

Профессор М. В. ВИНОКУРОВ
*Зав. кафедрой «Вагоны» Днепропетровского института
инженеров железнодорожного транспорта*

**ИССЛЕДОВАНИЕ КОЛЕБАНИЙ
И УСТОЙЧИВОСТИ ВАГОНОВ**

**Сборник научных работ ДИИТ
В. XII**

**НТБ
ДНУЖТ**

ПРОФЕССОР М. В. ВИНОКУРОВ

Зав. кафедрой «Вагоны» Днепропетровского института
инженеров жел.-дор. транспорта [REDACTED]

629 4.5 / 46.075

ИССЛЕДОВАНИЕ КОЛЕБАНИЙ И УСТОЙЧИВОСТИ ВАГОНОВ

Вып. 12

3022

1

НТБ
ДНУЖТ

В настоящей работе рассмотрены собственные колебания грузов, подвешенных на винтовых, листовых и комбинированных рессорах.

При выводе уравнений колебаний учтено влияние трения на изменение амплитуд.

Принимая во внимание, что исходные данные, как фабричная стрела прогиба, модуль упругости рессор, прогибы рельса и др., известны с точностью до 5—10%, при исследовании колебаний игнорировались те факторы, которые мало влияют на точность расчета.

Наличие трения в листовых рессорах создает помимо амортизации еще одновременное появление различного рода совместных колебаний.

Влияние трения на изменение частот и периодов колебаний незначительно, поэтому большинство видов колебаний рассмотрены как самостоятельные движения.

При исследовании колебаний тележечных вагонов учтены массы вагонных тележек и трение в рессорах.

Кроме колебаний грузов и вагонов в настоящей работе разобраны условия устойчивости вагонов и даны формулы для определения размеров люлочного подвешивания.

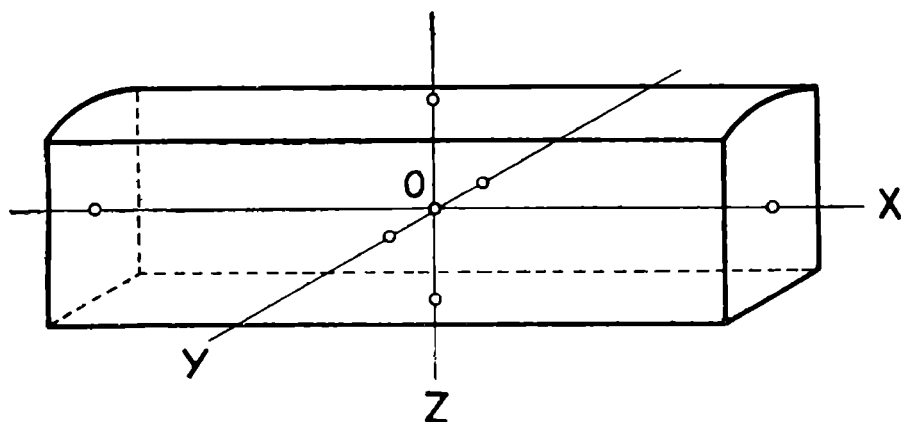
При рассмотрении вынужденных колебаний приняты во внимание прогибы рельсовой нитки и наличие выбоин на бандажах (эксцентricность колесных пар, овальность шеек или бандажей и неравномерный прокат).

Собственные и вынужденные колебания вагонов, центр тяжести которых не расположен на осях симметрии, и вибрации кузова изложены во второй части нашей работы.

Профессор *Винокуров*.

Общие сведения

Движущийся с некоторой скоростью по горизонтальному и прямолинейному пути вагон подвергается действию сил вертикальных, поперечных и продольных. Указанные



Фиг: 1

силы вызывают вредные колебательные движения надресорных частей вагона.

Возникновение перечисленных выше сил зависит от состояния ходовых частей и кузова вагона, системы рессорного подвешивания, состояния и профиля пути.

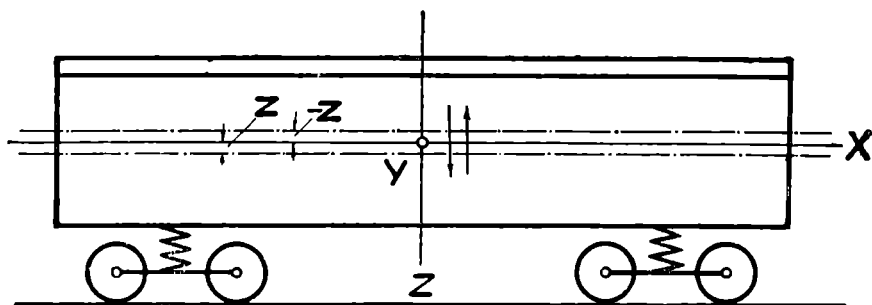
На криволинейных участках пути движущийся вагон подвергается еще действию центробежной силы.

Предположим, что через некоторую точку O , кузова вагона, называемую центром колебания, проведены три координатных оси XX , YY и ZZ (фиг. 1).

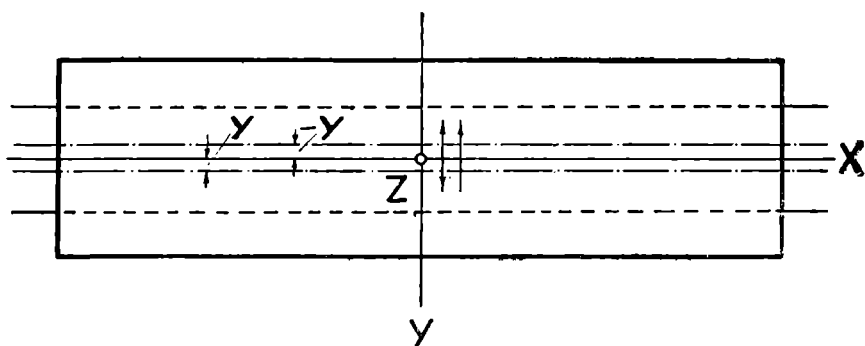
Под влиянием действующих на вагон сил могут возникнуть следующие виды главных колебаний:

1. Подпрыгивание, когда надрессорные части вагона перемещаются вверх и вниз по оси ZZ , оставаясь параллельными первоначальному положению (фиг. 2).

При этом все точки кузова и тележки имеют соответственно одинаковые ускорения в данный момент.



Фиг. 2



Фиг. 3

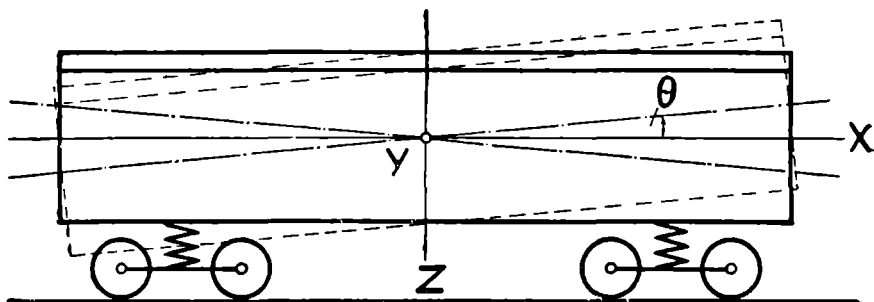
Подпрыгивание возникает под влиянием воздействия вертикальных сил.

2. Подергивание — перемещение вагона вдоль оси XX . Подергивание вызывается неуравновешенностью поступательно-движущихся масс паровоза.

Амплитуда колебаний при подергивании имеет незначительную величину, поэтому в дальнейшем подергивание учитывать не будем.

3. Боковое параллельное колебание кузова или тележек вагона вдоль оси YY параллельно первоначальному положению (фиг. 3).

Боковое параллельное колебание создается под действием горизонтальных сил, параллельных оси YU .

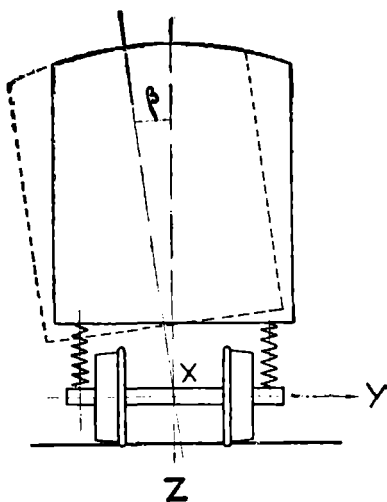


Фиг. 4

4. Продольная качка или галопирование, когда надресорные части вращаются около оси YU на некоторый угол θ (фиг. 4). Галопирование возникает от ударов на стыках, выбоин на бандажах, от пучин и наличия эксцентриситета в колесных парах.

Галопирование обыкновенно возникает одновременно с подпрыгиванием. В чистом виде галопирование наблюдается очень редко.

5. Боковая качка, когда колебание происходит около горизонтальной оси XX (фиг. 5) на угол β . Боковая качка происходит от ударов на сдвинутых стыках, косых пучинах, наличия выбоин на одном из бандажей и от действия центробежной силы при входе в кривые.



Фиг. 5

6. Вильяние или поперечная качка, когда кузов вращается около вертикальной оси ZZ на некоторый угол ψ (фиг. 6).

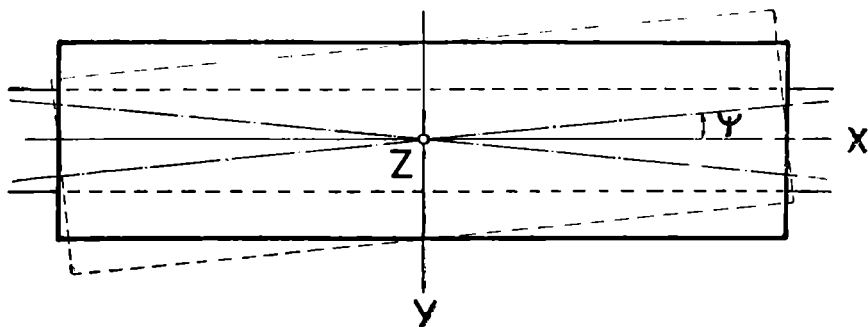
Вильяние вызывается коничностью бандажей, неправильной установкой осей, неодинаковой величиной диаметра колес и извилистым движением локомотива, причем поперечные колебания возрастают от первого вагона поезда к хвостовому в результате суммирования собственных коле-

баний каждого последующего вагона с колебаниями предьидущего.

Каждое из указанных колебаний может появиться в отдельности или совместно с другим.

При внезапно приложенной и удаленной внешней силе или толчке возникающие колебания наддресорных частей называются собственными или независимыми колебаниями. Если бы не было трения в рессорах, в буксовых направляющих и др., то амплитуда собственных колебаний осталась бы постоянной.

Колебание такого рода при постоянной частоте называется гармоническим колебанием. При колебании надрес-



Фиг. 6

сорных частей всегда возникают силы сопротивления, вследствие чего амплитуда колебаний постепенно уменьшается и движение прекращается.

В последнее время, для быстрого поглощения колебаний, на вагонах ставят масляные или пневматические амортизаторы.

Удары на стыках, толчки от выбоин и наличия эксцентриситета в колесной паре периодически действуют на кузов вагона и тележки, вызывая вынужденные колебания наддресорных частей.

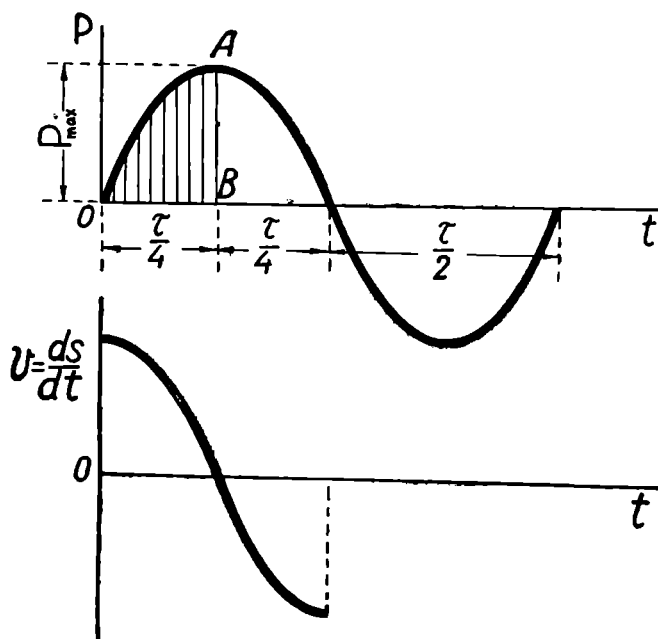
Причины, создающие вынужденные колебания системы, называются возмущающими силами.

Когда период вынужденных колебаний будет равен периоду собственных колебаний, то амплитуда колебаний, при недостатке сил, удерживающих колебания, будет теоретически непрерывно увеличиваться с возрастанием времени. Это явление называется резонансом.

Скорость, при которой наступает явление резонанса, называется критической скоростью.

Для каждого вида колебаний существуют критические скорости вагона, при которых возможно появление резонанса.

Чем больше скорость движения вагона, тем сильнее становятся удары, действующие на ходовые части вагона.



Фиг. 7

Но эффект, производимый ударом на экипаж, зависит не от силы удара, а от величины работы, затраченной при ударе.

Обозначив через:

P — силу удара,

j — максимальное ускорение во время удара в м/сек.²,

m — массу тела, производящего удар,

$\frac{\tau}{2}$ — время удара в сек.,

ω — постоянный параметр; $\omega = \frac{2\pi}{\tau}$

и приняв изменение силы удара P по закону синуса (фиг. 7), найдем величину затраченной работы при изменении силы $P = mj \sin \omega t$ от 0 до $P_{max} = mj$ в течение времени $\frac{\tau}{4}$.

Работа силы $P = mj \sin \omega t$ на элементарном пути ds будет равна:

$$dA = Pds = mj \sin \omega t ds,$$

где

$$\frac{d^2s}{dt^2} = -j \sin \omega t$$

и

$$\frac{ds}{dt} = \frac{j}{\omega} \cos \omega t + C_1.$$

Приняв следующие начальные условия, при $t = \frac{\tau}{4}$:

$$\frac{ds}{dt} = 0,$$

получим:

$$\frac{j}{\omega} \cos \frac{\pi}{2} + C_1 = 0$$

или

$$C_1 = 0.$$

Следовательно,

$$ds = \frac{j}{\omega} \cos \omega t dt$$

и

$$dA = \frac{m}{\omega} j^2 \sin \omega t \cos \omega t dt.$$

Проинтегрировав это выражение в пределах от $t = 0$ до $t = \frac{\tau}{4}$, получим величину работы A при ударе:

$$A = \frac{m}{2\omega^2} j^2 \left. \sin^2 \omega t \right|_{t=0}^{t=\frac{\tau}{4}} = \frac{mj^2}{2\omega^2} \left(\sin^2 \frac{2\pi}{\tau} \frac{\tau}{4} - \sin^2 0^\circ \right) = \frac{mj^2}{2\omega^2} = \\ = \frac{mj^2}{2 \left(\frac{2\pi}{\tau} \right)^2} = \frac{mj^2 \tau^2}{8\pi^2}. \quad (1)$$

Получили выражение, аналогичное формуле, данной инж. Шпеером¹⁾.

Как видно из уравнения (1), работа удара есть функция времени удара и ускорения. С увеличением скорости время удара уменьшается, что резко снижает эффект от действия толчка. Поэтому распространенное мнение, что с увеличением скорости движение становится беспокойным,—явно ошибочное. Плавность хода вагона можно получить при всякой скорости путем умелого подбора жесткости рессор, веса тележек и кузова, правильной обточка и установки колесных пар, а также тщательного монтажа кузова.

¹⁾ Bulletin de l'Association Internationale du Congrès des Chemines de fer, № 2, 1932.

**СОБСТВЕННЫЕ КОЛЕБАНИЯ ГРУЗА
НА РЕССОРАХ РАЗЛИЧНЫХ СИСТЕМ**

ГЛАВА I

ВЫБОР СИСТЕМЫ РЕССОРНОГО ПОДВЕШИВАНИЯ**Назначение и свойства рессор**

Удары, вызванные движением колесной пары по рельсам, можно до некоторой степени смягчить при помощи подвесных рессор. Очень часто подвесные рессоры используют также для удержания колесных пар в их нормальном положении и, в случае поперечного перемещения рессоры, возвращают их в первоначальное положение.

Для железнодорожных вагонов в качестве подвесных рессор применяют листовые рессоры и спиральные. Наибольшее распространение получили листовые рессоры. Они имеют преимущество в том отношении, что могут быть проще и рациональнее размещены под рамой вагона и, кроме того, листовые рессоры обладают трением.

Под действием собственного веса экипажа рессора деформируется. Это изменение свободной высоты рессоры, вызванное собственным весом экипажа, будем называть статической стрелой прогиба или статическим прогибом; он имеет место в состоянии покоя. При движении вагона по кривой, от действия центробежной силы, кузов наклоняется при большой скорости по направлению к внешнему рельсу, вследствие чего статический прогиб будет постепенно изменяться в одном направлении. По мере исчезновения сил, вызвавших деформацию рессоры, последняя возвращается опять в состояние покоя. Под влиянием мгновенных сил, возникающих при движении вагона по рельсам, рессоры получают дополнительный прогиб, называемый динамическим прогибом.

Проф. Короткевич¹⁾ принимает наибольшую величину динамического прогиба рессор:

у буксовых рессор 2- и 3-осных пассаж. вагонов 40 мм
 „ эллиптических рессор пассаж. вагонов 30
 „ буксовых рессор нетележ. товарн. вагонов 25

В Германии принимают, как указывает в своем курсе инж. Lehner²⁾:

для эллиптических рессор 0,2f_{ст}
 винтовых рессор 30 мм
 листовых товарных рессор. 0,4f_{ст}

Динамическая стрела прогиба в листовых рессорах пассажирских вагонов зависит от длины рессоры и толщины ее листов.

В нижеприведенной таблице для рессор различных размеров пассажирских вагонов даны динамические нагрузки в процентах от статической.

Таблица 1²

Динамические нагрузки для листовых рессор

Длина рессор 2l мм	Толщина листов в мм										
	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1000	37	41	45	48	52	56	60				
1100	31	34	37	40	43	46	49				
1200	26	28	31	34	36	39	41				
1300	22	24	26	29	31	33	35				
1400	19	21	23	25	27	28	30	32			
1500	17	18	20	22	23	25	26	28			
1600	15	16	17	19	20	22	23	25	26		
1700	13	14	15	17	18	19	21	22	23		
1800	11	13	14	15	16	17	18	20	21	22	
1900	10	11	12	13	14	15	17	18	19	20	21
2000	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
2100	8	9	10	11	12	13	13	14	15	16	17
2200		8	9	10	11	12	12	13	14	15	15
2300		8	8	9	10	11	11	12	13	13	14
2400			8	8	9	10	10	11	12	12	13
2500				8	9	10	10	11	12	12	13

¹⁾ „Основы вагоностроения“, стр. 97, 1935 г.

²⁾ Der neuzeitliche Waggonbau, von F. Lehner, S. 150, 151, 152, 153.

НТБ
ДНУЖТ

Указанные в таблице значения справедливы для обыкновенной стали с допускаемым напряжением в 9000 кг/см^2 (с учетом динамической нагрузки).

При изготовлении рессор из других сортов стали, допускающих, например, напряжения до $10\,500 \text{ кг/см}^2$, необходимо приведенные в таблице значения умножить на отношение допускаемых напряжений, т. е. на $\frac{9000}{10\,500} = \frac{6}{7}$. Следовательно, для уменьшения динамических прогибов в рессорах пассажирских вагонов необходимо брать рессоры наибольшей длины, изготовленные из стали, допускающей высокие напряжения.

Под влиянием толчка масса, нагружающая рессору, приходит в колебательное движение.

Если бы не существовало различного рода трения в ходовых частях вагона и рессорах, то собственные колебания надрессорных масс происходили бы с постоянной амплитудой и число колебаний в 1 секунду зависело бы от величины нагружающей массы и статического прогиба рессоры.

В действительности амплитуда колебаний постепенно уменьшается до тех пор, пока масса снова не придет в состояние покоя.

Для железнодорожных вагонов быстрое возвращение в состояние покоя колеблющихся частей очень желательно. Продолжительные колебания, особенно при больших амплитудах, производят неприятные ощущения для организма человека.

Слишком мягкие рессоры, со слабой амортизацией, производят колебания большой продолжительности в направлении оси ZZ и создают колебательное движение вокруг осей XX и YY , если толчки не действуют одновременно и с одинаковой силой на все рессоры.

Слишком жесткое подвешивание с малой стрелой прогиба и большим внутренним трением в рессорах создает короткие колебания по направлению оси ZZ . Надрессорные части вагона при этом совершают резкие и неприятные качания.

Качество рессорного устройства зависит от продолжительности колебания, его амплитуды и от величины и рода усилий, противодействующих колебаниям.

Если выразить математически зависимость между нагрузкой на рессору и ее прогибом, то для винтовой и листовой рессоры получим уравнение:

$$f = f_0 \cdot P, \quad (2)$$

где обозначено через:

f — стрела прогиба рессоры в мм,
 P — нагрузка на рессору в тоннах,
 f_0 — гибкость рессоры или прогиб рессоры в мм от нагрузки, равной 1 тонне.

Следовательно, постоянный коэффициент f_0 является признаком качества рессоры: чем больше f_0 , тем больше при равной нагрузке прогиб рессоры и мягче ход экипажа.

Величина $c = \frac{1}{f_0}$ — обратная гибкости, называется жесткостью рессоры.

В железнодорожном деле принято считать жесткостью рессоры груз в c кг, вызывающий прогиб рессоры в 1 мм. Следовательно, зависимость между стрелой прогиба f , жесткостью c и нагрузкой P можно выразить уравнением:

$$P = c \cdot f. \quad (3)$$

Для большинства типов рессор коэффициент c почти не изменяется с увеличением или уменьшением нагрузки, т. е. жесткость рессоры — постоянная.

Винтовые рессоры

Винтовые рессоры изготавливаются из стали круглого, прямоугольного и овального сечения. В настоящее время под вагоны ставят цилиндрические и конические винтовые рессоры.

Стрела прогиба и напряжение в цилиндрических винтовых рессорах, изготовленных из стали круглого сечения, определяются по следующим формулам¹⁾:

$$f = \frac{64Pnr^3}{\delta^4 G}, \quad (4)$$

$$\tau = \frac{16Pr}{\pi\delta^3} \left(\frac{r}{r_1} + \frac{\delta}{8r} \right), \quad (5)$$

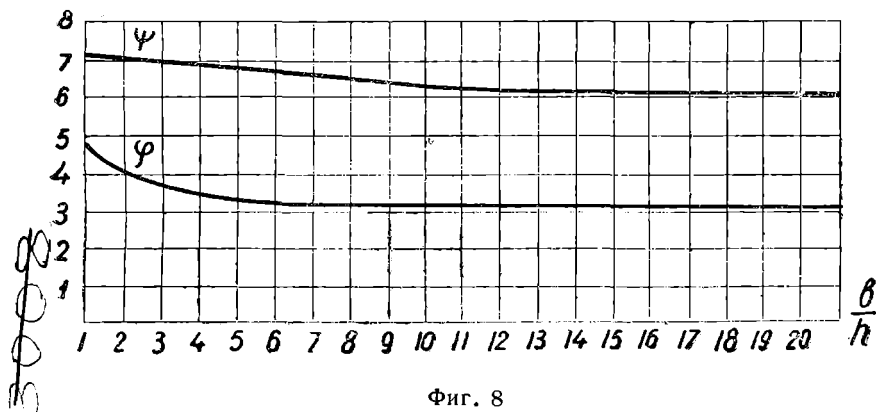
где P — нагрузка в кг, действующая на рессору,
 n — число рабочих витков рессоры,
 r — средний радиус витков рессоры,
 r_1 — внутренний радиус витка рессоры,
 δ — диаметр стержня стального в см,
 G — модуль сдвига в кг/см²,
 τ — допускаемое напряжение на скручивание в кг/см².

¹⁾ Е. Креиссиг, S. 94, 95.

Прогиб и напряжение в винтовых рессорах прямоугольного сечения определяется по формулам¹⁾:

$$f = \psi \pi n r^3 \frac{b^2 + h^2}{b^3 h^3} \cdot \frac{P}{G}, \quad (6)$$

$$\tau = \varphi \frac{Pr}{bh^2}, \quad (7)$$



Фиг. 8

где P — нагрузка на рессору в кг,
 r — радиус витка рессоры в см,
 n — число витков,
 b — большая сторона прямоугольного сечения рессоры в см,
 h — меньшая сторона прямоугольного сечения рессоры в см,
 G — модуль сдвига в кг/см²,
 ψ и φ — коэффициенты, изменяющиеся в зависимости от отношения b к h .

Зависимость между $\frac{b}{h}$, ψ и φ указана на фиг. 8.

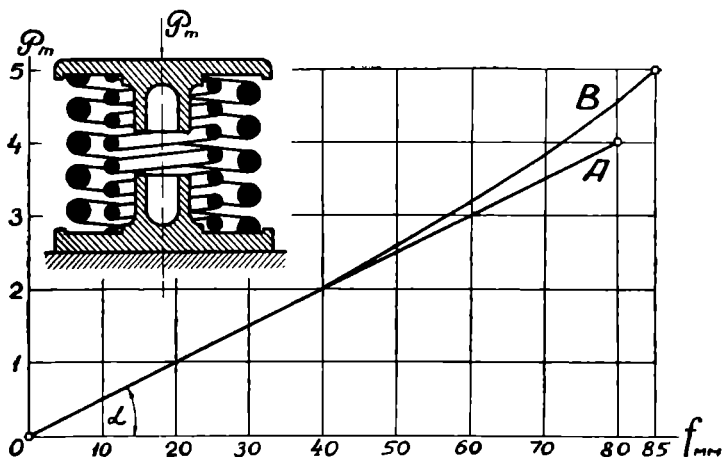
Если одной рессоры недостаточно, то устанавливают несколько винтовых рессор, располагая одну внутри другой. Чтобы при сжатии многорядных рессор в них получились одинаковые напряжения, необходимо сохранить пропорциональность между диаметром поперечного сечения и радиусом витка рессоры; другими словами, нужно выполнить условие:

$$\frac{r_1}{d_1} = \frac{r_2}{d_2} = \frac{r_3}{d_3} = \text{const}^1). \quad (8)$$

¹⁾ F. Lehner, S. 158, 159.

Согласно закона Гука, стрела прогиба f винтовых рес-сор прямо пропорциональна нагрузке, следовательно, зави-симость между прогибом и нагрузкой можно графически выразить в виде прямой OA (фиг. 9), проходящей через начало координат.

Угол наклона α прямой OA относительно оси абсцисс характеризует жесткость рессоры, причем $c = \operatorname{tg} \alpha$.



Фиг. 9

В действительности, по опытам¹⁾, зависимость между прогибом и нагрузкой выразится кривой OB (фиг. 9).

Отклонение кривой OB от OA объясняется тем, что при сжатии винтовой рессоры ее конечные витки начинают постепенно соприкасаться с соседними витками, отчего жесткость рессоры увеличивается.

При сжатии рессоры силою, постепенно возрастающей от 0 до P , затрачивается работа, равная

$$A = \frac{Pf}{2} \quad (9)$$

Из уравнения (9) видно, что чем больше прогибается под действием определенной силы P рессоры, тем больше она поглощает работу и тем мягче будет рессорное подвешивание.

В винтовых рессорах силы трения очень незначительны, вследствие чего рессоры реагируют на самые незначи-

¹⁾ Org. f. d. Fortschritt. d. Eisenbahn. 7/8, 1933, S. 157.

тельные изменения в нагрузке. Начатое колебание очень медленно затухает; поэтому при колебаниях винтовых рессор, в случае появления резонанса, амплитуды могут возрастать до опасных пределов.

Собственные колебания груза на винтовых рессорах

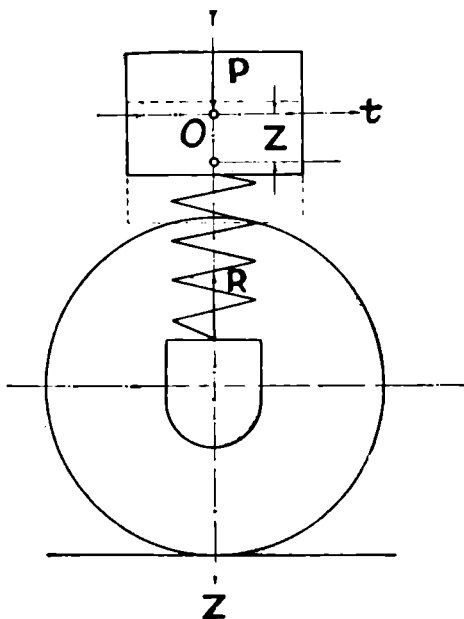
Рассмотрим собственные колебания винтовой рессоры, нагруженной грузом P (фиг. 10). Массой рессоры пренебрегаем.

Под действием статической нагрузки P винтовая рессора имеет статический прогиб f и центр тяжести груза находится в точке O . При толчке груз получит вертикальное перемещение z ; будем считать это перемещение положительным при направлении вниз.

Выведенный из положения равновесия груз начнет совершать колебательные движения.

Для составления дифференциального уравнения движения применим принцип д'Аламбера.

По принципу д'Аламбера необходимо к движущейся системе приложить силы инерции и составить уравнение статики для сил внешних, упругих и инерционных.



Фиг. 10

На рассматриваемую систему будут действовать:

- 1) силы инерции $\frac{P}{g} \cdot \frac{d^2z}{dt^2}$;
- 2) внешняя сила P ;
- 3) реакция рессоры $R = (f + z)c$, где f — статический прогиб в см, z — динамический прогиб в см, c — жесткость рессоры в кг/см.

Условие равновесия выразится следующим уравнением:

$$\frac{P}{g} \cdot \frac{d^2z}{dt^2} = P - R = P - (f + z)c = P - fc - cz, \quad (10)$$

но по уравнению (3) $P = cf$, следовательно,

$$\frac{P}{g} \cdot \frac{d^2z}{dt^2} = -cz. \quad (11)$$

Деля обе части уравнения (11) на $\frac{P}{g}$ и перенеся все члены в левую часть, получим уравнение:

$$\frac{d^2z}{dt^2} + \frac{gc}{P}z = 0. \quad (12)$$

По уравнению (3) $\frac{c}{P} = \frac{1}{f}$, следовательно,

$$\frac{d^2z}{dt^2} + \frac{g}{f}z = 0. \quad (13)$$

Положив $\frac{g}{f} = k^2$, получим:

$$\frac{d^2z}{dt^2} + k^2z = 0. \quad (14)$$

Уравнение (14) имеет следующее общее решение:

$$z = A \cos kt + B \sin kt. \quad (15)$$

Следовательно, движение груза P является гармоническим колебанием. Период этого колебания

$$T = \frac{2\pi}{k} = 2\pi \sqrt{\frac{f}{g}}. \quad (16)$$

Число колебаний в секунду

$$N = \frac{1}{T} = \frac{k}{2\pi}. \quad (17)$$

Выбрав начальные условия, определим произвольные постоянные A и B в уравнении (15).

Положим, например, что в начальный момент при $t = 0$ груз P имеет максимальное перемещение z_0 от положения равновесия и его скорость z' в этот момент равна нулю.

Беря первую производную уравнения (15) по времени и подставляя в эту производную $t = 0$, получим

$$z' = -Ak \sin 0^\circ + Bk \cos 0^\circ = 0 \quad (18)$$

или

$$Bk = 0;$$

при $k \neq 0$ должно

$$B = 0. \quad (19)$$

Положив в уравнении (15) $t = 0$, получим

$$z = A \cos 0^\circ + B \sin 0^\circ = z_0 \quad (20)$$

или

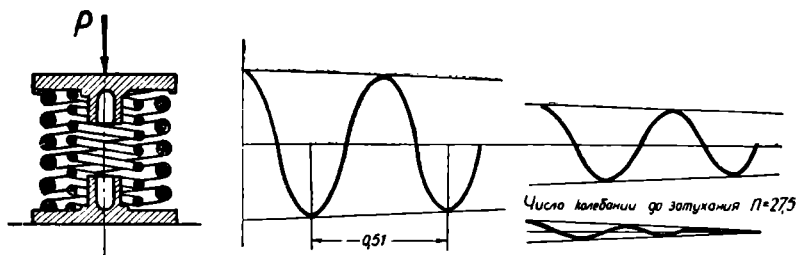
$$A = z_0.$$

Подставляя значение произвольных постоянных (19) и (20) в уравнение (15), будем иметь:

$$z = z_0 \cos kt. \quad (21)$$

Из последнего уравнения видно, что колебание пропорционально $\cos kt$ и зависит от начального перемещения z_0 .

При рассмотрении колебаний груза на многорядной рессоре необходимо брать суммарную жесткость всех рессор входящих в комплект.



Фиг. 11

Обозначив соответственно через $P, P_1, P_2, \dots; f, f_1, f_2, \dots$ и c, c_1, c_2, \dots общую и частичные нагрузки на рессоры, прогибы и жесткости, получим следующие зависимости:

$$P = cf; \quad P_1 = c_1 f_1; \quad P_2 = c_2 f_2; \quad P_3 = c_3 f_3; \quad (22)$$

$$P = P_1 + P_2 + P_3 + \dots + P_n. \quad (23)$$

Подставив в уравнение (23) значения P, P_1, P_2, \dots , найдем из уравнения (22), получим:

$$cf = c_1 f_1 + c_2 f_2 + c_3 f_3 + \dots + c_n f_n. \quad (24)$$

Но стрела прогиба в комплектной рессоре одинакова для всех рессор, т. е.

$$f = f_1 = f_2 = f_3 = \dots = f_n.$$

Деля обе части уравнения (24) на f , получим

$$c = c_1 + c_2 + c_3 + \dots + c_n. \quad (25)$$

На фиг. 11 изображена кривая затуханий винтовой рессоры в тележке Пульмана¹⁾.

¹⁾ Фиг. 11 взята из работы инженера Speer'a, Org. f. d. Fortschritt. d. Eisenbahn. 7/8, 1933 г.

Здесь ясно видно, что в самой рессоре трения почти не существует. Амплитуды колебаний уменьшаются очень медленно. Только после 27,5 колебаний груз приходит в состояние покоя. Графики колебаний состоят из половин чисто косинусоидальных линий.

Линия, соединяющая вершины кривой, есть прямая; период колебания рессоры равен 0,51 сек., время колебания рессоры от начала движения до его прекращения равняется 14 сек. Явление резонанса, при длине рельс в 15 м, может появиться при скорости движения поезда

$$V = 3,6 \cdot \frac{15}{0,51} = 106 \text{ км/час,}$$

а также скоростях 53 и 35,3 км/час.

В тележках Даймонда трение надрессорного бруса о направляющие колонки способствует затуханию колебаний.

Г Л А В А 11

Листовые рессоры

При определении размеров рессор решающими факторами являются стрела прогиба f и напряжение σ , возникающие при действии максимальной нагрузки $2P$. Стрела прогиба является не только характерным качеством рессоры, но имеет и решающее значение на плавность хода вагона.

Величина стрелы прогиба ограничивается условиями конструктивного порядка и зависит от наиболее допустимой разности расстояний центра буфера от головки рельс при груженом и порожнем состоянии вагона, а также при действии вертикальных толчков.

Допустимое напряжение ограничивается свойством стали, применяемой для изготовления рессор. Качества рессоры лучше всего выявляются по кривой, указывающей зависимость между нагрузками и прогибом. Если рессора не имеет трения, то линии нагрузки и разгрузки совпадают.

Такая линия AB изображена на фиг. 12.

При разгрузке рессора, не имеющая трения, производит ту же работу, которая накапливается в ней при нагрузке. Величина производимой работы равна:

$$A = 2P \cdot \frac{f}{2} = Pf.$$

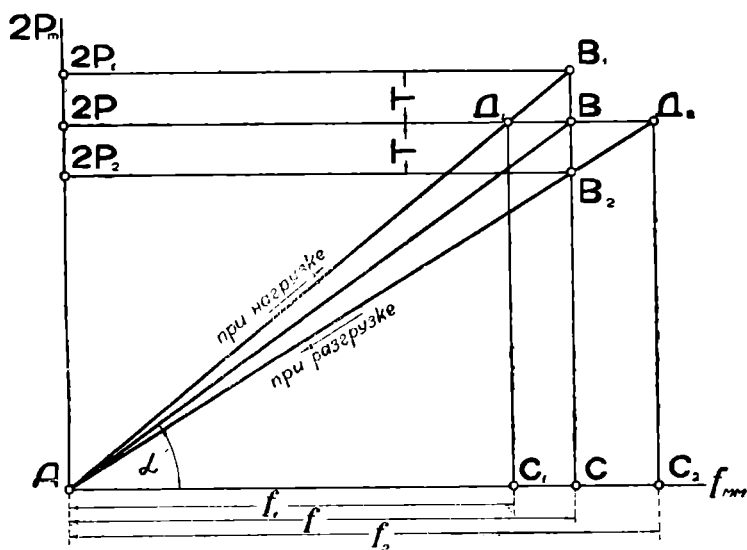
Угол наклона α относительно оси абсцисс характеризует жесткость и гибкость рессоры.

Если при деформации рессоры возникают сопротивления, например, силы трения, то линии нагрузки и разгрузки не будут совпадать. Например, стрела прогиба f в рессоре

НТБ
ДНУЖТ

с трением получится только в том случае, если приложить к теоретической нагрузке $2P$ добавочную силу T на преодоление трения (фиг. 12).

При уменьшении нагрузки рессора, вследствие трения, будет сохранять свой прогиб, пока нагрузка не уменьшится до величины $2P_2$ и с дальнейшим уменьшением нагрузки прогиб начнет уменьшаться. На диаграмме (фиг. 12) AB_1 изображает линию нагрузки, AB_2 — линию разгрузки.



Фиг. 12

Во время процесса нагрузки и разгрузки происходит потеря работы, величина которой равновелика площади AB_1B_2 .

В действительности линии AB_1 и AB_2 несколько отклоняются от прямых, что объясняется изменением длины рессор при прогибе.

Как видно на фиг. 12, прогиб при определенной нагрузке $2P$ может принять всякое значение между f_1 и f_2 , в зависимости от того, нагружается или разгружается в данный момент рессора.

По величине силы T можно заключить о чувствительности рессоры. Силы меньше T не могут вызвать прогиба рессоры и будут в виде „толчков“ передаваться кузову. При большом трении „толчки“, передаваемые кузову, получаются довольно сильными. Надрессорные части при-

ходят в колебание только при воздействии на них сил больших, чем сила трения T

Прогибы листовой рессоры без трения определяются по формуле Витцига¹⁾:

$$f = \frac{6Pl^3}{nbh^3E} \cdot \frac{2n}{2n + n_1} = \frac{\sigma l^2}{hE} \cdot \frac{2n}{2n + n_1}, \quad (26)$$

где n — общее число листов в рессоре,

n_1 — число призматических (коренных) листов,

P — нагрузка в кг на один конец рессоры,

l — половина длины рессоры в см, без вычета ширины хомута,

b — ширина листа рессоры в см,

h — толщина листа рессоры в см,

σ — напряжение в кг/см²,

E — модуль упругости рессорной стали в кг/см².

Действительный прогиб рессор при нагрузке или разгрузке можно определить из подобия треугольников AD_1C_1 , AB_1C , AB_2C и AD_2C_2 (фиг. 12).

Из подобия треугольников AD_1C_1 и AB_1C получим:

$$\frac{B_1C}{C_1D_1} = \frac{AC}{AC_1},$$

но

$$B_1C = 2P + T; \quad C_1D_1 = 2P; \quad AC = f \quad \text{и} \quad AC_1 = f_1. \quad (27)$$

Следовательно,

$$\frac{2P + T}{2P} = \frac{f}{f_1}. \quad (28)$$

Отсюда найдем

$$f_1 = \frac{2Pf}{2P + T} = \frac{f}{1 + \frac{T}{2P}}. \quad (29)$$

Отношение силы трения T к действующей на рессору нагрузке $2P$ называется относительным коэффициентом трения и его будем обозначать буквой φ .

Тогда

$$f_1 = \frac{f}{1 + \varphi}. \quad (30)$$

Следовательно, при нагрузке жесткость рессоры увеличивается в $(1 + \varphi)$ раз.

¹⁾ „ИТС“. Вагоны.

При разгрузке рессоры из подобия треугольников AB_2C и AD_2C_2 найдем:

$$\frac{D_2C_2}{B_2C} = \frac{AC_2}{AC};$$

но

$$D_2C_2 = 2P; \quad B_2C = 2P - T; \quad AC_2 = f_2 \text{ и } AC = f. \quad (31)$$

Следовательно,

$$\frac{2P}{2P - T} = \frac{f_2}{f}. \quad (32)$$

Отсюда

$$f_2 = \frac{f}{1 - \varphi}, \quad (33)$$

т. е. при разгрузке с жесткость рессоры уменьшится в $(1 - \varphi)$ раз.

По Марье коэффициент φ относительного трения определяется по формуле:

$$\varphi = \frac{\psi(n-1)(n+0,5n_1)h}{nl}, \quad (34)$$

где ψ — коэффициент трения листов между собою,

n — число листов в рессоре,

n_1 — число призматических листов (коренных),

h — толщина листа рессоры в см,

l — половина длины рессоры в см.

Коэффициент трения ψ зависит от состояния поверхности рессорных листов. Марье рекомендует в среднем брать $\psi = 0,3 - 0,4$, а для постоянно смазываемых рессор $\psi = 0,2$.

Инж. Шпеер принимает для коэффициента трения ψ следующие значения:

$\psi = 0,26$ — для смазываемых листов рессоры,

$\psi = 0,52$ — для чистых и сухих листов,

$\psi = 0,9$ — для заржавленных листов.

Как видно из формулы (34), коэффициент относительного трения увеличивается с увеличением числа и толщины листов рессоры и уменьшается с увеличением длины рессоры.

При проектировании рессоры, для плавности хода, необходимо стремиться снизить трение до размеров, обеспечивающих затухание колебаний, учитывая, что величина коэффициента относительного трения зависит больше всего от числа листов в рессоре.

Увеличение толщины листа влечет за собой уменьшение числа листов, а вместе с этим и трения. Уменьшение трения до минимальных размеров, при хорошем состоянии пути, вполне, как показывают результаты испытаний, обеспечивает затухание колебаний.

Пример. Определить наибольший и наименьший возможный прогиб f_2 и f_1 для рессоры, имеющей следующие размеры:

$$2l = 2100 \text{ мм}, b = 120 \text{ мм}, h = 16 \text{ мм}, n = 8, n_1 = 2,$$

$$2P = 4000 \text{ кг.}$$

Стрелу прогиба определим для пяти различных состояний поверхностей рессорных листов, создающих различную величину силы трения. Величина силы трения и коэффициенты относительного трения данной рессоры указаны в таблице 2.

Таблица 2

№№ опытов	Состояние поверхности рессорных листов	Сила трен. T кг	Кэффиц. относительного трения φ	Прогибы		
				f_2 мм	f_1 мм	f мм
1	Запыленная и сухая поверхность листов	250	0,0625	154,5	136	145
2	Хорошо очищенные и сухие	237,5	0,0596	154	136	145
3	Хорошо очищенные и смазанные	110	0,0276	149	141	145
4	Сглаженные и сухие	100	0,025	149	141,5	145
5	Сглаженные и смазанные	72,5	0,018	148	142,4	145

Определим напряжение

$$\sigma = \frac{6Pl}{nbh^2} = \frac{6 \cdot 2000 \cdot 105}{8 \cdot 12 \cdot 1,6} = 5100 \text{ кг/см}^2.$$

Находим теоретическую стрелу прогиба:

$$f = \frac{\sigma l^2}{hE} \cdot \frac{2n}{2n + n_1} = \frac{5100 \cdot 105^2 \cdot 16}{1,6 \cdot 2,2 \cdot 10^8} = 145 \text{ мм.}$$

При запыленной и сухой поверхности листа сила трения $T = 250$ кг; следовательно,

$$\varphi = \frac{250}{4000} = 0,0625,$$

$$f_2 = \frac{f}{1 - \varphi} = \frac{145}{0,937} = 154,5 \text{ мм}$$

и

$$f_1 = \frac{145}{1,0625} = 136 \text{ мм.}$$

При хорошо очищенных и сухих листах

$$T = 237,5 \text{ кг}; \quad \varphi = \frac{237,5}{4000} = 0,0596;$$

$$f_2 = \frac{145}{0,94} = 154 \text{ мм}$$

и

$$f_1 = \frac{145}{1,06} = 136 \text{ мм.}$$

Для хорошо очищенных и смазанных поверхностей рессорных листов

$$T = 110 \text{ кг}; \quad \varphi = \frac{110}{4000} = 0,0276,$$

$$f_2 = \frac{145}{0,972} = 149 \text{ мм}$$

и

$$f_1 = \frac{145}{1,0276} = 141 \text{ мм.}$$

У рессоры со сглаженными и сухими поверхностями листов

$$T = 100 \text{ кг}; \quad \varphi = \frac{100}{4000} = 0,025,$$

$$f_2 = \frac{145}{0,975} = 149 \text{ мм}$$

и

$$f_1 = \frac{145}{1,025} = 141,5 \text{ мм.}$$

Хорошо сглаженные и смазанные поверхности рессорных листов создавали в рессоре силу трения

$$T = 72,5 \text{ кг}; \quad \varphi = \frac{72,5}{4000} = 0,018;$$

$$f_2 = \frac{145}{0,982} = 148 \text{ мм}$$

и

$$f_1 = \frac{145}{1,018} = 142,4 \text{ мм.}$$

Полученные размеры для φ , f , f_1 и f_2 сгруппированы в таблицах 2 и 3.

Определение основных размеров листовых рессор

Предельные размеры листовой рессоры обуславливаются конструктивными соображениями, а напряжения — качеством материала рессорной стали. При проектировании

рессоры необходимо стремиться получить наибольшую длину и максимально допускаемые напряжения. Обозначим через:

$2l$ — длину рессоры в см,

b — ширину рессоры в см,

h — толщину листов,

n — число листов,

n_1 — число призматических (коренных) листов,

σ — напряжение в кг/см²,

f_0 — гибкость рессор в см/кг,

f_1 — прогиб рессоры груженого вагона в см,

f_2 — прогиб рессоры порожнего вагона в см,

$f = f_1 - f_2$ — прогиб рессоры в см под действием груза,

Q_1 — вес надрессорных частей груженого вагона,

Q_2 — вес груза в кг.

При выбранных обозначениях можно написать:

$$f_0 = \frac{f_1}{Q_1} = \frac{\sigma l^2}{hEQ_1} \cdot \frac{2n}{2n + n_1} \quad (35)$$

и

$$f = f_1 - f_2 = f_0 Q_2 = \frac{\sigma l^2}{hEQ_1} \cdot \frac{2nQ_2}{2n + n_1} \quad (36)$$

Из уравнения (36) определим

$$l = \sqrt{\frac{fhEQ_1(2n + n_1)}{2nQ_2}} \quad (37)$$

Число листов в рессоре при выбранном значении b , σ и h определится из формулы:

$$n = \frac{6Pl}{\sigma bh^2}, \quad (38)$$

где P означает максимальный груз в кг, приходящийся на конец рессоры.

Для рессор обычного типа уравнение (37) приобретает более простой вид:

$$l = \sqrt{\frac{fhEQ_1}{\sigma Q_2}} \quad (39)$$

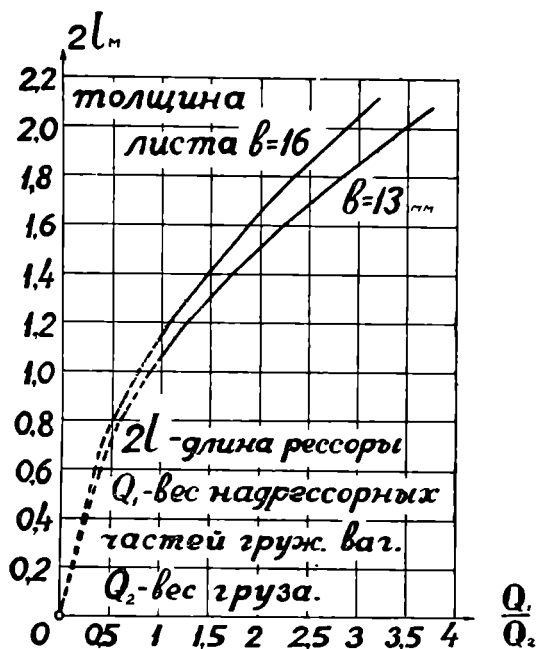
Пример¹⁾. В пассажирском вагоне с одинарным рессорным подвешиванием наибольший прогиб от груза и динамических воздействий составлял 100 мм; если принять динамический прогиб при езде в 35 мм, то

$$f = 100 - 35 = 65 \text{ мм.}$$

¹⁾ Speer, Org. f. d. Fortschritt. d. Eisenbahn. 7/8, 1933.

При $E = 2\,130\,000$ кг/см² и $\sigma = 7500$ кг/см² для рессорных листов толщиной в 16 и 13 мм получим изображенные на фиг. 13 значения для длины листовой рессоры.

Указанный метод расчета дает максимальную гибкость, достижимую в простой листовой рессоре, при соответствующих конструктивных условиях и наибольшем допу-



Фиг. 13

скаемом напряжении. Для плавности хода значительная гибкость не является решающим фактором.

Мягкая листовая рессора с большим трением листов может дать более жесткий ход, чем более жесткая рессора с незначительным внутренним трением. Сглаживая и смазывая поверхность рессорного листа, можно значительно снизить трение в листах рессоры.

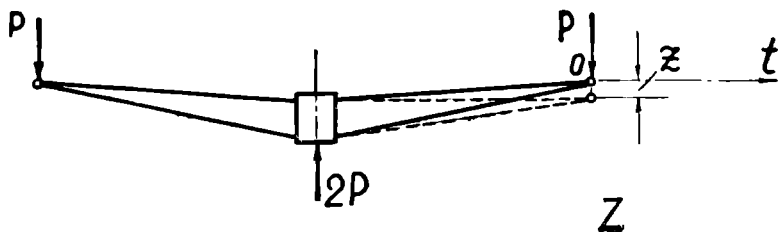
Условия эксплуатации могут, однако, снова ухудшить состояние поверхности рессор и незначительное вначале трение может увеличиться.

Поэтому необходимо при проектировании рессоры обратить внимание на то, чтобы трение рессор обеспечивало затухание колебаний и не достигало больших значений.

Колебания груза на листовых рессорах

Рассмотрим колебания рессоры, нагруженной по концам грузом P (фиг. 14). Под действием груза конец рессоры получит статический прогиб f .

Примем за начало координат точку O , точку приложения силы P в момент равновесия системы. Если под действием какой-нибудь мгновенной силы рессора прогнется



Фиг. 14

вниз на величину $+z$, то стрела прогиба рессоры в рассматриваемый момент времени будет равна $f+z$.

Обозначая через:

c — жесткость всей рессоры,

$R = (f+z) \frac{c}{2}$ — реакцию половины рессора и

$\varphi R = \frac{c}{2} \varphi (f+z)$ — силу трения в половине рессоры,

получим следующее дифференциальное уравнение движения половины рессоры для хода сверху вниз:

$$\frac{P}{g} \frac{d^2 z}{dt^2} - P + \frac{c}{2} (f+z) + \frac{c\varphi}{2} (f+z) = 0. \quad (40)$$

Раскрывая скобки и приводя подобные члены, получим:

$$\frac{P}{g} \cdot \frac{d^2 z}{dt^2} + \frac{c}{2} (1+\varphi) z + \frac{c}{2} \varphi f = 0; \quad (41)$$

но $\frac{c}{2} = \frac{P}{f}$, следовательно,

$$\frac{P}{g} \cdot \frac{d^2 z}{dt^2} + \frac{P}{f} (1+\varphi) z + P\varphi = 0. \quad (42)$$

Разделив обе части уравнения (42) на $\frac{P}{g}$, получим:

$$\frac{d^2 z}{dt^2} + \frac{g}{f} (1+\varphi) z + \varphi g = 0. \quad (43)$$

Последнее уравнение можно написать еще в таком виде:

$$\frac{d^2z}{dt^2} + \frac{g}{f}(1 + \varphi) \left(z + \frac{\varphi f}{1 + \varphi} \right) = 0. \quad (44)$$

Обозначив $\frac{g}{f}(1 + \varphi)$ через k_1^2 , получим:

$$\frac{d^2z}{dt^2} + k_1^2 \left(z + \frac{\varphi f}{1 + \varphi} \right) = 0. \quad (45)$$

Интегрируя уравнение (45), получим

$$z = A_1 \cos k_1 t + B_1 \sin k_1 t - \frac{\varphi f}{1 + \varphi}, \quad (46)$$

где A_1 и B_1 — произвольные постоянные.

Для определения A_1 и B_1 принимаем следующие начальные условия, при $t=0$: $z = -z_0$, $z' = 0$, находим:

$$z = A_1 \cos 0^\circ + B_1 \sin 0^\circ - \frac{\varphi f}{1 + \varphi} = -z_0; \quad (47)$$

$$z' = -A_1 k_1 \sin 0^\circ + B_1 k_1 \cos 0^\circ = 0. \quad (47a)$$

Отсюда определяем

$$A_1 = - \left(z_0 - \frac{\varphi f}{1 + \varphi} \right) \quad (48)$$

и

$$B_1 = 0.$$

Следовательно,

$$z = - \left(z_0 - \frac{\varphi f}{1 + \varphi} \right) \cos k_1 t - \frac{\varphi f}{1 + \varphi}. \quad (49)$$

Последнее уравнение справедливо только до тех пор, пока $z' > 0$ и оно теряет силу в тот момент, когда z' в первый раз обращается в нуль. Но

$$z' = + k_1 \left(z_0 - \frac{\varphi f}{1 + \varphi} \right) \sin k_1 t; \quad (50)$$

следовательно, скорость может равняться нулю в первый раз при

$$t_1 = \frac{\pi}{k_1}. \quad (51)$$

Тогда

$$z_1 = \left(z_0 - \frac{\varphi f}{1 + \varphi} \right) - \frac{\varphi f}{1 + \varphi}$$

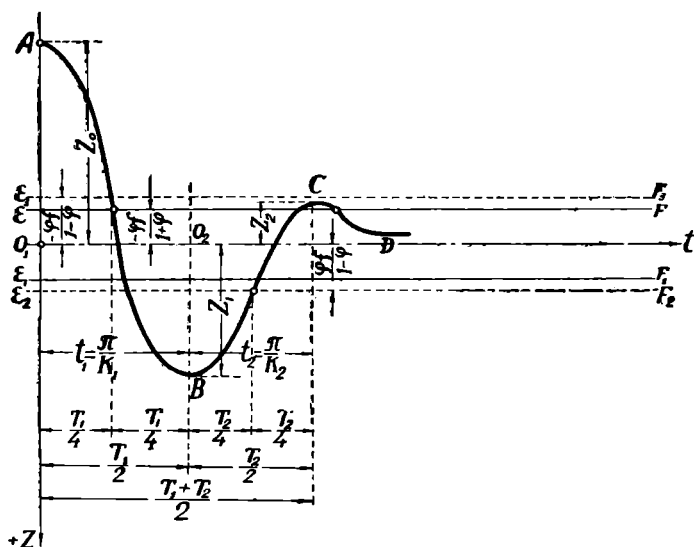
или

$$z_1 = z_0 - 2 \frac{\varphi f}{1 + \varphi}, \quad (52)$$

где z_1 — ордината наибольшего отклонения вниз конца рессоры, т. е. амплитуда колебания. Следовательно, по

окончании первого размаха координата z имеет значение на $2 \frac{\varphi f}{1+\varphi}$ меньше начального значения z_0 . Графиком движения системы в промежуток времени от $t=0$ до $t=t_1 = = \frac{\pi}{k_1}$ будет дуга косинусоиды AB , ее осью является прямая EF (фиг. 15).

Рассмотренная система имеет не одно только положение равновесия при $z=0$, а целую область равновесия. Дей-



Фиг. 15

ствительно, напишем уравнение равновесия системы, для чего достаточно в уравнении (45) положить

$$\frac{d^2z}{dt^2} = 0,$$

тогда

$$k_1^2 \left(z_0 + \frac{\varphi f}{1+\varphi} \right) = 0, \quad (53)$$

при $k_1^2 \neq 0$

$$z + \frac{\varphi f}{1+\varphi} = 0$$

или

$$z = - \frac{\varphi f}{1+\varphi} \quad (54)$$

Приведем подобные члены, заменим $\frac{c}{2}$ через $\frac{P}{f}$ и, разделив обе части уравнения (57) на $\frac{P}{g}$, получим:

$$\frac{d^2z}{dt^2} + \frac{g}{f}(1-\varphi)\left(z - \frac{\varphi f}{1-\varphi}\right) = 0. \quad (58)$$

Положив $k_2^2 = \frac{g}{f}(1-\varphi)$, напишем уравнение (58) в таком виде:

$$\frac{d^2z}{dt^2} + k_2^2\left(z - \frac{\varphi f}{1-\varphi}\right) = 0. \quad (59)$$

Общее решение этого уравнения будет:

$$z = A_2 \cos k_2 t + B_2 \sin k_2 t + \frac{\varphi f}{1-\varphi}, \quad (60)$$

где A_2 и B_2 — произвольные постоянные.

Производя отсчеты времени от точки O_2 , определим A_2 и B_2 по начальным данным:

$$z = z_1, \quad z' = 0 \quad \text{при} \quad t = t_2 = 0.$$

Находим

$$z = \left(z_1 - \frac{\varphi f}{1-\varphi}\right) \cos k_2 t + \frac{\varphi f}{1-\varphi}, \quad (61)$$

но по уравнению (52)

$$z_1 = z_0 - \frac{2\varphi f}{1+\varphi},$$

следовательно,

$$z_2 = \left(z_0 - \frac{2\varphi f}{1+\varphi} - \frac{\varphi f}{1-\varphi}\right) \cos k_2 t + \frac{\varphi f}{1-\varphi}. \quad (62)$$

При $t = t_2 = \frac{\pi}{k_2}$ заканчивается второй размах и

$$z_2 = -z_0 + \frac{2\varphi f}{1+\varphi} + \frac{2\varphi f}{1-\varphi}.$$

На фиг. 15 второму размаху соответствует вторая ветвь косинусоиды BC , имеющая осью прямую E_2F_2 , проведенную на расстоянии $z = \frac{\varphi f}{1-\varphi}$.

Если точка C расположится выше прямой E_3F_3 , то по окончании размаха начнется третий размах и т. д. Полу-период колебания для промежутка времени от $t_2 = 0$ до $t_2 = \frac{\pi}{k_2}$ будет равен:

$$\frac{T_2}{2} = \pi \sqrt{\frac{l}{(1-\varphi)g}} \quad (63)$$

Полный период колебания

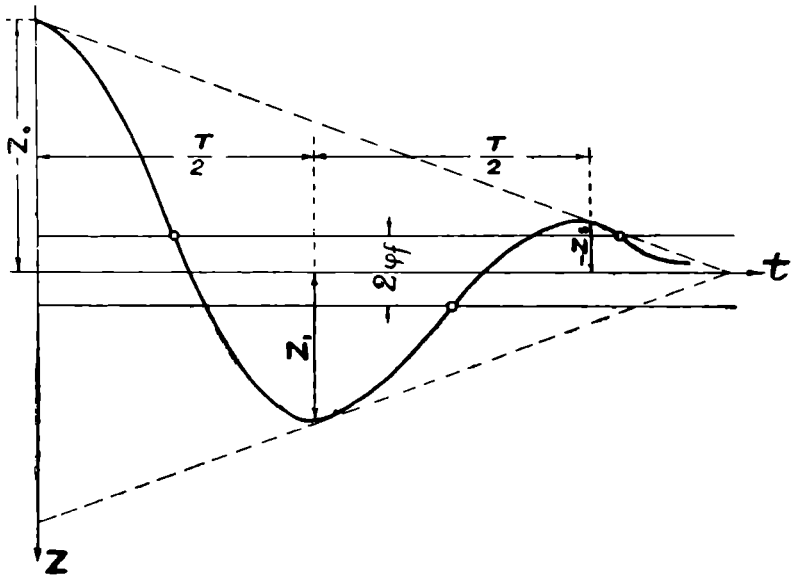
$$T = \frac{T_1}{2} + \frac{T_2}{2} = \pi \left(\sqrt{\frac{l}{g(1+\varphi)}} + \sqrt{\frac{l}{g(1-\varphi)}} \right). \quad (64)$$

Без большой погрешности можно принять, что

$$1 + \varphi \approx 1 - \varphi \approx 1.$$

Тогда

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}, \quad (65)$$



Фиг. 17

т. е. период колебания рессоры с трением равен периоду колебания рессоры без трения, и по уравнению (49)

$$z_1 = -(z_0 - \varphi f) \cos kt - \varphi f; \quad (66)$$

по уравнению (62)

$$z_2 = (z_0 - 3\varphi f) \cos kt + \varphi f; \quad (67)$$

при $t = \pi$ получим:

$$z_1 = z_0 - 2\varphi f \quad (68)$$

и

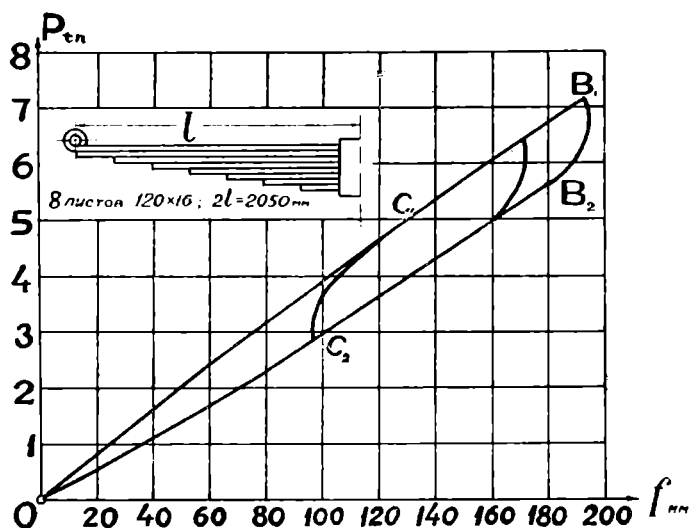
$$z_2 = -z_0 + 4\varphi f. \quad (69)$$

Из последних уравнений (68) и (69) видно, что при каждом размахе амплитуда колебаний z уменьшается на постоянную величину $2\varphi f$. Следовательно, амплитуды колебаний уменьшаются в арифметической прогрессии и вершины косинусоиды располагаются по одной прямой (фиг. 17).

Экспериментальные данные о колебаниях груза на листовых рессорах¹⁾

На фиг. 18 указана диаграмма, снятая при испытании 8-листовой рессоры пассажирского вагона.

Рессора имела длину в 2050 мм и площадь поперечного сечения листов 120×16 мм.



Фиг. 18

Линия OB_1 указывает зависимость между нагрузкой P и прогибом f при увеличении груза. Линия OB_2B_1 — кривая разгрузки рессоры.

Площадь $C_1B_1B_2C_2$, с достаточной точностью, можно принять за параллелограмм (фиг. 18), как полученную при увеличении нагрузки рессоры от C_2 до B_1 и уменьшении от B_1 до C_2 .

Наличие закруглений B_1B_2 и C_1C_2 при переходе от нагрузки к разгрузке и наоборот объясняется тем, что тре-

¹⁾ Org. f. d. F. d. E. 7/8, 1933.

ние не может сразу достичь своей полной величины, так как движение отдельных листов, относительно друг друга, начинается не одновременно.

В рессоре сопротивление состоит почти, исключительно, из сил Кулонова трения. Правильность этого заключения подтверждается тем, что при многократных изменениях скорости при нагрузке, начиная от совершенно незначительной до максимальной величины, диаграмма не изменяла свою форму, из чего также вытекает независимость сил трения от скорости колебания рессоры.

Для определения влияния состояния поверхности листов на трение был проведен ряд опытов с рессорой пассажирского вагона, имеющей длину в 2100 мм, число листов—8, шириною в 120 мм и толщиной 16 мм¹⁾.

Были сняты диаграммы при следующем состоянии поверхностей листов²⁾:

- 1) запыленные и сухие,
- 2) хорошо очищенные и сухие,
- 3) хорошо очищенные и смазанные,
- 4) сглаженные поверхности листов и сухие,
- 5) сглаженные поверхности листов и смазанные.

При снятии первой диаграммы состояние поверхностей листов было очень плохое: имелись неровности, ржавчина и пыль. Перед снятием второй и третьей диаграммы листы были тщательно очищены мягкой стальной щеткой и шабером.

Четвертое и пятое испытание производилось с рессорой, листы которой обрабатывались с помощью войлочного полировочного круга, посыпанного наждаком. Следовательно, состояние поверхности листов в этом случае можно рассматривать как совершенно гладкое, почти отшлифованное.

Результаты испытания приведены в таблице 3.

Из графы 8 таблицы 3 можно ясно видеть влияние состояния поверхности на силы трения. Сравнение результатов опытов 1, 2 и 4 показывает, что одна только чистка поверхности вызывает сравнительно малое уменьшение трения; сглаживание вызывает, напротив, значительное уменьшение сопротивлений.

Смазка значительно снижает трение при хорошо очищенной, но не обработанной поверхности, как это показывают опыты 2 и 3.

При гладких поверхностях (случаи 4 и 5) смазка уже не имеет решающего значения. Особенно важным является

^{1) 2)} Org. f. d. F. d. E. 7/8, 1933.

Статические испытания рессоры пассажирского вагона при пяти различных состояниях поверхностей рессорных листов

Длина рессоры $2l = 2100$ мм, число листов = 8, поперечное сечение 120×16 , число призматических (коренных) листов равно 2

№ № опытов	Состояние поверхностей рессорных листов	Нагрузка на рессору 4000 кг						Сила трения T кг
		Стрелы прогиба, определенные по ф-лам (26)—(30) и (35)			Стрелы прогиба, полученные при испытании			
		f_2 мм	f_1 мм	f мм	f_2 мм	f_1 мм	$\frac{f_1 + f_2}{2}$ мм	
1	2	3	4	5	6	7	8	
1	Запыленные и сухие	154,5	136	145	154,5	135,5	145	250
2	Хорошо очищенные и сухие	154	136	145	154	136	145	237,5
3	Хорошо очищенные и смазанные	149	141	145	149	141	145	110
4	Сглаженные и сухие	149	141,5	145	149	141	145	100
5	Сглаженные и смазанные	148	142,5	145	148	142	145	72,5

то, что различие в результате 3 и 4 опытов очень незначительно.

Результаты опытов можно резюмировать в том смысле, что для уменьшения трения рессоры необходимо придавать особенное значение чистой и гладкой поверхности листов.

При чистой и гладкой поверхности листов смазка дает небольшое уменьшение сил трения.

Из граф 5 и 6 можно видеть изменение прогиба рессоры вследствие сил трения.

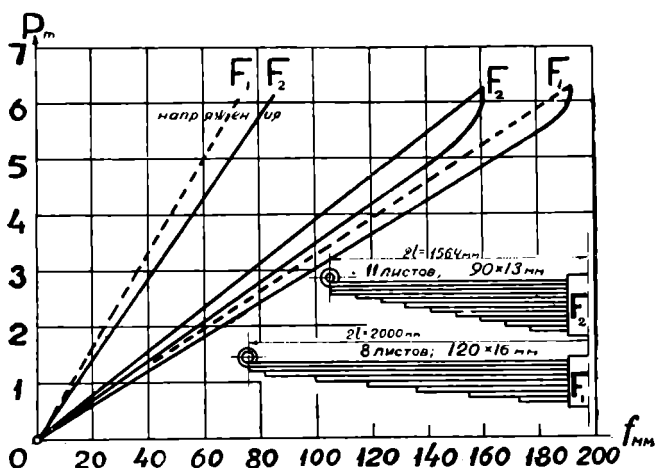
Сравнение граф 2, 3, 5 и 6 показывает, как хорошо согласуется результат расчета по формулам (26), (30) и (33) с действительными прогибами, полученными при испытании.

На фиг. 19 даны результаты экспериментального исследования двух рессор, предназначенных для пассажирского 2-осного вагона с тарой 17 000 кг и полезным грузом в 8000 кг. Целью испытания было выяснить влияние поперечного сечения листа на гибкость рессоры.

Для опыта взяли в одной рессоре поперечное сечение листа в 120×16 мм, а в другой— 90×13 мм.

Результаты испытаний обеих рессор даны в таблице 4. Анализ чисел, указанных в таблице 4, ясно показывает превосходство рессоры F_1 , с большим поперечным сечением, сравнительно с рессорой F_2 , имеющей листы с малым по-

перечным сечением. Состояние поверхностей листов обеих рессор было одинаковое.



Фиг. 19

Хотя напряжение в рессоре F_2 значительно меньше, чем в рессоре F_1 , гибкость рессоры F_1 больше. Трение в ее листах значительно слабее.

Поэтому рессора F_1 при большей прочности обеспечивает лучший ход.

Таблица 4¹⁾

Результаты испытаний двух листовых рессор с различным поперечным сечением листов

Рессоры			Прогиб при $2P = 5500$ кг				Сила трения T кг	Напряжение при 5500 кг
Длина рессоры в мм	Поперечное сечение листов в мм	Число листов	Поверхн. соприкосновения листов в см ²	Измеренные прогибы		$f_2 - f_1$ мм		
				наибольший f_2 мм	наименьший f_1 мм			
2000	120 × 16	8	10000	179	168	11	170	67,5
1560	90 × 13	11	8130	155,5	140,5	15	170	76,5

Опытные поездки в полной мере оправдали предположения.

¹⁾ Org. f. d. F. d. E., 7/8, 1933.

Это исследование отлично подтверждает, что трение в рессоре зависит, главным образом, от числа листов¹⁾. Величина трущихся поверхностей не оказывает влияния на трение.

Отклонение от треугольной формы рессоры резко влияет на изменение ее гибкости.

Были испытаны две листовые рессоры. Длина каждой рессоры $2l = 2050$ мм, а поперечное сечение листов 120×16 мм.

В семилистовой рессоре F_1 было поставлено три призматических листа, вследствие чего ее гибкость стала меньше, чем в восьмилистовой рессоре F_2 .

В этом можно также убедиться при теоретическом определении прогибов по формуле Витцига.

При принятых нами обозначениях прогиб f_1 семилистовой рессоры под действием груза $2P$ будет равен:

$$f_1 = \frac{6Pl^3}{nbh^3E} \cdot \frac{2n}{2n + n_1} = \frac{12}{2 \cdot 7 + 3} \cdot \frac{Pl^3}{bh^3E} = 0,705 \frac{Pl^3}{bh^3E};$$

прогиб f_2 восьмилистовой рессоры:

$$f_2 = \frac{6Pl^3}{n_2bh^3E} = \frac{6}{8} \frac{Pl^3}{bh^3E} = 0,75 \frac{Pl^3}{bh^3E}.$$

Следовательно, под действием одинаковых грузов прогиб восьмилистовой рессоры больше, чем у семилистовой, на

$$\frac{0,75 - 0,705}{0,705} \cdot 100 \cong 6,5\%.$$

Таким образом, отклонение от треугольной формы влечет за собой уменьшение гибкости. Следовательно, число листов в рессоре еще не является достаточным критерием для того, чтобы по одному этому фактору судить об ожидающихся свойствах рессоры.

На фиг. 20 графически представлено влияние на гибкость отклонения рессоры от треугольной формы.

Кроме статического испытания, были произведены опыты по изучению затухания колебаний листовых рессор.

Опыты по затуханию колебаний производились над теми рессорами, которые были исследованы при пяти различных состояниях поверхности листов на статической испытательной машине. Результаты испытаний даны в таблице 5.

Пользуясь данными таблиц 3, 4 и 5, подсчитаем периоды колебаний рессор и амплитуды для всех состояний поверхностей листов.

¹⁾ Что следует и по формуле Марье (34), стр. 25.

Таблица 5

Динамическое испытание рессор при пяти различных состояниях поверхностей рессорного листа

№ № опытов	Состояние поверх- ностей рессорного листа	Стрела трения в мм	Высота падения н мм	Кинетич. энергия в кг. см	Амплитуды в мм						2φ мм	Период колебаний Т сек.	Т ₁ сек.
					a ₁	a ₂	a ₃	a ₄	a ₅	a ₆			
1	Запыленные и су- хие . .	$\frac{9,25}{9,1}$	45	3378	39,0	$\frac{20,5}{20,8}$	—	—	—	—	$\frac{18,5}{18,2}$	0,748	1,09
2	Очищенные сухие	$\frac{9,0}{8,75}$	45	3378	39,5	$\frac{21,5}{22}$	—	—	—	—	$\frac{18,0}{17,5}$	0,748	1,09
3	Очищенные и сма- занные .	$\frac{4,5}{4,05}$	49	3378	44,5	$\frac{35,5}{36,4}$	$\frac{26,5}{23,3}$	$\frac{17,5}{20,2}$	$\frac{9,5}{12,1}$	—	$\frac{9,0}{8,1}$	0,766	2,23
4	Сглаженные и су- хие . .	$\frac{4,5}{3,65}$	49	3378	44,5	$\frac{35,5}{37,2}$	$\frac{26,5}{29,9}$	$\frac{17,5}{22,6}$	$\frac{9,5}{15,3}$	—	$\frac{9,0}{7,3}$	0,768	2,23
5	Сглаженные и сма- занные .	$\frac{3,75}{2,76}$	49,5	3378	46	$\frac{38,5}{47,75}$	$\frac{31}{36,5}$	$\frac{23,5}{31,25}$	$\frac{16,5}{23}$	$\frac{10,0}{20,75}$	$\frac{7,5}{5,25}$	0,774	2,77

Т₁ — время, в течение которого происходит затухание колебаний.

