре появится усилие $k\zeta$, направленное вверх. По определению центра параллельных сил, в котором мы поместим начало координат:

$$\sum k_k \zeta \cdot x_k = 0; \quad \sum k_k \zeta \cdot y_k = 0.$$

Второе из этих равенств есть простое тождество, благодаря симметрии правой и левой стороны экипажа; из первого же, вынося общий множитель ζ за знак суммы, получаем:

$$\sum k_k x_k = 0.$$

Этим условием определяется положение центра упругости рессор на оси x .

Над этой же осью лежит, очевидно, и центр жесткости S локомотива, при чем проекция его на ось x не совпадает, вообще говоря, с началом координат. Однако, числовые подсчеты, выполненные для паров- и электровозов, показывают довольно близкое совпадение двух этих точек, а потому в дальнейшем мы будем предполагать полное их совпадение. Такое предположение обычно не вносит почти никакой погрешности, а между тем все выводы значительно выигрывают в простоте и наглядности, т.к. оказывается возможным рассматривать каждое из возмущений независимо от остальных, складывая затем результаты на основании закона наложения малых колебаний.

Назовем массу надрессорного строения буквою

M , момент инерции ее относительно продольной оси X -буквою A , момент инерции относительно поперечной оси Y -буквою B ; сумму проекций на вертикальную ось всех сил, действующих на надпрессорное строение буквою Z , суммы моментов этих сил относительно осей X и Y буквами Φ , Ψ ; вторые производные по времени от перемещений ξ , φ , ψ обозначим через $\ddot{\xi}$, $\ddot{\varphi}$, $\ddot{\psi}$. Тогда дифференциальные уравнения движения для каждого из возмущений первой группы будут:

$$\begin{aligned} M\ddot{\xi} &= Z && \text{подпрыгивание} \\ A\ddot{\varphi} &= \Phi && \text{перевалка} \\ B\ddot{\psi} &= \Psi && \text{продольная качка.} \end{aligned}$$

В случае свободных колебаний надпрессорного строения, последнее подвержено только действию упругих реакций рессор, всегда направленных навстречу соответствующей деформации, и собственно весу Mg , действие которого в нормальном состоянии уничтожается статическими реакциями рессор, но при отклонении центра тяжести от отвесной линии OZ , сказывается появление вращающих моментов $Mg h \sin \varphi$ и $Mg h \sin \psi$, стремящихся еще более увеличить угловые перемещения φ , ψ . Заменяя синусы малых дуг малыми дугами, получим, при отсутствии сил трения и других внешних сил, такие значения:

$$\begin{aligned} Z &= -\zeta \sum \kappa \\ \Phi &= -\varphi \sum y_j^2 \kappa + M_g h \varphi = -\varphi (\sum y_j^2 \kappa - M_g h) \\ \Psi &= -\psi \sum x_j^2 \kappa + M_g h \psi = -\psi (\sum x_j^2 \kappa - M_g h) \end{aligned}$$

Назовем для краткости

$$\sum \kappa = \mu$$

$$\begin{aligned}\sum y^2 ж - M_2 h &= \alpha \\ \sum x^2 ж - M_2 h &= \beta\end{aligned}$$

Тогда свободные колебания надпрессорного строения будут представлены дифференциальными урав-

$$\begin{aligned}M \ddot{\xi} + \mu \xi &= 0 \\ A \ddot{\varphi} + \alpha \varphi &= 0 \\ B \ddot{\psi} + \beta \psi &= 0 ;\end{aligned}$$

из них получаем:

$$\begin{aligned}\xi &= C_1 \cos(n_1 t + \nu_1) \\ \varphi &= C_2 \cos(n_2 t + \nu_2) \\ \psi &= C_3 \cos(n_3 t + \nu_3).\end{aligned}$$

Здесь $C_{1,2,3}$; $\nu_{1,2,3}$ суть постоянные, определяемые из начальных условий движения; числа же

$$n_1 = \sqrt{\mu/M}; \quad n_2 = \sqrt{\alpha/A}; \quad n_3 = \sqrt{\beta/B}$$

не зависят от начальных условий, характеризуются расположением и массой надпрессорного строения, а также упругостью пружин. Соответствующие периоды свободных колебаний равны

$$T_1 = 2\pi \sqrt{M/\mu}; \quad T_2 = 2\pi \sqrt{A/\alpha}; \quad T_3 = 2\pi \sqrt{B/\beta}$$

Из этих выражений видно, что все три вида колебаний совершаются тем быстрее и резче, чем больше жесткость пружин. Кроме того, из выражений для $T_{2,3}$ видно, что возвышение центра тяжести т.-е. увеличение h , уменьшая α, β и увеличивая A, B (ибо $A = A_2 + Mh^2$, $B = B_2 + Mh^2$), способствует удлинению периода собственных колебаний, подобно смягчению пружин.

Так как силы инерции при рассматриваемых возмущениях равны соответственно

$$-M \ddot{\xi} = \mu \xi = \mu C_1 \cos(n_1 t + \nu_1)$$

$$-A\ddot{\varphi} = \alpha\varphi = \alpha C_2 \cos(n_2 t + \nu_2)$$

$$-B\ddot{\psi} = \beta\psi = \beta C_3 \cos(n_3 t + \nu_3),$$

то и из этих выражений легко усматривается выгода, с точки зрения свободных колебаний, мягких рессор и высоко расположенного центра тяжести надрессорного строения. Кроме того, для увеличения T_2 выгодно устройство поперечных балансиров, обращающих в нуль соответствующие пары координат y ; для увеличения же T_3 выгодны продольные балансиры, как бы заменяющие две сбалансированные рессоры одною новою отрицательной, для которой координата $x_0 = \frac{x_1 + x_2}{2}$, и $x_0^2 < x_1^2 + x_2^2$. В трехмерном увеличении силы инерции при свободных колебаниях надрессорного строения локомотивов с жесткими рессорами и низко расположенным центром тяжести несомненно лежит одна из причин неспокойного хода и расстройств пути некоторыми типами паровозов и электровозов.

Уравнение подпрыгивания

$$M\ddot{\xi} = Z$$

дает возможность оценить влияние неровностей пути на вертикальные колебания и показать полезное действие сил трения в рессорах. Если постоянный коэффициент трения между листами рессор есть f , то сила, противодействующая подпрыгиванию, есть $Mg f$. Сила эта всегда направлена навстречу движению, а потому коэффициент трения f , оставаясь численно постоянным, меняет знак при каждой перемене направления вертикальных колебаний ξ .

Пусть колесо, вследствие неровности пути, поднялось на некоторую величину ε ; тогда полное изменение силы прогиба рессоры, подна-



вшейся к этому моменту, вследствие подпрыгивания, на величину ζ , будет $\zeta - \varepsilon$, а соответствующая упругая сила в рессоре будет $\kappa(\zeta - \varepsilon)$.

П. о., при наличии трения и в предположении различных для каждого колеса неровностей пути (и выбоин в бандажах) ε , уравнение подпрыгивания будет:

$$M\ddot{\zeta} = -\sum \kappa(\zeta - \varepsilon) - M_g f,$$

при чем, конечно, величины $\zeta - \varepsilon$ могут быть разными даже для колес одной и той же оси. Отсюда

$$M\ddot{\zeta} = -\mu \zeta + \sum \kappa \varepsilon - M_g f.$$

Называя $\sum \kappa = \mu$, $\sum \kappa \varepsilon - M_g f = F = \text{const.}$, получим:

$$M\ddot{\zeta} + \mu \zeta = F$$

Интеграл этого уравнения есть

$$\zeta = \frac{F}{\mu} + C_1 \cos(n.t + \nu_1).$$

Если при $t=0$, $\zeta_0 = 0$, $\dot{\zeta}_0 = 0$, то

$$\nu_1 = 0, C_1 = -\frac{F}{\mu},$$

$$\zeta = \frac{F}{\mu} (1 - \cos n.t).$$

По истечении времени t , соответствующего полупериоду колебания ($n_1 t = \pi$)

$$\zeta_{\pi} = \frac{2F}{\mu} = 2 \frac{\sum ж\epsilon - M_0 f}{\mu}; \quad \zeta_{2\pi} = 0.$$

Если к концу этого полупериода неровности ϵ как раз прервутся, или алгебраическая сумма $\sum ж\epsilon$ обратится в нуль, т.е. $\sum ж\epsilon = 0$, то наступит новое колебательное движение, уже встречное, для которого

$$M\ddot{z} + \mu z = F_1,$$

где $F_1 = +M_0 f$, а потому если вести счет времени от старого начала, то

$$\begin{aligned} z &= \frac{F_1}{\mu} + C_1' \cos(n_1 t + \nu_1' - \pi) \\ &= \frac{F_1}{\mu} - C_1' \cos(n_1 t + \nu_1'). \end{aligned}$$

При вышениписанных начальных ($n_1 t = \pi$) условиях полукаси:

$$\begin{aligned} \nu_1' &= 0, \quad C_1 = \frac{2F}{\mu} - \frac{F_1}{\mu} \\ z &= \frac{F_1}{\mu} (1 + \cos n_1 t) - \frac{2F}{\mu} \cos n_1 t. \end{aligned}$$

Спустя еще полупериода ($n_1 t = 2\pi$) будем иметь:

$$\zeta_{2\pi} = \frac{2F_1}{\mu} - \frac{2F}{\mu} = \frac{2M_0 f - \sum ж\epsilon}{\mu}$$

Если назовем статические прогибы рессор буквами λ , то очевидно $M_0 f = \sum ж\lambda$, а потому

$$\zeta_{2\pi} = \frac{2f \sum \kappa \lambda - \sum \kappa \varepsilon}{\mu}$$

Получившееся таким образом за целый период колебание затухнет, если ζ обратится в нуль к концу периода ($\zeta_{2\pi} = 0$) или ранее, т.-е. если

$$2f \sum \kappa \lambda \geq \sum \kappa \varepsilon.$$

В противном случае при въезде на новую неровность начнется накопление колебаний.

Для одного колеса это условие принимает вид формулы Мариз:

$$2f\lambda > \varepsilon.$$

Коэффициент трения листовых рессор выражается, по Мариз, формулой:

$$f = 2\varphi(n-1)\frac{c}{l},$$

где φ — числовой коэффициент, меняющийся, по опытам, от 0,3 до 0,8; n — число листов в рессоре, c — толщина листа, l — длины рессоры. Беря $\varphi = 0,4$, получаем для обычных рессор $f = 0,1$, что дает при $\lambda = 40$ мм. высший безопасный предел периодически повторяющихся неровностей:

$$\varepsilon < 8 \text{ мм.}$$

А т. к. обычно такие неровности могут наблюдаться по преимуществу в стыках, где они не превосходят 5-6 мм., то накопление вертикальных колебаний, грозящее полной разгрузкой осей, на практике почти не наблюдается. Еще менее возможно этого ожидать,

имея в виду более точное условие

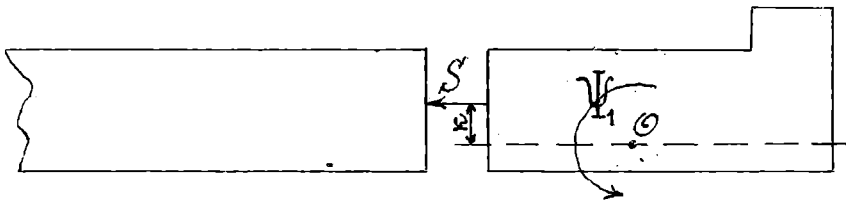
$$2\beta \sum \text{жл} > \sum \text{жэ},$$

т.к. очень мало вероятно, чтобы максимальные неровности пути пришлись несколько раз подряд одновременно под всеми колесами.

Пользуясь ур-нием продольной качки

$$\mathcal{D}\dot{\psi} = \Psi,$$

не трудно выяснить влияние на нее тягового усилия S локомотива. Если высота упругого проката над плоскостью ΞH есть κ , то



сопротивление движению со стороны тендера и вагонов дает момент $\Psi_1 = -S\kappa$, который присоединяется к моменту упругих сил рессор $\beta\psi$, а потому

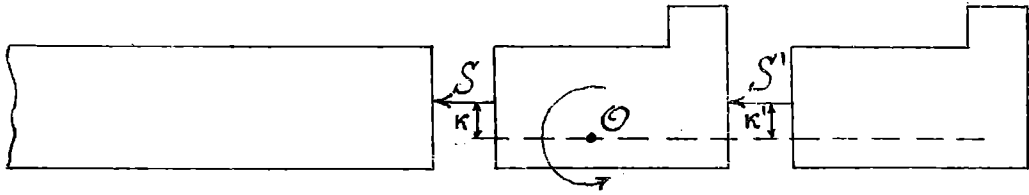
$$\mathcal{D}\dot{\psi} = -\beta\psi - S\kappa$$

$$\mathcal{D}\dot{\psi} + \beta\psi = -S\kappa$$

$$\psi = -\frac{S\kappa}{\beta} + C_3 \cos(n_3 t + \nu)$$

Как и следовало ожидать, получается поднятие переднего конца локомотива на угол $\frac{S\kappa}{\beta}$, т.-е. разгрузка передних и перегрузка задних осей. Это явление может усилиться при двойной тяге или при движении поезда

столкнем, если, напр., передний паровоз не открыл во-время регулятор или не ^mпустит свои тормоза, ибо тогда для заднего паровоза $\Psi = -(S+S')\kappa$,



и частное решение дифференци. ур-ния продольной качки этого паровоза

$$\mathcal{B}\ddot{\psi} + \beta\psi = -(S+S')\kappa$$

дает уже возросший угол перекося

$$\psi = \frac{(S+S')\kappa}{\beta}$$

На практике, при двойной тяге нередко наблюдались случаи схода заднего паровоза, вследствие разгрузки его передних осей.

В тех случаях, когда наддресорное ступение подвергается еще и воздействию сил периодически меняющихся с течением времени, можно написать основные ур-ния для ζ, φ, ψ так:

$$M\ddot{\zeta} + \gamma\zeta = Z$$

$$A\ddot{\varphi} + \alpha\varphi = \Phi$$

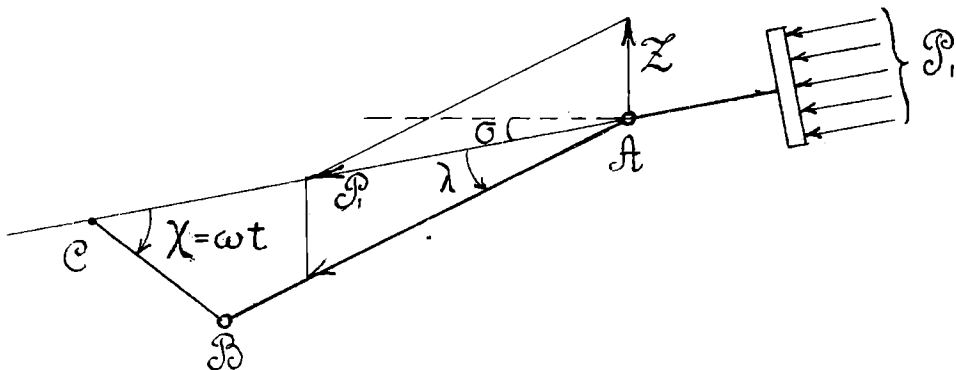
$$\mathcal{B}\ddot{\psi} + \beta\psi = \Psi,$$

где $Z = Z(t), \Phi = \Phi(t), \Psi = \Psi(t)$ суть

некоторые периодические функции времени, при чем период может соответствовать обороту ведущих колес, прохождению рельсового звена и т.п.

Так, при работе машины паровоза появляется меняющееся периодически вертикальное давление каждого крейцкофра на одну из параллелей, которое и создает возмущающую силу Z и моменты Φ, Ψ .

Рассмотрим правую машину паровоза, предположив ее с наклонными цилиндрами (под углом σ к линии ведущих осей). Пусть угловая скорость вращения кривошипа есть ω , давление пара на поршень (с присоединением сил инерции) \mathcal{P}_1 , вертикальное давление на параллель, получаемое в результате разложения силы \mathcal{P}_1 на составляющие по направлению шатуна и по вертикали, — Z_1 . Остальные обозначения понятны из чертежа, который дает нам:



$$\frac{Z_1}{\sin \lambda} = \frac{\mathcal{P}_1}{\sin (90^\circ + \sigma + \lambda)}$$

$$Z_1 = \frac{\mathcal{P}_1 \sin \lambda}{\cos (\sigma + \lambda)}$$

П. к. углы λ и σ острые и при том невелики, то значение Z_1 , очевидно, тем больше, тем больше абсолютная величина этих углов. Отсюда ясна нежелательность наклонных цилиндров и коротких шатунов.

Для левой машины, очевидно

$$Z_2 = \frac{P_2 \sin \lambda_2}{\cos(\sigma + \lambda_2)}$$

Так как в числителях обоих выражений $Z_{1,2}$ знак $P_{1,2}$ меняется одновременно со знаком $\lambda_{1,2}$, — если не считать наблюдающегося иногда очень короткого промежутка в начале и конце хода поршня, знаменатели же всегда положительны, то вертикальные давления $Z_{1,2}$ на параллели всегда направлены вверх при переднем ходе паровоза, вниз при заднем. Если $\sigma = 0$, то

$$Z = P_1 \operatorname{tg} \lambda.$$

Если длина шатуна l , радиус кривошипа r , то

$$l \operatorname{tg} \lambda = r \sin \chi, \quad \text{где } \chi = \omega t,$$

а потому

$$Z_1 = P_1 \frac{r}{l} \sin \chi.$$

Обыкновенно правый кривошип опережает левый на 90° , поэтому для левого

$$Z_2 = P_2 \frac{r}{l} \sin \left(\chi - \frac{\pi}{2} \right)$$

$$= -P_2 \frac{r}{l} \cos \chi = -P_2 \frac{r}{l} \cos \omega t,$$

при чем не следует забывать, что $P_{1,2}$ также ме

няет знак одновременно с синусом и косинусом.

III. о. вертикальная возмущающая сила

$$Z = Z_1 + Z_2 = \frac{P_1 \sin \lambda_1}{\cos(\sigma + \lambda_1)} + \frac{P_2 \sin \lambda_2}{\cos(\sigma + \lambda_2)}$$

а при горизонтальных цилиндрах

$$Z = \frac{z}{l} (P_1 \sin \omega t - P_2 \cos \omega t) = Z(\omega t).$$

Наконец, предполагая $|P_1| = |P_2| = P$, получаем для переднего хода:

$$Z = \frac{Pz}{l} (|\sin \omega t| + |\cos \omega t|) = Z(\omega t).$$

Если расстояние между осями цилиндров равно $2b$, то возмущающий момент сил $Z_{1,2}$ относительно продольной оси паровоза при $|P_{1,2}| = P$

$$\Phi = Z_1 b + Z_2 b = \frac{Pz b}{l} (|\sin \omega t| - |\cos \omega t|) = \Phi(\omega t)$$

Подобным же образом найдется и $\Psi = \Psi(\omega t)$, которая будет содержать еще и члены с $\sin 2\omega t$ и $\cos 2\omega t$.

Каждая из этих функций имеет вид $a \cos \omega t + b \sin \omega t$.

Поэтому дифференциальное уравнение подпрыгивания в рассматриваемом случае будет:

$$M\ddot{\xi} + \mu\xi = a_1 \cos \omega t + b_1 \sin \omega t,$$

а частный интеграл, отвечающий вынужденным

колебаниям, есть

$$\xi = \frac{a_1 \cos \omega t + b_1 \sin \omega t}{\mu - M\omega^2}$$

Подобным же образом

$$\varphi = \frac{a_2 \cos \omega t + b_2 \sin \omega t}{\alpha - A\omega^2}$$

$$\psi = \frac{a_3 \cos \omega t + b_3 \sin \omega t}{\beta - B\omega^2} + \frac{a'_3 \cos 2\omega t + b'_3 \sin 2\omega t}{\beta - B(2\omega)^2}$$

Критическими угловыми скоростями (резонанс) для этих возмущений будут те, при которых:

$$\mu - M\omega^2 = 0$$

$$\alpha - A\omega^2 = 0$$

$$\beta - B\omega^2 = 0$$

$$\beta - 4B\omega^2 = 0, \quad \text{т.-е.}$$

$$\omega_1 = \sqrt{\mu/M} = n_1,$$

$$\omega_2 = \sqrt{\alpha/A} = n_2,$$

$$\omega_3 = \sqrt{\beta/B} = n_3; \quad \omega'_3 = \frac{1}{2} \sqrt{\beta/B} = \frac{1}{2} n_3,$$

иначе говоря, когда полный оборот ведущей оси совершается за время, равное периоду соответствующего основного колебания.

Обычные пределы $T_{1,2}$ лежат между 0,3-0,8 сек., а для T_3 — между 0,6-2 сек., а потому критические скорости могут наблюдаться

при 200 - 30 оборотах в минуту ($\frac{60}{T}$). Наблюдения при езде на паровозе вполне подтверждают существование для каждой машины критических скоростей, вблизи которых ход ее становится особенно беспокойным, при дальнейшем же увеличении опять становясь плавным. Трение в рессорах и воздействие пути в значительной степени затухивают это явление, но тем не менее во многих случаях возможно отметить тот перевал, за которым наступает более спокойный ход, несмотря на увеличение скорости. Для безопасности движения, конечно, выгоднее прохождение критической скорости при малом числе оборотов, а потому и с этой точки зрения увеличение периода свободных колебаний, достигаемое смягчением рессор, возвышением центра тяжести и устройством балансиров, является выгодным.

Не следует, однако упускать из виду, что колеблющиеся при этом изменения в нагрузке отдельных колес оказываются тем значительнее, чем мягче рессоры (и, соответственно, тем выше n, m). В самом деле, пусть имеется паровоз с k осях, все рессоры которого имеют одинаковую жесткость и одинаково отстоят от продольной оси. П.к. в выражениях для ζ, φ, ψ типичном вида $a \cos \omega t + b \sin \omega t$ не зависят от упругих характеристик паровозного строения, то перегрузка и разгрузка некоторого колеса от подпрыгивания, равная $h\zeta$, пропорциональна

$$\frac{\mathcal{H}}{\mu - \mathcal{M}\omega^2} = \frac{\mathcal{H}}{2\kappa\mathcal{H} - \mathcal{M}\omega} = \frac{1}{2\kappa - \frac{\mathcal{M}\omega^2}{\mathcal{H}}}$$

Перегрузка при переважке, равная $\mathcal{H}\gamma\varphi$, пропорциональна

$$\frac{\mathcal{H}\gamma}{\alpha - \mathcal{A}\omega^2} = \frac{\mathcal{H}\gamma}{2\kappa\mathcal{H}\gamma^2 - \mathcal{M}_g h - \mathcal{A}\omega^2} = \frac{1}{2\kappa\gamma - \frac{\mathcal{M}_g h + \mathcal{A}\omega^2}{\mathcal{H}\gamma}}$$

при продольной качке

$$\frac{\mathcal{H}\mathcal{X}}{\beta - \mathcal{B}\omega^2} = \frac{\mathcal{H}\mathcal{X}}{\mathcal{H}\sum x^2 - \mathcal{M}_g h - \mathcal{B}\omega^2} = \frac{1}{\frac{\sum x^2}{\mathcal{H}} - \frac{\mathcal{M}_g h + \mathcal{B}\omega^2}{\mathcal{H}\mathcal{X}}}$$

Во всех трех случаях перегрузка (и разгрузка) уменьшается со смягчением рессор и поднятием котла. Однако эти колебания в нагрузке, практически оказываются менее существенными, чем рассмотренные выше резкие толчки, вызываемые жесткими подвешиваниями. Для периодически повторяющихся ударов на стыках при длине звена l критическая скорость, соответствующая периоду T основных колебаний надрессорного строения определится, очевидно по формуле:

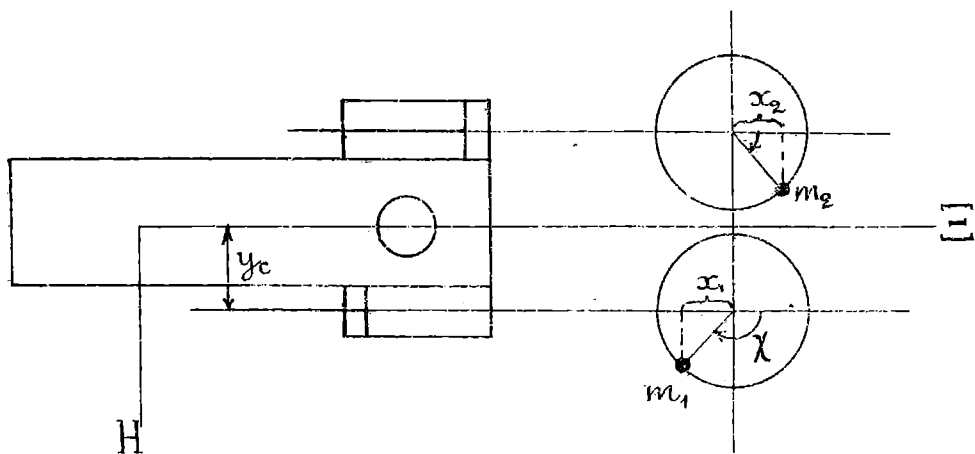
$$V_{кр. \frac{вер}{час}} = \frac{3600}{500} \frac{l}{T}$$

при $l = 5$ саж. и $T = 0,4$ сек., $V_{кр.} = 90 \frac{вер}{час}$
 ———— $T = 0,8$ сек., ———— = 45 ————

Было уже указано, что существуют еще два вида возмущенных движений локомотива: подергивание (ξ) и виляние (θ). Оба они уже

не вызывают вертикальных деформаций рессор и носят несколько иной характер, чем три предыдущих возмущения. Подергивание является проявлением закона сохранения центра тяжести и состоит в перемещениях ц.т. локомотива назад и вперед благодаря т.н. горизонтальной неуравновешенности частей механизма, вследствие которой ц.т. этих частей в их относительном движении испытывает некоторые горизонтальные перемещения, в ответ на которые вся масса паровоза соответственно перемещается в противоположном направлении. Явление подергивания особенно заметно в паровозах, а потому ограничимся рассмотрением двухцилиндрового паровоза.

Если пренебречь конечной длиной шатуна, то горизонтальное перемещение центра тяжести массы m_1 неуравновешенных частей правого механизма (поршень, крейцкопф, часть шатуна), очевидно, совершается по закону гармонических колебательных движений, т.е. передвижение ц.т.



этих частей вправо или влево от их среднего

положения будет

$$x_1 = r \cos \chi = r \cos \omega t,$$

а для левого механизма

$$x_2 = r \cos(\chi - \frac{\pi}{2}) = r \sin \chi = r \sin \omega t$$

Горизонтальное перемещение общего центра тяжести этих масс $m_1 + m_2 = 2m$

$$\begin{aligned} \bar{x} &= \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{1}{2} r (\cos \chi + \sin \chi) \\ &= \frac{r}{\sqrt{2}} \cos(\frac{\pi}{4} - \chi) \end{aligned}$$

По закону сохранения центра тяжести:

$$(M - 2m) \xi - 2m \left[\frac{r}{\sqrt{2}} \cos(\frac{\pi}{4} - \chi) - \xi \right] = 0$$

Откуда $\xi = r \sqrt{2} \frac{m}{M} \cos(\frac{\pi}{4} - \chi).$

Поэтому наибольший размах

$$2\xi_0 = 2\sqrt{2} r \frac{m}{M}$$

По Хольтейну, для рационально спроектированного локомотива, величина размаха ($2\xi_0$), вычисленная в предположении отсутствия связи между паровозом и тендером, не должна превосходить 2-2,5 мм. По американским нормам часть поступательно движущихся масс одной стороны, остающихся неуравновешенными, может составлять $\frac{1}{400}$ веса паровоза. При ходе поршня 650 мм. это правило дает размах подергивания

$$2\xi_0 = \frac{\sqrt{2} \cdot 650}{400} = 2,3 \text{ мм.}$$

В действительности паровоз связан с тендером и поездом упругими приборами, умеряющими размах подергиваний, но все же они ощущаются иногда в виде интенсивных толчков, в особенности на паровозах с машинными тандемами и Вьюфра, в которых по необходимости приходится оставаться неуравновешенными болышгородом горизонтально движущихся частей механизма. В настоящее время все чаще строятся паровозы без горизонтального уравновешивания, и в них уменьшение размаха подергивания достигается путем увеличения массы M — присоединением к паровозу тендера с помощью сцепки надфужающей конструкции.

Влияние (θ) состоит в малых угловых перемещениях железнодорожного экипажа вокруг вертикальной оси Z . Оно вызывается целым рядом разнообразных причин, как-то: неправильности пути, коничность бандажей, игра в подшипниках, работа неуравновешенной машины локомотива, толчки со стороны соседних вагонов и прот. Явление извилистости бывает тем интенсивнее, чем больше скорость движения. Во время известных германских опытов на линии Марленфельде — Цоссен влияние быстроходных электромоторов достигало при скоростях $150 \frac{\text{км}}{\text{час}}$ таких размеров, что пришлось усилить путь на всей его протяженности контррейсами. Амплитуда влияния в большинстве случаев ограничивается величиной

зазоров, рельсовой колеи, поэтому лучшим средством уменьшения угла отклонения θ является ограничение зазоров строго необходимыми пределами и применение экипажей с длинной базой. Свингивание стержней до нажатия буферов также ослабляет амплитуду виляния.

В одном из своих проявлений, обнаруживаемом при движении паровоза, виляние является результатом действия закона площадей. Те самые неуравновешенные в горизонтальном направлении массы, которые служат причиной рывков, дают в своем относительном движении моменты количества движения относительно вертикальной оси, проходящей через ц. т. паровоза, сумма которых равна

$$y_1 m_1 \frac{dx_1}{dt} + y_2 m_2 \frac{dx_2}{dt} = m y_c \left(\frac{dx_1}{dt} - \frac{dx_2}{dt} \right) =$$

$$= m y_c \frac{d}{dt} (\cos \chi + \sin \chi) = m y_c \sqrt{2} \frac{d}{dt} \cos \left(\frac{\pi}{4} - \chi \right)$$

Называя C момент инерции паровоза относительно вертикальной оси Z , проходящей через ц. т., имеем по закону площадей с достаточной точностью:

$$C \dot{\theta} - m y_c \sqrt{2} \frac{d}{dt} \cos \left(\frac{\pi}{4} - \chi \right) = \text{const.}$$

Если начальные условия таковы, что правая часть этого уравнения обращается в нуль, то, интегрируя вторично, имеем:

$$C \theta - m y_c \sqrt{2} \cos \left(\frac{\pi}{4} - \chi \right) = \text{Const.}$$

Если и эта постоянная обращается в нуль

при начальных условиях, то

$$\theta = \frac{m y z \sqrt{2}}{c} \cos\left(\frac{\pi}{4} - \chi\right)$$

Полный размах колебания

$$2\theta_0 = \frac{2\sqrt{2} m y z}{c}$$

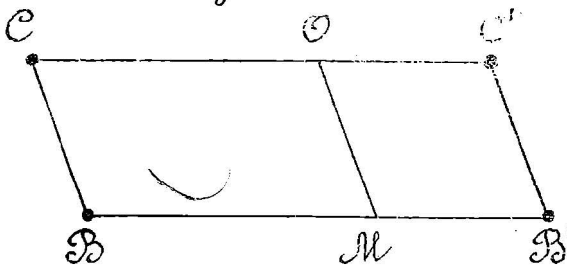
По вычислениям Е. Е. Нольтейна, Е. Т. Кестнера, Н. Петрова и др., $2\theta_0$ не превышает обыкновенно 1° — что соответствует перемещению концов паровоза в 2—3 мм. Развивающаяся при таких размахах живая сила не превосходит 1 кгр.-метра и поощается трением в шейках подшипников (если скаты колес не принимают участия в влиянии или скользящим трением бандажей по головкам осей, что, несомненно, предпочтительнее).

Чтобы ослабить вредное влияние перемещения ц. т. частей механизма локомотива в их относительном движении, вызывающее ряд возмущений экипажного строения, а также вредное воздействие его на путь, прибегают к противовесам, представляющим собою добавочные массы, располагаемые на ведущих и спаренных колесах и так подбираемые, чтобы силы инерции этих масс в их относительном движении по возможности уравновешивались бы с силами инерции частей механизма в том же относительном движении.

Условие равновесия всякой системы сил состоит, как известно, в равенстве нулю

главного вектора и главного момента этой системы сил. При вращающихся противовесах выполнение обоих этих условий не всегда бывает возможно. Убедимся в этом на примере двухцилиндрового паровоза, не вдаваясь, однако, в детали вопроса.

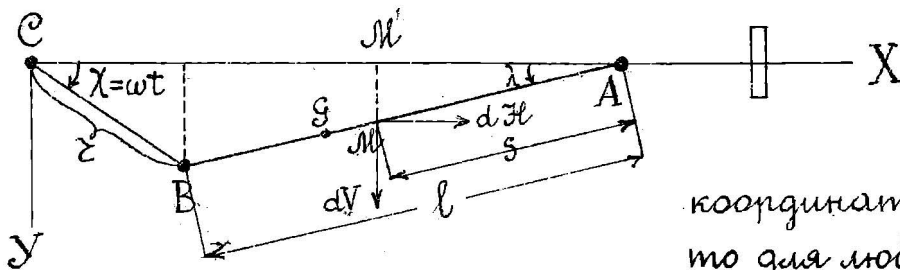
Среди частей машины, обладающих относительным движением, одни имеют вращательное движение, другие — прямолинейное. Так, кривошипы вращаются вокруг соответствующих осей; шатунные дышла обладают круговым поступательным движением. Любая точка M шатунника



описывает окружность вокруг центра O , получаемого пересечением линии CC' (центры осей) прямой $MO \parallel BC \parallel B'C'$.

Поршень, его шток и кривошип движутся прямолинейно. Что касается шатуна, то одна крайняя точка его движется прямолинейно, другая вращается вместе с пугвкой своего кривошипа, все же промежуточные точки описывают эллипсовидные траектории, дающие постепенный переход из прямой в окружность.

Если отнесем шатунный механизм к осям



координат XCY ,
то для любой жог

А. Годушкин - Извирко.

ки M катушка координаты будут:

$$\begin{cases} x = CM' = r \cos \lambda + (l-s) \cos \lambda \\ y = s \sin \lambda \end{cases}$$

Увидим, замечая, что $r \sin \lambda = l \sin \lambda$ и имея в виду, что $\cos \lambda$ весьма близок к единице и почти постоянен:

$$\begin{aligned} x &= \omega r \cos \omega t + l - s \\ y &= \frac{sr}{l} \sin \omega t \end{aligned}$$

Составляющие ускорения точки M :

$$\begin{aligned} \ddot{x} &= -r\omega^2 \cos \omega t \\ \ddot{y} &= -\frac{sr}{l} \omega^2 \sin \omega t \end{aligned}$$

Если переменная масса катушка, отнесенная к единице длины его есть $\mu = \mu(s)$, то масса элемента длины катушка ds при точке M равна μds и составляющие сил инерции для этого элемента:

$$\begin{aligned} d\mathcal{H} &= -\mu ds \ddot{x} = \mu r \omega^2 \cos \omega t ds \\ dV &= -\mu ds \ddot{y} = \frac{\mu sr}{l} \omega^2 \sin \omega t ds \end{aligned}$$

Для всего катушка с массой M :

$$\mathcal{H} = r\omega^2 \cos \omega t \int_0^l \mu ds = M r \omega^2 \cos \omega t$$

$$V = \frac{r\omega^2}{l} \sin \omega t \int_0^l s \mu ds = \frac{a}{l} M r \omega^2 \sin \omega t,$$

где a есть расстояние центра тяжести G катушка от валика крайкопфа.

Положи приложения этих сил найдем, составив уравнения моментов относительно валика крайкопфа

центра A . Обозначив расстояния этих точек соответственно через h и v , будем иметь:

$$Hh \cos \lambda = \tau \omega^2 \cos \omega t \cos \lambda \int_0^l \mu s ds$$

$$Vv \sin \lambda = \frac{\tau \omega^2}{l} \sin \omega t \sin \lambda \int_0^l \mu s^2 ds .$$

Отсюда

$$h = \frac{\int \mu s ds}{\int \mu ds} = a$$

$$v = \frac{\int \mu s^2 ds}{\int \mu s ds} = \frac{J_B}{M a} = a + \frac{J_G}{M a} ,$$

где J_B , J_G — моменты инерции катуны относительно B и G .

П.о. равнодействующая горизонтальных сил инерции приложена в центре тяжести катуны, а вертикальных — в т.н. центре удара, который отстоит от A в расстоянии, равном длине математического маятника, совершающего колебания равных периодов с колебаниями катуны, подвешенного в точке A . П.о. расстояние v , а за ним и момент инерции J_B легко определяются из опыта.

Разлагая силу V на составляющие, приложенные в A и B , видим, что на пуговку кривошипа передается доля V , равная $\frac{v}{l} V = \frac{M a v}{l^2} \tau \omega^2 \sin \omega t =$

$$= \frac{J_B}{l^2} \tau \omega^2 \sin \omega t .$$

Представив выражение для H в форме:

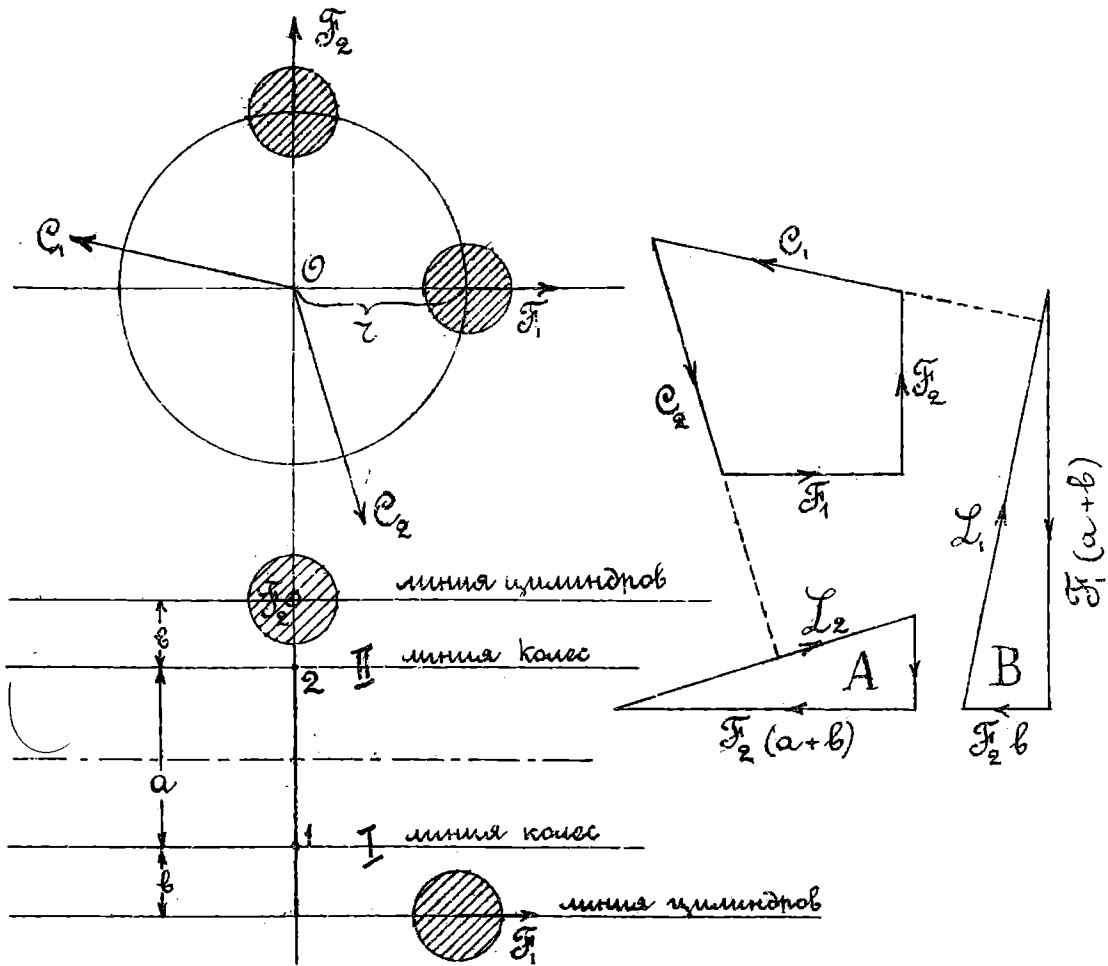
$$H = \frac{J_B}{l^2} \tau \omega^2 \sin \omega t + \left(M - \frac{J_B}{l^2} \right) \tau \omega^2 \sin \omega t ,$$

мы видим, что при сделанных предположениях можно считать обе проекции сил инерции шатуна полами-
вишимися как-бы от движения двух масс: одной $\frac{J_B}{r^2}$,
сосредоточенной в пуговке кривошипа, другой же
 $M - \frac{J_B}{r^2}$, — в крейцкопфе.

П.о. движение всех частей механизма с ка-
ждой стороны паровоза можно заменить движением в
вертикальной плоскости двух фиктивных масс: одной,
сосредоточенной в пуговке кривошипа и вращающейся
вместе с ним; другой, — совершающей прямолинейно-
возвратное гармоническое движение вместе с поршнем.
Силы инерции относительного движения этих масс
и должны уничтожаться противовесами.

Уравновешивание сил инерции вращательно-
го движения, при котором появляются и вертикаль-
ные составляющие, называется вертикальным урав-
новешиванием; уравновешивание же инерции прямо-
линейно движущихся масс носит название горизон-
тального.

Пусть на одной из осей паровоза с наружными
цилиндрами остались неуравновешенными приведен-
ные к пальцу кривошипа массы M_1, M_2 , дающие при
вращении центробежные силы $F_1 = M_1 \omega^2 r^2, F_2 = M_2 \omega^2 r^2$.
Противовесы, насаженные на колесах, должны быть
так подобраны и размещены, чтобы их центробеж-
ные силы C_1, C_2 уравновешивались с силами F_1, F_2 .
Для этого система сил F_1, F_2, C_1, C_2 , приложенных
к рассматриваемой оси и лежащих в 4х параллель-
ных плоскостях, должна удовлетворять условиям
статике: главный вектор и главный момент рав-
ны нулю.



Начнем построение главного вектора, отложив последовательно взаимно перпендикулярные силы F_1, F_2 . Не зная ни величины, ни направления сил C_1, C_2 , мы пока не можем продолжать это построение. Выразим геометрически требование, что главный момент данной системы сил относительно точки 1 обращается в нуль. При этом многоугольник моментов должен быть замкнутый.

Момент силы F_1 относительно точки 1 равен численно $F_1 b$ и изобразится вектором, лежащим в отвесной плоскости I, перпендикулярным силе F_1 и ориен-

тированными вниз. Момент силы F_2 относительно той же точки равен численно $F_2(a+b)$ и изобразится вектором, лежащим в той же плоскости, перпендикулярным силе F_2 и ориентированным справа налево.

Момент силы C_1 , проходящей через точку 1, обращается в нуль, а потому момент силы C_2 изобразится замыкающей стороной L_2 треугольника A . Повторив построение мн-ка моментов, на этот раз уже для точки 2, получим момент L_1 силы C_1 . Направления сил C_1, C_2 перпендикулярны своим моментам, а потому теперь уже мы можем достроить наглядный мн-к сил, который дает нам и величины сил C_1, C_2 , а по ним и необходимые массы μ противовесов, расположенных в расстоянии ρ от оси. Очевидно

$$\mu = \frac{e}{\omega \rho}$$

При внутренних цилиндрах построение аналогично предыдущему, но, как легко понять, требуемые величины сил C получаются меньше.

П.к. получаемые описанным способом центробежные силы противовесов дают не только самозамыкание мн-ка сил, но и моментов, то направления их оказываются не на продолжении линии действия соответствующей данному противовесу неуравновешенной вращающейся массы, а несколько сдвинуты в сторону другого противовеса (угол опережения).

В нашем изложении мы предположили для простоты, что с каждой стороны паровоза все уравновешиваемые вращающиеся массы лежат в одной плоскости. На самом деле для каждой части ме

ханизма следует провести свою отвесную осевую плоскость, вследствие чего построение несколько усложняется, но по существу остается тем же самым.

Уравновесив вращающиеся массы укрепленными на колесах противовесами, мы не имеем возможности достигнуть такими же противовесами уравновешивания и для возвратно движущихся масс, не нарушая достигнутого вертикального равновесия. Если, пренебрегая конечностью шатуна, считать движение поршня гармоническим, то нетрудно подобрать такой противовес, чтобы горизонтальная проекция силы инерции его в каждое мгновение уравновешивала силу инерции поршня и связанных с ним возвратно движущихся масс. Но при этом получится и вертикальная проекция силы инерции противовеса, которая уже останется неуравновешенной. Поэтому, чтобы не вводить добавочных перегрузок и разгрузок осей, принято уравновешивать только некоторую часть возвратно движущихся масс (вертикальный избыток), при тем тенденциям последнего времени склоняются к оставлению возвратно движущихся масс даже и совсем без уравновешивания и, во всяком случае, к уравновешиванию не более 15% этих масс. При этом всю массу избыточных противовесов вовсе нет надобности помещать на ободу колес одной оси, а выгоднее распределить между всеми спаренными осями, благодаря чему вертикальные воздействия отдельных колес на путь пропорционально уменьшаются. При этом особенно важно, чтобы передняя ось по возможности меньше разгружалась, а потому на ней избыточные противовесы не да-

жны быть велики. Бывают случаи, когда при малом диаметре ведущих колес, на них не удается разместить даже вертикальных противовесов, и тогда перегрузка этих колес получается при верхнем положении этих противовесов; соседних же, — при нижнем.

Практика паровозостроения на опыте убедила в опасности тяжелых избыточных противовесов. Еще в семидесятых годах прошлого столетия для Северной французской ж. д. были построены быстроходные паровозы Крамптона с полным горизонтальным уравновешиванием, при чем, благодаря отсутствию спаренных осей, весь вертикальный избыток приходился на долю одной ведущей оси. Оси этого паровоза разгружались до такой степени, что сход с рельс происходил многократно, и пришлось вернуться к одному лишь вертикальному равновесию. В качестве другого примера можно указать на поступившие около 1900 года на русскую сеть американские паровозы Балдвина 1-С-0 с четырехцилиндровой машиной системы Воклена, в которых уравновешено 80% возвратно движущихся масс. Ю. В. Лашоносков подсчитал, что одна из спаренных осей этого паровоза совершенно разгружается уже при скорости $99 \frac{\text{км}}{\text{час}}$ и, следовательно, уже при значительно меньших скоростях возникает опасность схода. Как раз с этими машинами, обслуживавшими скорые поезда М.-К.-В. ж. д., наблюдались случаи схода „от невыясненной причины“, которая, возможно, и крылась в разгрузке колес тяжелыми избыточными противовесами.

Здесь же совершенно (практически - полное) уравновешивание м. д. достигнуто лишь в четырехцилиндровых паровозах с коленчатой осью, у которых малые цилиндры (высокого давления) расположены снаружи, большие (низкого давления) — внутри, и кривошипы парных цилиндров каждой стороны заключены под углом 180° (или близким к нему, — для выравнивания диаграммы вращающихся моментов). В таком случае, с каждой стороны паровоза общий центр тяжести постоянно движущихся масс почти не меняет своего положения, и момент количества движения этих масс относительно вертикальной оси, проходящей через центр паровоза, близок к нулю, и остается лишь снабдить колеса противовесами, уравновешивающими вращающиеся массы.

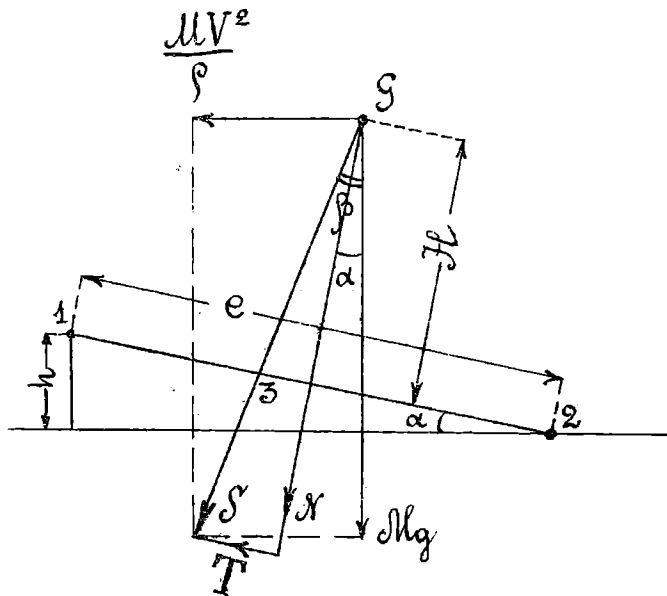
III. Прохождение кривых,

Возвышение наружного рельса и уширение пути в кривой. Переходные кривые. Геометрическое вписывание экипажа в кривую. Динамическое вписывание. Добавочные усилия в кривой. Турбокомплексные эрреоректы.

На закруглениях не слишком большого радиуса производится, как известно, повышение наружного рельса и уширение пути. Первое вызвано стремлением парализовать влияние центробежных сил, второе, — облегчить вписывание экипажа в кривую, которое, благодаря существованию жесткой базы и гнухой насадке колес на ось, всегда бывает сопряжено с некоторым принуждением, выражающимися в появлении добавочных сил реакции между колесом и рельсом.

Кроме того, для постепенности перехода от прямых участков пути в оговоренные по дуге окружности данного радиуса R , помещают между ними переходные кривые (такие всего кубическая парабола), кривизна которых $1/r$ постепенно переходит от нуля в $1/R$.

Пусть на закруглении переменного или постоянного радиуса r наружному рельсу в данном месте пути придано возвышение h , благодаря чему линия 1-2 головок рельсов образует угол α с горизонтом. Очевидно $\sin \alpha = \frac{h}{e}$, где e — ширина колеи. Назовем массу экипажа



скорость V , возвыше-
ние ц. т. над голов-
кой рельса \mathcal{H} . Тогда
вес Mg и центро-
бегная сила $\frac{MV^2}{\rho}$
дадут равнове-
сующую S , которая
отклонена от вер-
тикали на угол $\beta =$
 $= \arctg \frac{V^2}{g\rho}$

При определении направления центробежной силы экипажа, идущего по закруженному с повышенным рельсом иногда делают ошибку, считая силу эту параллельной линии головок рельсов. В действительности, конечно, центробежная сила лежит в плоскости параллельной проведенной через плоскую кривую, — дугу окружности, по которой разбита ось пути, — проходящей через ц. т. G экипажа и являющейся соприкасающейся плоскостью в любой точке траектории G .