В числителе поставлены данные опыта, а в знаменателе — числа, полученные из расчета

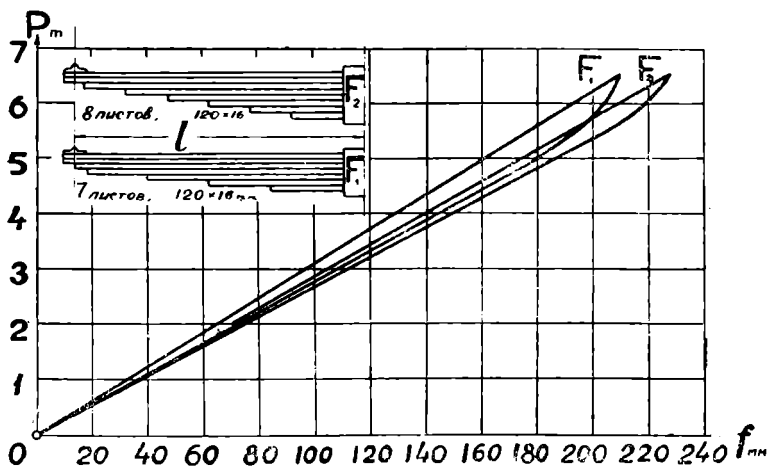
1. При пыльной и сухой поверхности листа: $\varphi = 0,0625$,
 $f = 145$ мм; стрела трения $\varphi f = 0,0625 \cdot 145 = 9,1$ мм.

Уменьшение амплитуды колебания за полуцикл

$$2\varphi f = 2 \cdot 9,1 = 18,2 \text{ мм.}$$

Пользуясь формулами (66) и (67), при начальной амплитуде $a_1 = 39$ мм, найдем прогиб рессоры при $t = \frac{\pi}{k}, \frac{2\pi}{k}$
 $a_2 = 39 - 2\varphi f = 20,8$ мм; период колебаний

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{14,5}{981}} = 0,765 \text{ сек.}$$



Фиг. 20

2. При очищенной и сухой поверхности:

$$\varphi = 0,0596; \quad f = 145 \text{ мм.}$$

$$2\varphi f = 2 \cdot 0,0596 \cdot 145 = 17,5 \text{ мм; } a_2 = 39,5 - 17,5 = 22 \text{ мм.}$$

3. При хорошо очищенных и смазанных листах:

$$\varphi = 0,0276; \quad f = 145 \text{ мм; } 2\varphi f = 2 \cdot 145 \cdot 0,0276 = 8,1 \text{ мм;}$$

$$a_2 = 44,5 - 8,1 = 36,4 \text{ мм;}$$

$$a_3 = 36,4 - 8,1 = 28,3 \text{ мм;}$$

$$a_4 = 20,2 \text{ мм;}$$

$$a_5 = 20,2 - 8,1 = 12,1 \text{ мм.}$$

4. При сглаженных и сухих листах:

$$\varphi = 0,025; \quad 2\varphi f = 2 \cdot 145 \cdot 0,025 = 7,3 \text{ мм};$$

$$a_2 = 44,5 - 7,3 = 37,2 \text{ мм};$$

$$a_3 = 37,2 - 7,3 = 29,9 \text{ мм};$$

$$a_4 = 29,9 - 7,3 = 22,6 \text{ мм};$$

$$a_5 = 22,6 - 7,3 = 15,3 \text{ мм};$$

5. При сглаженных и смазанных листах:

$$\varphi = 0,018; \quad 2\varphi f = 2 \cdot 145 \cdot 0,018 = 5,25 \text{ мм};$$

$$a_2 = 46 - 5,25 = 41,75 \text{ мм};$$

$$a_3 = 41,75 - 5,25 = 36,5 \text{ мм};$$

$$a_4 = 36,5 - 5,25 = 31,25 \text{ мм};$$

$$a_5 = 31,25 - 5,25 = 26 \text{ мм};$$

$$a_6 = 26 - 5,25 = 20,75 \text{ мм};$$

$$a_7 = 20,75 - 5,25 = 15,5 \text{ мм}.$$

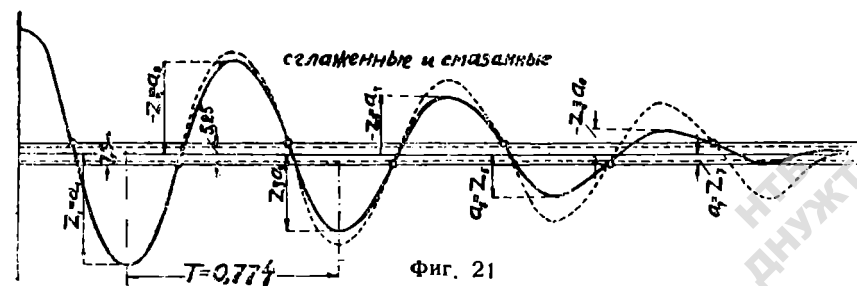
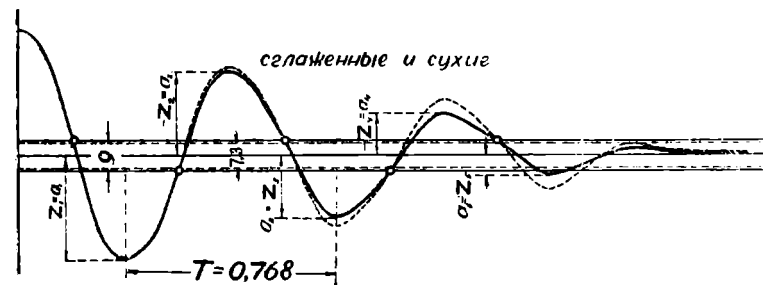
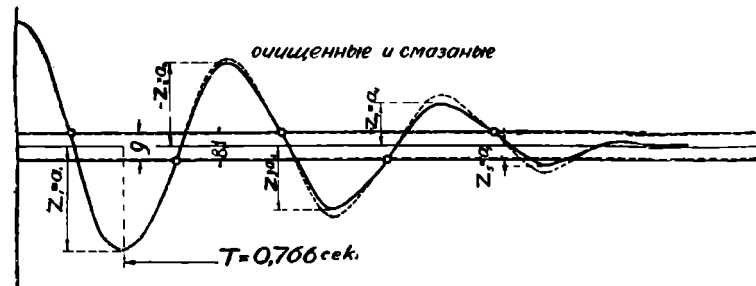
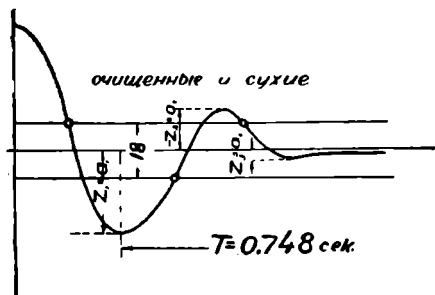
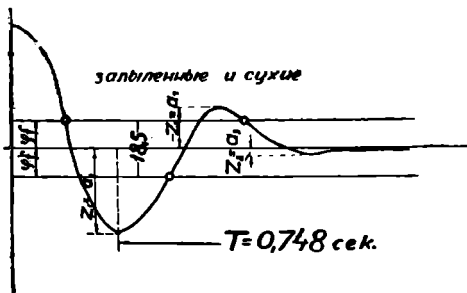
Результаты опытов графически представлены на фиг. 21. Сплошными линиями нанесены кривые, полученные экспериментальным путем, а пунктирными — теоретические кривые.

Линии затухания колебаний во всех пяти случаях показывают на наличие сопротивлений от силы Кулонова трения. Период колебаний во всех рессорах почти совершенно одинаков. Амплитуды колебаний уменьшаются в арифметической прогрессии и все вершины косинусоид лежат на прямых линиях.

Хотя все признаки дают доказательство того, что сопротивление состоит только из сил Кулонова трения, все таки наблюдается, в тех случаях когда трение велико, при последнем колебании движение внутри мертвой зоны.

Это явление объясняется тем, что отдельные листы последовательно друг за другом приходят в покой, вследствие чего силы трения незадолго до прекращения колебаний становятся меньше.

Даже при наилучшем состоянии поверхности и хорошей смазке после 3,5 колебаний рессора приходит в состояние покоя. Период колебаний составляет 0,774 секунды. Время, в течение которого колебание совершенно прекращается, составляет 2,77 секунды. Явление резонанса при длине



Фиг. 21

рельсов в 12,5 м и периоде колебания в 0,774 секунды наступили бы при скорости поезда

$$V = \frac{3,6 \cdot 12,5}{0,776} = 58 \text{ км/час,}$$

но, вследствие наличия еще достаточных сил трения в рессоре, амплитуды возрастать не будут.

Г Л А В А III

Двойное рессорное подвешивание

Винтовые рессоры при движении вагона воспринимают все толчки и приходят в колебательное движение. Выведенная из положения равновесия рессора производит длительные колебательные движения.

Ничтожное внутреннее трение мало способствует затуханию колебаний, поэтому все вагоны, снабженные только винтовыми рессорами, имеют тряский, беспокойный ход.

Листовые рессоры, обладая внутренним трением, имеют тот недостаток, что все удары меньше силы трения не деформируют рессору, а передаются в виде толчков кузову.

Соединяя последовательно винтовую рессору с листовой, получим двойное рессорное подвешивание, обладающее положительными качествами обеих рессор, входящих в систему подвешивания.

При двойном рессорном подвешивании происходит затухание колебаний несколько медленнее, чем при наличии только листовых рессор, но зато эта система смягчает все толчки, создаваемые при движении вагона.

Винтовые рессоры выбираются с незначительной гибкостью, не свыше 1,2 см/тонну, вследствие чего продолжительность их колебаний невелика. Опасности появления больших амплитуд, при наличии резонанса, почти нет.

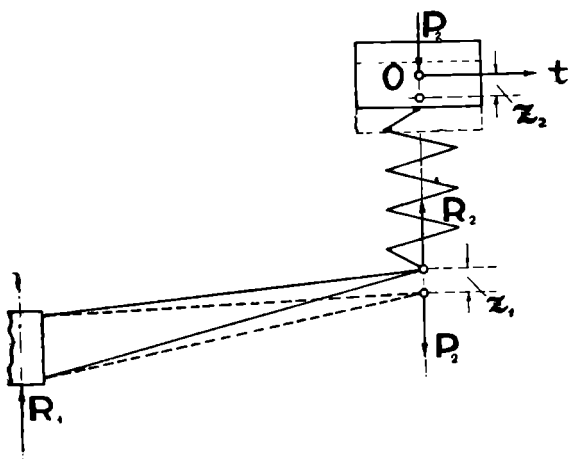
Комбинированное рессорное подвешивание реагирует на самые незначительные силы, действующие на вагон при его движении. Но, вследствие последовательного включения обеих рессор, система быстро приходит в состояние покоя.

До тех пор, пока листовая рессора не прогибается, амплитуды винтовых рессор малы, так как возмущающие силы незначительны. Когда листовая рессора придет в колебательное движение, то ее силы трения будут задерживать колебания всей системы. Вследствие этого при уда-

рах, вызывающих колебание с периодом, равным или кратным периоду возмущающих сил, неприятного явления резонанса не будет наблюдаться, так как колебания или совсем прекращаются, или имеют незначительные размахи.

Колебания груза при двойном рессорном подвешивании

Рассмотрим колебание груза, покоящегося на двойном рессорном подвешивании (фиг. 22).



Фиг. 22

Обозначим через:

P_2 — груз, действующий на винтовую рессору, в кг,

c_2 — жесткость винтовой рессоры в кг/см,

f_2 — статический прогиб винтовой рессоры в см,

f_1 — статический прогиб листовой рессоры в см,

z_2 — перемещение центра тяжести груза P_2 в см,

z_1 — динамический прогиб или перемещение конца листовой рессоры в см,

$z_2 - z_1$ — динамический прогиб винтовой рессоры в см,

$R_2 = (f_2 + z_2 - z_1)c_2$ — реакция винтовой рессоры в кг,

φ — коэффициент относительного трения листовой рессоры,

c_1 — жесткость листовой рессоры в кг/см,

$R_1 = (f_1 + z_1)c_1$ — реакция листовой рессоры в кг.

Для составления дифференциальных уравнений движения примем за начало координат положение центра тяжести груза. За положительное направление оси Z примем вертикальную линию, направленную вниз.

Составим уравнение движения для массы $\frac{P_2}{g}$, пользуясь принципом д'Аламбера:

$$\frac{P_2}{g} \cdot \frac{d^2 z_2}{dt^2} = P_2 - c_2 f_2 - c_2 z_2 + c_2 z_1. \quad (70)$$

Уравнение равновесия для листовой рессоры после хода сверху вниз:

$$R_2 + (\varphi - 1) \frac{R_1}{2} = c_2 f_2 + c_2 z_2 - c_2 z_1 - \frac{c_1}{2} f_1 - \frac{c_1}{2} z_1 + \\ + \frac{1}{2} c_1 \varphi (f_1 + z_1) = 0. \quad (71)$$

Производя алгебраические преобразования в уравнениях (70) и (71), получим следующую систему уравнений:

$$\frac{d^2 z_2}{dt^2} + \frac{c_2 g}{P_2} (z_2 - z_1) = 0; \quad (72)$$

$$z_1 = \frac{c_2 z_2 + \frac{1}{2} \varphi c_1 f_1}{c_2 + \frac{1}{2} c_1 (1 + \varphi)}. \quad (73)$$

Подставим значение z_1 из уравнения (73) в уравнение (72):

$$\frac{d^2 z_2}{dt^2} + \frac{c_2 g}{P_2} \left[z_2 - \frac{2c_2 z_2 + \varphi c_1 f_1}{2c_2 + (1 + \varphi) c_1} \right] = 0. \quad (74)$$

Приведем к общему знаменателю выражение, стоящее в скобках, и вынесем множитель $\frac{(1 + \varphi) c_1}{2c_2 + (1 + \varphi) c_1}$ за скобку:

$$\frac{d^2 z_2}{dt^2} + \frac{(1 + \varphi) c_1 c_2 g}{P_2 [2c_2 + (1 + \varphi) c_1]} \left(z_2 - \frac{\varphi f_1}{1 + \varphi} \right) = 0. \quad (75)$$

Обозначив через

$$k_1^2 = \frac{(1 + \varphi) c_1 c_2 g}{P_2 [2c_2 + (1 + \varphi) c_1]},$$

получаем для хода сверху вниз:

$$\frac{d^2 z_2}{dt^2} + k_1^2 \left(z_2 - \frac{\varphi f_1}{1 + \varphi} \right) = 0. \quad (76)$$

Половина периода колебаний данной системы $\frac{T_1}{2}$ будет равна:

$$\frac{T_1}{2} = \frac{\pi}{k_1} = \pi \sqrt{\frac{P_2 [2c_2 + (1 + \varphi) c_1]}{(1 + \varphi) c_1 c_2 g}} \quad (77)$$

или, заменив в уравнении (77) c_2 через $\frac{P_2}{f_2}$ и c_1 через $\frac{2P_2}{f_1}$, найдем:

$$\frac{T_1}{2} = \pi \sqrt{\frac{P_2 \left[\frac{2P_2}{f_2} + \frac{2(1 + \varphi) P_2}{f_1} \right]}{\frac{2(1 + \varphi) g P_2 \cdot P_2}{f_1 f_2}}} = \pi \sqrt{\frac{f_1}{(1 + \varphi) g} + \frac{f_2}{g}}. \quad (78)$$

Общее решение уравнения (76) будет:

$$z_2 = A \cos k_1 t + B \sin k_1 t + \frac{\varphi f_1}{1 + \varphi}. \quad (79)$$

Примем следующие начальные условия при $t = 0$:

$$z_2 = z_2^0 \quad \text{и} \quad z_2' = 0,$$

тогда

$$B = 0; \quad A = z_2^0 - \frac{\varphi f_1}{1 + \varphi}. \quad (80)$$

Теперь можем в уравнение (79) подставить найденные значения для A и B и получить окончательное решение для хода сверху вниз:

$$z_2 = \left(z_2^0 - \frac{\varphi f_1}{1 + \varphi} \right) \cos k_1 t + \frac{\varphi f_1}{1 + \varphi}. \quad (81)$$

При обратном движении массы, снизу вверх, в уравнении (76) изменится только знак у силы трения, т. е. у величины φ , что повлечет изменение k_1^2 на k_2^2 , и получим новое уравнение:

$$\frac{d^2 z_2}{dt^2} + k_2^2 \left(z_2 + \frac{\varphi f_1}{1 - \varphi} \right) = 0. \quad (82)$$

Половина периода колебаний

$$\frac{T_2}{2} = \pi \sqrt{\frac{f_1}{(1 - \varphi) g} + \frac{f_2}{g}} \quad (83)$$

Общее решение уравнения (82) для хода снизу вверх будет:

$$z_2 = - \left(z_2^0 - \frac{\varphi f_1}{1 - \varphi} \right) \cos k_2 t - \frac{\varphi f_1}{1 - \varphi} \quad (84)$$

Полагая в уравнениях (78), (81), (83) и (84)

$$1 + \varphi \infty 1 - \varphi \infty 1, \quad (84a)$$

получим

$$z_2 = -(z_2^0 - \varphi f_1) \cos kt - \varphi f_1 \quad (85)$$

и

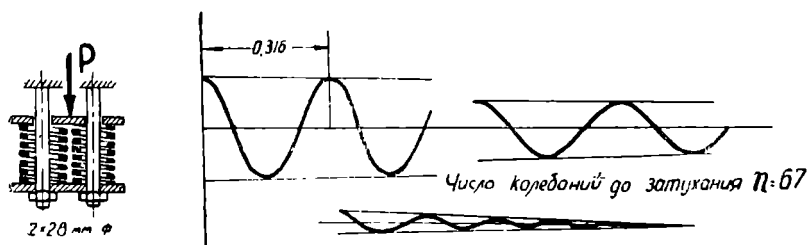
$$T = 2\pi \sqrt{\frac{f_1 + f_2}{g}}. \quad (86)$$

Следовательно, период колебаний системы двойного рессорного подвешивания при условии (84a) равен периоду колебаний рессоры, имеющей прогиб $f = f_1 + f_2$, а амплитуды колебаний уменьшаются в арифметической прогрессии.

При каждом размахе амплитуда колебаний будет уменьшаться на величину $2\varphi f_1$, где f_1 —прогиб листовой рессоры.

Экспериментальные данные о колебаниях груза при двойном рессорном подвешивании¹⁾

При испытании комплекта винтовых рессор из стали квадратного сечения 28×28 мм нагрузкой $P = 4065$ кг была получена кривая затуханий, указанная на фиг. 23.



Фиг. 23

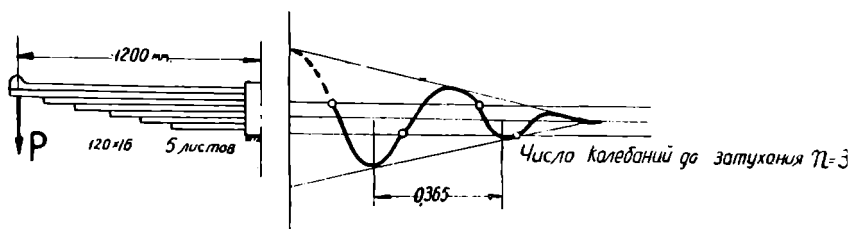
Одни винтовые рессоры приходят в состояние покоя через 21 сек., после 67 колебаний. Период колебаний равен 0,316 сек. Вагоны, оборудованные только винтовыми рессорами, имели бы при различных скоростях беспокойный ход.

На фиг. 24 указаны кривые колебаний листовой рессоры.

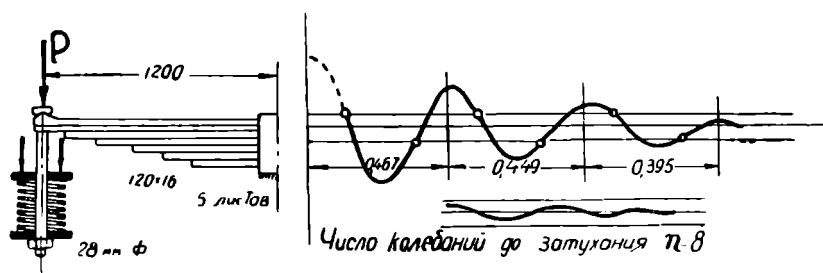
Листовая рессора имеет период колебаний = 0,365 сек. и приходит в состояние покоя через 1,1 сек., после трех колебаний.

¹⁾ Oгг. f. d. Fortschr. d. E. 7/8, 1933.

При испытании двойного рессорного подвешивания, состоящего из тех же рессор—винтовой и листовой,—получены кривые колебаний, указанные на фиг. 25.



Фиг. 24



Фиг. 25

Комбинированное рессорное подвешивание стало мягче, период колебаний увеличился до 0,457 секунды. Система приходит в затухание через 3,4 секунды, после восьми колебаний. Двойное рессорное подвешивание нашло широкое применение в тележках и двухосных пассажирских вагонах.

ГЛАВА IV

Колебания груза на рессорах с наклонными подвесками

Когда подвесная рессора соединяется с рамой вагона наклонными подвесками (фиг. 26), то на ушко рессоры, кроме вертикальной силы P , будет действовать еще горизонтальная сила H , равная $P \operatorname{tg} \alpha$.

Наибольший момент, изгибающий рессору, будет равен:

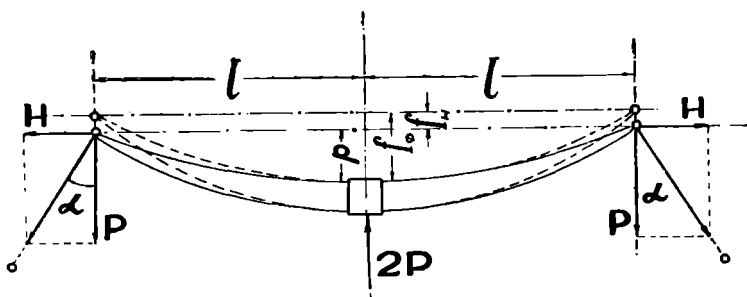
$$M = Pl + Pp \operatorname{tg} \alpha = \left(1 + \frac{p}{l} \operatorname{tg} \alpha\right) Pl. \quad (87)$$

Напряжение

$$\sigma = \frac{6 \left(1 + \frac{p}{l} \operatorname{tg} \alpha\right) Pl}{nbh^3}. \quad (88)$$

Прогиб рессоры

$$f_n = \frac{\sigma l^2}{hE} = \frac{6 \left(1 + \frac{p}{l} \operatorname{tg} \alpha\right) Pl^3}{nbh^3 E}. \quad (89)$$



Фиг. 26

В ненагруженном состоянии рессора имеет фабричную стрелу f_ϕ (фиг. 26), в нагруженном — прогиб f_n ; следовательно, плечо p равно:

$$p = f_\phi - f_n. \quad (90)$$

Подставим в уравнение (89) вместо p его значение, равное $f_\phi - f_n$; получим:

$$f_n = \frac{6Pl^2 [l + (f_\phi - f_n) \operatorname{tg} \alpha]}{nbh^3 E} \quad (91)$$

Освободимся от знаменателя в правой части уравнения (91):

$$nbh^3 E f_n = 6Pl^2 (l + f_\phi \operatorname{tg} \alpha) - 6Pl^2 f_n \operatorname{tg} \alpha. \quad (92)$$

Отсюда найдем величину f_n :

$$f_n = \frac{6Pl^2 (l + f_\phi \operatorname{tg} \alpha)}{nbh^3 E + 6Pl^2 \operatorname{tg} \alpha}. \quad (92a)$$

Угол наклона подвесок α при колебании рессор меняется в узких пределах; поэтому без большой погрешности можно принять, что $\operatorname{tg} \alpha = \operatorname{const}$.

Прогибы f_{κ} , вычисленные по точной, но громоздкой формуле проф. Попова¹⁾:

$$Y_a = \frac{Q \left(Y_s + \frac{l}{2} - \frac{1}{a^2 R} + a \right)^\alpha \operatorname{ch} \frac{al}{2} - \operatorname{sh} \frac{al}{2} + \frac{1}{aR} - aa}{k \left(\frac{l}{2} + \frac{Q}{k} \right)^\alpha \operatorname{ch} \frac{al}{2} - \operatorname{sh} \frac{a}{l}}$$

и формуле (92а), отличаются всего на $1 - 2^0/0$.

Учитывая влияние призматических (коренных) листов, найдем действительную стрелу прогиба:

$$f_{\kappa}^{\partial} = f_{\kappa} \cdot \frac{2\pi}{2\pi + \pi_1}$$

и

$$T_{cp} = 2\pi \sqrt{\frac{f_{\kappa}^{\partial}}{g}}. \quad (93)$$

Наклонные подвески увеличивают гибкость рессор на $5 - 10^0/0$.

Колебания груза при двойном рессорном подвешивании с наклонными подвесками

Схема устройства двойного рессорного подвешивания с наклонными подвесками указана на фиг. 27.

Обозначим через:

$2P_1$ — вертикальную нагрузку на листовую рессору в кг,

α — угол наклона подвески к вертикали,

$P_2 = \frac{P_1}{\cos \alpha}$ — нагрузку, действующую на винтовую рессору, в кг,

f_1 — статический прогиб листовой рессоры в см,

f_2 — статический прогиб винтовой рессоры в см,

c_1 — жесткость листовой рессоры в кг/см,

c_2 — жесткость винтовой рессоры в кг/см,

φ — коэффициент относительного трения рессоры,

z_2 — вертикальные перемещения груза $2P_1$ в см,

z_1 — динамический прогиб листовой рессоры в см,

$z_2 - z_1$ — вертикальная проекция динамического прогиба винтовой рессоры в см.

При принятых обозначениях зависимость между прогибом и нагрузкой для винтовой и листовой рессор можно выразить уравнениями:

$$P_2 = \frac{P_1}{\cos \alpha} = c_2 f_2; \quad (94)$$

$$2P_1 = c_1 f_1 \quad \text{и} \quad P_1 = c_2 f_2 \cos \alpha. \quad (95)$$

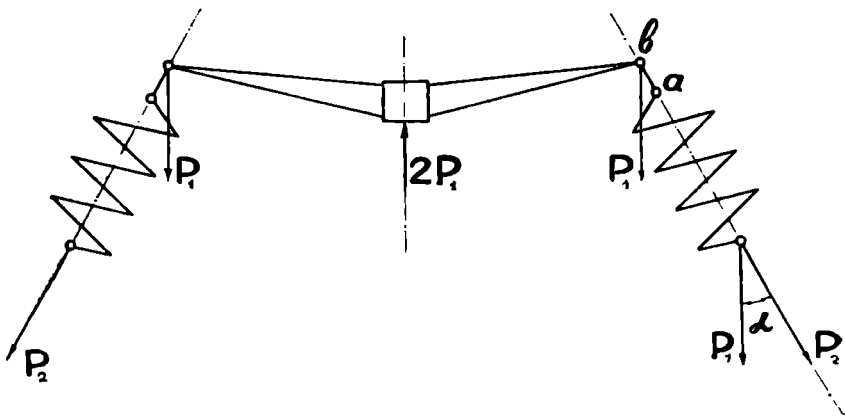
¹⁾ "Транспортное машиностроение", № 10 1938 г., стр. 87, ф-ла (2).

Составляем дифференциальное уравнение колебаний системы двойного рессорного подвешивания:

$$\frac{P_1}{g} \cdot \frac{d^2 z_2}{dt^2} - P_1 + c_2 \left(f_2 + \frac{z_2 - z_1}{\cos \alpha} \right) \cos \alpha = 0. \quad (96)$$

Сокращая подобные члены и деля обе части уравнения на $\frac{P_1}{g}$, получим:

$$\frac{d^2 z_2}{dt^2} + \frac{c_2 g}{P_1} (z_2 - z_1) = 0. \quad (96a)$$



Фиг. 27

Для листовой рессоры уравнение колебаний:

$$c_2 \left(f_2 + \frac{z_2 - z_1}{\cos \alpha} \right) \cos \alpha - \frac{1}{2} c_1 (f_1 + z_1) + \frac{1}{2} \varphi c_1 (f_1 + z_1) = 0. \quad (97)$$

Раскрывая скобки и приведя подобные члены, получим

$$z_1 = \frac{2c_2 z_2 + \varphi c_1 f_1}{2c_2 + (1 + \varphi) c_1}. \quad (97a)$$

Подставляя полученное значение для z_1 в уравнение (96a), будем иметь:

$$\frac{d^2 z_2}{dt^2} + \frac{(1 + \varphi) c_1 c_2 g}{P_1 [2c_2 + (1 + \varphi) c_1]} \left(z_2 - \frac{\varphi f_1}{1 + \varphi} \right) = 0. \quad (98)$$

Положим, что

$$k_1^2 = \frac{(1 + \varphi) c_1 c_2 g}{P_1 [2c_2 + (1 + \varphi) c_1]}. \quad (99)$$

Тогда полупериод колебаний будет:

$$\frac{T_1}{2} = \frac{\pi}{k_1} = \pi \sqrt{\frac{P_1 [2c_2 + (1 + \varphi) c_1]}{(1 + \varphi) c_1 c_2 g}}. \quad (99a)$$

Заменяя соответственно c_1 и c_2 через $\frac{2P_1}{f_1}$ и $\frac{P_1}{f_2 \cos \alpha}$, получим:

$$\frac{T_1}{2} = \pi \sqrt{\frac{P_1 \left[\frac{2P_1}{f_2 \cos \alpha} + \frac{2(1+\varphi)P_1}{f_1} \right]}{2(1+\varphi)g \cdot P_1 \cdot P_1}} = \pi \sqrt{\frac{f_1}{(1+\varphi)g} + \frac{f_2 \cos \alpha}{g}}. \quad (99b)$$

При движении груза вверх полупериод колебаний $\frac{T_2}{2}$ определяется по формуле:

$$\frac{T_2}{2} = \pi \sqrt{\frac{f_1}{(1-\varphi)g} + \frac{f_2 \cos \alpha}{g}} \quad (99c)$$

Без большой погрешности можно принять, что

$$1 + \varphi \simeq 1 - \varphi \simeq 1. \quad (99d)$$

Тогда полный период колебаний найдем по формуле:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{f_1 + f_2 \cos \alpha}{g}}. \quad (100)$$

Амплитуды колебаний определим, решив уравнение (98):

$$z_2 = (z_2^0 - \varphi f_1) \cos kt + \varphi f_1. \quad (100a)$$

При выводе уравнений колебаний предполагалось, что угол наклона рессорных сержеток ab (фиг. 27) остается без изменений при различных прогибах обеих рессор.

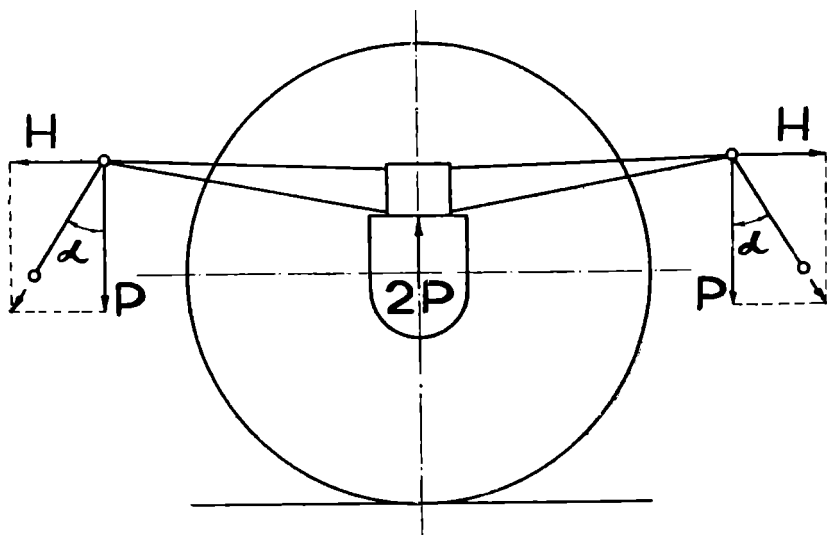
Применение рессор с наклонными подвесками

Листовые рессоры с наклонными подвесками ставятся в двухосных вагонах с „жесткими осями“ и „свободно устанавливающимися осями“. При свободно устанавливающимися осях между буксами и буксовыми лапами предусматриваются в продольном и поперечном направлении зазоры, определяемые по опыту и расчету. Роль буксовых направляющих сводится к ограничению перемещений колесных пар в определенных пределах, а особенно, когда сильные боковые удары вызывают большое отклонение.

Возвращающим аппаратом для „свободно устанавливающейся оси“ служит листовая рессора с подвесками. Рессорное подвешивание допускает, под влиянием внешних усилий, перемещение колесной пары из ее нормального положения и возвращает ее в первоначальное положение, как только перестает существовать причина, вызвавшая отклонение оси.

Рессорное подвешивание должно оказывать некоторое сопротивление перемещениям колесной пары; в противном случае, под действием даже небольших усилий, колесный скат имел бы непрерывное движение взад и вперед, что вызывало бы беспокойный ход вагона.

Сила, заставляющая колесную пару устанавливаться в нормальное положение, называется возвращающим усилием. Возвращающее усилие создается изменением наклона подвесок, соединяющих рессоры с рамой вагона.



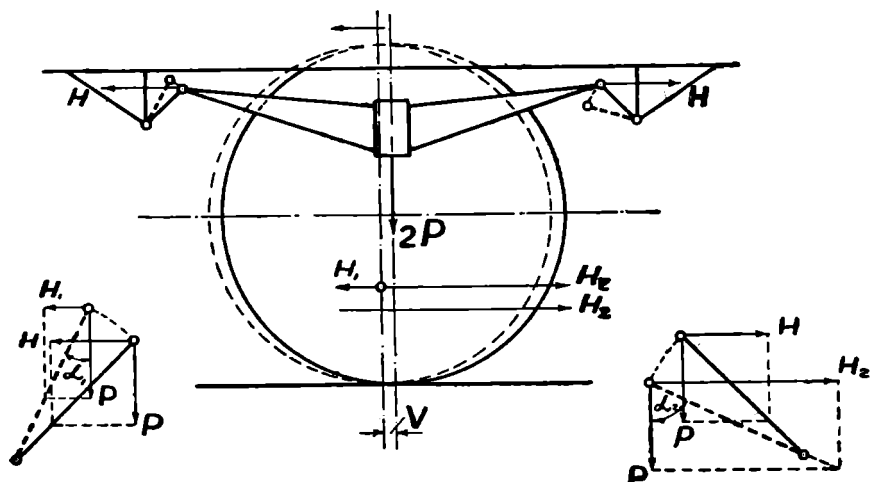
Фиг. 28

Когда колесная пара занимает свое нормальное положение (фиг. 28), подвески с обеих сторон имеют одинаковый угол наклона α . Горизонтальные силы H , возникающие по концам листовой рессоры, равны по величине и противоположны по знаку. Следовательно, рессора подвергается в этот момент растягивающему усилию, но сил, стремящихся вывести колесную пару из ее нормального положения, не существует.

Если под влиянием внешних воздействий колесная пара переместится на величину v , — например, в направлении, указанном стрелкой, — то наклон подвески также изменится (фиг. 29). С изменением угла наклона подвесок изменятся и горизонтальные силы, действующие на рессору.

На левый конец рессоры действует сила $H_1 = P \operatorname{tg} \alpha_1$, на правый — $H_2 = P \operatorname{tg} \alpha_2$ и в рессоре появляется возвращающее

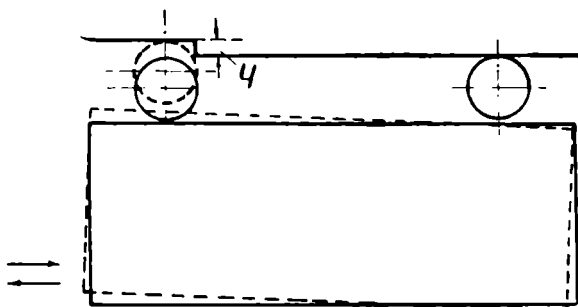
усилие $H_r = H_2 - H_1$, которое, постепенно убывая, производит воздействие на колесную пару до тех пор, пока она не примет свое нормальное положение.



Фиг. 29

Возвращающее усилие не должно быть слишком большим, чтобы колесная пара при проходе кривых могла принять положение, близкое к радиальному.

Оно не должно быть больше силы трения между колесом и рельсом. Если же возвращающее усилие выбрано

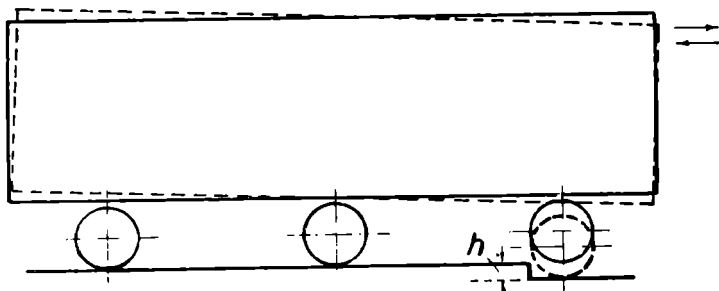


Фиг. 30

слишком малым, то достаточно приложить небольшую силу, чтобы отклонить колесную пару от ее нормального положения, вследствие чего колесный скат будет иметь непрерывное перемещение взад и вперед.

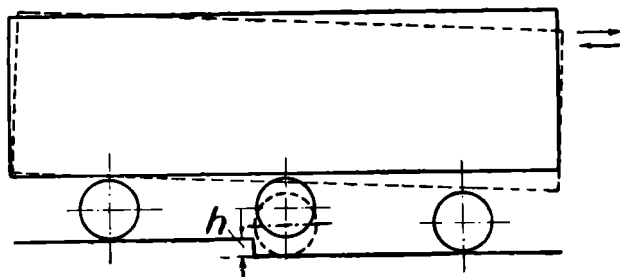
Наклон и длина подвесок имеют главное значение для плавности хода вагона¹⁾.

Наиболее простой вагон со свободно устанавливающимися осями — это вагон двухосный. В нем нагрузка обычно равномерно распределена на обе оси.



Фиг. 31

Как указано на фиг. 30, каждая ось передает кузову полностью высоту неровностей пути, и действия ударов должны полностью поглощаться рессорами только этой оси. Поэтому вагон двухосный не может удовлетворять особенно строгим условиям в отношении качества верти-



Фиг. 32

кального хода (подпрыгивания). Все же при хорошем состоянии ходовых частей, рамы и кузова он может ходить с поездами со скоростью до 80 километров в час²⁾.

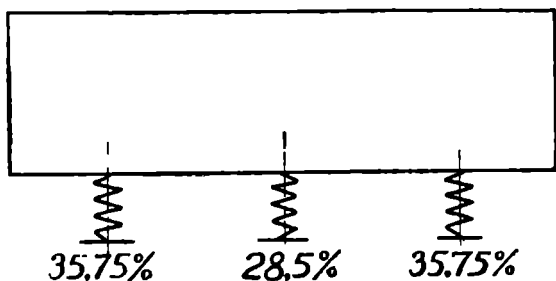
¹⁾ Математическая зависимость между длиной подвесок и углом их наклона дана на стр. 58

²⁾ Bulletin de l'Association Internationale du Congrès de Chemines de fer. № 2 1932.

В отношении поглощения вертикальных толчков, трехосные вагоны имеют преимущество по сравнению с двухосными вагонами.

Как видно из фиг. 31 и 32, когда одно колесо следует неровности пути, то кузов в это время продолжает поддерживаться рессорами средней оси.

Во избежание колебания кузова вокруг средней оси необходимо крайним осям передать большую часть нагрузки, как это указано на фиг. 33. Если рессоры средней оси



Фиг. 33

имеют фабричную стрелу прогиба большую, чем в рессорах крайних осей, то они будут больше нагружены, чем крайние рессоры. Следствием этого будет беспокойный ход вагона. Наружным осмотром вагона нельзя определить правильность подбора фабричной стрелы рессор и только по толчкам во время хода поезда можно установить неправильность в подборе жесткости рессор и их фабричных стрел прогиба.

Необходимо также наблюдать за тем, чтобы все рессорные подвески в двухосных или четырехосных вагонах были одинаковой длины. Их наклон должен быть одинаков, когда колесные пары занимают свое нормальное положение, и угол наклона должен соответствовать расчетным размерам. Главное преимущество вагонов со свободно устанавливающимися осями заключается в простоте устройства ходовых частей и рессорного подвешивания.

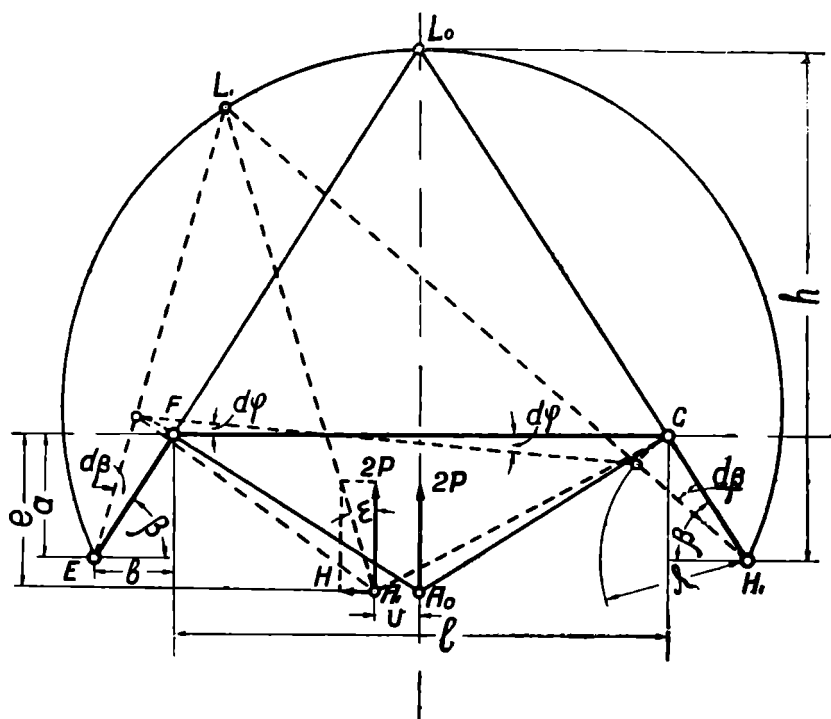
Зависимость возвращающей силы в свободно устанавливаемых осях от длины и угла наклона подвесок¹⁾

Свободно устанавливающиеся оси приходят в свое нормальное положение под действием возвращающей силы рессорного подвешивания.

¹⁾ Glasers Annalen, № 1343, 1933.

Величину возвращающей силы можно определить, руководствуясь следующими соображениями.

На фиг. 34 схематически изображено рессорное подвешивание: EF и GH_1 —рессорные подвески, FG — рессора, A_0 — центр колеса.



Фиг. 34

При действии в точке A_0 вертикальной силы $2P$, очевидно, вся система будет расположена симметрично относительно вертикальной оси, проходящей через точку A_0 . Направление действующей силы $2P$ пройдет через точку L_0 , где пересекаются продолжения направлений подвесок EF и GH_1 . Под влиянием боковой силы H центр колеса A_0 перейдет в положение A_1 .

Равнодействующая сил $2P$ и H пройдет через точку L_1 , где пересекаются продольные оси подвесок при новом их положении.

Как видно из фиг. 34, сила

$$H = 2P\varepsilon, \quad (101)$$

где ε — угол, образуемый равнодействующей и силой $2P$.

Угол наклона ε линии A_1L_1 к вертикали зависит от величины v горизонтального перемещения оси ската, следовательно, ε есть функция v . Обозначим через β угол наклона подвесок к горизонту при их среднем положении, а угол отклонения подвески от своего среднего положения через $d\beta$.

Точка F при перемещении центра оси сдвигается влево на величину, равную:

$$\lambda \cos \beta - \lambda \cos (\beta + d\beta) = \lambda \cos \beta - \lambda \cos \beta \cos d\beta + \lambda \sin \beta \sin d\beta; \quad (102)$$

можно принять, что

$$\cos d\beta \simeq 1, \text{ а } \sin d\beta \simeq d\beta \quad (103)$$

и тогда перемещение точки F будет равно:

$$\lambda \cos \beta - \lambda \cos \beta + \lambda \sin \beta d\beta = a d\beta. \quad (104)$$

Без большой погрешности можно считать, что отклонение точки G равно перемещению точки F и угол отклонения подвески GH_1 от своего среднего положения также равен $d\beta$.

При этом рессора GF составляет с горизонтальной линией угол $d\varphi = \frac{2b}{l} d\beta$.

Отклонение точки A_1 равно сумме перемещений:

$$a d\beta + \frac{2be}{l} d\beta = \frac{al + 2be}{l} d\beta. \quad (105)$$

Точки пересечения L_0 и L_1 направлений EF и GH_1 при всех углах наклона находятся на окружности круга $EL_1L_0H_1$, опирающегося на хорду EH_1 ; поэтому все углы, образуемые пересечением средних линий подвесок, равны между собою, т. е.

$$\angle EL_1H_1 = \angle EL_0H_1. \quad (106)$$

Ввиду незначительности всех перемещений, можно принять, что вертикальные расстояния от хорды EH_1 до точек L_1 и L_0 одинаковы и равны h .

Найдем горизонтальное расстояние между точками L_1 и L_0 :

$$\Delta s = L_0L_1 = h [\operatorname{ctg} (\beta - d\beta) - \operatorname{ctg} \beta] = \frac{h}{\sin^2 \beta} d\beta = \frac{\lambda^2}{a^2} h d\beta. \quad (107)$$

Определим угол ε :

$$\varepsilon = \frac{\Delta s - v}{e + h - a}. \quad (108)$$

Выразим h через следующие величины:

$$h = \left(\frac{l}{2} + b\right) \operatorname{tg} \beta = \frac{a(2b + l)}{2b}. \quad (109)$$

Знаменатель и числитель уравнения (108) можно переписать в следующих видах:

$$e + h - a = e + \frac{2b + l}{2b} a \quad a = \frac{1}{2b} (al + 2be); \quad (110)$$

$$\begin{aligned} \Delta s - v &= \left(\frac{2b + l}{2b} \cdot \frac{\lambda^2}{a} - \frac{al + 2be}{l}\right) d\beta = \\ &= \frac{d\beta}{2abl} [(l^2 + 2bl)\lambda^2 - 2a^2bl - 4ab^2e]. \end{aligned} \quad (111)$$

Но

$$\lambda^2 = a^2 + b^2,$$

следовательно,

$$\Delta s - v = \frac{d\beta}{2abl} (l^2\lambda^2 + 2b^3l - 4ab^2e), \quad (111a)$$

$$H = 2P\varepsilon = 2P \frac{l^2\lambda^2 + 2b^3l - 4ab^2e}{al(al + 2be)^2} d\beta = 2P \frac{v(l^2\lambda^2 + 2b^3l - 4ab^2e)}{a(al + 2be)^2}. \quad (112)$$

Заменяя соответственно в последнем уравнении (112) a и b через равные им величины $\lambda \sin \beta$ и $\lambda \cos \beta$, получим:

$$\begin{aligned} H &= 2P \frac{v}{\lambda \sin \beta} \frac{l^2\lambda^2 + 2l\lambda^3 \cos^3 \beta - 4e\lambda^3 \sin \beta \cos^2 \beta}{(l\lambda \sin \beta + 2e\lambda \cos \beta)^2} = \\ &= 2P \frac{v}{\lambda} \cdot \frac{l^2 + 2\lambda \cos^3 \beta (l - 2e \operatorname{tg} \beta)}{(l \operatorname{tg} \beta + 2e)^2 \sin \beta \cos^2 \beta} = 2P \frac{v}{a} \cdot \frac{l^2\lambda^2 + 2b^3\lambda - 4ab^2e}{(al + 2be)^2} = \\ &= 4P \frac{v}{\lambda} \cdot \frac{l^2 + 2\lambda \cos^2 \beta (l - 2e \operatorname{tg} \beta)}{(l \operatorname{tg} \beta + 2e)^2 \sin 2\beta \cos \beta} \end{aligned} \quad (113)$$

Если рессора расположена ниже оси, то

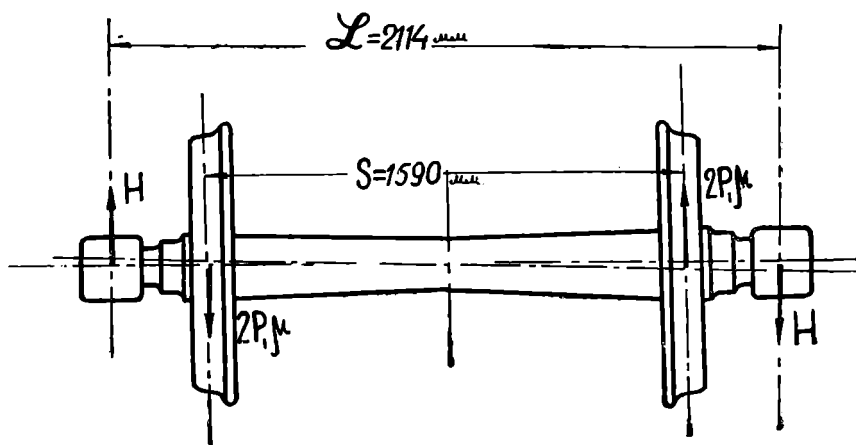
$$H = 2P \frac{v}{a} \cdot \frac{l^2\lambda^2 + 2b^3\lambda + 4ab^2e}{(al - 2be)^2}. \quad (113a)$$

Согласно уравнению (113), возвращающаяся сила H возрастет с увеличением значений v и l и с уменьшением угла β наклона и длины λ подвесок.

Нужно иметь в виду, что середины рессор и круги катания колесной пары не лежат в одной плоскости, поэтому возвращающее усилие H необходимо умножить на отношение расстояний между серединами рессор и кругами катания колесной пары.

Это отношение равно $\frac{S}{L}$ (фиг. 35), где L — расстояние между серединами рессор, S — расстояние между кругами катания.

Во избежание скольжения поворотных осей, возвращающее усилие, приложенное в плоскости кругов катания колесной пары, не должно превышать силы сцепления колеса с рельсом, равной $2P_1\mu$, где $2P_1$ — давление колеса на



Фиг. 35

рельс, а μ — коэффициент сцепления между колесом и рельсом, в среднем равный 0,2.

При принятых нами обозначениях можно написать следующую зависимость:

$$HL = 2P_1\mu S, \quad (113b)$$

отсюда

$$H = 2P_1\mu \frac{S}{L}. \quad (113c)$$

В вагонах обычно $L = 2114$ мм и $S = 1580—1590$ мм. Следовательно, максимальное допустимое возвращающее усилие для свободно устанавливающихся осей не должно превышать

$$H \simeq 0,2 \cdot 0,75 \cdot 2P_1 \simeq 0,15 \cdot 2P_1 \text{ кг} \quad (113d)$$

или одной шестой от статической нагрузки на колесо.

ПСЕВДО-ГАРМОНИЧЕСКИЕ ИЛИ АПЕРИОДИЧЕСКИЕ КОЛЕБАНИЯ

Анализ колебаний груза на рессорах с постоянной и переменной жесткостью

В предыдущих параграфах было найдено, что частота и период колебаний груза на рессорах с постоянной жесткостью c можно выразить формулами:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{P}{gc}} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{c}}$$

и

$$k^2 = \frac{cg}{P} = \frac{c}{m}.$$

Ускорения при колебании груза на рессорах с трением равны:

$$j = -k^2 \left(z_0 - \frac{\varphi f}{1 \pm \varphi} \right) \cos kt;$$

для рессор без трения

$$j = -k^2 z_0 \cos kt.$$

При уменьшении массы груза m период колебаний T уменьшается, частота k и ускорения $\frac{d^2z}{dt^2}$ увеличиваются, т. е. качество хода вагона ухудшается.

Опыт показывает, что, действительно, порожние и мало нагруженные вагоны имеют более жесткий ход, чем груженые.

Величина периода колебаний, амплитуда, а главным образом, величина ускорений является мерой спокойствия хода вагонов.

В рессорах с постоянной жесткостью c прогибы возрастают прямо пропорционально нагрузке P и период колебаний T не зависит от величины амплитуды (фиг. 36).

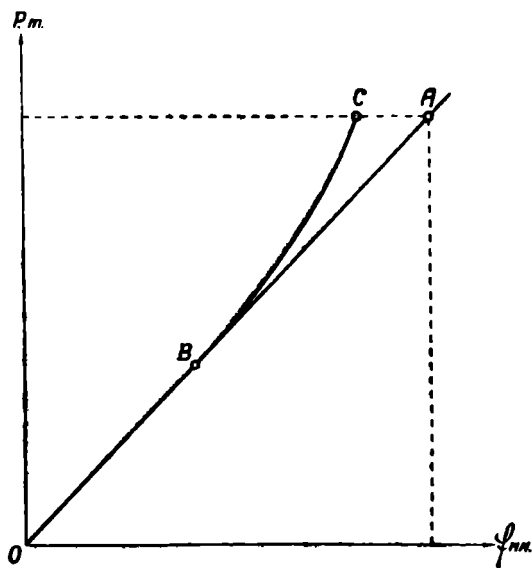
Для указанных рессор $P = jc$ или иначе $c = tg \alpha$ и ускорения обрессоренных масс будут изменяться обратно пропорционально нагрузке рессоры; наибольшее ускорение получается при ненагруженных, а наименьшее — при нагруженных рессорах.

Груз, помещенный на рессорах с постоянной жесткостью, под влиянием ударов совершает гармонические колебания

с постоянным периодом T . Такие рессоры называются периодическими.

При совпадении частот собственных и вынужденных колебаний у рессор без трения амплитуда колебаний будет возрастать, т. е. наступает явление резонанса.

При рессорах с трением и плохом состоянии железнодорожного полотна тоже может наблюдаться резонанс или нарушится плавность хода вагона.



Фиг. 36

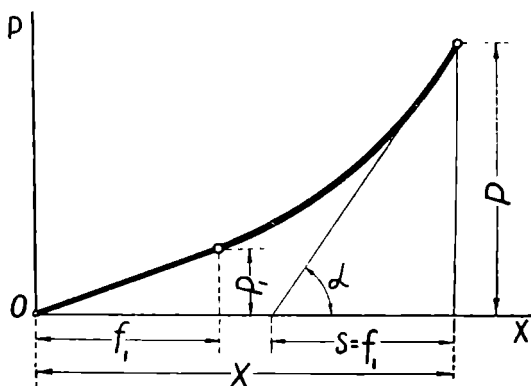
Желательно получить такое рессорное подвешивание, в котором по возможности, при различных нагрузках, оставалось бы постоянным ускорение.

В этом случае зависимость между прогибом и нагрузкой выразится кривой OBC , указанной на фиг. 36. Французский инженер Лебуше называет такие рессоры аperiодическими в противоположность периодическим рессорам с постоянной жесткостью c .

В аperiодических рессорах период колебаний изменяется с изменением амплитуды, вследствие чего ритмически повторяющиеся толчки на стыках или удары от выбоин в бандажах не могут вызвать резонанса. Инж. Лебуше и Брузус в 1920 году применили аperiодическое подвешивание для пассажирских вагонов.

Для нахождения зависимости между нагрузкой и прогибом в рессорах переменной жесткости на фиг. 37 обозначим через P_1 нагрузку на рессору при порожнем вагоне и через f_1 — прогиб, соответствующий грузу P_1 .

При увеличении нагрузки от 0 до P_1 можно принять изменение прогиба рессоры по закону прямой линии, а дальше ей нужно придать такую форму, чтобы получить



Фиг. 37

постоянные ускорения и частоты колебаний. Это возможно в том случае, если для любой нагрузки будем иметь:

$$\frac{P}{cg} = \text{const} \quad (114)$$

или

$$\frac{P}{c} = \text{const}. \quad (114a)$$

Условие (114a) возможно только в случае криволинейной зависимости между нагрузкой P и прогибом x или при

$$P = f(x). \quad (115)$$

c — жесткость рессоры, соответствующей данной нагрузке, — можно выразить уравнением:

$$c = \frac{dP}{dx}. \quad (115a)$$

Подставим полученное значение для c в уравнение (114a) получим:

$$\frac{P}{c} = \frac{Pdx}{dP} = \text{const}; \quad (116)$$

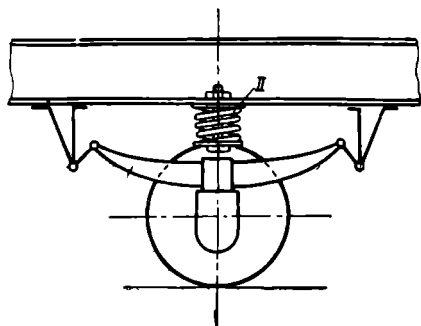
***В оригинале
страница
отсутствует***

**НТБ
ДНУЖТ**

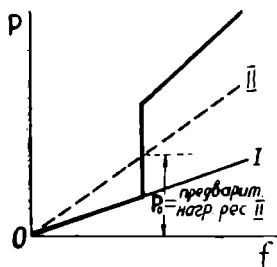
***В оригинале
страница
отсутствует***

**НТБ
ДНУЖТ**

Передача нагрузки происходит через рычаг. С увеличением прогиба плечо рычага уменьшается, вследствие чего кривая прогибов близко подходит к теоретической.



Фиг. 40

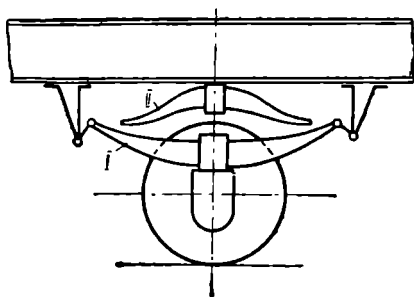


Фиг. 41

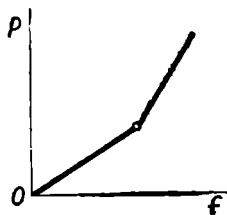
В грузовых вагонах особенно велика разница в весе при порожнем и груженом состоянии; поэтому для них желательно также получить для рессор жесткость, соответствующую уравнению (120).

В грузовых вагонах инж. Гунтерманн предлагает совместно с основной рессорой I (фиг. 40) включать предварительно сжатую рессору II.

Кривая прогибов указанных рессор дана на фиг. 41. Очень часто применяется двойное подвешивание по схеме,



Фиг. 42



Фиг. 43

указанной на фиг. 42. Рессора I работает при малых нагрузках, в то время как рессора II начинает работать при больших нагрузках.

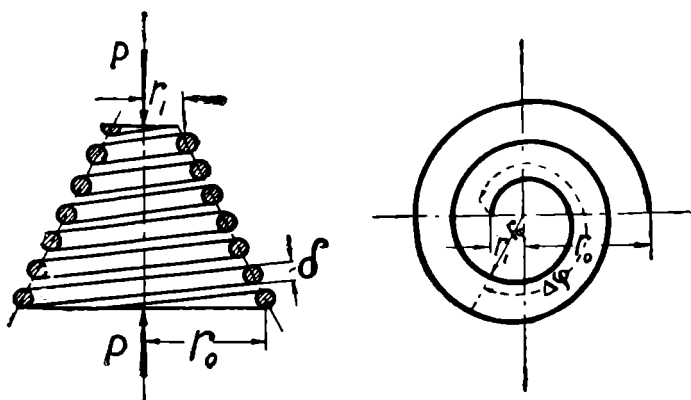
Диаграмма прогибов для указанной схемы дана на фиг. 43.

Апериодическое рессорное подвешивание можно получить при постановке конических рессор из круглой стали или же конических рессор из полосовой стали.

Апериодические конические рессоры из круглой стали

На фиг. 44 дано изображение конической рессоры с постоянным шагом.

При построении диаграммы прогибов будем принимать, что среднее значение напряжений τ на скручивание одина-



Фиг. 44

ково по всем поперечным сечениям. Указанное предположение дает результаты, достаточно точные для расчетов, применяемых в вагостроении. В этом случае для любых двух сечений, расположенных друг от друга на величину $l = 1$, будем иметь одинаковый угол скручивания ω . Угловое перемещение при принятых нами обозначениях можно получить в следующем виде:

$$\omega = \frac{32Pr}{\pi d^4 G}. \quad (121)$$

Прогиб рессоры f будет равен:

$$df = r_\varphi \omega r_\varphi d\varphi = r_\varphi^2 \omega d\varphi; \quad (121a)$$

но

$$r_\varphi = r_1 + \frac{r_0 - r_1}{2\pi i} \varphi. \quad (121b)$$

***В оригинале
страница
отсутствует***

**НТБ
ДНУЖТ**

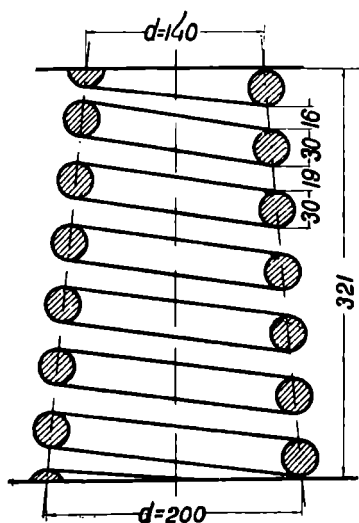
***В оригинале
страница
отсутствует***

**НТБ
ДНУЖТ**

Зависимость между прогибом f и нагрузкой P винтовой рессоры для тележек системы Ханина графически представлена на фиг. 47.

Кривую OO_2O_1A прогибов конической рессоры можно аналитически выразить уравнением:

$$f = -0,455P^2 + 4,9P - 0,52. \quad (126)$$



Фиг. 46

В уравнении (126) прогибы даны в см, а нагрузки в тоннах.

Полученную параболическую кривую OO_2O_1A можно заменить с достаточной точностью двумя прямыми OO_1 и O_1A , уравнения которых напишем в следующем виде:

1. Для прямой OO_1 :

$$f = \frac{P}{2c}; \quad P = 2cf; \quad (127)$$

2. Для прямой O_1A

$$\text{и} \quad \left. \begin{aligned} f &= \frac{P}{35,6} + 18; \\ P &= 35,6f - 640. \end{aligned} \right\} \quad (127a)$$

В уравнениях (127) и (127a) стрела прогиба выражена в мм, а нагрузка—в кг (фиг. 48).

В нижеследующей таблице 6 даны действительные прогибы рессоры и вычисленные по уравнениям (127) и (127a).

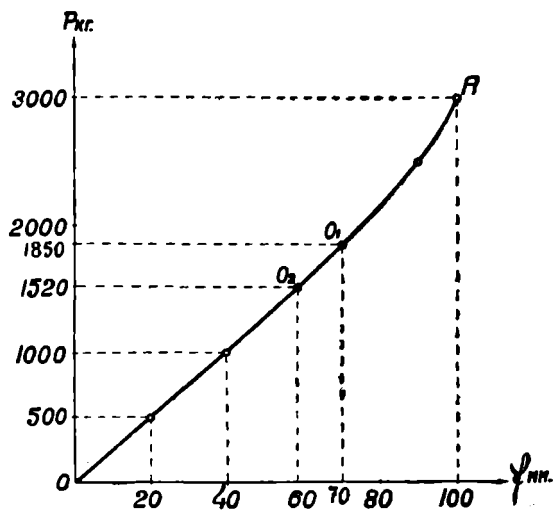
Как видно из приведенной таблицы, прогибы, вычисленные по формулам (127) и (127a), отличаются от действительной стрелы прогиба не более, как на 1—2,5%, поэтому в дальнейшем будем рассматривать винтовую рессору для тележек системы Ханина, как рессору, обладающую постоянной жесткостью $c_3 = 260$ кг см при прогибах от нуля до $f = 70$ мм, а при изменении прогиба от $f = 70$ мм до $f = 100$ мм рессора имеет другую жесткость:

$$c_3' = 356 - \frac{640}{1+z},$$

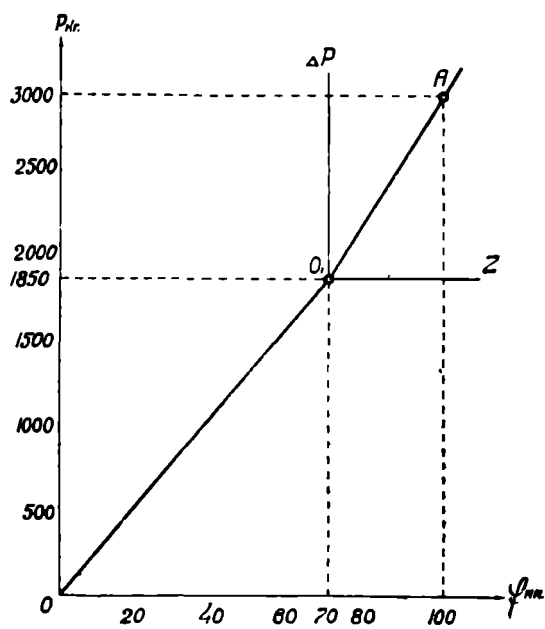
где через z обозначены прогибы сверх $f = 70$ мм. Высота рессоры под порожним вагоном составляет 263 мм. Следовательно, ее прогиб равняется:

$$f = 321 - 263 = 58 \text{ мм},$$

что соответствует нагрузке $P = 1520$ кг.



Фиг. 47



Фиг. 48

***В оригинале
страница
отсутствует***

**НТБ
ДНУЖТ**

***В оригинале
страница
отсутствует***

**НТБ
ДНУЖТ**

Полупериод колебаний

$$\frac{T}{2} = \frac{\pi}{k} = \frac{\pi}{\sqrt{188}} = \frac{\pi}{13,75} = 0,23 \text{ сек.}$$

Отрезку O_1O соответствуют колебания, выраженные дифференциальным уравнением:

$$-\frac{P}{g} \cdot \frac{d^2z}{dt^2} = P - 260(f - z) = P - 260f + 260z = 260z$$

или

$$\frac{d^2z}{dt^2} + \frac{260 \cdot 981}{1850} z = 0, \quad (128b)$$

$$k_1^2 = \frac{260 \cdot 981}{1850} = 138 \frac{1}{\text{сек.}^2}.$$

Полупериод колебаний

$$\frac{T_2}{2} = \frac{\pi}{\sqrt{138}} = \frac{\pi}{11,8} = 0,266 \text{ сек.}$$

Общее решение для уравнения (128a):

$$z = A_1 \cos kt + B_1 \sin kt.$$

Приняв следующие начальные условия, при $t = 0$:

$$z' = 0 \text{ и } z = z_0,$$

получим:

$$z = z_0 \cos kt. \quad (129)$$

Аналогично найдем корень уравнения (128b):

$$z_1 = z_{01} \cos k_1 t. \quad (129a)$$

Наибольший динамический прогиб в начальный момент принимает $z_{01} = 20$ мм, тогда наибольшее отклонение в противоположную сторону будет z_0 .

Для определения z_0 воспользуемся фиг. 49.

При изменении прогиба конической рессоры на величину $z_0 + z_{01}$ груз P совершит работу

$$P(z_0 + z_{01}),$$

измеряемую площадью прямоугольника $DFHB$ (фиг. 49). Произведенная работа поглощается сопротивлением рессор.

Работа сопротивления рессор измеряется величиной площади DEO_1AB .

***В оригинале
страница
отсутствует***

**НТБ
ДНУЖТ**

***В оригинале
страница
отсутствует***

**НТБ
ДНУЖТ**

d — наименьший средний диаметр у вершины в мм,
 b — ширина листа в мм,
 e — толщина листа в мм,
 n — число витков спирали,
 i — относительное удлинение стали = 0,005 — 0,007,
 E — модуль упругости стали в кг/мм².

Применим формулы (133), (133а) и (133b) для построения кривой, выражающей зависимость между нагрузкой и прогибом рессоры, имеющей следующие размеры:

$$D = 155 \text{ мм,}$$

$$d = 50 \text{ мм,}$$

$$b = 152,0 \text{ мм,}$$

$$e = 7 \text{ мм,}$$

$$E = 20\,000 \text{ кг/мм}^2 \text{ (по Дегарду),}$$

$$i = 0,0055.$$

Сила, сжимающая до полной осадки рессору, равна:

$$P = \frac{20\,000 \cdot 0,0055 \cdot 152 \cdot 7^2}{155 + 50} = 4000 \text{ кг.}$$

Наибольшая стрела прогиба

$$F = \frac{0,0055 (150 + 50)^2 \cdot (150 - 50)}{5 \cdot 7^2} = 9,5 \text{ см.}$$

Постоянная

$$k = \frac{F}{P^2} = \frac{95}{4^2} = 5,92.$$

Прогибы определены по формуле:

$$f = \frac{F}{P^2} p (2P - p) = 5,92 (2P - p) p.$$

В нижеследующей таблице даны стрелы прогиба, соответствующие им нагрузки и жесткости:

Таблица 7

Нагрузка в т p	Стрела прогиба f в мм	Жесткость рессоры c в кг/см
	4	
1	1,5	241
2	71	282
2,5	81,5	308
3	89	338
3,5	93	376
4	95	422

d — наименьший средний диаметр у вершины в мм,
 b — ширина листа в мм,
 e — толщина листа в мм,
 n — число витков спирали,
 i — относительное удлинение стали = 0,005 — 0,007,
 E — модуль упругости стали в кг/мм².

Применим формулы (133), (133а) и (133б) для построения кривой, выражающей зависимость между нагрузкой и прогибом рессоры, имеющей следующие размеры:

$D = 155$ мм,
 $d = 50$ мм,
 $b = 152,0$ мм,
 $e = 7$ мм,
 $E = 20\,000$ кг/мм² (по Дегарду),
 $i = 0,0055$.

Сила, сжимающая до полной осадки рессору, равна:

$$P = \frac{20\,000 \cdot 0,0055 \cdot 152 \cdot 7^2}{155 + 50} = 4000 \text{ кг.}$$

Наибольшая стрела прогиба

$$F = \frac{0,0055 (150 + 50)^2 \cdot (150 - 50)}{5 \cdot 7^2} = 9,5 \text{ см.}$$

Постоянная

$$k = \frac{F}{P^2} = \frac{95}{4^2} = 5,92.$$

Прогибы определены по формуле:

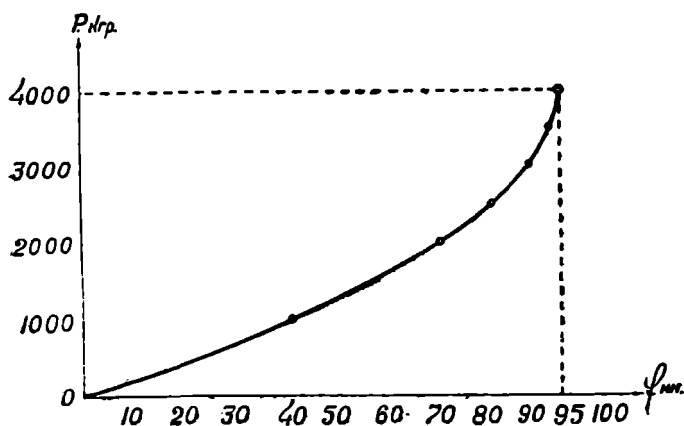
$$f = \frac{F}{P^2} p (2P - p) = 5,92 (2P - p) p.$$

В нижеследующей таблице даны стрелы прогиба, соответствующие им нагрузки и жесткости:

Таблица 7

Нагрузка в т p	Стрела прогиба f в мм	Жесткость рессоры c в кг/см
	4	
1	1,5	241
2	71	282
2,5	81,5	308
3	89	338
3,5	93	376
4	95	422

Зависимость между нагрузкой и прогибами изображена графически на фиг. 52.



Фиг. 52

Собственные колебания груза на пружине, имеющей переменную жесткость

Как было указано выше (формула (132)), зависимость между нагрузкой и прогибом выражается уравнением:

$$p = P \left(1 - \sqrt{1 - \frac{f}{F}} \right).$$

При колебаниях груз p будет отклоняться от своего положения равновесия на амплитуду z .

Дифференциальное уравнение колебаний груза можно написать в следующем виде:

$$\frac{p}{g} \frac{d^2z}{dt^2} = p - R_Z, \quad (134)$$

где R_Z — реакция рессоры, равная:

$$R_Z = P \left(1 - \sqrt{1 - \frac{f+z}{F}} \right). \quad (134a)$$

Следовательно,

$$\begin{aligned} \frac{p}{g} \frac{d^2z}{dt^2} &= p - P \left(1 - \sqrt{1 - \frac{f+z}{F}} \right) = \\ &= P \left(\sqrt{1 - \frac{f+z}{F}} - \sqrt{1 - \frac{f}{F}} \right) \end{aligned} \quad (134b)$$

Перенеся все члены уравнения в левую часть и произведя алгебраические преобразования, получим:

$$\frac{d^2z}{dt^2} + \frac{P}{p} g \left(\sqrt{1 - \frac{l}{F}} - \sqrt{1 - \frac{l+z}{F}} \right) = 0. \quad (134c)$$

Уравнение (134c) можно решить с помощью эллиптических интегралов, методом последовательного приближения, или графически. С вполне достаточной точностью период и амплитуду колебаний можно определить гораздо проще, заменив соответствующие участки кривой сжатия отрезками прямой, как это было сделано для рессорного подвешивания системы инж. Ханина.

Как видно из уравнения (134c) и фиг. 52, колебания рессоры будут происходить с различными периодами в зависимости от амплитуды; следовательно, пружины из листовой стали являются аперiodическими.