Сила S м. б. сама разложена на составляющие: N , нормальную к линии 1-2 (и действующую ее пополам), и T — параллельную.

$$S = Mg \sqrt{1 + \left(\frac{V^2}{g\rho}\right)^2}$$

$$N = S \cos(\beta - \alpha)$$

$$T = S \sin(\beta - \alpha)$$

П. к. S пересекает линию 1-2 в некоторой точке Z ,

вообще говоря, эксцентриски, то для получения нормальных давлений на рельсы, необходимо разложить силу N на части обратно пропорциональные отрезкам (1-3) $= \frac{e}{2} - H \operatorname{tg}(\beta - \alpha)$ и (3-2) $= \frac{e}{2} + H \operatorname{tg}(\beta - \alpha)$. Поэтому

$$\begin{aligned} N_{1,2} &= \frac{N}{2} \left[1 \pm 2 \frac{H}{e} \operatorname{tg}(\beta - \alpha) \right] \\ &= \frac{S}{2} \left[1 \pm 2 \frac{H}{e} \operatorname{tg}(\beta - \alpha) \right] \operatorname{Cos}(\beta - \alpha) \end{aligned}$$

Что касается силы T , то, при отсутствии достаточного трения, она целиком передается там из рельсов, в сторону которого отклонена равнодействующая S . При малых углах α, β имеем приблизительно: $\operatorname{Cos}(\beta - \alpha) = 1$, $\operatorname{Sin}(\beta - \alpha) = (\beta - \alpha) = \left(\frac{V^2}{g\rho} - \frac{h}{e} \right)$

$$\begin{aligned} S &= Mg \left[1 + \frac{1}{2} \left(\frac{V^2}{g\rho} \right)^2 \right] \\ N_{1,2} &= \frac{S}{2} \left[1 \pm 2 \frac{H}{e} \left(\frac{V^2}{g\rho} - \frac{h}{e} \right) \right] \\ &= \frac{S}{2} \left[1 \pm 2 \frac{H}{e} \frac{h}{e} \left(\frac{V^2 e}{g\rho h} - 1 \right) \right] \\ T &= S \frac{h}{e} \left(\frac{V^2 e}{g\rho h} - 1 \right) \end{aligned}$$

Таким образом, возвышение ц. т. не отражается на боковых давлениях, но влияет заметным образом на нормальные. При

$$\frac{V^2 e}{g\rho h} - 1 = 0, \text{ т.е. } h = \frac{V^2 e}{g\rho} \text{ или } V^2 = \frac{h e}{g\rho}$$

силы $N_1 = N_2$, $T = 0$. При меньших скоростях получится перегрузка внутреннего рельса, при больших — наружного.

Следующая таблица, заимствованная из отчета американской специальной комиссии по исследованию напряжений в рельсах (см. гл. IV) дает сравнение результатов, вычисленных по предыдущим формулам, с данными опыта. В таблице да-

Паровоз	*) Градус кривой	Повышение нар. рельса в футах	Скорость миль в час (км. / час)	По формуле		Из опыта	
				Внутр. рельсы	Наруж. рельсы	Внутр. рельсы	Наруж. рельсы
Mountain (2-D-1) 	6° $(R=290')$	4,7	5 (8) 25 (40) 35 (56) 50 (80)	1.20 1.09 1.00 0.77	0.80 0.91 1.00 1.26	1.22 1.16 1.02 0.81	0.78 0.84 0.98 1.19
" " " 	10° $(R=175')$	4,7	5 (8) 25 (40) 35 (56)	1.19 1.02 0.85	0.81 0.99 1.17	1.21 0.99 0.81	0.79 1.01 1.19
Mikado (1-D-1) 	4° $(R=437')$	3,7	5 (8) 25 (40) 35 (56) 45 (72)	1.16 1.08 1.01 0.92	0.84 0.92 0.99 1.08	1.03 1.01 0.97 0.89	0.97 0.99 1.03 1.11

ны средние отношения нагрузок на внутренний или наружный рельс к статической нагрузке на прямом пути

*) „Градусаи“ (Degree) кривой в американской практике называется выраженная в градусах величина центрального угла, соответствующего хорде длиной в 100 футов. Очевидно, если радиус R кривой тоже выражен в футах, то $100 = 2R \sin(D/2)$, откуда $R = 50/\sin \frac{1}{2} D$. Т.е., 6° означает $R = 955$ футов (оо 290 метр.); 10° — $R = 574'$ (175 метр.).

Что касается составляющих Γ , то в отдельности они не могут быть наблюдаемы, т.к. складываются с силами того же направления, возникающими от других причин (см. ниже). Вычисления же показывают, что значения Γ могут достигать 14% от статической нагрузки на ось.

Не останавливаясь здесь на теории переходных кривых, напомним только, что помещая начало координат в точке касания переходной кривой с сопрягаемым прямым участком, называя S отсчитываемую от начала дугу проекции кривой на горизонтальную плоскость и \mathcal{P} некоторый параметр, ур-ние переходной кривой составляет в предположении линейной зависимости между кривизной названной проекции в данной точке и расстоянием этой точки от начала:

$$\frac{1}{\rho} = \frac{S}{\mathcal{P}}$$

Численное значение параметра \mathcal{P} найдется из условия, что, при заданной длине l переходной кривой кривизна ее становится равной $\frac{1}{R}$, следовательно

$$\mathcal{P} = Rl.$$

Обычно $l = 20-40$ метр., значения R изменяются в еще более широких пределах, а потому \mathcal{P} иногда выходит даже за обычно принимаемые для этого параметра пределы 1000—30000 м².

Естественное ур-ние проекции переходной кривой

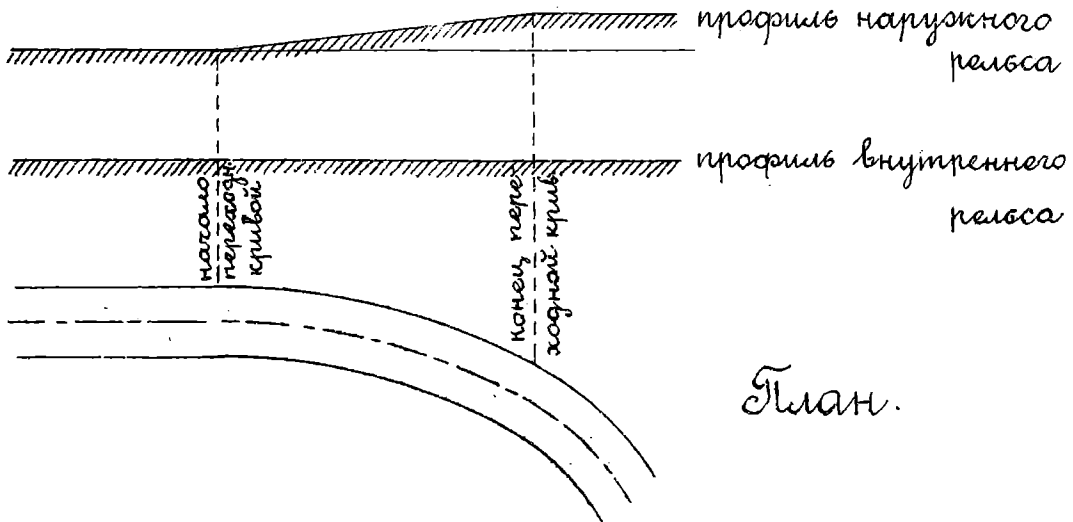
$$\frac{1}{\rho} = \frac{S}{\mathcal{P}}$$

по замене S и ρ Декартовыми координатами,

превращается в дифференциальное уравнение второго порядка, точное интегрирование которого приводит к параметрическому выражению x и y с помощью т. н. Френелевых интегралов, для которых существуют таблицы числовых значений, и представляется геометрически спиралеобразной кривой „клотоидой“. Приближенное же интегрирование дает известную кубическую параболу

$$y = \frac{x^3}{6\delta}$$

Самое возвышение наружного рельса на переходной кривой исполняется приданием ему постоянного уклона $p = 1-3\%$, т. е. профиля обеих ниток и план их имеют вид:



На практике иногда устраивают постепенное возвышение даже ранее, чем начнется сама переходная кривая. В последнее время, в связи с возрастанием скоростей, предложено придавать профилю наружного рельса вид плавной кривой, не имеющей перегибов в начале и в конце сопрягающей

кривой. Мы, однако, будем предполагать, что начало возвышения наружного рельса совпадает с началом сопрягающей кривой, а потому с достаточной точностью можем принять, что возвышение $h(S)$ соответствующее значению S дуги переходной кривой будет

$$h(s) = ps.$$

Что касается уширения пути в кривых, то, имея в виду разнообразие типов подвижного состава, обращающегося на ж.д. дорогах, а также условность формул, предлагаемых для подсчета уширения, мы ограничимся здесь приведением норм уширения, предлагаемых для русских условий, даваемых инженером Боголюбенским в труде его „Способы устройства железнодорожного пути в кривых“ (Петроград 1917 г.), тем более что даваемый ниже графический метод Поу (Pou) позволяет с легкостью сделать проверку применимости любого экипажа в данную кривую.

Инженер Боголюбенский рекомендует принимать следующие нормы уширения пути в кривых разного радиуса: (см. таблицу).

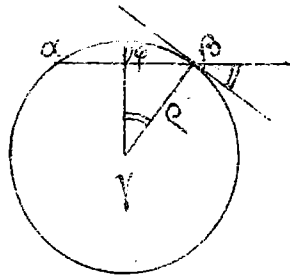
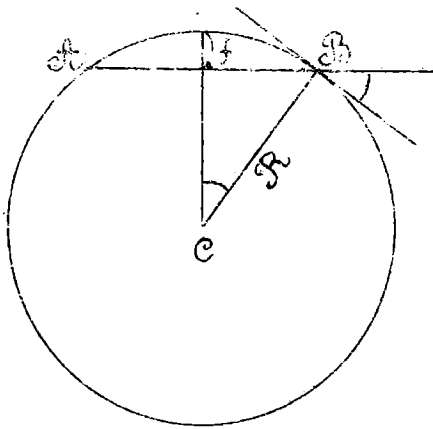
Интересно отметить, что на Английских ж.д. уширение обычно не делается,

Радиусы		Нормы уширения	
саж.	метр.	тысячн. саж.	мм.
75	160	14	30
100	213	10	21
150	320	6	13
200	427	4	9
250	533	3	6
300	640	2	4
350	747	2	4
400	853	1	2
450	960	—	—
500	1067	—	—

ибо подвижность ходовых гостей и зазор нормального пути настолько значительны, что уширения не требуется даже для радиуса в 400 метр.

Аналитическое определение обстоятельств вписывания многоосного экипажа в кривую грезвы гайно сложно и не наглядно. Мы здесь изложим графический способ, предложенный французским инженером Дюа.

Представим две окружности радиусов R , r с проведенными в них хордами $AB = l$, $ab = \lambda$



Опустим на эти хорды перпендикуляры и назовем полученные срезы ки буквами f , φ . Тогда

$$\begin{array}{l|l} l^2 = (2R - f)f & \sin C = l/2R \\ \lambda^2 = (2r - \varphi)\varphi & \sin \gamma = \lambda/2r \end{array}$$

Если длины хорд малы сравнительно с соответствующими радиусами, то приблизительно:

$$l^2 = 2Rf; \quad \lambda^2 = 2r\varphi; \quad \sin C = C, \quad \sin \gamma = \gamma$$

Откуда $f = l^2/2R$; $\varphi = \lambda^2/2r$.

Пусть размеры второго тертежа подобраны так, что

$$\lambda = l/n; \quad r = R/n^2$$

т.е. масштаб хорд уменьшен в n раз (напр., в 10 раз), а масштаб радиусов в n^2 раз (100 раз).

А. Годыцкий - Цвирко.

Тогда

$$\varphi = \frac{\lambda^2}{2\rho} = \frac{(\ell/n)^2}{2(\mathcal{R}/n^2)} = \frac{\ell}{2\mathcal{R}} = f$$

$$\sin \gamma = \frac{\lambda}{2\rho} = \frac{(\ell/n)}{2(\mathcal{R}/n^2)} = n \frac{\ell}{2\mathcal{R}} = n \sin \epsilon,$$

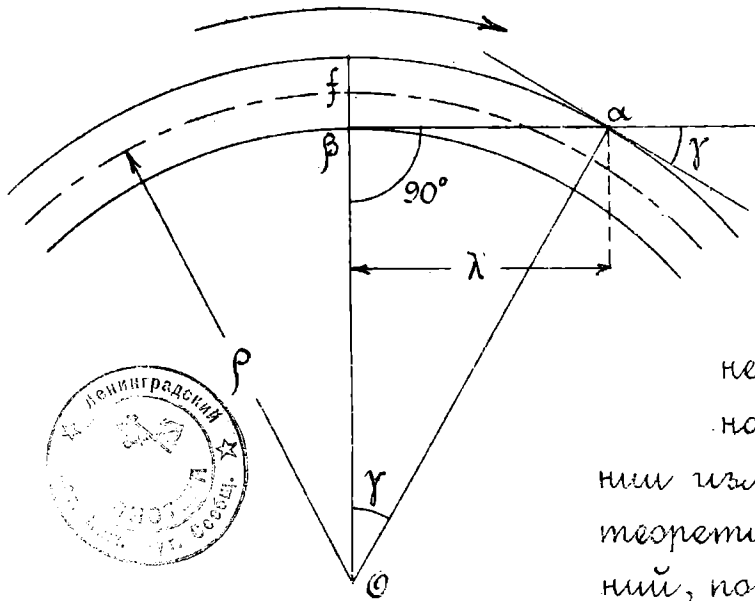
$$\text{или } \gamma = n \epsilon$$

П.о. при нашем выборе масштабов второго чертежа размер стрелки φ , перпендикулярной к хорде, полагается в натуральную величину, а центральный угол γ в n раз больше первоначально-го.

Чтобы воспользоваться полученными результатами для вписывания некоторого экипажа в кривую данного радиуса \mathcal{R} , представим себе, что плоскости, в которых лежат предельные круги катания колес, сдвинуты до взаимного совпадения (очевидно на величину расстояния между набегавшими на рельс гранями бандажей, равную 1514 мм.). Если и внутренние грани рельсов сдвинуты при этом на ту же величину, то экипаж изобразится в плане отрезком прямой, а путь, двумя концентрическими окружностями, отстоящими от осевой линии (радиуса \mathcal{R}) на половину ширины зазора f , равного сумме нормального зазора между внутренними гранями головок рельсов и набегавшими гранями бандажей, обычно, $r = 10$ мм плюс уширение пути в кривой s , т.-е.

$$f = r + s.$$

Крайние точки отрезка, изображающего базу впи-



сываемого экипажа не должны выходить за пределы наружной и внутренней окружностей, в край-

нем случае — лежать на них. На основа-

нии излагаемых ниже теоретических соображений, подтверждаемых и опытом, относительно вы-

сываемого в кривую экипажа делается предположение, что, при не особенно высоких скоростях (Лофтер дает предел 70 км/час) железнодорожный экипаж набегает под некоторым углом γ (угол набегания) передним колесом на наружный рельс, задняя же ось его стремится расположиться по радиусу путевой кривой (радиальная установка). Если база очень велика, то задняя ось ^{касается} внутреннего рельса прежде чем успеет занять радиальное положение, и в таком виде экипаж проходит кривую. Сделанное предположение позволяет нам осуществить диаграмму $\Gamma_{\text{ка}}$ следующим способом, который мы поясним на примере, заимствованном из книги В.В. Фармаковского „Расчет паровоза и тендера“.

Для паровоза 2-С-1, имеющего двухосную тележку с боковым перемещением и заднюю поддерживающую ось с поперечным перемещением требуется определить: 1) боковое перемещение и

угла поворота передней тележки; 2) поперечное перемещение бегунка и 3) проверить, вписываются ли все оси жесткой базы, когда она проходит по кривой $R=200$ м. Масштабное число и удобно выбирать следующим:

$$\begin{aligned} \text{при } R &= 180 - 200 - 300 \text{ метр.} \\ n &= 8 - 10 - 12,5, \end{aligned}$$

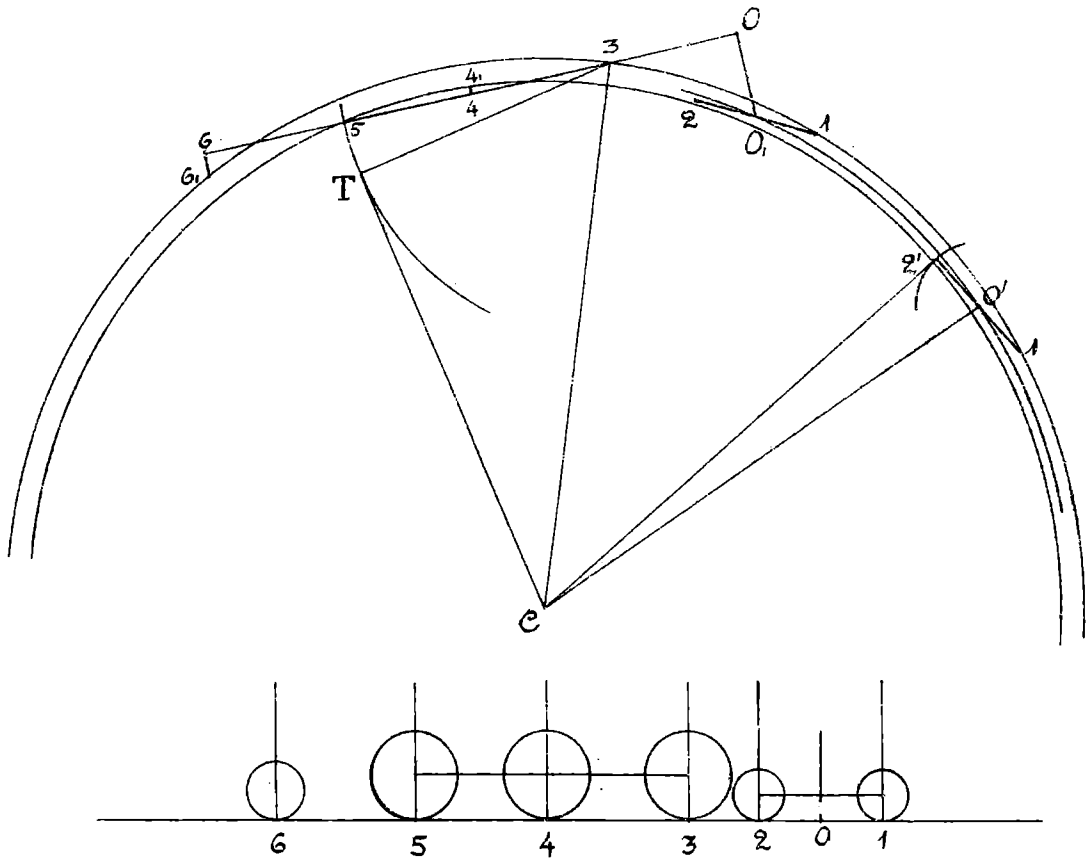
тогда потребная длина штангенциркуля не превысит 1 метра.

Затем вся диаграмма выполняется в $\frac{1}{2}$ н. в., так что окончательно принимаем такие масштабы:

	Радиусы кривых R мет	180	200	300
Откладываем	Масштаб n	16	20	25
	База (l, λ)	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{20}$	$\frac{1}{25}$
	Радиус (R, ρ)	$\frac{1}{128}$	$\frac{1}{200}$	$\frac{1}{312,5}$
Получаем	Полный зазор (f=φ)	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$
	Угол набегания γ=πC	8	10	12,5

Полный зазор $f = 10 + 22 = 32$ мм. Вычертив колесо радиусами $\frac{1}{2} (R/n^2 + \frac{1}{2} f)$ и $\frac{1}{2} (R/n^2 - \frac{1}{2} f)$, определим положение тележки, считая ее отдельным экипажем, полагая, что передняя ось 1 набегает на наружный рельс, а задняя установится радиально к

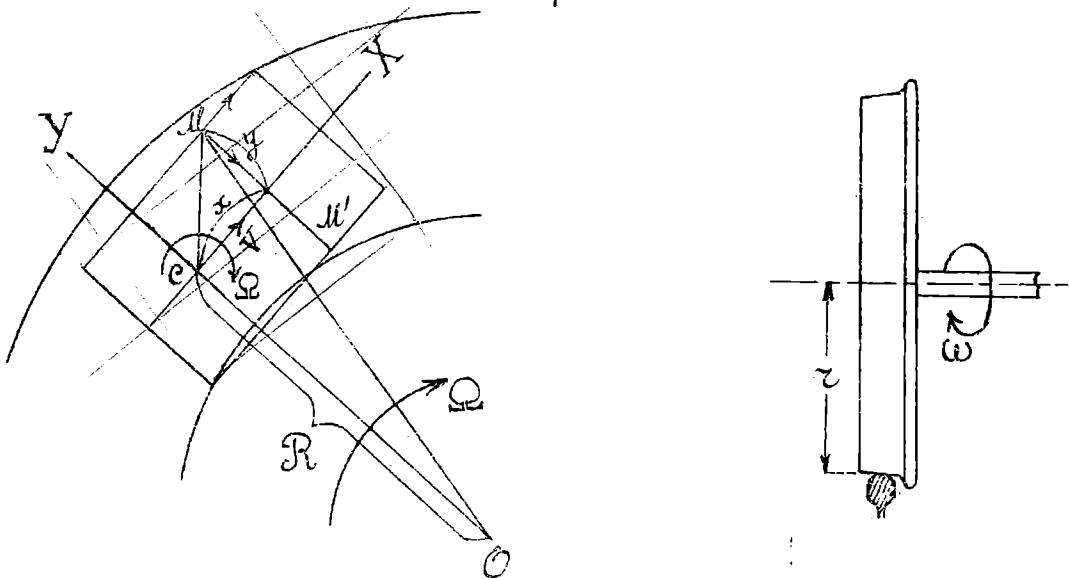
Получаем радиус CO' , соответствующий центру шкворня тележки.



Полная, что ось 3, набегает на наружный рельс, а ось 5 стремится стать радиально, проводим из 3 дугу радиуса 3-5 (жесткая база), а из центра путевой кривой, — касательную к этой дуге. Т.к. точка касания получилась вне колес, то ось 5 не может стать радиально и займет предельное положение 5 на внутреннем рельсе. Соединяя 3-5 и продолжая прямую 3-5 в обе стороны на расстояния 3-0 и 5-6, получаем положения шкворня 0 и заднего бегунка 6 при отсутствии у них боковых перемещений. Кроме того, наносим расстояние 3-4, получаем, что и внутреннее колесо 4 оси ушло из плоскости рельсов.

Рассмотрим в базе 0-6 перпендикуляры: 66, — до пересечения с наружным рельсом; 44, — до пересечения с внутренним; 00, — до пересечения с окружностью радиуса CO' , на которой лежит шворень, мы получим в $\frac{1}{2}$ натуральной величины те поперечные перемещения, которые должны иметь оси 6, 4 и шворень 0. При малости отрезка 4-4, возможно ограничиться срезой гребня у бандажей 4 оси. Угол поворота тележки получится равным $\frac{1}{10}(90^\circ - \angle OQ_2)$. Угол набегания колеса 3 будет $\frac{1}{10} \angle T C 3$. Величина этого угла (набегания переднего колеса на наружный рельс) обычно не превышает 1° , однако, в практике американских ж.д. встречаются углы набегания, достигающие до 3° .

Рассмотрев геометрические условия вписывания экипажа в кривую, обратимся к тем силам, которые при этом появляются. Пусть многоосный экипаж, изображаемый в плане прямоугольником, ширина которого равна расстоянию между набегавшими гранями бандажей (1514 мм), т.е. практически очень близка к ширине колес.



Движение экипажа по кривой, вращательное вокруг O , мы можем, по правилам кинематики плоского движения, разложить на вращательное вокруг некоторого полюса и поступательное, вместе с полюсом. За полюс примем точку C — подошву перпендикуляра из центра кривой на ось экипажа. Со сравнительно небольшой погрешностью можем считать $OC = R$, и скорость точки C равной скорости V движения ц.т. экипажа. В таком случае, называя Ω угловую скорость вращения экипажа (вокруг O и вокруг C), имеем с достаточным приближением:

$$V = R \Omega$$

Пусть некоторое колесо, изображаемое точкой M , имеет по отношению к полюсу C постоянные координаты x, y . Перемещения dx, dy точки M за элемент времени dt в направлениях x и y будут, очевидно, равны:

$$\begin{aligned} dx &= (V + \Omega y) dt \\ &= V \left(1 + \frac{y}{R}\right) dt \end{aligned}$$

$$dy = \Omega x dt = V \frac{x}{R} dt$$

Если бы колеса не вращались, то точка касания бандажа с рельсом продвинулась бы по головке рельса на величины dx, dy , тем было бы вызвано соответствующее скользящее трение. Но, благодаря вращению оси, скольжение в направлении x значительно ослабляется и, если бы колесо M было независимо от колеса M' , оно

приобреем бы некоторую угловую скорость ω , такую, что за время dt точка касания бандажка с рельсом как раз успела бы пробежать и при своем вращательном движении вокруг оси путь dx , и скальжения вдоль X не было бы вовсе. Но, благодаря мухой насадке на ось, угловые скорости колес одной оси равны между собою, а т.к. пути, пробегаемые ими по внутреннему и наружному рельсам, различны, то скальжение вполне не устраняется, а только уменьшается на величину $\omega r dt$, где ω угловая скорость ската, r — его радиус. Если допустить, что скат получает такую угловую скорость, что $\omega r = V$, то окончательные величины скальжений колеса M за промежуток времени dt будут:

$$\begin{aligned} dx_1 &= dx - r\omega dt \\ &= V\left(1 + \frac{r}{R}\right) dt - Vdt \\ &= V\frac{r}{R} dt \end{aligned}$$

$$dy = V\frac{x}{R} dt.$$

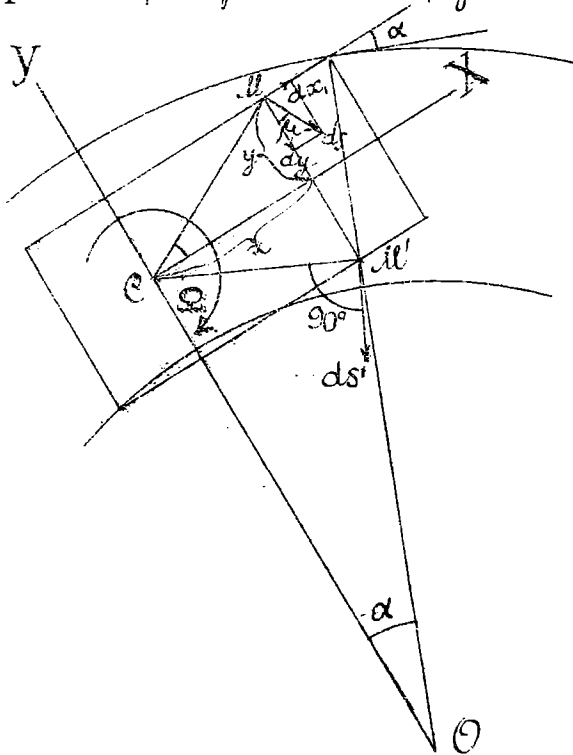
Для колеса же M' , очевидно:

$$\begin{aligned} dx'_1 &= dx' - r\omega dt \\ &= V\left(1 - \frac{r}{R}\right) dt - Vdt \\ &= -V\frac{r}{R} dt = -dx_1 \end{aligned}$$

$$dy' = V\frac{x}{R} dt = dy.$$

И. о., при сделанном предположении ($\omega r = V$), скальжения обоих колес в направлении x численно равны, но направлены в противоположные

стороны. Величины этих скольжений представляют собою проекции перемещений ds точки M при ее вращении вокруг полюса C . Угол μ , образуемый этим перемещением с положительной осью ската определяется равенством:



$\text{tg } \mu = \frac{dx}{dy} = \frac{y}{x}$, где

$$\text{tg } \mu = \frac{dx}{dy} = \frac{y}{x}, \text{ где}$$

$$\angle \mu = \angle MCX,$$

как и следовало ожидать из сказанного о перемещении ds . И.о. элементарные скольжения всех

колес находятся бес труда.