Поэтому ритмически повторяющиеся толчки на стыках или удары от выбоин в бандажах при аперiodических рессорах не могут вызвать явления резонанса.

ГЛАВА I

СВОБОДНЫЕ КОЛЕБАНИЯ НАДРЕССОРНЫХ ЧАСТЕЙ
И ПЕРИОДЫ КОЛЕБАНИЙ ДВУХОСНЫХ ВАГОНОВ

Вертикальные параллельные колебания или подпрыгивание вагонов

При подпрыгивании кузов вагона поднимается или опускается на рессорах, причем все точки наддресорных частей проходят по вертикали одинаковые пути $\pm z$ (фиг. 53).

Обозначим через:

M — массу наддресорных частей $= \frac{8P}{g}$,

$2P$ — нагрузку на каждую рессору в кг,

$\pm z$ — вертикальные перемещения в см,

c — жесткость каждой рессоры в кг/см,

φ — коэффициент относительного трения рессор,

f — статический прогиб рессор в см,

$R = (f \pm z) c$ — реакцию каждой рессоры в кг,

$\alpha F V = \alpha F \frac{dz}{dt}$ — сопротивление воздуха, где α — некоторый постоянный коэффициент, зависящий от формы тела, F — площадь вертикальной проекции кузова в м².

Тогда дифференциальное уравнение параллельного колебания системы можно написать в следующем виде:

$$\pm M \frac{d^2z}{dt^2} = 8P - 4c(f \pm z) \mp 4c(f \pm z)\varphi \mp \alpha F \frac{dz}{dt} \quad (135)$$

или

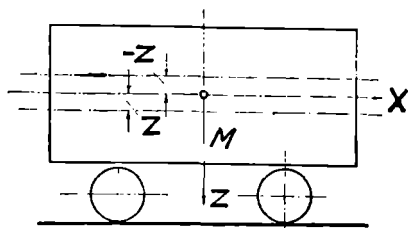
$$\frac{8P}{g} \frac{d^2z}{dt^2} + 4cz \mp 4\varphi cf + 4\varphi cz \pm \alpha F \frac{dz}{dt} . \quad (135a)$$

Приведа подобные члены и разделив обе части уравнения (135а) на $\frac{8P}{g}$, получим:

$$\frac{d^2z}{dt^2} + \frac{4(1+\varphi)cg}{8P} z + \frac{\alpha g F}{8P} \frac{dz}{dt} \pm \frac{4\varphi c f g}{8P} = 0 \quad (135b)$$

или

$$\frac{d^2z}{dt^2} + \frac{(1 \pm \varphi) cg}{2P} \left(z \pm \frac{\varphi f}{1 \pm \varphi} \right) + \frac{\alpha g F}{8P} \frac{dz}{dt} = 0, \quad (136)$$



Фиг. 53

или, вводя обозначения

$$\frac{(1 \pm \varphi) cg}{2P} = k^2 \quad (136a)$$

и

$$\frac{\alpha g F}{8P} = 2n,$$

получим уравнение:

$$\frac{d^2z}{dt^2} + k^2 \left(z \pm \frac{\varphi f}{1 \pm \varphi} \right) + 2n \frac{dz}{dt} = 0. \quad (137)$$

Положим, что

$$z \pm \frac{\varphi f}{1 \pm \varphi} = e^{rt}; \quad z' = r e^{rt} \text{ и } z'' = r^2 e^{rt} \quad (138)$$

Заменяя в уравнении (137) $\frac{d^2z}{dt^2}$, $\frac{dz}{dt}$ и z написанными выражениями, находим:

$$r^2 e^{rt} + k^2 e^{rt} + 2nr e^{rt} = 0. \quad (139)$$

Делим уравнение (139) на e^{rt} и получаем характеристическое уравнение:

$$r^2 + 2nr + k^2 = 0. \quad (139a)$$

Решая последнее уравнение, найдем

$$r_1 = -n + \sqrt{n^2 - k^2}, \quad r_2 = -n - \sqrt{n^2 - k^2}. \quad (140)$$

Сопротивление воздуха при колебании кузова очень незначительно; поэтому $n < k$.

В этом случае представим корни характеристического уравнения (139а) в виде:

$$r_1 = -n + i\sqrt{k^2 - n^2} \quad \text{и} \quad r_2 = -n - i\sqrt{k^2 - n^2}. \quad (141)$$

Общее решение уравнения (137) будет:

$$z = e^{-nt} (A_1 \cos \sqrt{k^2 - n^2} t + B_1 \sin \sqrt{k^2 - n^2} t) \pm \frac{\varphi f}{1 \pm \varphi}, \quad (142)$$

где A_1 и B_1 —произвольные постоянные, определяемые по начальным данным.

Полагая $A_1 = A \cos \beta$ и $B_1 = A \sin \beta$, получим:

$$z = A e^{-nt} \cos(\sqrt{k^2 - n^2} t + \beta) \pm \frac{\varphi f}{1 \pm \varphi}. \quad (143)$$

Примем следующие начальные условия при $t = 0$:

$$z = z_0 \quad \text{и} \quad z' = 0, \quad (144)$$

получаем:

$$z = A \cos \beta \pm \frac{\varphi f}{1 \pm \varphi} = z_0 \quad (145)$$

и

$$A = \frac{z_0 \mp \frac{\varphi f}{1 \pm \varphi}}{\cos \beta}. \quad (146)$$

$$z' = -An e^{-nt} \cos(\sqrt{k^2 - n^2} t + \beta) - A e^{-nt} \sin(\sqrt{k^2 - n^2} t + \beta) \sqrt{k^2 - n^2},$$

при $t = 0$ получим:

$$z' = -An \cos \beta - A \sqrt{k^2 - n^2} \sin \beta = 0 \quad (146a)$$

или

$$\sqrt{k^2 - n^2} \sin \beta + n \cos \beta = 0.$$

Отсюда найдем, что

$$\operatorname{tg} \beta = -\frac{n}{\sqrt{k^2 - n^2}}. \quad (146b)$$

При $n = 0$ $\operatorname{tg} \beta = 0$ и $\beta = 0$.

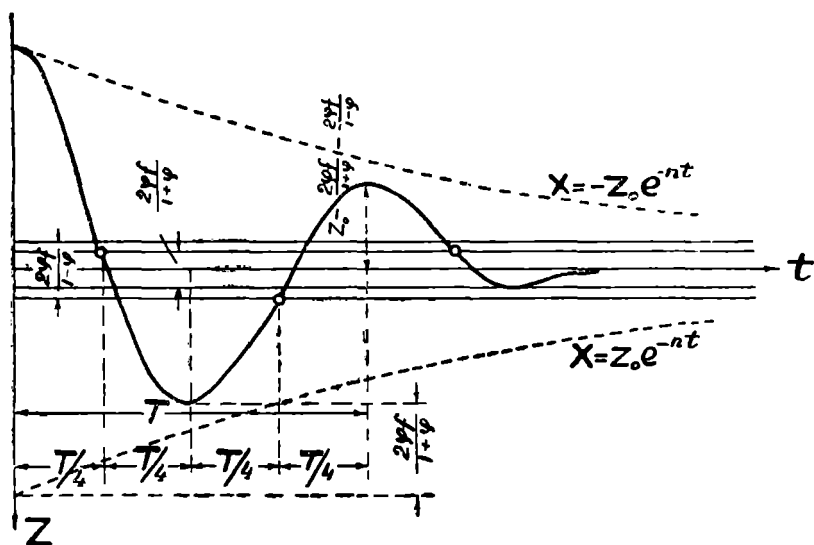
Следовательно, полученное общее решение (уравнение (137)) можно представить в виде:

$$z = e^{-nt} \left[\left(z_0 - \frac{\varphi f}{1 \pm \varphi} \right) \frac{\cos(\sqrt{k^2 - n^2} t + \beta)}{\cos \beta} \right] \pm \frac{\varphi f}{1 \pm \varphi}. \quad (147)$$

Движение, соответствующее полученному уравнению, имеет вид затухающего колебания, так как с течением времени уменьшается множитель e^{-nt} и, кроме того, амплитуды будут уменьшаться еще на величину стрелы трения, равную $\frac{\varphi f}{1 \pm \varphi}$.

Частота затухающих колебаний равна $\sqrt{k^2 - n^2}$, а период колебаний T равен:

$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{k^2 - n^2}} \quad (147a)$$



Фиг. 54

Коэффициент n называется коэффициентом затухания. При отсутствии сопротивления воздуха период колебаний равнялся бы

$$T_0 = \frac{2\pi}{k} \quad (147b)$$

Из сравнения значений T и T_0 видно, что сопротивление воздуха увеличивают период свободных колебаний, но при малом n увеличение периода колебаний незначительно.

На фиг. 53 дан график затухающих колебаний, соответствующих уравнению (147). Пунктиром на фиг. 54 изображены кривые, соответствующие уравнениям:

$$z = z_0 e^{-nt} \quad \text{и} \quad z = -z_0 e^{-nt}$$

Если бы не было трения в листовых рессорах, то вершины косинусоид лежали бы на кривых:

$$z = z_0 e^{-nt} \quad \text{и} \quad z = -z_0 e^{-nt}$$

Вследствие трения все амплитуды уменьшаются в конце каждого полупериода на $\frac{2\varphi f}{1 \pm \varphi}$.

Ввиду незначительности коэффициента n , пренебрегаем сопротивлением воздуха и получаем уравнение:

$$z = \left(z_0 - \frac{\varphi f}{1 \pm \varphi} \right) \cos kt + \frac{\varphi f}{1 \pm \varphi}, \quad (148)$$

где

$$k = \sqrt{\frac{(1 \pm \varphi) cg}{2P}} \quad \text{и} \quad T = 2\pi \sqrt{\frac{2P}{(1 \pm \varphi) cg}}, \quad (148a)$$

получили для амплитуды и периода колебаний выражения, аналогичные выведенным для колебательного движения груза на листовой рессоре.

Как видно из уравнения (148a), период колебаний рессоры увеличивается с возрастанием нагрузки $2P$ и уменьшением жесткости c .

Очевидно, что порожние вагоны с легкой тарой будут иметь малый период колебаний и беспокойный ход.

Двухосные вагоны с двойным рессорным подвешиванием имеют амплитуды и периоды колебаний, определяемые по уравнениям (85) и (86), выведенным для соответствующего колебательного движения системы с двойным рессорным подвешиванием.

Центр колебаний. Оси колебаний

В 1901 году французский инженер Г Марье предложил свою теорию колебаний при боковой качке. В своих работах Марье доказал, что колебания кузова при боковой качке и галопировании происходят около двух взаимно-перпендикулярных осей, пересекающихся в одной точке, называемой Марье „центром колебаний“.

Если колесные пары вследствие сопротивлений не перекатываются, то ось $Y'Y'$ колебаний при галопировании находится в плоскости AB , проходящей через геометрические оси колесных пар (фиг. 55).

Ось O_1 (фиг. 56) колебаний при боковой качке (фиг. 55 и 56) находится в средней вертикальной плоскости над-рессорных частей и в плоскости, параллельной рельсам, проходящей через верх буксовых пазов.

Ось XX сохраняет свое положение в течение всего периода колебаний.

На фиг. 56 обозначено через:

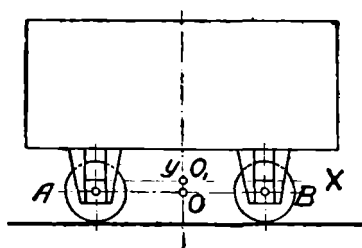
R, R_1 —рессоры винтовые или листовые,

T —буксовая лапа,

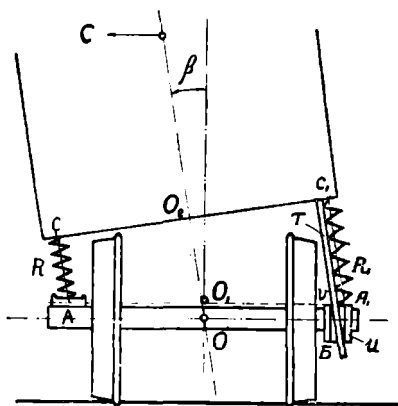
U —направляющие буксы.

При действии центробежной силы C кузов вагона вместе с рамой и буксовой лапой наклоняются по направлению к внешнему рельсу.

Наличие игры между буксовой лапой и краями буксы дает возможность происходить боковой качке без заклинивания.



Фиг. 55



Фиг. 56

Если зазоров между T и U недостаточно, то при колебании получается перекашивание буксы и нагревание подшипников.

Проведем через точку V , соприкосновения буксы с буксовой направляющей, горизонтальную прямую AA_1 , пересекающуюся с осями рессор в точках A и A_1 (фиг. 56).

Линии AC и A_1C_1 перпендикулярны к линии CC_1 .

Из прямоугольной трапеции ACC_1A_1 видно, что линия O_1O_2 есть средняя линия трапеции.

Но средняя линия трапеции всегда равна полусумме параллельных сторон AC и A_1C_1 ; следовательно,

$$O_1O_2 = \frac{AC + A_1C_1}{2}. \quad (149)$$

Центробежная сила, как сила горизонтальная, не может изменить суммы давлений на две рессоры, равной весу надрессорных частей. Поэтому линия O_1O_2 будет всегда постоянной величиной, или колебания должны происходить около оси, проходящей через точку O_1 , лежащую несколько выше геометрической оси скатов.

НТЭ
ДНУЖТ

В дальнейших расчетах будем принимать положение O_1 совпадающим с горизонтальной плоскостью, проходящей через геометрические оси скатов.

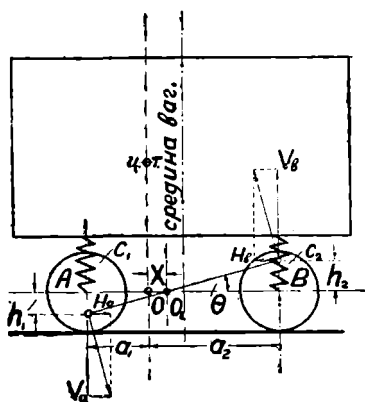
Независимо от Марье, несколько позже, Герднер, в „Revue Générale des Chemins de fer“, № 6 за 1905 г., теоретически определил положение центра колебаний и назвал его „centre elastique“ — „упругим центром“

Применим метод Герднера к определению положения центра колебаний двухосного вагона (фиг. 57), имеющего рессоры различной жесткости и центр тяжести наддрессорных частей, не совпадающий с серединой вагона.

Предположим, что под влиянием момента пары сил кузов повернулся на угол θ относительно центра O_1 , отстоящего на расстоянии x от вертикали, проходящей через центр тяжести.

При вращении кузова рессора A_1 , имеющая жесткость c_1 , получит дополнительный прогиб h_1 , а рессора B , имеющая жесткость c_2 , уменьшит свой прогиб на h_2 .

Под влиянием наклона кузова в буксах A и B появятся вертикальные и горизонтальные перемещения. Равновесие данной системы возможно только при условии, что проекция всех сил на вертикальную и горизонтальную проекции порознь равны нулю, т. е.



Фиг. 57

$$\Sigma V = 0 \text{ и } \Sigma H = 0; \quad (150)$$

$$V_A = c_1 h_1 \text{ и } V_B = c_2 h_2; \quad (150a)$$

$$h_1 = (a_1 + x) \theta \text{ и } h_2 = (a_2 - x) \theta. \quad (151)$$

Подставляя в уравнение (150a) вместо h_1 и h_2 найденные значения, получим:

$$V_A = c_1 (a_1 + x) \theta \text{ и } V_B = c_2 (a_2 - x) \theta. \quad (152)$$

Берем сумму проекций вертикальных сил и, приравняв ее нулю, получим:

$$2V_A - 2V_B = c_1 (a_1 + x) \theta - (a_2 - x) c_2 \theta = 0. \quad (152a)$$

Определим из последнего уравнения расстояние x :

$$a_1 c_1 + c_1 x - a_2 c_2 + c_2 x = 0. \quad (152b)$$

Отсюда

$$x = \frac{a_2 c_2 - a_1 c_1}{c_1 + c_2}. \quad (153)$$

При подпрыгивании прогибы рессор будут одинаковы и момент от упругих сил рессор, взятый относительно центра тяжести O , будет:

$$a_2 c_2 - a_1 c_1 = 0. \quad (154)$$

Следовательно,

$$x = 0. \quad (154a)$$

На основании полученного вывода приходим к заключению, что центр колебаний при галопировании лежит на одной вертикали с центром тяжести.

Когда жесткости рессор A и B равны, т. е. $c_1 = c_2$, то из уравнения (153) найдем:

$$x = \frac{a_2 c_1 - a_1 c_1}{2c_1} = \frac{a_2 - a_1}{2}, \quad (154b)$$

т. е. центр колебаний в этом случае находится в плоскости симметрии вагона.

Большинство железнодорожных вагонов имеет полную симметрию и одинаковую жесткость рессор, поэтому в дальнейших выводах будем принимать центр колебаний на одной вертикали с центром тяжести, находящимся в плоскости симметрии вагона.

По уравнению (150) $\Sigma H = 0$, т. е. сумма горизонтальных реакций равна нулю. Это условие выполнимо только при действии их в разных направлениях, что возможно тогда, когда точка O находится в горизонтальной плоскости, проходящей через геометрические оси колесных пар.

В четырехосных тележечных вагонах центр колебаний будет находиться в плоскости, проходящей через средние горизонтальные оси наддресорных брусьев тележек, если сопротивления будут противодействовать перекатыванию колесных пар.

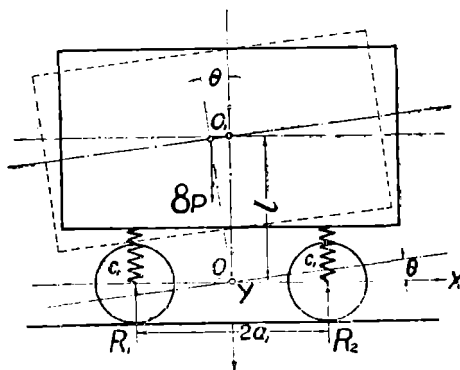
Галопирование двухосного вагона¹⁾

Когда на наддресорную часть вагона воздействует какая-либо пара сил, то по прекращении ее действия надрес-

¹⁾ Рассматривая галопирование независимо от подпрыгивания при наличии рессор с трением, получим частоты колебаний с погрешностью не более 1—3%.

сорная часть, будучи предоставленной самой себе, приходит в колебательное движение относительно оси YY , проходящей через центр колебаний O (фиг. 58). Угол поворота относительно оси YY обозначим через θ . Колебание можно выразить уравнением:

$$J_0 \frac{d^2\theta}{dt^2} + M_\theta = 0, \quad (155)$$



Фиг. 58

где J_0 — момент инерции вращающейся части относительно оси колебаний YY , проходящей через точку O , и

M_θ — суммарный момент, действующий на надрессорную часть оси по отношению к центру колебаний O .

Момент M_θ от сил $2R_1$ и $2R_2$ (фиг. 58) равен:

$$M_\theta = 2R_1 a_1 - 2R_2 a_1 - 8Pl\theta, \quad (155a)$$

но

$$R_1 = c_1 (1 + \varphi) (f + a_1 \theta) \quad (155b)$$

и

$$R_2 = c_1 (1 - \varphi) (f - a_1 \theta), \quad (155c)$$

где c_1 — жесткость рессор в кг/см,

φ — коэффициент относительного трения в рессоре,

f — статический прогиб в см,

θ — угол поворота кузова относительно оси YY ,

a_1 — половина базы вагона в см,

$a_1 \theta$ — изменение прогиба рессор от вращения кузова.

Подставляя в уравнение (155a) найденные значения для R_1 и R_2 , получим:

$$M_\theta = 2c_1 (1 + \varphi) (f + a_1 \theta) a_1 - 2c_1 (1 - \varphi) (f - a_1 \theta) a_1 - 8Pl\theta. \quad (156)$$

Раскроем скобки и приведем подобные члены в уравнении (156):

$$M_0 = 4\varphi a_1 c_1 f + 4a_1^2 c_1 \theta - 8Pl\theta. \quad (156a)$$

Момент инерции J_0 можно представить в таком виде:

$$J_0 = \Lambda l (r^2 + l^2) = \frac{8P}{g} (r^2 + l^2), \quad (157)$$

где M — масса подвешенных на рессорах частей, а r — радиус инерции относительно оси, проходящей через центр тяжести O_1 наддрессорных частей.

Подставляя в уравнение (155) значения M_0 и J_0 из уравнений (156a) и (157), получим:

$$\frac{8P}{g} (r^2 + l^2) \frac{d^2\theta}{dt^2} + (4a_1^2 c_1 - 8Pl) \theta + 4\varphi a_1 c_1 f = 0, \quad (157a)$$

или

$$\frac{8P}{g} (r^2 + l^2) \frac{d^2\theta}{dt^2} + (4a_1^2 c_1 - 8Pl) \left(\theta + \frac{4\varphi a_1 c_1 f}{4a_1^2 c_1 - 8Pl} \right) = 0. \quad (157b)$$

Разделим обе части уравнения (157b) на $\frac{8P}{g} (r^2 + l^2)$:

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{(4a_1^2 c_1 - 8Pl)g}{8P(r^2 + l^2)} \left(\theta + \frac{4\varphi a_1 c_1 f}{4a_1^2 c_1 - 8Pl} \right) = 0. \quad (158)$$

Обозначив через

$$k_1^2 = \frac{(4a_1^2 c_1 - 8Pl)g}{8P(r^2 + l^2)}, \quad (158a)$$

будем иметь:

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + k_1^2 \left(\theta + \frac{4\varphi a_1 c_1 f}{4a_1^2 c_1 - 8Pl} \right) = 0. \quad (158b)$$

Общее решение уравнения (158b):

$$\theta = - \left(\theta_0 - \frac{4\varphi a_1 c_1 f}{4a_1^2 c_1 - 8Pl} \right) \cos k_1 t - \frac{4\varphi a_1 c_1 f}{4a_1^2 c_1 - 8Pl}. \quad (159)$$

Как указывает уравнение (159), колебания будут затухающими и амплитуда колебаний стремится уменьшаться, например, при $t = \frac{T_1}{2}$

$$\begin{aligned} \theta_1 &= \left(\theta_0 - \frac{4\varphi a_1 c_1 f}{4a_1^2 c_1 - 8Pl} \right) - \frac{4\varphi a_1 c_1 f}{4a_1^2 c_1 - 8Pl} = \\ &= \theta_0 - 2 \frac{4\varphi a_1 c_1 f}{4a_1^2 c_1 - 8Pl}. \end{aligned} \quad (159a)$$

Изменение амплитуды происходит по косинусоиде и вершины ее располагаются по прямым, сходящимся в одной точке. Период колебаний при галопировании

$$T_1 = \frac{2\pi}{k_1} = 2\pi \sqrt{\frac{8P(r^2 + l^2)}{(4a_1^2 c_1 - 8Pl)g}} = 2\pi \sqrt{\frac{J_0}{4a_1^2 c_1 - 8Pl}}; \quad (159b)$$

если $r^2 + l^2 = a_1^2$, то

$$T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{8Pa_1^2}{4(a_1^2 c_1 - 2Pl)g}} = 2\pi \sqrt{\frac{2P}{c_1 \left(1 - \frac{Pl}{a_1^2}\right)g}}. \quad (159c)$$

Пренебрегая величиной $\frac{Pl}{a_1^2}$ и заменяя в уравнении (159c) $\frac{2P}{c_1}$ через f , получим период колебаний.

$$T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} = T, \quad (159d)$$

где T — период колебаний при подпрыгивании.

В этом случае изменения в усилиях, возникающих в рессорах, независимы друг от друга. Поэтому желательно базу вагона выбрать из условия:

$$a_1^2 = r^2 + l^2. \quad (159e)$$

Боковая качка двухосных вагонов

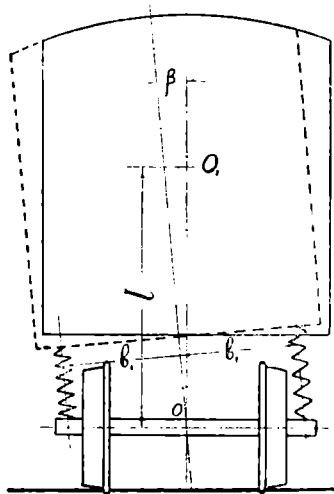
На фиг. 59 дана схема расположения надрессорных частей вагона в поперечном разрезе.

За центр колебаний, без большой погрешности, можно принять точку O , расположенную на горизонтальной плоскости, проходящей через геометрические оси колесных пар. Момент инерции относительно оси XX , проходящей через центр O , равен:

$$J_{\bar{x}} = \frac{8P}{g} (r_1^2 + l^2), \quad (160)$$

где r_1 — радиус инерции надрессорных частей относительно оси, проходящей через центр тяжести O_1 подвешенных частей, и

l — вертикальное расстояние от центра тяжести O_1 до центра колебаний O .



Фиг. 59

Заменяя в уравнении (158) r , a_1 , k_1 и θ , соответственно, через r_1 , b_1 , k_2 и β , получим дифференциальное уравнение колебаний в следующем виде:

$$\frac{d^2\beta}{dt^2} + k_2^2 \left(\beta + \frac{4\varphi b_1 c_1 f}{4b_1^2 c_1 - 8Pl} \right) = 0, \quad (160a)$$

где

$$k_2^2 = \frac{(4b_1^2 c_1 - 8Pl) g}{8P(r_1^2 + l^2)}. \quad (160b)$$

Период колебаний при боковой качке

$$T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{8P(r_1^2 + l^2)}{(4b_1^2 c_1 - 8Pl) g}}. \quad (160c)$$

Как указывает уравнение (160c), период свободных колебаний увеличивается с увеличением веса вагона, величины расстояния l , а также с уменьшением жесткости c_1 и расстояния $2b_1$ между хомутами рессор. Общее решение уравнения (160a) найдем по аналогии с решением уравнения (158b):

$$\beta = - \left(\beta_0 - \frac{4\varphi b_1 c_1 f}{4b_1^2 c_1 - 8Pl} \right) \cos k_2 t - \frac{4\varphi b_1 c_1 f}{4b_1^2 c_1 - 8Pl}. \quad (161)$$

Колебания будут затухающими и амплитуды колебаний изменяются по закону косинусоиды.

Г Л А В А II

ВЫНУЖДЕННЫЕ КОЛЕБАНИЯ НАДРЕССОРНЫХ ЧАСТЕЙ ВАГОНОВ

Деформация рельсового пути под влиянием подвижной нагрузки ¹⁾

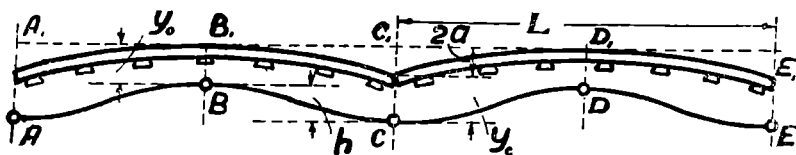
Рельсовый путь, даже в ненагруженном состоянии, имеет впадины в местах стыков рельс (фиг. 60). Кривая $A_1 B_1 C_1$ дает очертание рельсового пути при отсутствии нагрузки. При движении поезда по рельсам происходит деформация рельсовой нитки и она принимает форму кривой ABC . При проходе поезда середина рельс опускается на величину y_0 , стык понижается на y_c .

В ненагруженном состоянии осадка стыков $2a$ по сравнению с серединой рельса равняется 5—8 мм. Разница h в уровнях конца и середины нагруженных рельс достигает

¹⁾ Проф. М и т ю ш и н. Рельсовый путь.

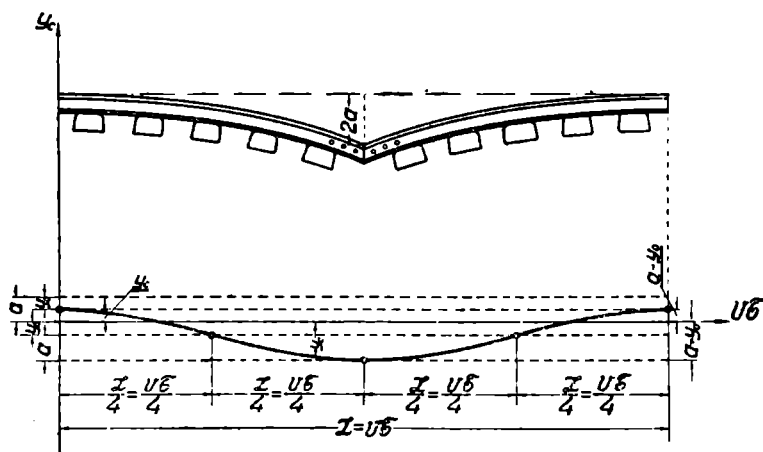
6 мм при хорошем состоянии пути, при среднем — 12 мм и при плохом состоянии железнодорожного полотна — до 24 мм.

С переходом на метрическую систему в 1924 г. установлена следующая длина рельс: $L=10, 12,5$ и 15 м.



Фиг. 60

Кривая обертывающей точек соприкосновения колес с рельсом или, точнее, кривая, описываемая центром колеса при движении (фиг. 61), приближается к косинусоиде¹⁾, уравне-



Фиг. 61

ние которой дано проф. Филоненко-Бородич в следующем виде (фиг. 61):

$$y_c = -\frac{\mu g}{m\rho^2} + \frac{a\rho^2}{\rho^2 - n^2} \cos nt - \frac{an^2}{\rho^2 - n^2} \cos pt, \quad (162)$$

где y_c — ордината кривой,

μ — масса вертикальной нагрузки, передаваемой колесом на рельс,

m — масса половины колесной пары,

¹⁾ Проф. М и т ю ш и н — Рельсовый путь.

n — постоянный параметр равный $\frac{2\pi}{\tau}$; τ — время, в течение которого колесо проходит рельс,
 $2a$ — наибольшая осадка стыка,
 ρ — величина, определяемая из формулы: $\rho^2 = \frac{K}{m}$;

следовательно,

$$\frac{\mu g}{m\rho^2} = \frac{\mu g}{K} = y_0,$$

где K — коэффициент жесткости пути или груз в килограммах, вызывающей упругую осадку полотна в 1 см.

Коэффициент K в зависимости от состояния пути изменяется от 22 000 до 57 000 кг/см. Большие цифры относятся к вновь уложенным рельсам с хорошим содержанием пути.

Уравнение (162) можно значительно упростить, если пренебречь численным значением некоторых величин. Например, беря наибольшее возможное значение для массы колесной пары $m = \frac{733}{g} = \frac{733}{981}$ и наименьшее значение $K = 22\,000$ кг/см, получим для ρ следующую численную минимальную величину:

$$\rho^2 = \frac{22\,000 \cdot 981}{733} = 29\,300 \frac{1}{\text{сек.}^2}.$$

Параметр n — зависит от скорости поезда: чем больше, скорость, тем выше значение n .

При длине рельса 10 м и движении поезда со скоростью 100 км/час найдем для n численную величину:

$$n = \frac{\sqrt{2}\pi}{L} = \frac{2\pi}{10} = \frac{200\pi}{36} = 17,5 \frac{1}{\text{сек.}}$$

и

$$n^2 = 17,5^2 = 306,25 \frac{1}{\text{сек.}^2}.$$

Величина $2a$ не превышает 10—12 мм, поэтому вполне возможно во втором члене $\frac{a\rho^2}{\rho^2 - n^2}$ пренебречь величиной n^2 и сократить дробь на ρ^2 или принять, что

$$\frac{a\rho^2}{\rho^2 - n^2} = \frac{a\rho^2}{\rho^2} = a;$$

третьим членом $\frac{an^2}{\rho^2 - n^2} \cos \rho t$ тоже пренебрегаем; тогда окончательно получим:

$$y_c = -\frac{\mu g}{m\rho^2} + a \cos nt = -y_0 + a \cos nt. \quad (163)$$

Дифференциальные уравнения и их интегралы для вертикальных перемещений двухосных вагонов (подпрыгивание вагонов)

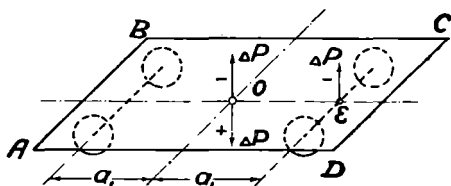
При проходе вагона через стыки, расположенные друг против друга, вызываются только вертикальные колебания и галопирование.

При подъеме или опускании колеса на величину y_c нагрузка на ось колесной пары изменяется на величину

$$\Delta P = 2y_c (1 \pm \varphi) c_1. \quad (164)$$

Изменение нагрузки на ось вызовет продольные колебания и подпрыгивание, в чем легко убедиться на основании следующих соображений.

Пусть $ABCD$ (фиг. 62) схематически изображает надрессорные части вагона. В точке O находится центр колебаний. Сила от удара на стыках приложена в точке E , расположенной в продольной плоскости симметрии вагона.



Фиг. 62

Приложив в точке O две равных и противоположных силы $\pm \Delta P$, получим, что на кузов вагона действует пара сил $\Delta P a_1$, вращающая надрессорную часть в меридиальном направлении, и сила ΔP , направленная вверх и перемещающая кузов параллельно самому себе.

При проходе через стык второй колесной пары снова появится сила ΔP и момент $\Delta P a_1$, от пары сил.

Выразив расстояние между колесами через время, получим:

$$2a_1 = Vt$$

или

$$t = \frac{2a_1}{V}. \quad (164a)$$

Применяя уравнение (163) для определения изменения нагрузки на ось и учитывая направление координатных осей (положительное направление взято вниз), получим:

$$\Delta P_1 = 2(1 \pm \varphi) c_1 \left(\frac{\mu g}{mp^2} - a \cos nt \right). \quad (164b)$$

Это усилие затем перенесем в центр колебаний. Силу, действующую на вторую колесную пару, отнеся ее ко времени, можно определить по формуле:

$$\Delta P_2 = 2(1 \pm \varphi) c_1 \left[\frac{\mu g}{m\rho^2} - a \cos n \left(t + \frac{2a_1}{V} \right) \right]. \quad (164c)$$

Эту силу тоже необходимо перенести в центр колебаний O . Следовательно, в центре колебаний будет приложена суммарная сила:

$$\begin{aligned} Z &= 2(1 \pm \varphi) c_1 \left[\frac{\mu g}{m\rho^2} - a \cos nt + \frac{\mu g}{m\rho^2} - a \cos n \left(t + \frac{2a_1}{V} \right) \right] = \\ &= 2(1 \pm \varphi) c_1 \left\{ \frac{2\mu g}{m\rho^2} - a \left[\cos nt + \cos n \left(t + \frac{2a_1}{V} \right) \right] \right\}. \quad (165) \end{aligned}$$

Подставляя в первую часть уравнения (135a) полученное значение возмущающей силы Z_1 , будем иметь, пренебрегая сопротивлением среды:

$$\begin{aligned} \frac{8P}{g} \frac{d^2 z}{dt^2} + 4(1 \pm \varphi) c_1 \left(z - \frac{\varphi f}{1 \pm \varphi} \right) = \\ = -2(1 \pm \varphi) c_1 \left\{ \frac{2\mu g}{m\rho^2} - a \left[\cos nt + \cos n \left(t + \frac{2a_1}{V} \right) \right] \right\}. \quad (166) \end{aligned}$$

Разделим обе части уравнения (166) на $\frac{8P}{g}$:

$$\begin{aligned} \frac{d^2 z}{dt^2} + \frac{4(1 \pm \varphi) c_1 g}{8P} \left(z - \frac{\varphi f}{1 \pm \varphi} \right) = \\ = \frac{-2(1 \pm \varphi) c_1 g}{8P} \left\{ \frac{2\mu g}{m\rho^2} - a \left[\cos nt + \cos n \left(t + \frac{2a_1}{V} \right) \right] \right\}. \quad (166a) \end{aligned}$$

Общее решение этого уравнения будет:

$$z = z_1 + z_2, \quad (166b)$$

где z_1 — решение однородного уравнения вида:

$$\frac{d^2 z_1}{dt^2} + \frac{(1 \pm \varphi) c_1 g}{2P} \left(z_1 - \frac{\varphi f}{1 \pm \varphi} \right) = 0, \quad (166c)$$

равное

$$z_1 = \left(z_0 - \frac{\varphi f}{1 \pm \varphi} \right) \cos k_1 t + \frac{\varphi f}{1 \pm \varphi}; \quad (166d)$$

z_2 — частное решение уравнения:

$$\frac{d^2 z_2}{dt^2} + k_1^2 z_2 = \frac{(1 \pm \varphi) c_1 g}{4P} \left\{ \frac{2\mu g}{m\rho^2} - a \left[\cos nt + \cos n \left(t + \frac{2a_1}{V} \right) \right] \right\}. \quad (167)$$

Для отыскания решения последнего уравнения полагаем

$$z_2 = A + Bt \left[\sin(nt) + \sin\left(t + \frac{2a_1}{V}\right) n \right]. \quad (167a)$$

При явлении резонанса частота $k_1 = n$; поэтому принимаем, что

$$z_2 = A + Bt \left[\sin k_1 t + \sin k_1 \left(t + \frac{2a_1}{V} \right) \right]. \quad (167b)$$

Находим:

$$z_2' = B \left[\sin k_1 t + \sin k_1 \left(t + \frac{2a_1}{V} \right) \right] + Bk_1 t \left[\cos k_1 t + \cos k_1 \left(t + \frac{2a_1}{V} \right) \right]; \quad (168)$$

$$z_2'' = Bk_1 \left[\cos k_1 t + \cos k_1 \left(t + \frac{2a_1}{V} \right) \right] + Bk_1 \left[\cos k_1 t + \cos k_1 \left(t + \frac{2a_1}{V} \right) \right] - Btk_1^2 \left[\sin k_1 t + \sin k_1 \left(t + \frac{2a_1}{V} \right) \right] = 2Bk_1 \left[\cos k_1 t + \cos k_1 \left(t + \frac{2a_1}{V} \right) \right] - Btk_1^2 \left[\sin k_1 t + \sin k_1 \left(t + \frac{2a_1}{V} \right) \right]. \quad (168a)$$

Положим, что $1 + \varphi \simeq 1 \simeq \varphi \simeq 1$.

Подставим полученные значения для z_2 , z_2' и z_2'' в уравнение (168):

$$2Bk_1 \left[\cos k_1 t + \cos k_1 \left(t + \frac{2a_1}{V} \right) \right] - Bk_1^2 t \left[\sin k_1 t + \sin k_1 \left(t + \frac{2a_1}{V} \right) \right] + Ak_1^2 + Bk_1^2 t \left[\sin k_1 t + \sin k_1 \left(t + \frac{2a_1}{V} \right) \right] = \frac{c_1^2 g^2}{2Pm\rho^2} + \frac{ac_1 g}{4P} \left[\cos k_1 t + \cos k_1 \left(t + \frac{2a_1}{V} \right) \right]. \quad (168b)$$

Приведем подобные члены в уравнении (168b):

$$2Bk_1 \left[\cos k_1 t + \cos k_1 \left(t + \frac{2a_1}{V} \right) \right] + Ak_1^2 = \frac{ac_1 g}{4P} \left[\cos k_1 t + \cos k_1 \left(t + \frac{2a_1}{V} \right) \right] - \frac{c_1^2 g}{2Pm\rho^2} \quad (168c)$$

Сравнивая коэффициенты, найдем, что

$$B = \frac{ac_1g}{8Pk_1} = \frac{ak_1}{4};$$

$$A = -\frac{c_1\mu g^2}{2Pk_1^2 m\rho^2} = -\frac{\mu g}{K};$$

$$z_2 = -\frac{\mu g}{K} + \frac{ak_1}{4} \left[\sin k_1 t + \sin k_1 \left(t + \frac{2a_1}{V} \right) \right] t. \quad (168d)$$

Общее решение уравнения (166a) при начальных условиях $t = 0$:

$$z = z_0 = -\frac{\mu g}{K}; \quad z' = \frac{ak_1}{4} \sin k_1 \frac{2a_1}{V};$$

$$z = \left[z_0 - \frac{\varphi f}{1 \pm \varphi} \right] \cos k_1 t + \frac{\varphi f}{1 \pm \varphi} - \frac{\mu g}{K} +$$

$$+ \frac{ak_1}{4} \left[\sin k_1 t + \sin k_1 \left(t + \frac{2a_1}{V} \right) \right] t. \quad (169)$$

При бесконечном возрастании t бесконечно возрастает z , и если влияние трения в рессорах недостаточно, то в этом случае наступает явление резонанса.

Очевидно, появление резонанса возможно только в том случае, если приращение амплитуды в конце каждого полу-периода, т. е. через $\frac{T}{2}$, будет больше двойной стрелы трения, что можно выразить следующей формулой:

$$2\varphi f < -\frac{\mu g}{K} + \frac{ak_1\pi}{4k_1} \left[\sin k_1 t + \sin k_1 \left(t + \frac{2a_1}{V} \right) \right]. \quad (169a)$$

Для двухосного товарного вагона $\frac{\mu g}{K} \simeq \frac{5250}{48000} = 1,25$ мм.

Максимальное возможное значение для суммы синусов, стоящих в скобках, не превышает 2; поэтому

$$2\varphi f < 1,25 + \frac{2\pi a}{4},$$

отсюда

$$2a > \frac{8\varphi f}{\pi} + \frac{6}{\pi} = 2,56\varphi f + 1,9 \text{ мм.}$$

В товарных двухосных вагонах $\varphi f \simeq 5$ мм, следовательно, появление резонанса можно ожидать при

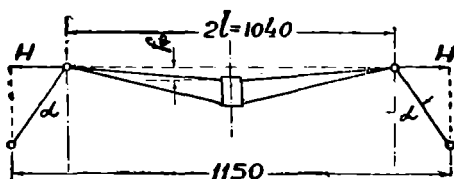
$$2a > 2,56 \cdot 5 + 1,9 \simeq 15 \text{ мм.}$$

Пример. Определим возможность появления резонанса при следовании с критической скоростью двухосного товар-

ного вагона, имеющего тару в 7 т, полезную нагрузку 18 т, вес колесной пары с буксами 1,187 т.

Длину рельс принимаем в 10 м, наибольший прогиб нитки $2a = 5$ мм, коэффициент жесткости рельс $K = 48\,000$ кг/см.

Товарный двухосный вагон имеет следующие размеры рессор (фиг. 63): длину $2l = 1040$ мм, ширину листов $b =$



Фиг. 63

$= 76$ мм, толщину листов $h = 13$ мм, число листов $n = 11$ шт., фабричная стрела прогиба равна 111 мм, $E = 2,2 \cdot 10^6$ кг/см².

База вагона $2a_1 = 3810$ мм.

Угол наклона подвесок

$$\sin \alpha = \frac{1150 - 1040}{2 \cdot 100} = 0,55; \quad \alpha = 33^\circ 20'$$

и

$$\operatorname{tg} \alpha = 0,658.$$

Теоретический прогиб рессоры найдем по формуле:

$$f = \frac{6Pl^2(l + f\phi \operatorname{tg} \alpha)}{nbh^3 + 6Pl^2 \operatorname{tg} \alpha}, \quad (170)$$

где $2P$ — нагрузка на рессору, равная:

$$2P = \frac{7000 + 18\,500 - 2 \cdot 1187}{4} = 5660 \text{ кг.}$$

Подставим в формулу (170) численные значения, получим:

$$f = \frac{6 \cdot 2830 \cdot 52^2 (52 + 11,1 \cdot 0,658)}{11 \cdot 7,6 \cdot 1,3^3 \cdot 2,2 \cdot 10^6 + 6 \cdot 2830 \cdot 52^2 \cdot 0,658} = 6,23 \text{ см.}$$

Жесткость рессоры

$$c_1 = \frac{5660}{6,23} = 910 \text{ кг/см.}$$

Для определения действительного прогиба (без учета трения) введем поправку на наличие двух призматических листов:

$$f_{\text{действ}} = \frac{2n}{2n + n_1} f = \frac{22}{22 + 2} 6,23 = 57,2 \text{ мм.}$$

Коэффициент относительного трения φ найдем по формуле Марье:

$$\varphi = \frac{\eta(n-1)(n+0,5n_1)h}{nl} = \frac{0,3(11-1)(11+0,5 \cdot 2)1,3}{11 \cdot 52} = 0,075.$$

Коэффициент трения между листами η взят равным 0,3. Период колебаний наддрессорных частей вагона

$$T \simeq 2\pi \sqrt{\frac{f_{\text{действ}}}{g}} = 2\pi \sqrt{\frac{5,72}{981}} = 0,48 \text{ сек.}$$

Критическая скорость при длине рельса в 10 м равна:

$$V = \frac{10}{0,48} = 20,8 \text{ м/сек.}$$

или

$$V = 20,8 \cdot 3,6 = 75 \text{ км/час.}$$

Частота

$$k_1 = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{0,48} = 13,1 \simeq 4,18\pi.$$

Наибольший добавочный прогиб z_0 возьмем в 25 мм. Полагая

$$1 + \varphi \simeq 1 - \varphi \simeq 1,$$

найдем

$$\varphi f = 0,075 \cdot 57,2 = 4,3 \text{ мм.}$$

Давление колеса на рельс

$$\mu g = \frac{25000}{4} = 6250 \text{ кг}$$

и

$$\frac{\mu g}{K} = \frac{6250}{48000} = 1,2 \text{ мм.}$$

Если взять $K = 22000$, то

$$\frac{\mu g}{K} = \frac{6250}{22000} = 2,6 \text{ мм.}$$

Определяем

$$B = \frac{ac_1g}{8Pk_1} \simeq \frac{ak_1}{4} = \frac{0,25 \cdot 13,10}{4} = 0,75 \text{ см}$$

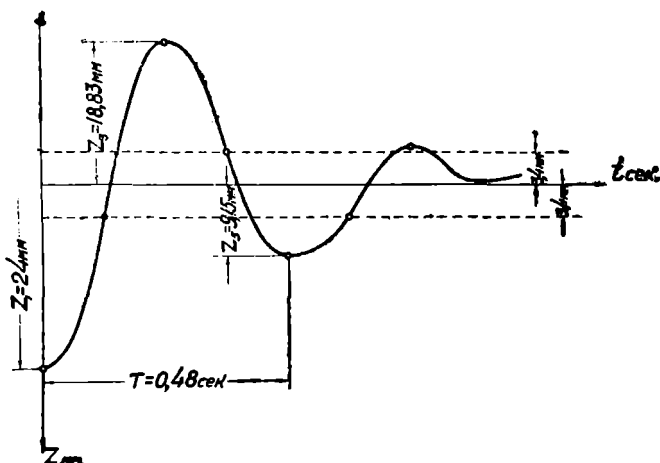
и

$$\frac{2a_1}{V} = \frac{3,810}{20,8} = 0,183 \simeq 0,0583\pi.$$

Подставим полученные значения в уравнение (169), принимая линейные размеры в мм:

$$z = (25 - 4,3) \cos k_1 t + 4,3 - 1,2 + 7,5 [\sin k_1 t + \sin k_1 (t + 0,058 \pi)] t = \\ = 20,7 \cos k_1 t + 3,1 + 7,5 (\sin k_1 t + \sin k_1 t \cdot \cos 0,058 \pi k_1 + \\ + \cos k_1 t \cdot \sin 0,058 \pi k_1) t. \quad (171)$$

Найдем значения z при $t=0$; $t = \frac{T}{4}$; $t = \frac{T}{2}$; $t = \frac{3}{4} T$ и $t = T$.



Фиг. 64

Подставим в уравнение (171) вместо $t=0$, получим:

$$z_1 = 20,7 + 3,1 = 23,8 \approx 24 \text{ мм.}$$

$$\text{При } t = \frac{T}{4} = \frac{2\pi}{4k_1} = \frac{\pi}{2k_1}$$

$$z_2 = 20,7 \cos \frac{\pi}{2} + 3,1 + 7,5 \left(\sin \frac{\pi}{2} + \sin \frac{\pi}{2} \cdot \cos 0,765\pi + \right. \\ \left. + \cos \frac{\pi}{2} \sin 0,765\pi \right) \frac{\pi}{2k_1} = 3,1 + 0,9(1 - 0,736) = 3,1 + 0,24 = 3,34 \text{ мм.}$$

$$\text{При } t = \frac{T}{2} = \frac{2\pi}{2k_1} = \frac{\pi}{k_1}$$

$$z_3 = -20,7 + 3,1 + 7,5 (\sin \pi + \sin \pi \cdot \cos 0,765\pi + \cos \pi \cdot \sin 0,765\pi) \frac{\pi}{k_1} = \\ = -20,7 + 3,1 + 1,8(-1 \cdot 0,68) = -18,83 \text{ мм.}$$

$$\text{При } t = \frac{3}{4} T = \frac{3}{4} \frac{2\pi}{k_1} = \frac{3\pi}{2k_1}$$

$$z_4 = 20,7 \cos \frac{3\pi}{2} + 3,1 + 7,5 \left(\sin \frac{3\pi}{2} + \sin \frac{3\pi}{2} \cos 0,765\pi \right) \frac{3\pi}{k_1} =$$

$$= 3,1 + 5,4 (-1 - 0,736) = 3,1 - 9,4 = -6,3 \text{ мм.}$$

$$\text{При } t = T = \frac{2\pi}{k_1}$$

$$z_5 = -(z_0 - 3\varphi f) \cos k_1 t + \varphi f - 1,2 + 7,5 \frac{2\pi}{k_1} \cos 2\pi \cdot \sin 0,765\pi =$$

$$= (25 - 13) - 4,3 - 1,2 + 3,6 \cdot 0,736 = 6,5 + 2,65 = 9,15 \text{ мм.}$$

На фиг. 64 дан график колебаний вагона в течение почти двух периодов. Как видно из графика, вынужденные колебания будут затухающие. Следовательно, увеличения амплитуд не наблюдается при хорошем состоянии пути и наличии рессоры с трением.

Поэтому подвижному составу не опасны большие скорости, а опасен плохой рельсовый путь.

Вынужденные колебания вагона и влияние величины базы вагона на плавность хода

Можно принять за частное решение уравнения (167) следующее выражение:

$$z_2 = A + B \left[\cos nt + \cos n \left(t + \frac{2a_1}{V} \right) \right]. \quad (172)$$

Найдем

$$z_2' = -nB \left[\sin nt + \sin n \left(t + \frac{2a_1}{V} \right) \right] \quad (172a)$$

и

$$z_2'' = -n^2 B \left[\cos nt + \cos n \left(t + \frac{2a_1}{V} \right) \right]. \quad (172b)$$

Подставим полученные значения в уравнение (167):

$$-n^2 B \left[\cos nt + \cos n \left(t + \frac{2a_1}{V} \right) \right] + Ak_1^2 + Bk_1^2 \left[\cos nt + \right.$$

$$\left. + \cos n \left(t + \frac{2a_1}{V} \right) \right] = -\frac{c_1 u g^2}{2P m \rho^2} + \frac{ac_1 g}{4P} \left[\cos nt + \cos n \left(t + \frac{2a_1}{V} \right) \right] \quad (172c)$$

Сравнивая коэффициенты, можем получить:

$$k_1^2 B - n^2 B = B(k_1^2 - n^2) = \frac{ac_1 g}{4P} = \frac{ak_1^2}{2}$$

и

$$Ak_1^2 = -\frac{c_1 \mu g^2}{2P\pi\rho^2} = -\frac{\mu g}{K}, \quad (172d)$$

откуда найдем, что

$$B = \frac{ak_1^2}{2(k_1^2 - n^2)} \quad \text{и} \quad A = -\frac{\mu g}{Kk_1^2}. \quad (172e)$$

Следовательно,

$$z = (z_0 - \varphi f) \cos k_1 t + \varphi f - \frac{\mu g}{Kk_1^2} + \\ + \frac{ak_1^2}{2(k_1^2 - n^2)} \left[\cos nt + \cos n \left(t + \frac{2a_1}{V} \right) \right] \quad (173)$$

при $k_1^2 = n^2$, т. е. когда частота собственных колебаний надрессорных частей совпадает с частотой вынужденных колебаний, то знаменатель в четвертом члене превращается в нуль и амплитуда колебаний теоретически может принять бесконечно большую величину. Но, как указано было в примере на стр. 100, силы трения в рессорах могут ограничивать амплитуды колебаний и возрастания амплитуд могут не наблюдаться при хорошем состоянии пути.

При плохом содержании пути амплитуды колебаний могут возрастать и появятся удары о хомуты рессор; при этом сильно перегружаются шейки оси.

Для выяснения влияния величины базы вагона на колебания исследуем выражение:

$$\cos nt + \cos n \left(t + \frac{2a_1}{V} \right),$$

входящее в уравнение (173).

Рассматриваемое выражение принимает максимальное значение тогда, когда имеются следующие соотношения:

$$\cos nt = \cos (nt + 2p\pi) = \cos n \left(t + \frac{2a_1}{V} \right),$$

где p — целое нечетное число; следовательно,

$$nt + 2p\pi = nt + n \frac{2a_1}{V}.$$

Из последнего уравнения найдем, что

$$2a_1 = \frac{2p\pi V}{n};$$

но $n = \frac{2\pi}{\tau}$ (формула (162а), поэтому

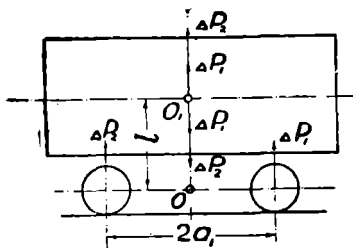
$$2a_1 = \frac{2p\pi V}{2\pi \frac{1}{\tau}} = pV\tau,$$

τ — время, в течение которого колесо проходит по рельсу длиной L со скоростью V м/сек.

Заменив в последнем равенстве произведение Vt через равное ему значение L , получим:

$$2a_1 = pL. \quad (174)$$

Как видно из полученного равенства, при базе вагона $2a_1$, кратной длине рельса, и $n = k_1$ создаются особенно благоприятные условия для появления подпрыгивания.



Фиг. 65

Галоирование двухосных вагонов

На фиг. 65 дана схема двухосного вагона. При прохождении через стыки на передние колеса действует сила ΔP_1 , а на задние ΔP_2 .

Приложив к центру тяжести надрессорных частей равные и противоположные силы $\pm \Delta P_1$ и $\pm \Delta P_2$, по аналогии с предшествующим, в правой части дифференциального уравнения (158b) свободных колебаний в меридиальной плоскости необходимо подставить сумму моментов от сил ΔP_1 и ΔP_2 , соответственно равных:

$$\Delta P_1 = 2c_1 \left(\frac{\mu g}{m\rho^2} - a \cos nt \right) \quad (175)$$

и

$$\Delta P_2 = 2c_1 \left[\frac{\mu g}{m\rho^2} - a \cos n \left(t + \frac{2a_1}{V} \right) \right] \quad (175a)$$

Суммарный момент, действующий на надрессорные части вагона:

$$M_\theta = -2c_1 \left(\frac{\mu g}{m\rho^2} - a \cos nt \right) a_1 + 2c_1 \left[\frac{\mu g}{m\rho^2} - a \cos n \left(t + \frac{2a_1}{V} \right) \right] a_1 \quad (175b)$$

или

$$M_0 = -2a_1c_1 \left[\cos n \left(t + \frac{2a_1}{V} \right) - \cos nt \right] a. \quad (175c)$$

Дифференциальное уравнение вынужденных колебаний:

$$\begin{aligned} \frac{d^2\theta}{dt^2} + k_1^2 \left(\theta + \frac{4\varphi a_1 c_1 f}{4a_1^2 c_1 - 8Pl} \right) = \\ = -\frac{2a_1 c_1 g}{8P(r^2 + l^2)} \left[\cos n \left(t + \frac{2a_1}{V} \right) - \cos nt \right] a. \end{aligned} \quad (176)$$

Общее решение уравнения (176) можно представить в одном из следующих видов:

$$\begin{aligned} \theta = - \left(\theta_0 - \frac{4\varphi a_1 c_1 f}{4a_1^2 c_1 - 8Pl} \right) \cos k_1 t - \frac{4\varphi a_1 c_1 f}{4a_1^2 c_1 - 8Pl} + \\ + \frac{aa_1 c_1 g}{4P(k_1^2 - n^2)} \left[\frac{\cos n \left(t + \frac{2a_1}{V} \right) - \cos nt}{r^2 + l^2} \right] \end{aligned} \quad (176a)$$

или

$$\begin{aligned} \theta = - \left(\theta_0 - \frac{4\varphi a_1 c_1 f}{4a_1^2 c_1 - 8Pl} \right) \cos k_1 t - \frac{4\varphi a_1 c_1 f}{4a_1^2 c_1 - 8Pl} + \\ + \frac{aa_1 c_1 g t}{8P(r^2 + l^2) k_1} \left[\sin k_1 \left(t + \frac{2a_1}{V} \right) - \sin k_1 t \right]. \end{aligned} \quad (176b)$$

Амплитуды колебаний могут бесконечно теоретически возрастать при $n = k_1$.

Наибольшие значения получатся, когда косинусы имеют разные знаки:

$$\cos nt = -\cos(nt + p_1\pi) = -\cos n \left(t + \frac{2a_1}{V} \right). \quad (176c)$$

Отсюда

$$nt + p_1\pi = nt + n \frac{2a_1}{V}. \quad (176d)$$

При этом p_1 — целое нечетное число.

Из уравнения (170c) находим:

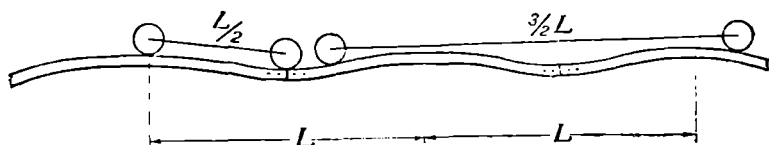
$$2a_1 = \frac{p_1\pi V}{n}. \quad (176e)$$

Вместо n подставим $\frac{2\pi}{\tau}$, получим:

$$2a_1 = \frac{p_1 V \tau}{2} = \frac{p_1 L}{2}. \quad (177)$$

Следовательно, при $n = k_1$ и длине базы вагона, равной половине длины рельса, создаются наиболее благоприятные условия для появления галопирования.

Для обеспечения наибольшей плавности хода двухосного вагона его база не должна равняться ни длине рельса, ни половине его длины.



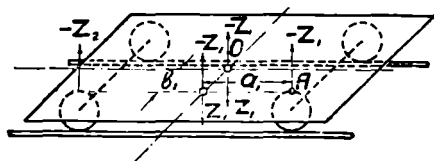
Фиг. 66

Если $n = k_1$, то наиболее неблагоприятные размеры базы, в смысле появления галопирования, соответствуют $\frac{L}{2}$ и $\frac{3}{2}L$.

Расположение вагона в этих случаях указано на фиг. 66.

Вынужденные колебания вагонов при прохождении стыков, расположенных вперемежку

При движении вагонов по рельсовому пути, имеющему стыки, расположенные вперемежку, появляются следующие колебательные движения: подпрыгивание, галопирование и боковая качка.



Фиг. 67

Изобразим схематически (на фиг. 67) в виде прямоугольника надрессорную часть вагона.

В точке O находится центр колебаний, а в точке A приложена сила Z_1 от удара на стыке. Приложив в точках A_1 и O по две равных и прямопротивоположных силы $\pm Z_1$, получим, что на надрессорную часть действуют:

1) пара сил M_1 , вращающая надрессорную часть в меридиальном направлении и равная:

$$M_1 = Z_1 a_1;$$

2) пара сил M_3 , вращающая надрессорные части в поперечном направлении:

$$M_3 = Z_1 b_1;$$

3) вертикальное усилие Z_1 , приложенное в центре колебаний O .

НТБ
ДНУЖТ

При прохождении задней колесной пары через стык появится сила Z_2 . Прикладывая в точках A_1 и O по две равные и прямопротивоположные силы $\pm Z_2$, получим еще моменты: $Z_2 a_1$, $Z_2 b_1$ и вертикальную силу, которые будут также участвовать в создании галоупирования, боковой качки и подпрыгивания. Следовательно, стыки, расположенные попеременно, резко нарушают плавность хода вагонов и одновременно создают подпрыгивание, галоупирование и боковую качку.

Лучшие условия для плавности хода вагонов, в смысле боковой качки, получаются, когда стыки рельс расположены точно один против другого.

Г Л А В А III

ПОПЕРЕЧНАЯ УСТОЙЧИВОСТЬ БЕСТЕЛЕЖЕЧНЫХ ВАГОНОВ

Силы, действующие на вагон при движении его по кривой

При движении вагона по кривой радиуса R со скоростью V км/час. на него действует центробежная сила C , стремящаяся опрокинуть кузов.

Центробежная сила приложена в центре тяжести наддрессорных частей и равна:

$$C = \frac{G_k \left(\frac{V}{3,6} \right)^2}{gR}, \quad (178)$$

где G_k — вес наддрессорных частей в кг,

V — скорость движения в км/час,

R — радиус закругления в м,

g — ускорение силы тяжести, равное $9,81$ м/сек.².

Величина центробежной силы определяется при расчетах для радиуса кривой $R = 200$ м и скорости товарного или пассажирского вагона равной 75 км/час.

Подставляя в уравнение (178) $R = 200$ м и вместо V численные значения — 75 км/час, получим величину центробежной силы для товарных и пассажирских вагонов:

$$C = \frac{G_k}{9,81 \cdot 200} \cdot \frac{5525}{3,62} = 0,22G_k \quad (178a)$$

НТБ
ДНУЖТ
109

На основании полученных результатов при расчетах будем принимать величину центробежной силы для товарных и пассажирских вагонов 22⁰/₀ от статической нагрузки на рессоры.

Помимо центробежной силы, при движении по кривой на наддресорные части может действовать ветер. Давление ветра на квадратный метр принимают равным 100—150 кг/м².

Ветер также стремится наклонить кузов. Сила ветра определяется по формуле:

$$H = pF, \quad (178b)$$

где F — площадь проекции кузова и рамы на вертикальную плоскость,

p — сила давления ветра в кг на 1 м² поверхности.

Точка приложения силы H давления ветра находится в геометрическом центре проекции кузова и рамы на вертикальную плоскость.

При расчете выбирают наиболее неблагоприятное сочетание действия центробежной силы и давления ветра, а именно, когда давление ветра перпендикулярно к продольной стенке вагона и совпадает с направлением действия центробежной силы.

Под действием центробежной силы и давления ветра кузов наклоняется от вертикали на угол β в сторону внешнего рельса.

От наклона кузова рессоры с одной стороны получат дополнительную нагрузку, а с противоположной — разгрузку (фиг. 68).

Изменение нагрузки на рессоры одной стороны вагона можно определить по формуле

$$\Delta R = 2b_2c_1\beta, \quad (179)$$

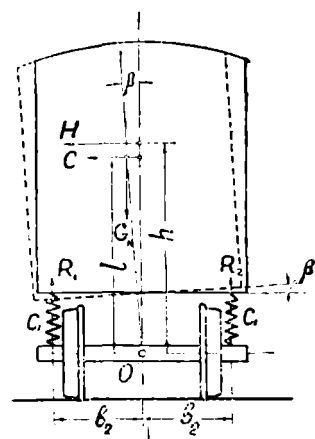
где b_2 — расстояние от середины вагона до середины рессоры,

β — угол наклона кузова,

c_1 — жесткость рессор в кг/см.

Система сил, действующих на наддресорную часть, находится в равновесии; поэтому сумма моментов всех сил должна равняться нулю, или:

$$Cl + Hh + G_n l \beta - 4b_2^2 c_1 \beta = 0. \quad (180)$$



Фиг. 68

Из последнего уравнения найдем угол наклона β :

$$\beta = \frac{Cl + Hh}{4b_2^2c_1 - G_n l}. \quad (180a)$$

Чтобы уменьшить угол отклонения β и уравнять давление на обе рессоры при проходе кривых, наружному рельсу придается некоторый подъем над внутренним рельсом. В этом случае распределение сил указано на фиг. 69.

Возьмем момент всех сил относительно точки O (центра колебания) и, приравняв его нулю, получим условие равновесия сил:

$$Cl + Hh + G_n l (\beta - \alpha) - 4b_2^2c_1\beta = 0. \quad (181)$$

Отсюда найдем угол β отклонения вертикальной оси симметрии вагона:

$$\beta = \frac{Cl + Hh - G_n l \alpha}{4b_2^2c_1 - G_n l} \quad (181a)$$

На кривой с $R = 200$ м величина возвышения наружного рельса берется $h_0 = 100$ мм; при расстоянии $S \approx 1600$ мм найдем:

$$\begin{aligned} \sin \alpha - \operatorname{tg} \alpha &\approx \alpha = \frac{h_0}{S} = \frac{100}{1600} = \\ &= 0,063. \end{aligned}$$

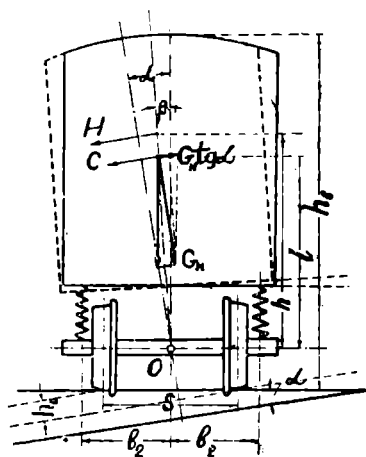
Отклонение кузова зависит от реакции рессор или, вернее, их жесткости $2c_1$: чем жестче рессоры, тем меньше отклонение кузова от своего среднего положения и тем больше поперечный сопротивляющийся момент:

$$M_{c1} = 4b_2^2c_1\beta. \quad (181b)$$

Поперечная устойчивость вагона определяется величиной отношения:

$$u = \frac{M_0}{M},$$

где M_0 — сопротивляющийся или удерживающий поперечный момент рессорного подвешивания, при котором точка кузова, взятая над серединой хомута листовой рессоры, с одной стороны опустилась, а с другой поднялась на 1 см;



Фиг. 69

НТЭТ
ДУЖТ

M — момент от центробежной силы и давления ветра, опрокидывающий кузов.

При принятых ранее обозначениях M_0 и M можно выразить формулами:

$$M_0 = 4b_2c_1$$

и

$$M = Cl + Hh.$$

Следовательно,

$$u = \frac{M_0}{M} = \frac{4b_2c_1}{Cl + Hh}. \quad (181c)$$

При расчетах прочности деталей вагона обыкновенно принимают $l \simeq h$, а C и H берут как некоторую часть от веса G_n , т. е.

$$C + H = \gamma G_n. \quad (181d)$$

Тогда уравнение (181a) можно написать в следующей форме:

$$\beta = \frac{\gamma G_n l - G_n l \alpha}{4b_2^2 c_1 - G_n l} = \frac{1 - \frac{\alpha}{\gamma}}{\frac{4b_2^2 c_1}{\gamma G_n l} - \frac{1}{\gamma}}. \quad (181e)$$

Из последнего уравнения найдем:

$$\frac{4b_2^2 c_1 \beta}{\gamma G_n l} - \frac{\beta}{\gamma} = 1 - \frac{\alpha}{\gamma}. \quad (182)$$

Величина поперечной устойчивости найдется из уравнения (182):

$$u = \frac{4b_2 c_1}{\gamma G_n l} = \frac{1}{b_2 \beta} - \frac{\alpha}{\gamma b_2 \beta} + \frac{1}{b_1 \gamma} \quad (182a)$$

В вагонах $b_2 = 105,7$ см, поэтому $\frac{1}{b_2} = \frac{1}{105,7} \simeq 0,01$.

Следовательно,

$$u = \frac{0,01}{\beta} - \frac{0,01\alpha}{\gamma\beta} + \frac{0,01}{\gamma} \quad (182b)$$

Определение жесткости рессор и величины поперечной устойчивости для вагонов с двойным рессорным подвешиванием

Обозначим через:

$2P$ — нагрузки, приходящиеся на одну шейку, в кг,

c_1 — жесткость листовой рессоры в кг/см,

f_1 — статический прогиб листовой рессоры в см,

c_2 — жесткость винтовой рессоры в кг/см,

f_2 — статический прогиб винтовой рессоры в см,

f' — суммарный прогиб рессорного подвешивания от статической нагрузки,

c_0 — приведенная жесткость двойного рессорного подвешивания.

Суммарный прогиб f' равен:

$$f' = f_1 + f_2. \quad (183)$$

Заменив, соответственно, все прогибы через нагрузки и жесткости рессор, получим:

$$\frac{2P}{c_0} = \frac{2P}{c_1} + \frac{2P}{2c_2}. \quad (183a)$$

Сократим уравнение (183a) на $2P$ и приведем к общему знаменателю правую часть:

$$\frac{1}{c_0} = \frac{2c_2 + c_1}{2c_1c_2}. \quad (183b)$$

Отсюда определим приведенную жесткость c_0 :

$$c_0 = \frac{2c_1c_2}{2c_2 + c_1}. \quad (183c)$$

Под влиянием центробежной силы и давления ветра кузов вагона наклоняется под некоторым углом β_3 к своему прежнему положению.

Наибольшее отклонение верхней части продольной стенки не должно превышать 200—250 мм, что соответствует, при расстоянии от центра колебаний O до карниза крыши $h_1 = 3300$ мм, углу наклона стенки

$$\beta_3 = \frac{250}{3300} \simeq 0,075.$$

Учитывая возвышение наружного рельса, по аналогии с уравнением (181), напишем условие равновесия кузова:

$$Cl + Nh - G_{\kappa}l(\alpha - \beta_3) - 4b_2^2c_0\beta_3 = 0. \quad (184)$$

Задаваясь наибольшей допустимой разностью прогибов рессорного подвешивания груженого и порожнего вагона $f = f'' - f'$, получим новое уравнение:

$$Q = 4c_0f. \quad (184a)$$

Из него определим

$$c_0 = \frac{Q}{4f} = \frac{2c_1c_2}{2c_2 + c_1}, \quad (184b)$$

где Q — вес груза.

Подставим в уравнение (184) вместо $c_0 = \frac{Q}{4f}$:

$$Cl + Nh - G_{\kappa}l(\alpha - \beta_3) - \frac{Q}{f}b_2^2\beta_3 = 0. \quad (184c)$$

Если величину меры устойчивости определять только в зависимости от воздействия центробежной силы, то нужно принять

$$\gamma = 0,22 \quad \text{и} \quad \beta_3 = \frac{0,22}{3,2} = 0,069,$$

тогда получим

$$u = \frac{\gamma + \beta_3}{\gamma b_2 \beta_3} = \frac{0,22 + 0,069}{105,7 \cdot 0,069 \cdot 0,4} = \frac{0,289}{2,93} = 0,099.$$

Профессор Нольтейн вместо опрокидывающего момента $M = Cl + Hh$ берет пропорциональный ему, при прочих равных условиях, момент веса вагона $G_{\kappa}l$ и принимает за меру поперечной устойчивости величину $\frac{4b_2c_1}{G_{\kappa}l}$.

Для рассматриваемого вагона по Нольтейну мера поперечной устойчивости будет равна:

$$\frac{4b_2c_1}{G_{\kappa}l} = \frac{\gamma + \beta_3}{b_2\beta_3} = \frac{0,4 + 0,125}{105,7 \cdot 0,125} = \frac{0,525}{13,3} = 0,0396.$$

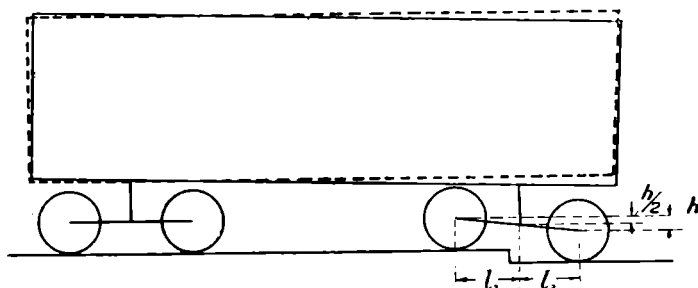
Для трехосных вагонов проф. Нольтейн рекомендует меру поперечной устойчивости брать равной 0,04.

ГЛАВА I

ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ О ВАГОННЫХ ТЕЛЕЖКАХ

Влияние тележек на плавность хода

Как указано на фиг. 71, при проходе колесных пар тележек через неровности высотой h кузов получает перемещение в два раза менее, всего только $\frac{h}{2}$. Главное пре-



Фиг. 71

имущество тележек в том, что в них можно установить последовательно соединенные системы рессор, каждая из которых обладает своими особыми свойствами для смягчения ударов.

Тележки можно рассматривать, как небольшие повозки, на которых лежит кузов вагона.

Тележки могут свободно поворачиваться, в определенных пределах. База тележек $2l_2$ очень незначительна, поэтому в них применяют исключительно неподвижные оси. Незначительность базы тележки обеспечивает свободное прохождение вагона по кривым.

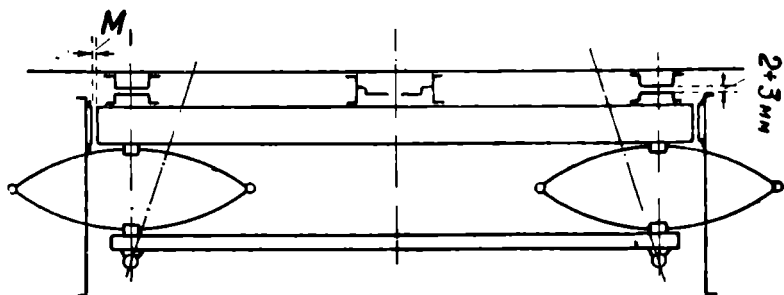
Горизонтально действующие на колеса силы сообщают тележке вращательное движение, вследствие чего энергия

удара частично переходит в кинетическую энергию тележки, а частично поглощается трением между бандажами и рельсами.

Свободное вращение тележки около шкворня обеспечивается пятой и подпятником.

Между скользунами оставляются зазоры 2—3 мм, как указано на фиг. 72. При небольших наклонах кузова поверхности скользунов соприкасаются и появляется сила трения, задерживающая вращение около шкворня тележки.

Если усилия, действующие на тележку, недостаточны и не могут преодолеть силу трения в скользунах, то горизонтальные, поперечные удары будут передаваться в виде сотрясений кузову.



Фиг. 72

Правильно спроектированное люлечное подвешивание является лучшим средством для смягчения боковых толчков.

При наличии люлечного подвешивания боковые поперечные удары, действующие на колесные пары, не передаются непосредственно от рамы тележки к кузову вагона.

Под действием боковых ударов люлечные подвески выходят из своего среднего положения и слегка приподнимают кузов.

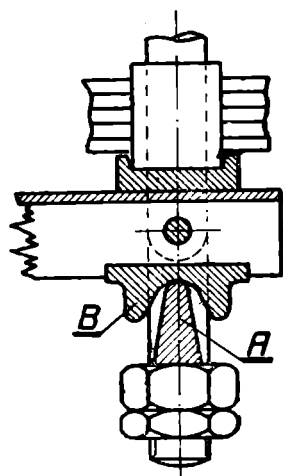
Работа, затрачиваемая на колебание кузова, создается за счет боковых усилий, действующих в данном случае не в виде удара.

Как указано на фиг. 72, кузов опирается при посредстве люлечных рессор на брус, подвешенный при помощи люлечных подвесок к поперечной балке рамы тележки. Когда вагон расположен на прямом и горизонтальном пути, наддресорные и подрессорные брусья должны быть параллельны друг другу.

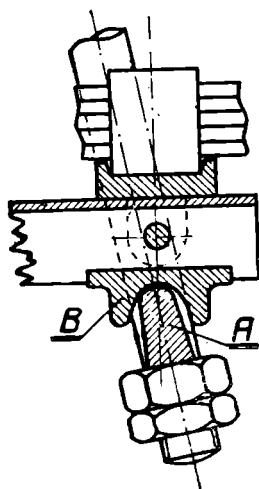
Непараллельность брусьев указывает на различие в длине люлечных подвесок или неправильное распределение нагрузок, оказывающих неблагоприятное влияние на движение

вагона. Совершая в горизонтальном направлении колебания, кузов вагона достигает своего наибольшего перемещения в тот момент, когда боковая сила становится равной возвращающему усилию люлечных подвесок.

Выведенный из своего среднего положения кузов стремится непрерывно совершать колебательные движения, поэтому необходимо создать такое подвешивание, при ко-



Фиг. 73



Фиг. 74

тором кузов мог бы быстро и без толчков притти в свое нормальное положение.

Перемещения кузова не должны быть слишком большими, что бывает при люлечном подвешивании, не обеспечивающем достаточной величины возвращающей силы при малых отклонениях.

При слишком большой возвращающей силе подвесок колебания кузова могут принять форму толчков.

Возвращающее усилие должно быть незначительным в начале движения и быстро, неравномерно увеличиваться с возрастанием отклонения кузова.

Придавая надлежащую длину люлечным подвескам, можно легко удовлетворить поставленным условиям. Длина люлечных подвесок имеет большое влияние на величину возвращающих усилий. У каждого вагона все его люлечные и рессорные подвески должны быть одинаковой длины, в противном случае преодолевающие колебание силы будут различны и вызовут порывистые боковые движения кузова.

Некоторое противодействие колебаниям кузова оказывают также силы, возникающие от трения валиков и ножей в подвесках.

Надрессорный брус лежит на ножах, имеющих радиус закругления значительно меньший, чем радиус седла, поддерживаемого ножом (фиг. 73).

В этом случае трение между ножом *A* и седлом *B* незначительно. Более благоприятное влияние в отношении затухания поперечных колебаний кузова оказывают такие конструкции, в которых радиусы закругления ножей и седел почти одинаковы, как это указано на фиг. 74, как имеющие большее трение.

При равной длине подвесок возвращающая сила наклонных подвесок больше, чем вертикальных.

Определение размеров люлочного подвешивания четырехосных вагонов

Предположим, что оси люлочных подвесок пересекаются в центре тяжести *O* надрессорных частей вагона (фиг. 75).

На фиг. 75 обозначено через:

G — вес надрессорных частей кузова в кг,

λ — длина люлочных подвесок в см,

α — угол наклона их к вертикали,

C — центробежная сила, приложенная в центре тяжести надрессорных частей кузова,

H — боковое давление ветра на кузов в кг,

h — расстояние от центра тяжести надрессорных частей кузова до подрессорного бруса люльки в см,

b — расстояние между серединами люлочных рессор в см,

R_1 и R_2 — люлочные рессоры,

ΔP_1 — изменение нагрузок на нижние шарниры *C* и *D* подвесок от действия сил $C + H$,

S_1 — составляющая от действия веса надрессорных частей,

S — составляющая от действия силы $C + H$.

Разложив силы *G* и $C + H$ по направлениям *OC* и *OD*, получим составляющие усилия S_1 и *S*, действующие вдоль осей подвесок *AC* и *BD*¹⁾.

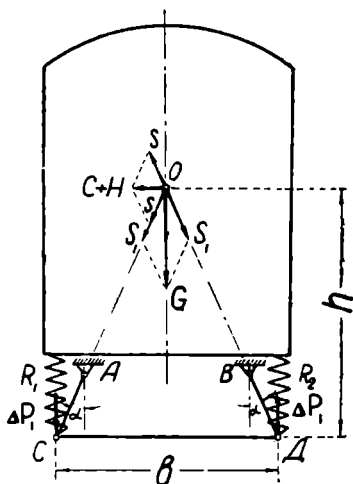
Силы $S_1 + S$ и $S_1 - S$, действующие вдоль осей *OC* и *OD*, уравновешиваются реакцией подвесок, люлька не получает

¹ Кузов и рессоры рассматриваем как твердое тело, подвешенное на двух шарнирных подвесках *AC* и *BD*.

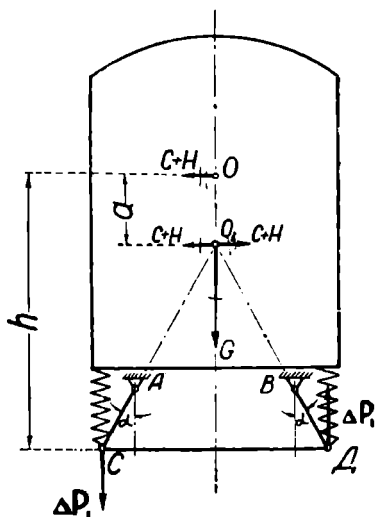
горизонтальных перемещений, а кузов вагона от действия центробежной силы подвергается жестким боковым ударам. Такое устройство люлек не допускается.

Совпадение точки пересечения продольных осей подвесок с центром тяжести O надрессорных частей возможно только при наличии угла наклона подвесок α , определенного из следующего условия:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{b}{2h}.$$



Фиг. 75



Фиг. 76

В пассажирских вагонах $b \approx 1,64$ м и $h = 1,55 - 1,65$ м. Поэтому

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{1,64}{3,3 - 3,1} = 0,5 - 0,53$$

и

$$\alpha = 26^\circ - 28^\circ$$

При $\alpha = 26^\circ - 28^\circ$ кузов получает жесткие боковые удары, поэтому угол α необходимо уменьшить, чтобы точка O_1 , пересечения продольных осей подвесок, расположилась выше центра тяжести O надрессорных частей, по крайней мере, на 1,5 м, тогда получим максимальное значение для $\operatorname{tg} \alpha$, равное:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{1,64}{2(1,6 + 1,5)} = \frac{1,64}{6,2} = 0,265,$$

что соответствует углу $\alpha \approx 15^\circ$.

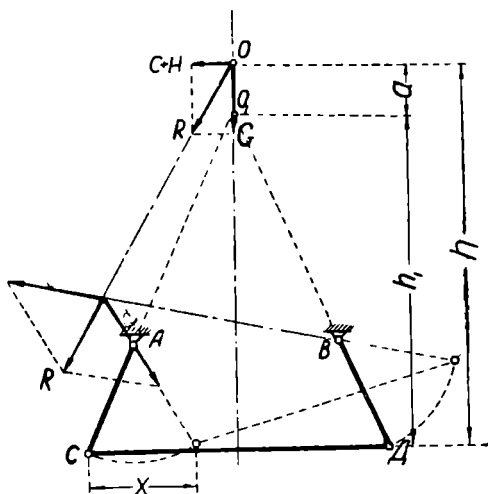
Когда центр тяжести O наддрессорных частей кузова расположен выше пересечения осей люлечных подвесок (фиг. 76), то люлька перемещается в сторону, противоположную направлению боковой силы.

В этом можно убедиться на основании следующих соображений: приложим в точке O_1 (фиг. 76) две равные и прямо противоположные горизонтальные силы $C+H$.

Как видно из фиг. 76, кроме сил $C+H$ и G на кузов действует еще момент от пары сил, равный:

$$M = (C+H)a. \quad (185)$$

Под действием момента M нижний, левый шарнир C получит вертикальную, дополнительную нагрузку ΔP_1 , а правый шарнир D разгрузится на величину ΔP_1 , вследствие чего подвески и люлька, вращаясь около мгновенного центра вращения O_1 , получат перемещение вправо на величину X , а кузов переместится влево.



Фиг. 77

Перемещение люльки закончится в тот момент, когда составляющие равнодействующей R сил $C+H$ и G пройдут по направлению продольных осей подвесок, как это указано на фиг. 77.

Равнодействующая R сил $C+H$ и G не проходит через шарниры A или B , а подвеска BD подвергается сжимающим усилиям, что указывает на неустойчивость кузова.

Для устойчивого положения кузова угол наклона подвесок выбирают так, чтобы высота h_1 была не ниже потолка кузова. Угол наклона подвесок с вертикалью при среднем положении люльки выбирается в пределах от 0 до 15° . Длина подвесок колеблется от 230 до 650 мм.

При расположении центра тяжести O наддрессорных частей кузова ниже точки O_1 , пересечения направления люлечных подвесок (фиг. 78), получается более благоприятное воздействие сил на кузов вагона.

Приложим в точке O_1 две равные, горизонтальные и прямо противоположно направленные силы $C+H$. Силу

$C + H$, действующую на точку O_1 и направленную влево, а также силу G разложим по направлениям O_1C и O_1D ; полученные после разложения силы $S_1 + S$ и $S_1 - S$, направленные вдоль осей подвесок, не могут вызвать их вращения относительно верхних шарниров A и B .

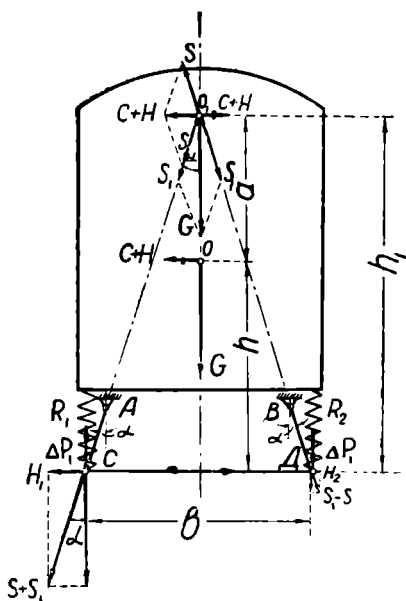
Но под действием момента пары сил $M = (C + H)a$ левая рессора R_1 разгрузится, а правая R_2 нагрузится.

Изменение нагрузок от действия момента M найдем из выражения:

$$\pm \Delta P_1 = \frac{(C + H)a}{b}. \quad (185a)$$

Изменение вертикальной нагрузки на шарниры C и D от действия сил $C + H$ можно принять равным:

$$\begin{aligned} \pm p &= S \cos \alpha - \Delta P_1 = \\ &= (C + H) \frac{h_1 - a}{b} = \\ &= \frac{C + H}{b} h. \end{aligned} \quad (185b)$$



Фиг. 78

Суммарная вертикальная нагрузка на нижний шарнир C равна:

$$\frac{G}{2} + p = \frac{G}{2} + \frac{(C + H)h}{b}. \quad (185c)$$

Суммарная вертикальная нагрузка на правый нижний шарнир D равна:

$$\frac{G}{2} - p = \frac{G}{2} - \frac{(C + H)h}{b}. \quad (185d)$$

Устойчивое положение кузова возможно в том случае, если:

$$\frac{G}{2} - \frac{(C + H)h}{b} \geq 0.$$

По данным практики железных дорог США

$$C + H = 0,4G.$$

В пассажирских вагонах СССР обычно $b = 1,64$ м.

Заменив $C + H$ через $0,4G$ и полагая $b = 1,64$ м, получим

$$\frac{G}{2} - \frac{0,4G \cdot h}{1,64} \geq 0.$$

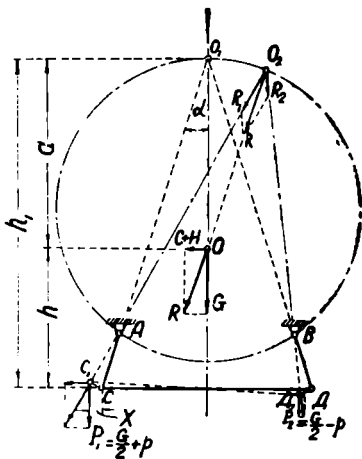
Из полученного выражения определим максимальную величину h :

$$h \leq \frac{1,64}{0,8} = 2,05 \text{ м.}$$

При $h \geq 2,05$ м кузов теряет свою устойчивость, поэтому необходимо центр тяжести обрессоренных частей кузова располагать от нижнего подрессорного бруса на расстоянии, не превышающем

$$h = 2,05 - (0,4 - 0,5) = 1,65 \text{ м} - 1,55 \text{ м.}$$

Нагрузку на шарниры C и D можно определить и графическим путем, для чего на фиг. 79 через точки A , O_1 и B проведем окружность ¹⁾.



Фиг. 79

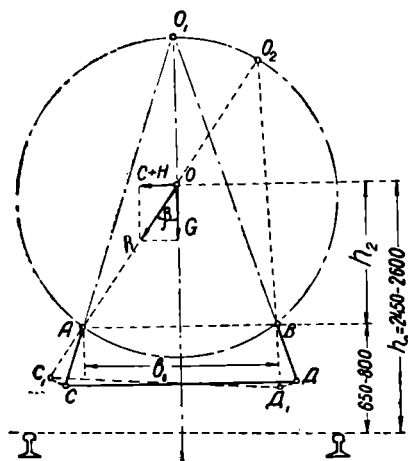
Построим равнодействующую R сил $C + H$ и G , перенесем точку приложения равнодействующей по направлению OO_2 в точку O_2 , лежащую на окружности AO_1O_2B . Соединив точку O_2 с точками A и B прямыми O_2C_1 и O_2D_1 , получим направление составляющих сил R_1 и R_2 , действующих вдоль осей подвесок AC_1 и BD_1 . Разложив силы R_1 и R_2 по горизонтальному и вертикальному направлениям, получим нагрузку P_1 на шарнир C , равную $\frac{G}{2} + p$ и нагрузку P_2 на шарнир D , равную $\frac{G}{2} - p$.

Проекция дуги CC_1 на горизонталь даст величину x — горизонтального перемещения люльки.

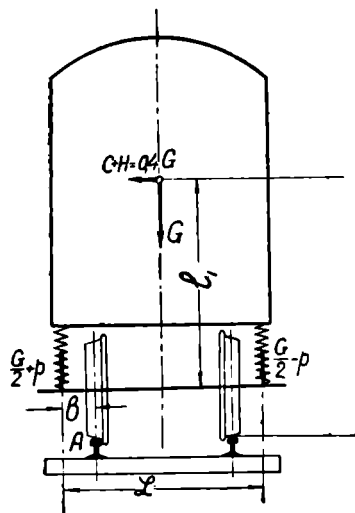
Опрокидывание кузова при наклонных подвесках возможно в том случае, когда равнодействующая R пройдет через шарнир A ; тогда составляющая $R_2 = 0$ и правая рессора полностью разгрузится.

¹⁾ Перемещением центра тяжести кузова пренебрегаем.

По фиг. 79а при расстоянии между шарнирами A и B , равном b_1 , равнодействующая R пройдет через шарнир, если центр тяжести O обрессоренных частей кузова будет



Фиг. 79а



Фиг. 79б

находиться от оси, проходящей через центры шарниров A и B , на расстоянии h_2 , определяемом из условия:

$$h_2 = \frac{b_1}{2} \cdot \operatorname{ctg} \beta,$$

где

$$\operatorname{ctg} \beta = \frac{G}{C+H} = \frac{G}{0,4G} = \frac{1}{0,4} = 2,5.$$

Следовательно,

$$h_2 = 1,25b_1.$$

В пассажирских вагонах

$$b_1 = 1430 - 1560 \text{ мм.}$$

Поэтому

$$h_2 = 1,25 \cdot 1430 = 1800 \text{ мм.}$$

Верхние шарниры люлек расположены на расстоянии 650—800 мм от головки рельсы, поэтому опрокидывание кузова при $\frac{C+H}{G} = 0,4$ возможно у вагонов, центр тяжести

которых расположен от головки рельса на расстоянии h_0 , равном:

$$h_0 = 1800 + (650 - 800) = 2450 \text{ мм} - 2600 \text{ мм.}$$

Устойчивость кузова не гарантирует устойчивость вагона на рельсовом пути.

Поэтому найдем условия, при которых возможно опрокидывание вагона.

При обозначениях, принятых на фиг. 79б, полную нагрузку на шейку оси можно выразить формулами:

$$\frac{G}{2} + \frac{(C+H)l_1}{L} = \frac{G}{2} + \frac{0,4Gl_1}{L} \text{ — для левой шейки}$$

и

$$\frac{G}{2} - \frac{(C+H)l_1}{L} = \frac{G}{2} - \frac{0,4Gl_1}{L} \text{ — для правой шейки.}$$

Опрокидывание колесной пары относительно точки А возможно при условии:

$$0,4Gr + \left(\frac{G}{2} + \frac{0,4Gl_1}{L}\right)b \geq \left(\frac{G}{2} - \frac{0,4Gl_1}{L}\right)(L-b).^1)$$

Произведя алгебраические преобразования, получим:

$$0,4l_1 \leq \frac{L-2b}{2} - 0,4r.$$

Отсюда найдем, что

$$l_1 \leq \frac{L-2b}{0,8} - r.$$

Но $L = 2114$ мм, $2b = 534$ мм, поэтому

$$l_1 \leq \frac{2114 - 534}{0,8} - r = \frac{1580}{0,8} = 1975 \text{ мм} - r.$$

Расстояние от головки рельса до центра тяжести обрессоренных частей должно быть меньше:

$$l_1 + r = 1975 \text{ мм.}$$

На кривой с радиусом $R = 200$ м и скорости $V = 75$ км/час, при отсутствии ветра, коэффициент устойчивости вагона найдем из уравнения:

$$0,22G(l_1 + r)k = G \frac{L-2b}{2},$$

¹⁾ Влиянием веса и центробежной силой колесной пары пренебрегаем.

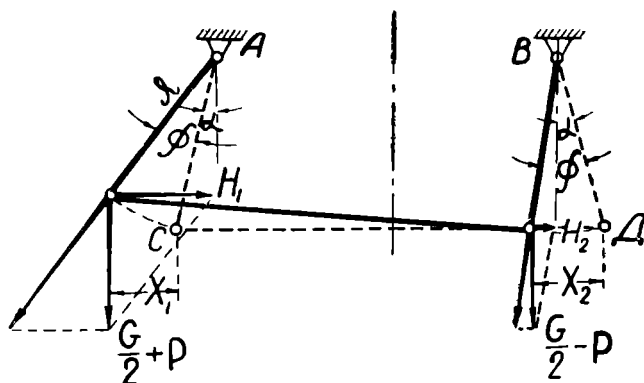
отсюда определим k :

$$k = \frac{L - 2b}{0,22 \cdot 2(t_1 + r)} = \frac{1580}{0,44 \cdot 1975} = 1,8.$$

Следовательно, при расположении центра тяжести над-рессорных частей от головки рельса на расстоянии до 2-х метров вагон имеет достаточный коэффициент устойчивости.

Определение возвращающего усилия для люлочных подвесок в зависимости от их длины λ и угла α наклона к вертикали

Без большой погрешности можно принять, что углы отклонения подвесок AC и BD одинаковы и равны ϕ (фиг. 80); кроме того, будем считать, что боковое перемещение x



Фиг. 80

люльки равно полусумме горизонтальных проекций x_1 и x_2 перемещения шарниров C и D , т. е.

$$x = \frac{x_1 + x_2}{2}.$$

По фиг. 80 найдем:

$$x_1 = \lambda [\sin(\phi + \alpha) - \sin \alpha],$$

$$x_2 = \lambda [\sin(\phi - \alpha) + \sin \alpha].$$

Из последних соотношений определяем x :

$$x = \frac{\lambda}{2} [\sin(\phi + \alpha) + \sin(\phi - \alpha)] = \lambda \cos \alpha \cdot \sin \phi. \quad (186)$$

Возвращающее усилие люльки H_r равно:

$$H_r = H_1 + H_2. \quad (186a)$$

Усилия H_1 и H_2 , согласно фиг. 80, соответственно равны:

$$H_1 = \left(\frac{G}{2} + p \right) \operatorname{tg}(\phi + \alpha);$$

$$H_2 = \left(\frac{G}{2} - p \right) \operatorname{tg}(\phi - \alpha).$$

Подставим полученные значения для H_1 и H_2 в формулу (186a):

$$\begin{aligned} H_r &= \left(\frac{G}{2} + p \right) \operatorname{tg}(\phi + \alpha) + \left(\frac{G}{2} - p \right) \operatorname{tg}(\phi - \alpha) = \\ &= \frac{G}{2} [\operatorname{tg}(\phi + \alpha) + \operatorname{tg}(\phi - \alpha)] + p [\operatorname{tg}(\phi + \alpha) - \operatorname{tg}(\phi - \alpha)] = \\ &= \frac{G \operatorname{tg} \phi (1 + \operatorname{tg}^2 \alpha) + 2p \operatorname{tg} \alpha (1 + \operatorname{tg}^2 \phi)}{(1 + \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg} \phi) (1 - \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg} \phi)}. \end{aligned} \quad (186b)$$

Без большой погрешности можно принять, что

$$1 + \operatorname{tg}^2 \alpha \simeq 1 + \operatorname{tg}^2 \phi \simeq 1 + \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg} \phi,$$

тогда из выражения (186b) получим:

$$H_r = \frac{G \operatorname{tg} \phi + 2p \operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg} \phi}. \quad (186c)$$

Заменяя в последней формуле $\operatorname{tg} \phi$ через $\frac{\sin \phi}{\cos \phi}$ и $\operatorname{tg} \alpha$ через $\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$, получим:

$$H_r = \frac{G \frac{\sin \phi}{\cos \alpha} + 2p \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}}{1 - \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \cdot \frac{\sin \phi}{\cos \phi}} = \frac{G \cos \alpha \cdot \sin \phi}{\cos(\alpha + \phi)} + \frac{2p \sin \alpha \cdot \cos \phi}{\cos(\alpha + \phi)}. \quad (187)$$

Инж. Гендерсон, пользуясь принципом возможных перемещений, не учитывая изменения нагрузок на рессоры,

получил выражение для возвращающего усилия в люльках с наклонными подвесками в следующем виде:

$$H_r = \frac{G \cos \alpha \cdot \sin \phi}{\cos(\alpha + \phi)}. \quad (187a)$$

Определим из формулы (186) значение для $\sin \phi$:

$$\sin \phi = \frac{x}{\lambda \cos \alpha}.$$

Ввиду незначительности угла ϕ можно принять, что $\sin \phi \simeq \text{tg } \phi$ и заменить в формуле (186с) $\text{tg } \phi$ через $\frac{x}{\lambda \cos \alpha}$, тогда получим:

$$H_r = \frac{Gx + 2p\lambda \sin \alpha}{\lambda \cos \alpha - x \text{tg } \alpha}. \quad (187c)$$

Заменим в последнем выражении p через равное ему значение $\frac{(C + H)h}{b}$:

$$H_r = \frac{Gx + \frac{2(C + H)h}{b} \lambda \sin \alpha}{\lambda \cos \alpha - x \text{tg } \alpha}. \quad (187d)$$

При $x = 0$ получим:

$$H_r = \frac{2(C + H)h}{b} \text{tg } \alpha.$$

Если $C + H = 0,4G$, $b = 1,64$ м, $h = 1,45$ м, $\alpha = 14^\circ$ и $\text{tg } 14^\circ = 0,25$, то при $x = 0$

$$H_r = 0,177G.$$

Следовательно, от действия горизонтальной силы $C + H$ в результате изменения вертикальных нагрузок на нижние шарниры подвесок появляется возвращающее усилие еще до перемещения люльки, вследствие чего при наклонных подвесках люлька имеет горизонтальное перемещение x , меньшее, чем при вертикальных подвесках.

Из формулы (187с) найдем перемещение люльки:

$$x = \frac{(H_r - 2p \text{tg } \alpha) \lambda \cos \alpha}{G + H_r \text{tg } \alpha}. \quad (187e)$$

Наибольшее значение x_{max} получится при крайнем положении люльки, когда $H_r^{max} = C + H$ или

$$x_{max} = \frac{(C + H)(b - 2h \text{tg } \alpha) \lambda \cos \alpha}{Gb + (C + H)b \text{tg } \alpha}, \quad (188)$$

отсюда можно найти H_r^{max} :

$$H_r^{max} = \frac{Gx_{max}}{\lambda \cos \alpha - x_{max} \operatorname{tg} \alpha - 2 \frac{h}{b} \lambda \sin \alpha}. \quad (188a)$$

При вертикальных люлечных подвесках

$$\alpha = 0, \operatorname{tg} \alpha = 0 \text{ и } \cos \alpha = 1,$$

тогда формула (187с) принимает следующий вид:

$$H_r = G \frac{x}{\lambda} \quad (188b)$$

и

$$x = \frac{H_r \lambda}{G}. \quad (188c)$$

В формуле (187с) числитель $Gx + 2p\lambda \sin \alpha > Gx$, а знаменатель $\lambda \cos \alpha - x \operatorname{tg} \alpha$ меньше λ , поэтому

$$\frac{Gx + 2p\lambda \sin \alpha}{\lambda \cos \alpha - x \operatorname{tg} \alpha} > G \frac{x}{\lambda}. \quad (188d)$$

Пренебрегая величиной $x \operatorname{tg} \alpha$ в формуле (187с) зависимость между H_r , λ , G и α можно выразить уравнением:

$$H_r = G \frac{x}{\lambda \cos \alpha} + 2p \operatorname{tg} \alpha. \quad (189)$$

При максимальном значении $\alpha = 14^\circ$, $\cos 14^\circ = 0,98$ и $\operatorname{tg} \alpha = \operatorname{tg} 14^\circ = 0,249$.

По данным практики железных дорог США, наибольшее боковое усилие, действующее на кузов, не превышает $0,4G$, следовательно,

$$p = \frac{0,4Gh}{b}.$$

В пассажирских вагонах железных дорог СССР обычно $h = 1,45$ м и $b = 1,64$ м, поэтому при $\alpha = 14^\circ$ величина H_r равна:

$$H_r \simeq \frac{Gx}{0,98\lambda} + 0,8G \frac{1,45}{1,64} \cdot 0,249 \simeq \frac{Gx}{0,98\lambda} + 0,177G. \quad (189a)$$

Из формулы (189a) видно, что, увеличивая угол наклона подвесок α от 0 до 14° , можно значительно увеличить возвращающую силу. Превалирующее значение на изменение величины возвращающей силы имеет длина подвесок λ .

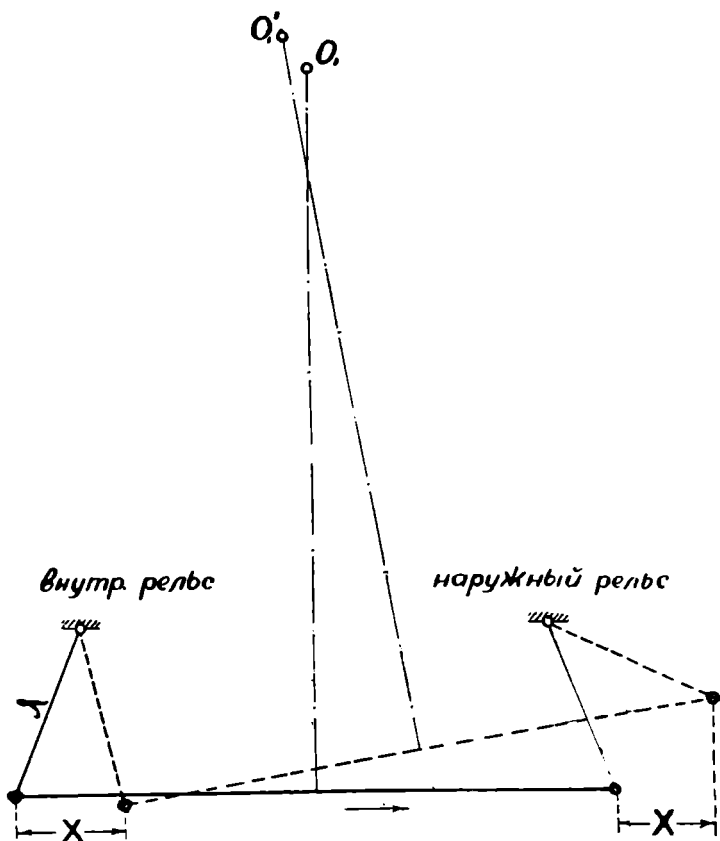
Пример. $G = 38\,000$ кг, $\lambda = 250$ мм, $\alpha = 14^\circ$ и $x_{max} = 50$ мм; получим значение для H_r , равное:

$$H_r = 38\,000 \frac{5}{0,98 \cdot 25} + 0,177 \cdot 38\,000 = 7760 + 6700 = 14\,460 \text{ кг.}$$

При вертикальных подвесках

$$H_r = 38\,000 \frac{5}{25} = 7600 \text{ кг.}$$

Следовательно, при одинаковой длине наклонные подвески обладают большей возвращающей силой, чем вертикальные.



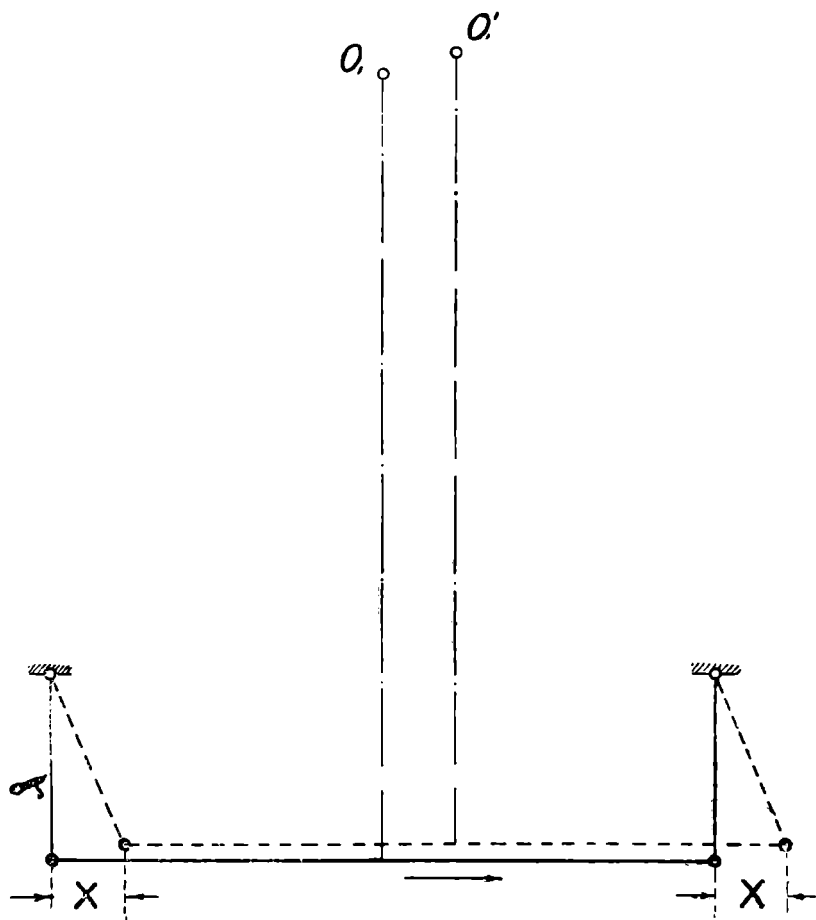
Фиг. 81

При колебании наклонных люлечных подвесок подрессорный брус принимает наклонное положение.

Центр тяжести надрессорных частей, первоначально расположенный в точке O_1 , перемещается по направлению внутрь кривой и занимает положение O_1' (фиг. 81), вследствие чего горизонтальная составляющая веса кузова про-

изводит воздействие, увеличивающее влияние возвращающих усилий.

От повышения наружного рельса на кривых рессоры, находящиеся с внешней стороны, должны были бы получить



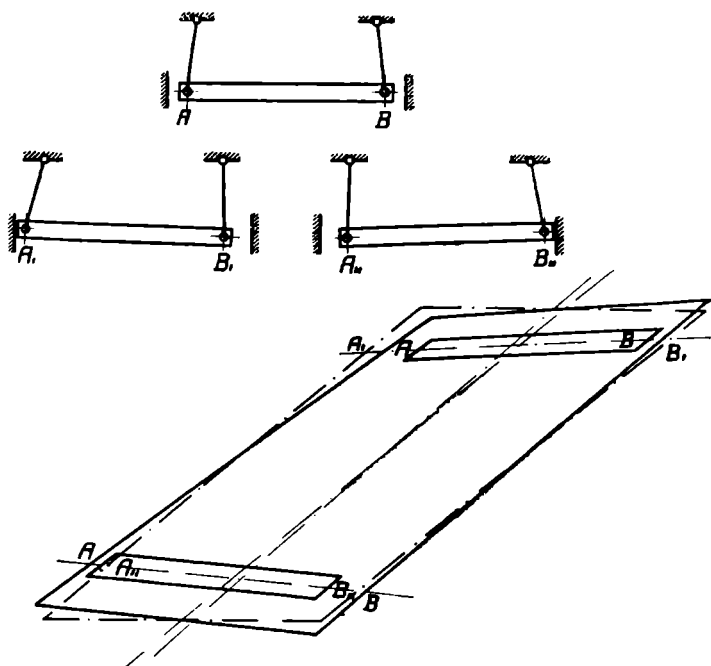
Фиг. 82

перегрузку, но наклонное положение кузова и перемещение центра тяжести по направлению во внутрь кривой противодействуют этому, и наружные рессоры меньше перегружаются.

При вертикальных люлечных подвесках подрессорный брус, перемещаясь в боковом направлении, не принимает наклонного положения.

Как указано на фиг. 82, центр тяжести O_1 переместился в точку Q_1' по направлению усилия, производящего колебание.

Как видно из фиг. 83, когда оба подрессорные бруса при наклонных подвесках перемещаются в противоположном направлении, то кузов подвергается скручивающим



Фиг. 83

усилиям, которые обнаруживаются неприятными толчками и дрожанием.

При перемещении в обратном направлении подрессорных брусьев с вертикальными подвесками брусья перемещаются параллельно самим себе и скручивающим усилиям кузов не подвергается, как это указано на фиг. 84.

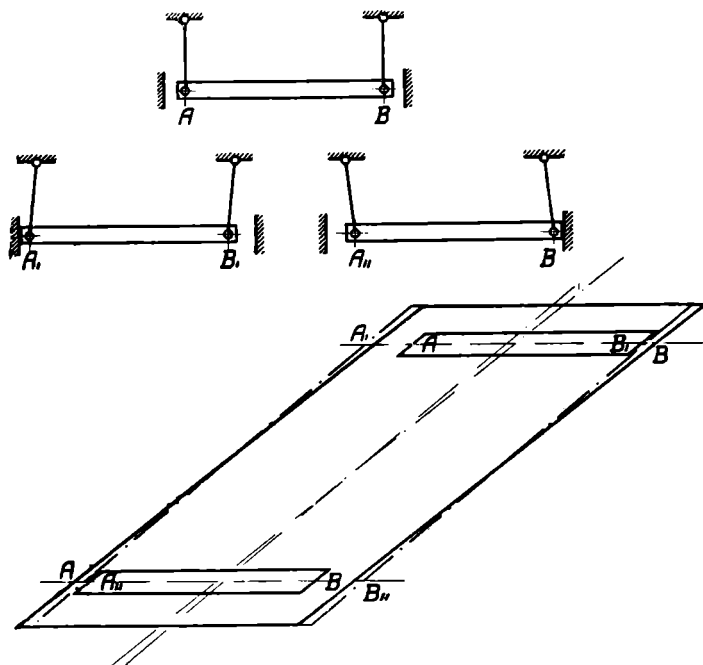
Поэтому стремятся получить при вертикальных подвесках то же самое возвращающее усилие, как и при наклонных, путем сокращения их длины.

Вертикальные подвески при колебаниях приподнимают кузов на некоторую величину, зависящую от их длины: чем короче подвески, тем быстрее возрастает возвращающее усилие, возникающее от их наклонного положения.

Амплитуда колебаний будет тем меньше, чем короче подвески.

Так как кузов при вертикальных подвесках не подвергается скручиванию, то вертикальным подвескам можно придать меньшую длину, чем наклонным.

Следовательно, при коротких вертикальных подвесках можно получить такое же возвращающее усилие, как и



Фиг. 84

при более длинных наклонных подвесках, при том же боковом перемещении x .

Линейное перемещение люлек x берется от 30 до 50 мм. Длина люлочных подвесок изменяется в широких пределах—от 230 до 650 мм и выше.

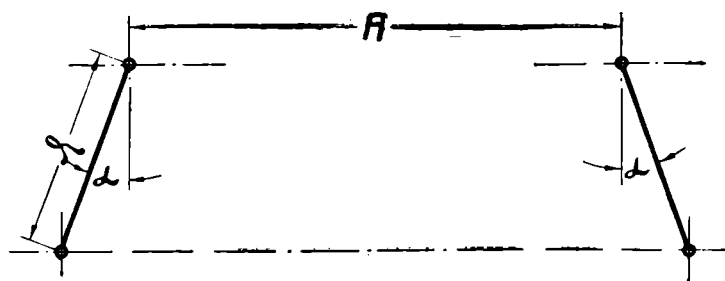
В таблице 8 даны размеры люлочного подвешивания, принятого на различных железных дорогах Европы и США. Размеры в таблице 8 даны применительно к фиг. 85¹⁾.

¹⁾ Bulletin de l'Association Internationale du Congrès des Chemines de fer. № 1—3 1932.

Основные размеры люлечных подвесок λ и углов наклона α

	λ мм		A мм	Ширина колсы мм
Пульман и К ^о в США .	533	8°	1480	1435
Французские ж. д.	254	10°	1370	1448
Немецкие ж. д.	229	0°	1450	1435
Железная дорога LNE в США .	457	14°	1400	1435
Лондон—Мидланд	368	6°	1400	1435
США—NSW:				
эл.-вагоны	384	11°	1350	1435
рама и автотриссы	433	7° 36'	1400	1600
литая рама тележки	435	6° 42'	1370	1600
рама тележечная из листового железа	433	7° 35'	1400	1600
шестиколесные тележки	455	4° 55'	1320	1600
спальные вагоны Пульмана	546	8° 1'	1640	1600
спальные вагоны	508	6°	1350	1435
тележки автотриссы	445	6° 34'	1380	1435
.	546	5° 20'	1350	1435
Балвина паровозостроит. завод	575	4° 30'	1190	1435
автотрисса	476	11°	1240	1435
Пенсильванские ж. д.	229	0°	2010	1435
Буэнос-Айрес—Тихий океан	533	0°	1600	1676
Аргентинские ж. д.	457	0°	1780	1676
.	235	5°	1630	1676
СССР:				
тележки Пульмана	290	8°	1560	1524
тележки типз Фетте	420	5° 30'	1560	1524
тележки с 3-рессорным подвешив. Коломенского завода	734	13°	1310	1524
тележки с тройным подвешив. Северо-Кавказских ж. д.	588	10° 15'	1430	1524

Как видно из таблицы 8, все размеры резко отличаются для различных типов тележек.

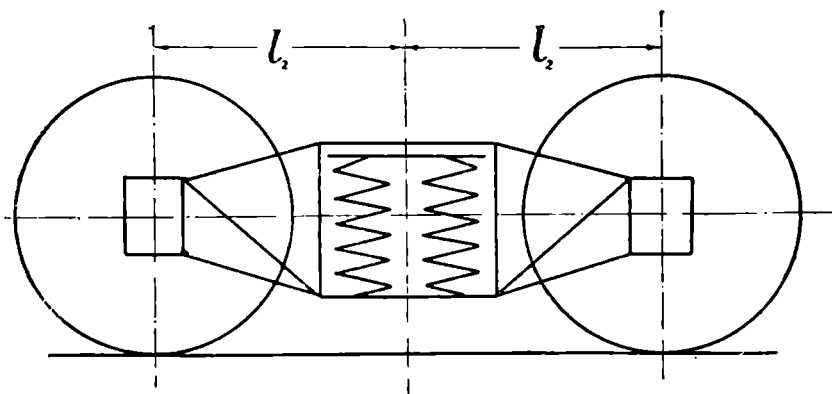


Фиг. 85

Величина частей люлочного подвешивания, указанного в таблице 8, установлена практическим путем.

Описание тележек с одинарным, двойным и тройным рессорным подвешиванием

Тележка американского типа „Даймонд“ (фиг. 86) ставится под четырехосными товарными и некоторыми изотермическими вагонами. Рессоры в тележке „Даймонд“ ставятся



Фиг. 86

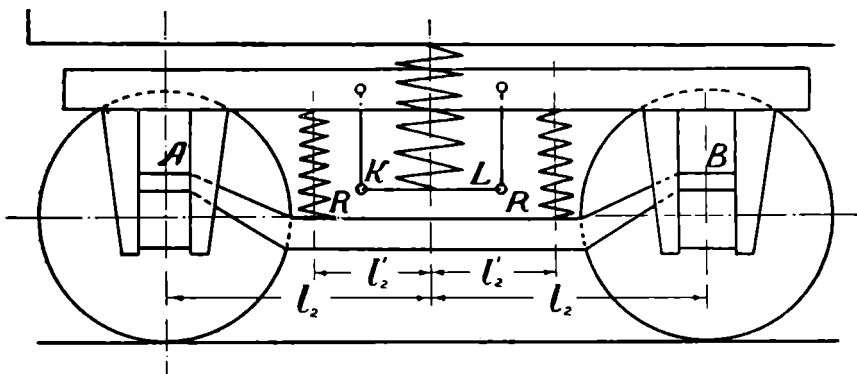
винтовые или, в последнее время, винтовые вместе с листовыми. Винтовые рессоры, как не имеющие внутреннего трения, не обеспечивают спокойного хода вагона, что и заставило перейти к введению листовых рессор, дополнительно к винтовым.

Тележка „Даймонд“ целиком является необрессоренным грузом, что вредно отражается на состоянии ходовых частей, поясов рамы и плавности хода вагона.

Гибкость рессорного подвешивания тележки с винтовыми рессорами от 0,63 до 0,79 мм/т.

Тележка системы Пульмана (фиг. 87) имеет двойное рессорное подвешивание. Буксовое рессорное подвешивание в этой тележке состоит исключительно из винтовых рессор.

Для размещения буксовых рессор R, R обе буксы соединяются балансиром AB , на котором и поставлены рес-



Фиг. 87

соры R, R . В люльке KL ставятся рессоры системы Галахова или Брауна. При постановке винтовых рессор большой гибкости появляются в тележке Пульмана колебания с большими амплитудами, вызывающие удары рамного бруса о балансиры, несмотря на мягкий ход вагона.

Кроме того, неизбежные неровности пути становятся заметными не только в вертикальных колебаниях, но также и в сильной боковой качке. Этого возможно избежать только в том случае, если рессоры изготовить более жесткими.

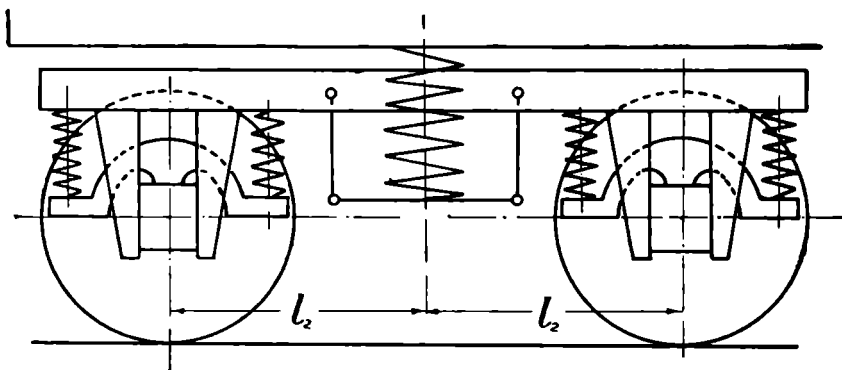
Но от уменьшения гибкости рессор ход вагона становится более жестким.

Вследствие отсутствия регулирующих приспособлений, рама тележки Пульмана правильно устанавливается только в случае точно выбранной высоты всех винтовых рессор, соответственно действующей на них нагрузке.

Балансир тележки Пульмана значительно увеличивает необрессоренные массы, в виду чего увеличивается неблагоприятное влияние тележки на путь и на шейки осей.

Рама тележки опирается на балансир через рессоры, расположенные друг от друга на незначительном расстоянии— $2l_2'$, поэтому замечается склонность рамы к опрокидыванию, в особенности при торможении.

Гибкость всего рессорного подвешивания тележки Пульмана с лючковыми рессорами системы Брауна 5 мм на 1 т и системы Галахова 9,5 мм на 1 т.



Фиг. 88

В тележке с двойным рессорным подвешиванием типа Фетте (фиг. 88) устранены главные недостатки тележки Пульмана:

1. Вместо 4-х опор, рама тележки типа Фетте имеет 8 опор, вследствие чего увеличивается устойчивость рамы тележки.

2. Расстояние между опорами значительно увеличено, что уменьшает амплитуды колебаний при галопировании тележки.

3. Тяжелые балансиры *AB* заменены более легкими.

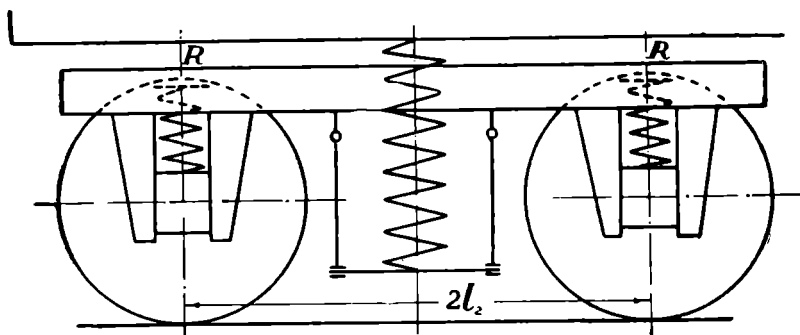
Торможение в тележке двустороннее. Общая гибкость всего рессорного подвешивания тележки типа Фетте с лючковыми рессорами системы Брауна составляет 5,5—6 мм на 1 т, а с рессорами системы Галахова—9,56 мм на 1 т.

Завод им. Егорова для пассажирских 20,2-метровых вагонов спроектировал упрощенную тележку двойного подвешивания безбалансирного типа. Тележка сварной конструкции имеет устройство, указанное на фиг. 89.

Простота устройства тележки облегчает осмотр ее и доступ к внутренним частям.

Из-за ограниченности надбуксового пространства надбуксовые двойные рессоры *R, R* имеют малые диаметры завитков, вследствие чего они не обладают достаточной

гибкостью и часто ломаются. Гибкость рессорного подвешивания тележки типа завода им. Егорова составляет 6,85 мм на 1 т. Тележка этого типа имеет большие дефор-

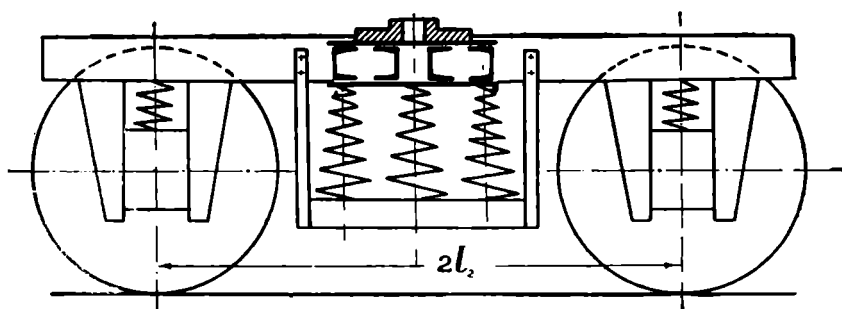


Фиг. 89

мации рам, вследствие чего получается быстрый износ букс и их направляющих.

В 1931 г. завод им. Егорова построил безлюлечную тележку системы инж. Ханина (фиг. 90).

В этой тележке вместо люльки жестко подвешено к раме тележки железное основание из швеллеров № 7,



Фиг. 90

перекрытых двумя железными полосами, на которое, вместо эллиптических рессор, ставятся в два ряда, по шести штук, винтовые конические пружины, поддерживающие надрессорный брус. Винтовые пружины имеют постоянный шаг.

Цель устройства безлюлечной тележки—уменьшить общий вес, заменить эллиптические рессоры более дешевыми и легкими винтовыми аperiодическими рессорами.

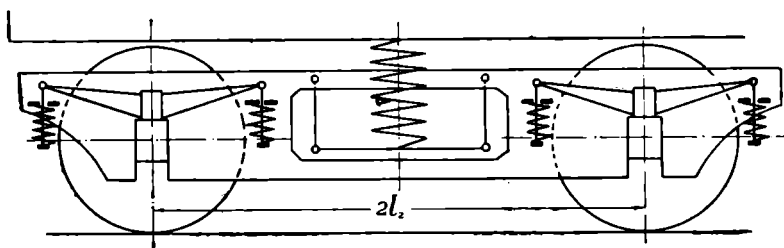
НТ
ДМУЖ

Гибкость тележки системы Ханина 3,65 мм на 1 т. Тележки системы Ханина без амортизаторов имеют тряский ход.

В тележках с тройным рессорным подвешиванием рама связана с буксами посредством последовательного включения листовых и винтовых рессор (фиг. 91).

Прогиб винтовых рессор сравнительно незначителен, период колебаний их вследствие этого довольно малый и опасности появления резонанса для них не имеется.

Винтовые рессоры реагируют на самые незначительные толчки, но вследствие последовательного включения винтовых и листовых рессор снова приходят быстро в состояние покоя.



Фиг. 91

До тех пор, пока листовая рессора не прогибается, амплитуды винтовых рессор малы, так как силы, приводящие их в колебание, малы.

Если листовая рессора также колеблется, то Кулоново трение действует, как сопротивление для всей системы.

Вследствие недостатка места, эллиптические рессоры, как и в тележках Пульмана и Фетте, расположены в поперечном направлении к продольной оси, что значительно ограничивает их длину.

В целях регулировки положения кузова люлечные подвески делались раньше с резьбой, для изменения длины подвесок, но при неумелой регулировке длины подвесок можно ухудшить качество хода, которое зависит не только от правильного размера самих подвесок, но в особенности от равенства их длины.

Гибкость рессор этой тележки составляет от 6,5 до 9,38 мм на 1 т. При чрезмерной гибкости тележек с двойным и тройным рессорным подвешиванием кузов вагона на кривых может получить большой наклон и выйти из габарита. Поэтому прогиб рессор должен быть подобран в соответствии с поперечной устойчивостью вагона.

В нижеследующей таблице приводятся сравнительные данные для рессор основных типов тележек.

Таблица 9

Тип тележки	Гибкость рессор в мм				Стат. стрела прогиба мм	Период колебаний	Примечание
	люле-ных	над-буксо-вых	винто-вых	на те-лежку			
1. Фетте с рессорами Брауна	8,5	—	10,5	5,56	95	—	
2. Фетте с экипажными рессорами	16,5	—	10,5	9,56	162	—	
3. Тройного подвешивания типа Билутиловского завода	11,1	9,7	9	9,1	173	—	Спокойный ход
4. Двухосные тележки тройного подвешивания типа Ворошиловской ж. д.	16,5	—	—	15	350	—	Очень спокойный ход
5. Двухосные тележки Париж — Орлеанской ж. д.	9	—	3,2	12,2	200	—	Спокойный ход
6. Двухосные тележки Бюро конструкторов французских ж. д. (тип 1925 г.)	7	—	4	11	195	—	Спокойный ход
7. Тележки Пульмана с рессорами Брауна	8,5	—	—	5,56	95	—	

Как видно из приведенной таблицы, рессоры вагонов, отличающихся спокойным ходом, имеют прогибы под статической нагрузкой от 160 до 350 мм и гибкость на одну тонну от 9,1 до 15 мм.

Гибкие и мягкие рессоры имеют относительно большую длину и вес, поэтому при выборе типа рессор необходимо соблюдать известное отношение между весом самого вагона и весом его рессор. Инж. Марье рекомендует выбирать вес рессор от 1 до 5% от веса подвешенных на них частей вагона.

Французские железные дороги принимают следующие суммарные величины для статических прогибов:

для вагонов люкс 300 мм
„ мягких I класса 250 „
„ „ II „ 200 „
„ „ III „ 100 „

Инж. Гендерсон рекомендует для достижения плавного хода вагонов создать продолжительность колебаний в вертикальном направлении в пределах от 0,65 до 1,0 секунды, что соответствует статическому прогибу рессор от 160 до 250 мм.

Период колебаний при боковой качке не должен быть менее 0,8 секунды.

Металлические вагоны французской железной дороги Париж—Лион—Средиземное море имеют период колебаний боковой качки, равный 1,714 секунды.

Большое влияние на плавность хода оказывает уравнивание масс каждого ската и даже отдельного колеса.

По подсчетам швейцарского инж. Галля, занимавшегося изучением условий спокойного хода пассажирских вагонов, 1 килограмм неуравновешенной массы, приложенной на ободе колеса, при скорости 80 км/час развивает центробежную силу в 100 кг, вызывающую неприятные для пассажиров толчки и вибрации. Когда под вагоном имеется невыверенная колесная пара, то она подвергается на ходу различным неправильным продольным и поперечным перемещениям, вызывая нежелательные колебания кузова. Очевидно, что беспокойный ход прекратится, если колесные пары будут иметь только одно поступательное движение, что возможно достигнуть только точной выбалансировкой колес.

При движении колесных пар без подергивания и влияния игра подшипников на шейках, а также зазоры и неправильности положения рессорных серег, валиков и т. п. не будут оказывать значительного влияния на плавность хода.

Выверка масс колесных скатов тщательнее всего производится на французских железных дорогах; поэтому французские вагоны отличаются спокойным ходом даже при скоростях свыше 120 км/час.

Поэтому можно рекомендовать железным дорогам следить тщательно за правильностью обработки колесных пар и за точностью сборки ходовых частей пассажирских вагонов, отличающихся беспокойным ходом.

Легко можно объяснить, почему вагон, только что вышедший из ремонта, идет спокойнее, чем вагон, совершивший много тысяч километров пробега.

Во вновь отремонтированном вагоне для относительного передвижения осей имеется больше препятствий:

1. Подшипники плотно пригнаны к шейкам и имеют минимальный разбег.

2. Шипы рессорных хомутов плотно сидят в гнездах.

3. Разбег между буксами и их направляющими достигает минимальных размеров.

4. Проверены рамы тележек и колесные пары установлены параллельно друг другу и перпендикулярно к продольной оси симметрии рамы тележек.

Устранение неравномерного проката на бандажах при обточке колесных пар также способствует плавности хода вагонов.

ГЛАВА II

СОБСТВЕННЫЕ КОЛЕБАНИЯ ЧЕТЫРЕХОСНЫХ ВАГОНОВ

Вертикальные колебания четырехосного вагона с тройным рессорным подвешиванием

Плавность хода вагона зависит от продолжительности периода, величины амплитуды колебаний и ускорений, возникающих в вертикальном и горизонтальном направлении.

Период вертикальных колебаний обычно находят по формуле:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{f_1 + f_2 + f_3}{g}}, \quad (190)$$

где f_1 — статический прогиб листовых надбуксовых рессор в см;

f_2 — статический прогиб винтовых надбуксовых рессор в см;

f_3 — статический прогиб люлечных надбуксовых рессор в см.

Указанная выше формула (190) определяет только период колебаний малой частоты и то с погрешностью, достигающей 5—10%, и совершенно не учитывает наличие нежелательных колебаний высокой частоты, являющихся одной из главных причин, нарушающих плавность хода тележки и кузова вагона. Введем следующие обозначения (фиг. 92):

P_3 — вес кузова и груза в кг, передаваемого на все люлечные рессоры,

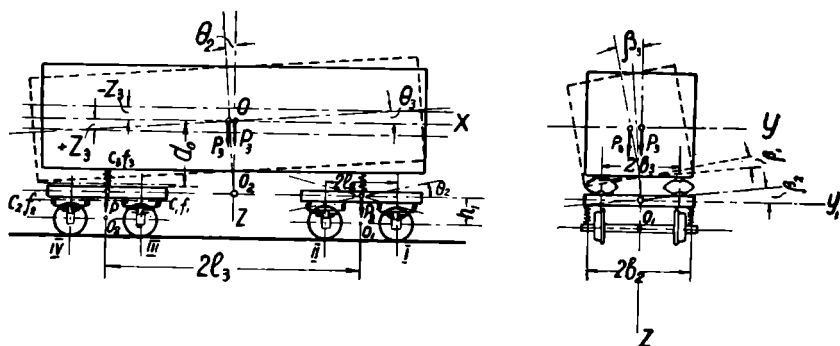
P_2 — вес в кг надрессорных частей тележки,

P_1 — вес в кг подвесных болтов листовых рессор,

z_3 — вертикальные перемещения кузова относительно его положения равновесия в см,

z_2 — вертикальные перемещения надрессорных частей тележки относительно их положения равновесия в см,

- z_1 — динамический прогиб надбуксовых листовых рессор в см,
 c_3 — жесткость люлечных рессор в кг/см,
 f_3 — статический прогиб люлечных рессор (без учета трения) в см,
 φ_3 — коэффициент относительного трения в люлечных рессорах,



Фиг. 92

- f_2 — статический прогиб винтовых рессор в см,
 c_2 — жесткость винтовой рессоры в кг/см,
 c_1 — жесткость листовой рессоры в кг/см,
 f_1 — статический прогиб листовой рессоры в см,
 φ_1 — коэффициент относительного трения листовой рессоры,
 $z_3 - z_2$ — динамический прогиб люлечных рессор в см,
 $z_2 - z_1$ — динамический прогиб винтовых рессор в см,
 $R_3 = 4c_3(f_3 + z_3 - z_2)$ — реакция люлечных рессор, без учета сил трения, в кг,
 $R_2 = 16c_2(f_2 + z_2 - z_1)$ — реакция винтовых рессор в кг,
 $R_1 = 8c_1(f_1 + z_1)$ — реакция листовых надбукс. рессор в кг.
 Для изучения колебаний применим уравнения Лагранжа
 Кинетическая энергия системы равна:

$$T = \frac{1}{2} \cdot \frac{P_3}{g} \dot{z}_3^2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{2P_2}{g} \dot{z}_2^2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{16P_1}{g} \dot{z}_1^2; \quad (191)$$

запас потенциальной энергии системы равен:

$$\begin{aligned}
 V_z &= 2c_3(z_3 - z_2)^2 + 8c_2(z_2 - z_1)^2 + 4c_1z_1^2 = \\
 &= 2c_3(z_3^2 - 2z_2z_3 + z_2^2) + 8c_2(z_2^2 - 2z_1z_2 + z_1^2) + 4c_1z_1^2. \quad (191a)
 \end{aligned}$$

Определяем

$$\frac{\partial T}{\partial \dot{z}_3} = \frac{P_3}{g} \dot{z}_3; \quad \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{z}_3} \right) = \frac{P_3}{g} \cdot \frac{d^2 z_3}{dt^2}; \quad (191b)$$

$$\frac{\partial V_z}{\partial z_3} = -4c_3(z_3 - z_2). \quad (191c)$$

Влияние сил трения в рессорах можно выразить произведением $\pm \varphi_3 R_3$, где φ_3 —коэффициент относительного трения в люлечных рессорах, а R_3 —реакция люлечных рессор, равная

$$4c_3(f_3 + z_3 - z_2).$$

Найдем остальные величины, необходимые для составления уравнений колебаний:

$$\frac{\partial T}{\partial \dot{z}_2} = \frac{2P_2}{g} \dot{z}_2 \quad \text{и} \quad \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{z}_2} \right) = \frac{2P_2}{g} \cdot \frac{d^2 z_2}{dt^2}; \quad (191d)$$

$$\frac{\partial V_z}{\partial z_2} = 4c_3(z_3 - z_2) - 16c_2(z_2 - z_1); \quad (191e)$$

$$\frac{\partial T}{\partial \dot{z}_1} = \frac{16P_1}{g} \dot{z}_1 \quad \text{и} \quad \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{z}_1} \right) = \frac{16P_1}{g} \cdot \frac{d^2 z_1}{dt^2}; \quad (191f)$$

$$\frac{\partial V_z}{\partial z_1} = 16c_2 z_2 - 16c_2 z_1 - 8c_1 z_1. \quad (191g)$$

Влияние сил трения можно выразить произведением:

$$\pm \varphi_1 R_1 = \pm 8\varphi_1 c_1 (f_1 + z_1). \quad (191h)$$

Составим дифференциальные уравнения колебаний:

$$\frac{P_3}{g} \cdot \frac{d^2 z_3}{dt^2} + 4c_3(z_3 - z_2) \pm 4c_3(f_3 + z_3 - z_2)\varphi_3 = 0; \quad (192)$$

$$\begin{aligned} \frac{2P_2}{g} \cdot \frac{d^2 z_2}{dt^2} - 4c_3(z_3 - z_2) + 16c_2(z_2 - z_1) = \\ = \pm 4c_3(f_3 + z_3 - z_2)\varphi_3; \end{aligned} \quad (192a)$$

$$\frac{16P_1}{g} \cdot \frac{d^2 z_1}{dt^2} + 16c_2 z_2 - 16c_2 z_1 - 8c_1 z_1 = \pm 8\varphi_1 c_1 (f_1 + z_1). \quad (192b)$$

Пренебрегая силами инерции массы $\frac{16P_1}{g}$ и произведя алгебраические преобразования в уравнениях (192), (192a) и (192b), получим:

$$\frac{d^2 z_3}{dt^2} + \frac{4gc_3}{P_3} (1 \pm \varphi_3) z_3 - \frac{4gc_3}{P_3} (1 \pm \varphi_3) z_2 \pm \varphi_3 g = 0; \quad (192c)$$

$$\frac{d^2 z_2}{dt^2} - \frac{4gc_3}{2P_2} (1 \pm \varphi_3) (z_3 - z_2) + \frac{8gc_2}{P_2} (z_2 - z_1) \pm \frac{4g\varphi_3 c_3 f_3}{2P_2} = 0; \quad (192d)$$

$$z_1 = \frac{2c_2 \mp \varphi_1 c_1 f_1}{2c_2 + (1 \pm \varphi_1) c_1}. \quad (192e)$$

При движении масс от верхнего крайнего положения вниз необходимо перед φ брать знак „+“, при движении снизу вверх берется знак „-“.

Подставляя в предыдущие уравнения вместо z_1 его значение

$$z_1 = \frac{2c_2 \mp \varphi_1 c_1 f_1}{2c_2 + (1 \pm \varphi_1) c_1},$$

получаем следующую систему уравнений:

$$\frac{d^2 z_3}{dt^2} + \frac{4c_3 g}{P_3} (1 \pm \varphi_3) z_3 - \frac{4c_3 g}{P_3} (1 \pm \varphi_3) z_2 \pm \varphi_3 g = 0; \quad (192f)$$

$$\begin{aligned} \frac{d^2 z_2}{dt^2} - \frac{4c_3 g}{2P_2} (1 \pm \varphi_3) z_3 + \left[\frac{4gc_3}{2P_2} (1 \pm \varphi_3) + \frac{8(1 \pm \varphi_1) c_1 c_2 g}{P_2 [2c_2 + (1 \pm \varphi_1) c_1]} \right] \pm \\ \pm \frac{8\varphi_1 g c_1 c_2 f_1}{P_2 [2c_2 + (1 \pm \varphi_1) c_1]} \mp \frac{4\varphi_3 g P_3}{2P_2} = 0. \end{aligned} \quad (192g)$$

Введем следующие обозначения:

$$\begin{aligned} 4c_3 (1 \pm \varphi_3) = c_3^0; \quad \frac{4gc_3}{P_3} (1 \pm \varphi_3) = \frac{c_3^0}{m_3}; \quad \frac{4gc_3}{2P_2} (1 \pm \varphi_3) = \frac{c_3^0}{2m_2}; \\ \frac{4\varphi_3 c_3 f_3 g}{P_3} = \frac{c_3^0}{m_3} \cdot \frac{\varphi_3 f_3}{1 \pm \varphi_3}; \quad \frac{8(1 \pm \varphi_1) c_1 c_2 g}{P_2 [2c_2 + (1 \pm \varphi_1) c_1]} = \frac{c_2^0}{m_2}, \end{aligned}$$

где $c_2^0 = \frac{8(1 \pm \varphi_1) c_1 c_2}{2c_2 + (1 \pm \varphi_1) c_1}$ — приведенная жесткость двойного рессорного подвешивания тележек;

$$\frac{8\varphi_1 f_1 c_1 c_2 g}{P_2 [2c_2 + (1 \pm \varphi_1) c_1]} = \frac{c_2^0}{m_2} \cdot \frac{\varphi_1 f_1}{1 \pm \varphi_1}; \quad \frac{4(1 \pm \varphi_3) \varphi_3 c_3 f_3 g}{2(1 \pm \varphi_3) P_2} = \frac{\varphi_3 f_3 c_3^0}{2(1 \pm \varphi_3) m_2}.$$

После подстановки новых обозначений в систему дифференциальных уравнений (192f) и (192g), получим:

$$\frac{d^2 z_3}{dt^2} + \frac{c_3^0}{m_3} z_3 - \frac{c_3^0}{m_3} z_2 \pm \frac{c_3^0}{m_3} \cdot \frac{\varphi_3 f_3}{1 \pm \varphi_3} = 0, \quad (193)$$

$$\frac{d^2 z_2}{dt^2} - \frac{c_3^0}{2m_2} z_3 + \frac{c_3^0 + 2c_2^0}{2m_2} z_2 \pm \frac{\varphi_1 f_1 c_2^0}{(1 \pm \varphi_1) m_2} \mp \frac{\varphi_3 f_3}{1 \pm \varphi_3} \cdot \frac{c_3^0}{2m_2} = 0. \quad (193a)$$

Из уравнения (193) найдем:

$$\frac{d^4 z_3}{dt^4} + \frac{c_3^0}{m_3} \cdot \frac{d^2 z_3}{dt^2} - \frac{c_3^0}{m_3} \cdot \frac{d^2 z_2}{dt^2} = 0. \quad (194)$$

Из полученного уравнения определим:

$$\frac{d^2 z_2}{dt^2} = \frac{m_3}{c_3^0} \cdot \frac{d^4 z_3}{dt^4} + \frac{d^2 z_3}{dt^2}. \quad (194a)$$

Из уравнения (193) найдем:

$$z_2 = \frac{m_3}{c_3^0} \cdot \frac{d^2 z_3}{dt^2} + z_3 \pm \frac{\varphi_3 f_3}{1 \pm \varphi_3}. \quad (194b)$$

Полученные значения для $\frac{d^2 z_3}{dt^2}$ и z_2 подставим в уравнение (193a), тогда получим:

$$\begin{aligned} \frac{d^4 z_3}{dt^4} + \left(\frac{c_3^0 + 2c_2^0}{2m_2} + \frac{c_3^0}{m_3} \right) \frac{d^2 z_3}{dt^2} + \frac{c_2^0 c_3^0}{m_2 m_3} z_3 \pm \\ \pm \frac{c_2^0 c_3^0}{m_2 m_3} \left(\frac{\varphi_1 f_1}{1 \pm \varphi_1} + \frac{\varphi_3 f_3}{1 \pm \varphi_3} \right) = 0. \end{aligned} \quad (195)$$

Полагаем, что $z_3 = e^{rt}$, тогда

$$z_3'' = r^2 e^{rt} \text{ и } z_3^{IV} = r^4 e^{rt}.$$

Подставляя данные значения в уравнение (195), получаем:

$$r^4 + \left(\frac{c_3^0 + 2c_2^0}{2m_2} + \frac{c_3^0}{m_3} \right) r^2 + \frac{c_2^0 c_3^0}{m_2 m_3} = 0. \quad (195a)$$

В полученном характеристическом уравнении r имеет мнимые значения; обозначив r через ki , найдем:

$$k^4 - \left(\frac{c_3^0 + 2c_2^0}{2m_2} + \frac{c_3^0}{m_3} \right) k^2 + \frac{c_2^0 c_3^0}{m_2 m_3} = 0; \quad (195b)$$

отсюда определим для k^2 следующие значения:

$$k_1^2 = \frac{\frac{c_3^0 + 2c_2^0}{2m_2} + \frac{c_3^0}{m_3} + \sqrt{\left(\frac{c_3^0 + 2c_2^0}{2m_2} + \frac{c_3^0}{m_3} \right)^2 - 4 \frac{c_2^0 c_3^0}{m_2 m_3}}}{2}; \quad (195c)$$

$$k_2^2 = \frac{\frac{c_3^0 + 2c_2^0}{2m_2} + \frac{c_3^0}{m_3} - \sqrt{\left(\frac{c_3^0 + 2c_2^0}{2m_2} + \frac{c_3^0}{m_3} \right)^2 - 4 \frac{c_2^0 c_3^0}{m_2 m_3}}}{2}. \quad (195d)$$

Общий интеграл уравнения (193) будет:

$$\begin{aligned} z_3 = C_1 e^{k_1 i t} + C_2 e^{-k_1 i t} + C_3 e^{k_2 i t} + \\ + C_4 e^{-k_2 i t} \mp \frac{\varphi_1 f_1}{1 \pm \varphi_1} \mp \frac{\varphi_3 f_3}{1 \pm \varphi_3}. \end{aligned} \quad (196)$$

Полученное общее решение можно представить через тригонометрические функции:

$$\begin{aligned} z_3 = A_3 \cos k_1 t + B_3 \cos k_2 t + C_3 \sin k_1 t + \\ + D_3 \sin k_2 t \mp \frac{\varphi_1 f_1}{1 \pm \varphi_1} \mp \frac{\varphi_3 f_3}{1 \pm \varphi_3}. \end{aligned} \quad (196a)$$

Принимаем следующие начальные условия, при $t = 0$:

$$z_3 = \mp z_3^0; \quad z_3' = 0; \quad z_2 = \mp z_2^0 \text{ и } z_2' = 0.$$

Найдем, что

$$z_3 = A_3 + B_3 \mp \frac{\varphi_3 f_1}{1 \pm \varphi_1} \mp \frac{\varphi_3 f_3}{1 \pm \varphi_3} \quad (196b)$$

и

$$C_3 = D_3 = 0;$$

следовательно,

$$z_3 = A_3 \cos k_1 t + B_3 \cos k_2 t \mp \frac{\varphi_1 f_1}{1 \pm \varphi_1} \mp \frac{\varphi_3 f_3}{1 \pm \varphi_3}. \quad (196c)$$

$$\frac{d^2 z_3}{dt^2} = -k_1^2 A_3 \cos k_1 t - k_2^2 B_3 \cos k_2 t. \quad (196d)$$

Полученные значения для z_3 и $\frac{d^2 z_3}{dt^2}$ подставим в уравнение (194b), найдем z_2 :

$$\begin{aligned} z_2 = & \frac{m_3}{c_3^0} k_1^2 A_3 \cos k_1 t - \frac{m_3}{c_3^0} k_2^2 B_3 \cos k_2 t + A_3 \cos k_1 t + \\ & + B_3 \cos k_2 t \mp \frac{\varphi_1 f_1}{1 \pm \varphi_1} \mp \frac{\varphi_3 f_3}{1 \pm \varphi_3} \pm \frac{\varphi_3 f_3}{1 \pm \varphi_3} = \frac{c_3^0 - m_3 k_1^2}{c_3^0} A_3 \cos k_1 t + \\ & + \frac{c_3^0 - m_3 k_2^2}{c_3^0} B_3 \cos k_2 t \mp \frac{\varphi_1 f_1}{1 \pm \varphi_1}; \end{aligned} \quad (196e)$$

$$z_2 = A_2 \cos k_1 t + B_2 \cos k_2 t \mp \frac{\varphi_1 f_1}{1 \pm \varphi_1}, \quad (197)$$

где

$$A_2 = \frac{c_3^0 - m_3 k_1^2}{c_3^0} A_3 \quad \text{и} \quad B_2 = \frac{c_3^0 - m_3 k_2^2}{c_3^0} B_3. \quad (197a)$$

Как видно из уравнений (196c) и (197), каждому частному решению соответствует некоторое гармоническое движение грузов P_3 и P_2 .