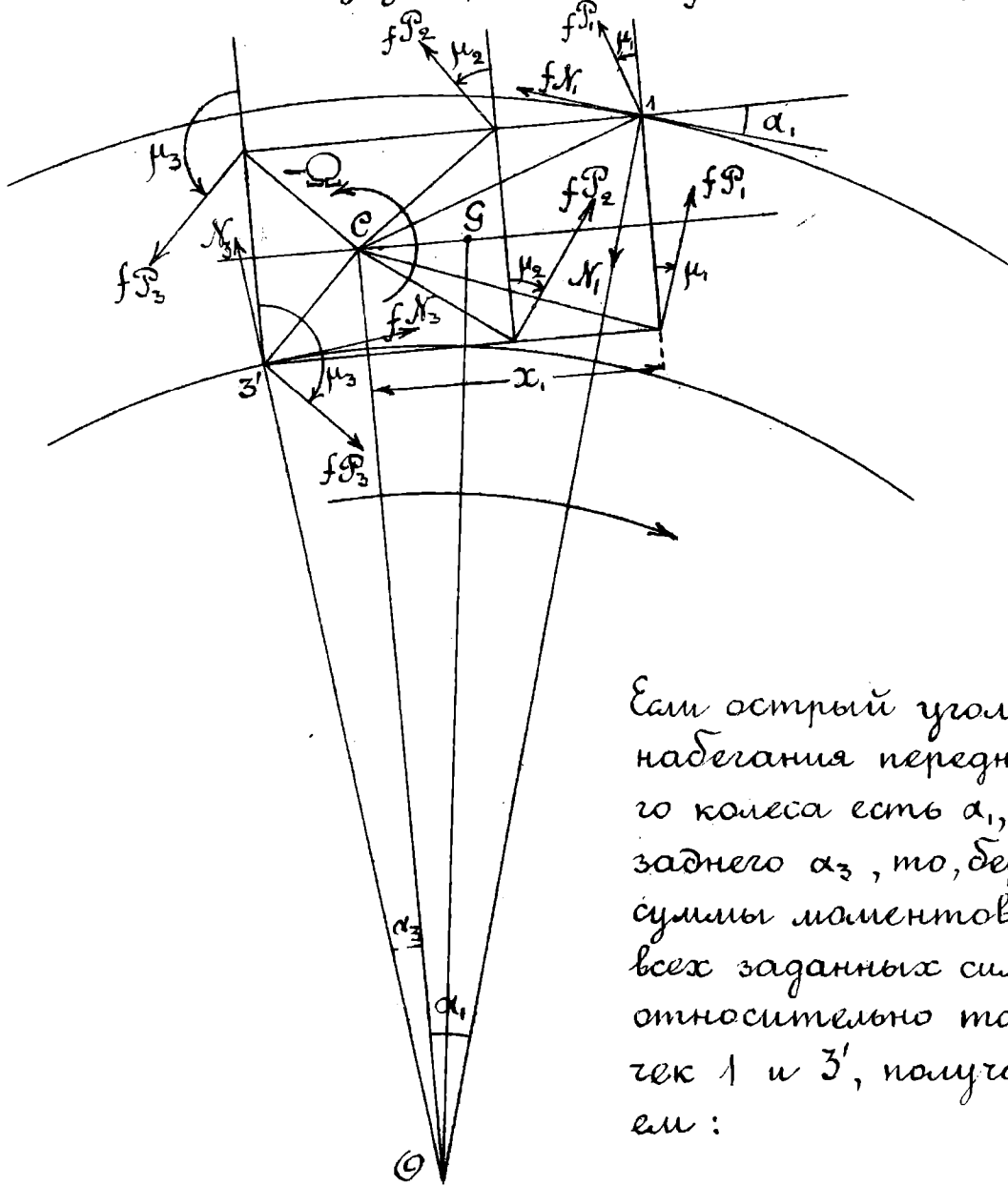
Возникающие при таких скольжениях силы трения направлены, очевидно, в сторону, противоположную соответствующему перемещению ds , и численно равны $f P$, ^{произведению} коэффициента трения на нагрузку колеса. Проще всего найти направления сил трения, как элементарных перемещений при вращении вокруг C в сторону, противоположную действительному Ω (см черт. на стр. 58).

Силы эти, как видим, стремятся перекосить экипаж, прижав его передним колесом к наружному, а задним — к внутреннему рельсу. Такое прижатие вызывает со стороны рельсов

реакции R_1 и R_3 , при чем, если коэффициент трения набегавшей грани бандажа о боковую поверхность головки рельса есть также f , то

$$\bar{R}_{1,3} = \bar{N}_{1,3} + f \bar{M}_{1,3},$$

где N — тангенциальная величина нормальной реакции (равной нормальному давлению), направленной по радиусу кривой, а $f N$ — касательная



Если острый угол набегания переднего колеса есть α_1 , а заднего α_3 , то, беря суммы моментов всех заданных сил относительно точек 1 и 3', получаем:

$$\begin{aligned} & (\mathcal{N}_1 \cos \alpha_1 - f \mathcal{N}_1 \sin \alpha_1) x_{13} - (\mathcal{N}_1 \sin \alpha_1 + f \mathcal{N}_1 \cos \alpha_1) 2y - \\ & - 2f \mathcal{P}_1 \cos \mu_1 x_{13} - f \mathcal{P}_1 \sin \mu_1 \cdot 2y - \\ & - 2f \mathcal{P}_2 \cos \mu_2 x_{23} - f \mathcal{P}_2 \sin \mu_2 \cdot 2y - \\ & - f \mathcal{P}_3 \sin \mu_3 \cdot 2y = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & (\mathcal{N}_3 \cos \alpha_3 + f \mathcal{N}_3 \sin \alpha_3) x_{13} + (\mathcal{N}_3 \sin \alpha_3 - f \mathcal{N}_3 \cos \alpha_3) 2y + \\ & + 2\mathcal{P}_3 \cos \mu_3 x_{13} - f \mathcal{P}_3 \sin \mu_3 \cdot 2y + \\ & + 2\mathcal{P}_2 \cos \mu_2 x_{12} - f \mathcal{P}_2 \sin \mu_2 \cdot 2y - \\ & - f \mathcal{P}_1 \sin \mu_1 \cdot 2y = 0, \end{aligned}$$

при чем x_{12} , x_{13} , x_{23} обозначают положительные расстояния между соответствующими осями.

Из этих уравнений находим:

$$\mathcal{N}_1 = 2f \left\{ y \sum_{i=1}^3 \mathcal{P}_i \sin \mu_i + \sum_{i=1}^2 x_{i3} \mathcal{P}_i \cos \mu_i \right\} / \left\{ (\cos \alpha_1 - f \sin \alpha_1) x_{13} - (\sin \alpha_1 + f \cos \alpha_1) 2y \right\}$$

$$\mathcal{N}_3 = 2f \left\{ y \sum_{i=1}^3 \mathcal{P}_i \sin \mu_i + \sum_{i=1}^2 x_{i1} \mathcal{P}_i \cos \mu_i \right\} / \left\{ (\cos \alpha_3 + f \sin \alpha_3) x_{13} + (\sin \alpha_3 - f \cos \alpha_3) 2y \right\}$$

Подсчет по этим формулам дает для радиального давления \mathcal{N}_1 числовые значения, большие, чем для \mathcal{N}_3 , при том весьма значительные. Так, по Надаю, для четырехосного товарного паровоза при $R = 200$ метр., $x_{14} = 4,05$ м., $f = 0,25$ и одинаковых нагрузках \mathcal{P} на колесо, получается

$$\mathcal{N} = 1,1 \mathcal{P}$$

Аналогичные подсчеты инж. Мешк-Асланова дают для паровоза нормального типа (0-2-0)

$$\mathcal{N} = 0,85 \mathcal{P}$$

Т.о., радиальное давление оказывается величи-

ной того же порядка, как и вертикальная нагрузка на колесо.

П.к. для переднего колеса $x_1 = (R+y) \sin \alpha_1$,

то

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \mu &= \frac{y}{x} = \frac{y}{(R+y) \sin \alpha_1} \\ &= \approx \frac{y}{R \alpha_1} \end{aligned}$$

Отсюда ясно, что передняя тележка и биссель, уменьшая α_1 , понижает и N_1 , тем более, что при этом давление на наружный рельс производится уже двумя колесами.

Несомненно, радиальными давлениями объясняются описанные инж. Мешк-Аслановыми явления расстройств пути в кривых Мамметовскими паровозами 0-С-С-0 на перевальном участке Закав. ж. д. (уклоны 29‰, радиусы до 60 саж.). В 1912 г. эти паровозы начали обслуживать перевальный участок наряду с прежними Ферри (0-С-С-0). Те и другие паровозы имеют нагрузку на ось около 15 тн, но угол набега Мамметов $1^\circ 15'$, Ферри же всего $40'$ и при том у последних передние колеса обеих тележек прижимаются к наружному рельсу. После прохода Мамметов начали обнаруживаться значительные расстройства мостов^{*)} и деформации

^{*)} На двух мостах, имеющих в плане кривизну 250 и 500 саж., стали наблюдаться расстройства, выразившиеся в ослаблении заклепок, т.е. на мосту радиуса 250 пришлось сменить 416 заклепок в течение лета, тогда как раньше приходилось заменять 2-3 в год.

ции пути в кривых, увеличивавшиеся в дождливую погоду при сыром и глинистом балласте. В одном случае был обнаружен сдвиг рельсов вместе со шпалами в 7 соток (15 см) на кривой $R=80$ саж, после чего пришлось отказаться от применения Машметов на этом участке.

Опытами упомянутой уже Американской комиссии также установлено увеличение напряжений в рельсах на кривых, доходившее до 85% (наблюдались напряжения $3000-4000 \frac{\text{кг}}{\text{см}^2}$), в среднем 50%, являющееся следствием, главным образом, радиальных давлений, а также боковые деформации пути до 2,7 дм. При этом наибольшие напряжения и деформации наблюдались обычно по внутреннему рельсу у предпоследнего сцепного колеса. При увеличении скорости давления N_1 или оставались постоянными, или очень немного возрастали, а N_3 уменьшались в значительной степени, что объясняется действием центробежной силы на паровоз и на отдельные скаты.

Чтобы объяснить себе противоречие результатов американских опытов с нашими формациями, давшими $N_1 > N_3$, припомним, что мы положили для первого приближения скорости

с равной скорости ц. т. S экипажка.

В действительности, скорость ц. т.

$$V = \Omega \cdot R = \Omega \cdot OG,$$

скорость же поюса S равна $\Omega \cdot OC < \Omega \cdot OG$

Поэтому скорость поюса S равна

$$V - \epsilon V, \text{ где } \epsilon = \frac{OG - OC}{OG}, \text{ а потому:}$$

$$\begin{aligned} dx_1 &= (V - \varepsilon V + \Omega y - \omega z) dt \\ &= V \frac{y - \varepsilon}{R} dt \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} dx'_1 &= (V - \varepsilon V - \Omega y - \omega z) dt \\ &= -V \frac{y + \varepsilon}{R} dt, \end{aligned}$$

$$\operatorname{tg} \mu = \frac{y - \varepsilon}{x}$$

$$\operatorname{tg} \mu' = -\frac{y + \varepsilon}{x}, \quad (y > 0).$$

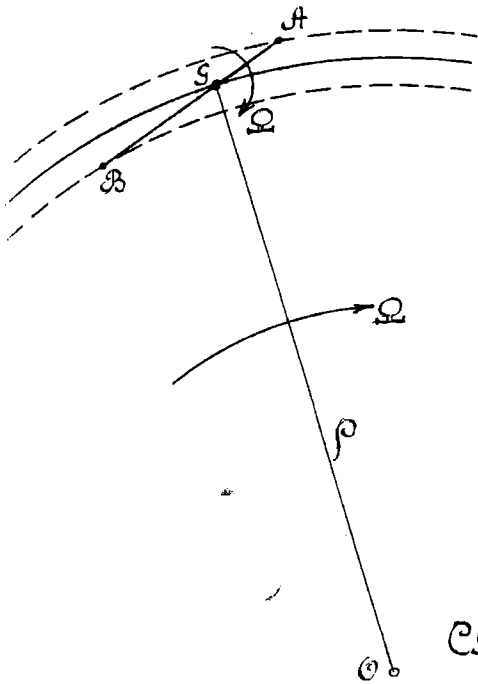
П.о., благодаря уменьшению скольжений наружных колес и увеличению — внутренних, N_1 необходимо понизится, N_3 возрастет. Влияние сцепки с тендером, оттягивающей хвост паровоза внутрь кривой, тоже несколько уменьшает N_1 и увеличивает N_3 .

Большие значения горизонтальной силы N_1 могут содействовать впаданию колеса на рельс, вызывающему сход. Этому противодействует, однако, соответственное сжатие рессоры, автоматически создающее вертикальную силу, осаживающую колесо вниз. Поэтому, за весьма редкими исключениями, вред радиальных давлений заключается не в непосредственной опасности схода, а в сдвиге и расшивке пути.

Формулы для радиальных давлений выведены были при условии постоянства Ω . Если угловая скорость экипажа меняется, то необходимо учитывать еще и силы инерции. Пусть центр тяжести G экипажа AB движется с переменной скоростью $V = V(t)$ по кри-

вой переменного радиуса $\rho = \rho(t)$. Тогда в любой момент

$$\Omega = \frac{V(t)}{\rho(t)} = \Omega(t)$$



Если момент инерции экипажа относительно вертикальной оси, проходящей через ц. т. S есть C , то момент внешних сил (реакции рельса), которые должны преодолеть инерцию вращательного движения вокруг S, равен

$$\begin{aligned} C\Omega &= C \frac{d}{dt} \left(\frac{V}{\rho} \right) \\ &= C \left[\frac{\dot{V}}{\rho} + V \left(\frac{\dot{\rho}}{\rho} \right) \right] \\ &= C (\dot{V}\kappa + V\dot{\kappa}), \text{ где } \kappa = \frac{1}{\rho}. \end{aligned}$$

Из этой формулы видно, что при вступлении с постоянной скоростью ($\dot{V}=0$) на переходную кривую возрастающей кривизны происходит накатание переднего колеса на наружный рельс и заднего — на внутренний, т. к.

$$\kappa = \frac{s}{P} = \frac{Vt}{P}; \quad \dot{\kappa} = \frac{V}{P}$$

$$C\dot{\Omega} = \frac{CV^2}{P} > 0.$$

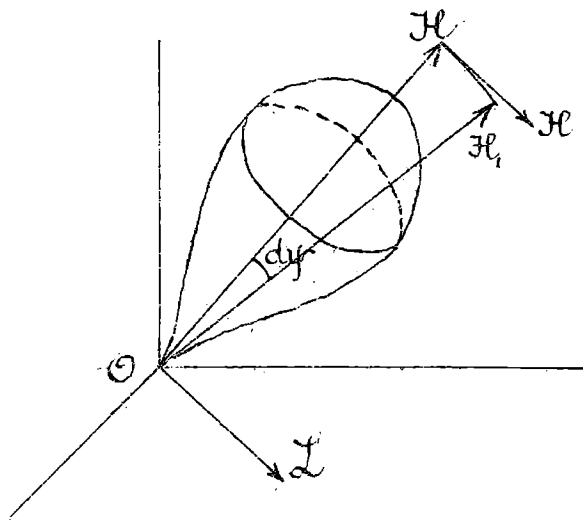
при торможении на кривой постоянного радиу-

са ($k=0, \dot{V} < 0$) происходит нажатие переднего колеса на внутренний рельс и заднего — на наружный. При ускоренном же движении, будет очевидно, поугаться добавочное давление переднего колеса на наружный рельс и заднего на внутренний. По приближительным подсчетам величина этой добавочной силы может достигать 10-15% от радиального давления.

К этим же добавочным силам относится и сила инерции бокового перемещения ц. т. надре-сорного строения экипажа при перевалке. Это перемещение равно; очевидно, $h\varphi$, соответствующая ему сила инерции — $Mh\ddot{\varphi}$, а т. к. ур-ние перева-лки $A\ddot{\varphi} = -a\dot{\varphi}$, то сила инерции — $Mh\ddot{\varphi} = \frac{Mha}{A}\dot{\varphi}$, где значение букв согласно с обозна-чениями главы II.

При значительных скоростях движения экипажа по кривой могут приобрести заметную величину т. н. гироскопические эффекты быстро вращающихся колесных скатов.

Как известно, для вращающегося твердо-



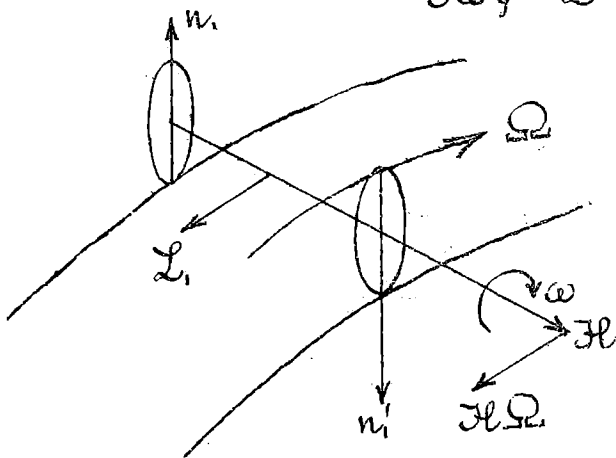
тела, скорость ко-ца вектора H ман-та количества дви-жения относитель-но точки O равна главному моменту L см, приложенна к телу, относитель-но той же точки. п. г. в форме век-

риального равенства: $\overline{H} \doteq \overline{L}$

При этом символ \overline{H} изображает векториальную производную H , т.е. характеризует изменение вектора момента количества движения (т.е. ширину вектора) по величине и по направлению за бесконечно малый промежуток времени dt . Если $H = J\omega$, (где J — момент инерции тела относительно оси вращения, ω — его угловая скорость), достаточно велико, то длина вектора H остается почти неизменной, меняется лишь его направление. Так, быстро вращающийся волчок, будучи отклонен от вертикального положения, начинает прецессировать, причем сравнительно медленная угловая скорость прецессии почти не отклоняет вектора H от совпадения с геометрической осью волчка. Если за время dt вектор H , не меняя своей длины, отклонится на угол $d\psi$, то дуга, пройденная концом H будет равна $H d\psi$, а потому скорость этого конца $\dot{H} = H \frac{d\psi}{dt} = H \dot{\psi}$. П.о. имеем соотношение:

$$\dot{H} \dot{\psi} = L, \text{ или}$$

$$J \omega \dot{\psi} = L.$$



А. Бодуцкий - Цвирко

Пусть колесный скат экипажка, движущегося со скоростью V по кривой радиуса R , имеет момент инерции относительно оси J и

радиус колес $-z$. Тогда

$$\omega = \frac{V}{z}; \quad \Omega = \frac{V}{R}.$$

П.к. вектор $\mathcal{H} = J\omega$ считаем совпадающим с осью ската, то $\psi = \Omega$, а потому гироскопический момент

$$\mathcal{L}_1 = \mathcal{H}\Omega = \frac{JV^2}{Rz}.$$

П.о., на скат действует пара внешних сил (n_1, n'_1) (реакции рельсов), момент которой \mathcal{L}_1 равен и параллелен $\mathcal{H}\Omega$. Очевидно $n_1 = n'_1 = \mathcal{L}_1/e$, где e — ширина колес.

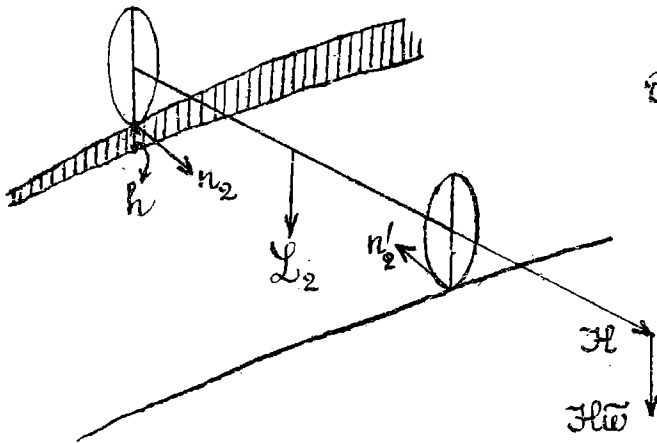
Тогда тот же колесный скат вступает на переходную кривую, наружный рельс которой постепенно возвышается над внутренним, согласно закону:

$$h = pS,$$

то ось ската испытывает еще и угловое перемещение в вертикальной плоскости, т.к. угол наклона ее к горизонту, $\frac{h}{e} = \frac{pS}{e}$, меняется.

Скорость изменения этого угла

$$\begin{aligned} \bar{\omega} &= \frac{d}{dt} \left(\frac{h}{e} \right) = \frac{d}{dt} \left(\frac{pS}{e} \right) = \\ &= \frac{pV}{e}. \end{aligned}$$



Поэтому соответствующий гироскопический момент

$$L_2 = H\bar{\omega} = \frac{JpV^2}{e\tau}$$

Его производят реакции n_2, n'_2 рельсов, расположенные в плоскости головок рельсов и направленные, если не принимать во внимание трения, по радиусам путевой кривой. П.к. пары (n_2, n'_2) значительно меньше, чем пары предыдущей, то и величины

$$n_2 > n_1.$$

По данным Клейна и Заммерфельда (Theorie des Kreisels, s 775), для электрического вагона на двух трехосных тележках ($\mathfrak{B}-1-\mathfrak{B} \equiv \mathfrak{B}-1-\mathfrak{B}$) с нагрузкой по 15 тн на ось, весом ската 4 тн, радиусом колеи 625 мм. и отнесенной к ободу колеса массой ската $m = 1,5$ тн. (т.е. $J = m\tau^2$) и возвышением ц.т. вагона 1 метр над головкой рельса, отношения моментов L_1 и L_2 к соответствующему моменту L центробежной силы равны:

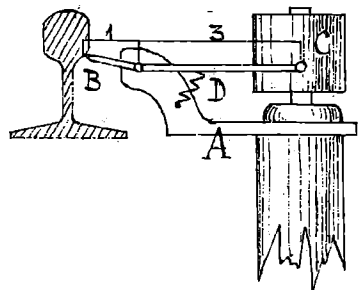
$$\frac{L_1}{L} = \frac{1}{16}; \quad \frac{L_2}{L} = \approx \frac{1}{8}$$

При этом, для вычисления L_2/L принято: $R = 200$ м, $e = 1,435$ м., $\rho = \frac{1}{300}$.

Для обычного подвижного состава собственный вес скатов (и момент инерции J) бывает значительно меньше, и влияние гироскопических эффектов сказывается в меньшей степени, чем для электровозов с насаженными непосредственно на ось или подвешенными моторами трамвайного типа.

IV. Опыты над упругими деформациями железно-до-рожного пути.

Первые инструментальные наблюдения над упругими деформациями пути произведены были в восьмидесятых годах инженером Фламашем на бельгийских ж.д. Примененный им аппарат для



записи оседаний рельса состоит из подушки А, на которой укрепляется ось рычажка В, управляемого благодаря пружине D, в нижнюю поверхность головки рельса. Другим ко-

нцом рычажка записывал в увеличенном масштабе на вращавшемся барабане С опускания рельса.

Несколько позднее (1887 г.) Кюар пользовался для наблюдений на французской ж.д. Р.-Л.-Й. аппаратом с пневматической передачей. Длинная цинк-перьевая трубка закрывалась с двух концов перепонками, одна из которых принимала колебания наблюдаемой точки, другая же повторяла их, вычерчивая соответствующую кривую на закованном барабане.

Подобным же аппаратом пользовался и в России в 1890 г. при своих опытах И. Ф. Стецевик (на Тамбово-Саратовской и на Балтийской ж.д.), при

тем, однако, передача была гидравлическая.

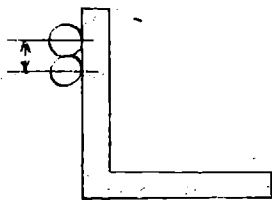
Гидравлическая передача применялась и Беншем на Эльзас-Лотарингских ж.д. (1888 г.), который, однако, заменил ее впоследствии рычажной.

Все эти аппараты, благодаря инерции гасителей, расширению от температуры, участка самого прибора в измеряемых или колебаниях и пр., во многих случаях давали искаженные записи.

В главе I были упомянуты опыты Мильна в Японии (начиная с 70-х годов), применявшего свои сейсмографы для изучения различных колебаний пути, сооружений и самого подвижного состава.

В начале 90-х годов инж. Аста применил на Северной Австрийской ж.д. фотографическую регистрацию колебаний, давшую богатый и надежный материал по деформациям верхнего строения и численной оценке роли отдельных его элементов.