Грузы P_3 и P_2 одновременно подвергаются гармоническим колебаниям с частотой k_1 и k_2 .

Оба гармонические колебательные движения кузова и тележек называются главными колебаниями, а частоты k_1 и k_2 имеют название собственных частот системы.

Согласно уравнения (197a), отношения амплитуд в каждом главном колебании имеют вполне определенные значения. Следовательно, колебания кузова тесно связаны с колебаниями тележек и наоборот.

Поэтому недостатки рессорного подвешивания в тележке или кузове будут всегда отражаться на спокойствии хода всего вагона.

Периоды главных колебаний тележек и кузова соответственно будут равны:

$$T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{2}{\frac{c_3^0 + 2c_2^0}{2m_2} + \frac{c_3^0}{m_3} + \sqrt{\left(\frac{c_3^0 + 2c_2^0}{2m_2} + \frac{c_3^0}{m_3}\right)^2 - 4 \frac{c_2^0 c_3^0}{m_2 m_3}}} =$$

$$= 2\pi \sqrt{\frac{\frac{c_3^0 + 2c_2^0}{2m_2} + \frac{c_3^0}{m_3} - \sqrt{\left(\frac{c_3^0 + 2c_2^0}{2m_2} + \frac{c_3^0}{m_3}\right)^2 - 4 \frac{c_2^0 c_3^0}{m_2 m_3}}{2 \frac{c_2^0 c_3^0}{m_2 m_3}}} \quad (198)$$

и

$$T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{\frac{c_3^0 + 2c_2^0}{2m_2} + \frac{c_3^0}{m_3} + \sqrt{\left(\frac{c_3^0 + 2c_2^0}{2m_2} + \frac{c_3^0}{m_3}\right)^2 - 4 \frac{c_2^0 c_3^0}{m_2 m_3}}{2 \frac{c_2^0 c_3^0}{m_2 m_3}}}, \quad (198a)$$

полагая, что

$$\sqrt{\left(\frac{c_3^0 + 2c_2^0}{2m_2} + \frac{c_3^0}{m_3}\right)^2 - 4 \frac{c_2^0 c_3^0}{m_2 m_3}} \approx \frac{c_3^0 + 2c_2^0}{2m_2} +$$

$$+ \frac{c_3^0}{m_3} - \frac{1}{2} \cdot \frac{4c_2^0 c_3^0}{\left(\frac{c_3^0 + 2c_2^0}{2m_2} + \frac{c_3^0}{m_3}\right)^2},$$

получим для определения периода T_2 формулу:

$$T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{m_3}{c_3^0} + \frac{m_2}{c_2^0} + \frac{m_3}{2c_2^0} - \frac{m_2 m_3}{\frac{c_3^0 + 2c_2^0}{2m_2} + \frac{c_3^0}{m_3}}}, \quad (198b)$$

но

$$\frac{m_3}{c_3^0} = \frac{P_3}{4(1 \pm \varphi_3) c_3 g} = \frac{f_3}{(1 \pm \varphi_3) g};$$

$$\frac{m_2}{c_2^0} = \frac{P_2 [2c_2 + (1 \pm \varphi_1) c_1]}{8(1 \pm \varphi_1) c_1 c_2 g} = \frac{f_1}{(1 \pm \varphi_1) g} + \frac{f_2}{g}.$$

Пренебрегая величиной

$$\frac{m_3}{2c_2^0} - \frac{m_2 m_3}{\frac{c_3^0 + 2c_2^0}{2m_2} + \frac{c_3^0}{m_3}}$$

можно получить следующую формулу, определяющую величину периода колебания T_2 :

$$T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{f_1}{(1 \pm \varphi_1) g} + \frac{f_2}{g} + \frac{f_3}{(1 \pm \varphi_3) g}}. \quad (198c)$$

При колебаниях вниз перед φ_1 и φ_3 берется знак „+“, при колебании вверх необходимо брать знак „-“.

Среднюю величину периода колебаний можно определить, полагая, что $1 \pm \varphi_j \simeq 1$ и $1 \pm \varphi_3 = 1$, тогда

$$T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{l_1 + l_2 + l_3}{g}}. \quad (198d)$$

Найденная формула дает возможность приближенно получить период одного из главных колебаний, имеющего меньшую частоту.

По принятым начальным условиям формулы (196b), (196d) и (193) получим по формуле (196b):

$$A_3 + B_3 = \mp z_3^0 \pm \frac{\varphi_1 f_1}{1 \pm \varphi_1} \pm \frac{\varphi_3 f_3}{1 \pm \varphi_3}, \quad (199)$$

а из формул (196b) и (193)

$$-A_3 k_1^2 - B_3 k_2^2 = \frac{c_3^0}{m_3} z_3^0 - \frac{c_3^0}{m_3} z_2^0 \mp \frac{\varphi_3 f_3}{1 \pm \varphi_3} \cdot \frac{c_3^0}{m_3}. \quad (199a)$$

Умножив уравнение (199) на k_2^2 и сложив уравнения (199) и (199a), получим:

$$\begin{aligned} -(k_1^2 - k_2^2) A_3 &= \left(\pm \frac{c_3^0}{m_3} \mp k_2^2 \right) z_3^0 - \frac{c_3^0}{m_3} z_2^0 - \\ &- \left(\pm \frac{c_3^0}{m_3} \mp k_2^2 \right) \frac{\varphi_3 f_3}{1 \pm \varphi_3} + \frac{\varphi_1 f_1}{1 \pm \varphi_1} k_2^2. \end{aligned}$$

Отсюда находим A_3 :

$$\begin{aligned} A_3 &= \frac{-(\pm c_3^0 \mp m_3 k_2^2) z_3^0 + c_3^0 z_2^0 + (\pm c_3^0 \mp m_3 k_2^2) \frac{\varphi_3 f_3}{1 \pm \varphi_3} - \frac{\varphi_1 f_1}{1 \pm \varphi_1} k_2^2 m_3}{(k_1^2 - k_2^2) m_3} = \\ &= \frac{-(c_3^0 - m_3 k_2^2) \left(z_3^0 - \frac{\varphi_3 f_3}{1 \pm \varphi_3} \right) + c_3^0 z_2^0 - k_2^2 m_3 \frac{\varphi_1 f_1}{1 \pm \varphi_1}}{m_3 (k_1^2 - k_2^2)} \quad (200) \end{aligned}$$

и

$$\begin{aligned} A_2 &= \frac{c_3^0 - m_3 k_1^2}{c_3^0} A_3 = \\ &= -\frac{c_3^0 - m_3 k_1^2}{c_3^0} \cdot \frac{(c_3^0 - m_3 k_2^2) \left(z_3^0 - \frac{\varphi_3 f_3}{1 \pm \varphi_3} \right) + c_3^0 z_2^0 - \frac{\varphi_1 f_1}{1 \pm \varphi_1} k_2^2 m_3}{(k_1^2 - k_2^2) m_3}. \quad (200a) \end{aligned}$$

Для определения B_3 умножим уравнение (199) на k_1^2 и, сложив его после этого с уравнением (199a), получим:

$$\begin{aligned} (k_1^2 - k_2^2) B_3 &= \left(\frac{c_3^0}{m_3} - k_1^2 \right) z_3 - \frac{c_3^0}{m_3} z_2^0 - \frac{\varphi_3 f_3}{1 \pm \varphi_3} \left(\frac{c_3^0}{m_3} - k_1^2 \right) + \\ &+ \frac{\varphi_1 f_1}{1 \pm \varphi_1} k_1^2 = \left(\frac{c_3^0}{m_3} - k_1^2 \right) \left(z_3^0 - \frac{\varphi_3 f_3}{1 \pm \varphi_3} \right) - \frac{c_3^0}{m_3} z_2^0 + \frac{\varphi_1 f_1}{1 \pm \varphi_1} k_1^2 \quad (200b) \end{aligned}$$

$$B_3 = \frac{(c_3^0 - m_3 k_1^2) \left(z_3^0 - \frac{\varphi_3 f_3}{1 \pm \varphi_3} \right) - c_3^0 z_2^0 + \frac{\varphi_1 f_1}{1 \pm \varphi_1} m_3 k_1^2}{(k_1^2 - k_2^2) m_3}; \quad (200c)$$

$$B_2 = \frac{c_3^0 - m_3 k_2^2}{c_3^0} \times$$

$$\times \frac{(c_3^0 - m_3 k_1^2) \left(z_3^0 - \frac{\varphi_3 f_3}{1 \pm \varphi_3} \right) - c_3^0 z_2^0 + \frac{\varphi_1 f_1}{1 \pm \varphi_1} m_3 k_1^2}{(k_1^2 - k_2^2) m_3} \quad (200d)$$

При выбранных z_3^0 и z_2^0 амплитуды результирующих колебаний получают определенные значения, зависящие от жесткости рессор и частоты собственных колебаний подвешенных масс кузова вагона и тележек.

Таким образом, уравнения результирующих колебаний окончательно приводятся к виду:

$$z_3 = \frac{-(c_3^0 - m_3 k_2^2) \left(z_3^0 - \frac{\varphi_3 f_3}{1 \pm \varphi_3} \right) + c_3^0 z_2^0 - \frac{\varphi_1 f_1}{1 \pm \varphi_1} m_3 k_2^2}{(k_1^2 - k_2^2) m_3} \cos k_1 t +$$

$$+ \frac{(c_3^0 - m_3 k_1^2) \left(z_3^0 - \frac{\varphi_3 f_3}{1 \pm \varphi_3} \right) - c_3^0 z_2^0 + \frac{\varphi_1 f_1}{1 \pm \varphi_1} m_3 k_1^2}{(k_1^2 - k_2^2) m_3} \cos k_2 t -$$

$$- \frac{\varphi_1 f_1}{1 \pm \varphi_1} - \frac{\varphi_3 f_3}{1 \pm \varphi_3}; \quad (201)$$

$$z_2 = \frac{c_3^0 - m_3 k_1^2}{c_3^0} \times$$

$$\times \frac{\left[-(c_3^0 - m_3 k_2^2) \left(z_3^0 - \frac{\varphi_3 f_3}{1 \pm \varphi_3} \right) \right] + c_3^0 z_2^0 - \frac{\varphi_1 f_1}{1 \pm \varphi_1} m_3 k_2^2}{(k_1^2 - k_2^2) m_3} \cos k_1 t +$$

$$+ \frac{c_3^0 - m_3 k_2^2}{c_3^0} \times$$

$$\times \frac{(c_3^0 - m_3 k_1^2) \left(z_3^0 - \frac{\varphi_3 f_3}{1 \pm \varphi_3} \right) - c_3^0 z_2^0 + \frac{\varphi_1 f_1}{1 \pm \varphi_1} m_3 k_1^2}{(k_1^2 - k_2^2) m_3} \cos k_2 t - \frac{\varphi_1 f_1}{1 \pm \varphi_1}. \quad (201a)$$

Анализируя полученные уравнения, мы увидим, что во втором главном колебании перемещения грузов P_3 и P_2 одновременно обращаются в нуль и одновременно достигают максимальных значений; следовательно, кузов и тележка одновременно проходят через свои положения равновесия и одновременно достигают наибольших отклонений от равновесных положений.

То же заключение можно сделать и относительно первого главного колебания.

На основании уравнений (195с) и (195d) имеем:

$$\left. \begin{aligned} \frac{c_3^0}{m_3} - k_1^2 &= \frac{1}{2} \left[\frac{c_3^0}{m_3} - \frac{c_3^0 + 2c_2^0}{2m_2} - \right. \\ &- \left. \sqrt{\left(\frac{c_3^0 + 2c_2^0}{2m_2} + \frac{c_3^0}{m_3} \right)^2 - 4 \frac{c_2^0 c_3^0}{m_2 m_3}} \right] < 0; \\ \frac{c_3^0}{m_3} - k_2^2 &= \frac{1}{2} \left[\frac{c_3^0}{m_3} - \frac{c_3^0 + 2c_2^0}{2m_2} + \right. \\ &+ \left. \sqrt{\left(\frac{c_3^0 + 2c_2^0}{2m_2} + \frac{c_3^0}{m_3} \right)^2 - 4 \frac{c_2^0 c_3^0}{m_2 m_3}} \right] > 0. \end{aligned} \right\} \quad (201b)$$

Отсюда следует, что в первом главном колебании перемещения z_3 и z_2 всегда противоположных знаков, а во втором главном колебании z_3 и z_2 всегда одного знака. Это означает, что в первом главном колебании оба груза P_3 и P_2 движутся всегда в противоположных направлениях, а во втором главном колебании—в одном направлении.

Общее колебательное движение всей системы является результатом наложения двух главных ее колебаний. Если разница частот очень мала, будет иметь место „явление биения“, т. е. колебания с периодически изменяющимися амплитудами (фиг. 93).

В этом случае колебания имеют одинаковые амплитуды:

$$A_3 = B_3$$

и

$$A_2 = B_2,$$

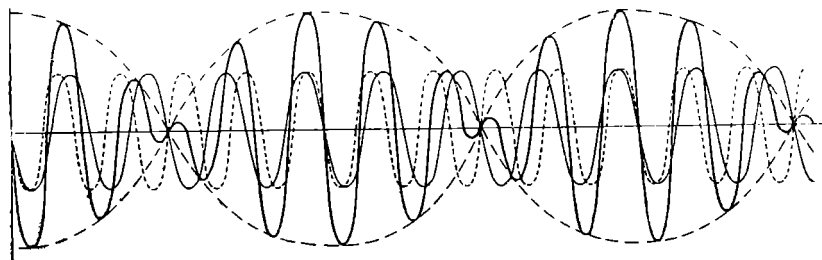
а результирующие колебания можно выразить уравнениями:

$$A_3 \cos k_1 t + A_3 \cos k_2 t = \left(2A_3 \cos \frac{k_1 - k_2}{2} t \right) \cos \frac{k_1 + k_2}{2} t.$$

Первый множитель в скобках указывает на переменную амплитуду колебаний (на фиг. 93 кривая амплитуд колебаний проведена пунктиром, как огибающая к кривым, начерченным жирной линией). Второй множитель представляет собой колебания с частотой, средней между частотами слагаемых колебаний (на фиг. 93 график этого колебания указан в виде кривой, очерченной жирной линией).

Из фиг. 93 видно, что период биений определяется тем условием, чтобы одно слагаемое колебание отстало от другого на одно целое колебание. Следовательно, частота биений равна разности частот слагаемых колебаний.

Если обозначить через T_0 период биений, а через T_1 и T_2 периоды слагаемых колебаний, тогда в течение времени T_0 произойдет число колебаний с периодом T_1 , равное $\frac{T_0}{T_1}$, и число колебаний с периодом T_2 , равное $\frac{T_0}{T_2}$



Фиг. 93

Разность между этими величинами должна равняться единице для того, чтобы колебания опять сошлись с теми же фазами:

$$\frac{T_0}{T_1} - \frac{T_0}{T_2} = 1.$$

Разделив обе части полученного выражения на T_0 , получаем соотношение между числом колебаний в секунду:

$$\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2} = \frac{1}{T_0} = \frac{T_2 - T_1}{T_1 T_2};$$

отсюда найдем T_0 :

$$T_0 = \frac{T_1 T_2}{T_2 - T_1}.$$

При выборе масс тележек и кузова, а также жесткости рессор, необходимо стремиться к устранению явления биения.

Пример. Возьмем четырехосный спальный вагон с тележкой тройного подвешивания. Вес вагона с пассажирами 58 000 кг; вес 2-х тележек — 14 000 кг; вес кузова $P_3 = 44 000$ кг; вес скатов с буксами $2 \times 1565 = 3130$ кг; вес надрессорных частей тележки $P_2 = 7000 - 3130 = 3870$ кг.

НТЭ
ДНУЖТ

Под кузовом поставлены 5-рядные рессоры системы Галахова, имеющие следующие размеры:

$$5 \times 9,5 \times 76 \times 955 \text{ мм.}$$

Прогиб эллиптических рессор без учета сил трения

$$f_3 = \frac{24 \cdot 5500 \cdot 47,75^3}{2 \cdot 2,15 \cdot 10^6 \cdot 5 \cdot 7,6 \cdot 0,95^3 \cdot 12} = 170 \text{ мм.}$$

Жесткость комплекта рессор

$$c_3 = \frac{11\,000}{17} = 650 \text{ кг/см.}$$

Нагрузка на 8 винтовых рессор равна

$$22\,000 + 3870 = 25\,870 \text{ кг.}$$

Нагрузка на одну винтовую рессору

$$P = \frac{25\,870}{8} = 3240 \text{ кг.}$$

Размеры винтовой рессоры:

$$\delta = 30 \text{ мм; } r = 30 \text{ мм и } n = 5,5.$$

Прогиб под статической нагрузкой винтовой рессоры

$$f_2 = \frac{64 \cdot 6^3 \cdot 5,5 \cdot 3240}{3^4 \cdot 850\,000} = 36 \text{ мм.}$$

Жесткость рессоры

$$c_2 = \frac{3240}{3,6} = 900 \text{ кг/см.}$$

Размеры листовой рессоры:

$$n = 9; h = 13 \text{ мм; } b = 100 \text{ мм и } 2l = 1250 \text{ мм.}$$

Нагрузка на листовую рессору равна

$$2 \cdot 3240 = 6480 \text{ кг.}$$

Напряжение в листовой рессоре:

$$\sigma = \frac{6 \cdot 3240 \cdot 62,5}{9 \cdot 10 \cdot 1,69} = 8000 \text{ кг/см}^2.$$

Стрела прогиба (без учета сил трения)

$$f_1 = \frac{62,5^2 \cdot 8000}{1,3 \cdot 2,15 \cdot 10^6} = 100 \text{ мм.}$$

Жесткость листовой рессоры

$$c_1 = \frac{6480}{10} = 648 \text{ кг/см.}$$

Коэффициенты относительного трения φ_1 и φ_3 для листовой и эллиптической рессор определены по ф-ле Марье:

$$\varphi = \frac{\psi(n-1)(n+0,5n')h}{nl},$$

где n' — число коренных листов рессоры и ψ — коэффициент трения, равный 0,3 — 0,4, а в среднем $\psi = 0,35$.

По Шпееру для запыленных и сухих листов рессоры $\psi = 0,52$.

Для эллиптической рессоры коэффициент относительного трения будет равен:

$$\varphi_3 = 2 \cdot \frac{0,35 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 0,95}{5 \cdot 47,75} = 0,033.$$

Для листовой рессоры

$$\varphi_1 = \frac{0,35 \cdot 8 \cdot 10 \cdot 1,3}{9 \cdot 62,5} = 0,065.$$

Стрела трения для эллиптической рессоры

$$\frac{\varphi_3 f_3}{1 + \varphi_3} = \frac{17 \cdot 0,033}{1,033} = 5,3 \text{ мм; } \frac{\varphi_3 f_3}{1 - \varphi_3} = \frac{17 \cdot 0,033}{0,967} = -6 \text{ мм.}$$

Стрела трения для листовой рессоры

$$\frac{\varphi_1 f_1}{1 + \varphi_1} = \frac{10 \cdot 0,065}{1 + 0,065} = 6,1 \text{ мм и } \frac{\varphi_1 f_1}{1 - \varphi_1} = \frac{10 \cdot 0,065}{0,935} = -7 \text{ мм.}$$

Определим средние численные значения для $\frac{c_3^0}{m_3}$, $\frac{c_2^0}{m_2}$ и $\frac{c_1^0}{2m_1}$:

$$\frac{c_3^0}{m_3} = \frac{4 \cdot 650 \cdot 981}{44000} = 58 \frac{1}{\text{сек.}^2}; \quad \frac{c_2^0}{m_2} = \frac{8 \cdot 981 \cdot 648 \cdot 900}{3870(2 \cdot 900 + 648)} = 483 \frac{1}{\text{сек.}^2};$$

$$\frac{c_1^0}{2m_1} = \frac{2760 \cdot 981}{2 \cdot 3870} = 350 \frac{1}{\text{сек.}^2};$$

$$c_3^0 = 2600 \text{ кг/см и } c_2^0 = 1900 \text{ кг/см.}$$

Частоты колебаний k_1^2 и k_2^2 равны:

$$k_1^2 = \frac{(350 + 483 + 58) + \sqrt{(350 + 483 + 58)^2 - 4 \cdot 483 \cdot 58}}{2} =$$

$$= \frac{891 + 825}{2} = 858 \frac{1}{\text{сек.}^2};$$

$$k_2^2 = \frac{891 - 825}{2} = \frac{66}{2} = 33 \frac{1}{\text{сек.}^2}.$$

Периоды колебаний T_1 и T_2 равны:

$$T_1 = \frac{2\pi}{\sqrt{858}} = 0,215 \text{ сек.}; \quad T_2 = \frac{2\pi}{\sqrt{33}} = 1,1 \text{ сек.}$$

По приближенной формуле найдем T_2 :

$$T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{10 + 3,6 + 17}{981}} = 2\pi \sqrt{\frac{30,6}{981}} = 1,08 \text{ сек.}$$

Для построения кривых колебаний без большой погрешности можно принять, что

$$\frac{1}{2} \left(\frac{\varphi_3 f_3}{1 + \varphi_3} + \frac{\varphi_3 f_3}{1 - \varphi_3} \right) \simeq \varphi_3 f_3 = 0,033 \cdot 170 = 5,6 \text{ мм,}$$

$$\frac{1}{2} \left(\frac{\varphi_1 f_1}{1 + \varphi_1} + \frac{\varphi_1 f_1}{1 - \varphi_1} \right) \simeq \varphi_1 f_1 = 0,065 \cdot 100 = 6,5 \text{ мм.}$$

Находим численные значения для A_3 и B_3 , A_2 и B_2 :

$$A_3 = \frac{-\left(\frac{c_3^0}{m_3} - k_2^2\right)(z_3^0 - \varphi_3 f_3) + \frac{c_3^0}{m_3} z_2^0 - \varphi_1 f_1 k_2^2}{k_1^2 - k_2^2} =$$

$$= -0,03(z_3^0 - 0,56) + 0,07z_2^0 - 0,026;$$

$$B_3 = \frac{\left(\frac{c_3^0}{m_3} - k_1^2\right)(z_3^0 - \varphi_3 f_3) - \frac{c_3^0}{m_3} z_2^0 + \varphi_1 f_1 k_1^2}{k_1^2 - k_2^2} =$$

$$= -0,97(z_3^0 - 0,56) - 0,07z_2^0 + 0,676;$$

$$A_2 = \frac{\frac{c_3^0}{m_3} - k_1^2}{\frac{c_3^0}{m_3}} A_3 = \frac{58 - 858}{58} A_3 = -13,7 A_3;$$

$$B_2 = \frac{c_3^0 - m_3 k_2^2}{c_3^0} B_3 = \frac{58 - 33}{58} B_3 = 0,43 B_3.$$

Примем

$$z_3^0 = 0,3(f_1 + f_2 + f_3) = 0,3 \cdot 30,6 \simeq 92 \text{ мм}$$

и

$$z_2^0 = 0,3(f_1 + f_2) = 0,3(3,6 + 10) = 0,3 \cdot 13,6 = 41 \text{ мм.}$$

Определяем численные значения для A_3 , A_2 , B_3 и B_2 :

$$A_3 = -0,03(92 - 5,6) + 0,07 \cdot 41 - 0,26 = -2,5 + 2,87 - 0,26 = 0,07 \text{ мм;}$$

$$A_2 = -13,7 \cdot 0,07 = -0,960 \text{ мм;}$$

$$B_3 = -0,97(92 - 5,6) - 0,07 \cdot 41 - 6,76 = -84 - 2,87 + \\ + 6,76 = -79,90 \text{ мм};$$

$$B_2 = -0,43 \cdot 79,90 = -34,5 \text{ мм}.$$

Колебания с амплитудами A_3 и A_2 будут поглощены трением в рессоре.

Для построения кривых колебаний возьмем

$$A_1 = 0; A_2 = 0; B_3 = -79,90 \text{ мм} \text{ и } B_2 = -34,5 \text{ мм}.$$

Определим амплитуды колебаний, пользуясь формулами:

$$z_3 = A_3 \cos k_1 t + B_3 \cos k_2 t - \varphi_1 f_1 - \varphi_3 f_3 = -79,9 \cos k_2 t - 12,1;$$

$$z_2 = A_2 \cos k_1 t + B_2 \cos k_2 t - \varphi_1 f_1 = -34 \cos k_2 t - 6,5.$$

Подставляя вместо t значения $\frac{T}{4}$, $\frac{T}{2}$, $\frac{3}{4}T$, T и $\frac{5}{4}T$, получим величины амплитуд z_3 и z_2 для различных промежутков времени, указанные в таблице 10.

Таблица 10

t	$t = 0$	$t = \frac{T}{4}$	$t = \frac{T}{2}$	$t = \frac{3}{4}T$	$t = T$	$t = \frac{5}{4}T$	$t = 1,5T$	$t = 1,75T$
z_3 мм	-92	-12,1	67,8	12,1	-43,6	-12,1	19,5	12,1
z_2 мм	41	-6,5	28,0	6,5	-15	-6,5	2	—

Изменение амплитуд колебаний кузова и тележек дано на фиг. 94.

Наибольшее ускорение при колебании кузова равно:

$$\frac{d^2 z_3}{dt^2} = -k_2^2 B_3 = -0,0799 \cdot 33 = -2,64 \text{ м/сек.}^2.$$

Наибольшее ускорение для тележек:

$$\frac{d^2 z_2}{dt^2} = -k_2^2 B_2 = -0,0345 \cdot 33 = -0,345 \cdot 33 = 1,14 \text{ м/сек.}^2.$$

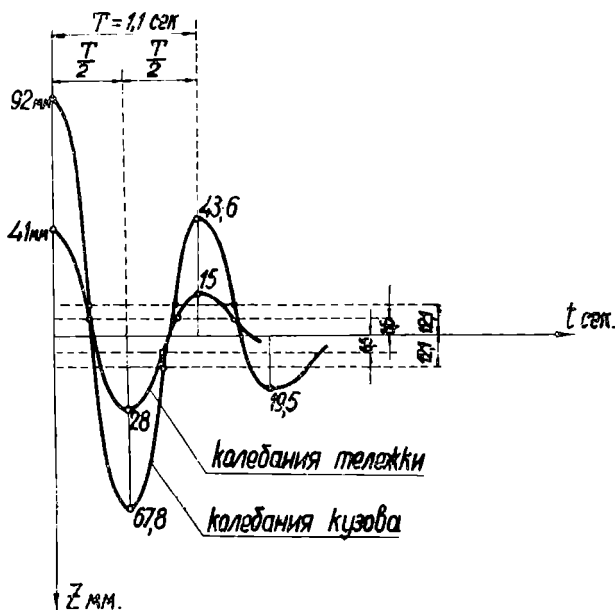
Как видно из фиг. 94, изменение амплитуд происходит по закону затухающей косинусоиды.

Пример. Определим периоды и амплитуды свободных колебаний четырехосного жесткого пассажирского вагона курортного типа с 8-ю отдельными купе. Тара вагона с тележкой тройного подвешивания — 43,5 т; полезная нагрузка — 4,8 т; тара тележки — 7,3 т; вес необрессоренных частей тележки — 2,74 т; вес надрессорных частей кузова

$P_3 = 43,5 + 4,8 - 14,6 = 34$ т; вес наддрессорных частей тележки $P_2 = 7,3 - 2,74 = 4,56$ т.

Размеры надбуксовых листовых рессор:

$$n \times 2l \times b \times h = 11 \times 1150 \text{ мм} \times 76 \text{ мм} \times 12,7 \text{ мм}.$$



Фиг. 94

Число призматических (коренных) листов в рессоре $n_1 = 2$.

При нагрузке на рессору

$$2P = \frac{43,5 + 4,8 - 2 \cdot 2,74}{8} = \frac{42,82}{8} = 5350 \text{ кг}$$

теоретический прогиб

$$f_{1 \text{ теор.}} = \frac{6 \cdot 2675 \cdot 57,5^3}{11 \cdot 7,6 \cdot 1,27^3 \cdot 2,15 \cdot 10^6} \cdot \frac{22}{24} = 76,5 \text{ мм}.$$

Средняя жесткость листовая рессоры

$$c_1 = \frac{5350}{7,65} = 700 \text{ кг/см}.$$

Коэффициент относительного трения определим по формуле Марье, приняв коэффициент трения между листами $\psi = 0,35$:

$$\varphi_1 = \frac{0,35 \cdot 10 \cdot 12 \cdot 1,27}{11 \cdot 57,5} = 0,085.$$

Стрелу трения возьмем равной:

$$\frac{1}{2} \left(\frac{\varphi_1 f_1}{1 + \varphi_1} + \frac{\varphi_1 f_1}{1 - \varphi_1} \right) \simeq \varphi_1 f_1 \simeq 0,085 \cdot 76,5 = 6,6 \text{ мм.}$$

Винтовые надбуксовые рессоры имеют следующие размеры:

$$n \times \delta \times r = 4,5 \times 30 \text{ мм} \times 60 \text{ мм.}$$

Прогиб винтовых рессор под нагрузкой $P = 2675$ кг равен:

$$f_2 = \frac{64Pnr^3}{\delta^4 G} = \frac{64 \cdot 2675 \cdot 4 \cdot 3^3}{3^4 \cdot 850\,000} = 26,5 \text{ мм.}$$

Жесткость винтовой рессоры

$$c_2 = \frac{2675}{2,65} \simeq 1000 \text{ кг/см.}$$

Люлочные рессоры системы Галахова имеют следующие размеры:

$$A \times n \times 2l \times b \times h = 5 \times 6 \times 950 \text{ мм} \times 76 \text{ мм} \times 9,5 \text{ мм.}$$

Нагрузка на один комплект рессор системы Галахова равна:

$$2P = \frac{P_3}{4} = \frac{43,5 + 4,8 - 14,6}{4} \simeq \frac{34\,000}{4} = 8500 \text{ кг.}$$

Коэффициент относительного трения рессоры системы Галахова равен:

$$\varphi_3 = \frac{0,35 \cdot 5 \cdot 0,95}{47,5} = 0,035.$$

Статический прогиб рессоры системы Галахова

$$f_3 = \frac{12Pl^3}{Anbh^3E} = \frac{12 \cdot 4250 \cdot 47,5^3}{5 \cdot 6 \cdot 7,6 \cdot 0,95^3 \cdot 2,15 \cdot 10^6} = 130 \text{ мм.}$$

Жесткость рессоры системы Галахова равна

$$c_3 = \frac{8500}{13} = 650 \text{ кг/см.}$$

Стрела трения

$$\varphi_3 f_3 = 0,035 \cdot 130 = 4,6 \text{ мм.}$$

Приведенная жесткость надбуксового рессорного подвешивания тележки

$$c_2^0 = 8 \cdot \frac{c_1 c_2}{2c_2 + c_1} = 8 \cdot \frac{700 \cdot 1000}{2 \cdot 1000 + 700} = 8 \cdot \frac{700\,000}{2700} = 2070 \text{ кг/см.}$$

Приведенная жесткость эллиптических рессор

$$c_3^0 = 4 \cdot 650 = 2600 \text{ кг/см.}$$

Определим численные значения следующих величин:

$$\begin{aligned}\frac{c_3^0}{2m_2} &= \frac{2600 \cdot 981}{2 \cdot 4560} = 280 \frac{1}{\text{сек.}^2}; \\ \frac{c_2^0}{m_2} &= \frac{2070 \cdot 981}{4560} = 445 \frac{1}{\text{сек.}^2}; \\ \frac{c_3^0}{m_3} &= \frac{2600 \cdot 981}{34\,000} = 75 \frac{1}{\text{сек.}^2}; \\ 4 \frac{c_2^0 c_3^0}{m_2 m_3} &= 4 \cdot \frac{2070 \cdot 2600 \cdot 981^2}{4560 \cdot 34\,000} = 133\,500 \frac{1}{\text{сек.}^2}; \\ \frac{c_3^0 + 2c_2^0}{2m_2} &= 280 + 445 = 725 \frac{1}{\text{сек.}^2}; \\ \frac{c_3^0 + 2c_2^0}{2m_2} + \frac{c_3^0}{m_3} &= 725 + 75 = 800 \frac{1}{\text{сек.}^2}.\end{aligned}$$

Частоты колебаний k_1^2 и k_2^2 равны:

$$\begin{aligned}k_1^2 &= \frac{800 + \sqrt{800^2 - 133\,500}}{2} + \frac{800 + 712}{2} = 756 \frac{1}{\text{сек.}^2}; \\ k_2^2 &= \frac{800 - 712}{2} = \frac{88}{2} = 44 \frac{1}{\text{сек.}^2}.\end{aligned}$$

Периоды колебаний соответственно равны:

$$T_1 = \frac{2\pi}{\sqrt{756}} = 0,23 \text{ сек.} \quad \text{и} \quad T_2 = \frac{2\pi}{\sqrt{44}} = 0,945 \text{ сек.}$$

Найдем численные значения для A_3 , B_3 , A_2 и B_2 :

$$\begin{aligned}A_3 &= \frac{-(75 - 44)(z_3^0 - 0,46) + 75z_2^0 - 75 \cdot 0,66}{756 - 44} = \\ &= -0,0435(z_3^0 - 0,46) + 0,105z_2^0 - 0,07; \\ B_3 &= \frac{(75 - 756)(z_3^0 - 0,46) - 75z_2^0 + 756 \cdot 0,66}{756 - 44} = \\ &= -0,955(z_3^0 - 0,46) - 0,105z_2^0 + 0,7; \\ A_2 &= \frac{75 - 756}{75} A_3 = -9,1A_3; \\ B_2 &= \frac{75 - 44}{75} B_3 = 0,414B_3.\end{aligned}$$

Примем, что

$$\begin{aligned}z_3^0 &= 0,3(f_1 + f_2 + f_3) = 0,3(76,5 + 26,5 + 130) = \\ &= 0,3 \cdot 233 \approx 70 \text{ мм};\end{aligned}$$

$$z_4^0 = 0,3(f_1 + f_2) = 0,3(76,5 + 26,5) = 0,3 \cdot 103 \approx 31 \text{ мм,}$$

тогда

$$A_3 = -0,0435 (7 - 0,46) + 0,105 \cdot 3,1 - 0,07 \simeq 0,013 \text{ см} = 0,13 \text{ мм};$$

$$A_2 = -9,1 (-0,13) = 1,12 \text{ мм};$$

$$B_3 = -0,955 (7 - 0,46) - 0,105 \cdot 3,1 + 0,7 = -5,88 \text{ см} = -58,8 \text{ мм};$$

$$B_2 = 0,414 (-58,8) = -24,4 \text{ мм}.$$

Так как амплитуды колебаний A_3 и A_2 не превышают стрелы трения, то колебания с частотой k_1 не возникает; поэтому для построения кривых колебаний воспользуемся следующими формулами:

$$z_3 = B_3 \cos k_2 t - \varphi_1 f_1 - \varphi_3 f_3 = -58,8 \cos k_2 t - 11,2,$$

$$z_2 = B_2 \cos k_2 t - \varphi_1 f_1 = -24,4 \cos k_2 t - 6,6.$$

Приняв $B_3 = -58,8$ мм и $B_2 = -24,4$ мм, получим для различных промежутков времени следующие значения для z_3 и z_2 :

Таблица 11

t	$t=0$	$t=\frac{T}{4}$	$t=\frac{T}{2}$	$t=\frac{3}{4}T$	$t=T$	$t=\frac{5}{4}T$	$t=\frac{3}{2}T$
z_3 мм	-70	-11,2	47,6	11,2	-25,2	-11,2	2,8
z_2 мм	-31	-6,6	17,8	6,6	-4,6	-	-

Изменения амплитуд колебаний кузова и тележки даны на фиг. 95.

Наибольшее ускорение при колебании кузова равно:

$$\frac{d^2 z_3}{dt^2} = -k_2^2 B_3 = -0,0588 \cdot 44 = -2,58 \text{ м/сек.}^2.$$

Наибольшее ускорение для тележки

$$\frac{d^2 z_2}{dt^2} = -k_2^2 B_2 = -0,0244 \cdot 44 = -1,07 \text{ м/сек.}^2.$$

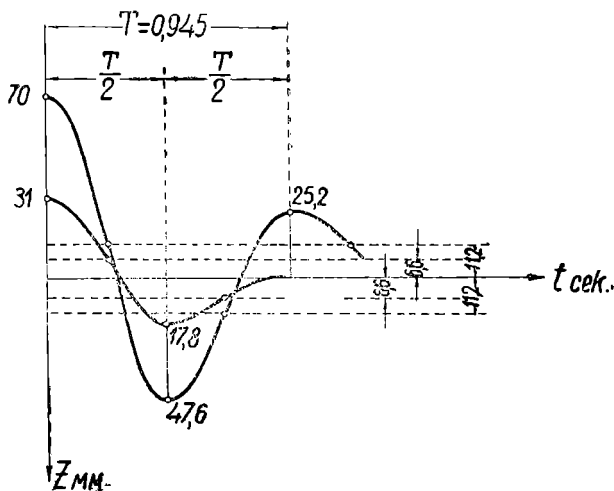
Как видно из графика фиг. 95, колебания кузова и тележки будут затухающими. Критическая скорость, при которой возможно появление резонанса, при длине рельса $L = 10$ м, равна:

$$V_1 = 3,6 \frac{10}{0,945} = 38,2 \text{ км/час}.$$

И

$$V_2 = 3,6 \frac{10}{0,23} = 156,5 \text{ км/час.}$$

Когда толчки, действующие на тележку, не превышают величины силы трения в листовых рессорах, то в колеба-



Фиг. 95

тельные движения приходят только винтовые рессоры. Период колебаний винтовых рессор при статическом прогибе $f_2 = 26,5$ мм будет равен:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{2,65}{981}} = 0,326 \text{ сек.}$$

Вертикальные колебания четырехосного вагона с двойным рессорным подвешиванием

Для вагонов с тележками Пульмана, Фетте и завода им. Егорова необходимо принять в уравнениях (192с) и (192д) $z_1 = 0$; тогда уравнения колебаний примут вид:

$$\frac{d^2 z_3}{dt^2} + \frac{4c_3 g}{P_3} (1 \pm \varphi_3) z_3 - \frac{4c_3 g}{P_3} (1 \pm \varphi_3) z_2 \pm \frac{4\varphi_3 c_3 f_3 g}{P_3} = 0; \quad (202)$$

$$\frac{d^2 z_2}{dt^2} - \frac{4c_3 g}{2P_2} (1 \pm \varphi_3) z_3 + \left[\frac{4c_3 g}{2P_2} (1 \pm \varphi_3) + \frac{16c_2 g}{2P_2} \right] z_2 \mp$$

$$\mp \frac{4\varphi_3 f_3 c_3 g}{2P_2} = 0; \quad (202a)$$

(для тележек Фетте)

$$\frac{d^2 z_2}{dt^2} - \frac{4c_3 g}{2P_2} (1 \pm \varphi_3) z_3 + \left[\frac{4c_3 g}{2P_2} (1 \pm \varphi_3) + \frac{8c_2 g}{2P_2} \right] z_2 \mp \frac{4\varphi_3 f_3 c_3 g}{2P_2} = 0. \quad (202b)$$

(для тележек Пульмана и безбалансирных)

Для упрощения записи полученной системы уравнений введем обозначения:

$$4(1 \pm \varphi_3) c_3 = c_3^0; \quad \frac{4(1 \pm \varphi_3) c_3 g}{2P_2} = \frac{c_3^0}{2m_2}; \quad \frac{4\varphi_3 f_3 c_3 g}{2P_2} = \frac{\varphi_3 f_3 c_3^0}{2(1 \pm \varphi_3) m_2};$$

$$\frac{4(1 \pm \varphi_3) c_3}{P_3} = \frac{c_3^0}{m_3}; \quad 16c_2 = 2c_2^0; \quad \frac{16c_2^0 g}{2P_2} = \frac{c_2^0}{m_2} \quad \text{и} \quad \frac{8c_2 g}{2P_2} = \frac{c_2^0}{2m_2}.$$

После подстановки новых обозначений получим:

$$\frac{d^2 z_3}{dt^2} + \frac{c_3^0}{m_3} z_3 - \frac{c_3^0}{m_3} z_2 \pm \frac{c_3^0}{m_3} \cdot \frac{\varphi_3 f_3}{1 \pm \varphi_3} = 0; \quad (203)$$

$$\frac{d^2 z_2}{dt^2} - \frac{c_3^0}{2m_2} z_3 + \frac{c_3^0 + 2c_2^0}{2m_2} z_2 \mp \frac{\varphi_3 f_3 c_3^0}{2(1 \pm \varphi_3) m_2} = 0; \quad (203a)$$

(для тележек Фетте)

$$\frac{d^2 z_2}{dt^2} - \frac{c_3^0}{2m_2} z_3 + \frac{c_3^0 + c_2^0}{2m_2} z_2 \mp \frac{\varphi_3 f_3 c_3^0}{2(1 \pm \varphi_3) m_2} = 0. \quad (203b)$$

(для тележек Пульмана и безбалансирных)

Для решения полученной системы уравнений можно составить характеристические уравнения в следующем виде:

$$r^4 + \left(\frac{c_3^0 + 2c_2^0}{2m_2} + \frac{c_3^0}{m_3} \right) r^2 + \frac{c_2^0 c_3^0}{2m_2 m_3} = 0; \quad (203c)$$

(для тележек Фетте)

$$r^4 + \left(\frac{c_3^0 + c_2^0}{2m_2} + \frac{c_3^0}{m_3} \right) r^2 + \frac{c_2^0 c_3^0}{2m_2 m_3} = 0 \quad (203d)$$

(для тележек Пульмана и завода им. Егорова)

Обозначая корни данных уравнений через $k_1 = ir_1$ и $k_2 = ir_2$, где k_1 и k_2 — частоты главных колебаний, получим:

$$z_3 = A_3 \cos k_1 t + B_3 \cos k_2 t \pm \frac{\varphi_3 f_3}{1 \pm \varphi_3} \quad (204)$$

и

$$z_2 = A_2 \cos k_1 t + B_2 \cos k_2 t. \quad (204a)$$

Найдя A_2 , A_3 , B_2 и B_3 получим следующие решения:

$$z_3 = \frac{-(c_3^0 - m_3 k_2^2) \left(z_3^0 - \frac{\varphi_3 f_3}{1 \pm \varphi_3} \right) + c_3^0 z_2^0}{(k_1^2 - k_2^2) m_3} \cos k_1 t +$$

$$+ \frac{(c_3^0 - m_3 k_1^2) \left(z_3^0 - \frac{\varphi_3 f_3}{1 \pm \varphi_3} \right) - c_3^0 z_2^0}{m_3 (k_1 - k_2^2)} \cos k_2 t - \frac{\varphi_3 f_3}{1 \pm \varphi_3}; \quad (204b)$$

$$z_2 = \frac{-(c_3^0 - m_3 k_1^2) \left[(c_3^0 - m_3 k_2^2) \left(z_3^0 - \frac{\varphi_3 f_3}{1 \pm \varphi_3} \right) + c_3^0 z_2^0 \right]}{(k_1^2 - k_2^2) c_3^0 m_3} \cos k_1 t +$$

$$+ \frac{c_3^0 - m_3 k_2^2}{c_3^0} \cdot \frac{(c_3^0 - m_3 k_1^2) \left(z_3^0 - \frac{\varphi_3 f_3}{1 \pm \varphi_3} \right) - c_3^0 z_2^0}{(k_1^2 - k_2^2) m_3} \cos k_2 t. \quad (204c)$$

Пример. Построим кривую колебаний для пассажирского мягкого вагона с тележкой системы Фетте. Вес вагона с пассажирами — 49 200 кг; вес двух тележек равен: $2 \cdot 5665 = 11\,330$ кг; вес кузова $P_3 = 37\,870$ кг; вес двух скатов с буксами равен: $2 \cdot 1300 = 2600$ кг; вес надрессорных частей тележки $P_2 = 5665 - 2600 \cong 3060$ кг.

Под кузовом поставлены пятирядные рессоры системы Галахова, имеющие следующие размеры:

$$5 \times 10 \text{ мм} \times 76 \text{ мм} \times 950 \text{ мм.}$$

Прогиб эллиптической рессоры системы Галахова

$$f_3 = \frac{6 \cdot 1900 \cdot 47,5^3}{7,6 \cdot 1^3 \cdot 5 \cdot 2,15 \cdot 10^6} = 150 \text{ мм.}$$

Жесткость комплекта рессор системы Галахова

$$c_3 = \frac{9500}{15} = 635 \text{ кг/см.}$$

Гибкость двурядной винтовой рессоры составляет 10,5 мм на 1 тонну нагрузки.

Прогиб каждой двурядной винтовой рессоры равен:

$$f_2 = 10,5 \cdot 2,750 = 29 \text{ мм.}$$

Жесткость каждой винтовой рессоры

$$c_2 = \frac{1000}{1,05} = 950 \text{ кг/см.}$$

Жесткость двух рессор

$$2c_2 = 1900 \text{ кг/см.}$$

Определим коэффициент относительного трения эллиптической рессоры системы Галахова:

$$\varphi_3 = \frac{0,35(5-1) \cdot 1}{47,5} = 0,03.$$

Определим стрелу трения для рессоры системы Галахова:

$$\varphi_3/f_3 = 0,03 \cdot 150 = 4,5 \text{ мм.}$$

Определяем численные значения для следующих выражений:

$$\frac{c_3^0}{m_3} = \frac{4 \cdot 635 \cdot 981}{37870} = 65,6 \frac{1}{\text{сек.}^2}; \quad (205)$$

$$\frac{c_3^0}{2m_2} = \frac{4 \cdot 635 \cdot 981}{2 \cdot 3060} = 408 \frac{1}{\text{сек.}^2}; \quad (206)$$

$$\frac{c_2^0}{m_2} = \frac{4 \cdot 1900 \cdot 981}{3060} = 2440 \frac{1}{\text{сек.}^2}; \quad (207)$$

$$\frac{c_3^0 + 2c_2^0}{2m_2} + \frac{c_3^0}{m_3} = 2913,6 \frac{1}{\text{сек.}^2}. \quad (208)$$

Найдем частоты колебаний k_1^2 и k_2^2 :

$$k_1^2 = \frac{2913,6 + \sqrt{2913,6^2 - 4 \cdot 2430 \cdot 65,6}}{2} = 2858 \frac{1}{\text{сек.}^2};$$

$$k_2^2 = \frac{2913,6 - 2802}{2} = 56 \frac{1}{\text{сек.}^2}.$$

Периоды колебаний будут равны:

$$T_1 = \frac{2\pi}{\sqrt{2858}} = 0,117 \text{ сек.} \quad \text{и} \quad T_2 = \frac{2\pi}{\sqrt{56}} = 0,84 \text{ сек.}$$

Примем

$$z_3^0 = 0,3(f_2 + f_3) = 0,3 \cdot 179 = 53,5 \text{ мм};$$

$$z_2^0 = 0,3f_2 = 0,3 \cdot 29 = 8,7 \text{ мм.}$$

Определим A_3 , B_3 , A_2 и B_2 :

$$\begin{aligned} A_3 &= -0,0034(5,35 - 0,45) + 0,0232 \cdot 0,87 = \\ &= 0,003 \text{ см} = 0,03 \text{ мм}; \end{aligned}$$

$$A_2 = \frac{65,6 - 2858}{65,6} A_3 = -42,5 \cdot 0,03 \cong -1,30 \text{ мм};$$

$$\begin{aligned} B_3 &= \frac{(65,6 - 2858)(5,35 - 0,45) - 65,6}{2858 - 56} = -0,98(5,35 - 0,45) - \\ &- 0,0232 \cdot 0,87 = -49 \text{ мм}; \end{aligned}$$

$$B_2 = \frac{65,6 - 56}{65,6} B_3 = -0,146 \cdot 49 \cong -7,25 \text{ мм.}$$

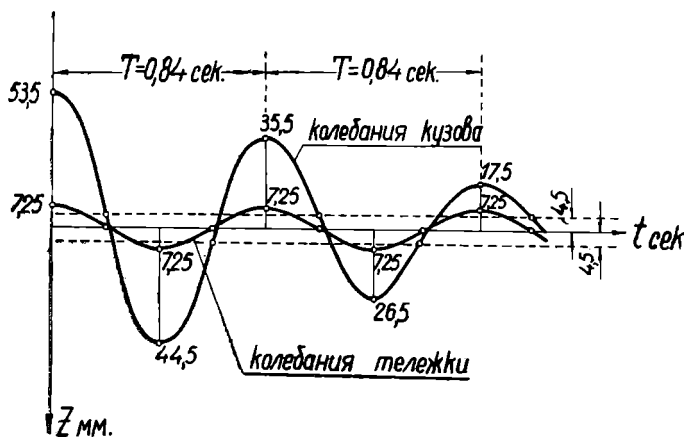
Ввиду незначительности величины A_3 в дальнейших расчетах ее принимать во внимание не будем.

Вычисленные величины для амплитуды колебаний кузова и тележки даны в таблице 12.

Таблица 12

t	$t = 0$	$t = \frac{T}{4}$	$t = \frac{T}{2}$	$t = \frac{3}{4}T$	$t = T$	$t = \frac{5}{4}T$	$t = \frac{3}{2}T$	$t = \frac{7}{4}T$	$t = 2T$
z_3 мм	-53,5	-4,5	44,5	4,5	-35,5	-4,5	26,5	4,5	-17,5
z_{2I} мм	-7,25	0	7,25	0	-7,25	0	7,25	0	-7,25
z_{2II} мм	-1,3	0	1,3	0	-1,3	0	1,3	0	-1,3

График колебаний кузова и тележки дан на фиг. 95а. Как видно из фиг. 95а, затухание колебаний кузова произойдет после почти 3-х периодов, а тележка, как не имеющая



Фиг. 95а

рессор с трением, будет продолжительное время подвергаться колебаниям. Наибольшее ускорение кузова будет равно:

$$\frac{d^2 z_3}{dt^2} = -0,049 \cdot 56 = -2,74 \text{ м/сек}^2.$$

Ускорение тележки

$$\begin{aligned} \frac{d^2 z_2}{dt^2} &= -0,0013 \cdot 2858 - 0,00725 \cdot 56 = -3,72 - 0,405 = \\ &= -4,12 \text{ м/сек}^2. \end{aligned}$$

Критические скорости:

$$V_1 = 3,6 \frac{10}{0,84} = 43 \text{ км/час} \text{ и } V_2 = 3,6 \frac{10}{0,117} = 308 \text{ км/час.}$$

Пример. Вертикальные колебания четырехосного жесткого вагона дальнего следования (открытого типа) с безбалансирной тележкой. Вес вагона с безбалансирной тележкой — 40,3 т; полезная нагрузка — 6,4 т; тара безбалансирной тележки — 5,0 т; вес необрессоренных частей тележки — 2,6 т; вес надрессорных частей кузова $P_3 = 46,7 - 10 = 36,7$ т; вес надрессорных частей тележки $P_2 = 5 - 2,6 = 2,4$ т; нагрузка на каждый комплект рессор системы Галахова равна:

$$2P = \frac{36\,700}{4} = 9175 \text{ кг.}$$

Под кузовом поставлены пятирядные рессоры системы Галахова, имеющие следующие размеры:

$$6 \times 10 \text{ мм} \times 76 \text{ мм} \times 950 \text{ мм.}$$

Прогиб рессоры системы Галахова

$$f_3 = \frac{12 \cdot 4587 \cdot 47,5^3}{5 \cdot 6 \cdot 7,6 \cdot 2,15 \cdot 10^6} = 120 \text{ мм.}$$

Жесткость комплекта рессор системы Галахова

$$c_3 = \frac{9175}{12} = 765 \text{ кг/см.}$$

Коэффициент относительного трения в рессоре системы Галахова

$$\varphi_3 = \frac{0,35 \cdot 5}{47,5} = 0,037.$$

Стрела трения

$$\varphi_3 f_3 = 0,037 \cdot 120 = 4,5 \text{ мм.}$$

Размеры надбуксовых рессор безбалансирной тележки:
I рессоры

$$n \times \delta \times r = 7,75 \times 34 \text{ мм} \times 60 \text{ мм}$$

и II рессоры

$$n_1 \times \delta_1 \times r_1 = 12 \times 19 \text{ мм} \times 32 \text{ мм.}$$

Жесткость I рессоры:

$$\frac{1000}{0,7} = 1420 \text{ кг/см.}$$

Жесткость II рессоры:

$$\frac{1000}{2} = 500 \text{ кг/см.}$$

Суммарная жесткость каждого комплекта надбуксовых рессор

$$c_2 = 1420 + 500 = 1920 \text{ кг/см.}$$

Жесткость надбуксовых рессор каждой тележки

$$c_2^0 = 4 \cdot 1920 = 7680 \text{ кг/см.}$$

Нагрузка на один комплект надбуксовых рессор равна:

$$P = \frac{44,5}{8} = 5550 \text{ кг.}$$

Статическая стрела прогиба f_2 равна:

$$f_2 = \frac{5550}{1920} = 29 \text{ мм.}$$

Жесткость всех эллиптических рессор системы Галахова

$$c_3^0 = 4 \cdot 765 = 3060 \text{ кг/см.}$$

Определим численные значения следующих величин:

$$\frac{c_3^0 + 2c_2^0}{2m_2} = \frac{(3060 + 2 \cdot 7680) \cdot 981}{2 \cdot 2400} = 3760 \frac{1}{\text{сек.}^2};$$

$$\frac{c_3^0}{m_3} = \frac{3060 \cdot 981}{36 \cdot 700} = 82 \frac{1}{\text{сек.}^2};$$

$$4 \frac{c_2^0 c_3^0}{m_2 m_3} = 4 \cdot \frac{7680 \cdot 3060 \cdot 981^2}{2400 \cdot 36 \cdot 700} = 1 \, 025 \, 000 \frac{1}{\text{сек.}^4};$$

$$\frac{c_3^0}{2m_2} = \frac{3060 \cdot 981}{2 \cdot 2400} = 625 \frac{1}{\text{сек.}^2}.$$

Частоты колебаний k_1^2 и k_2^2 будут равны:

$$k_1^2 = \frac{3760 + 82 + \sqrt{3842^2 - 1 \, 025 \, 000}}{2} = 3774 \frac{1}{\text{сек.}^2};$$

$$k_2^2 = \frac{3842 - 3706}{2} = 68 \frac{1}{\text{сек.}^2}.$$

Периоды колебаний равны:

$$T_1 = \frac{2\pi}{\sqrt{3774}} = 0,102 \text{ сек.} \quad \text{и} \quad T_2 = \frac{2\pi}{\sqrt{68}} = 0,763 \text{ сек.}$$

Определим A_3 , A_2 , B_3 и B_2 :

$$A_3 = \frac{-(82 - 68)(z_3^0 - 0,45) + 82z_2^0}{3774 - 68} =$$

$$= -0,0038(z_3^0 - 0,45) + 0,021z_2^0;$$

$$A_2 = \frac{82 - 3774}{82} A_3 = 45A_3;$$

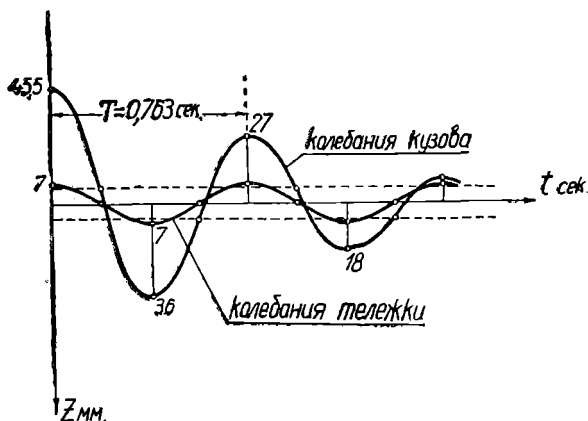
$$B_3 = \frac{(82 - 3774)(z_3^0 - 0,45) - 82z_2^0}{3774 - 68} = -0,995(z_3 - 0,45) - 0,021z_2^0;$$

$$B_2 = \frac{82 - 68}{82} B_3 = 0,17B_3.$$

Принимаем:

$$z_3^0 = 0,3(f_2 + f_3) = 0,3(120 + 29) = 45 \text{ мм};$$

$$z_2^0 = 0,3f_2 = 0,3 \cdot 29 = 8,7 \text{ мм}.$$



Фиг. 95b

Тогда

$$A_3 = -0,0038(4,5 - 0,45) + 0,021 \cdot 0,87 = 0,0028 \text{ см} = 0,028 \text{ мм};$$

$$A_2 = -45 \cdot 0,028 = -1,30 \text{ мм};$$

$$B_3 = -0,995(4,5 - 0,45) - 0,021 \cdot 0,87 = -40,5 \text{ мм};$$

$$B_2 = 0,17B_3 = -0,17 \cdot 40,5 = -7 \text{ мм}.$$

Амплитуды колебаний кузова и тележек для различных отрезков времени даны в таблице 13.

Таблица 13

Амплитуды колебаний	t — промежуток времени									
	0	$\frac{T}{4}$	$\frac{T}{2}$	$\frac{3}{4}T$	T	$\frac{5}{4}T$	$\frac{3}{2}T$	$\frac{7}{4}T$	2T	$2\frac{1}{4}T$
z_3 мм	-45,5	-4,5	36	4,5	-27	-4,5	18	4,5	-9	-4,5
z_{2I} мм	-7	0	7	0	-7	0	7	0	-7	0
z_{2II} мм	-1,0	0	1,3	0	-1,3	0	1,3	0	-1,3	0

Наибольшее ускорение кузова

$$\frac{d^2 z_3}{dt^2} = -68 \cdot 0,045 = -3,06 \text{ м/сек.}^2.$$

Наибольшее ускорение тележки

$$\frac{d^2 z_2}{dt^2} = -68 \cdot 0,007 - 0,0013 \cdot 3774 = -5,4 \text{ м/сек.}^2.$$

График колебаний кузова и тележки дан на фиг. 95б.
Критические скорости равны:

$$V_1 = 3,6 \frac{10}{0,763} = 47 \text{ км/час} \quad \text{и} \quad V_2 = 3,6 \frac{10}{0,102} = 352 \text{ км/час.}$$

Собственные вертикальные колебания кузова вагона и тележек с рессорным подвешиванием системы инж. Ханина

Дифференциальные уравнения колебаний кузова и тележки с рессорным подвешиванием системы инж. Ханина можно написать применительно к уравнениям (192с) и (192d) в следующем виде:

$$\frac{d^2 z_3}{dt^2} + \frac{24c_3 g}{P_3} (z_3 - z_2) = 0; \quad (209)$$

$$\frac{d^2 z_2}{dt^2} - \frac{24c_3 g}{2P_2} (z_3 - z_2) + \frac{8c_2 g}{2P_2} z_2 = 0 \quad (209a)$$

Положив, что $c_3^0 = 24c_3$ и $8c_2 = c_2^0$, характеристическое уравнение данной системы, по аналогии с уравнениями (192с) и (192d), можно написать в следующем виде:

$$r^4 - \left(\frac{c_3^0 + 2c_2^0}{2m_2} + \frac{c_3^0}{m_3} \right) r^2 + \frac{c_2^0 c_3^0}{m_2 m_3} = 0.$$

Частоты колебаний k_1^2 и k_2^2 определяются по формулам:

$$k_1^2 = \frac{\frac{c_3^0 + 2c_2^0}{2m_2} + \frac{c_3^0}{m_3} + \sqrt{\left(\frac{c_3^0 + 2c_2^0}{2m_2} + \frac{c_3^0}{m_3} \right)^2 - 4 \frac{c_2^0 c_3^0}{m_2 m_3}}}{2}; \quad (209b)$$

$$k_2^2 = \frac{\frac{c_3^0 + 2c_2^0}{2m_2} + \frac{c_3^0}{m_3} - \sqrt{\left(\frac{c_3^0 + 2c_2^0}{2m_2} + \frac{c_3^0}{m_3} \right)^2 - 4 \frac{c_2^0 c_3^0}{m_2 m_3}}}{2}. \quad (209c)$$

Амплитуды колебаний кузова и тележек определяются по уравнениям:

$$z_3 = \frac{(c_3^0 - m_3 k_2^2) z_3^0 - c_3^0 z_2^0}{(k_1^2 - k_2^2) m_3} \cos k_1 t + \frac{(m_3 k_1^2 - c_3^0) z_3^0 + c_3^0 z_2^0}{(k_1^2 - k_2^2) m_3} \cos k_2 t; \quad (210)$$

$$z_2 = \frac{m_3 k_1^2 - c_3^0}{c_3^0} \cdot \frac{(c_3^0 - m_3 k_2^2) z_3^0 - c_3^0 z_2^0}{(k_1^2 - k_2^2) m_3} \cos k_1 t + \quad (210a)$$

$$+ \frac{c_3^0 - m_3 k_2^2}{c_3^0} \cdot \frac{(m_3 k_1^2 - c_3^0) z_3^0 + c_3^0 z_2^0}{(k_1^2 - k_2^2) m_3} \cos k_2 t.$$

Пример.

Вес кузова вагона с пассажирами $P_3 = 44\,400$ кг; вес двух тележек $2P_2' = 9000$ кг; вес колесных пар с буксами = 5200 кг; вес наддресорных частей тележек $2P_2 = 3800$ кг; жесткость конической рессоры $c_3' = 356$ кг/см и $c_3 = 260$ кг/см; жесткость винтовой цилиндрической рессоры $c_2 = 1920$ кг/см; статический прогиб конической рессоры $f_3 = 70$ мм; статический прогиб цилиндрической рессоры $f_2 = 31$ мм; динамический наибольший прогиб при сжатии конической пружины примем $z_3^{0'} - z_2^0 = 20$ мм; динамический прогиб цилиндрической рессоры $z_2^0 = 10$ мм; наибольшее перемещение кузова вниз $z_3^{0'} = 20 + 10 = 30$ мм.

Наибольшее отклонение кузова вверх от положения равновесия найдем из формулы:

$$2P_3(z_3^0 - z_2^0) + 2P_3(z_3^{0'} - z_2^0) = (2P_3 + \Delta P_1)(z_3^{0'} - z_2^0) +$$

$$+ (2P_3 - \Delta P)(z_3^0 - z_2^0).$$

После раскрытия скобок и приведения подобных членов получим:

$$c_3(z_3^0)^2 - c_3 z_2^0 z_3^0 = (c_3' z_3^{0'} - c_3' z_2^0) z_3^{0'} \quad (211)$$

или

$$(z_3^0)^2 - z_2^0 z_3^0 = \frac{c_3'}{c_3} (z_3^{0'} - z_2^0) z_3^{0'} \quad (212)$$

Подставим вместо буквенных — численные значения:

$$(z_3^0)^2 - 10z_3^0 - \frac{356}{260} (30 - 10) \cdot 30 = 0 \quad (213)$$

или

$$(z_3^0)^2 - 10z_3^0 - 82,5 = 0. \quad (214)$$

Отсюда

$$z_3^0 = 5 \pm \sqrt{25 + 825} = 5 \pm 29,2 \text{ мм} = 34 \text{ мм}.$$

Определим численные значения для величин, входящих в уравнения (209b) и (209c):

$$\frac{c_3^0}{m_3} = \frac{24 \cdot 356 \cdot 981}{44\,400} = 188 \frac{1}{\text{сек.}^2}.$$

$$\frac{c_2^0}{m_2} = \frac{4 \cdot 1920 \cdot 981}{1900} = 3960 \frac{1}{\text{сек.}^2};$$

$$\frac{c_3^0 + 2c_2^0}{2m_2} = \frac{24 \cdot 356 + 8 \cdot 1920}{2 \cdot 1900} \cdot 981 =$$

$$= (2,24 + 4,04) \cdot 981 = 6150 \frac{1}{\text{сек.}^2}.$$

Частоты колебаний k_1^2 и k_2^2 при отклонениях вниз от положения равновесия равны:

$$k_1^2 = \frac{(188 + 6150) + \sqrt{(188 + 6150)^2 - 4 \cdot 188 \cdot 3960}}{2} = 6219 \frac{1}{\text{сек.}^2};$$

$$k_2^2 = \frac{6338 - 6100}{2} = 119 \frac{1}{\text{сек.}^2}.$$

Соответствующие полупериоды колебаний:

$$\frac{T_1'}{2} = \frac{\pi}{\sqrt{6219}} = 0,04 \text{ сек.} \quad \text{и} \quad \frac{T_2'}{2} = \frac{\pi}{\sqrt{119}} = 0,29 \text{ сек.}$$

При отклонениях, соответствующих отрицательным амплитудам, получим:

$$\frac{c_3^0}{m_3} = \frac{24 \cdot 260 \cdot 981}{44 \cdot 400} = 138 \frac{1}{\text{сек.}^2}; \quad \frac{c_2^0}{m_2} = 3960 \frac{1}{\text{сек.}^2};$$

$$\frac{c_3^0 + 2c_2^0}{2m_2} = \frac{24 \cdot 260 + 8 \cdot 1920}{2 \cdot 1900} \cdot 981 = 5560 \frac{1}{\text{сек.}^2}$$

Частоты колебаний:

$$k_1^2 = \frac{(138 + 5560) + \sqrt{(138 + 5560)^2 - 4 \cdot 138 \cdot 3960}}{2} = 5600 \frac{1}{\text{сек.}^2};$$

$$k_2^2 = \frac{5698 - 5500}{2} = 99 \frac{1}{\text{сек.}^2}.$$

Полупериоды колебаний:

$$\frac{T_1}{2} = \frac{\pi}{\sqrt{5599}} = 0,042 \text{ сек.} \quad \text{и} \quad \frac{T_2}{2} = \frac{\pi}{\sqrt{99}} = 0,316 \text{ сек.}$$

Определим наибольшие значения амплитуд для отклонений кузова и тележек вниз:

$$A_3' = \frac{(188 - 119) \cdot 30 - 188 \cdot 10}{6219 - 119} = 0,02 \text{ мм};$$

$$B_3' = \frac{(6219 - 188) \cdot 30 + 188 \cdot 10}{6100} = 30 \text{ мм};$$

$$A_2' = \frac{6244 - 188}{188} \cdot 0,02 = -0,64 \text{ мм};$$

$$B_2' = \frac{188 - 119}{188} \cdot 30 = 10,2 \text{ мм}.$$

Следовательно,

$$z_{3I} = 30 \cos k_2 t \quad \text{и} \quad z_{2I} = 10 \cos k_2 t.$$

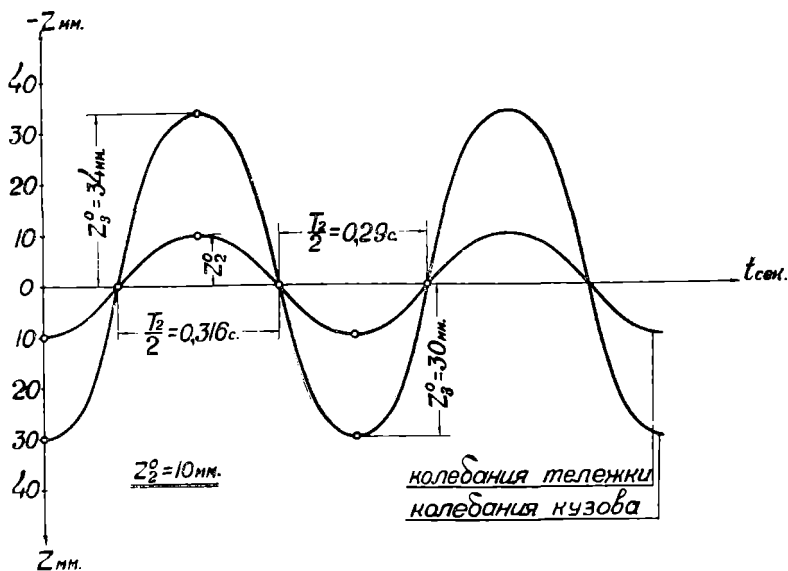
Для отклонений по направлению отрицательных амплитуд получим:

$$A_3 = \frac{(138 - 99) \cdot 34 - 138 \cdot 10}{5600 - 99} = 0,045;$$

$$B_3 = \frac{(5600 - 138) \cdot 34 + 138 \cdot 10}{5600 - 99} = 34,05 \text{ мм};$$

$$A_2 = \frac{5600 - 138}{138} \cdot 0,045 = 1,8 \text{ мм};$$

$$B_2 = \frac{138 - 99}{138} \cdot 34,05 = 9,8 \text{ мм} \approx 10 \text{ мм}.$$



Фиг. 96

Ординаты колебаний будут изменяться по закону:

$$z_3 = 34 \cos k_2 t \quad \text{и} \quad z_2 = 10 \cos k_2 t.$$

Ввиду незначительности амплитуд первого главного движения, будем пренебрегать этим колебанием.

Кривая колебаний кузова и тележки указана на фиг. 96.

Максимальное ускорение кузова

$$\frac{d^2 z_3}{dt^2} = 0,03 \cdot 119 = -3,58 \text{ м/сек.}^2.$$

Максимальное ускорение тележки

$$\begin{aligned}\frac{d^2z_2}{dt^2} &= -0,0018 \cdot 5600 - 0,010 \cdot 138 = \\ &= -10,1 - 1,38 = -11,48 \text{ м/сек.}^2.\end{aligned}$$

Ускорение кузова получается больше, чем в вагонах с тележками, имеющими эллиптические рессоры.

Г Л А В А III

ГАЛОПИРОВАНИЕ КУЗОВА И ТЕЛЕЖЕК ЧЕТЫРЕХ-ОСНЫХ ВАГОНОВ

Галопирование кузова или колебания от вращения кузова вокруг центра колебаний в меридиальной плоскости¹⁾

На фиг. 97 обозначено через:

P_3 — вес наддресорных частей кузова в кг,

c_3 — жесткость люлечных рессор в кг/см,

f_3 — статическая стрела прогиба в см,

$2l_3$ — база вагона в см,

θ_3 и $\dot{\theta}_3$ — угол и скорость поворота кузова около центра колебаний O , расположенного в плоскости наддресорных брусьев,

P_2 — вес наддресорных частей тележки в кг,

c_2 — жесткость винтовых рессор в кг/см,

f_2 — статическая стрела прогиба винтовых рессор в см,

c_1 — жесткость листовых рессор в кг/см,

f_1 — статический прогиб листовых рессор в см,

$v_3 = \dot{\theta}_3 l_3$ — динамический прогиб всех рессор тележки в см,

φ_3 и φ_1 — коэффициенты относительного трения эллиптических и листовых рессор,

$2l_2$ — база тележки в см,

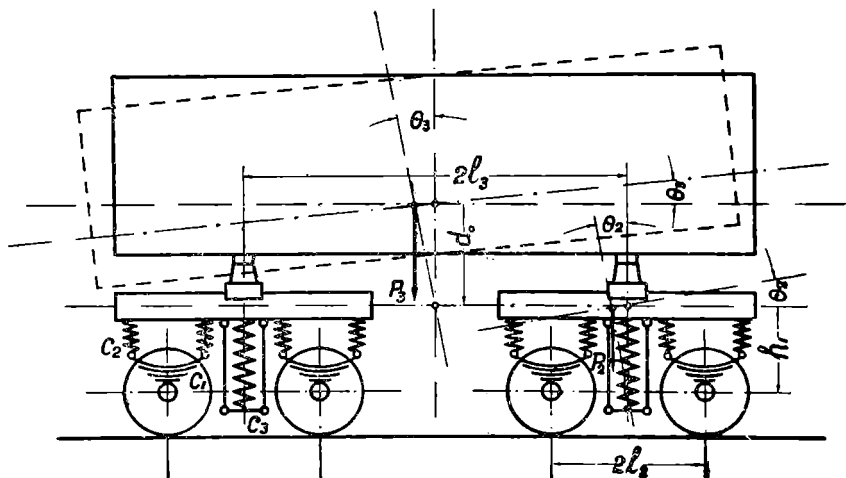
θ_2 и $\dot{\theta}_2$ — угол и скорость поворота наддресорных частей тележки относительно центра колебаний O , расположенного в горизонтальной плоскости, проходящей через геометрические оси колесных пар,

d_0 и h_1 — расстояния от центров колебаний до центров тяжести кузова и тележки,

J_{θ_3} и J_{θ_2} — моменты инерции масс кузова и тележек относительно поперечных осей, проходящих через центр тяжести.

¹⁾ Рассматривая галопирование независимо от подпрыгивания при наличии рессор с трением, получим частоты колебаний с погрешностью, не превышающей 1—3%.

- r_{θ_3} и r_{θ_2} — радиусы инерции кузова и тележек,
 P_1 — вес подвесных болтов листовых рессоры в кг,
 v_2 — вертикальное перемещение тележки или суммарный динамический прогиб винтовых и листовых рессор,
 v_1 — динамический прогиб листовых рессор,
 u_1 — динамический прогиб листовых рессор при галопировании тележки.