Фотографическим же способом Аста воспользовался в России инж. Васютынский, который произвел в 1897-98 г.г. на Варшавско-Венской ж.д. обширные опыты при помощи усовершенствованного им фотографического прибора, снабженного телескопическим объективом, позволявшим поместить прибор в достаточном удалении от пути, и дававшим снимок на фотографической пленке, развертывавшейся с помощью газового механизма. В точках,



деформации которых требовалось наибольшее укрепление, устанавливались шарик-зеркала из отпущенной стали, при чем ставились и парные ша-

шки для которых было известно расстояние между центрами, что давало возможность проверки масштаба получаемых снимков. Наводя на шарики проектор электрической лампы, получали световую точку („зайчик“), дававшую резкую запись на светочувствительной пленке. Различные установки зеркалец позволяли определять вертикальные и горизонтальные перемещения и углы поворота.

Фундаменты и основания ^{для} аппаратов устроены были следующим образом. В расстоянии 4,25 м от наружного рельса пути и во взаимном расстоянии 4 м. ось от оси были вырыты 4 колодца глубиной 7,4 м. от уровня рельсов, сечением 2,14 × 2,14 м в плане. В колодцах выведены кирпичные столбы 1,6 × 1,6 м. с прокладкой войлока через 5 рядов. По столбам проложен продольный помост на железных балках, по которому на протяжении 14 м. можно было двигать аппарат, устанавливая его против исследуемого места пути.

Наблюдения производились над сжимаемостью земляного полотна, балласта, изгибом и оседанием шпал и рельсов и над деформациями различных типов стыков. Менялись также типы рельсов (31,5 и 38 $\frac{\text{мм}}{\text{п.м.}}$), шпал и характер балласта. Проходившие со скоростями до 70 $\frac{\text{км}}{\text{час}}$ поезда обслуживались паровозами 1-В-0; 0-С-0; 2-В-1, при чем у первых двух давление на ось было 13, у последнего 15 тн.

Кроме определения некоторых численных коэффициентов, важнейшим результатом опытов А. Васютынского следует считать установление

факта ничтожности различия прогибов рельса между шпалами и над ними (абсолютно не свыше 3,3 мм., т.е. менее 10%), обнаружение оседания землияного полотна и даже грунта на глубину до 7,4 м., наконец, выяснение влияния соседних грузов на работу верхнего строения под расматриваемыми колесами.

Значения коэффициента балласта или, правильнее, постели шпал, т.е. груза в кгр., необходимого для погружения площадки в 1 см^2 на глубину 1 см в толщу балласта (учитывая и упругую сжимаемость нижележащих ^{эка} слоев полотна и грунта) получились 3-6 $\frac{\text{кгр}}{\text{см}^2}$; наибольшие прогибы рельсов 4 мм., боковые отклонения 1,7 мм., вращение рельса до $46'$, давление от рельса на шпалу около 0,4 от давления стоящего над ней колеса, наибольшая случайная перегрузка колеса 35%, разгрузка - 37% от статической нагрузки.

Многочисленные наблюдения были произведены и опубликованы в начале 1900 годов американским инженером Дидлеем (Dudley), непосредственно определявшего напряжения от изгиба в рельсах с помощью своего стрелматографа.

Идея этого прибора состояла в том, чтобы измерять изменение длины продольных волюков на нижней поверхности рельсовой подошвы. С этой целью к подошве рельса прикреплялась одним концом пластинка, которая на другом конце имела острье, соприкасавшееся с бронзовой линейкой, подвижной в направлении поперек рельса. При движении линейки край ее остается

в неизменном расстоянии от некоторой точки от подошвы рельса.

При изгибах рельса, когда подошва его удлиняется, эта последняя точка отдаляется от точки прикрепления пластинки, а при укорочении подошвы, — приближается. Если продвинуть линейку при свободном рельсе, то острие прогертит на ней прямую, когда же рельс начнет изгибаться под некоторой подвижной нагрузкой, — острие прогертит на движущейся линейке кривую, ординаты которой дадут величины λ удлинений или укорочений волокна, длина которого равна расстоянию l между закрепленным концом пластинки и острием. Найдя $\lambda/l = \epsilon$ относительное удлинение и зная модуль упругости рельсовой стали, найдем напряжение $\sigma = E\epsilon$ для различных положений подвижной нагрузки.

Как явствует из описания стрессматографа, в нем также отсутствуют гасители, инерция которых могла бы вносить какую-либо погрешность в производимую запись.

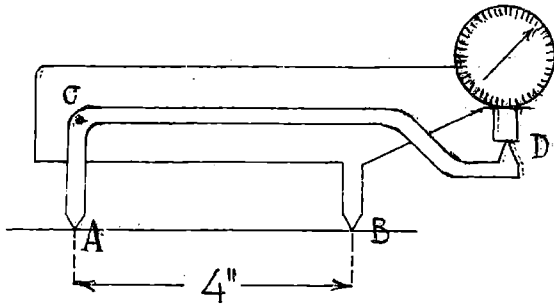
В 1914 году в Америке учреждена была Специальная Комиссия по исследованию напряжений в элементах железнодорожного пути, поставившая весьма широко наблюдения над этими напряжениями. Так, согласно опубликованному в 1920 г. отчету, одних наблюдений над напряжениями в рельсах произведено было свыше 250 000.

Наблюдения производились на нескольких опытных участках с разными типами верхнего строения и подвижного состава и со скоростями

мы от 5 до 60 миль в час ($8-97 \frac{\text{км}}{\text{час}}$). Осевая нагрузка на ровозов доходила до 34 коротких тонн (31 метрическая тонна).

В качестве измерительных приборов применялись:

1. Рычажный измеритель удлинений.



Металлическая станина имеет жесткую ножку B и подвижную A, представляющую собой шего ломанного рычага,

упирающегося длин-

ным плечом в стержень указателя, отмеряющего стрелкой на циферблате изменения высоты точки D. Если установить острия A, B в углубления, выверенные в ненапряженном рельсе, то при удлинении волокна, соответствующего точкам A, B, стрелка циферблата отмерит величину удлинения. При статическом действии нагрузки пользование прибором проще, чем стреломатографом, но при динамическом действии показания его искажаются.

2. Усовершенствованный стреломатограф.

В отличие от первоначального прибора Дедлея, стреломатограф Камминс производит запись на вращающемся закопченном стеклянном диске, поставленном вертикально, при тем каждый прибор снабжен двумя дисками для записи удлинений соответственных волокон правой и левой стороны рельса, благодаря чему выясняется влияние внецентренного

применения нагрузки к рельсу.

3. Фотографический аппарат.

Комиссия отказалась от применения приборов типа Аста, инж. Восточинского, требующих, по ее мнению, постоянного источника света и сложного проявляющего. Фотографический метод применялся в более простой форме. В 10 футах от пути ставилась камера с моментальным затвором в $\frac{1}{1000}$ сек. На шейку рельса наклеивались герметичные бумажки с белыми крестами, и на одну и ту же пластинку производили два снимка: до поезда, и при самом проходе паровоза (помощью автоматического замыкания тока). На фотографии рельса получался ряд вертикальных линий, пересеченных каждая двумя горизонтальными. Измеряя их расстояния и расположение под микроскопом, получали картину изгиба рельса на протяжении около 10'. Для большей длины ставились две камеры.

4. Кантовая давленна.

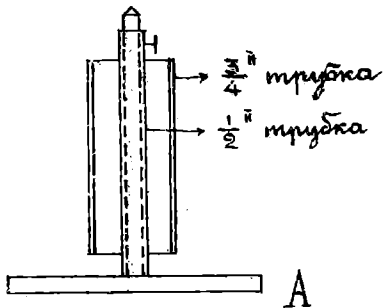
Для определения статических давлений в толще балласта или насыпи в них зарывалась кантовая давленна. Главную часть ее составляла цинковая коробка, закрываемая сверху стальной диафрагмой, которая прогибается под давлением на подобие коробки металлических барашков. Трости пластины воспринимаются системой рычажков, заключенных в коробке и передающих свое движение длинному горизонтальному стержню, проходящему внутри металлической трубки, предохраняющей стержень от придавли-

Затем земля. Свободный конец стержня передает свое движение, через посредство зубчаток, стрелке указателя. Т. о., если цинковую капсюлю зарыть в балласт, то можно судить по циферблату об изменении давления в балласте у капсюля.



Для быстрых изменений давления капсюль не выдвигается, благодаря инерции своих частей.

5. Для определения статических прогибов и погружений рельсов и шпал, а также депрессий в глубине балласта или полотна применялся уровень с микрометрическим винтом, при чем если требовалось



определить депрессию грунта на некоторой глубине, то в него зарывалась горизонтально крутая пластинка, в центре которой укреплена $\frac{1}{2}$ \"/>

такой длины, чтобы выйти на поверхность земли, а

чтобы устранить зажатие земли, весь стержень зажимается в другую более широкую ($\frac{3}{4}$ ") трубку.

Спущенные до настоящего времени отчеты дают громадный наблюдательный материал по вопросам о напряжениях и деформациях элементов верхнего строения пути в прямых и кривых участках при статической и динамической нагрузке от паровозов самых разнообразных типов. Большое внимание уделено при этом влиянию скоростей и противовесов.

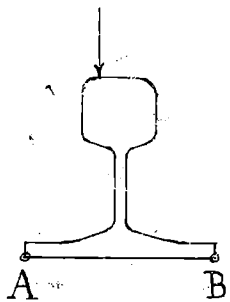
Наиболее важным результатом этих опытов следует признать блестящее подтверждение возможности рассматривать рельс теоретически как балку на сплошном упругом основании, а не на отдельных оседающих опорах, т.-е. пренебрегать разницей прогибов рельса между шпалами и над шпалой. Так, для рельсов 85 фт./п.я (42 кгр./п.м.) при расстоянии 22" (56 см) и щебеночном балласте высотой 24" (61 см), нагружено было под паровозом Mikado (1-D-1) с осевыми нагрузками около 27 метрич. тонн:

сжатие самой шпалы	0,05 см.
— " — балласта	0,15 "
— " — тела насыпи	0,15 "
прогиб рельса между шпалами	0,01 "
	<hr/>
	0,36 см.

Вообще, результаты исследований над статическим действием грузов (в покое и при 5 милях в час) вполне подтверждают теорию рельса на сплошном упругом основании как для действия одиночных нагрузок, так и системы их.

Средние величины наибольших статических напряжений в рельсах получились 1000—1200 кгр./см²

Наибольшие прогибы (средние) около 0,4 дм (0,1 см). С неизменноостью обнаружилось влияние на величины напряжений в рельсе внецентренности нагрузки. Разница



в напряжениях в точках А и В подотбы рельса доходила до 30% и даже до 75%. Часто также иногда замечаемы были доходившие до 20% разницы в напряжениях соседних рельсов от колес правой и левой стороны паровоза (конечно, в виде остатка по выделении действия

всех играющих роль факторов), причину которой установить пока не удалось.

Влияние скорости и противовесов на напряжения в рельсах выражено динамическими коэффициентами (отношение динамического напряжения к статическому). В общем, для большинства паровозов влияние противовесов на напряжение в рельсах при скоростях до 50-60 миль/час (80-97 км/час) оценивается 30-40% от напряжений при 5 миль в час. Влияние одной только скорости (за вычетом противовесов) составляло в среднем 15-27%, для отдельного же колеса до 35%. Общее влияние скорости и противовесов в среднем 30-53%, а под отдельными колесами 43-80% (иногда и выше).

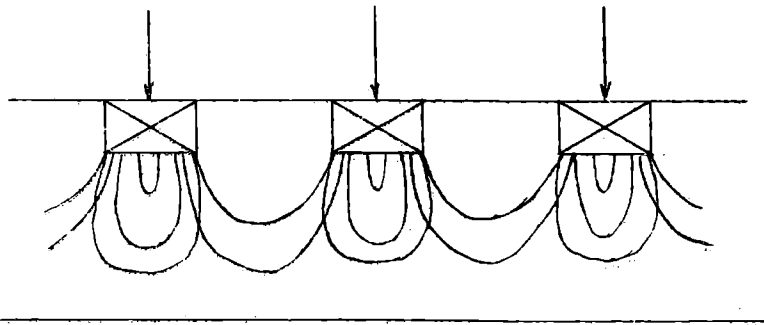
Наибольшие изгибающие моменты в шпалах определялись выгибанием кривых изгиба по точкам, снятым при помощи уровня с микрометром. Наибольшая кривизна, соответствующая максимальной моменту, наблюдается посредине шпалы и под рельсом. Величина этого момента, выраженная в

функции давления R , передаваемого от колеса на шпалу при помощи некоторого коэффициента пропорциональности K : $M = KR$, получаем по опытам

$$M = 4R - 5R, \text{ если } R \text{ выражено}$$

в фунтах, M - в фунто-дюймах. (В метрической системе это дает $M = 10R - 12R$ килограммо-сантиметров). Величина R давления на шпалу от колеса получалась приблизительно делением половины статической нагрузки колеса на число шпал между соседними колесами.

Из результатов, полученных для напряжений в балласте интересно отметить, во первых, что



наибольшие напряжения в балласте обнаружены, как и следовало ожидать, и в под самой подошвой шпал,

а на глубине 3-4 дм. под ней. Кроме того, если имеется ряд шпал, подвергнутых одинаковым вертикальным нагрузкам, то очертание кривых равного напряжения имеет вид, показанный на герметже, и на глубине, приблизительно равной расстоянию между шпалами, вертикальные давления в толще балласта оказываются приблизительно постоянными.

Величина коэффициента балласта составляет, в среднем, около 3 кг/см^3 .

Кроме этих опытов Американской Комиссии, теоретическая разработка которых, конечно,

со временем даст еще не мало интересных выводов, эти же опыты, производившиеся с 1907 года также в Америке (по Пенсильванской ж. д) инженером Гиббс и имевшие целью оценку бокового воздействия различных типов паровозов и электровозов на путь в кривой. Для сего в кривой укладывались между обильными деревянными шпалами, специальные металлические, не имевшие шурупов, препятствующие боковому отодвижению рельса. На шпалах укреплялись стинки листового железа, в которых отодвигаемой рельс выдавливал углубления (как в способе Дартонеля) позволявшие составить суждение об интенсивности действовавших горизонтальных сил. Выдавливания при проходе паровоза 2-B-1 с возвышением ц. т. 1,85 м. составили, при скорости $154 \frac{\text{км}}{\text{час}}$, около 0,26 мм.; для электровоза же 0-B-B-0 с возвышением ц. т. 1,07 м. оказались, при скорости $103 \frac{\text{км}}{\text{час}}$, достигающими до 1,25 мм.

Подобные же опыты (над паровозами) повторены были в Англии на линии Лондон - Брайтон инженером Биллитон.

Г. Расчет верхнего строения

пути.

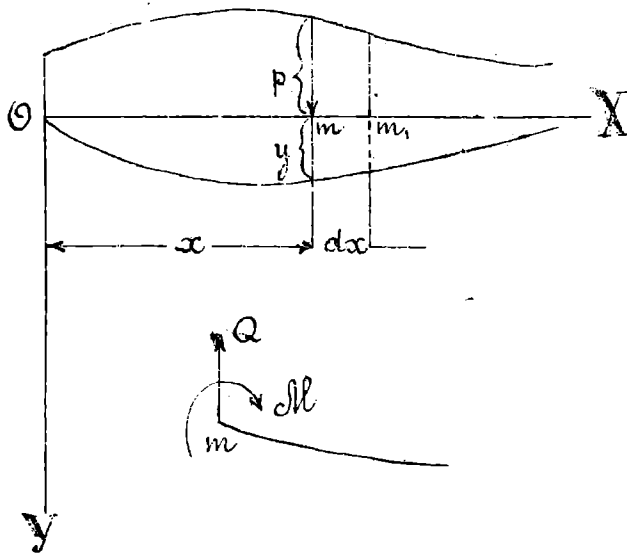
Теория изгиба бруса на сплошном упругом основании. Статический расчет. Нормы прогнози. Динамический расчет верхнего строения пути. Местные напряжения.

В предыдущей главе были подчеркнуты те выводы наблюдений, которые позволяют принимать рельс за балку на сплошном упругом основании, пренебрегая ничтожными местными прогибами в пролетах между отдельными шпалами. Такое пренебрежение, как мы видели, в крайних случаях внесло в расчеты погрешность, меньшую 10% (вообще же значительно ниже) лежащую, конечно, за пределами точности тех опытных норм и числовых коэффициентов, которыми приходится оперировать при расчете верхнего строения пути. Простые сравнительные подсчеты также доказывают с очевидностью, что указанная погрешность составляет в среднем не свыше 2%.

Между тем, рассматривая рельс как брус на сплошном упругом основании, мы, как это будет показано, можем без труда учитывать действие на него системы грузов и, кроме того, попутно возможность простого подхода к изучению динамических воздействий подвижной нагрузки.

Напомним, что если прямой брус OX из:

Бается сплошной вертикальной нагрузкой $p = p(x)$, то, при показанном на черт. расположении координатных осей и направлении положительных поперечных сил Q и изгибающих моментов M , основное уравнение изогнутой оси бруса дает



для сечения x :

$$EJy'' = -M$$

$$EJy''' = -\frac{dM}{dx},$$

Но $dM = Q dx - (p dx) \frac{dx}{2}$, поэтому

$$EJy''' = -Q$$

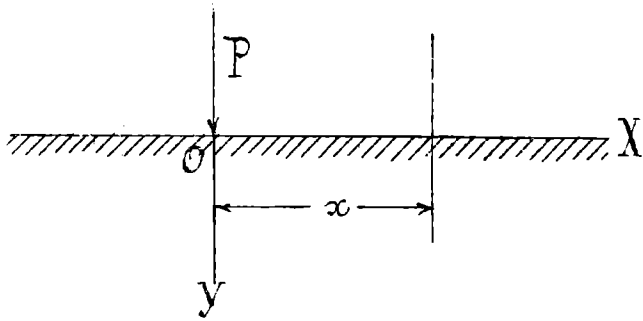
$$EJy^{IV} = -\frac{dQ}{dx}$$

Но $dQ = -p dx$, поэтому

$$EJy^{IV} = p.$$

Пусть теперь имеется призматическая балка на сплошном упругом основании, податливость которого характеризуется коэффициентом пропорциональности k , выражающим силу, потребную для погружения погонного элемента балки длиной l см. на глубину 1 см., или k кг/см². Т.е., если этот элемент балки погружится на глубину y , то

при этом упругое основание проявит навстречу такому погружению упругую реакцию $p = -ky$. Если



на такую балку действует вертикальный груз P , то, располагая оси координат, как показано на черт., мы для любого сечения балки

в x будем иметь:

$$EJy'' = -M$$

$$EJy''' = -Q$$

$$EJy'''' = p,$$

где p , по предыдущему, есть интенсивность действующей на балку сплошной нагрузки. В нашем случае такой нагрузкой является упругая реакция постели $-ky$, а потому

$$EJy'''' = -ky.$$

Это линейное уравнение и является дифференциальным уравнением изогнутой оси бруса на сплошном упругом основании. Если обозначить

$$\alpha = \sqrt[4]{\frac{k}{4EJ}}$$

(величина α выражается в $1/\text{см}$ и составляет для рельсового пути обычно около $0,01 \text{ см}^{-1}$), то общий интеграл этого уравнения будет:

$$y = C_1 e^{-\alpha x} \cos \alpha x + C_2 e^{-\alpha x} \sin \alpha x + C_3 e^{\alpha x} \cos \alpha x + C_4 e^{\alpha x} \sin \alpha x$$

Предположим, что длина бруса бесконечно велика. Тогда постоянные $C_{1,2,3,4}$ определяются из условий (для положительной ветви кривой):

$$x = \infty, \quad y = 0$$

$$x = 0, \quad y' = 0$$

$$x = 0, \quad Q = -EJ y''' = -\frac{P}{2}$$

Из первого условия получаем $C_3 = C_4 = 0$; из второго $C_1 = C_2$, наконец, третье, после некоторых простых преобразований, дает прогиб:

$$y = \frac{P\alpha}{2k} e^{-\alpha x} (\cos \alpha x + \sin \alpha x) = \frac{P\alpha}{2k} \eta,$$

$$\text{где } \eta = e^{-\alpha x} (\cos \alpha x + \sin \alpha x) = \sqrt{2} e^{-\alpha x} \cos\left(\frac{\pi}{4} - \alpha x\right)$$

Двукратным дифференцированием находим далее момент M в сечении x :

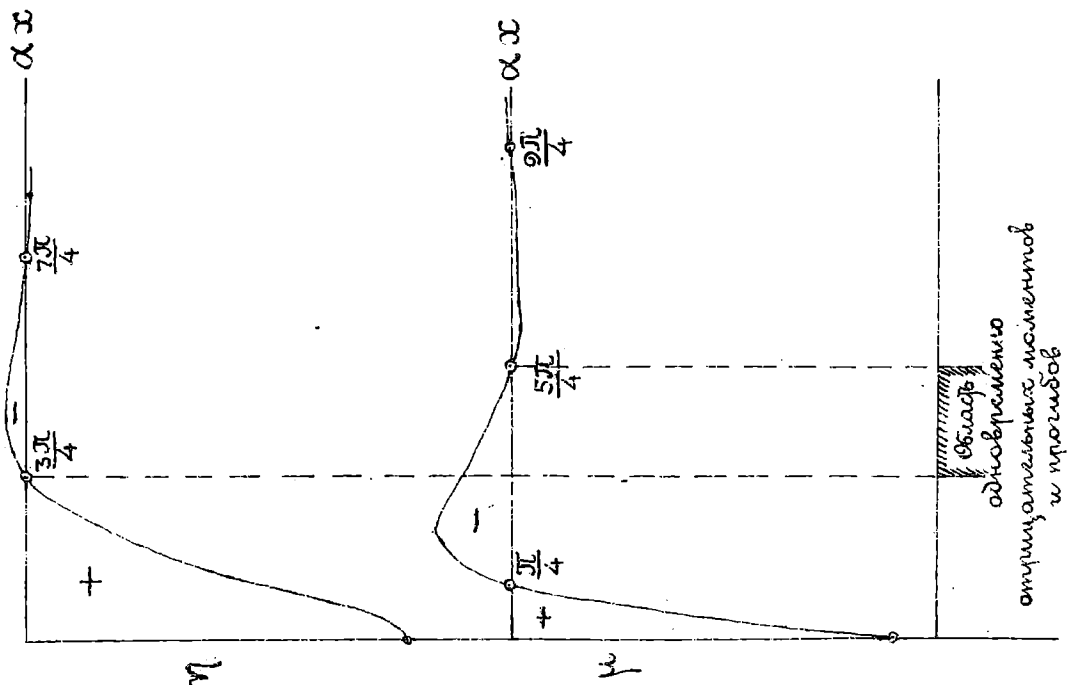
$$M = \frac{P}{4\alpha} e^{-\alpha x} (\cos \alpha x - \sin \alpha x) = \frac{P}{4\alpha} \mu;$$

$$\text{где } \mu = e^{-\alpha x} (\cos \alpha x - \sin \alpha x) = \sqrt{2} e^{-\alpha x} \sin\left(\frac{\pi}{4} - \alpha x\right).$$

Формулы для y и M показывают, что прогиб и момент в расстоянии x от точки приложения груза быстро убывают по мере увеличения x , при чем упругая линия приобретает волнообразную форму. Такой результат предполагает за упругим основанием свойство проявлять упругое противодействие не только погружением бруса, но и поднятием его; этого обстоятельства мы еще коснемся, говоря о применении теории к расчету рельсового пути. Наибольшие значения прогибов и момен-

тов колеблются под грузом; в обе стороны от него ординаты кривых η и μ изменяются одинаковым образом. Следующая таблица и график дают закон изменения η и μ в функции аргумента αx :

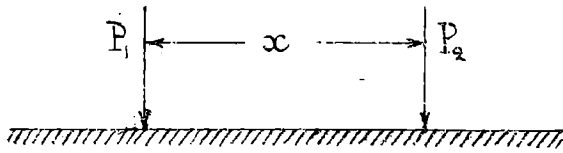
αx	η	μ	αx	η	μ
0	1	1	2	.067	-.179
.2	.965	.640	$\frac{3\pi}{4}$	0	-.134
.4	.878	.356	2.5	-.017	-.115
.6	.763	.143	3	-.042	-.056
$\frac{\pi}{4}$.645	0	π	-.043	-.043
.8	.635	-.009	3.5	-.039	-.018
1	.508	-.111	$\frac{5\pi}{4}$	-.028	0
1.2	.390	-.172	4	-.026	.002
1.4	.285	-.201	$\frac{3\pi}{2}$	-.009	.009
$\frac{\pi}{2}$.208	-.208	5	-.005	.008
1.6	.196	-.208	$\frac{7\pi}{4}$	0	.006
1.8	.123	-.198	6	.002	.003



П.о.

$$y_{\max} = \frac{P\alpha}{2k}; \quad M_{\max} = \frac{P}{4\alpha}.$$

Если бесконечно длинный брус подвергается действию двух грузов P_1, P_2 , находящихся в расстоянии x друг от друга, то легко видеть, что, напр.,



прогиб и момент под грузом P_1 будут соответственно:

$$y_1 = \frac{P_1\alpha}{2k} + \frac{P_2\alpha}{2k} \eta(x)$$

$$M_1 = \frac{P_1}{4\alpha} + \frac{P_2}{4\alpha} \mu(x)$$

Если значение x достаточно велико, т.е. $\eta(x), \mu(x)$ становятся отрицательными, то влияние соседнего груза становится разгружающим. Вообще, при действии системы грузов прогиб и моменты под некоторыми колесами:

$$y = \frac{\alpha}{2k} \sum P \eta$$

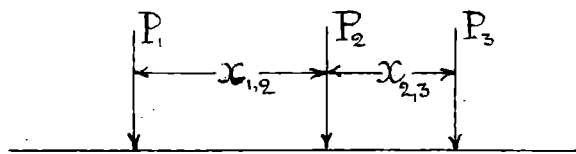
$$M = \frac{1}{4\alpha} \sum P \mu,$$

где под знаком \sum включены и нагрузки рассматриваемого колеса, значения же η, μ вычислены или взяты из таблиц для положительных аргументов αx .

При действии на брус системы грузов, расположенных не слишком далеко друг от друга, брус на всем протяжении между крайними грузами оказывается прижатым к основанию, и только за пределами системы грузов может по-

лунить стремление оторваться от него. Это обстоятельство оказывается весьма благоприятным для применения к расчету рельса изложенной теории изгиба бруса на сплошном упругом основании, т. к. хотя теория эта и приписывает основанию бруса свойство оказывать упругое противодействие не только просадке бруса, но и поднятию бруса вверх, однако, всегда имеющее место действие системы близко расположенных грузов дает в результате, что как раз на всем протяжении между крайними грузами и даже на некоторых расстояниях в сторону от них, свойству этому не приходится проявить себя на самом деле, и потому законность применения теории сохраняется.

Очевидно, в смысле облегчения работы рельса и балласта выгодно, чтобы грузы, соседние рассматриваемому, давали отрицательные прогибы и моменты, иначе говоря, чтобы для них $\eta < 0$ и $\mu < 0$. Имея в виду быстрое убывание численных значений обеих этих функций практически вполне достаточно рассматривать влияние только двух соседних рассматриваемому грузов, напр. для P_2 рассматривать влияние P_1



и P_3 . В этом случае диаграмма функции η и μ позволяет

для каждого типа верхнего строения, характеризуемого постоянной $\alpha = \sqrt[4]{\frac{K}{4EJ}}$, ограничить область значений αx , для которых влияние соседнего груза оказывается благоприятным в смысле уменьшения напряжений и в балласте и в рельсе.

Такое построение может иногда оказаться полезным для соображений о том или ином размещении осей локомотива.

Для рельсового пути величина k определяется следующим образом. Если ширина шпалы a , длина b , расстояние между осями шпал l , коэффициент балласта C , то, очевидно, приняв рельс за балку на сплошном упругом основании можем считать, что отрезок рельса протяжением l , опирается на площадь поперечной $\frac{ab}{2}$, значит на единицу длины рельса приходится площадь $\frac{ab}{2l}$. Для погружения этой площади на глубину 1 см. требуется очевидно, сила $k = \frac{abC}{2l}$ $[k] = \text{кг/см}^2$

Если вместо l дается число n шпал на версту, то в таком случае, если a и b выражены в саженьях,

$$k = \frac{(2,134)^2 ab (0,9374 n) C}{2 \cdot 1000 \cdot 100} = 0,213 abn C.$$

Если выразить a в вершках и положить $b = 1,25$ саж., то получим

$$k = 0,00554 an C.$$

Величина k лежит обычно в пределах между 100 и 300 кг/см^2 .

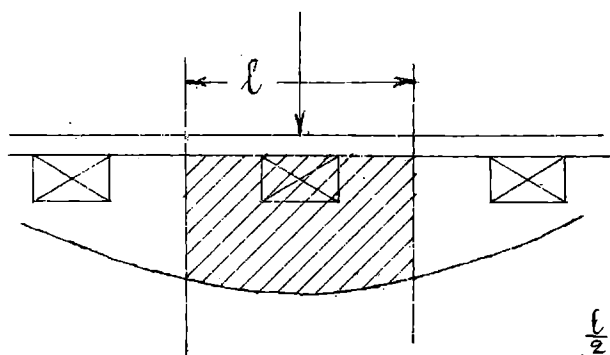
Ширина шпалы a чаще всего бывает 5-6 вершк. Хотя более постельные шпалы дают и большие значения k , однако практически следует учитывать это обстоятельство лишь в тех случаях, когда увеличение ширины шпалы сопровождается и соответственным утолщением ее, т.к. в противном случае прочность пути, оцениваемая условным статическим расчетом на вертикальные грузы, не повышается в горизонтальном направлении (поперек пути). Кроме того,

при ширине постели штап более 6 вершков уже затрудняется равномерная подбивка штапы, тем косвенно уменьшается значение коэффициента балласта C . Поэтому в некоторых случаях представляется возможным вводить в формулу для k постоянное значение a , напр., 6 вершков, считая, что практически пластинчатая постельчатая штапа эквивалентна $5\frac{1}{2}$ -6-вершковой округлой. При этом получается

$$k = \frac{pC}{30}$$

Что касается величины C , то хотя для нее установлены постоянные значения ($3 \frac{кг}{см^2}$ для балласта из мелкого песка на полотне, подвергающемся прасадкам; 4 - для мелкого балласта на устойчивом полотне, или для щебеночного на менее удобовообразимом полотне; 5 - для щебеночного балласта на коротком полотне), однако, не говоря уже об изменчивости C в зависимости от величины u при самом погружении штапы, - податливость балласта существенно зависит от степени подбивки, которая, в свою очередь, при очень густом расположении штап, при прочих равных условиях, несколько уменьшается, вследствие узости „щучков“ между гранями соседних штап. И.о. справедливо παραδειγματικό замечание инженеров - практиков, что при сплошном штапном настле, как и полном отсутствии штап ~~уже~~ становится одинаково невозможной.

Если известен закон изменения ординат упругой кривой, то нетрудно видеть, что давление, передаваемое от рельса одной поперечной, пропорционально замкнутой площади (см. черт. стр. 83)



упругой кривой и равно

$$R = \int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} k y dx = k l y_0,$$

где y_0 есть средняя величина ординаты упругой кривой, практически очень мало отличающаяся от y_{max} под шпалой. Поэтому с небольшим запасом удобнее будет считать

$$R_{max} = k l y_{max}$$

Величина изгибающего момента в шпале достигает максимума посредине и под рельсами. Если бы подбивка балласта по длине шпалы производилась равномерно, то нетрудно было бы определить постоянные $C_{1,2,3,4}$ в общем выражении ординаты упругой кривой, удовлетворяющие условиям на концах шпалы и под рельсам. Но, в действительности, подбивка балласта производится сильнее под рельсами, слабее по концам и по середине, а потому закон изменения сопротивляемости постели шпалы по длине ее совершенно неизвестен, и для наибольших изгибающих моментов в шпале можно пользоваться пока лишь полуэмпирической зависимостью:

$$M' = A R,$$

где $A = 10-12$ см., согласно изложенному в предыдущей

главе.

Если назовем напряжения в рельсе, балласте и шпале соответственно σ_1 , σ_2 , σ_3 ; моменты сопротивления рельса W , шпалы W' , то

$$\sigma_1 = \frac{M_{\max}}{W}$$

$$\sigma_2 = \sigma_{y \max}$$

$$\sigma_3 = \frac{M'_{\max}}{W'}$$

Наибольшие допускаемые статические напряжения при использовании этими формулами могут быть приняты:

$$R_1 = 1200 \text{ кг/см}^2$$

$$R_2 = 2,5 \text{ —}$$

$$R_3 = 100 \text{ —}$$

Кроме того, допускаемое среднее статическое напряжение на смятие шпалы, по Васюткинскому, не должно превышать 25-30 кг/см².

Остановимся несколько подробнее на формуле для σ_1 . Входящее в нее значение $M = \frac{1}{4\alpha} \sum P \mu$, поэтому

$$\sigma_1 = \frac{\sum P \mu}{4\alpha W} = \frac{1}{4} \sqrt[4]{\frac{4\epsilon}{\kappa}} \frac{\sqrt[4]{J}}{W} \sum P \mu$$

Для одного груза

$$\sigma_1 = \frac{1}{4} \sqrt[4]{\frac{4\epsilon}{\kappa}} \frac{\sqrt[4]{J}}{W} P.$$

Величины κ , J входят в эти выражения под знаком корня 4 степени, поэтому изменение их ма-

отражается на σ_1 .

Заметим, что, благодаря подобию фигур поперечного сечения большинства Финляндских рельсов, можно считать, что момент инерции рельса пропорционален квадрату его площади (или, что тоже, квадрату веса q погонной единицы рельса), а момент сопротивления пропорционален полуторной степени площади сечения (или $q^{3/2}$). Поэтому отношение $\sqrt[4]{J}/W$ обратно пропорционально площади сечения или q^{-1} . П.о., вводя некоторый коэффициент пропорциональности β , имеем:

$$\sigma_1 = \beta \sqrt[4]{\frac{\epsilon}{n\epsilon}} \frac{P}{q}$$

Для русских профилей отношение

$$\sqrt[4]{J}/W = \approx 5/4q ; \beta = \frac{1}{4} \sqrt[4]{120} \cdot \frac{5}{4} = 1,183.$$

Для заграничных (европейских):

$$\sqrt[4]{J}/W = \approx 4/3q ; \beta = \frac{1}{4} \sqrt[4]{120} \cdot \frac{4}{3} = 1,261,$$

при тем q выражено в $\text{кг}/\text{м.м.}$ Положив $\epsilon = 2200000 \frac{\text{кг}}{\text{см}^2}$, найдем для русских условий

$$\sigma_1 = \frac{45,6P}{q \sqrt[4]{n\epsilon}}$$

а для европейских:

$$\sigma_1 = \frac{49P}{q \sqrt[4]{n\epsilon}},$$

при тем в последней формуле n обозначает число шпал не на версту, а на километр.

В обычных пределах изменения $n\epsilon$ значение

$$\sqrt[4]{n\epsilon} = \approx \frac{n\epsilon + 16000}{2550}, \quad \text{а потому для русских и для европейских условий}$$

получаем соответственно:

$$\sigma_1 = \frac{58100000}{nE+16000} \left(\frac{2P}{q} \right),$$

$$\sigma_2 = \frac{62000000}{nE+16000} \left(\frac{2P}{q} \right),$$

при тем же осевой нагрузке ($2P$) выражена в тоннах, напряжения — в $\text{кг}/\text{см}^2$.

Если допускаемое напряжение $\sigma_1 = 1200 \text{ кг}/\text{см}^2$ и коэффициент балласта $E = 4 \text{ кг}/\text{см}^2$, то, при заданной осевой нагрузке ($2P$) тонн и заданном числе n шпал, для русских и, соответственно, для европейских условий потребуются рельсы весом $\text{кг}/\text{п.м.}$

$$q = \frac{12000}{n+4000} \cdot (2P),$$

$$q = \frac{13000}{n+4000} \cdot (2P).$$

Интересно сравнить эти формулы с эллиптическими формулами Фламанна, Ван-Дейка и завода Брандвина.

По Фламанну

$$q = 2(2P) + 12$$

По Ван-Дейку

$$q = 2(2P) + 10$$

(и кроме того расстояние в сантиметрах между осями шпал $l = 155 - 5 \cdot (2P)$).

Наконец, правдо завода Брандвина: „каждо 10 фунтов веса на ярд рельса (при не менее, чем 14 шпалах на 30 фунтовое звено) в состоянии выдерживать

нагрузку 3000 фунтов на колесо, — в переводе на метрические меры это дает соотношение:

$$q = 1,84 \cdot (2P)$$

(при не менее чем 1600 шпалах на версту).

Наша формула для русских условий, полагая в ней $\varepsilon = 5$, $n = 1600$, $\sigma_1 = 1200$ дает почти такое же соотношение:

$$q = 1,96 (2P).$$

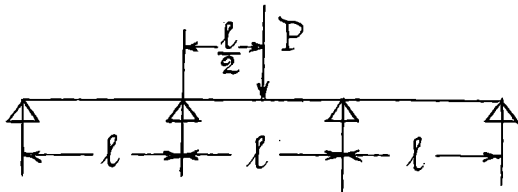
Формулы для M_{\max} и R_{\max} иногда выражают не через упругие характеристики α , κ , но через величину $\gamma = \frac{6EJ}{l^3 D}$, где буквою D обозначают значение давления R , приходящегося на поперечную при погружении её на глубину 1 см., т.е. $D = \kappa l$. Если при этом учитывать и изгиб самой шпалы, то приходится ввести еще некоторый коэффициент уменьшения (около 0,9), т.е. вообще $D = 0,9 \kappa l$. Припоминая, что для загруженной посредине балки пролетом $2l$ на двух опорах стрела прогиба $y = \frac{1}{48} \frac{F(2l)^3}{EJ}$ и что, следовательно, для погружения стрелы в 1 см. потребна сила $F = \frac{6EJ}{l^3}$, получаем физическое истолкование коэффициента $\gamma = \frac{F}{D}$; как отношения силы, требующейся для сообщения прогиба в 1 см. рельсу свободно лежащему на двух опорах, расстояние между которыми равно двойному расстоянию между осями шпал, к силе, необходимой для погружения поперечной в балласт на глубину 1 см. Обычные значения γ лежат в пределах 1-7.

Изгибающий момент и давление от рельса на шпалу выражаются через γ так:

$$M_{\max} = \frac{Pl}{4} \sqrt{\frac{2\gamma}{3}},$$

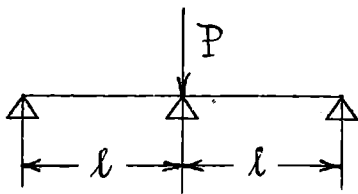
$$R_{\max} = \frac{P}{2} \sqrt[4]{\frac{3}{2\gamma}}$$

С помощью того же коэффициента γ выражается в теории балки на упругих опорах изгибающий момент и давление на опору. Для показанных на чертежах случаев действия одного груза имеем:



$$M = \frac{Pl}{4} \frac{8\gamma + 7}{4\gamma + 10}$$

(Формула Цзиммермана)



$$R = \frac{\gamma + 2}{3\gamma + 2} P$$

(Формула Шведлера).

Подобные же формулы были выведены и в предположении большего числа опор; для бесконечно большого числа опор они переходят в наши формулы.

Сравнение результатов тех и других формул даст расхождение не свыше 10%, мало существенную, если принять во внимание, что в обоих выводах не учитывается собственный вес рельсов со шпалами, вносящий в подсчет разницу до 5-15%.

Картина распределения напряжений в элементах верхнего строения пути, даваемая статическим расчетом, соответствует действительности, разумеется, только при небольших скоростях, да и то лишь при условии неизменяемости нагрузки P на колесо.

Между тем, нагрузка эта складывается для паровоза, как указывает Н. В. Ломоносов, из таких элементов:

$$P = \Pi + \text{ЖЗ} + Z_0 + Z_c + Z_p$$

В этой формуле значения букв такие:

Π — статическое давление колеса;

ЖЗ — произведение жесткости Ж рессоры на наибольшую „игру“ $\pm \text{З}$ рессоры вверх или вниз от нормального ее положения;

Z_0 — вертикальное воздействие на путь центробежной силой избыточного противовеса;

Z_c — вертикальное воздействие на путь сил инерции возвратно движущихся масс;

Z_p — вертикальная составляющая давления пара, передаваемого по шатуну.

Нижже мы увидим, какие дополнения должны быть сделаны к этой формуле, чтобы с ее помощью подойти к определению динамических воздействий подвижного состава на путь, пока же рассмотрим каждое из слагаемых формулы Ламоносова в отдельности, указывая попутно и практические способы их определения.

Π — статическое давление на колесо. Величина его в некоторых новейших американских паровозах доходит до 17 коротких тонн (15,5 метрич. тн.) Благодаря трению в рессорах и балансирах, различным осадкам пути под колесами и т. п., Π даже при постоющем локомотиве подвержено значительным уклонам от своего теоретического значения. Два последовательных взвешивания дают иногда давления на колесо, различающиеся до 10%.

ЖЗ — было уже указано, что жесткость Ж рессор

лежит обыкновенно в пределах между 50 и 200 $\frac{\text{мм}}{\text{мин}}$. Чаще всего встречаются значения 60-150. Углы рессор α может быть и положительной и отрицательной, наибольшая абсолютная величина α при наблюдениях в среднем оказывалась равной 18-20 мм, однако, в отдельных случаях (прохождение пути, крестовин, мостовых уравнивательных приборов и т. п.) иногда и несколько превышает этот предел. Наиболее употребительный способ отмерять амплитуду колебаний рессор состоит в укреплении на раме экипажа, рядом с буксой, свинцовой пластинки, а на самой буксе — итирты, делающего черту на пластинке; характер черты получается, обычно, такой:



жирная линия ab — след обычных колебаний в пути, и тонкая cd — след наибольших колебаний за данную поездку. Крае массовых опытов со свинцовой пластинкой Ю. В. Ломоносовым производимых также записи колебаний на ленте самопишущего прибора. Полученные данные показывают, что колебания рессор на перегоне обычно составляют ± 5 мм., доходя в отдельных местах до $\pm 12-15$ мм., иногда, как сказано выше, даже превышая ± 20 мм. Скорость и степень жесткости рессор, по опытам, не влияют заметно на величину α . При отсутствии опытных или обоснованных теоретических данных принято брать в качестве нормы, $\alpha = \pm 20$ мм.

Z_0 — влияние избыточного противовеса выражается в периодическом появлении (при каждом обороте колеса) перегружающей и разгружающей

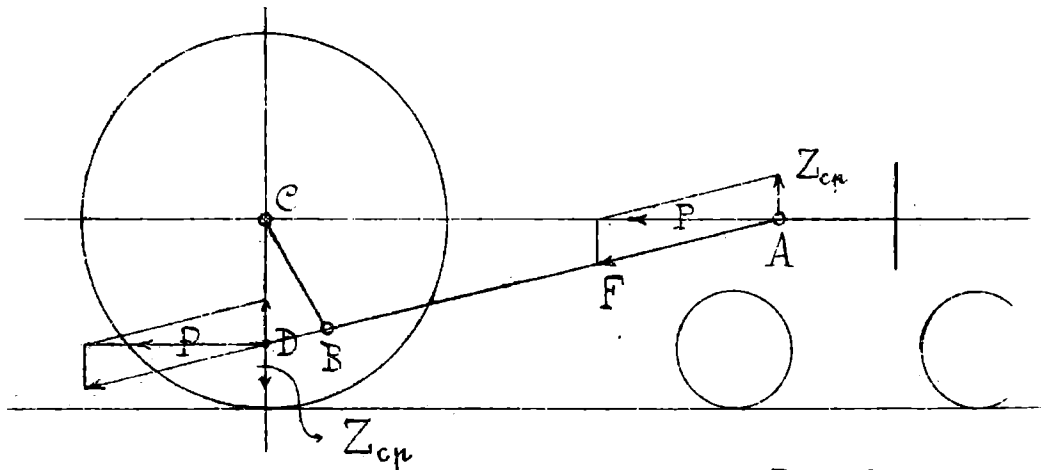
центробежной силы, максимальная величина которой равна $\pm m\omega^2 r$, где m есть приведенная к пугавке кривошипа масса избыточного противовеса, ω — угловая скорость колеса, r — радиус кривошипа. Ниже будет показано, что воздействие на путь периодически меняющихся моментов $Z_{0,с,р}$ усиливается еще и влиянием упругой податливости пути, не учтенной в формуле проф. Ломоносова. В гл. II уже указаны способы определения доли веса частей шатуна и спарников, подлежащей уравновешиванию. В существующих локомотивах вес, приходящийся от спарников на каждый палец кривошипа, определяется путем взвешивания на контрольных весах. Труднее обстоят дело с мотыльями и реальными противовесами, которые пронизаны спицами, не входящими в состав веса этих частей. Для определения объемов и центров тяжести этих частей Е. Нальтейном на Моск.-Каз. ж.д., а по его примеру и Ю. В. Ломоносовым при его опытах на Николаевской ж.д. применялся такой метод: скульптор в особой мастерской вылепляет из гипса на спицах в свободной части колеса, точную копию данного мотыля или противовеса, расчленяя вылепленную фигуру на отдельные части. Получившиеся слепки покрывались лаком, после чего погружались в воду, определялся объем каждой отдельной части. Для определения ц. т. мотыля или противовеса вырезаются из бристольского картона их фигуры, после чего ц. т. легко находится подвешиванием.

Z_c — знак выражающий влияние инерции

возвратно движущихся масс, являясь произведением неуравновешенной горизонтально дали их на ускорение, также в первом приближении пропорционален квадрату угловой скорости. Если учитывается конечная длина шатуна, то определение ускорения поршня удобно выполняется или с помощью выведенных нами в гл. II формул или графически (напр., способом Мора). Легко видеть, что период изменения Z_c служит времени $\frac{1}{2}$ оборота ведущего колеса.

Z_p — результат действия пара в цилиндре. Для определения Z_p обыкновенно пользуются индикаторными диаграммами, соответствующими данной скорости.

Алгебраическая сумма горизонтальных сил инерции и давления пара на поршень дает понятие горизонтальную силу P , которая в точке A разлагается на Z_{cp} и F . Приводя эту систему сил к

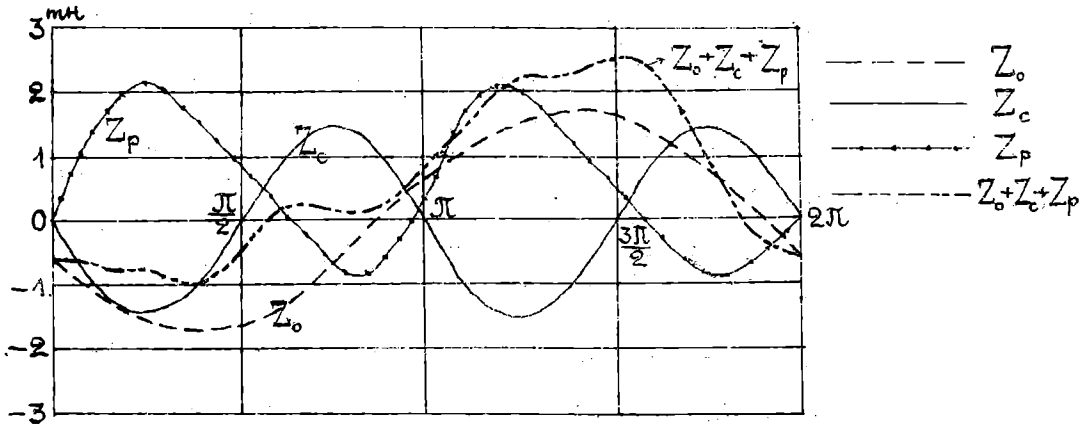


точке D пересечения линии шатуна AB с вертикаль CD , получаем вращающий момент $P \cdot CD$ и пару сил, при чем сила, приложенная в D , действуя на колесо прижимает его к рельсу, приложенная же в A , дей.

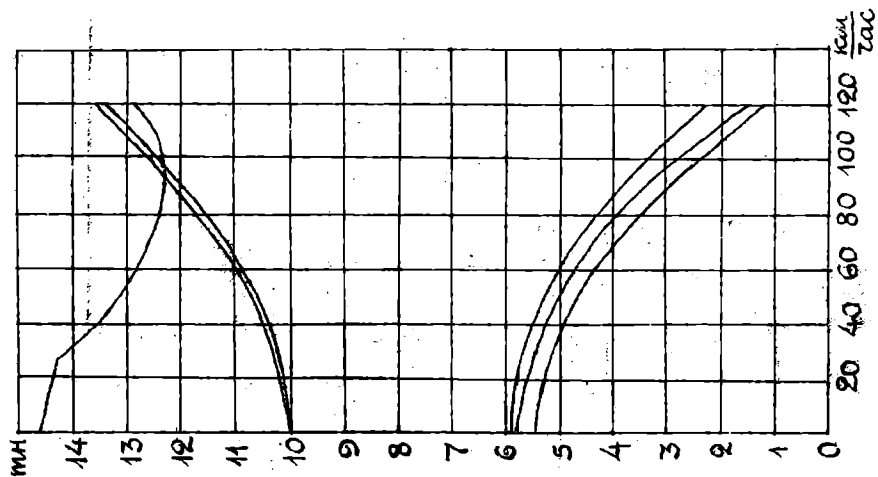
взяв через параллели на раму вызывает явления, рассмотренные в главе II. Понятно, что

$$Z_{c,p} = Z_c + Z_p$$

Приводим, в виде примера, кривые $Z_{o,c,p}$ и их суммарную для паровоза 1-С-1 (серия С):



Имея наибольшие и наименьшие значения вертикальных нагрузок от действия сил упругости рессор, инерции и пара, находим соответствующие значения Z_{max} и Z_{min} , по которым вычерчиваются помещаемые в „паспортах“ динамические кривые перегрузки и разгрузки колес. Общий вид такого паспорта изображен на прилагаемом гермете.



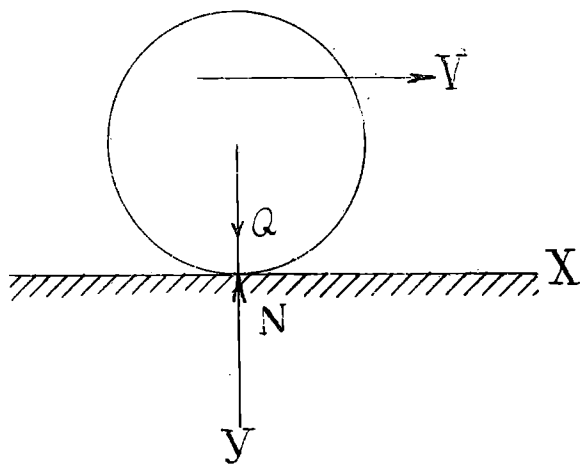
Кривая перегруза для ведущего колеса имеет овертанье, отличающееся от остальных, благодаря действию на него пара, при этом имеющийся на ней перелом (при $V = 25 \text{ км/час}$) отвечает перелому кривой силы тяги (по сцеплению и по котлу).

Отношение $\frac{Z_{max}}{\Pi}$ носит название динамического коэффициента и до некоторой степени*) характеризует степень воздействия перегруженного колеса на путь. Величина этого коэффициента колеблется в довольно широких пределах; для русского паровоза 1-С-1 (серия С) она равна 1,82; для уравновешенного 2-С-0 (серия У⁴) — 1,28. Столь же существенным является и отношение $\frac{Z_{min}}{\Pi}$ характеризующее разгрузку данного колеса, опасную в смысле схода с рельса. По американским нормам отклонения нагрузки от статической не должны превышать $\pm 60\%$.