Фиг. 97

При выбранных обозначениях запас кинетической энергии системы выразится уравнением:

$$\begin{aligned}
 T = \frac{1}{2} \cdot \frac{P_3}{g} (r_{\theta_3}^2 + d_0^2) \dot{\theta}_3^2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{2P_2}{g} \cdot \dot{v}_2^2 + \frac{16}{2} \cdot \frac{P_1}{g} \dot{v}_1^2 + \\
 + \frac{16P_1}{2g} \cdot u_1^2 + \frac{2(r_{\theta_2}^2 + h_r^2)}{2g} P_2 \cdot \dot{\theta}_2^2. \quad (215)
 \end{aligned}$$

Потенциальная энергия системы будет равна:

$$\begin{aligned}
 V = 2c_3 (\theta_3^2 l_3^2 - 2\theta_3 l_3 v_2 + v_2^2) + 8c_2 (v_2^2 - 2v_2 v_1 + v_1^2) + \\
 + 4c_1 v_1^2 - P_3 d_0 \cos \theta_3 + 8c_2 (\theta_2 l_2 - u_1)^2 + 4c_1 u_1^2. \quad (215a)
 \end{aligned}$$

Составим уравнения Лагранжа для данной системы:

$$\left. \begin{aligned}
 \frac{\partial T}{\partial \dot{\theta}_3} = \frac{P_3}{g} (r_{\theta_3}^2 + d_0^2) \dot{\theta}_3; \quad \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\theta}_3} \right) = \frac{P_3}{g} (r_{\theta_3}^2 + d_0^2) \frac{d^2 \theta_3}{dt^2}; \\
 \frac{\partial T}{\partial \dot{v}_2} = \frac{2P_2}{g} \dot{v}_2; \quad \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{v}_2} \right) = \frac{2P_2}{g} \cdot \frac{d^2 v_2}{dt^2};
 \end{aligned} \right\} (215b)$$

$$\frac{\partial T}{\partial \dot{v}_1} = \frac{16P_1}{g} \dot{v}_1; \quad \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{v}_1} \right) = \frac{16P_1}{g} \cdot \frac{d^2 v_1}{dt^2}; \quad (215b)$$

$$\frac{\partial V}{\partial \theta_3} = -4c_3 l_3 (\theta_3 l_3 - v_2) + P_3 d_0 \theta_3; \quad (215c)$$

$$\frac{\partial V}{\partial v_2} = -[-4c_3 (\theta_3 l_3 - v_2) + 16c_2 (v_2 - v_1)]; \quad (215d)$$

$$\frac{\partial V}{\partial v_1} = -[8(2c_2 + c_1) v_1 - 16c_2 v_2]. \quad (215e)$$

От сил трения в эллиптических рессорах появится момент, равный:

$$M_{R3} = 2c_3 l_3 \varphi_3 (f_3 + \theta_3 l_3 - v_2 + f_3 - \theta_3 l_3 + v_2) = 4\varphi_3 c_3 f_3 l_3. \quad (216)$$

Для учета влияния трения на колебания тележки необходимо в левую часть уравнения подставить момент, равный

$$M_{R2} = 2\varphi_3 c_3 (f_3 + \theta_3 l_3 - v_2) *. \quad (216a)$$

Влияние сил трения в листовых рессорах можно выразить формулой:

$$8\varphi_1 R_1 = 8c_1 \varphi_1 (f_1 + v_1). \quad (216b)$$

Составим на основании полученных данных дифференциальные уравнения колебаний:

$$\left. \begin{aligned} \frac{P_3}{g} (r_{\theta_3}^2 + d_0^2) \frac{d^2 \theta_3}{dt^2} + 4c_3 l_3 (\theta_3 l_3 - v_2) + \\ + 4c_3 f_3 \varphi_3 l_3 - P_3 d_0 \theta_3 = 0; \\ \frac{2P_2}{g} \cdot \frac{d^2 v_2}{dt^2} - 4c_3 (\theta_3 l_3 - v_2) + 16c_2 (v_2 - v_1) - \\ - 4c_3 \varphi_3 f_3 - 4c_3 \varphi_3 (\theta_3 l_3 - v_2) = 0; \\ \frac{16P_1}{g} \cdot \frac{d^2 v_1}{dt^2} + 16c_2 v_2 - 8(2c_2 + c_1) v_1 - 8c_1 \varphi_1 (f_1 + v_1) = 0. \end{aligned} \right\} (217)$$

Пренебрегая массой $\frac{16P_1}{g}$ рессорных подвесных болтов, из последнего уравнения определим

$$v_1 = \frac{2c_2 v_2 - c_1 \varphi_1 f_1}{2c_2 + c_1 (1 \pm \varphi_1)}. \quad (217a)$$

Подставим значение v_1 в предыдущие уравнения системы (217) и, произведя соответствующие алгебраические

*) В данном случае, пренебрегая сопротивляющимся моментом люльчатых рессор, допускаем погрешность не выше 0,5—0,8%.

преобразования, получим систему из двух дифференциальных уравнений:

$$\left. \begin{aligned} & \frac{d^2\theta_3}{dt^2} + \frac{4gc_3l_3}{P_3(r_{\theta_3}^2 + d_0^2)} (\theta_3 l_3 - \nu_2) + \\ & + \frac{4gc_3\varphi_3 l_3}{P_3(r_{\theta_3}^2 + d_0^2)} - \frac{P_3 g d_0}{P_3(r_{\theta_3}^2 + d_0^2)} \theta_3 = 0; \\ & \frac{d^2\nu_2}{dt^2} - \frac{2gc_3(1 \pm \varphi_3) l_3}{P_2} \theta_3 + \frac{2g}{P_2} \left[(1 \pm \varphi_3) c_3 + \right. \\ & \left. + \frac{4(1 \pm \varphi_1) c_1 c_2}{2c_2(1 \pm \varphi_1) c_1} \right] \nu_2 + \frac{8gc_1 c_2 \varphi_1 f_1}{P_2[2c_2 + (1 \pm \varphi_1) c_1]} - \frac{2gc_3 \varphi_3 f_3}{P_2} = 0. \end{aligned} \right\} (217b)$$

Обозначим через

$$\begin{aligned} \frac{4gc_3}{P_3} &= \frac{c_3^0}{(1 \pm \varphi_3) m_3}; & \frac{2gc_3 \varphi_3 f_3}{P_2} &= \frac{c_3^0 \varphi_3 f_3}{2(1 \pm \varphi_3) m_2}; \\ \frac{4gc_3 \varphi_3 f_3 l_3}{P_3} &= \frac{c_3^0 \varphi_3 f_3 l_3}{(1 \pm \varphi_3) m_3}; & \frac{2(1 \pm \varphi_3) c_3 g}{P_2} &= \frac{c_3^0}{2m_2}; \\ & \frac{8(1 \pm \varphi_1) c_1 c_2 g}{P_2[2c_2 + (1 \pm \varphi_1) c_1]} &= \frac{c_2^0}{m_2}; \\ \frac{8gc_1 c_2 \varphi_1 f_1}{P_2[2c_2 + (1 \pm \varphi_1) c_1]} &= \frac{\varphi_1 f_1}{1 \pm \varphi_1} \cdot \frac{c_2^0}{m_2}; & \frac{2gc_3 \varphi_3 f_3}{P_2} &= \frac{c_3^0 \varphi_3 f_3}{2(1 \pm \varphi_3) m_2}. \end{aligned}$$

После подстановки новых обозначений в систему уравнений (217b), получим:

$$\begin{aligned} \frac{d^2\theta_3}{dt^2} + \frac{c_3^0 l_3^2 - P_3(1 \pm \varphi_3) d_0}{(1 \pm \varphi_3)(r_{\theta_3}^2 + d_0^2) m_3} \theta_3 - \frac{c_3^0 l_3 \nu_2}{(1 \pm \varphi_3)(r_{\theta_3}^2 + d_0^2) m_3} + \\ + \frac{c_3^0 \varphi_3 f_3 l_3}{(1 \pm \varphi_3)(r_{\theta_3}^2 + d_0^2) m_3} = 0; \end{aligned} \quad (218)$$

$$\begin{aligned} \frac{d^2\nu_2}{dt^2} - \frac{c_3^0}{2m_2} l_3 \theta_3 + \frac{c_3^0 + 2c_2^0}{2m_2} \nu_2 + \\ + \frac{c_2^0 \varphi_1 f_1}{(1 \pm \varphi_1) m_2} - \frac{c_3^0 \varphi_3 f_3}{2(1 \pm \varphi_3) m_2} = 0. \end{aligned} \quad (218a)$$

Разрешающее уравнение этой системы будет:

$$\begin{aligned} \frac{d^4\theta_3}{dt^4} + \left[\frac{c_3^0 + 2c_2^0}{2m_2} + \frac{c_3^0 l_3 - P_3(1 \pm \varphi_3) d_0}{(1 \pm \varphi_3)(r_{\theta_3}^2 + d_0^2) m_3} \right] \frac{d^2\theta_3}{dt^2} + \\ + \frac{2c_2^0 c_3^0 l_3^2 - (1 \pm \varphi_3)(c_3^0 + 2c_2^0) P_3 d_0}{2(1 \pm \varphi_3)(r_{\theta_3}^2 + d_0^2) m_2 m_3} \theta_3 + \\ + \frac{c_2^0 c_3^0 l_3 (\varphi_1 f_1 + \varphi_3 f_3)}{(1 \pm \varphi_3)(r_{\theta_3}^2 + d_0^2) m_2 m_3} = 0. \end{aligned} \quad (219)$$

Полагаем, что

$$\theta_3 = e^{ipt}; \quad \theta_3'' = -p^2 e^{ipt} \quad \text{и} \quad \theta_3^{IV} = p^4 e^{ipt}.$$

После подстановки полученных значений в уравнение (219) и сокращения на e^{ipt} получим характеристическое уравнение:

$$p^4 - \left[\frac{c_3^0 + 2c_2^0}{2m_2} + \frac{c_3^0 l_3^2 - P_3 (1 \pm \varphi_3) d_0}{(1 \pm \varphi_3) (r_{\theta_3}^2 + d_0^2) m_3} \right] p^2 + \frac{2c_2^0 c_3^0 l_3^2 - (1 \pm \varphi_3) (c_3^0 + 2c_2^0) P_3 d_0}{2 (1 \pm \varphi_3) (r_{\theta_3}^2 + d_0^2) m_2 m_3} = 0. \quad (219a)$$

Обозначив через

$$J = (r_{\theta_3}^2 + d_0^2) m_3,$$

найдем частоты колебаний

$$p_1^2 = \frac{\left[\frac{c_3^0 + 2c_2^0}{2m_2} + \frac{c_3^0 l_3^2 - P_3 (1 \pm \varphi_3) d_0}{(1 \pm \varphi_3) J} \right]}{2} + \sqrt{\frac{\left[\frac{c_3^0 + 2c_2^0}{2m_2} + \frac{c_3^0 l_3^2 - P_3 (1 \pm \varphi_3) d_0}{(1 \pm \varphi_3) J} \right]^2 - 4 \frac{2c_2^0 c_3^0 l_3^2 - (1 \pm \varphi_3) (c_3^0 + 2c_2^0) P_3 d_0}{2 (1 \pm \varphi_3) (r_{\theta_3}^2 + d_0^2) m_2 m_3}}{2}} \quad (220)$$

$$p_2^2 = \frac{\frac{c_3^0 + 2c_2^0}{2m_2} + \frac{c_3^0 l_3^2 - P_3 (1 \pm \varphi_3) d_0}{(1 \pm \varphi_3) J}}{2} - \sqrt{\frac{\left[\frac{c_3^0 + 2c_2^0}{2m_2} + \frac{c_3^0 l_3^2 - P_3 (1 \pm \varphi_3) d_0}{(1 \pm \varphi_3) J} \right]^2 - 4 \frac{2c_2^0 c_3^0 l_3^2 - (1 \pm \varphi_3) (c_3^0 + 2c_2^0) P_3 d_0}{2 (1 \pm \varphi_3) (r_{\theta_3}^2 + d_0^2) m_2 m_3}}{2}} \quad (220a)$$

Если в данном кузове

$$(1 \pm \varphi_3) (r_{\theta_3}^2 + d_0^2) \simeq l_3^2$$

и примем, что

$$\frac{P_3 d_0}{(r_{\theta_3}^2 + d_0^2) m_3} \simeq 0,$$

то частота колебаний при галопировании совпадает с частотой колебаний при подпрыгивании; тогда

$$p_1 = k_1 \text{ и } p_2 = k_2,$$

т. е.

$$p_1^2 = k_1^2 = \frac{\frac{c_3^0 + 2c_2^0}{2m_2} + \frac{c_3^0}{m_3} + \sqrt{\left(\frac{c_3^0 + 2c_2^0}{2m_2} + \frac{c_3^0}{m_3} \right)^2 - 4 \frac{c_2^0 c_3^0}{m_2 m_3}}}{2}; \quad (221)$$

$$p_2^2 = k_2^2 = \frac{\frac{c_3^0 + 2c_2^0}{2m_2} + \frac{c_3^0}{m_3} - \sqrt{\left(\frac{c_3^0 + 2c_2^0}{2m_2} + \frac{c_3^0}{m_3}\right)^2 - 4 \frac{c_2^0 c_3^0}{m_2 m_3}}}{2} \quad (221a)$$

Формулы (220) и (220a) справедливы только для положительных амплитуд. Для колебаний в отрицательном направлении необходимо заменить $1 + \varphi_3$ через $1 - \varphi_3$.

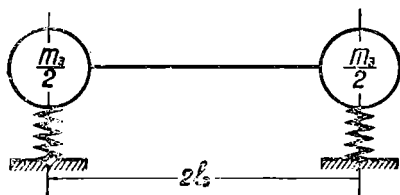
В дальнейшем будем принимать, что $1 + \varphi_3 \simeq 1 - \varphi_3 \simeq 1$, тогда средние частоты колебаний определяются по формуле:

$$p_{2,1,2}^2 = \frac{\frac{c_3^0 + 2c_2^0}{2m_2} + \frac{c_3^0 l_3 - P_3 d_0}{J}}{2} \pm \sqrt{\frac{\left(\frac{c_3^0 + 2c_2^0}{2m_2} + \frac{c_3^0 l_3 - P_3 d_0}{J}\right)^2 - 4 \frac{2c_2^0 c_3^0 l_3^2 - (c_3^0 + 2c_2^0) P_3 d_0}{2Jm_2}}{2}} \quad (221b)$$

в случае равенства

$$r_{\theta_3}^2 + d_0^2 \simeq l_3^2 \quad \text{и} \quad \frac{P_3 d_0}{(r_{\theta_3}^2 + d_0^2) m_3} \simeq 0.$$

Толчки, вызванные рессорами одной тележки, не передаются рессорам второй тележки и условия для появления галопирования исключаются, но продольные колебания около пятников тележек будут иметь место, которые, складываясь с подпрыгиваниями, могут создавать впечатление галопирования.



Фиг. 98

Указанное свойство мож-

но проверить, заменив кузов вагона моделью с двумя массами: $\frac{m_3}{2}$ и $\frac{m_3}{2}$, сосредоточенными над рессорами (фиг. 98).

В своих работах проф. Рейснер рекомендует выбирать базу так, чтобы она равнялась двойному радиусу инерции надрессорной массы экипажа.

Общее решение уравнения (218) можно написать в следующем виде, если принять, что при $t = 0$

$$\theta_3' = 0; \quad v_2' = 0; \quad \theta_3 = \mp \theta_3^0 \quad \text{и} \quad v_2 = \mp v_2^0.$$

Найдем

$$\theta_3 = A_3 \cos p_1 t + B_3 \cos p_2 t - \left[\frac{\varphi_3 f_3}{(1 \pm \varphi_3) l_3} + \frac{\varphi_1 f_1}{(1 \pm \varphi_1) l_3} \right]. \quad (222)$$

Найдем $\frac{d^2\theta_3}{dt^2}$ из уравнения (222) и подставим его в уравнение (218):

$$\begin{aligned} \frac{d^2\theta_3}{dt^2} = & -p_1^2 A_3 \cos p_1 t - p_2^2 B_3 \cos p_2 t - \\ & - p_1^2 A_2 \cos p_1 t - p_2^2 B_2 \cos p_2 t + \\ & + \frac{c_3^0 l_3^2 - (1 \pm \varphi_3) P_3 d_0}{(1 \pm \varphi_3) J} \left\{ A_3 \cos p_1 t + B_3 \cos p_2 t - \right. \\ & \left. - \left[\frac{\varphi_3 f_3}{(1 \pm \varphi_3) l_3} - \frac{\varphi_1 f_1}{(1 \pm \varphi_1) l_3} \right] \right\} - \frac{c_3^0 l_3 (\nu_2 - \varphi_3 f_3)}{(1 \pm \varphi_3) J} = 0. \quad (222a) \end{aligned}$$

Приведем подобные члены в полученном уравнении:

$$\begin{aligned} \frac{c_3^0 l_3 \nu_2}{(1 \pm \varphi_3) J} = & A_3 \left[\frac{c_3^0 l_3^2 - (1 \pm \varphi_3) P_3 d_0}{(1 \pm \varphi_3) J} - p_1^2 \right] \cos p_1 t + \\ & + B_3 \left[\frac{c_3^0 l_3^2 - (1 \pm \varphi_3) P_3 d_0}{(1 \pm \varphi_3) J} - p_2^2 \right] \cos p_2 t - \\ & - \frac{c_3^0 l_3 \varphi_1 f_1}{(1 \pm \varphi_1) (1 \pm \varphi_3) J} + \left[\frac{\varphi_1 f_1}{(1 \pm \varphi_1) l_3} + \frac{\varphi_3 f_3}{(1 \pm \varphi_3) l_3} \right] \frac{P_3 d_0}{J} \quad (222b) \end{aligned}$$

Отсюда

$$\begin{aligned} \nu_2 = & \frac{c_3^0 l_3^2 - (1 \pm \varphi_3) (P_3 d_0 + J p_1^2)}{c_3^0 l_3} A_3 \cos p_1 t + \\ & + \frac{c_3^0 l_3^2 - (1 \pm \varphi_3) (P_3 d_0 + J p_2^2)}{c_3^0 l_3} B_3 \cos p_2 t - \\ & - \frac{\varphi_1 f_1}{1 \pm \varphi_1} + \frac{P_3 d_0}{c_3^0 l_3} \left[\frac{\varphi_1 f_1}{(1 \pm \varphi_1) l_3} + \frac{\varphi_3 f_3}{(1 \pm \varphi_3) l_3} \right] (1 \pm \varphi_3). \quad (222c) \end{aligned}$$

Обозначим через:

$$A_2 = \frac{c_3^0 l_3^2 - (1 \pm \varphi_3) (P_3 d_0 + J p_1^2)}{c_3^0 l_3} A_3$$

и

$$B_2 = \frac{c_3^0 l_3^2 - (1 \pm \varphi_3) (P_3 d_0 + J p_2^2)}{c_3^0 l_3} B_3,$$

получим:

$$v_2 = A_2 \cos p_1 t + B_2 \cos p_2 t + \frac{P_3 d_0}{c_3^0 l_3} \left[\frac{\varphi_1 f_1}{(1 \pm \varphi_1) l_3} + \frac{\varphi_3 f_3}{(1 \pm \varphi_3) l_3} \right] (1 \pm \varphi_3) - \frac{\varphi_1 f_1}{1 \pm \varphi_1}. \quad (223)$$

В дальнейших выводах примем, что

$$1 + \varphi_3 \simeq 1 - \varphi_3 \simeq 1 \text{ и } 1 + \varphi_1 \simeq 1 - \varphi_1 \simeq 1,$$

тогда получим окончательно следующие значения для θ_3 и v_2 :

$$\theta_3 = \frac{(c_3^0 l_3^2 - P_3 d_0 - J p_2^2) \theta_3^0 l_3 - c_3^0 l_3^2 v_2^0 - (\varphi_1 f_1 + \varphi_3 f_3) J p_2^2 + c_3^0 l_3^2 \varphi_3 f_3}{J (p_1^2 - p_2^2) l_3} \cos p_1 t + \frac{(J p_1^2 + P_3 d_0 - c_3^0 l_3^2) \theta_3^0 l_3 + c_3^0 l_3^2 v_2^0 - c_3^0 l_3^2 \varphi_3 f_3 + (\varphi_1 f_1 + \varphi_3 f_3) J p_1^2}{J (p_1^2 - p_2^2) l_3} \cos p_2 t - \frac{\varphi_1 f_1 + \varphi_3 f_3}{l_3}; \quad (223a)$$

$$v_2 = \frac{c_3^0 l_3^2 - P_3 d_0 - J p_1^2}{c_3^0 l_3} A_3 \cos p_1 t + \frac{c_3^0 l_3^2 - P_3 d_0 - J p_2^2}{c_3^0 l_3} B_3 \cos p_2 t - \varphi_1 f_1. \quad (223b)$$

Как видно из последних уравнений (223a) и (223b), колебания будут при наличии рессор с трением затухающими и состоят из двух главных движений, имеющих различные периоды.

Если частоты вертикальных колебаний будут мало отличаться от частот галопирования p_1 или p_2 , то возникает нежелательное явление „биений“

Когда $p_1 = k_1$ и $p_2 = k_2$, то колебания одного конца вагона не отражаются на колебаниях другого конца вагона.

Галопирование тележек

На фиг. 99 обозначено через:

$u_2 = \theta_2 l_2$ — суммарный динамический прогиб рессор в точках A и B ,

θ_2 — угол поворота надрессорных частей тележки,

l_2 — половина базы тележки в см,

c_2 — жесткость винтовой рессоры в кг/см,

u_1 — динамический прогиб листовых рессор в см,

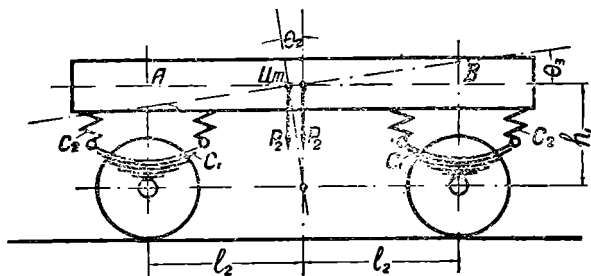
c_1 — жесткость листовой рессоры в кг/см,

P_1 — вес рессорного шпинтона в кг,

h_1 — расстояние от оси ската до центра тяжести тележки.

Кинетическую энергию данной системы можно выразить уравнением:

$$T = \frac{1}{2} \frac{(r_{\theta_2}^2 + h_1^2) P_2}{g} \dot{\theta}_2^2 + \frac{1}{2} \frac{8P_1}{g} \dot{u}_1^2. \quad (224)$$



Фиг. 99

Потенциальная энергия системы равна:

$$V = 4c_2 (\theta_2^2 l_2^2 - 2\theta_2 l_2 u_1 + u_1^2) + 2c_1 u_1^2. \quad (224a)$$

Составим уравнение Лагранжа, для чего предварительно определим:

$$\frac{\partial T}{\partial \dot{\theta}_2} = \frac{P_2}{g} (r_{\theta_2}^2 + h_1^2) \dot{\theta}_2; \quad \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\theta}_2} \right) = \frac{P_2}{g} (r_{\theta_2}^2 + h_1^2) \frac{d^2 \theta_2}{dt^2};$$

$$\frac{\partial T}{\partial \dot{u}_1} = \frac{8P_1}{g} \dot{u}_1; \quad \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{u}_1} \right) = \frac{8P_1}{g} \frac{d^2 u_1}{dt^2};$$

$$\frac{\partial V}{\partial \theta_2} = -4c_2 (2l_2^2 \theta_2 - 2l_2 u_1);$$

$$\frac{\partial V}{\partial u_1} = -(-8c_2 \theta_2 l_2 + 8c_2 u_1 + 4c_1 u_1).$$

Дифференциальное уравнение колебаний тележки:

$$\frac{P_2}{g} (r_{\theta_2}^2 + h_1^2) \frac{d^2 \theta_2}{dt^2} + 8c_2 l_2^2 \theta_2 - 8c_2 l_2 u_1 = 0. \quad (225)$$

Наличие трения в рессорах фактически изменяет стрелу прогиба u_1 .

Величину прогиба каждой листовой рессоры определим из следующих уравнений:

для нагруженной рессоры:

$$4c_2 f_2 + 4c_2 \theta_2 l_2 - 4c_2 u_1' - 2c_1 f_1 - 2c_1 u_1' - \\ - 2c_1 f_1 \phi_1 - 2c_1 \phi_1 u_1' = 0,$$

*) Сопrotивляющимся моментом лучечных рессор пренебрегаем.

отсюда

$$u_1' = \frac{2c_2 l_2 \theta_2 - \varphi_1 c_1 f_1}{2c_2 + c_1 (1 + \varphi_1)};$$

для нагруженной рессоры:

$$u_1'' = \frac{2c_2 l_2 \theta_2 - \varphi_1 c_1 f_1}{2c_2 + c_1 (1 - \varphi_1)}.$$

Следовательно, можно написать, что

$$8c_2 l_2 u_1 = 4c_2 l_2 (u_1' + u_1'').$$

Подставим полученное значение в уравнение (225):

$$\begin{aligned} & \frac{P_2}{g} (r_2^2 + h_1^2) \frac{d^2 \theta_2}{dt^2} + \\ & + 8c_2 l_2 \left[l_2 \theta_2 - \frac{c_2 l_2 \theta_2}{2c_2 + c_1 (1 + \varphi_1)} - \frac{c_2 l_2 \theta_2}{2c_2 + c_1 (1 - \varphi_1)} \right] + \\ & + 4c_2 l_2 \left[\frac{\varphi_1 c_1 f_1}{2c_2 + c_1 (1 + \varphi_1)} + \frac{\varphi_1 c_1 f_1}{2c_2 + c_1 (1 - \varphi_1)} \right] = 0 \end{aligned}$$

или

$$\begin{aligned} & \frac{d^2 \theta_2}{dt^2} + \frac{8gc_1 c_2 l_2^2 [2c_2 + c_1 (1 - \varphi_1^2)]}{P_2 (r_{\theta_2}^2 + h_1^2) [(2c_2 + c_1)^2 - c_1^2 \varphi_1^2]} \left[\theta_2 + \right. \\ & \left. + \frac{(2c_2 + c_1) \varphi_1 f_1}{l_2 [2c_2 + c_1 (1 - \varphi_1^2)]} \right] = 0. \end{aligned} \quad (225a)$$

Положив, что $1 - \varphi_1^2 \approx 1$ и $c_1^2 \varphi_1^2 \approx 0$, получим:

$$\frac{d^2 \theta_2}{dt^2} + \frac{8gc_1 c_2 l_2^2}{P_2 (r_{\theta_2}^2 + h_1^2) (2c_2 + c_1)} \left(\theta_2 + \frac{\varphi_1 f_1}{l_2} \right) = 0. \quad (225b)$$

Частота колебаний k_m равна:

$$k_m^2 = \frac{8gc_1 c_2 l_2^2}{P_2 (r_{\theta_2}^2 + h_1^2) (2c_2 + c_1)}.$$

Период колебаний определяется по формуле:

$$T = \frac{2\pi}{k_m} = 2\pi \sqrt{\frac{P_2 (r_{\theta_2}^2 + h_1^2) (2c_2 + c_1)}{8gc_1 c_2 l_2^2}} \quad (225c)$$

Решение уравнения (225b):

$$\theta_2 = A \cos k_m t + B \sin k_m t - \frac{\varphi_1 f_1}{l_2}.$$

Приняв за начальные условия при $t=0$: $\theta_2 = -\theta_2^0$ и $\theta_2' = 0$, окончательно получим:

$$\theta_2 = -\left(\theta_2^0 - \frac{\varphi_1 f_1}{l_2}\right) \cos k_m t - \frac{\varphi_1 f_1}{l_2}, \quad (226)$$

колебания будут происходить по затухающей косинусоиде.

Для тележек системы Фетте, полагая $u_1 = 0$, колебания находятся по уравнению:

$$\frac{d^2\theta_2}{dt^2} + \frac{8gc_2 l_2^2}{P_2 (r_{\theta_2}^2 + h_1^2)} \theta_2 = 0 \quad (227)$$

и

$$\theta_2 = \theta_0 \cos k_m t, \quad (227a)$$

где

$$k_m^2 = \frac{8gc_2 l_2^2}{P_2 (r_{\theta_2}^2 + h_1^2)} \quad \text{и} \quad T = 2\pi \sqrt{\frac{P_2 (r_{\theta_2}^2 + h_1^2)}{8gc_2 l_2^2}}. \quad (228)$$

Для тележек Пульмана и завода им. Егорова вместо $8c_2$ необходимо подставить $4c_2$.

Для тележек Пульмана вместо l_2 нужно подставить величину l_2' (фиг. 87).

Если

$$r_{\theta_2}^2 + h_1^2 = l_2'^2,$$

то

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{P_2}{8gc_2}} = 2\pi \sqrt{\frac{l_2'}{g}}. \quad (229)$$

В этом случае периоды колебаний при галопировании и подпрыгивании одинаковы.

Г Л А В А V

СОБСТВЕННЫЕ КОЛЕБАНИЯ ТЕЛЕЖЕЧНЫХ ВАГОНОВ В ПОПЕРЕЧНОМ НАПРАВЛЕНИИ

Силы, действующие на вагон при прохождении его по кривым. Понятие о метацентре

При движении вагона по кривым на его кузов действует центробежная сила

$$C = \frac{P_3}{g} \cdot \frac{V^2}{R}$$

где P_3 — вес наддрессорных частей кузова в кг,

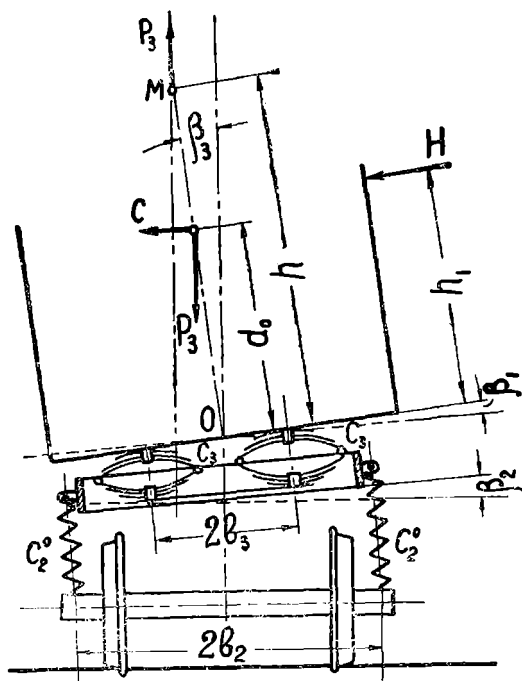
g — ускорение силы тяжести,

V — скорость движения вагона по кривой в м/сек.,

R — радиус кривой.

Наиболее неблагоприятные условия для устойчивости вагона на кривой создаются при совпадении направлений действия равнодействующей давления ветра и центробежной силы.

Когда кузов вагона колеблется на рессорах, то равнодействующая реакций рессор перемещается вследствие изменения нагрузок.



Фиг. 100

Точка пересечения M равнодействующей реакции рессор с наклонным положением прежней вертикальной оси кузова называется, по аналогии с устойчивостью судов, метacentром.

Период поперечных колебаний кузова зависит от взаимного положения центра тяжести подвешенных на рессорах масс и метacentра. Определим расстояние h от метacentра до верхнего хомута эллиптических рессор. Обозначим на фиг. 100 через:

C — центробежную силу в кг, действующую на кузов,
 d_0 — расстояние от хомута эллиптической рессоры до центра тяжести кузова вагона,

H — равнодействующую давления ветра на боковую поверхность кузова,

h_1 — расстояние от хомута эллиптических рессор до точки приложения равнодействующей давления ветра,

$2b_3$ — расстояние между хомутами люлечных рессор в см,

$2b_2$ — расстояние между надбуксовыми рессорами в см,

c_2^0 — приведенную жесткость надбуксовой рессоры, равную

$\frac{2c_1c_2}{2c_2 + c_1}$, где c_1 — жесткость листовых рессор в кг/см, а c_2 — жесткость винтовых рессор в кг/см,

c_3 — жесткость комплекта люлечных рессор в кг/см,

β_1 — угол наклона между кузовом и рамой тележки,

β_2 — угол наклона рамы тележки к горизонту,

β_3 — отклонение кузова от вертикали (горизонтальным смещением тележки пренебрегаем),

P_3 — вес надрессорных частей кузова в кг.

Люлечные рессоры заменим другими, расположенными на расстоянии $2b_2$ одна от другой, но имеющими такой же сопротивляющийся момент. Жесткость c_3' фиктивных рессор определяется из равенства моментов:

$$4c_3b_3^2 = 4c_3'b_2^2. \quad (230)$$

Отсюда найдем

$$c_3' = \left(\frac{b_3}{b_2}\right)^2 c_3. \quad (230a)$$

В пассажирских вагонах обычно $2b_3 = 164$ см и $2b_2 = 211,4$ см; поэтому

$$c_3' = \left(\frac{164}{211,4}\right)^2 c_3 = 0,6c_3. \quad (230b)$$

Как видно из уравнения (230), фиктивные рессоры имеют такой же сопротивляющийся момент, как и прежние рессоры; жесткость их меньше, как указывает формула (230b).

Предполагая, что все рессоры расположены с каждой стороны, в одной плоскости с надбуксовыми, найдем общую фиктивную жесткость рессорного подвешивания всего вагона $8c_0$:

$$\frac{P_3}{8c_0} = \frac{P_3}{8c_2^0} + \frac{P_3}{4c_3'} \quad (231)$$

или

$$\frac{1}{2c_0} = \frac{1}{2c_2^0} + \frac{1}{c_3'} = \frac{c_3' + 2c_2^0}{2c_2^0c_3'}$$

Заменяя в последнем выражении c_3' через равное ему значение $\left(\frac{b_3}{b_2}\right)^2 c_3$, получим:

$$\frac{1}{2c_0} = \frac{c_3 b_3^2 + 2c_2^0 b_2^2}{2c_2^0 c_3 b_3^2} \quad (231a)$$

Отсюда найдем c_0 :

$$c_0 = \frac{c_2^0 c_3 b_3^2}{2c_2^0 b_2^2 + c_3 b_3^2} \quad (232)$$

При наклоне кузова к вертикали на угол β_3 рессоры создают сопротивляющийся момент M_n , равный:

$$M_n = 8c_0 b_2^2 \beta_3 \quad (233)$$

Этот же момент должен быть равным моменту от равнодействующей реакции рессор, приложенной в метацентре. Центробежная сила и равнодействующая давления ветра, как силы горизонтальные, не могут изменить вертикального давления на рессоры; поэтому равнодействующая реакций рессор будет равна P_3 и направлена вверх.

При обозначениях, принятых на фиг. 100, момент равнодействующей будет равен:

$$M_n = P_3 h \beta_3 \quad (234)$$

Приравнявая правые части выражений (233) и (234), получим:

$$8c_0 b_2^2 \beta_3 = P_3 h \beta_3 \quad (234a)$$

Заменяя в последнем уравнении c_0 через его значение, взятое из формулы (232), получим:

$$\frac{8c_2^0 c_3 b_2^2 b_3^2}{2c_2^0 b_2^2 + c_3 b_3^2} \beta_3 = P_3 h \beta_3 \quad (234b)$$

Из выражения (234a) найдем h :

$$h = \frac{8c_0 b_2^2}{P_3} = \frac{b_2^2}{8c_0}$$

Но

$$\frac{P_3}{8c_0} = f_{\text{фикт}}$$

и

$$8c_0 = \frac{P_3}{f_{\text{фикт}}}$$

где $f_{\text{фикт}}$ — фиктивный статический прогиб всего рессорного подвешивания вагона.

Если обозначить через:

- f_1 — действительный статический прогиб листовых надбуксовых рессор в см,
 f_2 — действительный статический прогиб винтовых рессор,
 f_3 — действительный статический прогиб люлечных рессор, то

$$f_{\text{фикт}} = f_1 + f_3 + \left(\frac{b_2}{b_3}\right)^2 f_3 = f_1 + f_2 + \left(\frac{211,4}{164}\right)^2 f_3 = f_1 + f_2 + 1,6f_3. \quad (235)$$

Следовательно,

$$h = \frac{b_2^2}{f_{\text{фикт}}} = \frac{b_2^2}{f_1 + f_2 + 1,6f_3} \quad (235a)$$

Для определения h достаточно знать расстояние $2b_2$ между серединами надбуксовых рессор и фиктивный статический прогиб $f_{\text{фикт}}$ всего рессорного подвешивания вагона.

Величину h также можно определить и из выражения (234b):

$$h = \frac{8c_2^0 c_3 b_2^2 b_3^2}{P_3 (2c_2^0 b_2^2 + c_3 b_3^2)} = \frac{8b_2^2 b_3^2}{P_3 \left(\frac{2b_2^2}{c_3} + \frac{b_3^2}{c_2^0}\right)}. \quad (235b)$$

Если $h = d_0$, то кузов вагона, отклонившись на угол β_3 , не возвращается в свое среднее положение, что и наблюдалось в вагонах с тележками типа Путиловского завода.

При $h < d_0$ произойдет опрокидывание кузова вагона.

Как видно из выражения (235b), с увеличением жесткости рессор c_2^0 и c_3 величина h увеличивается, а с уменьшением жесткости — h уменьшается.

Увеличение жесткости рессорного подвешивания уменьшает угол наклона β_3 кузова на кривых и понижает, благодаря этому, его чувствительность к изменениям нагрузки и скорости.

Определение угла наклона кузова

При принятых ранее обозначениях условие равновесия кузова при движении вагона по кривой можно выразить следующим уравнением:

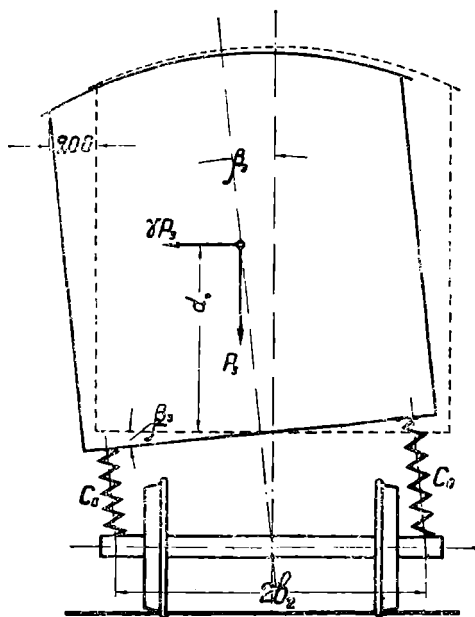
$$P_3 (h - d_0) \beta_3 - \frac{P_3}{g} \cdot \frac{V^2}{R} d_0 - Hh_1 = 0. \quad (236)$$

Отсюда найдем

$$\beta_3 = \frac{\frac{P_3}{g} \cdot \frac{V^2}{R} d_0 + Hh_1}{P_3(h - d_0)} \quad (236a)$$

Момент $\frac{P_3}{g} \cdot \frac{V^2}{R} d_0 + Hh_1$ выразим через вес наддрессорных частей кузова P_3 :

$$\frac{P_3}{g} \cdot \frac{V^2}{R} d_0 + Hh_1 = \gamma P_3 d_0. \quad (236b)$$



Фиг. 101

По данным практики железных дорог США можно принять, что $\gamma = 0,4$, тогда

$$\begin{aligned} \beta_3 &= \frac{\gamma P_3 d_0}{P_3(h - d_0)} = \\ &= \frac{\gamma d_0}{h - d_0} = \frac{0,4 d_0}{h - d_0}. \quad (236c) \end{aligned}$$

Чем выше центр тяжести кузова, тем больше угол β_3 ; с увеличением h угол β_3 уменьшается.

Если принять наибольшее допустимое боковое отклонение карниза крыши вагона от 200 до 250 мм, то по фиг. 101 найдем:

$$\operatorname{tg} \beta_3 \simeq \beta_3 \simeq \frac{230}{3100} \simeq 0,075.$$

Из выражения (236c) определим h в зависимости от угла наклона кузова β_3 :

$$h = \frac{(\gamma + \beta_3) d_0}{\beta_3}. \quad (237)$$

Полагая $\gamma = 0,4$ и $\beta_3 = 0,075$, получим:

$$h = \frac{0,4 + 0,075}{0,075} d_0 \geq 6,32 d_0. \quad (237a)$$

По расчетам инж. Ханина для 20,2-метрового жесткого вагона $d_0 = 150$ см.

Как показали испытания пассажирских вагонов на французских железных дорогах, для вагонов с металлическими кузовами

$$d_0 = 95,4 \text{ см,}$$

для вагонов с полуметаллическими кузовами

$$d_0 = 51,4 \text{ см.}$$

В вагонах с высоким положением центра тяжести кузова приходится брать рессоры с большей жесткостью по сравнению с вагонами, имеющими низко расположенный центр тяжести наддресорных частей кузова.

Для уменьшения угла отклонения β_3 в вагонах с металлическими кузовами на французских железных дорогах пришлось гибкость люлечных рессор уменьшить с 28 до 16 мм, вследствие чего осадка люлечных рессор вагона под нагрузкой в 1 тонну изменилась с 3,5 до 2 мм.

Определение периода поперечных колебаний кузова

Пренебрегая массой тележки и горизонтальным перемещением люльки, можно с достаточной точностью определить период поперечных колебаний кузова.

Обозначим через $J_g = \frac{P_3}{g} r_g^2$ полярный момент инерции кузова относительно оси, проходящей через центр колебаний, где r_g — радиус инерции наддресорных масс кузова.

Определение периода колебаний кузова можно произвести по методу Лебуше, опубликованному в статье „О колебаниях электровозов“, в которой он исследовал поперечные колебания наддресорных частей локомотивов.

При принятых нами обозначениях уравнение моментов можно написать в следующем виде:

$$J_g \frac{d^2 \beta_3}{dt^2} + P_3 (h - d_0) \sin \beta_3 = 0, \quad (238)$$

но

$$J_g = \frac{P_3}{g} r_g^2, \quad (238a)$$

Ввиду незначительности угла β_3 , можно положить

$$\sin \beta_3 \simeq \beta_3. \quad (239)$$

Тогда уравнение (238) можно написать в следующем виде:

$$\frac{P_3}{g} r_g^2 \frac{d^2 \beta_3}{dt^2} + P_3 (h - d_0) \beta_3 = 0 \quad (239a)$$

или
$$\frac{d^2\beta_3}{dt^2} + \frac{(h-d_0)g}{r_g^2} \beta_3 = 0. \quad (239b)$$

Положив

$$k^2 = \frac{(h-d_0)g}{r_g^2}, \quad (239c)$$

найдем период поперечного колебания

$$T = \frac{2\pi}{k} = 2\pi \sqrt{\frac{r_g^2}{(h-d_0)g}} = 2\pi \sqrt{\frac{J_g}{P_3(h-d_0)}}. \quad (240)$$

Общее решение уравнения (239b):

$$\beta_3 = A \cos kt + B \sin kt. \quad (240a)$$

Принимаем следующие начальные условия, при $t = 0$:

$$\beta_3' = 0; \quad \beta_3 = \beta_3^0;$$

тогда

$$\beta_3 = \beta_3^0 \cos \sqrt{\frac{(h-d_0)g}{r_g^2}} t. \quad (240b)$$

Как указывает формула (240b), период колебаний увеличивается с увеличением момента инерции подвешенных частей и с уменьшением $h-d_0$ или уменьшением h : чем больше будет h (или жестче рессоры), тем меньше угол β_3 .

Чрезмерное возрастание величины h уменьшает период колебаний кузова T , вследствие чего кузов вагона подвергается сильной качке с постоянным изменением ускорений, что создает неприятное ощущение для человеческого организма.

Для определения периода поперечных колебаний вагонов были произведены опыты в мастерских государственных железных дорог Париж—Лион—Средиземное море, а также дороги Париж—Орлеан.

Результаты испытаний приведены в таблицах 14 и 15.

Таблица 14

Вагоны	А ³ В ⁵ Бюро (с металлическим кузовом)	АТ ⁸ Р.—О. (с полуметаллическим кузовом)
P_3	35 т	33 т
d_0	0,954 м	0,514 м
b_3	730 мм ($h = 3,293$ м)	728 мм ($h = 3,964$ м)
b_2	975 мм	975 мм
$2c_3$	143 кг/мм	131 кг/мм
$4c_2^0$	250 кг/мм	310 кг/мм
$h-d_0$	2,339 м	3,450 м
$P_3(h-d_0)$	81,865 м	113,85 м

Таблица 15¹⁾

Тип вагонов	№№ серий	Тип тележек	Осадка вагона под 1 тонной			Число колеб. в 30 сек.	Период колеб. (в сек.)	Примечание
			эллиптич. рессор мм	спиральн. рессор мм	общая мм			
С ⁹ _{yf} Бюро	12100	У ₂ A	3,5	2	5,5	17,5	1,714	Металлический кузов
С ¹⁰ _{yf} Р.—Л.—М. ж. д.	11850	Спального вагона	Коридор—2,87, купе—2,6	2,955	5,675	32,5	0,925	Деревянный кузов
А _{yf} Р.—Л.—М. ж. д.	765	„Пенсильвания“	Коридор—2,87, купе—2,6	1,4	4,120	28	1,071	Деревянный кузов
АТ ³ Р.—О. ж. д.	1227	Тип 1100	4,5	1,6	6,10	24,5	1,224	Полуметаллический кузов
С ¹⁰ _{yf} Бюро	18782	У ₂ D (подшипник SKF)	Коридор—2,0, купе—1,5	1,5	3,23	24,2	1,24	Металлический кузов

1) Revue Générale des Chemines de fer. № 5, 1933.

НТБ
ДНУЖТ

ПОПЕРЕЧНАЯ УСТОЙЧИВОСТЬ ЧЕТЫРЕХОСНЫХ ТЕЛЕЖЕЧНЫХ ВАГОНОВ

Определение сопротивляющегося момента рессорного подвешивания тележек

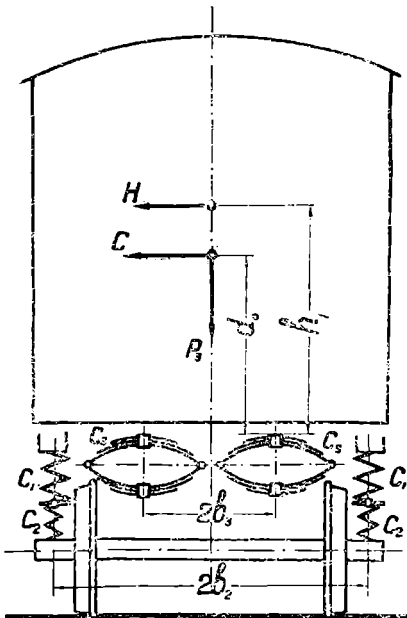
Поперечная устойчивость вагона определяется величиной отношения:

$$\frac{M_0}{M}, \quad (241)$$

где M_0 — сопротивляющийся или удерживающий поперечный момент рессорного подвешивания, при котором точка кузова, взятая над серединой буксовой рессоры, с одной стороны опустилась, а с другой поднялась на 1 см;

M — момент от центробежной силы и давления ветра, опрокидывающий кузов.

Для определения поперечной устойчивости тележечных вагонов воспользуемся фиг. 101а.



Фиг. 101а

Удерживающий момент рессорного подвешивания при опускании на 1 см точки кузова, взятой над серединой буксовой рессоры, будет равен:

$$M_0 = 8c_0 b_2. \quad (241a)$$

Опрокидывающий момент M равен:

$$M = C d_0 + H h_1. \quad (141b)$$

Следовательно, мера поперечной устойчивости тележечного вагона равна:

$$\frac{M_0}{M} = \frac{8c_0 b_2}{C d_0 + H h_1}. \quad (241c)$$

Под влиянием центробежной силы и давления ветра кузов получает наклон по направлению к внешнему рельсу.

При мягком рессорном подвешивании наклон кузова может достигнуть значительной величины и вагон выйдет из габарита.

Опрокидывающий момент, действующий на кузов, выразим через вес P_3 надрессорных частей кузова:

$$M = Cd_0 + Hh_1 = \gamma P_3 d_0. \quad (241d)$$

Этому моменту будет противодействовать момент от реакции рессорного подвешивания.

При принятых нами обозначениях, противодействующий опрокидыванию кузова момент равен:

$$M_n = 8c_0 b_2^2 \beta_3. \quad (242)$$

Наибольший угол отклонения кузова от вертикали определим из условия равновесия всех сил, действующих на кузов во время движения вагона по кривой:

$$8c_0 b_2^2 \beta_3 = \gamma P_3 d_0 + P_3 d_0 \beta_3 = (\gamma + \beta_3) P_3 d_0 = P_3 h \beta_3. \quad (242a)$$

Разделив обе части последнего уравнения на произведение $\gamma P_3 d_0 b_2 \beta_3$, получим:

$$\frac{M_0}{M} = \frac{8c_0 b_2}{\gamma P_3 d_0} = \frac{1}{b_2} \left(\frac{1}{\beta_3} + \frac{1}{\gamma} \right) = \frac{h}{\gamma b_2 d_0}. \quad (242b)$$

Проф. Нольтейн рекомендует вместо опрокидывающего момента $M = \gamma P_3 d_0$ брать пропорциональный ему, при прочих равных условиях, момент веса кузова вагона $P_3 d_0$, тогда мерой поперечной устойчивости будет величина:

$$\frac{8c_0 b_2}{P_3 d_0} = \frac{1}{b_2} \left(1 + \frac{\gamma}{\beta_3} \right) = \frac{\gamma + \beta_3}{b_2 \beta_3} = \frac{h}{b_2 d_0} = \frac{b_2}{d_0 f_{\text{факт}}}. \quad (242c)$$

По опытам проф. Нольтейна для трехосных пассажирских вагонов

$$\frac{8c_0 b_2}{P_3 d_0} \geq 0,04;$$

для четырехосных тележечных вагонов

$$\frac{8c_0 b_2}{P_3 d_0} \geq 0,06.$$

Из формулы (242c) можно вывести заключение, что мера поперечной устойчивости увеличивается прямо пропорционально расстоянию h и обратно пропорционально d_0 .

Если принять

то $\beta_3 = 0,075$; $\gamma = 0,4$; $b_2 = 105,7$ см; $h = 6,3d_0$,

$$\frac{M_0}{M} = \frac{6,3d_0}{0,4 \cdot 105,7 \cdot d_0} = 0,15.$$

Если вместо опрокидывающего момента взять момент веса, тогда получим:

$$\frac{M_0}{P_3 d_0} = \frac{6,3d_0}{105,7 \cdot d_0} = 0,06,$$

что вполне соответствует данным проф. Нольтейна.

На французских железных дорогах (см. таблицу 15) у вагона с металлическим кузовом

$b_2 = 97,5$ см; $h = 3,293$ м; $d_0 = 0,954$ м; $h - d_0 = 2,339$ м;

$$\frac{M_0}{M} = \frac{3,293}{0,4 \cdot 97,5 \cdot 0,954} = 0,0845;$$

$$\beta_3 = \frac{\gamma d_0}{h - d_0} = 0,4 \frac{0,954}{2,339} = 0,163;$$

$$\frac{M_0}{P_3 d_0} = 0,4 \cdot 0,0845 = 0,034;$$

для вагонов с полуметаллическими кузовами:

$b_2 = 97,5$ см; $h = 3,964$ м; $d_0 = 0,514$ м; $h - d_0 = 3,45$ м;

$$\frac{M_0}{M} = \frac{3,964}{0,4 \cdot 97,5 \cdot 0,514} = 0,2; \quad \beta_3 = 0,4 \cdot \frac{0,514}{3,45} = 0,06;$$

$$\frac{M_0}{P_3 d_0} = 0,4 \cdot 0,2 = 0,08.$$

Минимальную фиктивную жесткость $4c_0$ тележки можно определить из уравнения (242с):

$$4c_0 = \frac{\gamma P_3 d_0}{2b_2} \left(\frac{1}{\beta_3} + \frac{1}{\gamma} \right) = \frac{P_3 h}{2b_2^2}. \quad (243)$$

Полагая $\gamma = 0,4$; $\beta_3 = 0,075$ и $b_2 = 105,7$ см, получим:

$$4c_0 = \frac{0,4}{2 \cdot 105,7^2} \left(\frac{1}{0,075} + \frac{1}{0,4} \right) P_3 d_0 \approx 0,000284 P_3 d_0. \quad (243a)$$

Вес надрессорных частей в четырехосном пассажирском вагоне равен: $P_3 = 30 \rightarrow 40$ тонн, а расстояние $d_0 = 0,514$ ÷

$\div 1,5$ метра; поэтому минимальную фиктивную жесткость рессорного подвешивания тележки $4c_0$ можно брать равной:

для вагонов с металлическими кузовами

$$4c_0 = 0,000284 \cdot 40\,000 \cdot 95,4 = 1100 \text{ кг/см};$$

для вагонов с полуметаллическими кузовами

$$4c_0 = 0,000284 \cdot 40\,000 \cdot 51,4 = 585 \text{ кг/см}.$$

В таблицах 16 и 17 дана гибкость рессор тележек типа Y_2 и АТ⁸ Париж-Орлеанской железной дороги и тележки типа X французских государственных железных дорог.

Вес вагонов: А³В⁵_{уфс} — 44 тонны, АТ⁸ — 42,150 тонны.

Таблица 16

Гибкость спиральных рессор

Тип тележки	Рессоры		Средняя рессора		Малая рессора		Общая гибкость в мм/т
	Диаметр стали мм	Гибкость мм/т	Диаметр стали мм	Гибкость мм/т	Диаметр стали мм	Гибкость мм/т	
Y_2	34	26,95	22,5	59,5	15	116,8	16
Р.—О. (Париж-Орлеанская жел. дор.)	31,75	25	22,22	44,2	15,87	61,8	12,7
X	33	15	21	45	14	98	10

Таблица 17

Гибкость эллиптических рессор, расстояния между рессорами и размеры люечевого подвешивания

Тип тележки	Характеристика рессоры		Гибкость мм/т	Расстояние $2b_2$ мм	$2b_3$ мм	λ мм	
	Сеч. листа	Число лист.					
Y_2	90×10	5	28	1950	1460	233	11° 8'
Р.—О. (Париж-Орлеанская жел. дор.)	75×10	5	45	1950	1456	472,5	15° 20'
X	90×9	5	38	1970	1550	235	9° 18'

СОБСТВЕННЫЕ ПОПЕРЕЧНЫЕ БОКОВЫЕ И УГЛОВЫЕ КОЛЕБАНИЯ

Влияние трения в шарнирных подвесках на величину возвращающей силы и определение периода колебаний кузова на подвесках

Кузов вагона, связанный через наддресорный брус с люлечной рессорной системой, совершает поперечные боковые колебания.

Когда люлька под влиянием бокового удара получит перемещение, то возвращающая сила H стремится восстановить равновесие и вернуть люльку в прежнее положение.

Если поперечные горизонтальные силы прекращают свое воздействие, то при наклонных подвесках величина возвращающего усилия выражается формулой:

$$H = \frac{P_3 x}{\lambda \cos \alpha - x \operatorname{tg} \alpha} \approx \frac{P_3 \operatorname{tg} \phi}{1 - \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg} \phi} \approx \frac{P_3 x}{\lambda \cos \alpha}.$$

При вертикальных подвесках $\alpha = 0$ и $\operatorname{tg} \alpha = 0$, следовательно,

$$H = P_3 \operatorname{tg} \phi.$$

Люлька, выведенная из положения равновесия, под влиянием сил трения в шарнирных валиках быстро приходит в состояние покоя.

Величину сил трения определим, пользуясь схемой фиг. 102.

На фиг. 102 обозначено через:

λ — длину подвески в см,

α — угол начального наклона подвесок,

$\phi = \alpha + \beta$ — угол отклонения подвески,

ρ_1 — радиус верхнего валика в см,

ρ_2 — радиус закругления нижней балочки или нижнего валика,

μ_1 — коэффициент трения первого рода; $\mu_1 = 0,2 \div 0,25$,

$\frac{P_3}{2}$ — вес в кг, передаваемый на люлечные рессоры,

S — силу в кг, затрачиваемую на преодоление трения в верхних и нижних валиках.

Из равенства работ:

$$S \lambda (\alpha + \beta) = P_3 \mu_1 \rho_1 (\alpha + \beta) + P_3 \mu_1 \rho_2 (\alpha + \beta) \quad (244)$$

Найдем

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial x'} \right) = \frac{P_3}{g} x'' \quad \text{и} \quad \frac{\partial V}{\partial x} = -Nx = -\frac{P_3}{\lambda \cos \alpha} x. \quad (245b)$$

Учитывая силы трения в шарнирных валиках, можно написать:

$$\frac{\partial V}{\partial x} = -\frac{P_3}{\lambda \cos \alpha} x + \frac{P_3 \mu_1}{\lambda} (\rho_1 + \rho_2). \quad (245c)$$

Для определения периода колебаний получим уравнение:

$$\frac{P_3}{g} x'' + \frac{P_3}{\lambda \cos \alpha} x - \frac{P_3}{\lambda} \mu_1 (\rho_1 + \rho_2) = 0. \quad (246)$$

Произведем алгебраические преобразования:

$$x'' + \frac{g}{\lambda \cos \alpha} x - \frac{\mu_1 g}{\lambda} (\rho_1 + \rho_2) = 0 \quad (246a)$$

или

$$x'' + \frac{g}{\lambda \cos \alpha} [x - \mu_1 (\rho_1 + \rho_2) \cos \alpha] = 0. \quad (246b)$$

Полагая

$$k^2 = \frac{g}{\lambda \cos \alpha}, \quad (246c)$$

получим период колебаний T , равный:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{\lambda \cos \alpha}{g}}. \quad (247)$$

Если обозначить через x_{max} наибольшее боковое отклонение люльки и принять, что при $t = 0$ и $x' = 0$, то можно написать:

$$x = [x_{max} - \mu_1 (\rho_1 + \rho_2) \cos \alpha] \cos kt + \mu_1 (\rho_1 + \rho_2) \cos \alpha. \quad (247a)$$

Колебания будут затухающими и они могут возникнуть в том случае, если поперечные горизонтальные силы превышают силу S , равную:

$$S = \frac{P_3}{\lambda} \mu_1 (\rho_1 + \rho_2). \quad (247b)$$

В пассажирских вагонах нагрузка на люльку равна:

$$\frac{P_3}{2} \simeq 16 \div 18 \text{ т};$$

$$\mu_1 = 0,2 \div 0,15; \quad \rho_1 \simeq \rho_2 \simeq 2,5 \div 3 \text{ см} \quad \text{и} \quad \lambda = 230 \div 650 \text{ мм};$$

тогда

$$S = \frac{16000 \cdot 0,2 \cdot 2,5}{23 - 65} = \frac{8000}{23 - 65} = 350 \text{ кг} - 125 \text{ кг.}$$

Следовательно, вагоны с более длинными подвесками приходят в колебание при сравнительно небольших боковых ударах.

Период колебаний равен, при $\alpha = 14^\circ$:

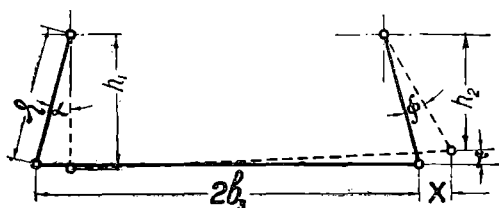
$$T = 2\pi \sqrt{\frac{0,97(23-65)}{981}} = 0,95 \div 1,6 \text{ секунды.}$$

Необходимо длину подвески λ выбирать так, чтобы их период колебаний не совпадал с периодом колебаний извилистого движения; в противном случае вагон будет иметь нарушение плавности хода в поперечном направлении.

Собственные поперечные боковые и угловые колебания кузова вагона

Обозначив на фиг. 103 через:

- $2b_3$ — расстояние между центрами рессор в см,
- α — угол начального наклона люлечных подвесок,
- x — боковое смещение подвесок люльки,
- ψ — угол наклона подрессорного бруса,
- h_1 — вертикальную проекцию левой подвески,
- h_2 — вертикальную проекцию правой подвески,



Фиг. 103

найдем, что

$$\sin \psi \approx \psi \approx \frac{h_1 - h_2}{2b_3}; \quad (248)$$

но

$$h_1 = \lambda \cos(\psi - \alpha) \quad \text{и} \quad h_2 = \lambda \cos(\psi + \alpha);$$

поэтому

$$\psi = \frac{\lambda}{2b_3} [\cos(\psi - \alpha) - \cos(\psi + \alpha)] = \frac{\lambda}{b_3} \sin \alpha \cdot \sin \psi. \quad (248a)$$

Из формулы (186) стр. 127 определим значение для $\sin \psi$:

$$\sin \psi = \frac{x}{\lambda \cos \alpha}. \quad (248b)$$

Подставляя в последнее выражение вместо $\sin \phi$ найденное его значение, получим:

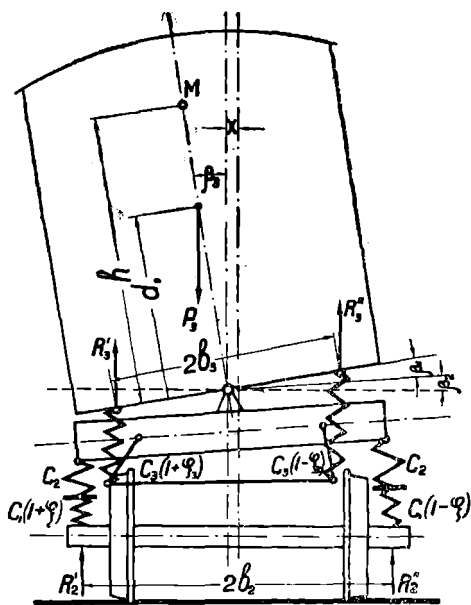
$$\psi = \frac{\lambda}{b_3} \cdot \frac{\sin \alpha}{\lambda \cos \alpha} = \frac{\operatorname{tg} \alpha}{b_3} x. \quad (248c)$$

Наибольшее значение b_3 не превышает 82 см, боковое перемещение люльки $x = 3,0 - 6,0$ см. Угол наклона подвесок $\alpha_{max} = 14^\circ$ и $\operatorname{tg} 14^\circ = 0,24$.

Следовательно,

$$\psi_{max} = \frac{0,24 \cdot 5,5}{82} = 0,016.$$

Ввиду незначительности угла ψ (не превышает 1°), в дальнейших расчетах его во внимание принимать не будем.



Фиг. 104

Обозначим на фиг. 104 через:

- $(1 \pm \varphi_3) c_3$ — жесткость эллиптических рессор в кг/см,
- c_2^0 — приведенная жесткость надбуксовых рессор тележки в кг/см,
- c_2 — жесткость винтовых рессор в кг/см,
- c_1 — жесткость листовых рессор в кг/см,
- φ_1 — коэффициент относительного трения листовых рессор,
- φ_3 — коэффициент относительного трения лучных рессор,

- $\beta_3 = \beta_2 + \beta_1$ — угол наклона кузова,
 β_2 — угол наклона рамы тележки к горизонту,
 β_1 — угол наклона кузова по отношению к раме тележки,
 P_3 — вес груза, передаваемого на люлочные рессоры, в кг,
 P_2 — вес обрессоренных частей тележки в кг,
 f_3 — статический прогиб люлочных рессор в см,
 f_2 — статический прогиб винтовых рессор в см,
 f_1 — статический прогиб листовых рессор в см,
 $(\beta_3 - \beta_2) b_3 = b_3 \beta_1$ — динамический прогиб люлочных рессор,
 $b_2 \beta_2$ — суммарный прогиб винтовых и листовых рессор,
 h — расстояние от надрессорного бруса до метacentра в см,
 d_0 — расстояние центра тяжести кузова от надрессорного бруса в см,
 R_3' и R_3'' — реакции люлочных рессор в кг,
 R_2' и R_2'' — реакции надбуксовых рессор в кг,
 J_0 — полярный момент инерции кузова относительно центра тяжести, равный $\frac{P_3}{g} r_0^2$,
 J_m — полярный момент инерции тележки относительно центра колебаний,
 $2b_2$ — расстояние между серединами надбуксовых рессор в см,
 x' — линейную скорость поперечных колебаний люльки в м/сек.,
 β_3' — скорость угловых колебаний кузова,
 β_2' — скорость угловых колебаний тележки,
 $N_x = P_3 \frac{x}{\lambda \cos \alpha}$ — возвращающее усилие подвесок.

При принятых обозначениях кинетическую и потенциальную энергию системы можно представить в следующем виде:

Кинетическая энергия:

$$T = \frac{1}{2} \cdot \frac{P_3}{g} (x' + d_0 \beta_3')^2 + \frac{1}{2} J_0 (\beta_3')^2 + \frac{1}{2} J_m (\beta_2')^2; \quad (249)$$

Потенциальная энергия:

$$V = \frac{1}{2} N x^2 + 2c_3 b_3^2 (\beta_3 - \beta_2)^2 + 4\varphi_3 c_3 f_3 b_3 (\beta_3 - \beta_2) + P_3 d_0 \cos \beta_3 + \frac{8c_1 c_2 [2c_2 + c_1 (1 - \varphi_1^2)] b_2^2 \beta_2^2}{(2c_2 + c_1)^2 - c_1^2 \varphi_1^2} + \frac{16\varphi_1 c_1 c_2 b_2 f_1 (2c_2 + c_1) \beta_2}{(2c_2 + c_1)^2 - c_1^2 \varphi_1^2} \quad (249a)$$

Найдем

$$\frac{dt}{d} \left(\frac{\partial T}{\partial x'} \right) = \frac{P_3}{g} (x'' + d_0 \beta_3''); \quad (250)$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \beta_3'} \right) = \frac{P_3}{g} d_0 x'' + \left(J_0 + \frac{P_3}{g} d_0^2 \right) \beta_3''; \quad (250a)$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \beta_2'} \right) = J_m \beta_2''; \quad (250b)$$

$$\frac{\partial V}{\partial \beta_3} = -4c_3 b_3^2 (\beta_3 - \beta_2) - 4\varphi_3 c_3 f_3 b_3 + P_3 d_0 \beta_3; \quad (250c)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial V}{\partial \beta_2} = & 4c_3 b_3 (\beta_3 - \beta_2) + 4\varphi_3 c_3 f_3 b_3 - \\ & - \frac{16c_1 c_2 b_2 \{ [2c_2 + (1 - \varphi_1^2) c_1] b_2 \beta_2 + \varphi_1 (2c_2 + c_1) f_1 \}}{(2c_2 + c_1)^2 - c_1^2 \varphi_1^2}. \end{aligned} \quad (250d)$$

Согласно формуле (243а), можно принять

$$\sin \phi \varpi \operatorname{tg} \phi \varpi \frac{x}{\lambda \cos \alpha},$$

следовательно,

$$H = \frac{P_3 x}{\lambda \cos \alpha - x \operatorname{tg} \alpha}. \quad (250e)$$

Пренебрегая величиной произведения $x \operatorname{tg} \alpha$, окончательно получим:

$$H = \frac{P_3 x}{\lambda \cos \alpha} = Nx. \quad (251)$$

Как указывалось в таблице 9, угол α изменяется в пределах от 0 до 14° и $\cos \alpha$ будет иметь значения от 1 до 0,970. Следовательно, на величину возвращающей силы H будет влиять, главным образом, длина люлочной подвески λ .

Заменяя H через полученные значения, будем иметь:

$$\frac{\partial V}{\partial x} = -Nx = -\frac{P_3}{\lambda \cos \alpha} x. \quad (251a)$$

Учитывая силы трения в шарнирных валиках, полученное уравнение (246а) необходимо написать в следующем виде:

$$\frac{\partial V}{\partial x} = -\frac{P_3}{\lambda \cos \alpha} x + \frac{P_3 \mu_1}{\lambda} (\rho_1 + \rho_2). \quad (251b)$$

Составим уравнения Лагранжа для определения колебаний данной системы¹⁾:

$$\left. \begin{aligned} \frac{P_3}{g} (x'' + d_0 \beta_3) + \frac{P_3}{\lambda \cos \alpha} x - \frac{P_3 \mu_1}{\lambda} (\rho_1 + \rho_2) &= 0; \\ \frac{P_3}{g} d_0 x'' + \left(J_0 + \frac{P_3}{g} d_0^2 \right) \beta_3'' + 4c_3 b_3 (\beta_3 - \beta_2) + \\ &+ 4\varphi_3 c_3 f_3 b_3 - P_3 d_0 \beta_3 = 0; \\ 2J_m \beta_2'' + \frac{16c_1 c_2 b_2 \{ [2c_2 + (1 - \varphi_1^2) c_1] b_2 \beta_2 + \varphi_1 (2c_2 + c_1) f_1 \}}{(2c_2 + c_1)^2 - \varphi_1^2 c_1^2} - \\ &- 4c_3 b_3^2 \left[(\beta_3 - \beta_2) + \frac{\varphi_3 f_3}{b_3} \right] = 0. \end{aligned} \right\} (252)$$

Обозначив в данной системе уравнений через

$$J_0 = \frac{P_3}{g} r_0^2$$

и приняв, что

$$\varphi_1^2 \ll 0 \text{ и } c_1^2 \varphi_1^2 \ll 0,$$

а также произведя алгебраические преобразования, получим:

$$\left. \begin{aligned} x'' + d_0 \beta_3'' + \frac{g}{\lambda \cos \alpha} x - \frac{\mu_1 g}{\lambda} (\rho_1 + \rho_2) &= 0; \\ d_0 x'' + (r_0^2 + d_0^2) \beta_3'' + \left(\frac{4gc_3 b_3^2}{P_3} - g d_0 \right) \beta_3 - \\ &- \frac{4gc_3 b_3^2}{P_3} \beta_2 + \varphi_3 g b_3 = 0; \\ \beta_2'' + \left[\frac{8c_1 c_2 b_2^2}{(2c_2 + c_1) J_m} + \frac{2c_3 b_3^2}{J_m} \right] \beta_2 - \frac{2c_3 b_3^2}{J_m} \beta_3 + \\ &+ \frac{8\varphi_1 c_1 c_2 f_1 b_2}{(2c_2 + c_1) J_m} - \frac{2\varphi_3 c_3 f_3 b_3}{J_m} = 0, \end{aligned} \right\} (252a)$$

получим систему из трех дифференциальных уравнений.

Если пренебречь влиянием инерции частей тележки, то решение данной системы уравнений значительно упро-

1) Рассматривая боковые колебания независимо от подпрыгивания, при определении величины частот и периода колебаний будем иметь погрешность не более 1—3%.