Формула проф. Ломоносова составлена в предположении эпизода с идеально круглыми колесами, катящегося по неподатливому, идеально прямому пути. В действительности путь обладает упругостью, а колеса и рельсы во многих случаях отступают от кругового и прямолинейного очертания, ибо на тех и других нередко попадаются выбоины, — плоские места, углубления, иногда достигающие до 8 мм. глубины и даже более

*) только до некоторой степени, ибо, как уже указывалось, формула Ю. В. Ломоносова не учитывает влияния выбоин и упругости пути. Количественная оценка этих факторов — см. ниже.

Исследуем сначала влияние упругого оседания рельса. Пусть совершенно круглое колесо весом q (показат) катится по рельсу со скоростью V . На колесо пусть действует некоторая вертикальная сила Q , вообще функция времени, т.е. $Q = Q(t)$. Напишем дифференциальное уравнение для вертикальных перемещений (y) центра тяжести колеса. Если рельс под колесом опустился на глубину y , то вертикаль-



ная реакция N со стороны рельса на колесо будет, очевидно, равна и противоположна силе, вызвавшей прогиб y , т.е. определится из уравнения:

$y = \frac{N\alpha}{2\kappa}$; $N = \frac{2\kappa}{\alpha} y$.

Поэтому дифференциальное уравнение для вертикальных перемещений ц.т. колеса, пренебрегая инерцией рельса, будет:

$$\frac{q}{g} \ddot{y} = Q - \frac{2\kappa}{\alpha} y, \text{ или}$$

$$\frac{q}{g} \ddot{y} + \frac{2\kappa}{\alpha} y = Q.$$

Интеграл соответствующего уравнения без последнего члена есть

$$y = C \cos(nt + \nu), \text{ где}$$

$$n = \sqrt{\frac{2 \cdot 2\kappa}{q\alpha}} = \sqrt{\frac{g}{\lambda}}, \text{ если } \lambda = \frac{q\alpha}{2\kappa} \text{ обозна}$$

ет статический прогиб рельса под действием



собственного веса колеса.

Период собственных колебаний

$$T_0 = \frac{2\pi}{n} = 2\pi \sqrt{\frac{\lambda}{g}}$$

Величина T_0 лежит обычно между $\frac{1}{20}$ и $\frac{1}{25}$ сек.

Постоянные C и v определяются из начальных условий колебательного движения.

Ур-ние без последнего члена соответствует совершенно ориг. движению колеса, обладающего инерциальной массой, но невесомого; поэтому, чтобы ввести влияние собственного веса колеса и нагрузки, передаваемой через пружины, мы должны положить $Q = q(1+\beta)$, если β есть некоторый числовой коэффициент, выражающий отношение нагрузки, передаваемой колесу через пружины к весу самого колеса.

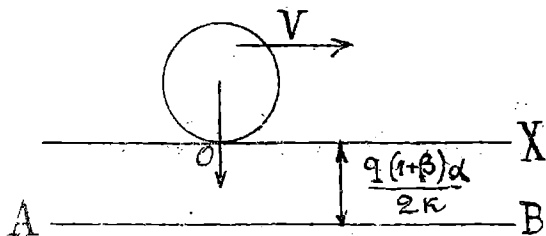
Частное решение дифф. ур-ния:

$$\frac{q}{g} \ddot{y} + \frac{2k}{\alpha} y = q(1+\beta)$$

есть

$$y_1 = \frac{q(1+\beta)\alpha}{2k} = \text{const.},$$

и оно указывает, что при $Q = \text{const.}$ рельс и под подвижной нагрузкой пре-

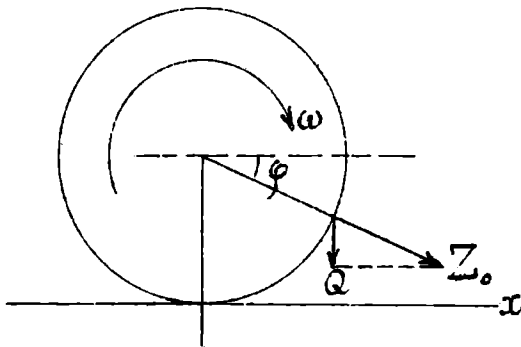


сегает однообразно, т.е. свободные колебания накладываются на прямую $AB \parallel OX$ лежащую ниже OX на

величину статического прогиба рельса под грузом $q(1+\beta)$. В действительности передаваемая пружинами нагрузка (α потому и β) меняется; благодаря к-

обанию пружины, но настолько медленно, сравнительно с колебаниями пружины, что изменчивостью этой можно пренебречь.

В случае действия на колесо переменной вертикальной силы, меняющейся по закону синуса или косинуса, напр., вертикальной составляющей центробежной силы избыточного противовеса:



$Z_0 = m\omega^2 r$,
каковая равна
 $Q = Z_0 \sin \varphi = Z_0 \sin \omega t$,
и м. б. приведена, по известным правилам, к центру колеса, — тогда дифференц. уравнение получит вид:

$$\frac{g}{\alpha} \ddot{y} + \frac{2\kappa}{\alpha} y = Z_0 \sin \omega t,$$

и частное решение его:

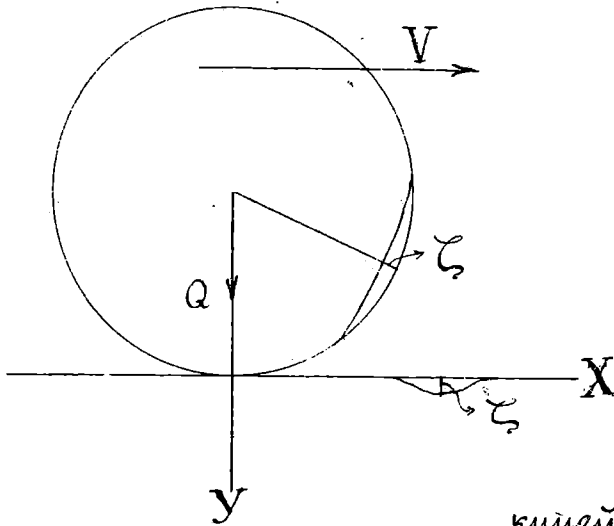
$$y_1 = \frac{Z_0 \sin \omega t}{\frac{2\kappa}{\alpha} - \frac{g}{\alpha} \omega^2} = \frac{Z_0 \alpha \sin \omega t}{2\kappa \left(1 - \frac{\lambda}{g} \omega^2\right)}.$$

В этом выражении множитель $\frac{Z_0 \alpha}{2\kappa}$ выражает влияние одного из пяти членов формулы проф. Ломоносова, но, как видим, он сопровождается еще переменным множителем, зависящим от упругости пути и от скорости. Если время оборота колеса есть T_0 , то $\omega^2 = \left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2$; кроме того $\frac{\lambda}{g} = (2\pi)^2 T_0$, поэтому

$$y_1 = \frac{Z_0 \alpha \sin \omega t}{2\kappa \left(1 - \left(\frac{T_0}{T}\right)^2\right)}.$$

При $|\sin \omega t| = 1$ второй множитель достигает своих

крайних значений, и колесо испытывает наибольшую нагрузку или перегрузку. При большом числе оборотов (напр. 300) величина $T_1 = \frac{60}{n} = \frac{60}{300} = \frac{1}{5}$ сек., т.е., если $T_0 = \frac{1}{20}$ сек., то $\frac{T_0}{T_1} = \frac{1}{4}$, $\frac{1}{1 - (\frac{T_0}{T_1})^2} = \frac{16}{15}$. И.о. для противовесов получается увеличение примерно на 7%. Но, напр., для сил инерции и пара периодом изменения является не целый оборот ведущего колеса, а половина его, т.е. $T = \frac{60}{n/2}$, что при $n = 300$ составит уже $\frac{1}{10}$ сек. Тогда $\frac{T_0}{T_1} = \frac{1}{2}$; $\frac{1}{1 - (\frac{T_0}{T_1})^2} = \frac{4}{3}$ — увеличение на 33%, с которым следует уже считаться.



Пусть на колесе и на рельсе имеется выбоина, глубина которой ζ отсчитывается по нормали к идеальному оертанию того и другого. Зная скорость V , мы можем считать величину ζ впаине известной функцией времени, т.е. $\zeta = \zeta(t)$.

С момента соприкосновения начала впадины колеса с рельсом вертикальное перемещение y т. колеса будет складываться из двух частей: прогиба рельса y и падения с высоты ζ . Поэтому дифф. ур-ние движения будет на этот раз такое:

$$\frac{q}{g} \frac{d^2(y+\zeta)}{dt^2} = Q - \frac{2\kappa}{\alpha} y,$$

или

$$\frac{q}{g} \ddot{y} + \frac{2\kappa}{\alpha} y = Q - \frac{q}{g} \ddot{\zeta}$$

И.о., к действующей на колесо вертикальной силе Q присоединяется еще сила инерции падения его с высоты ζ . Сила эта тем интенсивнее, тем больше q , а потому

Влияние выбоин особенно заметно, напр. в электровозах с моторами на оси и им подобных. При заданном овертанши впадины закон изменения $z(t)$ известен, и уравнение м.б. проинтегрировано. Численные подсчеты указывают, что влияние выбоины сказывается дополнительным прогибом рельса, составляющим некоторое кратное наибольшей глубины f выбоины, т.е.

$$y_{\max} = \beta f,$$

при чем β лежит в пределах между 1 и 2.

П.о., благодаря наличию выбоины возникает между рельсом и колесом реакция N , определяемая из ур-ния:

$$\beta f = \frac{Na}{2k};$$

$$N = \frac{2k\beta f}{a}$$

Соответствующий момент изгиба

$$M = \frac{N}{4a} = \frac{2k\beta f}{4a^2} = \beta f \sqrt{kEJ}$$

Напряжения в рельсе и в балласте:

$$\sigma_1' = \frac{M}{W} = \beta f \sqrt{kE} \frac{\sqrt{J}}{W}$$

$$\sigma_2' = Cy_{\max} = C\beta f$$

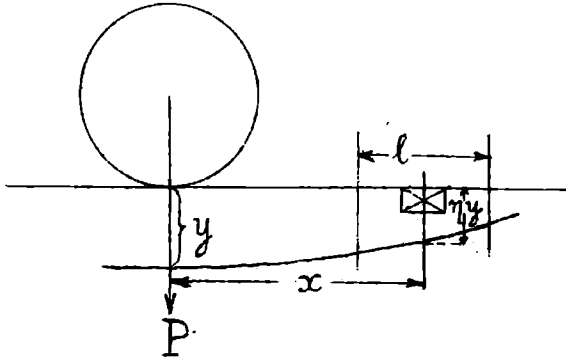
Сравним их с выражениями для статического действия одиночной нагрузки P :

$$\sigma_1 = \frac{P}{4} \sqrt[4]{\frac{4E}{k}} \frac{\sqrt[4]{J}}{W}$$

$$\sigma_2 = \frac{Pa}{2k} \cdot C$$

Утяжеление рельса оказывается полезным для уменьшения σ_1 , σ_1' и σ_2 , увеличение же k (жесткость основания), бывшее полезным при статическом действии нагрузки, оказывается невыгодным при выбоинах, увеличивая напряжение в рельсе.

Иследуем еще внимание на работу верхнего строения т. н. потайных толчков, сущность которых, как известно, состоит в том, что шпала, по той или иной причине (балласт не подбит, вымыл дождем и т. п.), не поддерживает рельса. Если „толчок“ находится в расстоянии x от груза P , то, называя y прогиб рельса под P , мы получим бы в сечении x прогиб ηy (где $\eta = e^{-\alpha x} (\cos \alpha x + \tan \alpha x)$), которому соответству-



ет приходящаяся на полшпалу реакция $R = \kappa l \eta y = \kappa l \eta \frac{Pa}{2\kappa} = \frac{P}{2} \alpha l \eta$. Устранение шпалы окажет на рельс действие, равносильное приложению в сечении x вертикальной силы Y , уничтожающей эту реакцию, т. е. действующей сверху вниз и дающей в точке ее приложения прогиб $\frac{Y\alpha}{2\kappa}$, вызывающий реакцию балласта на полшпалу:

ет приходящаяся на полшпалу реакция $R = \kappa l \eta y = \kappa l \eta \frac{Pa}{2\kappa} = \frac{P}{2} \alpha l \eta$. Устранение шпалы окажет на рельс действие, равносильное приложению в сечении x вертикальной силы Y , уничтожающей эту реакцию, т. е. действующей сверху вниз и дающей в точке ее приложения прогиб $\frac{Y\alpha}{2\kappa}$, вызывающий реакцию балласта на полшпалу:

$$R' = \kappa l \frac{Y\alpha}{2\kappa} = \frac{Y\alpha l}{2}$$

Эта реакция в действительности отсутствует, а потому

$$Y - R - R' = 0,$$

или

$$y - \frac{Pa\alpha l \eta}{2} - \frac{Y\alpha l}{2} = 0,$$

откуда

$$y = \frac{Pa\alpha l \eta}{2 - \alpha l} = P m \eta$$

Полный прогиб под колесом будет, очевидно:

$$\begin{aligned} y &= \frac{Pa}{2\kappa} + \frac{Y\alpha}{2\kappa} \eta \\ &= \frac{Pa}{2\kappa} (1 + m \eta^2). \end{aligned}$$

П. к. величина α близка к $\frac{1}{100}$ см., $l = 50-100$ см., то обычно $\frac{1}{2} < \alpha l < 1$, а потому $\frac{1}{3} < m < 1$. П. о, когда

колесо находится над „толчком“, $\eta^2 = 1$ и прогиб может вдвое превзойти обычно наблюдаемую величину.

Имея выражение для статического прогиба рельса под колесом при наличии толчка, легко составить и дифференциал. ур-ние для вертикальных перемещений колеса. Оно, очевидно, будет:

$$\frac{q}{g} \ddot{y} = Q - \frac{2\kappa}{\alpha(1+m\eta^2)} y$$

Если постоянная скорость колеса есть V , то $x = Vt$, и ур-ние легко м.б. проинтегрировано после замены переменной t через x , или αx . Числовые подсчеты указывают, что наибольшее давление колеса на рельс получается уже после прохода толчка и может в $1\frac{1}{2}$ - 2 раза превосходить статическую нагрузку.

Помимо всех прочих напряжений, в соприкосновении бандажа и рельса, которое происходит по небольшой площадке, приблизительно эллиптического очертания, возникают весьма значительные м.н. местные напряжения, играющие, несомненно, громадную роль в службе рельсов и бандажей.

Еще в семидесятых годах Н.П.Петровым произведены были на Николаевской ж.д. опыты, имевшие целью определение площадок соприкосновения паровозных бандажей и рельса. Опыты на Александровском заводе были поставлены следующим образом: паровоз, для определения статических нагрузок на оси, взвешиваясь (дважды), затем подымался над рельсами, колеса и рельсы тщательно очищались и на рельсы, в соответственных местах, клались тонкие оловянные пластинки и паровоз осторожно опускался на рельсы. Когда даши паровоз был поднят, то пластинки, в

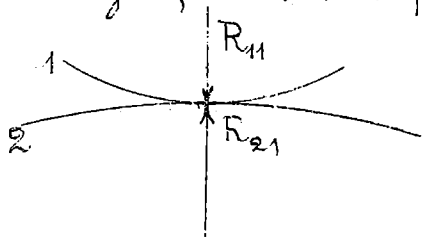
некоторой части их, оказались прилитыми к рельсу, кругом же этого места коробились, что служило указанием, что эта часть пластинки в передаче давления не участвовала. Путем измерения поперечных площадей и деления статической нагрузки на величину площади найдены были соответствующие напряжения в пределах от 4000 до 24000 (!) кг/см².

Аналогичные опыты производились несколько позднее в Америке инженером Бенкокком, который получил напряжения в пределах 2000-4000 кг/см². Такие

давления могут повлечь за собой значительные перенапряжения, вызвать образование местных сдвигов и отдельных трещинок, особенно опасных при ударной нагрузке, которой подвергаются рельсы и бандажи при своей службе. При плохой структуре металла нередко можно наблюдать и явления текучести с образованием выбоин и напылав. Многочисленные наблюдения показывают, что работающая поверхность рельса, долго лежащего в пути, делается более или менее волнистой („волнистый износ“ трамвайных рельсов с узкой головкой) и на головках их можно обнаружить, снятием верхнего слоя на $\frac{1}{10}$ мм. и протравкой, трещины глубиной до 8 мм.

Теоретическое решение задачи о местных напряжениях дано было Терцом, исследования которого выяснили, что при взаимном надавливании двух однородных тел существенную роль играет кривизна их поверхностей, характеризующая главным радиусом кривизны. Понятно, что тем меньше эти радиусы, тем меньше размеры площадки соприкосновения. Если обозначим поверхности номерами 1 и 2, а соот-

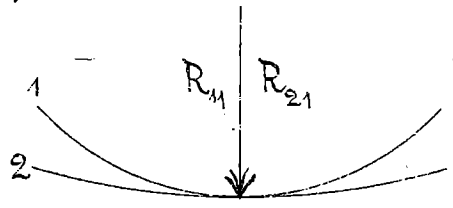
ветствующие главные радиусы кривизны буквами R_{11}, R_{12}



R_{21}, R_{22} , то при поверхностях, обращенных выуклостями друг к другу, сумма первых кривизн будет:

$$\frac{1}{R_{11}} + \frac{1}{R_{21}}, \text{ вторых } \frac{1}{R_{21}} + \frac{1}{R_{22}}$$

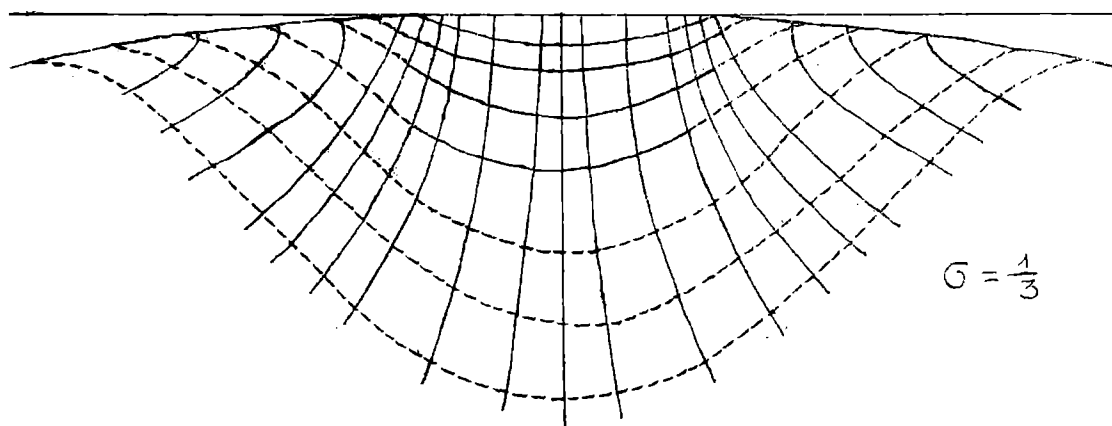
при поверхностях же, расположенных выуклостями



в одну сторону, те же суммы кривизн, характеризующие размеры площадок соприкосновения, будут (при $R_{11} < R_{21}$ и $R_{12} < R_{22}$):

$$\frac{1}{R_{11}} - \frac{1}{R_{21}}; \frac{1}{R_{12}} - \frac{1}{R_{22}}$$

Исследования задки Грца показывают, что наибольшие главные напряжения полукаются в центре площадки соприкосновения; однако здесь взаимно сдавленные гасици сжаты со всех сторон почти одинаково (всестороннее сжатие), а потому в этой области наибольшие касательные напряжения, обуславливающие прочность материала, невелики. По мере углубления в толщину сдавливаемого тела, а также и удаления в стороны от центра площадки к свободным краям ее, разности главных напряжений, а с ними и наибольшие касательные напряжения, возрастают и, как показывают исследования, оказываются максимальными 1) по контуру площадки и 2) под серединой площадки давления на глубине приблизительно полурадиуса контура площадки. В случае сдавливания шара и плоскости, траектории напряжений имеют такое описание:

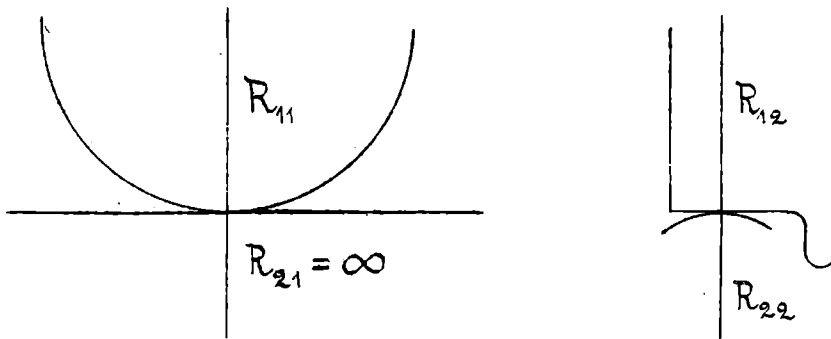


На герметже сжимающие главные напряжения подчеркнуты сплошными, растягивающие — пунктирными линиями. Как видно, под самой площадкой соприкосновения имеется область, в которой оба главные напряжения сжимающие и только углубившись в толщу сжимаемого плоского тела или отойдя к краям площадки могут быть наблюдаемы главные напряжения противоположного знака.

Результаты теории Герца прекрасно подтверждаются опытами над стеклянными и кременитовыми (под цилиндром) моделями с помощью оптического (поляризационного) метода изучения напряженного состояния тел. Оптический метод основан на связи между деформацией и хроматической поляризацией упругих тел и, в связи с применением цветного фотографирования, дает полную картину в красках напряженного состояния тела, при тем каждому напряжению отвечает свой цвет, располагающийся ординатно соседних в порядке последовательности в окраске Ньютоновых колец. Картина эта вполне подтверждает выводы теории о возникновении на

Большим касательным напряжениям по контуру „Берцовского пятнышка“ и на некоторой глубине под центром его, с расположением их под 45° к главным напряжениям, благодаря тому под самой точкой соприкосновения образуется род керна, внутри которого гаспичцы подвержены всестороннему сжатию, сам же он как бы врезывается в массу материала, производя трещинки по наибольшим сдвигам. Модем, над которыми производимые опыты, изготовлялись, между прочим, и в форме бандажа и рельса, благодаря тому к полученным результатам можно относиться с полным доверием.

При соприкосновении цилиндрического (и конического) бандажа к рельсу, головка которого очерчивается дугой радиуса 300-500 мм, один из главных радиусов кривизны обращается в бесконечность и форма



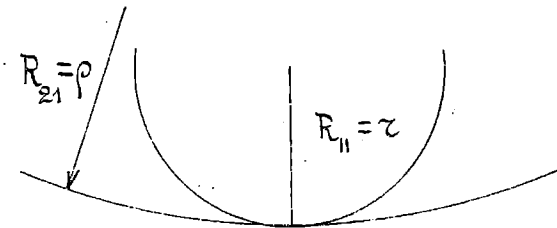
музы для определения наибольших касательных напряжений τ несколько упрощаются. Не останавливаясь на выводе их, укажем, что для обычно применяемых размеров колес и для рельсов, очерченных радиусом $R_{22} = 30$ см (типы Iа, IIа, IIIа), возможно пользоваться такою формулой:

$$2\tau \frac{\text{кг}}{\text{см}^2} = 1600 \sqrt[3]{\frac{P_{\text{кгр}}}{D_{\text{мм}}}}$$

где P — нагрузка на колесо, $D = 2R_{11}$ — диаметр колеса.

Как известно, это удвоенное наибольшее касательное напряжение не должно превосходить предела упругости рельсовой (и бандажной) стали, т.е. около 3500-3600 $\frac{\text{кгс}}{\text{см}^2}$. Из формулы для τ следует, что допускаемая, с точки зрения местных напряжений, нагрузка на колесо пропорциональна диаметру его, — важное указание для распределения нагрузок на ведущие оси и бегунки. Эта же формула указывает на сравнительно слабое возрастание τ от динамических колебаний нагрузки P , т.к. даже при удвоении ее τ увеличивается всего на 26% ($\sqrt[3]{2} = 1,2599$).

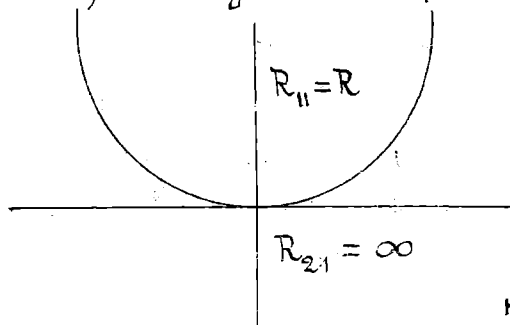
Очевидно, если бы хотели учесть при подсчете τ влияние кривизны $\frac{1}{\rho}$ линии рельса, прогнувшегося под грузом P (или системой грузов), то, зная величину изгибающего момента M под данным колесом и жесткость рельса EJ , имели бы:



$$\frac{1}{\rho} = \frac{M}{EJ}$$

Разности первых кривизн колеса и изогнувшегося рельса отве-

тала бы кривизна $\frac{1}{R}$ некоторого фиктивного колеса, катящегося уже по прямому рельсу:



$$\frac{1}{R} = \frac{1}{\tau} - \frac{1}{\rho}, \text{ отсюда}$$

$$R = \frac{\tau}{1 - \frac{\tau}{\rho}} > \tau.$$

Удвоенное значение найденного таким образом фиктивного радиуса R пришлось бы ввести в формулу для 2τ . Кривизна рельса от изгиба понижает

ет 2τ на 10-20%. В действительности площадь соприкосновения увеличивается еще по причине сплющивания выпуклости головки рельса, благодаря чему R_{22} значительно возрастает против проектного, и ширина площади соприкосновения становится больше.

Трагической характеристикой воздействия подвижного состава на путь в смысле возникновения при этом местных напряжений служит удельная нагрузка, приходящаяся на единицу диаметра колеса (P/D). В Америке поговаривается известностью правило завода Бладвина: „если нагрузка превосходит 500 фун. на дюйм диаметра (10 кг/мм), надо ставить закаленные бандажки“. Это правило, понятное с точки зрения паровозостроительного завода, требует некоторой осторожности, когда принимаются в соображение и интересы рельсового пути, т.к. при $P/D = 10 \frac{\text{кг}}{\text{мм}}$ удвоенное касательное напряжение составит около $2\tau = 1600\sqrt{10} = 3400 \text{ кг/см}^2$. При столь высоких удельных нагрузках очень желательно применение рельсов с возможно более широкой и плоской головкой *)

По подсчетам К. А. Оттенгейма средняя величина P/D (в кг/мм) для русских товарных паровозов составляет 6,20; для пассажирских 4,47; для европейских товарных 5,54; пассажирских 4,32; для северо-американских товарных 8,64; пассажирских 7,15. При этих условиях даже и динамические меф

*) Интересно отметить, что „воинственный износ“ на трамвайных путях даже наблюдается при желобчатых узкоголовых рельсах (тип „Ренико“), тем при Витвалевских железнодорожного образца,

ные напряжения, вообще говоря, не выходят за пределы упругости.

В заключение приводим пример статического расчета верхнего строения пути для паровоза „Черноморец“ (2-В-1-А-0) с пятиосным тендером.

Тип верхнего строения:

Рельс, I-A

Шпалы сосновые брусчатые (6 вершик.), 1500 на версту.

Коэффициент балласта 4 кг/см^3 .

1. Определение упругих постоянных.

Коэффициент податливости упругого основания:

$$k = \frac{wC}{30} = \frac{1500 \cdot 4}{30} = 200 \text{ кг/см}^2.$$

Упругая характеристика

$$\alpha = \sqrt[4]{\frac{k}{4EJ}} = \sqrt[4]{\frac{200}{4 \cdot 2200000 \cdot 1476}} = 0,011 \text{ см.}$$

2. Определение прогибов y и моментов M под колесами с учетом влияния соседних грузов.

Расчет расположен в таблице стр. 116-117.

Из таблицы видим, что $y_{\max} = 0,295 \text{ см}$ получается под осью №4 (ведущей), $M_{\max} = 174950 \text{ кг.-см.}$ под осью №11 (задней тендерной).

Наибольшая нагрузка на поцуппалу:

$$R_{\max} = k y_{\max} l,$$

где $l = \frac{213,4 \cdot 500}{1500} = 71 \text{ см.}$, поэтому

$$R_{\max} = 200 \cdot 0,295 \cdot 71 = 4190 \text{ кг.}$$

Момент, изгибающий шпалу

$$M'_{\max} = l R = 12 \cdot 4190 = 50200 \text{ кг.-см.}$$

3. Напряжения в рельсе, балласте и шпале.

$$\sigma_1 = \frac{M}{W} = \frac{174950}{210} = 830 \frac{\text{кг}}{\text{см}^2} < 1000.$$

$$\sigma_2 = \sigma_{\text{шпале}} = 4 \cdot 0,295 = 1,2 \frac{\text{кг}}{\text{см}^2} < 2.$$

$$\sigma_3 = \frac{M'}{W'} = \frac{50200}{857} = 58,5 \frac{\text{кг}}{\text{см}^2} < 100$$

$$\sigma_3^e = \frac{R}{F}, \text{ где } F - \text{площадь подкладки.}$$

$$\sigma_3^e = \frac{4130}{300} = 14 \frac{\text{кг}}{\text{см}^2} < 25$$

4. Местные напряжения в точке соприкосновения бандажа с рельсом.

а) под ведущим колесом:

$$\sigma_4 = 1600 \sqrt[3]{\frac{P}{D}} = 1600 \sqrt[3]{\frac{9500}{1850}} = 2760 \frac{\text{кг}}{\text{см}^2} < 3300$$

б) под колесом № 5 (бегунок под топкой):

$$\sigma_4 = 1600 \sqrt[3]{\frac{9000}{1460}} = 2950 \frac{\text{кг}}{\text{см}^2} < 3300$$

в) под тендерными колесами:

$$\sigma_4 = 1600 \sqrt[3]{\frac{9000}{1040}} = 3280 \frac{\text{кг}}{\text{см}^2} < 3300.$$

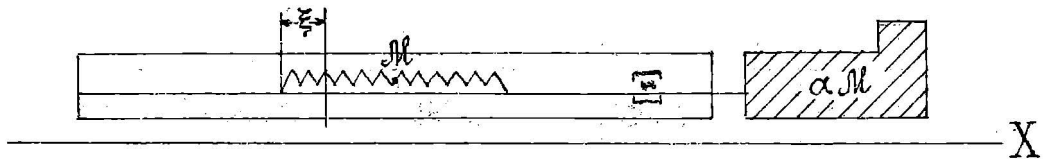
Масса от переднего белунка	Мендер 11 ↓		Мендер 10 ↓		Мендер 9 ↓		Мендер 8 ↓		Мендер 7 ↓	
Нагрузка на колесо $P_{кр}$	9000		9000		9000		9000		9000	
Расстоя- ние между осьми Х см.		210		172		210		210		297
αx		2,33		1,91		2,33		2,33		3,3
η		0,004		0,090		0,004		0,004		-0,042
$\frac{Pa}{2k}$	0,250		0,250		0,250		0,250		0,250	
$\frac{Pa}{2k} \eta$	—	→	0,0010		0,0225		0,001		0,001	
$\frac{Pa}{2k} \eta$	←	0,001		0,0225		0,001		0,001		-0,0105
$\sum \frac{Pa}{2k} \eta =$ $= y_{ан}$	0,251		0,2735		0,2735		0,252		0,2405	
μ		-0,138		-0,189		-0,138		-0,138		-0,031
$\frac{P}{4\alpha}$	203000		203000		203000		203000		203000	
$\frac{P}{4\alpha} \mu$	—	→	-28100		-38350		-28050		-28050	
$\frac{P}{4\alpha} \mu$	←	-28050		-38350		-28050		-28050		-6300
$\sum \frac{P}{4\alpha} \mu =$ $= N_{расц}$	<u>174950</u>		136550		136600		146900		168650	

Ценная 6 ↓	Безлик. 5 ↓	Безлик. 4 ↓	Ценн. 3 ↓	Безлик. 2 ↓	Безлик. 1 ↓
9500	9000	9500	9500	8750	6750
	174	171	198	198	305
	1,93	1,9	2,2	2,2	3,39
	0,085	0,093	0,024	0,024	-0,041
0,264	0,250	0,264	0,264	0,243	0,187
-0,011	0,021	0,024	0,0065	0,006	-0,0075
0,0225	0,023	0,0065	0,0065	-0,01	—
0,2755	0,294	<u>0,295</u>	0,277	0,239	0,180
	-0,187	-0,190	-0,155	-0,155	-0,025
214000	203000	214000	214000	197000	152000
-6600	-38000	-40750	-33250	-30550	-3800
-40150	-38600	-33250	-33250	-4025	—
167250	126400	140000	147500	161525	148200

VI. Работа упругих приборов.

Теория европейской и американской сцепок.
Обрывы поездов.

Европейская сцепка отличается от американской тем, что первая — сквозная жесткая, проходящая через весь вагон, который связан с ней помощью упругой пружины; вторая же — несквозная и связана с лобовой стенкой каждого вагона пружиной. П.о. схема европейского поезда при сцепленных тяжках такова:



В самом деле, предположив упругость всех упругих пружин одинаковой, мы имеем как-бы одну фиктивную пружину суммарной жесткости K , укрепленную на стержне, проходящем жестко через весь поезд; в середине этой пружины с ней наглухо связана масса M всех вагонов. Если масса локомотива есть некоторая доля α массы всех вагонов, а T — сила тяги на ободу, то для движения всего поезда:

$$(M + \alpha M) \ddot{x} = T,$$

откуда

$$\alpha = \frac{T}{(1 + \alpha)M}$$

Для вагонов же, масса испытывает продольные колебания вдоль стержня:

$$M \ddot{\xi} = -k \xi,$$

откуда $\xi = C \cos nt + C_1$, где $n = \sqrt{\frac{\kappa}{M}}$.

При $t=0$, очевидно, $\ddot{\xi} = \ddot{x} = \frac{T}{(1+\alpha)M}$, поэтому

$$C = - \left\{ \frac{T}{(1+\alpha)M} \right\} / n^2 \\ = - \frac{T}{\kappa} \frac{1}{1+\alpha}.$$

Кроме того, при $t=0$, $\xi = 0$, так что $C_1 = -C$

$$\xi = \frac{T}{\kappa(1+\alpha)} (1 - \cos nt).$$

Усилие в упругости

$$S = \kappa \xi = \frac{T}{1+\alpha} (1 - \cos nt)$$

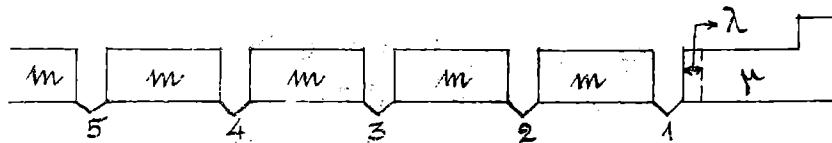
$$S_{\max} = \frac{2T}{1+\alpha}$$

Влияние веса локомотива легко учесть, рассмотрим предельные случаи: $\alpha = 0$ (поезд без паровоза) и $\alpha = \infty$ (паровоз без поезда).

$$\alpha = 0 \quad S_{\max} = 2T$$

$$\alpha = \infty \quad S_{\max} = 0.$$

Если тяжки не свингены, как это бывает в товарных поездах, то предположив, что все вагоны обладают одинаковыми массами m , локомотив же массой μ , получим такую схему поезда перед отправлением:



Пусть разность расстояний между торцами соседних вагонов при вытянутой и при свободной тяжке есть λ . Прежде чем успеет вполне вытянуться первая тяжка, после чего двинется с места первый (головной) вагон, паровоз прой-

дет путь λ и разовьет при этом живую силу

$$T_0 = \lambda T,$$

где T по предыдущему постоянная сила тяги.

Как только вытянется первая сцепка, произойдет первый удар и первый вагон тронется с места. Если коэффициент восстановления при ударе ε упряжком приборе есть ε , то потеря живой силы будет, как известно:

$$P_1 = (1 - \varepsilon^2) \frac{m}{m + \mu} T_0 = (1 - \varepsilon^2) \frac{m}{m + \mu} \lambda T$$

Остающаяся энергия

$$R_1 = T_0 - P_1 = \lambda T \frac{\mu}{\mu + m}$$

При втором ударе движущаяся масса $m + \mu$ сталкивается с покоящейся m ; оставшаяся энергия

$$\begin{aligned} R_2 &= \frac{\mu + m}{m + (\mu + m)} (R_1 + T\lambda) \\ &= 2\lambda T \frac{\mu + \frac{1}{2}m}{\mu + 2m} \end{aligned}$$

После 3^{го} удара оставшаяся энергия:

$$\begin{aligned} R_3 &= \frac{\mu + 2m}{\mu + 3m} \left(\frac{\mu + \frac{m}{2}}{\mu + 2m} \cdot 2 + 1 \right) T\lambda \\ &= 3\lambda T \frac{\mu + m}{\mu + 3m} \end{aligned}$$

После n -ного:

$$R_n = n\lambda T \frac{\mu + \frac{n-1}{2}m}{\mu + nm}$$

Прежде чем тронется с места $(n+1)$ -й вагон, запас энергии движущихся n вагонов и паровоза будет уже равен:

$$W = R_n + \lambda T = n\lambda T \left(\frac{1}{n} + \frac{\mu + \frac{n-1}{2}m}{\mu + nm} \right)$$

и ему будет соответствовать живая сила

$$\frac{1}{2}(\mu + n \cdot m) V^2 = W.$$

Количество движения этой движущейся массы $\mu + n \cdot m$, которое назовем Q , будет равно:

$$\begin{aligned} Q &= \sqrt{2(\mu + n \cdot m)W} \\ &= \left\{ 2(\mu + n \cdot m) \left(\frac{1}{n} + \frac{\mu + \frac{n-1}{2}m}{\mu + n \cdot m} \right) n \lambda T \right\}^{\frac{1}{2}} \end{aligned}$$

Количество движения $(n+1)$ -го вагона:

$$m \cdot v = \frac{(1+\varepsilon)m}{\mu + (n+1)m} Q$$

Зная $m \cdot v$ и коэффициент κ жесткости упругой пружины одного вагона, найдем разрывающую силу S при соударении головной части поезда с $(n+1)$ -м вагоном. Очевидно, для этого вагона живая сила его прежде всего перейдет в работу упругого сжатия упругой пружины:

$$\frac{m v^2}{2} = \int_0^{\xi} \kappa \xi d\xi = \frac{\kappa \xi^2}{2}$$

$$\begin{aligned} \text{Итак} \quad S &= \kappa \xi \\ m v^2 &= \frac{S^2}{\kappa} \\ m^2 v^2 &= \frac{m S^2}{\kappa} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} S &= m v \sqrt{\frac{\kappa}{m}} = (1+\varepsilon) m \sqrt{\frac{\kappa}{m}} Q / (\mu + (n+1)m) \\ &= (1+\varepsilon) \left\{ \frac{2m(\mu + n \cdot m)}{[\mu + (n+1)m]^2} \left(\frac{1}{n} + \frac{\mu + \frac{n-1}{2}m}{\mu + n \cdot m} \right) n \kappa \lambda T \right\}^{\frac{1}{2}}. \end{aligned}$$

Если число вагонов велико, то можем упростить эту формулу, полагая $n = \infty$. Тогда

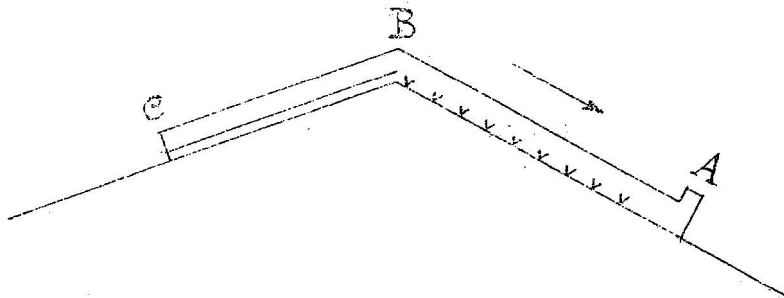
$$S = (1+\varepsilon) \sqrt{\kappa \lambda T},$$

m -е разрывающая сила равна произведению $(1+\varepsilon)$ на среднее геометрическое из силы тяги T и силы $\kappa \lambda$, удлиняющей стяжку $(n+1)$ -го вагона на величину зазора λ .

Если $T = 8 \text{ тн}$, $\kappa = 40 \frac{\text{кг}}{\text{мм}}$, $\lambda = 5 \text{ см.}$, $\varepsilon = \frac{1}{10}$, то

$$S = 1,1 \sqrt{8,045} = 4,4 \text{ м}$$

Особенно невыгоден случай, когда хвост поезда растянут, ибо тогда весь он представляет собою как бы один вагон, имеющий упругий прибор с суммарной жесткостью $K = \Sigma k$. Так при прохождении перелома продольного профиля,

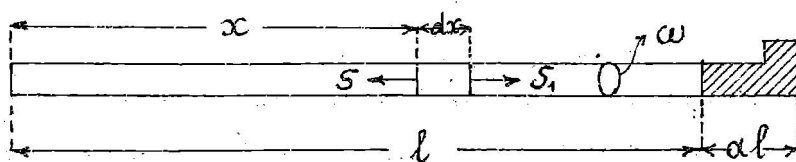


если голова поезда сбегает недостаточно быстро, — случается провисание стязжек

в гаси поезда АВ, тогда как стязки в гаси ВС все натянуты. Статистика обрывов поездов и опыт езды на паровозе как раз и показывают, что именно такие переломы с короткими площадками дают наибольшее число обрывов, и сами эти обрывы чаще всего (80%) бывают около середины поезда. Составные стязки и длина поезда также имеют громадное влияние на число разрывов.

Чем туже винтены стязки, тем меньше λ , а потому и тем меньше разрывающее усилие S . Чем длиннее поезд, тем больше шансов обрыва.

При американской сети поезд может быть уподоблен длинной упругой нити, масса единицы длины которой пусть равна γ , а упругость $k = E\omega$. Будем считать расстояния x от хвоста поезда и, выде-



лив элемент длины dx , рассмотрим условия его равнс-

зия под действием сил инерции и упругих сил S и S_1 , заменяющих действие прилегающих к элементу частей вагона. Силы инерции элемента в его относительном движении (как часть вибрирующей пружины) получились следующим образом. Назовем перемещение частицы m в ее относительном движении буквою ξ . Тогда на рассматриваемом элементе длины dx :

$$\gamma dx \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = S_1 - S = dS$$

если элемент испытает удлинение $d\xi$, то его относительное удлинение равно $\frac{\partial \xi}{\partial x}$, а упругие силы $\kappa \frac{\partial \xi}{\partial x}$.

$$dS = \kappa \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial \xi}{\partial x} \right) dx = \kappa \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} dx.$$

Поэтому

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2}, \quad \text{где } a^2 = \frac{\kappa}{\gamma}$$

то уравнение в частных производных имеет решение:

$$\xi = f(at - x) + F(at + x),$$

где f и F произвольные функции, которые определяются по следующим условиям:

I Условия на границах (при всяком t):

1) $x=0$, $\frac{\partial \xi}{\partial x} = 0$ — в хвосте вагона нет натяжения

2) $x=l$, $\kappa \frac{\partial \xi}{\partial x} = -\gamma a l \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2}$ — в голове вагона натяжение равно силе инерции паровоза в его относительных перемещениях ξ . Из 2) имеем:

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = -\frac{a^2}{al} \frac{\partial \xi}{\partial x}.$$

II Начальные условия (при всяком x):

$$\left. \begin{array}{l} 3) t=0, \xi=0 \\ 4) t=0, \frac{\partial \xi}{\partial x}=0 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{точки поезда не имеют относи-} \\ \text{тельных перемещений и натяже-} \\ \text{ний.} \end{array}$$

Условие 1 дает нам:

$$\begin{aligned} -f'(at) + \mathcal{F}'(at) &= 0 \\ \mathcal{F}' &= f \\ \mathcal{F} &= f \end{aligned}$$

(П.к. функции \mathcal{F} и f произвольные, то постоянной интегрирования можно и не вводить). П.о.

$$\xi = f(at-x) + f(at+x).$$

Условие 3 дает:

$$f(-x) + f(x) = 0$$

Т.к. $0 < x < l$, то в этих пределах сама функция $f=0$. Если назовем ζ выражение $at-x$ или $at+x$, то, очевидно, при $-l < \zeta < l$, $f(\zeta)=0$.

Подобным же образом из условия 4 заключаем:

$$\begin{aligned} af'(-x) + af'(x) &= 0 \\ 0 < x < l, \quad f' &= 0 \\ -l < \zeta < l, \quad f(\zeta) &= 0 \end{aligned}$$

Наконец, из 2 имеем:

$$\begin{aligned} \text{при } x=l, \quad at+x &= at+l=\zeta \\ at-x &= at-l=\zeta-2l \end{aligned}$$

Поэтому
$$a^2[f''(\zeta) + f''(\zeta-2l)] = -\frac{a^2}{\alpha l}[f'(\zeta) - f'(\zeta-2l)]$$

откуда
$$f''(\zeta) + \frac{1}{\alpha l} f'(\zeta) = -[f''(\zeta-2l) - \frac{1}{\alpha l} f'(\zeta-2l)]$$

При $l < \zeta < 3l$, $-l < \zeta-2l < l$, а потому члены в [] пропадают. Остается

$$f''(\zeta) + \frac{1}{\alpha l} f'(\zeta) = 0$$

Это линейное ур-ние дает нам решение:

$$f'(\zeta) = C e^{-\frac{\zeta}{\alpha l}} + C_1$$

$$f'(\zeta) = -\frac{c}{\alpha l} e^{-\frac{\zeta}{\alpha l}}$$

Поэтому $\frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = a^2 f''(\zeta) = -\frac{ca^2}{\alpha l} e^{-\frac{\zeta}{\alpha l}}$

при $t=0$ и $x=l$, $\gamma \alpha l \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = T$, отсюда

$$-\gamma c a^2 e^{-\frac{l}{\alpha l}} = T$$

$$c = -\frac{T}{\kappa} e^{\frac{l}{\alpha l}}$$

$$f'(\zeta) = -\frac{T}{\kappa} e^{-\frac{\zeta-l}{\alpha l}} + c_1$$

Условие 4 дает: $c_1 = \frac{T}{\kappa}$, следовательно

$$S = \kappa \frac{\partial \xi}{\partial x} = T + \kappa f'(\zeta) = T(1 - e^{-\frac{\zeta-l}{\alpha l}})$$

в пределах $l < \zeta < 3l$.

При $\zeta = l$, $S_{\min} = 0$

$$\zeta = 3l, S_{\max} = T(1 - e^{-\frac{2}{\alpha}}).$$

Чем меньше α , т.-е. тем тяжелее поезд сравнительно с локомотивом, тем ближе S_{\max} к величине силы тяги T , оставаясь, однако, всюду меньше T . И.о., если сравнивать даже плотно свинченную европейскую стязжку с американской, — отношение наибольших разрывающих усилий в них близко к 2.

При $\zeta = at + x = 3l$ получается в поезде такое же распределение начальных и граничных условий, как и в начале движения, и в дальнейшем явление распространения по длине поезда волны натяжения S повторяется через промежутки времени $\frac{2l}{\alpha}$.

Н.Э. Жуковский решил задачу исследования волны напряжений в поезде с американской упряжкой, рассматривая вагоны как отдельные массы, и выводы его дают картину распространения волны напряжений, по-

добную только что описанной

Краткая библиография по вопросам взаимодействия пути и подвижного состава жел. дорог (более подробные

I. Изгиб балки на ступенчатом упругом основании.
ные напряжения.

1. С. П. Тимошенко. Сопротивление материалов.
2. —————
3. Е. Ю. П. Пистолькорс. Курс теории упругости (рукопись)
в библи. Инст. Инж. Пут. Сооб.
4. Ренки. Сопротивление материалов.
5. Wiegandt Über die Balken etc. (Zeitschr. f. angew.
Math 1922, №3)

II. Конструкция и расчет пути.

1. К. А. Оппенгейм Об установлении типов верхнего строения пути. 1918
2. Handbuch der Ingenieurwissenschaften. Fünfter Teil. Zweites Band.

III. Статьи и сочинения по отдельным вопросам взаимодействия пути и подвижного состава.

1. С. П. Тимошенко. Сборник Инст. Ин. П. С. 1915.; Вестник Инженеров 1915 г. № 4; Изв. Электротех. Ин-та. 1915, I^{IV}
2. Н. П. Петров. Давление колес на рельсы. 1915 г.
3. Ю. В. Ломоносов. Доклады XIV, XXVII, XXIX Советам съездов Инженеров Сл. Тяжн.
4. Журнал Инж. Совета № 179 за 1914 г.

5. К. А. Оттенгейм. *Техника и Экономика* за 1920, 1921, 1922 г.
6. Научно-Экспериментальный Ин-т П.С. Бюллени № 7/13
7. А. А. Холодецкий. О влиянии скорости на динамику про-
шбы рельсов. 1915.
8. Н. М. Митяшин. Динамика напряжений железнодо-
рожной пути в кривых. 1917.
9. Е. Т. Кестнер. Курс паровозов. 1923 г.
10. М. В. Толубов. *Техни. Ежемесячник* № 3-4, 1919 г.
11. Н. М. Беляев. *Вестник Инженеров* 1917 г., № 12.
12. А. К. Зайцев. *Вестник Инженеров* 1918 г., № 2.
13. А. М. Тодуцкий-Цыбушко. Изв. Собр. Инж. П.С. № 17, 18, 1915 г.,
1916 г. № 21; Журнал П.С. 1915 г. кн I и II.
14. Marié. *Les dénivellations de la voie, etc.*
15. Nadal. *Locomotives à vapeur*
16. Flamache. *Bulletin de l'Association d' Congrès In-
tern. de Ch. d. F.* 1913.
17. Saller. *Einfluss bewegter Last.* 1921.
18. Radaković. *Zeitschr. f. Mathem. u. Physik.* 1905

IV Опыты

1. А. Васютынский. *Сборник Инст. П.С.* 1899
(там ось и предшеств библиография).
2. Miln. *Engineering* 1896.
3. American Society of Civil Engineers. *Transactions*
1918, 1919-20; *Proceedings* 1923
4. А. К. Зайцев. *Вестник Инженеров* 1918, № 2.
5. *Révue Génér. d. Ch. d. F.* 1922.



Оглавление

I.	<u>Введение</u>	3 - 6
II.	<u>Возмущенные движения локомотива</u>	7 - 41
	<p style="margin-left: 20px;">Действие пара, сил инерции и неровностей пути как причина возмущенных движений экипажа. Виды возмущенных движений. Значение рессор, балансиров, противовесов и возвышения центра тяжести локомотива. Расчет противовесов и уравновешивание многоцилиндровых машин.</p>	
III.	<u>Прохождение кривых</u>	42 - 67
	<p style="margin-left: 20px;">Возвышение наружного рельса и уширение пути в кривой. Переходные кривые. Геометрическое вписывание экипажа в кривую. Динамическое вписывание. Добавочные уширения в кривой. Циркометрические эффекты.</p>	
IV.	<u>Опыты над упругими деформациями железнодорожного пути</u>	68 - 79
V.	<u>Расчет верхнего строения пути</u>	80 - 117
	<p style="margin-left: 20px;">Теория погиба бруса на сплошном упругом основании. Статический расчет. Нормы прочности. Динамический расчет верхнего строения пути. Местные напряжения.</p>	
VI.	<u>Работа упругих приборов</u>	118 - 127
	<p style="margin-left: 20px;">Теория европейской и американской сцепок. Обрывы поездов.</p>	
	<u>Краткая библиография</u>	
	<u>Оглавление</u>	128