щается. Приняв $\beta_2'' \simeq 0$, получим следующую систему уравнений:

$$\left. \begin{aligned} x'' + d_0 \beta_3'' + \frac{g}{\lambda \cos \alpha} x - \frac{\mu_1 g}{\lambda} (\rho_1 + \rho_2) &= 0; \\ d_0 x'' + (r_0^2 + d_0^2) \beta_3'' + \frac{4c_3 b_3^2 - P_3 d_0}{P_3} g \beta_3 - \\ &- \frac{4b_3^2 c_3 g}{P_3} \beta_2 + \varphi_3 b_3 g = 0; \\ 4 \left(\frac{4c_1 c_2 b_2^2}{2c_2 + c_1} + 4c_3 b_3^2 \right) - 4c_3 b_3^2 \beta_3 + \\ &+ \frac{16c_1 c_2}{2c_2 + c_1} \varphi_1 f_1 b_2 - 4\varphi_3 c_3 f_3 b_3 = 0. \end{aligned} \right\} \quad (252b)$$

Из последнего уравнения полученной системы найдем:

$$\begin{aligned} \beta_2 &= \frac{4c_3 b_3^2 \beta_3 - 8 \frac{2c_1 c_2}{2c_2 + c_1} \varphi_1 f_1 b_2 + 4\varphi_3 c_3 f_3 b_3}{8 \frac{2c_1 c_2 b_2^2}{2c_2 + c_1} + 4c_3 b_3^2} = \\ &= \frac{4c_3 b_3^2 \beta_3 - 8\varphi_1 c_2^0 f_1 b_2 + \varphi_3 P_3 b_3}{4(2c_2^0 b_2^2 + c_3 b_3^2)}. \end{aligned} \quad (252c)$$

Подставим полученное значение для β_2 во второе уравнение системы (252b), получим:

$$\left. \begin{aligned} x'' + d_0 \beta_3'' + \frac{g}{\lambda \cos \alpha} x - \frac{\mu_1 g}{\lambda} (\rho_1 + \rho_2) &= 0; \\ d_0 x'' + (r_0^2 + d_0^2) \beta_3'' + \left[\frac{4c_3 b_3^2 - P_3 d_0}{P_3} g - \frac{4c_3^2 b_3^4 g}{P_3 (2c_2^0 b_2^2 + c_3 b_3^2)} \right] \beta_3 + \\ &+ \frac{4gc_3 b_3^2 \cdot 2c_2^0 \varphi_1 f_1 b_2}{P_3 (2c_2^0 b_2^2 + c_3 b_3^2)} - \frac{\varphi_3 b_3 c_3 b_3^2 g}{2c_2^0 b_2^2 + c_3 b_3^2} + \varphi_3 b_3 g = 0. \end{aligned} \right\} \quad (253)$$

Произведем следующие алгебраические преобразования:

$$\frac{4c_3 b_3^2 - P_3 d_0}{P_3} g - \frac{4c_3 b_3^2 c_3 b_3^2 g}{P_3 (2c_2^0 b_2^2 + c_3 b_3^2)} = \frac{8c_2^0 c_3 b_2^2 b_3^2 g}{P_3 (2c_2^0 b_2^2 + c_3 b_3^2)} - d_0 g. \quad (253a)$$

Как было указано раньше, на стр. 187, расстояние от наддресорного бруса до метacentра выражается формулой:

$$h = \frac{8c_2^0 c_3 b_2^2 b_3^2}{P_3 (2c_2^0 b_2^2 + c_3 b_3^2)}. \quad (253b)$$

Следовательно, коэффициент перед β_3 можно заменить через:

$$\frac{8c_2^0 c_3 b_2^2 b_3^2 g}{P_3 (2c_2^0 b_2^2 + c_3 b_3^2)} - d_0 g = (h - d_0) g. \quad (253c)$$

Произведем еще следующие преобразования:

$$\frac{4c_3b_3^2 \cdot 2c_2^0\varphi_1f_1b_2}{P_3(2c_2^0b_2^2 + c_3b_3^2)}g = \frac{8\varphi_1f_1c_2^0c_3b_2^2b_3^2g}{P_3(2c_2^0b_2^2 + c_3b_3^2)b_2} = \frac{\varphi_1f_1h}{b_2}g \quad (253d)$$

и

$$\varphi_3b_3g - \frac{\varphi_3c_3b_3^3g}{2c_2^0b_2^2 + c_3b_3^2} = \frac{8\varphi_3c_2^0c_3b_2^2b_3^2g}{4c_3b_3(2c_2^0b_2^2 + c_3b_3^2)} = \frac{\varphi_3f_3h}{b_3}g. \quad (253e)$$

Подставим в систему уравнений (253) полученные значения:

$$\left. \begin{aligned} x'' + d_0\beta_3'' + \frac{g}{\lambda \cos \alpha}x - \frac{\mu_1g}{\lambda}(\rho_1 + \rho_2) &= 0; \\ d_0x'' + (r_0^2 + d_0^2)\beta_3'' + (h - d_0)g\beta_3 + \frac{\varphi_1f_1h}{b_2}g + \frac{\varphi_3f_3h}{b_3}g &= 0; \end{aligned} \right\} (254)$$

исключим из полученной системы уравнений x'' , для этого первое уравнение умножаем на $-d_0$ и, сложив оба уравнения, получим:

$$\begin{aligned} r_0^2\beta_3'' + (h - d_0)g\beta_3 + \left(\frac{\varphi_1f_1}{b_2} + \frac{\varphi_3f_3}{b_3}\right)hg - \\ - \frac{d_0g}{\lambda \cos \alpha} [x - \mu_1(\rho_1 + \rho_2) \cos \alpha] = 0. \end{aligned} \quad (254a)$$

Определим из уравнения (254a) переменное x :

$$\begin{aligned} x = \frac{r_0^{2\lambda} \cos \alpha}{d_0g} \beta_3'' + \frac{(h - d_0)\lambda \cos \alpha}{d_0} \beta_3 + \frac{h}{d_0} \left(\frac{\varphi_1f_1}{b_2} + \right. \\ \left. + \frac{\varphi_3f_3}{b_3}\right) \lambda \cos \alpha + \mu_1(\rho_1 + \rho_2) \cos \alpha; \end{aligned} \quad (254b)$$

найдем x'' :

$$x'' = \frac{r_0^{2\lambda} \cos \alpha}{d_0g} \beta_3^{IV} + \frac{(h - d_0)\lambda \cos \alpha}{d_0} \beta_3''. \quad (254c)$$

Полученное значение для x'' подставим во второе уравнение системы (254):

$$\begin{aligned} \frac{r_0^{2\lambda} \cos \alpha}{g} \beta_3^{IV} + \left[(h - d_0)\lambda \cos \alpha + r_0^2 + d_0^2 \right] \beta_3'' + \\ + (h - d_0)g\beta_3 + \left(\frac{\varphi_1f_1}{b_2} + \frac{\varphi_3f_3}{b_3}\right)hg = 0. \end{aligned} \quad (254d)$$

Разделим обе части уравнения (251) на коэффициент при β_3^{IV} :

$$\begin{aligned} \beta_3^{IV} + \left(\frac{h - d_0}{r_0^2} + \frac{r_0^2 + d_0^2}{r_0^{2\lambda} \cos \alpha}\right)g\beta_3'' + \\ + \frac{(h - d_0)g^2}{r_0^{2\lambda} \cos \alpha} \beta_3 + \frac{hg^2}{r_0^{2\lambda} \cos \alpha} \left(\frac{\varphi_1f_1}{b_2} + \frac{\varphi_3f_3}{b_3}\right) = 0. \end{aligned} \quad (255)$$

Положив

$$\beta_3 = e^{ipt}; \quad \beta_3'' = -p^2 e^{ipt} \quad \text{и} \quad \beta_3^{IV} = p^4 e^{ipt}, \quad (255a)$$

получим:

$$p^4 - \frac{g}{r_0^2} \left(h - d_0 + \frac{r_0^2 + d_0^2}{\lambda \cos \alpha} \right) p^2 + \frac{(h - d_0) g^2}{r_0^2 \lambda \cos \alpha} = 0. \quad (255b)$$

Решив уравнение (252b), найдем:

$$p_1^2 = \frac{\frac{g}{r_0^2} \left(h - d_0 + \frac{r_0^2 + d_0^2}{\lambda \cos \alpha} \right)}{2} + \sqrt{\frac{\left[\frac{g}{r_0^2} \left(h - d_0 + \frac{r_0^2 + d_0^2}{\lambda \cos \alpha} \right) \right]^2 - 4 \frac{(h - d_0) g^2}{r_0^2 \lambda \cos \alpha}}{2}}; \quad (255c)$$

$$p_2^2 = \frac{\frac{g}{r_0^2} \left(h - d_0 + \frac{r_0^2 + d_0^2}{\lambda \cos \alpha} \right)}{2} - \sqrt{\frac{\left[\frac{g}{r_0^2} \left(h - d_0 + \frac{r_0^2 + d_0^2}{\lambda \cos \alpha} \right) \right]^2 - 4 \frac{(h - d_0) g^2}{r_0^2 \lambda \cos \alpha}}{2}}. \quad (255d)$$

Следовательно, поперечные боковые и угловые колебания состоят из двух главных движений, имеющих следующие периоды:

$$T_1 = \frac{2\pi}{p_1} \quad (255e)$$

и

$$T_2 = \frac{2\pi}{p_2}. \quad (255f)$$

Если принять, что при $t = 0$

$$\beta_3 = \beta_3^0 \quad \text{и} \quad \beta_3' = 0,$$

то общее решение уравнения (254) можно написать в следующем виде:

$$\begin{aligned} \beta_3 &= A_3 \cos p_1 t + B_3 \cos p_2 t - \left(\frac{\varphi_1 f_1}{b_2} + \frac{\varphi_3 f_3}{b_3} \right) h g; \quad (256) \\ x &= \frac{r_0^2 \lambda \cos \alpha}{d_0 g} \left(-A_3 p_1^2 \cos p_1 t - B_3 p_2^2 \cos p_2 t \right) + \\ &+ \frac{h}{d_0} \left(\frac{\varphi_1 f_1}{b_2} + \frac{\varphi_3 f_3}{b_3} \right) \lambda \cos \alpha + \mu_1 (\rho_1 + \rho_2) \cos \alpha + \\ &+ \frac{(h - d_0) \lambda \cos \alpha}{d_0} \left(A_3 \cos p_1 t + B_3 \cos p_2 t - \frac{\varphi_1 f_1}{b_2} h g - \frac{\varphi_3 f_3}{b_3} h g \right). \quad (256a) \end{aligned}$$

По начальным условиям при $t = 0$

$$\beta_3 = \beta_3^0, \quad x = x_0 \quad \text{и} \quad x' = 0, \quad \beta_3' = 0.$$

Следовательно,

$$\beta_3^0 = A_3 + B_3 - \left(\frac{\varphi_1 f_1}{b_2} + \frac{\varphi_3 f_3}{b_3} \right) h g; \quad (256b)$$

$$x_0 = \frac{r_0^2 \lambda \cos \alpha}{d_0 g} (-A_3 p_1^2 - B_3 p_2^2) + \\ + \frac{h - d_0}{d_0} \lambda \cos \alpha \left[A_3 + B_3 - \left(\frac{\varphi_1 f_1}{b_2} + \frac{\varphi_3 f_3}{b_3} \right) h g \right] + \\ + \lambda \cos \alpha \left[\left(\frac{\varphi_1 f_1}{b_2} + \frac{\varphi_3 f_3}{b_3} \right) \frac{h}{d_0} + \frac{\mu_1}{\lambda} (\rho_1 + \rho_2) \right] \quad (256c)$$

Решая совместно последние два уравнения, найдем:

$$B_3 = \frac{d_0 g x_0}{r_0^2 \lambda \cos \alpha (p_1^2 - p_2^2)} - \\ - \frac{\left[(h - d_0) g - r_0^2 p_1^2 \right] \beta_3^0 + (1 - r_0^2 p_1^2) \left(\frac{\varphi_1 f_1}{b_2} + \frac{\varphi_3 f_3}{b_3} \right) h g + \frac{\mu_1 (\rho_1 + \rho_2) g}{\lambda}}{r_0^2 (p_1^2 - p_2^2)}; \quad (256d)$$

$$A_3 = - \frac{d_0 g x_0}{r_0^2 (p_1^2 - p_2^2) \lambda \cos \alpha} + \\ + \frac{\left[(h - d_0) g - r_0^2 p_2^2 \right] \beta_3^0 + (1 - r_0^2 p_2^2) \left(\frac{\varphi_1 f_1}{b_2} + \frac{\varphi_3 f_3}{b_3} \right) h g + \frac{\mu_1 (\rho_1 + \rho_2) g}{\lambda}}{r_0^2 (p_1 - p_2^2)}; \quad (256e)$$

Вследствие наличия трения в рессорах и валиках люльчных подвесок колебания будут затухающими.

Амплитуды колебаний будут уменьшаться в арифметической прогрессии.

Собственные колебания кузова вагона относительно вертикальной оси¹⁾

Обозначим через:

$2l_3$ — базу вагона в см,

P_3 — вес наддрессорных частей кузова,

ψ — угол поворота продольной оси вагона,

$\frac{P_3}{g} r_z^2 = J_z$ — момент инерции наддрессорных частей кузова относительно вертикальной оси ZZ,

r_z — радиус инерции кузова,

$H = \frac{P_3 x}{2\lambda \cos \alpha}$ — возвращающее усилие каждой люльки тележки,

$x = l_3 \psi$ — линейное перемещение люлек.

1) При выводе уравнения колебаний предполагается, что обе тележки вагона занимают идентичное положение относительно средней линии железнодорожного пути.

Пренебрегая величиной вертикальных колебаний, определим кинетическую и потенциальную энергию системы:

Кинетическая энергия:

$$T = \frac{1}{2} J_z (\dot{\psi}')^2. \quad (257)$$

Потенциальная энергия:

$$V = \frac{1}{2} 2Hl_3^2 \psi^2 = H (l_3 \psi)^2. \quad (257a)$$

Находим

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\psi}} \right) = J_z \dot{\psi}''; \quad (257b)$$

$$\frac{\partial V}{\partial \psi} = - \frac{P_3 l_3^2 \psi}{\lambda \cos \alpha}. \quad (257c)$$

Учитывая силы трения в шарнирных валиках, полученное выражение напомним в следующем виде:

$$\frac{\partial V}{\partial \psi} = - \frac{P_3 l_3^2}{\lambda \cos \alpha} \psi + \frac{P_3 l_3^{\mu_1}}{\lambda} (\rho_1 + \rho_2). \quad (257d)$$

Для определения периода колебаний составим уравнение Лагранжа:

$$\frac{P_3}{g} r_z^2 \frac{d^2 \psi}{dt^2} + \frac{P_3 l_3^2}{\lambda \cos \alpha} \psi - \frac{P_3 l_3^{\mu_1}}{\lambda} (\rho_1 + \rho_2) = 0. \quad (258)$$

Производя соответствующие алгебраические преобразования, получим:

$$\frac{d^2 \psi}{dt^2} + \frac{g l_3^2}{r_z^2 \lambda \cos \alpha} \psi - \frac{\mu_1 l_3 g}{r_z^2 \lambda} (\rho_1 + \rho_2) = 0. \quad (258a)$$

Преобразуем последнее уравнение:

$$\frac{d^2 \psi}{dt^2} + \frac{g l_3^2}{r_z^2 \lambda \cos \alpha} \left[\psi - \frac{\mu_1 (\rho_1 + \rho_2)}{l_3} \cos \alpha \right] = 0. \quad (258b)$$

Полагая, что

$$k^2 = \frac{g l_3^2}{r_z^2 \lambda \cos \alpha}, \quad (258c)$$

найдем период колебаний около оси ZZ:

$$\begin{aligned} T_z = \frac{2\pi}{k} &= 2\pi \sqrt{\frac{r_z^2 \lambda \cos \alpha}{l_3^2 g}} = \frac{2\pi r_z}{l_3} \sqrt{\frac{\lambda \cos \alpha}{g}} = \\ &= \frac{2\pi r_z \psi}{x} \sqrt{\frac{\lambda \cos \alpha}{g}}. \end{aligned} \quad (258d)$$

Следовательно, период колебаний возрастает прямо пропорционально радиусу инерции масс обрессоренных частей кузова, длине люлочной подвески λ и обратно пропорционально базе вагона $2l_3$.

Общее решение уравнения (258а) можно написать в следующем виде:

$$\psi = A_1 \cos kt + B_1 \sin kt + \frac{\mu_1 (\rho_1 + \rho_2)}{l_3} \cos \alpha, \quad (259)$$

где A_1 и B_1 — произвольные постоянные.

Определим A_1 и B_1 по следующим начальным данным, при $t = 0$:

$$\psi' = 0 \text{ и } \psi = \psi_{max} = \psi_0,$$

тогда

$$\psi' = -A_1 k \sin 0^\circ + B_1 k \cos 0^\circ = 0$$

и

$$\psi_0 = A_1 \cos 0^\circ + B_1 \sin 0^\circ + \frac{\mu_1 (\rho_1 + \rho_2)}{l_3} \cos \alpha. \quad (259a)$$

Из последних выражений находим, что

$$A_1 = \psi_0 - \frac{\mu_1 (\rho_1 + \rho_2)}{l_3} \cos \alpha,$$

$$B_1 = 0,$$

следовательно,

$$\psi = \left[\psi_0 - \frac{\mu_1 (\rho_1 + \rho_2)}{l_3} \cos \alpha \right] \cos kt + \frac{\mu_1 (\rho_1 + \rho_2)}{l_3} \cos \alpha. \quad (260)$$

При испытании вагонов на японских железных дорогах период собственных колебаний при извилистом движении приближался к величине $T_z \simeq 0,7$ сек.¹⁾

¹⁾ „Bulletin de l'Association Internationale du Congrès des Chemines de fer“, № 5 1937 г., стр. 1365—1507.

ВЫНУЖДЕННЫЕ КОЛЕБАНИЯ ЧЕТЫРЕХОСНЫХ ТЕЛЕЖЕЧНЫХ ВАГОНОВ

Г Л А В А I

Силы, действующие на вагон во время движения по прямолинейному и горизонтальному пути

При движении вагона по рельсовому пути в вертикальном направлении на тележку и кузов действуют усилия, создаваемые неровностями рельса, наличием выбоин в бандажах, овальностью шейки оси или бандажа, а также эксцентricностью колесных пар. Кривую движения центров колес будем брать в форме, предложенной проф. Филоненко-Бородич:

$$y_c = -\frac{\mu g}{m\rho^2} + \frac{a\rho^2}{\rho^2 - n^2} \cos nt. \quad (261)$$

В уравнении (261), как указывалось на стр. 96, можно пренебречь величиной n^2 и формула (261) приводится к более простому виду:

$$y_c = -\frac{\mu g}{m\rho^2} + a \cos nt = -\frac{\mu g}{K} +$$

$$+ a \cos nt = -y_c + a \cos nt. \quad (261a)$$

Умножая y_c на жесткость рессор, получим силы, действующие на раму тележек и кузов, от прогиба рельсовой нитки.

Под влиянием прогибов рельсовой нитки кузов и тележки приходят в колебательное движение.

Надрессорные части вагона начинают подпрыгивать и галопировать.

Эксцентricность колесных пар и наличие выбоин на бандаже будут усиливать подпрыгивание и галопирование.

Перечисленные колебательные движения можно выразить следующими дифференциальными уравнениями, применительно к уравнениям (193) и (193а):

$$\left. \begin{aligned} \frac{d^2 z_3}{dt^2} + \frac{c_3^0}{m_3} z_3 - \frac{c_3^0}{m_3} z_2 + \varphi_3 g &= 0; \\ \frac{d^2 z_2}{dt^2} - \frac{c_3^0}{2m_2} z_3 + \frac{c_3^0 + 2c_2^0}{2m_2} z_2 + \frac{c_2^0}{m_2} \varphi_1 f_1 - \frac{c_3^0}{2m_2} \varphi_3 f_3 &= F_z. \end{aligned} \right\} (262)$$

Последние два уравнения дадут возможность определить амплитуду и периоды вертикальных колебаний тележек и кузова.

В уравнениях (262) обозначено через:

- z_3 — вертикальные перемещения кузова,
- z_2 — вертикальные перемещения тележек,
- $c_3^0 = 4(1 \pm \varphi_3) c_3$ — жесткость эллиптических рессор в кг/см,
- $4 \frac{2(1 + \varphi_1) c_1 c_2}{2c_2 + (1 \pm \varphi_1) c_1}$ — приведенная жесткость буксовых рессор тележек в кг/см,
- $f_2^0 = f_1 + f_2$ — статический прогиб буксовых рессор в см,
- f_3 — статический прогиб эллиптических рессор в см,
- m_3 — масса кузова,
- m_2 — масса тележки,
- F_z — вертикальные силы, действующие на рессоры.

При принятых на стр. 173—174 обозначениях галопирование кузова и тележек можно выразить дифференциальными уравнениями следующего вида:

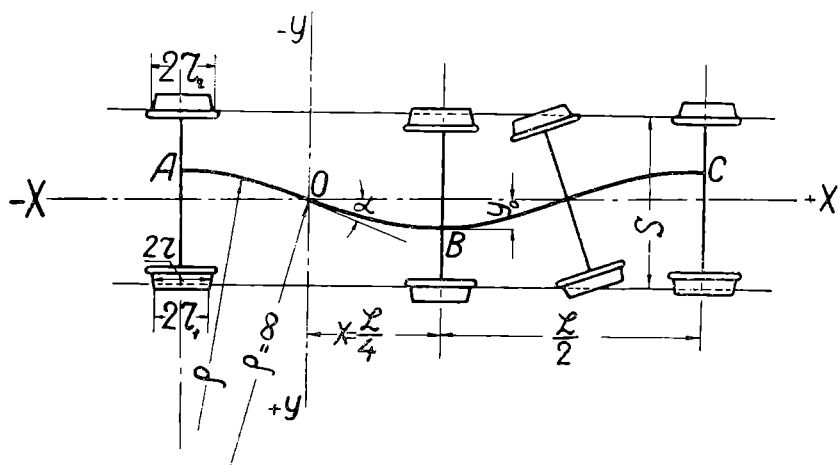
$$\left. \begin{aligned} \frac{d^2 \theta_3}{dt^2} + \frac{c_3^0 l_3^2 - P_3 d_0}{(r_{\theta_3}^2 + d_0^2) m_3} \theta_3 - \frac{c_3^0 l_3}{(r_{\theta_3}^2 + d_0^2) m_3} v_2 + \\ + \frac{c_3^0 \varphi_3 f_3 l_3}{(r_{\theta_3}^2 + d_0^2) m_3} &= 0; \\ \frac{d^2 v_2}{dt^2} - \frac{c_3^0 l_3}{2m_2} \theta_3 + \frac{c_3^0 + 2c_2^0}{2m_2} v_2 + \frac{c_2^0 \varphi_1 f_1}{m_2} - \frac{c_3^0 \varphi_3 f_3}{2m_2} &= F_z; \\ \frac{d^2 \theta_2}{dt^2} + \frac{8g c_1 c_2 l_2^2}{P_2 (r_{\theta_2}^2 + h_1^2) (2c_2 + c_1)} \left(\theta_2 + \frac{\varphi_1 f_1}{l_2} \right) &= M_{\theta_2}. \end{aligned} \right\} (262a)$$

В уравнениях (262a) M_{θ_2} — соответствующие моменты, создающие галопирование тележек.

Влияние конической формы бандажей на колебательное движение вагонов и определение критической скорости для различных типов подвижного состава

Отдельная свободная колесная пара, при отсутствии проката, может перемещаться по прямой только до тех пор, пока ее колеса, имеющие конические бандажи, катятся кругами равного диаметра.

При поперечном перемещении колесной пары круги катания будут иметь радиусы r_2 и r_1 (фиг. 105). Колесо



Фиг. 105

с большим радиусом круга катания, проходя больший путь, опережает другое колесо, и колесная пара начинает катиться по синусоидальной кривой ABC, длина которой равна L (фиг. 105).

Такое движение называется извилистым движением и оно будет продолжаться до полного поглощения живой силы колесной пары — работой внешних сил.

Чем больше зазоры между ребрами бандажа и рельс, тем более усиливается колебание колесной пары относительно средней оси пути.

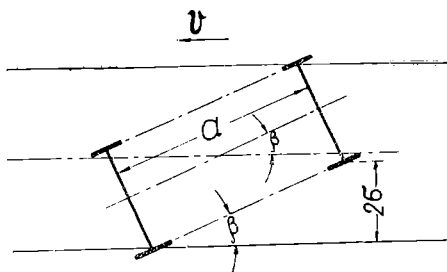
Кроме величины зазоров между ребрами и рельсами на извилистое движение оказывает большое влияние угол набегания β колеса на рельс (фиг. 106). При отклонении продольной оси экипажа на угол β , под тем же углом, на прямой происходит набегание колеса на рельс ребром

бандажа. Величина удара, поглощаемого рельсом и работой трения, будет равна:

$$\frac{MV^2 \sin^2 \beta}{2},$$

где M — масса экипажа,

V — линейная скорость экипажа в м/сек.



Фиг. 106

Наибольший угол отклонения β продольной оси экипажа к оси пути определяется из выражения:

$$\sin \beta = \frac{2c}{a},$$

где $2c$ — наибольший зазор между гребнем бандажа и головкой рельса,

a — база экипажа.

Для уменьшения извилистого движения необходимо стремиться по возможности уменьшить момент инерции экипажа относительно вертикальной оси, проходящей через центр тяжести надрессорных частей.

Для определения длины волны L , описываемой средней колесной парой, введем следующие обозначения (см. фиг. 105):

s — расстояние между кругами катания, равное 1580–1590 мм,

$n = 1:20$ — коничность бандажей,

r — радиус бандажа по кругу катания, равный 0,525 м,

r_2 и r_1 — наибольший и наименьший радиусы бандажа,

ρ — радиус кривизны кривой ABC ,

y — поперечное отклонение середины колесной пары,

x — путь, проходимый колесной парой.

При поперечном отклонении колесной пары на величину y середина колесной пары описывает кривую, радиус кривизны которой можно определить из соотношения:

$$\frac{\rho + \frac{s}{2}}{\rho - \frac{s}{2}} = \frac{r + ny}{r - ny};$$

отсюда находим

$$\rho = \frac{sr}{2ny}. \quad (263)$$

Радиус кривизны кривой ABC (фиг. 105) увеличивается с уменьшением величины y или по мере приближения середины колесной пары к оси пути, где радиус кривизны становится бесконечно большим, а затем кривизна меняет знак.

Известно, что вторая производная с отрицательным знаком равна кривизне кривой или

$$\frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{1}{\rho}. \quad (263a)$$

Переносим все члены в левую часть уравнения:

$$\frac{d^2y}{dx^2} + \frac{1}{\rho} = 0. \quad (263b)$$

Найдем $\frac{1}{\rho}$ из формулы (263) и подставим в последнее уравнение:

$$\frac{d^2y}{dx^2} + \frac{2n}{sr} y = 0. \quad (263c)$$

Обозначив $\frac{2n}{sr}$ через k^2 , получим:

$$\frac{d^2y}{dx^2} + k^2 y = 0. \quad (264)$$

Решая последнее уравнение, находим

$$y = A \sin kx + B \cos kx.$$

Для определения A и B принимаем следующие начальные условия:

$$\text{при } x = 0 \quad y = 0 \quad \text{и} \quad x = \frac{L}{4} \quad y = y_0.$$

В этом случае для траектории середины колесной пары получим выражение в следующем виде:

$$y = y_0 \sin kx$$

или

$$y = y_0 \sin \sqrt{\frac{2n}{sr}} x. \quad (264a)$$

Длина волны будет равна:

$$L = \frac{2\pi}{k} = 2\pi \sqrt{\frac{sr}{2n}}. \quad (264b)$$

Тангенс угла наклона оси будет равен:

$$\operatorname{tg} \alpha = y' = y_0 \sqrt{\frac{2n}{sr}} \cos \sqrt{\frac{2n}{sr}} x.$$

При $x = 0$

$$\operatorname{tg} \alpha = y_0' = y_0 \sqrt{\frac{2n}{sr}}. \quad (264c)$$

При изношенных бандажах $y_0 \cong \sigma \cong 20$ мм.

Период колебаний найдем из соотношения:

$$T_s = \frac{L}{V}, \quad (264d)$$

где V — скорость движения колесной пары в м/сек. Подставив в формулу (264b) вместо s , r и n их численные значения, получим, при $y_0 = 20$ мм:

$$L = 2\pi \sqrt{\frac{1,58 \cdot 0,525 \cdot 20}{2}} = 18,1 \text{ м};$$

$$\operatorname{tg} \alpha = 2 \sqrt{\frac{2}{20 \cdot 158 \cdot 52,5}} = 0,0069 \text{ и } \alpha \cong 4^\circ.$$

При коничности $\frac{1}{n} = \frac{1}{40}$ длина волны будет равна:

$$L_1 = 2\pi \sqrt{\frac{1,58 \cdot 0,525 \cdot 40}{2}} = 25,6 \text{ м}.$$

С уменьшением коничности бандажа увеличивается длина волны и период колебаний, следовательно, создаются более благоприятные условия для плавности хода вагона.

На фиг. 107 графически представлены результаты опытов инж. Caesar'a¹⁾ по определению длины волны и периода

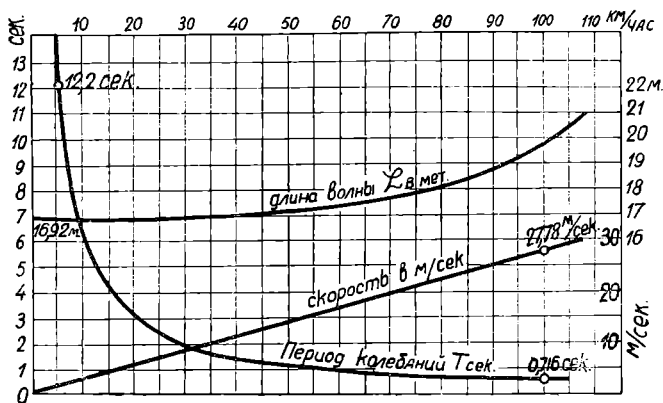
¹⁾ Org. f. d. F. d. E. 57 (1920), S. 501.

колебаний для различных скоростей движения отдельной колесной пары.

Как видно из фиг. 107, длина волны с увеличением скорости возрастает, что объясняется влиянием сил инерции колесной пары.

По формуле (264b), выведенной Клингелем, длину волны можно точно определить только для скоростей, не превышающих 40—45 километров в час.

При больших скоростях силы инерции колесной пары, а также трение колес о рельсы противодействуют влиянию и увеличивают длину волны.



Фиг. 107

Период колебаний T_s с изменением скорости от 65 до 105 км/час почти оставался постоянным, приближаясь к значению $T_s = 0,716$ сек.

Влиянию отдельной оси кузовов последует только тогда, когда буксы в своих направляющих имеют настолько большой разбег в продольном направлении, что все оси могут описывать одинаковые линии волн.

Движение колесной пары по закону, выраженному уравнением (264a), возможно только при достаточных разбегах между буксами и их направляющими.

Минимальный разбег на сторону в продольном направлении вагона, при расстоянии между буксами, равном 2114 мм, получим для $\alpha = 4^\circ$:

$$\frac{2114}{2} \cdot 0,0069 = 7,3 \text{ мм.}$$

Если зазоры в буксах меньше, то уменьшается амплитуда y_0 соответственно углу. В этом случае

$$y_0 = \sqrt{\frac{sr}{2n}} \operatorname{tg} \alpha.$$

Следовательно, с уменьшением игры в буксах уменьшается амплитуда колебаний в горизонтальном, поперечном направлении.

Кроме того, наличие силы трения между бандажами и рельсами, а также действие возвращающего усилия в рессорных подвесках, уменьшают угол α , несмотря на достаточную величину зазоров между буксами и их направляющими.

В роликовых подшипниках не допускаются зазоры, поэтому направляющие в рамах через роликовые кольца или другим способом должны обеспечить подвижность осей. По Roscard'у в симметричных тележках с базой в a м длина волны увеличивается в $\sqrt{1 + \left(\frac{a}{s}\right)^2}$ раз, сравнительно с одиночной колесной парой.

Тележка с базой в 2,5 м будет иметь длину волны $L = 33,3$ м.

Вагоны со свободно устанавливающимися осями более склонны к вилянию, так как у них колесные пары могут свободно устанавливаться.

Это свойство вагонов со свободно устанавливающимися осями было известно Клингелю еще в 1883 г.

Согласно уравнению (264b) можно увеличить длину волны путем изменения конусности бандажа, что и сделано в автомотриссе „Летучий Гамбуржец“. В нем конусность уменьшена до 1:40, вследствие чего получился более спокойный ход вагона.

До сих пор существует мнение, что коническая форма бандажей нужна для облегчения прохождения кривых, в то время как в действительности коническая форма бандажей служит только для затруднения образования проката.

Выбойны быстро образуются, когда бандажам предварительно придается цилиндрическая форма. Равномерное изнашивание по всей поверхности бандажа на городских железных дорогах объясняется незначительностью ширины бандажа, вследствие чего они долго сохраняют свою первоначальную цилиндрическую форму.

По Roscard'у каждая симметричная повозка неустойчива в том смысле, что извилистое движение сильно возрастает при резонансе.

Явление резонанса при движении вагона по рельсовому пути возможно в том случае, когда продолжительность вынужденных колебаний T_s равна периоду собственных колебаний обрессоренной части M_2 экипажа, имеющего еще необрессоренные массы M_1 .

В вертикальной плоскости на рельс действует масса $M = M_1 + M_2$, а в горизонтальной плоскости масса $M_y = \alpha M$ и поперечная сила Y , приложенная в горизонтальной плоскости к колесу, производящая изгиб рельса, колесной пары, буксовых направляющих и перемещающая раму вместе с кузовом.

Все упругие деформации в горизонтальной плоскости рельс назовем через f_y .

Для определения периода колебаний воспользуемся уравнением:

$$T_s = 2\pi \sqrt{\frac{m}{c}}$$

Здесь через m обозначена масса M_y и c — жесткость, соответствующая $Y : f_y$, где f_y обозначает все упругие деформации в горизонтальной плоскости рельс; следовательно, период собственных колебаний экипажа будет равен:

$$T_s = 2\pi \sqrt{\frac{M_y \cdot f_y}{Y}} \quad (265)$$

Выразим массу M_y через $\frac{Qi}{g}$, где Q — давление на колесо, i — число колес, g — ускорение силы тяжести; тогда, приняв $Q = Y$, получим:

$$T_s = 2\pi \sqrt{\frac{\alpha i f_y}{g}} \quad (265a)$$

Каждый боковой удар не только вращает кузов около вертикальной оси ZZ' , проходящей через центр тяжести, но и поворачивает его около продольной горизонтальной оси, вызывая изменения нагрузки на рессоры.

Поэтому для подсчета периода колебаний принимают не всю массу, а только ее известную часть.

Таким образом, возникает понятие об эквивалентной массе $M_y = \alpha M$, которая считается расположенной в плоскости верхней кромки рельс и воздействует так же, как реальная масса:

$$M = M_1 + M_2.$$

Для определения эквивалентной массы проф. Мейнке рекомендует применять следующую формулу:

$$M_y = M_1 + \frac{M_2}{\left(1 + \frac{12H}{b^2 + h^2}\right)} = \alpha M,$$

где H — расстояние от оси колесной пары до центра тяжести наддрессорных частей экипажа,

b — ширина кузова,

h — высота кузова.

По Мейнке можно брать:

для паровозов $\alpha = 0,6 - 0,63$,

для тендеров $\alpha = 0,55 - 0,58$.

Как при всяком колебании, для виляния необходимо определить критическую скорость.

Проф. Мейнке вводит понятие „предела виляния“ или допускаемой по условиям виляния скорости V_s , с которой колесо может набегать на рельс, не вызывая высоких давлений от реборд или разрушения ходовых частей и рельс.

Это воображаемое наиболее неблагоприятное положение экипажа в рельсовой колее.

При наличии этой скорости достигается степень безопасности, равная единице, в то время как требуется степень безопасности больше единицы.

Указанное воображаемое, наиболее неблагоприятное положение экипажа в рельсовой колее едва ли когда имеет место.

Если бы это положение часто имело место, то задолго до предела виляния ход экипажа ухудшился бы настолько что вагон, вследствие расстройства или грения шеек, выходил бы из эксплуатации.

Определение критической скорости связано с нахождением эквивалентной массы

$$M_y = \alpha M = \beta M_2 + \gamma M_1.$$

Коэффициент β будем определять по уравнению Dauner'a, которое для симметричного экипажа, воспринимающего нагрузку на подпятник, можно написать в такой форме:

$$\beta = \frac{1}{1 + \left(\frac{a}{2}\right)^2 \frac{M_2}{J_z} + \frac{M_2}{J_x} h^2}, \quad (266)$$

где a — база экипажа,

M_2 — обрессоренные массы,

J_z — момент инерции обрессоренных частей относительно оси ZZ ,

J_x — момент инерции обрессоренных частей относительно оси XX ,

h — расстояние от оси колесной пары до центра тяжести обрессоренных масс.

Моменты инерции J_x и J_z определяются аналитически или опытным путем, как это было выполнено Вацшапп'ом для вагонов и тележек типа Герлиц II.

Если оси так соединены с кузовом, что они могут свободно следовать своим извилистым движениям, то принимают в этом случае, что

$$\gamma = 1.$$

Если M_y определяется не так сложно, то определение f_y вызывает очень часто большие затруднения. Просто вычисляется величина $f_y: Y$ только для локомотивов, имеющих возвращающие устройства в тележках или бегунках.

Для вагонов до сих пор не определена величина f_y и поэтому нельзя воспользоваться уравнением (265а). В локомотивостроении с успехом используется трение скольжения в опорных конструкциях тележек, для уменьшения влияния, что также может иметь применение и в тележках товарных, но не пассажирских вагонов. Трение скольжения в скользунах тележек будет передаваться кузову в виде неприятных дрожаний, что нежелательно для пассажирских вагонов.

Большие амплитуды боковых колебаний кузова можно, в значительной мере, уменьшить при помощи гидравлических амортизаторов, получивших широкое применение на городских железных дорогах и автомобилях.

Нельзя вопрос влияния рассматривать с точки зрения наличия неизменяемой идеальной формы бандажа и рельса. Под влиянием износа профиль бандажа и рельса меняются. Поэтому проф. Мейнеке рекомендует за основание расчета взять допускаемую по условиям влияния наибольшую скорость, при которой сила бокового удара реборды не вызывает схода экипажа и разрушение рельс.

Удары реборды получаются при резонансе, когда амплитуда волнообразного движения превышает разбег между гребнем и головкой рельса, при прохождении закруглений без переходных, смягчающих кривых, при неравномерной ширине колеи, неравенстве диаметров бандажей на одной из колесных пар, при перекосе осей и других недостатках экипажа.

Боковая горизонтальная сила Y получает максимальное значение в первый момент удара. Так как рессоры в это время не успевают произвести свое воздействие, то этот

удар нужно рассматривать, как жесткий. Поэтому в уравнении (266) отпадает член $\frac{M_2}{J_x} h^2$; из необрессоренной массы M_1 первоначально действует только масса первой колесной пары, вторая колесная пара далеко отстоит от точки удара, что учтем при вычислении коэффициента α .

Предположим, что скорость набегания колеса на рельс равна $\frac{2V_s \cdot \sigma}{a}$ (где V_s — скорость движения поезда по рельсам в м/сек., 2σ — зазор между рельсами и ребордой колеса, a — база экипажа). Работа удара $\frac{M_y}{2} \left(\frac{2V_s \cdot \sigma}{a}\right)^2$ должна равняться работе деформаций $\frac{Y \cdot f_y}{2}$:

$$\frac{M_y}{2} \left(\frac{2V_s \cdot \sigma}{a}\right)^2 = \frac{Y \cdot f_y}{2}.$$

Отсюда найдем, что

$$V_s = \frac{a}{2\sigma} \sqrt{\frac{Y \cdot f_y}{M_y}} = \frac{a}{2\sigma} \sqrt{\frac{Y \cdot f_y \cdot g}{\alpha Q i}} = \frac{a}{2\sigma} \frac{1}{\sqrt{i}} \cdot \frac{1}{\sqrt{\alpha}} \sqrt{\frac{Y}{Q} f_y g}.$$

Можно положить $\alpha = \beta = \gamma$. Обозначив через d диагональ горизонтальной проекции параллелепипеда, эквивалентного массе экипажа, получим:

$$\alpha = \frac{1}{1 + \left(\frac{a}{2}\right)^2 : \frac{d^2}{12}} = \frac{1}{1 + 3\left(\frac{a}{d}\right)^2}.$$

Полученную зависимость можно графически изобразить в виде слегка закругленной линии в пределах $\frac{a}{d} = 0,3 \div 0,1$.

С достаточной точностью можно принять, что

$$\frac{1}{\sqrt{\alpha}} = \sqrt{1 + 3\left(\frac{a}{d}\right)^2} \cong 1,33 \frac{a}{d} + 0,67^1).$$

В уравнении для определения V_s под знаком корня стоит выражение, имеющее размерность скорости. В это выражение входит трудно определяемая величина f_y . Поэтому, определив эмпирическим путем величину $k = \sqrt{\frac{Y}{Q} f_y g}$, найдем критическую скорость для извилистого движения:

$$V_s \text{ км/час} = \frac{1,33 \frac{a}{d} + 0,67}{2\sigma \sqrt{i}} ak, \quad (267)$$

¹⁾ Org. f. d. Fortsch. d. Eisenb. 13 (1937), S. 238.

где $k = 0,63$ — для паровозов без бегунков,

$k = 0,5$ — для вагонов,

$k = 1,0$ — для тележек,

i — число колес в экипаже.

Зазор между головками рельс и ребордой берется равным $2\sigma = 0,025$ м для вагонов с неподвижными осями и $2\sigma = 0,035$ м для вагонов со свободной установкой осей.

Критические скорости, определенные по уравнению (267), даны в таблице 18.

Таблица 18

Тип экипажа	a м	d м	i	2σ м	k	V_s км/час
Пассажирские паровозы Рз Герм. ж. д.	4,5	6,8	6	0,025	0,63	74
Танк-паровозы	3,2	7,6	6	0,025	0,63	41
Пассажирские вагоны (с купе) Герм. ж. д.	6,5	10,5	6	0,035	0,50	80
Товарные вагоны (крытые) Герм. ж. д.	4,5	8,5	4	0,035	0,50	62
Тележки американского т.	2,15	2,3	4	0,025	1,00	115
Тележки Герлица тяжелого типа	3,6	—	4	0,025	—	196
Тележки двухосные Германской ж. д.	2,5	—	4	0,025	—	135
Пассажирские вагоны (без купе) Герм. ж. д.	8,5	—		0,035	—	130

Поперечные колебания кузова под влиянием извилистого движения можно выразить дифференциальными уравнениями следующего вида:

$$\left. \begin{aligned} d_0 x'' + (r_0^2 + d_0^2) \beta_3'' + (h - d) \beta_3 + \left(\frac{\varphi_1 l_1}{b_2} + \frac{\varphi_3 l_3}{b_3} \right) hg = 0, \\ x'' + d_0 \beta_3'' + \frac{g}{\lambda \cos \alpha} x - \frac{\mu_1 g}{\lambda} (\rho_1 + \rho_2) = F_y, \end{aligned} \right\} (268)$$

где F_y — силы действующие в поперечном направлении. В дальнейшем изложении исследуем вертикальные колебания и галопирование от прогиба рельсовой нитки, выбоин на бандажах и эксцентрисности колесных пар.

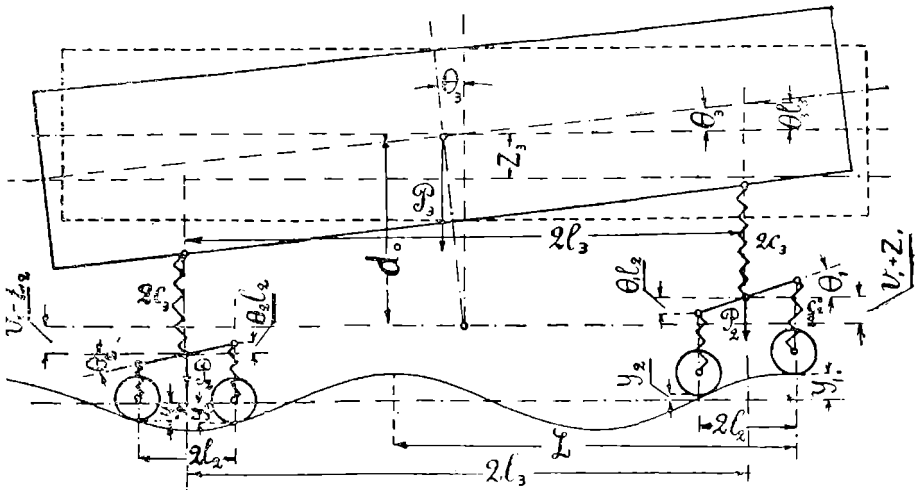
**ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ И ИХ ИНТЕГРАЛЫ ДЛЯ
ВЫНУЖДЕННЫХ КОЛЕБАНИЙ ТЕЛЕЖЕЧНЫХ ВАГОНОВ**

**Совместные вынужденные колебания при подпрыгивании
и галопировании вагонов**

При движении вагона по рельсам его кузов и тележка от прогиба рельсовой нитки приходят в колебательное движение.

Исследуем вынужденные вертикальные колебания и галопирование.

Оставляя ранее принятые обозначения, в дальнейших выводах вертикальные перемещения и угол поворота над-рессорных частей одной из тележек будем, соответственно, обозначать через $z_1 + v_1$ и θ_1 , а ординаты рельсовой нитки — y_1, y_2, y_3 и y_4 (фиг. 108).



Фиг. 108.

Запас кинетической энергии системы равен:

$$T = \frac{1}{2} \frac{P_3}{g} \cdot \dot{z}_3^2 + \frac{1}{2} \frac{P_3}{g} (r_{03}^2 + d_0^2) \dot{\theta}_3^2 + \frac{1}{2} \frac{P_2}{g} (\dot{z}_2^2 + \dot{z}_1^2 + \dot{v}_2^2 + \dot{v}_1^2) + \frac{1}{2} \frac{P_2}{g} (r_{02}^2 + h_1^2) (\dot{\theta}_2^2 + \dot{\theta}_1^2) + \frac{P_2}{g} (\dot{z}_1 \dot{v}_1 - \dot{z}_2 \dot{v}_2).$$

Потенциальная энергия системы равна:

$$\begin{aligned}
 V = & c_3 [(-z_3 + z_2 + \theta_3 l_3 - v_2)^2 + (-z_3 + z_1 - \theta_3 l_3 + \\
 & + v_1^2)] - P_3 d_0 \cos \theta_3 + \frac{c_2^0}{4} [(-z_2 + \theta_2 l_2 - y_1 + v_2)^2 + \\
 & + (-z_2 - \theta_2 l_2 - y_2 + v_2)^2 + (-z_1 + \theta_1 l_2 + y_3 - v_1)^2 + \\
 & + (-z_1 - \theta_1 l_2 + y_4 - v_1)^2] = c_3 [2z_3^2 + z_2^2 + z_1^2 + v_2^2 + v_1^2 + \\
 & + 2\theta_3^2 l_3^2 - 2(z_2 + z_1) z_3 + 2(v_2 - v_1) z_3 + 2(z_2 - z_1) \theta_3 l_3 - \\
 & - 2z_2 v_2 + 2z_1 v_1 - 2(v_2 + v_1) \theta_3 l_3] + \frac{c_2^0}{4} [2z_2^2 + 2\theta_2^2 l_2^2 + 2v_2^2 + \\
 & + y_1^2 + y_2^2 - 4z_2 v_2 + 2(y_1 + y_2) z_2 - 2(y_1 - y_2) \theta_2 l_2 - 2(y_1 + \\
 & + y_2) v_2 + 2z_1^2 + 2\theta_1^2 l_2^2 + y_3^2 + y_4^2 + 2v_1^2 - 2(y_3 + y_4) z_1 + \\
 & + 4z_1 v_1 + 2(y_3 - y_4) \theta_1 l_2 - 2(y_3 + y_4) v_1] - P_3 d_0 \cos \theta_3.
 \end{aligned}$$

Составим уравнения Лагранжа:

$$\begin{aligned}
 \frac{P_3}{g} \cdot \frac{d^2 z_3}{dt^2} + 4c_3 z_3 + 2c_3 (v_2 - v_1) - 2c_3 (z_2 + z_1) &= 0; \\
 \frac{P_2}{g} \left(\frac{d^2 z_2}{dt^2} - \frac{d^2 v_2}{dt^2} \right) + 2c_3 z_2 - 2c_3 z_3 - 2c_3 v_2 + c_2^0 z_2 - c_2^0 v_2 + \\
 + \frac{c_2^0}{2} (y_1 + y_2) + 2c_3 \theta_3 l_3 &= 0; \\
 \frac{P_2}{g} \left(\frac{d^2 z_1}{dt^2} + \frac{d^2 v_1}{dt^2} \right) + 2c_3 z_1 - 2c_3 z_3 + 2c_3 v_1 + c_2^0 z_1 + c_2^0 v_1 - \\
 - \frac{c_2^0}{2} (y_3 + y_4) - 2c_3 \theta_3 l_3 &= 0; \\
 \frac{P_3}{g} (r_{\theta_3}^2 + d_0^2) \frac{d^2 \theta_3}{dt^2} + (4c_3 l_3^2 - P_3 d_0) \theta_3 + \\
 + 2c_3 (z_2 - z_1) l_3 - 2c_3 (v_2 + v_1) l_3 &= 0; \\
 \frac{P_2}{g} \left(\frac{d^2 v_2}{dt^2} - \frac{d^2 z_2}{dt^2} \right) + 2c_3 v_2 + 2c_3 z_3 - 2c_3 z_2 - 2c_3 \theta_3 l_3 + \\
 + c_2^0 v_2 - c_2^0 z_2 - \frac{c_2^0}{2} (y_1 + y_2) &= 0; \\
 \frac{P_2}{g} \left(\frac{d^2 v_1}{dt^2} + \frac{d^2 z_1}{dt^2} \right) + 2c_3 v_1 - 2c_3 z_3 + 2c_3 z_1 - 2c_3 \theta_3 l_3 + c_2^0 v_1 + \\
 + c_2^0 z_1 - \frac{c_2^0}{2} (y_3 + y_4) &= 0; \\
 \frac{P_2}{g} (r_{\theta_2}^2 + h_1^2) \frac{d^2 \theta_2}{dt^2} + c_2^0 \theta_2 l_2^2 - \frac{c_2^0}{2} (y_1 - y_2) l_2 &= 0; \\
 \frac{P_2}{g} (r_{\theta_1}^2 + h_1^2) \frac{d^2 \theta_1}{dt^2} + c_2^0 \theta_1 l_2^2 + \frac{c_2^0}{2} (y_3 - y_4) l_2 &= 0.
 \end{aligned}$$

При базе пассажирских вагонов $2l_3 = 13,77 \div 14,0$ м и длине рельса $L = 15$ м без большой погрешности можно принять, что тележки на рельсовой нитке занимают идентичное положение.

В этом случае с достаточной точностью можно положить, что $z_1 \cong z_2$ и $v_2 \cong v_1$.

Подставим в выведенных уравнениях Лагранжа вместо z_1 и v_1 равные им значения z_2 и v_2 , получим:

$$\begin{aligned} \frac{P_3}{g} \cdot \frac{d^2 z_3}{dt^2} + 4c_3(z_3 - z_2) &= 0; \\ \frac{P_3}{g} \left(\frac{d^2 z_2}{dt^2} - \frac{d^2 v_2}{dt^2} \right) + (2c_3 + c_2^0) z_2 - 2c_3 z_3 - (2c_3 + c_2^0) v_2 + \\ &+ 2c_3 \theta_3 l_3 + \frac{c_2^0}{2} (y_1 + y_2) = 0; \\ \frac{P_2}{g} \left(\frac{d^2 z_2}{dt^2} + \frac{d^2 v_2}{dt^2} \right) + (2c_3 + c_2^0) z_2 - 2c_3 z_3 + (2c_3 + c_2^0) v_2 - \\ &- 2c_3 \theta_3 l_3 + \frac{c_2^0}{2} (y_3 + y_4) = 0. \end{aligned}$$

Сложив последние два уравнения, получим следующую систему уравнений:

$$\begin{aligned} \frac{P_3}{g} \cdot \frac{d^2 z_3}{dt^2} + 4c_3(z_3 - z_2) &= 0; \\ \frac{P_2}{g} \cdot \frac{d^2 z_2}{dt^2} + (2c_3 + c_2^0) z_2 - 2c_3 z_3 + \frac{c_2^0}{4} (y_1 + y_2 + y_3 + y_4) &= 0, \end{aligned}$$

что вполне соответствует указанным на стр. 211 уравнениям вертикальных колебаний.

$$\begin{aligned} \frac{P_3}{g} (r_{\theta_3}^2 + d_0^2) \frac{d^2 \theta_3}{dt^2} + (4c_3 l_3^2 - P_3 d_0) \theta_3 - 4c_3 l_3 v_2 &= 0; \\ \frac{P_2}{g} \left(\frac{d^2 v_2}{dt^2} - \frac{d^2 z_2}{dt^2} \right) + (2c_3 + c_2^0) v_2 + 2c_3 z_3 - (2c_3 + c_2^0) z_2 - \\ &- \frac{c_2^0}{2} (y_1 + y_2) - 2c_3 \theta_3 l_3 = 0; \\ \frac{P_2}{g} \left(\frac{d^2 v_2}{dt^2} + \frac{d^2 z_2}{dt^2} \right) + (2c_3 + c_2^0) v_2 - 2c_3 z_3 + (2c_3 + c_2^0) z_2 + \\ &+ \frac{c_2^0}{2} (y_3 + y_4) - 2c_3 \theta_3 l_3 = 0. \end{aligned}$$

Сложив последние два уравнения, получим:

$$\frac{P_3}{g}(r_{\theta_3}^2 + d_0^2) \frac{d^2\theta_3}{dt^2} + (4c_3l_3^2 - P_3d_0)\theta_3 - 4c_3l_3v_3 = 0;$$

$$\frac{P_2}{g} \cdot \frac{d^2v_2}{dt^2} + (2c_3 + c_2^0)v_2 - \frac{c_2^0}{4}(y_1 + y_2 - y_3 - y_4) - 2c_3\theta_3l_3 = 0,$$

получим систему уравнений для вынужденных колебаний кузова и тележки при галопировании.

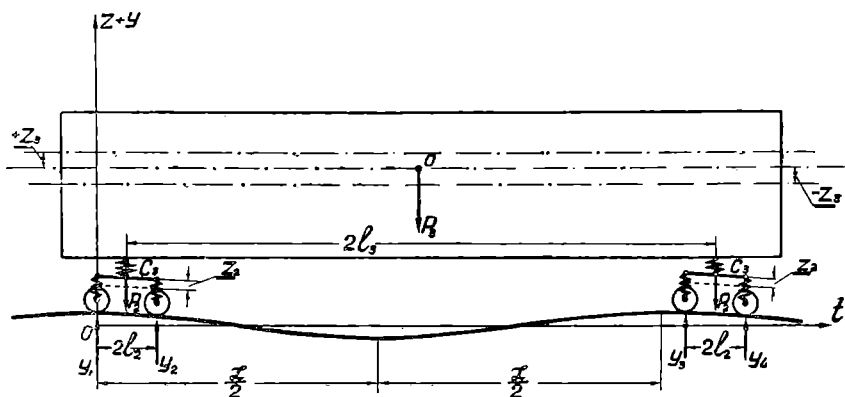
Учитывая, что трение незначительно влияет на изменение периода или частоты колебаний, будем в дальнейших выводах трение рассматривать только как амортизирующий фактор.

В следующей главе выведены дифференциальные уравнения вынужденных колебаний вагона для случая, когда тележки его занимают идентичное положение на рельсовой нитке.

Вертикальные перемещения от прогиба рельсовой нитки

Дифференциальные уравнения вертикальных перемещений кузова и тележки от прогиба рельсовой нитки выведем применительно к схеме, указанной на фиг. 108а.

Время t относим к первому колесу, второе колесо при скорости движения V_0 находится от начального времени $t = 0$ на отрезке времени, равном $\frac{2l_2}{V_0}$; третье колесо отстоит



Фиг. 108а

от первого на отрезке времени, равном $\frac{2l_3 - L}{V_0}$, и четвертое колесо — на отрезке времени $\frac{2l_3 + 2l_2 - L}{V_0}$, где L — длина периодических неровностей рельс.

Сумму всех усилий, действующих в вертикальном направлении, можно написать в следующем виде:

$$F_z = \frac{c_2^0}{2} \left[-\frac{4\mu g}{K} + a \cos nt + a \cos n \left(t + \frac{2l_2}{V_0} \right) + \right. \\ \left. + a \cos n \left(t + \frac{2l_3 - L}{V_0} \right) + a \cos n \left(t + \frac{2l_3 + 2l_2 - L}{V_0} \right) \right] \quad (269)$$

Подставим полученное значение для F_z в систему уравнений (248), будем иметь:

$$\frac{d^2 z_2}{dt^2} + \frac{c_3^0}{m_3} z_3 - \frac{c_3^0}{m_3} z_2 + \varphi_3 g = 0; \\ \frac{d^2 z_2}{dt^2} - \frac{c_3^0}{2m_2} z_3 + \frac{c_3^0 + 2c_2^0}{2m_2} z_2 + \frac{c_2^0}{m_2} \varphi_1 f_1 - \frac{c_3^0}{2m_2} \varphi_3 f_3 = \\ = -\frac{c_2^0}{4m_2} \left\{ -\frac{4\mu g}{K} + a \left[\cos nt + \cos n \left(t + \frac{2l_2}{V_0} \right) + \right. \right. \\ \left. \left. + \cos n \left(t + \frac{2l_3 - L}{V_0} \right) + \cos n \left(t + \frac{2l_3 + 2l_2 - L}{V_0} \right) \right] \right\}. \quad (269a)$$

Общее решение данной системы уравнений можно написать в следующем виде:

$$z_2 = A_2 \cos k_1 t + C_2 \sin k_1 t + B_2 \cos k_2 t + D_2 \sin k_2 t - \\ - \varphi_1 f_1 + M - N \left[\cos nt + \cos n \left(t + \frac{2l_2}{V_0} \right) + \right. \\ \left. + \cos n \left(t + \frac{2l_3 - L}{V_0} \right) + \cos n \left(t + \frac{2l_3 + 2l_2 - L}{V_0} \right) \right]; \\ z_3 = \frac{c_3^0 + 2c_2^0 - 2m_2 k_1^2}{c_3^0} (A_2 \cos k_1 t + C_2 \sin k_1 t) + \\ + \frac{c_3^0 + 2c_2^0 - 2m_2 k_2^2}{c_3^0} (B_2 \cos k_2 t + D_2 \sin k_2 t) - \\ - \frac{c_3^0 + 2c_2^0 - 2m_2 n^2}{c_3^0} N \left[\cos nt + \cos n \left(t + \frac{2l_2}{V_0} \right) + \right. \\ \left. + \cos n \left(t + \frac{2l_3 - L}{V_0} \right) + \cos n \left(t + \frac{2l_3 + 2l_2 - L}{V_0} \right) \right] + \\ + \frac{ac_2^0}{2c_3^0} \left[\cos nt + \cos n \left(t + \frac{2l_2}{V_0} \right) + \cos n \left(t + \frac{2l_3 - L}{V_0} \right) + \right. \\ \left. + \cos n \left(t + \frac{2l_3 + 2l_2 - L}{V_0} \right) \right] - \varphi_1 f_1 - \varphi_3 f_3 + \\ + \frac{c_3^0 + 2c_2^0}{c_3^0} M - \frac{2c_2^0}{c_3^0} \cdot \frac{\mu g}{K}. \quad (269b)$$

Подставляя значения z_2 , z_3 , z_2'' и z_3'' в уравнения (269а), путем сравнения коэффициентов, получим:

$$-\frac{2m_2}{c_3^0} \left[n^4 - \left(\frac{c_3^0 + 2c_2^0}{2m_2} + \frac{c_3^0}{m_3} \right) n^2 + \frac{c_2^0 c_3^0}{m_2 m_3} \right] N = \frac{ac_2^0 (n^2 m_3 - c_3^0)}{2m_3 c_3^0}.$$

Отсюда найдем

$$\begin{aligned} N &= \frac{ac_2^0 (n^2 m_3 - c_3^0)}{4m_2 m_3 \left[n^4 - \left(\frac{c_3^0 + 2c_2^0}{2m_2} + \frac{c_3^0}{m_3} \right) n^2 + \frac{c_2^0 c_3^0}{m_2 m_3} \right]} = \\ &= \frac{\frac{c_2^0}{4m_2} \left(\frac{c_3^0}{m_3} - n^2 \right) a}{n^4 - \left(\frac{c_3^0 + 2c_2^0}{2m_2} + \frac{c_3^0}{m_3} \right) n^2 + \frac{c_2^0 c_3^0}{m_2 m_3}}; \end{aligned} \quad (269c)$$

$$M = -\frac{\mu g}{K}. \quad (269d)$$

Частоты k_1 и k_2 свободных колебаний определяются из характеристического уравнения:

$$r^4 - \left(\frac{c_3^0 + 2c_2^0}{2m_2} + \frac{c_3^0}{m_3} \right) r^2 + \frac{c_2^0 c_3^0}{m_2 m_3} = 0.$$

Для определения постоянных A_2 , B_2 , C_2 и D_2 , принимаем следующие начальные условия, при $t = 0$:

$$\begin{aligned} z_2 &= A_2 + B_2 - \varphi_1 f_1 + M - N \left(1 + \cos n \frac{2l_2}{V_0} + \right. \\ &+ \left. \cos n \frac{2l_3 - L}{V_0} + \cos n \frac{2l_3 + 2l_2 - L}{V_0} \right) = -z_2^0 + M - \\ &- N \left(1 + \cos n \frac{2l_2}{V_0} + \cos n \frac{2l_3 - L}{V_0} + \cos n \frac{2l_3 + 2l_2 - L}{V_0} \right). \end{aligned}$$

или

$$A_2 + B_2 = -z_2^0 + \varphi_1 f_1; \quad (270)$$

$$\begin{aligned} z_3 &= \frac{c_3^0 + 2c_2^0 - 2m_2 k_1^2}{c_3^0} A_2 + \frac{c_3^0 + 2c_2^0 - 2m_2 k_2^2}{c_3^0} B_2 - \\ &- \varphi_1 f_1 - \varphi_3 f_3 - M + \left(\frac{ac_2^0}{2c_3^0} - \frac{c_3^0 + 2c_2^0 - 2m_2 n^2}{c_3^0} N \right) \left(1 + \right. \\ &+ \left. \cos n \frac{2l_2}{V_0} + \cos n \frac{2l_3 - L}{V_0} + \cos n \frac{2l_3 + 2l_2 - L}{V_0} \right) = \\ &= -z_3^0 + M + \left(\frac{ac_2^0}{2c_3^0} - \frac{c_3^0 + 2c_2^0 - 2m_2 n^2}{c_3^0} N \right) \left(1 + \cos n \frac{2l_2}{V_0} + \right. \\ &+ \left. \cos n \frac{2l_3 - L}{V_0} + \cos n \frac{2l_3 + 2l_2 - L}{V_0} \right) \end{aligned}$$

или

$$\frac{c_3^0 + 2c_2^0 - 2m_2k_1^2}{c_3^0} A_2 + \frac{c_3^0 + 2c_2^0 - 2m_2k_2^2}{c_3^0} B_2 = -z_3^0 + \varphi_1 f_1 + \varphi_3 f_3. \quad (270a)$$

Кроме того, принимаем, что при $t=0$

$$z_2' = -Nn \left(\sin n \frac{2l_2}{V_0} + \sin \frac{2l_3 - L}{V_0} n + \sin \frac{2l_3 + 2l_2 - L}{V_0} n \right);$$

$$z_3' = - \left(\frac{c_3^0 + 2c_2^0 - 2m_2n^2}{c_3^0} N - \frac{ac_2^0}{2c_3^0} \right) \left(\sin \frac{2l_2}{V_0} n + \sin \frac{2l_3 - L}{V_0} n + \sin \frac{2l_3 + 2l_2 - L}{V_0} n \right) n.$$

Следовательно,

$$C_2 = D_2 = 0.$$

Решаем совместно уравнения (270) и (270a):

$$A_2 + B_2 = -z_2^0 + \varphi_1 f_1 = -(z_2^0 - \varphi_1 f_1);$$

$$\frac{c_3^0 + 2c_2^0 - 2m_2k_1^2}{c_3^0} A_2 + \frac{c_3^0 + 2c_2^0 - 2m_2k_2^2}{c_3^0} B_2 = -z_3^0 + \varphi_1 f_1 + \varphi_3 f_3.$$

Находим:

$$A_2 = \frac{-(z_2^0 - \varphi_1 f_1)(c_3^0 + 2c_2^0 - 2m_2k_2^2) + c_3^0(z_3^0 - \varphi_1 f_1 - \varphi_3 f_3)}{2m_2(k_1^2 - k_2^2)}; \quad (271)$$

$$B_2 = \frac{(z_2^0 - \varphi_1 f_1)(c_3^0 + 2c_2^0 - 2m_2k_1^2) - c_3^0(z_3^0 - \varphi_1 f_1 - \varphi_3 f_3)}{2m_2(k_1^2 - k_2^2)}. \quad (271a)$$

В дальнейшем для сокращения письма обозначим через

$$A_3 = \frac{c_3^0 + 2c_2^0 - 2m_2k_1^2}{c_3^0} A_2 \quad \text{и} \quad B_3 = \frac{c_3^0 + 2c_2^0 - 2m_2k_2^2}{c_3^0} B_2. \quad (271b)$$

Для определения амплитуды колебаний тележки и кузова будем иметь следующие формулы:

$$z_2 = \frac{-(z_2^0 - \varphi_1 f_1)(c_3^0 + 2c_2^0 - 2m_2k_2^2) + c_3^0(z_3^0 - \varphi_1 f_1 - \varphi_3 f_3)}{2m_2(k_1^2 - k_2^2)} \cos k_1 t +$$

$$+ \frac{(z_2^0 - \varphi_1 f_1)(c_3^0 + 2c_2^0 - 2m_2k_1^2) - c_3^0(z_3^0 - \varphi_1 f_1 - \varphi_3 f_3)}{2m_2(k_1^2 - k_2^2)} \cos k_2 t -$$

$$- \varphi_1 f_1 - \frac{4\mu g}{K} + \frac{\frac{c_2^0}{4m_2} a \left(n^2 - \frac{c_3^0}{m_3} \right)}{n^4 - \left(\frac{c_3^0 + 2c_2^0}{2m_2} + \frac{c_3^0}{m_3} \right) n^2 + \frac{c_2^0 c_3^0}{m_2 m_3}} \times$$

$$\times \left[\cos nt + \dots + \cos n \left(t + \frac{2l_3 + 2l_2 - L}{V_0} \right) \right]; \quad (271c)$$

$$\begin{aligned}
 z_3 = & A_3 \cos k_1 t + B_3 \cos k_2 t + \\
 + & \left[\frac{ac_2^0}{2c_3^0} - \frac{\frac{c_2^0}{4m_2} \left(n^2 - \frac{c_3^0}{m_3} \right) a}{n^4 - \left(\frac{c_3^0 + 2c_2^0}{2m_2} + \frac{c_3^0}{m_3} \right) n^2 + \frac{c_2^0 c_3^0}{m_2 m_3}} \cdot \frac{c_3^0 + 2c_2^0 - m_2 n^2}{c_3^0} \right] \times \\
 & \times \left[\cos nt + \dots + \cos n \left(t + \frac{2l_3 + 2l_2 - L}{V_0} \right) \right] - \\
 & - \varphi_1 f_1 - \varphi_3 f_3 - \frac{4\mu g}{K}. \quad (271d)
 \end{aligned}$$

Как видно из уравнений (271c) и (271d), при

$$n^2 = \frac{c_3^0}{m_3}$$

вынужденные колебания тележки от прогибов рельсовой нитки прекращаются, а колебания кузова значительно уменьшаются. Скорость движения вагона, при которой возможны затухания вынужденных колебаний, определим из следующих выражений:

$$n = \frac{2\pi}{\tau} = \left(\frac{c_3^0}{m_3} \right)^{\frac{1}{2}}, \quad (272)$$

где τ — время, в течение которого проходит путь, равный длине рельс L .

Следовательно,

$$\tau = \frac{L}{V}. \quad (272a)$$

Подставим в формулу (272) вместо τ его новое значение, взятое из формулы (272a), получим:

$$n = \frac{2\pi}{L} V.$$

Отсюда находим:

$$V = \frac{nL}{2\pi}. \quad (272b)$$

В условиях резонанса теоретически амплитуда колебаний будет стремиться беспрерывно возрастать.

Появление резонанса возможно в случае, когда частота свободных и вынужденных колебаний совпадает, т. е. при $k = n$.

В этом случае знаменатель

$$\begin{aligned}
 & n^4 - \left(\frac{c_3^0 + 2c_2^0}{2m_2} + \frac{c_3^0}{m_3} \right) n^2 + \frac{c_2^0 c_3^0}{m_2 m_3} = \\
 & = k^4 - \left(\frac{c_3^0 + 2c_2^0}{2m_2} + \frac{c_3^0}{m_3} \right) k^2 + \frac{c_2^0 c_3^0}{m_2 m_3} = 0
 \end{aligned}$$

и амплитуды вынужденных колебаний будут стремиться возрастать до бесконечности, если трение незначительно.

При $k = n$ возможности появления резонанса способствуют выбранные величины базы $2l_3$ и $2l_2$, определяемые из условия, что в этом случае косинусы, стоящие в квадратных скобках выражений (271с) и (271d), должны иметь одинаковые знаки. Это возможно, когда выбрано такое соотношение между значениями $2l_3$ и $2l_2$, которое удовлетворяет равенствам:

$$\cos(nt + p\pi) = \cos n \left(t + \frac{2l_2}{V_0} \right),$$

$$\cos(nt + p_1\pi) = \cos n \left(t + \frac{2l_3 - L}{V_0} \right),$$

$$\cos(nt + p_2\pi) = \cos n \left(t + \frac{2l_3 + 2l_2 - L}{V_0} \right),$$

где значения p , p_1 и p_2 — целые четные числа. Приравнявая друг другу значения тригонометрических аргументов в каждом из этих равенств, получим:

$$nt + p\pi = nt + n \frac{2l_2}{V_0},$$

$$nt + p_1\pi = nt + n \frac{2l_3 - L}{V_0},$$

$$nt + p_2\pi = nt + n \frac{2l_3 + 2l_2 - L}{V_0}.$$

Тогда при $n = \frac{2\pi}{\tau} = \frac{2\pi V_0}{L}$ будем иметь:

$$2l_2 = \frac{pL}{2},$$

$$2l_3 - L = \frac{p_1 L}{2},$$

$$2l_3 + 2l_2 - L = \frac{p_2 L}{2}.$$

Отсюда

$$p + p_1 = p_2.$$

Выбирая, например, $p = 2$ и $p_1 = 4$, получим $p_2 = 6$ и

$$2l_2 = L; \quad 2l_3 = 3L.$$

Полученные значения для $2l_3$ и $2l_2$ не соответствуют существующим длинам тележек и вагонов.

Наибольшие амплитуды колебаний будут получены при условии совпадения направлений свободных и вынужденных колебаний.

При принятых начальных условиях можно написать:

$$A_2 + B_2 + \varphi_1 f_1 = z_2^0;$$

$$\frac{c_3^0 + 2c_2^0 - 2m_2 k_1^2}{c_3^0} A_2 + \frac{c_3^0 + 2c_2^0 - 2m_2 k_2^2}{c_3^0} B_2 + \varphi_1 f_1 + \varphi_3 f_3 = z_3^0.$$

Решая совместно полученные уравнения, найдем:

$$A_2 = \frac{(z_2^0 - \varphi_1 f_1)(c_3^0 + 2c_2^0 - 2m_2 k_2^2) - c_3^0(z_3^0 - \varphi_1 f_1 - \varphi_3 f_3)}{2m_2(k_1^2 - k_2^2)}; \quad (273)$$

$$B_2 = - \frac{(z_2^0 - \varphi_1 f_1)(c_3^0 + 2c_2^0 - 2m_2 k_1^2) - c_3^0(z_3^0 - \varphi_1 f_1 - \varphi_3 f_3)}{2m_2(k_1^2 - k_2^2)}. \quad (273a)$$

В дальнейших расчетах при определении амплитуд колебаний в уравнениях (271c) и (271d) будем вместо A_2 и B_2 подставлять найденные для них значения из уравнений (273) и (273a).

Для графического изображения изменения амплитуд при резонансе решение системы дифференциальных уравнений (269a) необходимо выразить через t и синусы в следующей форме:

$$z_2 = \frac{ac_2^0 \left(\frac{c_3^0}{m_3} - n^2 \right) t}{8m_2 n \left(\frac{c_3^0 + 2c_2^0}{2m_2} + \frac{c_3^0}{m_3} - 2n^2 \right)} \cdot \left[\sin(nt) + \sin \left(t + \frac{2l_2}{V_0} \right) n + \right. \\ \left. + \sin \left(t + \frac{2l_3 - L}{V_0} \right) n + \sin \left(t + \frac{2l_3 + 2l_2 - L}{V_0} \right) n \right] + \\ + A_2 \cos k_1 t + B_2 \cos k_2 t + \varphi_1 f_1 - \frac{\mu g}{K}; \quad (274)$$

$$z_3 = A_3 \cos k_1 t + B_3 \cos k_2 t + \varphi_1 f_1 + \varphi_3 f_3 - \frac{\mu g}{K} - \\ - \frac{ac_2^0 \left(\frac{c_3^0 + 2c_2^0}{2m_2} - n^2 \right)}{2c_3^0 \left(\frac{c_3^0 + 2c_2^0}{2m_2} + \frac{c_3^0}{m_3} - 2n^2 \right)} \left[\cos nt + \cos n \left(t + \frac{2l_2}{V_0} \right) + \right. \\ \left. + \cos n \left(t + \frac{2l_3 - L}{V_0} \right) + \cos n \left(t + \frac{2l_3 + 2l_2 - L}{V_0} \right) \right] + \\ + \frac{ac_2^0 \left(\frac{c_3^0}{m_3} - n^2 \right) \left(\frac{c_3^0 + 2c_2^0}{2m_2} - n^2 \right) t}{4c_3^0 \left(\frac{c_3^0 + 2c_2^0}{2m_2} + \frac{c_3^0}{m_3} - 2n^2 \right) n} \cdot \left[\sin(nt) + \sin \left(t + \frac{2l_2}{V_0} \right) n + \right. \\ \left. + \dots \sin \left(t + \frac{2l_3 + 2l_2 - L}{V_0} \right) n \right]. \quad (274a)$$

Значения A_2 и B_2 в выражениях (274) и (274a) берутся из формул (273) и (273a).

Как видно из формул (274) и (274а), при $\frac{c_3^0}{m_3} = n^2$, что соответствует скорости движения

$$V = \frac{nL}{2\pi},$$

вынужденных колебаний тележки от прогиба рельсовой нитки не будет.

Точно так же значительно уменьшатся амплитуды колебаний кузова.

Когда в вагоне масса $2m_2$ и жесткости рессор c_3^0 и c_2^0 подобраны так, что

$$\frac{c_3^0 + 2c_2^0}{2m_2} = n^2,$$

то при скорости $V = \frac{nL}{2\pi}$ кузов не будет иметь вынужденных колебаний.

Для проверки качества хода построим амплитуды колебаний для различных вагонов при критической скорости, зависящей от жесткости рессор и величины надрессорных частей кузова и тележек.

Для подсчета критических скоростей и частоты колебаний воспользуемся примерами, приведенными на стр. 152—156.

Примеры

Определим величину амплитуд вынужденных колебаний для пассажирского спального мягкого вагона с тележкой 3-го подвешивания.

Характеристика вагона:

$$P_3 = 44\,000 \text{ кг}; \quad P_2 = 3870 \text{ кг}; \quad c_3^0 = 2600 \text{ кг/см}; \quad \frac{c_3^0}{m_3} = 58 \frac{1}{\text{сек.}^2};$$

$$c_2^0 = 1900 \text{ кг/см}; \quad \frac{c_2^0}{m_2} = 483 \frac{1}{\text{сек.}^2}; \quad \frac{c_3^0}{2m_2} = 350 \frac{1}{\text{сек.}^2}; \quad k_1^2 = 858 \frac{1}{\text{сек.}^2};$$

$$k_2^2 = 33 \frac{1}{\text{сек.}^2}; \quad T_1 = 0,215 \text{ сек.}; \quad T_2 = 1,1 \text{ сек.}; \quad \varphi_3 f_3 = 5,6 \text{ мм};$$

$$\varphi_1 f_1 = 6,5 \text{ мм}; \quad A_3 = 0,07 \text{ мм}; \quad A_2 = -0,96 \text{ мм}; \quad B_3 = -79,9 \text{ мм}$$

и $B_2 = -34,5 \text{ мм}.$

Критическая скорость для колебаний малой частоты при длине рельса $L = 15 \text{ м}$:

$$V_{кр} = 3,6 \frac{k_2 L}{2\pi} = 49,3 \text{ км/час.}; \quad k_2 = n_2 = 1,82\pi \frac{1}{\text{сек.}} = 5,75 \frac{1}{\text{сек.}}$$

Критическая скорость для колебаний высокой частоты:

$$k_1 = n_1 = \sqrt{858} = 29,3 \frac{1}{\text{сек.}^2}; \quad V_{кр} = 3,6 \frac{k_1 L}{2\pi} = 250 \text{ км/час.}$$

Определим величины:

$$\frac{ac_2^0 \left(\frac{c_3^0}{m_3} - n^2 \right)}{8m_2 n \left(\frac{c_3^0 + 2c_2^0}{2m_2} + \frac{c_3^0}{m_3} - 2n^2 \right)} = \frac{483(58 - 33)a}{8 \cdot 5,75(350 + 483 - 66)} = 0,28a \text{ см/сек.};$$

$$\frac{ac_2^0 \left(\frac{c_3^0 + 2c_2^0}{2m_2} - n^2 \right)}{2c_3^0 \left(\frac{c_3^0 + 2c_2^0}{2m_2} + \frac{c_3^0}{m_3} - 2n^2 \right)} = \frac{1900 \cdot 800 \cdot a}{2 \cdot 2600 \cdot 825} = 0,354a \text{ см};$$

$$\frac{ac_2^0 \left(\frac{c_3^0}{m_3} - n^2 \right) \left(\frac{c_3^0 + 2c_2^0}{2m_2} - n^2 \right)}{c_3^0 \left(\frac{c_3^0 + 2c_2^0}{2m_2} + \frac{c_3^0}{m_3} - 2n^2 \right) n} = \frac{1900 \cdot 22 \cdot 800 \cdot a}{2600 \cdot 825 \cdot 5,75} = 2,72a \text{ см/сек.};$$

$$n \frac{2l_2}{V_0} = 0,3\pi; \quad n \frac{2l_3 - L}{V_0} = 1,9\pi;$$

$$n \frac{2l_3 + 2l_2 - L}{V} = 0,2\pi \quad \text{и} \quad \frac{\mu g}{K} = \frac{7250}{48000} = 1,5 \text{ мм.}$$

При $t = 0$.

$$z_2 = -1,5 \text{ мм}; \quad z_3 = -1,5 - 0,354a \left(1 + \cos \frac{\pi}{3} + \right. \\ \left. + \cos 1,9\pi + \cos 0,2\pi \right) = -1,5 - 1,2a \text{ мм.}$$

При $t = \frac{T}{4} = \frac{2\pi}{4k_2} = 0,275 \text{ сек.}$:

$$z_2 = 0,28 \frac{2\pi}{4k_2} \left(\sin \frac{\pi}{2} + \sin 0,8\pi + \sin 0,4\pi + \sin 0,7\pi \right) a - 1,5 = \\ = -1,5 + \frac{0,28}{2 \cdot 1,82} (1 + 0,59 + 0,95 + 0,81) a = -1,5 + 0,26a \text{ мм};$$

$$z_3 = -1,5 - 0,354 \left(\cos \frac{\pi}{2} + \cos 0,8\pi + \cos 0,4\pi + \cos 0,7\pi \right) a + \\ + \frac{2,72}{4} \cdot 0,275 \cdot 3,35a = -1,5 + 0,39a + 0,62a = a - 1,5 \text{ мм.}$$

При $t = \frac{T}{2} = \frac{2\pi}{2k_2} = 0,55 \text{ сек.}$:

$$z_2 = 0,28 \cdot 0,55 (\sin \pi + \sin 1,3\pi + \sin 0,9\pi + \sin 1,2\pi) a - 1,5 = \\ = -0,17a - 1,5 \text{ мм};$$

$$z_3 = -1,5 - 0,354 (\cos \pi + \cos 1,3\pi + \cos 0,9\pi + \cos 1,2\pi) a + \\ + \frac{0,55}{4} (-3) a = 0,78a - 1,5 \text{ мм.}$$

При $t = \frac{3}{4} T = \frac{3}{4} \frac{2\pi}{k_2} = 0,825 \text{ сек.}$:

$$z_2 = 0,28 \cdot 0,825 (\sin 1,5\pi + \sin 1,8\pi + \sin 1,4\pi + \sin 1,7\pi) - 1,5 = \\ = -0,77a - 1,5 \text{ мм;}$$

$$z_3 = -1,5 - 0,384 (\cos 1,5\pi + \cos 1,8\pi + \cos 1,4\pi + \cos 1,7\pi) a + \\ + \frac{2,72}{4} 0,825 (-3,35) a = -2,26a - 1,5 \text{ мм.}$$

При $t = T = \frac{2\pi}{k_2} = 1,1 \text{ сек.}$:

$$z_2 = 0,28 \cdot 1,1 (\sin 2\pi + \sin 0,3\pi + \sin 1,9\pi + \sin 0,2\pi) a - 1,5 = \\ = 0,34a - 1,5 \text{ мм;}$$

$$z_3 = -1,5 - 0,354 (\cos 2\pi + \cos 0,3\pi + \cos 1,9\pi + \cos 0,2\pi) a + \\ + \frac{2,72}{4} \cdot 1,1 \cdot 1,1 a = -0,37a - 1,5 \text{ мм.}$$

Амплитуды вынужденных колебаний кузова и тележки даны в таблице 19 для $a = 10 \text{ мм}$.

Таблица 19

$t \text{ сек.}$	0	$\frac{T}{4}$	$\frac{T}{2}$	$\frac{3}{4} T$	T	$\frac{5}{4} T$	$\frac{3}{2} T$	$\frac{7}{4} T$	$2T$
$z_2 \text{ мм}$	-42,5	-5,4	25	-2,7	-13	5	—	—	—
$z_3 \text{ мм}$	-105,5	-3,6	74	-12	-49	21,4	17,5	—	—

Изменение амплитуд вынужденных колебаний кузова и тележки в течение двух периодов даны на (фиг. 109).

Как видно из фиг. 109, амплитуды колебаний в течение двух периодов не превышают величины стрелы трения листовых буксовых и люлечных рессор, поэтому при $2a = 20 \text{ мм}$ четырехосный спальный вагон при критической скорости не будет иметь возрастания амплитуд колебаний.

Фактически, кроме сил трения в листовых рессорах, в поглощении колебаний участвует трение, возникающее между буксами и буксовыми направляющими.

При движении вагон испытывает сопротивление, равное

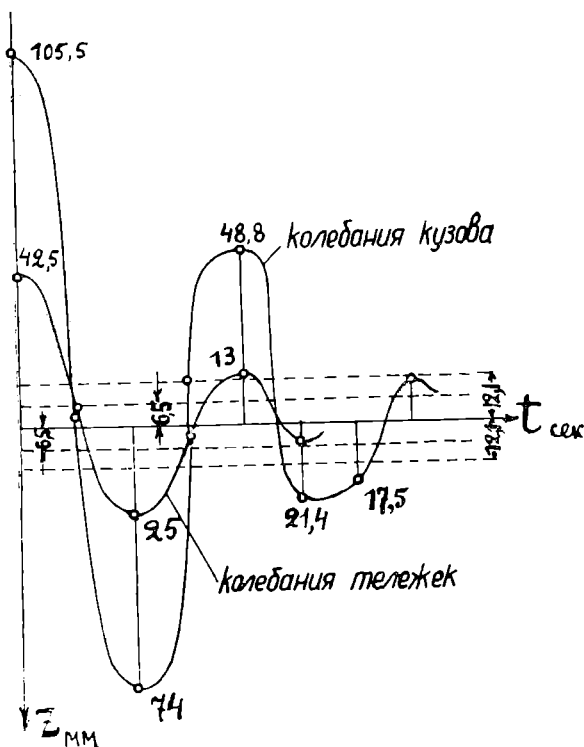
$$W = w_0 Q, \quad (275)$$

где W — в кг полное сопротивление тележек вагона при скорости V км/час;

w_0 — в кг/м удельное сопротивление тележек вагона, определяемое по формуле:

$$w_0 = a + bV + cV^2$$

(a , b и c — выбираются в зависимости от типа вагона);



Фиг. 109

Q — вес всего вагона в тоннах.

Горизонтальное давление s на буксу от сопротивления четырехосного вагона будет равно:

$$s = \frac{w_0 Q}{8} \text{ кг.}$$

Сила трения между буксой и буксовой направляющей при коэффициенте трения ψ_1 будет равна:

$$T = \psi_1 s = \frac{w_0 \psi_1 Q}{8} \text{ кг,}$$

вследствие чего мертвая зона для надбуксовой листовой рессоры значительно увеличивается и происходит более быстрое затухание колебаний, чем на графике фиг. 109.

Как видно из фиг. 109, колебания кузова и тележки будут затухающими. В этом можно убедиться и без построения графика.

В течение полупериода времени амплитуда z_2 может увеличиваться от возмущающих сил на величину, равную:

$$\Delta z_2 = \frac{ac_2^0 \left(\frac{c_3^0}{m_3} - n^2 \right) \frac{\pi}{n}}{8m_2n \left(\frac{c_3^0 + 2c_2^0}{2m_2} + \frac{c_3^0}{m_3} - 2n^2 \right)} \left[\sin(nt) + \sin \left(t + \frac{2l_2}{V_0} \right) n + \dots \right] =$$

$$= (0,77 - 0,26) a = 0,51a.$$

Появление резонанса для тележек возможно только в том случае, если Δz_2 будет больше или равно двойной стреле трения $2\varphi_1 f_1$ или

$$\Delta z_2 = 0,51a = 2 \cdot 6,5 = 13 \text{ мм.}$$

Отсюда найдем, что

$$a_{max} = \frac{13}{0,51} = 26 \text{ мм.}$$

Наибольшее возможное значение суммы синусов может быть только равным 4, поэтому для четырехосного вагона наибольшее значение a найдем из соотношения:

$$\Delta z_2 = \frac{\frac{ac_2^0 \pi \left(\frac{c_3^0}{m_3} - n^2 \right)}{\pi}}{2m_2n \left(\frac{c_3^0 + 2c_2^0}{2m_2} + \frac{c_3^0}{m_3} - 2n^2 \right)} = 0,75a = 13 \text{ мм.}$$

Отсюда

$$2a = \frac{13}{0,375} = 35 \text{ мм} = \frac{2\varphi_1 f_1}{0,375} \approx 5,5\varphi_1 f_1.$$

Г Л А В А III

Галопирование кузова вагона и тележек от прогиба рельсовых ниток

Приняв, что $1 \pm \varphi_3 \approx 1$ и $1 \pm \varphi_1 \approx 1$, при обозначениях, принятых на стр. 173—174, получим следующие дифференциальные уравнения для вынужденных колебаний кузова и тележек:

$$\frac{d^2\theta_3}{dt^2} + \frac{c_3^0 l_3^2 - P_3 d_0}{m_3 (r_{\theta_3}^2 + d_0^2)} \theta_3 - \frac{c_3^0 l_3}{m_3 (r_{\theta_3}^2 + d_0^2)} v_2 +$$

$$+ \frac{c_3^0 \varphi_3 f_3 l_3}{m_3 (r_{\theta_3}^2 + d_0^2)} = 0; \quad (276)$$

$$\begin{aligned}
\frac{d^2 v_2}{dt^2} - \frac{c_3^0 l_2 l_3}{2m_2} \theta_3 + \frac{c_3^0 + 2c_2^0}{2m_2} v_2 + \frac{c_2^0}{m_2} \varphi_1 f_1 - \frac{c_3^0}{2m_2} \varphi_3 f_3 = \\
= -\frac{c_2^0}{4m_2} \left\{ a \left[\cos nt + \cos n \left(t + \frac{2l_2}{V_0} \right) - \right. \right. \\
\left. \left. - \cos n \left(t + \frac{2l_3 - L}{V_0} \right) - \cos n \left(t + \frac{2l_3 + 2l_2 - L}{V_0} \right) \right] \right\}; \\
\frac{d^2 \theta_2}{dt^2} + \frac{8gc_1 c_2 l_2^2}{P_2 (r_{\theta_2}^2 + h_1^2) (2c_2 + c_1)} (\theta_2 + \frac{\varphi_1 f_1}{l_2}) = \\
= -\frac{ac_2^0 l_2 g}{P_2 (r_{\theta_2}^2 + h_1^2)} \left[\cos nt - \cos n \left(t + \frac{2l_2}{V_0} \right) \right]. \quad (276a)
\end{aligned}$$

Общее решение системы (276) можно написать в следующем виде:

$$\begin{aligned}
v_2 = A_2 \cos p_1 t + B_2 \cos p_2 t - \varphi_1 f_1 - N \left[\cos nt + \cos n \left(t + \frac{2l_2}{V_0} \right) - \right. \\
\left. - \cos n \left(t + \frac{2l_3 - L}{V_0} \right) - \cos n \left(t + \frac{2l_3 + 2l_2 - L}{V_0} \right) \right]; \quad (276b)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\theta_3 = \frac{2m_2}{c_3^0 l_3} \cdot \frac{d^2 v_2}{dt^2} + \frac{c_3^0 + 2c_2^0}{c_3^0 l_3} v_2 + \frac{2c_2^0}{c_3^0 l_3} \varphi_1 f_1 - \frac{\varphi_3 f_3}{l_3} + \frac{c_2^0}{2c_3^0 l_3} \left[\cos nt + \right. \\
\left. + \cos n \left(t + \frac{2l_2}{V_0} \right) - \cos n \left(t + \frac{2l_3 - L}{V_0} \right) - \cos n \left(t + \frac{2l_3 + 2l_2 - L}{V_0} \right) \right]. \quad (276c)
\end{aligned}$$

Найдем:

$$\begin{aligned}
v_2' = -p_1 A_2 \sin p_1 t - p_2 B_2 \sin p_2 t + \\
+ Nn \left[\sin (nt) + \dots \sin \left(t + \frac{2l_3 + 2l_2 - L}{V_0} \right) n \right]; \\
v_2'' = -p_1^2 A_2 \cos p_1 t - p_2^2 B_2 \cos p_2 t + Nn^2 \left[\cos nt + \right. \\
\left. + \cos n \left(t + \frac{2l_2}{V_0} \right) - \dots \cos n \left(t + \frac{2l_3 + 2l_2 - L}{V_0} \right) \right].
\end{aligned}$$

Подставив найденные значения для v_2'' в выражение (276b), получим:

$$\begin{aligned}
\theta_3 = -\frac{2m_2}{c_3^0 l_3} p_1^2 A_2 \cos p_1 t - \frac{2m_2}{c_3^0 l_3} p_2^2 B_2 \cos p_2 t + \\
+ \frac{2m_2}{c_3^0 l_3} Nn^2 \left[\cos nt + \dots \cos n \left(t + \frac{2l_3 + 2l_2 - L}{V_0} \right) \right] + \\
+ \frac{c_3^0 + 2c_2^0}{c_3^0 l_3} \left\{ A_2 \cos p_1 t + B_2 \cos p_2 t - \varphi_1 f_1 - N \left[\cos nt + \right. \right. \\
\left. \left. + \dots \cos n \left(t + \frac{2l_3 + 2l_2 - L}{V_0} \right) \right] \right\} - \frac{\varphi_3 f_3}{l_3} + \frac{ac_2^0}{2c_3^0 l_3} \left[\cos nt + \right. \\
\left. \dots \cos n \left(t + \frac{2l_3 + 2l_2 - L}{V_0} \right) \right]. \quad (276d)
\end{aligned}$$

Определим θ_3' и θ_3'' :

$$\begin{aligned} \theta_3' &= \frac{2m_2}{c_3^0 l_3} p_1^3 A_2 \sin p_1 t + \frac{2m_2}{c_3^0 l_3} p_2^3 \sin p_2 t - \frac{2m_2}{c_3^0 l_3} N n^3 \left[\sin(nt) + \right. \\ &+ \dots - \sin \left(t + \frac{2l_3 + 2l_2 - L}{V_0} \right) n \left. \right] - \frac{c_3^0 + 2c_2^0}{c_3^0 l_3} \left\{ p_1 A_2 \sin p_1 t + \right. \\ &+ p_2 B_2 \sin p_2 t - N n \left[\sin(nt) + \dots \sin \left(t + \frac{2l_3 + 2l_2 - L}{V_0} \right) n \right] \left. \right\} - \\ &- \frac{a n c_2^0}{c_3^0 l_3} \left[\sin(nt) + \dots - \sin \left(t + \frac{2l_3 + 2l_2 - L}{V_0} \right) n \right]; \\ \theta_3'' &= \frac{2m_2}{c_3^0 l_3} p_1^4 A_2 \cos p_1 t + \frac{2m_2}{c_3^0 l_3} p_2^4 B_2 \cos p_2 t - \frac{2m_2}{c_3^0 l_3} N n^4 \left[\cos nt + \right. \\ &+ \dots \cos n \left(t + \frac{2l_3 + 2l_2 - L}{V_0} \right) \left. \right] - \frac{c_3^0 + 2c_2^0}{c_3^0 l_3} \left\{ p_1^2 A_2 \cos p_1 t + \right. \\ &+ p_2^2 B_2 \cos p_2 t - N n^2 \left[\cos nt + \dots \cos n \left(t + \frac{2l_3 + 2l_2 - L}{V_0} \right) \right] \left. \right\} - \\ &- \frac{a c_2^0 n^2}{2 c_3^0 l_3} \left[\cos nt + \dots \cos n \left(t + \frac{2l_3 + 2l_2 - L}{V_0} \right) \right]. \quad (276e) \end{aligned}$$

Подставив найденные значения в первое уравнение системы (276), получим:

$$\begin{aligned} &\frac{2m_2}{c_3^0 l_3} p_1^4 A_2 \cos p_1 t + \frac{2m_2}{c_3^0 l_3} p_2^4 B_2 \cos p_2 t - \frac{2m_2}{c_3^0 l_3} N n^4 \left[\cos nt + \right. \\ &+ \dots \cos n \left(t + \frac{2l_3 + 2l_2 - L}{V_0} \right) \left. \right] - \frac{c_3^0 + 2c_2^0}{c_3^0 l_3} \left\{ p_1^2 A_2 \cos p_1 t + \right. \\ &+ p_2^2 B_2 \cos p_2 t - N n^2 \left[\cos nt + \dots - \cos n \left(t + \frac{2l_3 + 2l_2 - L}{V_0} \right) \right] \left. \right\} - \\ &- \frac{a n^2 c_2^0}{2 c_3^0 l_3} \left[\cos nt + \dots - \cos n \left(t + \frac{2l_3 + 2l_2 - L}{V_0} \right) \right] + \frac{c_3^0 l_3^2 - P_3 d_0}{m_3 (r_{\theta_3}^2 + d_0^2)} \times \\ &\times \left\{ \left[- \frac{2m_2}{c_3^0 l_3} p_1^2 A_2 \cos p_1 t - \frac{2m_2}{c_3^0 l_3} p_2^2 \cos p_2 t + \frac{2m_2}{c_3^0 l_3} \cdot N n^2 \left[\cos nt + \right. \right. \right. \\ &+ \dots - \cos n \left(t + \frac{2l_3 + 2l_2 - L}{V_0} \right) \left. \right] + \frac{c_3^0 + 2c_2^0}{c_3^0 l_3} \left\{ A_2 \cos p_1 t + \right. \\ &+ B_2 \cos p_2 t - \varphi_1 f_1 - N \left[\cos nt + \dots - \cos n \left(t + \frac{2l_3 + 2l_2 - L}{V_0} \right) \right] \left. \right\} - \\ &- \frac{\varphi_3 f_3}{l_3} + \frac{a c_2^0}{2 c_3^0 l_3} \left[\cos nt + \dots - \cos n \left(t + \frac{2l_3 + 2l_2 - L}{V_0} \right) \right] \left. \right\} - \\ &- \frac{c_3^0 l_3}{m_3 (r_{\theta_3}^2 + d_0^2)} \left\{ A_2 \cos p_1 t + B_2 \cos p_2 t - \varphi_1 f_1 - N \left[\cos nt + \right. \right. \\ &+ \dots - \cos n \left(t + \frac{2l_3 + 2l_2 - L}{V_0} \right) \left. \right] \left. \right\} + \frac{\varphi_3 c_3^0 f_3 l_3}{(r_{\theta_3}^2 + d_0^2) m_3} = 0. \quad (276f) \end{aligned}$$

Методом сравнения коэффициентов найдем:

$$N = \frac{-\frac{ac_2^0}{4m_2} \left[n^2 - \frac{c_3^0 l_3 - P_3 d_0}{(r_{\theta_3}^2 + d_0^2) m_3} \right]}{n^4 - \left[\frac{c_3^0 + 2c_2^0}{2m_2} + \frac{c_3^0 l_3 - P_3 d_0}{m_3 (r_{\theta_3}^2 + d_0^2)} \right] n^2 + \frac{2c_2^0 c_3^0 l_3^2 - (c_3^0 + 2c_2^0) P_3 d_0}{2m_2 m_3 (r_{\theta_3}^2 + d_0^2)}}. \quad (276g)$$

Значения для A и B находятся в зависимости от начальных условий.

При $p = n$ N теоретически получает бесконечно большое значение. В этом случае амплитуда колебаний получает бесконечно большие значения или будет иметь место явление резонанса.

Период собственных колебаний и частота определяются по формулам (220a) и (220) или (221) и (221a).

Примем следующие начальные условия, при $t = 0$:

$$\theta_2 = \theta_2^0 + \frac{ac_2^0 l_2 \left(1 - \cos n \frac{2l_2}{V_0} \right) g}{P_2 (r_{\theta_2}^2 + h_1^2) \left[\frac{8gc_1 c_2 l_2^2}{P_2 (r_{\theta_2}^2 + h_1^2) (2c_2 + c_1)} - n^2 \right]}$$

и

$$\theta_2' = \frac{ac_2^0 l_2 n g}{P_2 (r_{\theta_2}^2 + h_1^2)} \cdot \frac{\sin \frac{2l_2}{V_0} \cdot n}{\left[\frac{8gc_1 c_2 l_2^2}{P_2 (r_{\theta_2}^2 + h_1^2) (2c_2 + c_1)} - n^2 \right]}$$

Найдем общее решение для уравнения (276a) в следующем виде:

$$\theta = -\left(\theta_0 - \frac{\varphi_1 f_1}{l_2} \right) \cos kt - \frac{\varphi_1 f_1}{l_2} - \frac{ac_2^0 l_2 g \left[\cos nt - \cos n \left(t + \frac{2l_2}{V_0} \right) \right]}{P_2 (r_{\theta_2}^2 + h_1^2) \left[\frac{8gc_1 c_2 l_2}{P_2 (r_{\theta_2}^2 + h_1^2) (2c_2 + c_1)} - n^2 \right]}. \quad (277)$$

Появление резонанса возможно когда в уравнении (277)

$$n^2 = \frac{8gc_1 c_2 l_2^2}{P_2 (r_{\theta_2}^2 + h_1^2) (2c_2 + c_1)}.$$

Частота колебаний k равна:

$$k^2 = n^2 = \frac{8gc_1 c_2 l_2^2}{P_2 (r_{\theta_2}^2 + h_1^2) (2c_2 + c_1)}.$$

Быстрое увеличение численных значений амплитуд получается тогда, когда косинусы имеют разные знаки:

$$\cos nt = -\cos(nt + m\pi) = -\cos n \left(t + \frac{2l_2}{V_0} \right)$$

или

$$nt + m\pi = nt + n \frac{2l_2}{V_0},$$

где m — целое нечетное число; отсюда находим:

$$2l_2 = \frac{m\pi V_0}{n} = \frac{mL}{2}.$$

Следовательно, тележки имеют склонность к галопированию, когда их база будет равна половине длины рельса.

Для графического изображения амплитуд колебаний при резонансе выразим общее решение уравнения (276а) в следующей форме:

$$\begin{aligned} \theta_2 = & - \left(\theta_2^0 - \frac{\varphi_1 f_1}{l_2} \right) c s k t - \frac{\varphi_1 f_1}{l_2} - \\ & - \frac{akt}{2l_2} \left[\sin kt - \sin k \left(t + \frac{2l_2}{V_0} \right) \right] \end{aligned} \quad (277a)$$

Для построения графиков колебаний тележек можно пользоваться данными, вычисленными инж. Гринбергом, приведенными в таблице 20.

Таблица 20

Тип тележек	Вес над- рессор- ных частей P_2 кг	Момент инерции J_y кг. см. сек. ²	Радиус инерции $r_{\theta_2^2}$ см ²	Расстоя- ние от центра колеба- ний в мм
Завода им. Егорова	2730	19250	6900	5
Пульмана	2554	17000	6500	20
Фетте	2842	22770	7850	85
Герлиц II.	5100	138500	26600	183

В тележках с листовыми надбуксовыми рессорами явление резонанса при галопировании тележки возможно в том

случае, когда возрастание амплитуды в течение полу-периода будет равно или более двойной стрелы трения:

$$\begin{aligned} \frac{2\varphi_1 f_1}{l_2} &\leq \frac{ak}{2l_2} \cdot \frac{\pi}{k} \left[\sin kt - \sin k \left(t + \frac{2l_2}{V_0} \right) \right] = \\ &= \frac{a\pi}{2l_2} \left[\sin kt - \sin k \left(t + \frac{2l_2}{V_0} \right) \right]. \end{aligned}$$

В тележках Пульмана, Фетте и завода им. Егорова отсутствуют надбуксовые рессоры с внутренним трением, поэтому все указанные выше тележки имеют склонность к галопированию. Но наличие трения между буксами и их направляющими противодействует возрастанию амплитуд при критических скоростях.

При испытании поездов на японских железных дорогах для различных типов подвижного состава были измерены периоды свободных колебаний для подпрыгивания и галопирования.

Периоды колебаний указаны в таблице 21.

Таблица 21¹⁾

Типы подвижного состава	Локомотивы	Пассажирские вагоны	Порожные товарные вагоны	Груженные товарные вагоны
Период колебаний в сек. при подпрыгивании . .	0,4	0,7	0,3	0,5
Период колебаний в сек. при галопировании . .	—	0,6	0,3	0,5

Когда период собственных колебаний T равен периоду вынужденных колебаний τ , т. е.

$$T = \tau$$

или

$$2T = \tau,$$

то наблюдается явление резонанса. Особенно сильным колебаниям подвергается подвижной состав, когда $T = \tau$. Если $\tau = 1,5T$, то свободные колебания быстро затухают, а при $\tau \geq 2,5T$ влияние рельсовых стыков практически становится незаметным.

¹⁾ „Bulletin de l'A. I. du Congrès des Chemines de fer“. Mai 1937, 1434/232.

Поэтому рекомендуется, для преобладающих скоростей, выбирать длину рельс из условия:

$$\tau > 2,5T,$$

где

$$\tau = \frac{3,6L}{V},$$

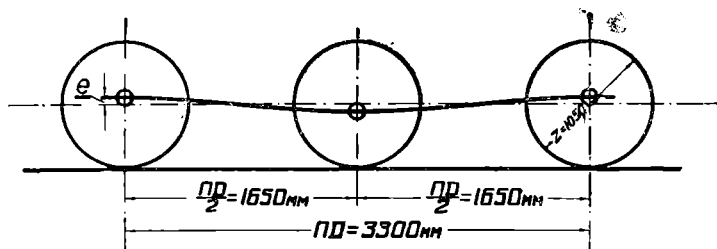
L — длина рельса в м, V — преобладающая скорость движения поездов в км/час).

Г Л А В А IV

ВЛИЯНИЕ ЭКСЦЕНТРИЧНОСТИ КОЛЕСНЫХ ПАР И ВЫБОИН БАНДАЖЕЙ НА КОЛЕБАТЕЛЬНОЕ ДВИЖЕНИЕ ВАГОНОВ

Влияние эксцентрисичности колесных пар на колебательное движение вагона

Колесные пары обтачиваются на двух станках: колесо-токарном и шеечном. На первом станке обрабатываются бандажи, а на втором проверяются шейки. При разработке



Фиг. 110

шпинделя на колесо-токарных станках центр бандажа может сместиться в сторону на величину $e = 1-2$ мм от центра шейки, вследствие чего, при качении колесной пары центр шейки описывает синусоидальную кривую (фиг. 110), усиливающую колебание рессор и кузова.

Изменение прогиба рессоры за поворот может достигать до 4 мм.

Длина волны при среднем диаметре колеса в 1050 мм составляет 3,3 м.

Вредное влияние на плавность хода эксцентричных колесных пар было подробно исследовано германским инж. Люттеротом при испытании пассажирских и салон-вагонов¹⁾.

1) F. Lutteroth. Org. f. d. F. d. E. 1932, N. 2/3, S. 41.

Посредством измерения колебаний было установлено, что вагоны с беспокойным ходом имели вибрации от прогиба кузова.

При скорости движения ниже 110 км/час колебания не выходили из допустимых пределов и только при скорости 110—120 км/час наблюдалось появление резонанса.

Число колебаний у отдельных вагонов, при всех скоростях движения, оставалось постоянным.

Подробные исследования причин, вызывающих появление резонанса, показали, что импульсы, вызывающие резонанс, могут исходить только от колесных пар, имевших при скорости 110—120 км/час одинаковую частоту колебаний с кузовом.

Для точного определения критической скорости движения осциллографически записаны колебания и ускорения при резонансе.

Сравнение осциллограмм показало, что период колебаний прогибов кузова равен 0,097 сек.

Такой же период имеют и колесные пары с диаметром круга катания, равным 995 мм, при скорости движения в 117 км/час

Наблюдения, проведенные при скоростях между 55 и 60 км/час, показали, что и при половинной критической скорости движения в очень тесных границах—от 58 до 59 км/час—наступает резонанс.

При измерении колесных пар испытуемого вагона было установлено, что все четыре колесные пары имели несопадение центра шейки с центром бандажа. Величина эксцентриситета достигала 1,6 мм.

Во время движения по рельсам эксцентрической колесной пары буксовые подшипники, а с ними и рессоры производят в вертикальном направлении синусоидальные колебания.

Частота колебаний, создаваемых колесной парой, значительно выше, чем частота собственных колебаний надрессорных частей вагона, поэтому масса кузова вагона остается почти в состоянии покоя.

Однако, при критической скорости, когда число оборотов колеса совпадает с частотой собственных колебаний прогибов кузова, может появиться резонанс для вибрации кузова.

Явление резонанса достигает иногда такой силы, что продолжительное пребывание в таком вагоне делается невозможным.

Ускорения, измеренные на полу в середине вагона, составляли $\pm 4,5$ м/сек.², а соответствующие амплитуды прогибов $\pm 1,07$ мм.

Опытные поездки, проведенные после замены эксцентрических колесных пар точно обточенными, имели положительные результаты и при критических скоростях явление резонанса не наблюдалось.

При испытании одного четырехосного спального пассажирского вагона 3-го класса инж. Лютгерот наблюдал появление, через одинаковые промежутки пути, равные 1,6 км, сильных, неприятно ощущаемых периодических, вертикальных колебаний.

Колебания были особенно сильны над одной из тележек при скорости движения от 60 до 90 км/час. При исследовании колебаний обнаружилось, что число колебаний изменяется пропорционально скорости движения.

Кроме того, было установлено, что независимо от рода и состояния пути на протяжении каждых пройденных 100 м наблюдалось 33,5 колебания. Следовательно, здесь имели место вынужденные колебания, зависящие от колесных скатов.

В действительности, исследование колесных скатов показало, что их средние диаметры кругов катания равнялись 953 мм и они при 100 м пути делали 33,5 оборота.

Кроме того, колесные пары имели эксцентриситет, равный 1,5 мм.

После подкатки правильно обточенных скатов вагон при движении имел плавный ход.

Периодическое появление через промежутки пути, равные 1,6 км, вертикальных колебаний имеет следующее объяснение: покоящиеся на эксцентрических колесных скатах подшипники производят во время движения вертикальные колебания с амплитудами в 1,5 мм.

Однако, в двухосной тележке движение, передаваемое на середину рамы, зависит от положения, которое принимают радиусы эксцентриситетов обоих колесных скатов по отношению друг к другу.

Вертикальное перемещение рамы с амплитудами $\pm 1,5$ мм может произойти лишь тогда, когда эксцентриситеты обоих колесных скатов будут иметь одинаковое направление.

Поскольку колесные пары имеют неравные диаметры колес, а следовательно, и неодинаковое число оборотов, положение эксцентриситетов во время движения изменяется относительно друг друга.

Разность диаметров по кругу катания отдельных колесных пар допускается до 6 мм. По сравнению с колесным скатом, имеющим диаметр по кругу катания в 953 мм, колесная пара с диаметром, меньшим на 1,28 мм, будет отставать на 1600 м пути на один полный оборот (360°).

Поэтому вагон только тогда производит неприятно ощущаемые вынужденные колебания, когда эксцентриситеты колесных скатов имеют одинаковое направление.

Появление неприятно ощущаемых колебаний, при скорости движения от 60 до 90 км/час, объясняется тем, что листовые рессоры, повидимому, вследствие наличия трения, при малых амплитудах, не реагировали на колебания.

В этом случае колебания передавались только винтовым рессорам.

С увеличением амплитуды колебаний начинают реагировать листовые рессоры и кузов получает вибрации, соответствующие собственным колебаниям всего рессорного подвешивания.

В случае резонанса трение в листовых рессорах противодействует возрастанию амплитуд колебаний.

В целях избежания в таких особых случаях вынужденных колебаний, конструктивные мероприятия над кузовом вагона не являются необходимыми.

При применении правильно обработанных колесных пар вынужденные колебания могут, как это выше изложено, не появляться. Наибольшие вертикальные перемещения кузова и тележек возможны при наличии эксцентриситеты во всех колесных парах, причем все эксцентриситеты будут иметь одинаковое направление и все диаметры колес по кругу катания одинаковы.

При ранее принятых обозначениях колебания кузова и тележек можно определить из следующих дифференциальных уравнений:

$$\left. \begin{aligned} \frac{d^2 z_3}{dt^2} + \frac{c_3^0}{m_3} z_3 - \frac{c_3^0}{m_3} z_2 + \varphi_3 g &= 0; \\ \frac{d^2 z_2}{dt^2} - \frac{c_3^0}{2m_2} z_3 + \frac{c_3 + 2c_2^0}{2m_2} z_2 + \\ + \frac{c_2^0 \varphi_1 f_1}{m_2} - \frac{c_3^0 \varphi_3 f_3}{2m_2} &= - \frac{c_2^0}{m_2} e \sin \omega t, \end{aligned} \right\} (278)$$

где ωt — угол поворота колесной пары,

e — эксцентриситет в колесной паре,

$\omega = \frac{v}{R}$ — угловая скорость вращения колесной пары.

Общее решение системы уравнений (278) можно написать в следующей форме:

$$z_2 = A_2 \cos k_1 t + B_2 \cos k_2 t + C_2 \sin k_1 t + D_2 \sin k_2 t - \varphi_1 f_1 - N \sin \omega t; \quad (278a)$$

$$z_3 = \frac{2m_2}{c_3^0} \cdot \frac{d^2 z_2}{dt^2} + \frac{c_3^0 + 2c_2^0}{c_3^0} z_2 + \frac{2c_2^0}{c_3^0} \varphi_1 f_1 - \varphi_3 f_3 + \frac{2c_2^0}{c_3^0} e \sin \omega t. \quad (278b)$$

Принимаем следующие начальные условия, при $t = 0$:

$$z_2 = z_2^0 \text{ и } z_2' = -N\omega,$$

тогда

$$C_2 = D_2 = 0$$

и

$$A_2 + B_2 - \varphi_1 f_1 = z_2^0.$$

Определим из выражения (278a) z_2'' и подставим найденные значения в уравнение (278b):

$$\begin{aligned} z_2'' &= -A_2 k_1^2 \cos k_1 t - B_2 k_2^2 \cos k_2 t + N\omega^2 \sin \omega t; \\ z_3 &= \frac{2m_2}{c_3^0} (-A_2 k_1^2 \cos k_1 t - B_2 k_2^2 \cos k_2 t + N\omega^2 \sin \omega t) + \\ &+ \frac{c_3^0 + 2c_2^0}{c_3^0} (-A_2 \cos k_1 t + B_2 \cos k_2 t - \varphi_1 f_1 - N \sin \omega t) + \frac{2c_2^0}{c_3^0} \varphi_1 f_1 - \\ &- \varphi_3 f_3 + \frac{2c_2^0}{c_3^0} e \sin \omega t. \end{aligned}$$

Найдем z_3'' и подставим в уравнения (278):

$$\begin{aligned} z_3'' &= \frac{2m_2}{c_3^0} (A_2 k_1^4 \cos k_1 t + B_2 k_2^4 \cos k_2 t - N\omega^4 \sin \omega t) + \\ &+ \frac{c_3^0 + 2c_2^0}{c_3^0} (-A_2 k_1^2 \cos k_1 t - B_2 k_2^2 \cos k_2 t + N\omega^2 \sin \omega t) - \frac{2c_2^0}{c_3^0} \omega^2 e \sin \omega t; \\ &- \left(2 \frac{m_2}{c_3^0} k_1^4 - \frac{c_3^0 + 2c_2^0}{c_3^0} k_1^2 \right) A_2 \cos k_1 t + \left(\frac{2m_2}{c_3^0} k_2^4 - \right. \\ &- \left. \frac{c_3^0 + 2c_2^0}{c_3^0} k_2^2 \right) B_2 \cos k_2 t + \left(\frac{c_3^0 + 2c_2^0}{c_3^0} \omega^2 - \frac{2m_2}{c_3^0} \omega^4 \right) N \sin \omega t - \\ &- \frac{2c_2^0}{c_3^0} \omega^2 e \sin \omega t + \frac{2c_2^0}{m_3} \varphi_1 f_1 + \frac{2m_2}{m_3} (-A_2 k_1^2 \cos k_1 t - B_2 k_2^2 \cos k_2 t + \\ &+ N\omega^2 \sin \omega t) - \frac{c_3^0}{m_3} \varphi_3 f_3 + \frac{c_3^0 + 2c_2^0}{m_3} (A_2 \cos k_1 t + B_2 \cos k_2 t - \varphi_1 f_1 - \\ &- N \sin \omega t) + \frac{2c_2^0}{m_3} e \sin \omega t - \frac{c_3^0}{m_3} (A_2 \cos k_1 t + B_2 \cos k_2 t - \varphi_1 f_1 - \\ &- N \sin \omega t) + \varphi_3 g = 0. \end{aligned}$$

Методом сравнения коэффициентов найдем, что

$$\begin{aligned} \left[-\frac{2m_2}{c_3^0} \omega^4 + \left(\frac{c_3^0 + 2c_2^0}{c_3^0} + \frac{2m_2}{m_3} \right) \omega^2 - \frac{c_3^0 + 2c_2^0}{m_3} + \frac{c_3^0}{m_3} \right] N = \\ = \frac{2c_2^0 e}{c_3^0} \left(\omega^2 - \frac{c_3^0}{m_3} \right) \end{aligned}$$

или

$$N = \frac{c_2^0 e \left(\frac{c_3^0}{m_3} - \omega^2 \right)}{m_3 \left[\omega^4 - \left(\frac{c_3^0 + 2c_2^0}{2m_2} + \frac{c_3^0}{m_3} \right) \omega^2 + \frac{c_2^0 c_3^0}{m_2 m_3} \right]}. \quad (279)$$

Следовательно,

$$z_3 = A_3 \cos k_1 t + B_3 \cos k_2 t + \frac{2c_2^0}{c_3^0} \varphi_1 f_1 + \varphi_3 f_3 + \frac{2m_2}{c_3^0} \left[N \left(\omega^2 - \frac{c_3^0 + 2c_2^0}{2m_2} \right) + \frac{c_2^0 e}{m_2} \right] \sin \omega t; \quad (279a)$$

$$z_2 = A_2 \cos k_1 t + B_2 \cos k_2 t - \varphi_1 f_1 - \frac{c_2^0 e \left(\frac{c_3^0}{m_3} - \omega^2 \right) \sin \omega t}{m_2 \left[\omega^4 - \left(\frac{c_3^0 + 2c_2^0}{2m_2} + \frac{c_3^0}{m_3} \right) \omega^2 + \frac{c_2^0 c_3^0}{m_2 m_3} \right]}. \quad (279b)$$

Резонанс может появиться только в том случае, если знаменатель последнего члена обратится в нуль, т. е.

$$\omega^4 - \left(\frac{c_3^0 + 2c_2^0}{2m_2} + \frac{c_3^0}{m_3} \right) \omega^2 + \frac{c_2^0 c_3^0}{m_2 m_3} = 0, \quad (279c)$$

это возможно при $\omega = k$.

Для тележек с двойным и тройным подвешиванием частота $k_2 \simeq 5,65 \div 6,1 \frac{1}{\text{сек}}$ и $k_1 \simeq 27,2 \div 30 \frac{1}{\text{сек}}$. Критическая скорость V , при которой возможно появление резонанса, определится из равенства:

$$V = 3,6\omega R = 3,6k_1 R = 3,6(27 - 30) \cdot 0,525 = \\ = 51,5 \div 57,5 \text{ км/час}$$

и

$$V = 3,6k_2 R = 3,6(5,65 - 6,1) \cdot 0,525 = (10,75 - 11,5) \text{ км/час.}$$

Амплитуды колебаний, создаваемые наличием эксцентриситета в колесных парах, меньше стрелы трения листовых рессор, поэтому в колебательное движение приходят первоначально только винтовые рессоры, и когда размахи превысят стрелу трения, тогда на колебательное движение начинает реагировать листовая рессора.

Как показали исследования инж. Люттерота, эксцентрисичность колесных пар вызывает неприятную вибрацию вагонного кузова.

При наличии эксцентриситета только в одной колесной паре тележки помимо подпрыгивания появляется галопирование.

Для обеспечения более плавного хода вагона при больших скоростях необходимо тщательно производить обточку бандажей и шеек оси.

ВЛИЯНИЕ ВЫБОИН БАНДАЖЕЙ НА ПЛАВНОСТЬ ХОДА ВАГОНОВ

Типы выбоин

Выбоинами на бандажах будем считать:

- 1) овальность бандажа или шейки оси,
- 2) неравномерный износ бандажа по кругу катания,
- 3) плоские стертые места на бандаже, получающиеся при сильном торможении,
- 4) за выбоину можно принять также и эксцентricность колесных пар.

Точно определить форму износа невозможно, но с достаточной точностью можно выразить через уравнения синусоиды, параболы, или же экспериментальную кривую разлагают в ряд Фурье.

Определение перемещения центра инерции колесной пары при выбоине, очерченной по синусоиде и параболе

Полагаем, что бандажи имеют одинаковый диаметр и точно обточены по цилиндру, но рельсовая колея имеет ряд выбоин, очерченных по синусоиде (уравнение (280), перенесенные с бандажа на рельсы.

При таком предположении характер колебаний наддресорных частей вагона не изменится.

Уравнение синусоиды имеет следующий вид:

$$\eta_1 = \frac{a_1}{2} \left(1 - \cos \frac{2\pi}{l} x \right), \quad (280)$$

где a_1 — наибольшая глубина впадины в см,

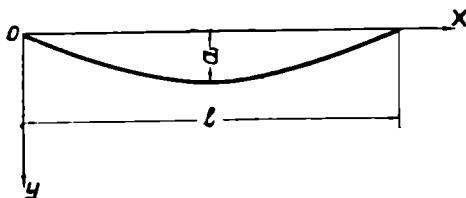
l — длина впадины в см,

x — расстояние от начала координат до искомой ординаты в см (фиг. 111).

Под влиянием упругих деформаций рельс колесная пара получит еще добавочное перемещение η_2 , определяемое по уравнению:

$$\eta_2 = -\frac{a_1}{2} \cdot \frac{\left(\frac{2\pi}{l}\right)^2}{k_n^2 - \left(\frac{2\pi}{l}\right)^2} \left(\cos \frac{2\pi}{l} x - \cos \frac{k_n}{V} \right), \quad (280a)$$

где k_n — коэффициент, характеризующий жесткость пути, равный: $\sqrt{\frac{g}{h_{cm}}}$ ($g = 981$ см/сек.², h_{cm} — прогиб рельса над колесом от статического действия самого колеса);
 V — скорость движения вагона при прохождении выбоины.



Фиг. 111

Суммарное перемещение центра инерции колеса будет равно:

$$y_c = r_{11} + r_{12} = \frac{a_1}{2} - \frac{a_1}{2} \cos \frac{2\pi}{l} x - A \cos \frac{2\pi}{l} x + A \cos \frac{k_n}{V} x =$$

$$= \frac{a_1}{2} - \left(\frac{a_1}{2} + A \right) \cos \frac{2\pi}{l} x + A \cos \frac{k_n}{V} x. \quad (280b)$$

Через A обозначено:

$$A = \frac{a_1}{2} \cdot \frac{\left(\frac{2\pi}{l} \right)^2}{k_n^2 - \left(\frac{2\pi}{l} \right)^2}. \quad (280c)$$

При наличии выбоин на всех скатах тележек вагон будет совершать вертикальные колебания, определяемые из системы следующих дифференциальных уравнений:

$$\left. \begin{aligned} \frac{d^2 z_3}{dt^2} + \frac{c_3^0}{m_3} z_3 - \frac{c_3^0}{m_3} z_2 + \varphi_3 g &= 0; \\ \frac{d^2 z_2}{dt^2} - \frac{c_3^0}{2m_2} z_3 + \frac{c_3^0 + 2c_2^0}{2m_2} z_2 + \frac{c_2^0}{m_2} \varphi_1 f_1 - \frac{c_3^0}{2m_2} \varphi_3 f_3 &= \\ = -\frac{c_3^0}{m_2} \left(\frac{a_1}{2} + A \right) \cos \frac{2\pi}{l} x - \frac{Ac_2^0}{m_2} \cos \frac{k_n}{V} x - \frac{a_1 c_2^0}{2m_2}. \end{aligned} \right\} \quad (281)$$

Ввиду незначительности абсолютной величины выбоин на бандажах, можно допустить, что скорость вагона при прохождении выбоины остается постоянной, поэтому положим, что

$$x = Vt,$$

получим:

$$\begin{aligned} \frac{d^2 z_3}{dt^2} + \frac{c_3^0}{m_3} z_3 - \frac{c_3^0}{m_3} z_2 + \varphi_3 g &= 0; \\ \frac{d^2 z_2}{dt^2} - \frac{c_3^0}{2m_2} z_3 + \frac{c_3^0 + 2c_2^0}{2m_2} z_2 + \frac{c_2^0}{m_2} \varphi_1 f_1 - \frac{c_3^0}{2m_2} \varphi_3 f_3 &= \\ = \frac{c_2^0}{m_2} \left(\frac{a_1}{2} + A \right) \cos \frac{2\pi V}{l} t - \frac{Ac_2^0}{m_2} \cos k_n t - \frac{a_1 c_2^0}{2m_2}. \end{aligned} \quad (281a)$$

Для отыскания частного решения уравнения (281a) полагаем:

$$z_2 = C_2 \cos \frac{2\pi V}{l} t - D_2 \cos k_n t - E_2; \quad (281b)$$

$$\begin{aligned} z_3 = \frac{2m_2}{c_3^0} \frac{d^2 z_2}{dt^2} + \frac{c_3^0 + 2c_2^0}{c_3^0} z_2 + \frac{2c_2^0}{c_3^0} \varphi_1 f_1 - \varphi_3 f_3 - \\ - \frac{2c_2^0}{c_3^0} \left(\frac{a_1}{2} + A \right) \cos \frac{2\pi V}{l} t + \frac{2Ac_2^0}{c_3^0} \cos k_n t + \frac{a_1 c_2^0}{c_3^0}. \end{aligned} \quad (281c)$$

Найдем z_2'' и подставим в уравнение (281c):

$$\begin{aligned} z_2'' &= -C_2 \left(\frac{2\pi V}{l} \right)^2 \cos \frac{2\pi V}{l} t + D_2 (\cos k_n t) k_n^2; \\ z_3 &= -\frac{2m_2}{c_3^0} C_2 \left(\frac{2\pi V}{l} \right)^2 \cos \frac{2\pi V}{l} t + \frac{2m_2}{c_3^0} D_2 k_n^2 \cos k_n t + \\ &+ \frac{c_3^0 + 2c_2^0}{c_3^0} \left(C_2 \cos \frac{2\pi V}{l} t - D_2 \cos k_n t - E_2 \right) + \frac{2c_2^0}{c_3^0} \varphi_1 f_1 - \varphi_3 f_3 - \\ &- \frac{2c_2^0}{c_3^0} \left(\frac{a_1}{2} + A \right) \cos \frac{2\pi V}{l} t + \frac{2Ac_2^0}{c_3^0} \cos k_n t + \frac{a_1 c_2^0}{c_3^0}. \end{aligned}$$

Определим z_3'' :

$$\begin{aligned} z_3'' &= \frac{2m_2}{c_3^0} C_2 \left(\frac{2\pi V}{l} \right)^4 \cos \frac{2\pi V}{l} t - \frac{2m_2}{c_3^0} D_2 k_n^4 \cos k_n t - \\ &- \frac{2Ac_2^0 k_n^2}{c_3^0} \cos k_n t + \frac{c_3^0 + 2c_2^0}{c_3^0} \left[-C_2 \left(\frac{2\pi V}{l} \right)^2 \cos \frac{2\pi V}{l} t + \right. \\ &\left. + D_2 k_n^2 \cos k_n t \right] + \frac{2c_2^0}{c_3^0} \left(\frac{a_1}{2} + A \right) \cos \frac{2\pi V}{l} t. \end{aligned}$$

Подставим полученные значения z_3'' , z_3 , z_2 в ур-ние (281):

$$\begin{aligned} & \left[\frac{2m_2 C_2}{c_3^0} \left(\frac{2\pi V}{l} \right)^4 - \frac{c_3^0 + 2c_2^0}{c_3^0} C_2 \left(\frac{2\pi V}{l} \right)^2 + \right. \\ & \left. + \frac{2c_2^0}{c_3^0} \left(\frac{a_1}{2} + A \right) \left(\frac{2\pi V}{l} \right)^2 - \frac{2m_2}{m_3} C_2 \left(\frac{2\pi V}{l} \right)^2 + \right. \\ & \left. + \frac{c_3^0 + 2c_2^0}{m_3} C_2 - \frac{2c_2^0}{m_3} \left(\frac{a_1}{2} + A \right) - \frac{c_3^0}{m_3} C_2 \right] \cos \frac{2\pi V}{l} t + \\ & \left[-\frac{2m_2}{c_3^0} D_2 k_n^4 + \frac{c_3^0 + 2c_2^0}{c_3^0} D_2 k_n^2 - \frac{2Ac_2^0}{c_3^0} k_n^2 + \right. \\ & \left. + \frac{2m_2}{m_3} D_2 k_n^2 - \frac{c_3^0 + 2c_2^0}{m_3} D_2 + \frac{2Ac_2^0}{m_3} + \frac{c_3^0}{m_3} D_2 \right] \cos k_n t + \\ & \left. + \frac{2c_2^0}{m_3} \varphi_1 f_1 - \frac{c_3^0}{m_3} \varphi_3 f_3 + \frac{a_1 c_2^0}{m_3} - 2 \frac{c_2^0}{m_3} E_2 + \varphi_3 g = 0. \right. \end{aligned}$$

Полученное выражение будет равно нулю в том случае, если коэффициенты при тригонометрических величинах и сумма свободных членов порознь равны нулю или:

$$\begin{aligned} & \left[\frac{2m_2}{c_3^0} \left(\frac{2\pi V}{l} \right)^4 - \left(\frac{c_3^0 + 2c_2^0}{c_3^0} + \frac{2m_2}{m_3} \right) \left(\frac{2\pi V}{l} \right)^2 + \frac{2c_2^0}{m_3} \right] C_2 = \\ & = 2 \left(\frac{a_1}{2} + A \right) \left[\left(\frac{2\pi V}{l} \right)^2 - \frac{c_3^0}{m_3} \right] \frac{c_2^0}{c_3^0}; \\ & \left[-\frac{2m_2}{c_3^0} k_n^4 + \left(\frac{c_3^0 + 2c_2^0}{c_3^0} + \frac{2m_2}{m_3} \right) k_n^2 - \frac{2c_2^0}{m_3} \right] D_2 = \frac{2Ac_2^0}{c_3^0} \left(k_n^2 - \frac{c_3^0}{m_3} \right); \\ & \frac{2c_2^0}{m_3} \left(\varphi_1 f_1 - \frac{c_3^0}{2c_2^0} \varphi_3 f_3 + \frac{a_1}{2} + \frac{c_3^0}{2c_2^0} \varphi_3 f_3 \right) = \frac{2c_2^0}{m_3} E_2. \end{aligned}$$

Отсюда находим:

$$C_2 = \frac{\frac{c_2^0}{m_3} \left(\frac{a_1}{2} + A \right) \left[\left(\frac{2\pi V}{l} \right)^2 - \frac{c_3^0}{m_3} \right]}{\left(\frac{2\pi V}{l} \right)^4 - \left(\frac{c_3^0 + 2c_2^0}{2m_2} + \frac{c_3^0}{m_3} \right) \left(\frac{2\pi V}{l} \right)^2 + \frac{c_2^0 c_3^0}{m_2 m_3}}; \quad (282)$$

$$D_2 = \frac{\frac{c_2^0}{m_2} A \left(\frac{c_3^0}{m_3} - k_n^2 \right)}{k_n^4 - \left(\frac{c_3^0 + 2c_2^0}{2m_2} + \frac{c_3^0}{m_3} \right) k_n^2 + \frac{c_2^0 c_3^0}{m_2 m_3}}; \quad (282a)$$

$$E_2 = \varphi_1 f_1 + \frac{a_1}{2} \quad (282b)$$

Как показали численные расчеты, коэффициент D_2 при $\cos k_n t$ имеет величину, не превышающую сотых частей миллиметра, поэтому в дальнейшем его принимать во внимание не будем.

НТБ
ДНУЖТ

Для определения амплитуд вынужденных колебаний козова и тележки будем иметь выражения:

$$z_2 = \frac{\frac{c_2^0}{m_2} \left(\frac{a_1}{2} + A \right) \left[\left(\frac{2\pi V}{l} \right)^2 - \frac{c_3^0}{m_3} \right]}{\left(\frac{2\pi V}{l} \right)^4 - \left(\frac{c_3^0 + 2c_2^0}{2m_2} + \frac{c_3^0}{m_3} \right) \left(\frac{2\pi V}{l} \right)^2 + \frac{c_2^0 c_3^0}{m_2 m_3}} \cos \frac{2\pi V}{l} t + \frac{2c_2^0}{c_3^0} \left(\frac{a_1}{2} + \varphi_1 f_1 \right); \quad (282c)$$

$$z_3 = \left[\frac{c_3^0 + 2c_2^0 - 2m_2 \left(\frac{2\pi V}{l} \right)^2}{c_3^0} \frac{2c_2^0}{c_3^0} \left(\frac{a_1}{2} + A \right) \right] \times \frac{\frac{c_2^0}{m_2} \left(\frac{a_1}{2} + A \right) \left[\left(\frac{2\pi V}{l} \right)^2 - \frac{c_3^0}{m_3} \right] \cos \frac{2\pi V}{l} t}{\left(\frac{2\pi V}{l} \right)^4 - \left(\frac{c_3^0 + 2c_2^0}{2m_2} + \frac{c_3^0}{m_3} \right) \left(\frac{2\pi V}{l} \right)^2 + \frac{c_2^0 c_3^0}{m_2 m_3} - \varphi_1 f_1 - \varphi_3 f_3 - \frac{c_3^0 + 2c_2^0}{c_3^0} \frac{a_1}{2}} \quad (282d)$$

Появление резонанса возможно в том случае, когда

$$\left(\frac{2\pi V}{l} \right)^4 - \left(\frac{c_3^0 + 2c_2^0}{2m_2} + \frac{c_3^0}{m_3} \right) \left(\frac{2\pi V}{l} \right)^2 + \frac{c_2^0 c_3^0}{m_2 m_3} = 0 \quad (282e)$$

или

$$\left(\frac{2\pi V}{l} \right)^4 = k^4, \quad (282f)$$

т. е. частота вынужденных колебаний от выбоин равна частоте собственных колебаний.

Из выражения (282f) найдем критическую скорость:

$$V_{кр} = \frac{kl}{2\pi},$$

где l — периметр окружности колеса при $D = 105$ см, равный 330 см.

Для четырехосного вагона с тройным рессорным подвешиванием было найдено, что

$$k_2 = 5,7 = 1,82\pi \text{ и } k_1 = 30,2 = 9,3\pi.$$

Следовательно,

$$V_{2кр} = \frac{3,3 \cdot 1,82\pi}{2\pi} = 3,00 \text{ м/сек.} = 10,8 \text{ км/час}$$

и

$$V_{1кр} = \frac{3,3 \cdot 9,3\pi}{2\pi} = 16 \text{ м/сек.} = 56 \text{ км/час.}$$

Появление резонанса возможно и в том случае, если знаменатель в выражении (280с) примет значение равное нулю:

$$\left(\frac{k_n}{V}\right)^2 = \left(\frac{2\pi}{l}\right)^2$$

Отсюда найдем, что

$$V = \frac{k_n l}{2\pi};$$

но

$$k_n = \sqrt{\frac{g}{h_{cm}}};$$

при $h_{cm} = 0,053$ см получим:

$$k_n = \sqrt{\frac{981}{0,053}} = \sqrt{18\,600} = 136 \frac{1}{\text{сек.}};$$

$$V_{кр} = \frac{136 \cdot 3,3}{2\pi} = 71,5 \text{ м/сек.} = 256 \text{ км/час.}$$

Под вагоны разрешается подкатывать колесные пары неодинакового диаметра, вследствие чего колеса не имеют одинакового числа оборотов и фазы колебаний их будут различны. Различие в фазах колебаний создаст помимо подпрыгивания вагона еще колебательные движения в меридиальной и поперечной плоскостях.

При выбоине, очерченной по параболе, перемещение центра инерции колесной пары определяется по уравнению:

$$y_c = -\frac{4a_1 V^2}{l^2} t^2 + 4 \frac{a_1 V}{l} t + 8 \frac{a_1 V^2}{k_n^2 l^2} - \\ - 4 \frac{a_1 V}{k_n l} \sin k_n t - 8 \frac{a_1 V^2}{k_n^2 l^2} \cos k_n t.$$

Всякую экспериментальную кривую износа бандажа можно разложить в ряд Фурье:

$$y = A_0 + A_1 \sin(\omega t + \alpha_1) + A_2 \sin(2\omega t + \alpha_2) + \dots$$

Необходимые коэффициенты выгоднее всего определять по методу Рунге.

Полученные значения для y_c подставляют в уравнение (280b) и решают одним из известных методов систему уравнений (281).

Для построения амплитуд колебаний кузова и тележек при резонансе решение уравнений (281) выражается через синусы и время t в следующей форме:

$$z_2 = \left(C_2 \sin \frac{2\pi V}{l} t - D_2 \sin k_n t \right) t - E_2; \quad (283)$$

$$z_3 = \frac{2m_2}{c_3^0} \frac{d^2 z_2}{dt^2} + \frac{c_3^0 + 2c_2^0}{c_3^0} z_2 + \frac{2c_2^0}{c_3^0} \varphi_1 f_1 - \varphi_3 f_3 + \frac{a_1 c_2^0}{c_3^0} - \\ - \frac{2c_2^0}{c_3^0} \left(\frac{a_1}{2} + A \right) t \sin \frac{2\pi V}{l} t + \frac{2Ac_2^0}{c_3^0} t \sin k_n t. \quad (283a)$$

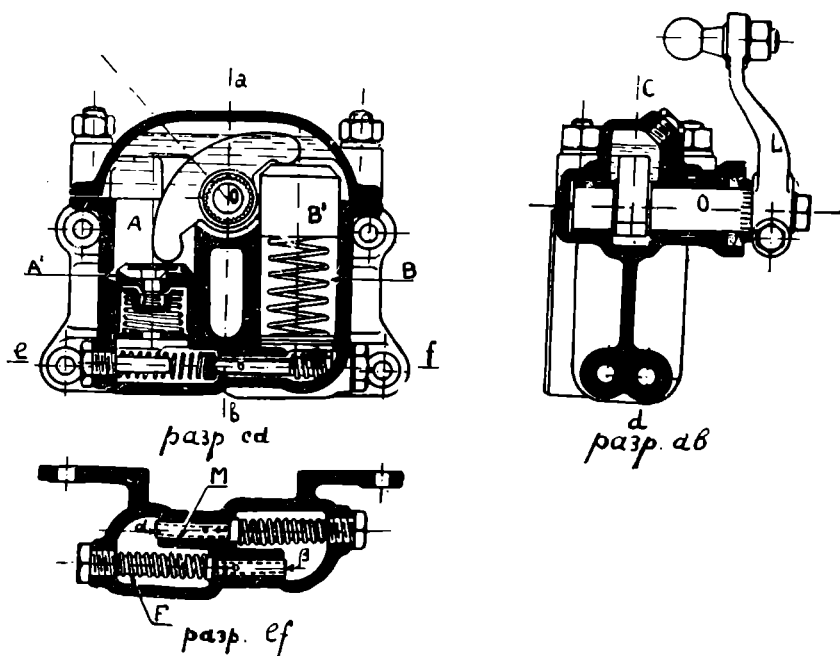
Подставив значения z_2 , z_3 , z_2'' и z_3'' в систему уравнений (281), можно получить уравнения колебаний кузова и тележек, выраженные через синусы и время t .

ГЛАВА VI

ПРИМЕНЕНИЕ АМОРТИЗАТОРОВ ДЛЯ УМЕНЬШЕНИЯ АМПЛИТУД КОЛЕБАНИЙ КУЗОВА И ТЕЛЕЖЕК

Амортизаторы системы Brouhiet¹⁾

Амортизатор системы Brouhiet состоит из двух цилиндров A и B , наполненных маслом и разделенных простенком M (фиг. 112, 113 и 114).



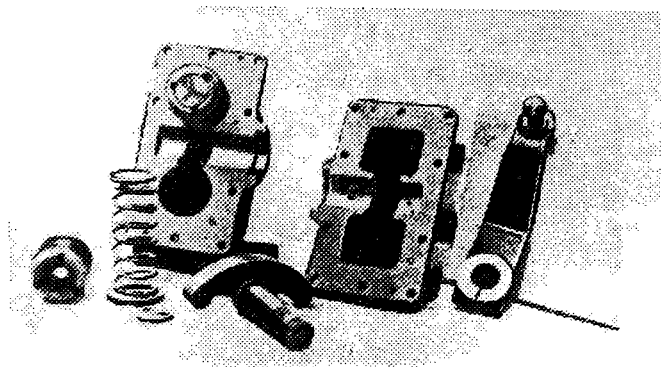
Фиг. 112

В цилиндрах A и B движутся два поршня A' и B' , приводимые в движение балансиром, качающимся около оси O .

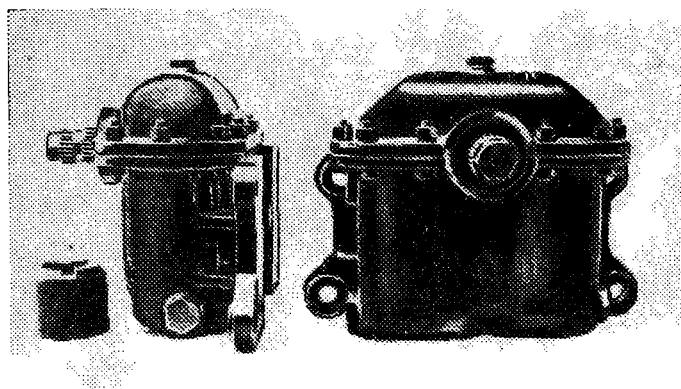
¹⁾ Из доклада Лебуше, помещенного в бюллетене всемирного железнодорожного конгресса. 1936 г., № 2.

Рукоятка L неподвижно соединена с осью балансира и является передаточным звеном для амортизации колебаний.

В простенке M имеются два клапана: α и β . Через клапан α жидкость перетекает из цилиндра A в цилиндр B .



Фиг. 113



Фиг. 114

Жидкость из цилиндра B переходит в цилиндр A через клапан β .

Цилиндрические полые клапана α и β притерты своими стенками к каналам и прижимаются к своим седлам пружиной F . В стенках клапанов просверлены отверстия, через которые протекает масло. Пружины клапанов поставлены без начального натяжения, поэтому перемещение

клапанов пропорционально давлению, производимому на них жидкостью.

Поршень A' вытесняет масло через клапан α под поршень B' и поднимает его на высоту, зависящую от положения клапана α и величины его открытия. Предполагается, что замедление движения пропорционально n -ой степени скорости.

Обозначим через:

s — площадь сечения поршней A' или B' ,

σ — площадь поперечного сечения впрыскивающего отверстия клапана или жиклера,

h — давление масла в нагнетательном цилиндре в данный момент,

z — перемещение поршня.

В единицу времени поршень A' вытесняет объем масла, равный:

$$s \frac{dz}{dt}$$

При этом жидкость проходит через площадь сечения со скоростью V , равной:

$$V = \sqrt{2gh}.$$

Следовательно, можно написать следующее уравнение:

$$s \frac{dz}{dt} = \sigma \sqrt{2gh}. \quad (284)$$

Амортизирующую силу sh можно принять пропорциональной n -ой степени скорости:

$$sh = f \left(\frac{dz}{dt} \right)^n, \quad (284a)$$

где f — некоторый постоянный коэффициент.

Извлечем корень n -ой степени из обеих частей уравнения (284a):

$$(sh)^{\frac{1}{n}} = f^{\frac{1}{n}} \frac{dz}{dt}. \quad (284b)$$

Умножим уравнение (284) на уравнение (284b):

$$(sh)^{\frac{1}{n}} \cdot s \frac{dz}{dt} = \sigma (2gh)^{\frac{1}{2}} f^{\frac{1}{n}} \frac{dz}{dt}. \quad (285)$$

Из последнего уравнения найдем σ :

$$\sigma = \frac{s^{\frac{n+1}{n}} h^{\frac{1}{n}}}{(2g)^{\frac{1}{2}} \cdot f^{\frac{1}{n}} \cdot h^{\frac{1}{2}}} = kh^{\frac{1}{n} - \frac{1}{2}}, \quad (285a)$$

где $k = s^{\frac{n+1}{n}} : (2g)^{\frac{1}{2}} \cdot f^{\frac{1}{n}}$ — постоянная, вполне определенная величина.

Из последней формулы видно, что площадь σ открытия клапана пропорциональна n -ой степени скорости.

Если $n = 2$, то $\sigma = k$ или площадь открытия клапана — величина постоянная. Следовательно, вместо клапана можно сконструировать отверстие с постоянным сечением, через которое протекает масло, как и в других, известных амортизаторах.

Испытания показали, что амортизирование, пропорциональное квадрату скорости, слишком интенсивно и возможны случаи разрушения амортизаторов при больших скоростях.

Лучшие результаты получаются при $n = 1$, т. е. когда амортизация происходит пропорционально первой степени скорости, тогда

$$\sigma = kh^{\frac{1}{2}} = k\sqrt{h}. \quad (285b)$$

Если предположить, что давление возрастает в пропорции:

$$1, 4, 9, 16, 25 \text{ и т. д.},$$

то перемещение клапана будет пропорционально данным числам, т. е. по уравнению (285b) найдем:

$$\sigma = (1, 2, 3, 4, 5 \dots) k. \quad (285c)$$

Как показали испытания, первое отверстие в клапане необходимо просверлить так, чтобы оно было открытым когда клапан переместится на 1 мм, затем второе отверстие такого же диаметра, открывающееся при перемещении клапана на 4 мм, после чего действуют совместно два отверстия.

Через третье отверстие жидкость начинает протекать при перемещении клапана на 9 мм и т. д.

Общий размер площади отверстий выбирается в зависимости от выбранного максимального амортизирующего усилия. Чтобы амортизирующее усилие не превосходило выбранных пределов, просверливают в клапане еще одно

***В оригинале
страницы 259-270
отсутствуют***

лежке типа Герлиц на одной из швейцарских железных дорог.

Гидравлические амортизаторы реагируют на каждую, самую малую деформацию рессор, поэтому они обеспечивают более плавный ход, чем рессорное подвешивание с листовыми рессорами.

При двойном и тройном подвешивании (без амортизаторов) рессоры с трением реагируют только на толчки, превосходящие по своей величине силу трения. Удары меньше силы трения воспринимаются винтовыми рессорами, поэтому получаются колебания высокой частоты. При отсутствии винтовых рессор толчки меньше силы трения передаются непосредственно кузову.

К недостаткам гидравлических амортизаторов следует отнести изменение густоты масла с изменением температур, вследствие чего амортизаторы, отрегулированные для летнего времени, будут плохо работать в зимнее время. При неправильной калибровке отверстий в клапанах часто получается разрушение стенок масляных цилиндров.

Применение упругих колес для смягчения толчков

Для смягчения вертикальных и горизонтальных ударов, а также уменьшения шума и величины необрессоренных масс еще в конце XIX столетия нашли применение упругие вагонные колеса. Упругие вагонные колеса Манзеля изготовлялись из деревянных секторов, поставленных вместо спиц между бандажем и ступицей.

Колеса Манзеля имели сравнительно спокойный и бесшумный ход, но под влиянием атмосферных воздействий в деревянных секторах от усушки ослабевали скрепляющие болты и колеса требовали всегда внимательного надзора и ухода.

Постановка упругих колес Манзеля под вагоны прямого сообщения у нас запрещена с 1892 года.

В последнее время за границей применяются упругие колеса с резиновыми прокладками или пневматическими камерами, поставленными между бандажем и колесным центром. Принцип устройства упругих колес с резиновыми прокладками указан на фиг. 128 и 129.

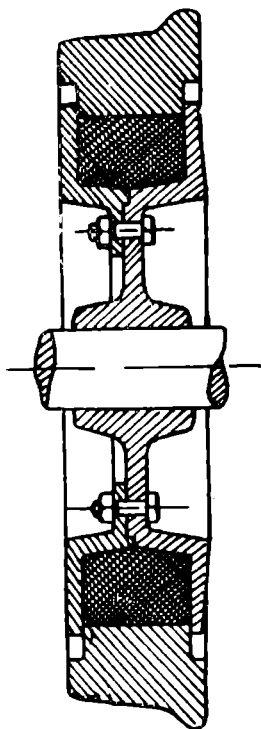
Общество Даймлер-Пюш, в Вене, сконструировало автомотриссу на пневматических шинах нового типа.

Автомотрисса приводится в движение четырехтактным бензиновым двигателем с максимальной мощностью в 80 л. с.

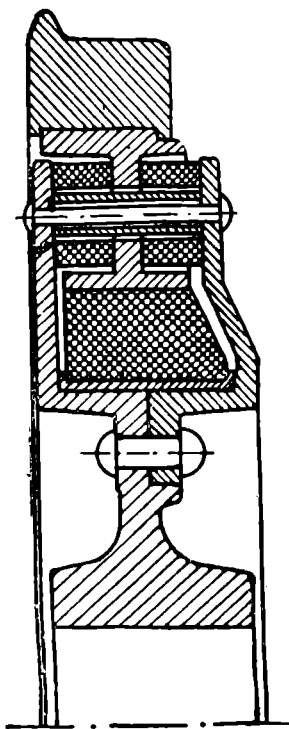
Кузов автомоториссы вмещает 30 пассажиров, купе для кондуктора и багажное отделение.

Описываемая автомоторисса имеет оригинальное устройство ходовых частей (фиг. 130), состоящих из:

1) прямой поддерживающей оси a , имеющей с одной стороны плотно насаженное пневматическое колесо и с другой рессору c , на которую передается вес кузова;



Фиг. 128



Фиг. 129

2) изогнутой направляющей оси d , на которой свободно установлено колесо f .

К колесу f с одной стороны прикреплена муфта k , поддерживающая бандажи из стали, а с другой стороны муфта торможения j .

Колесо увлекает за собой силой трения муфту бандажа.

Поверхность муфты k является прекрасной дорогой для кругового движения. Поэтому пневматическая камера работает в прекрасных условиях: широкая поверхность опоры,

отсутствие препятствий на этом пути, что уменьшает риск аварий.

Система расположения осей позволяет им изменять положение относительно друг друга.

В случае утечки воздуха из пневматической камеры, поддерживающая ось опускается приблизительно на 20 мм и хомутом h рессоры опирается в i направляющую ось.

С этого момента движение происходит так же, как и при обычной конструкции ходовых частей.

Подвешивание после этого приобретает менее спокойный ход, но автотрисса продолжает свой путь без риска разрушения пневматических камер.

Применение этого типа колес позволяет облегчить вес кузова и ходовых частей, а также смягчить удары и вибрации, существующие при ходовых частях обычной конструкции.

Г Л А В А VII

Определение давления колеса на рельс

При движении железнодорожного экипажа по рельсам давление колеса на путь, вследствие динамических причин, будет иметь различные значения.

Давление колеса на рельс можно определить из рассмотрения движения системы, указанной на фиг. 108, в которой обозначено через:

p — вес, непосредственно передаваемый на путь, или вес необрессоренных частей вагона в кг,

P_2 — вес надрессорных частей тележки в кг,

P_3 — вес надрессорных частей кузова в кг,

V_0 — постоянная скорость движения колеса вдоль горизонтальной оси,

z_1 — перемещение в вертикальном направлении груза p от его положения равновесия,

z_2 и z_3 — перемещения в вертикальном направлении грузов P_2 и P_3 от их положения равновесия.

При отсутствии неровностей на рельсовом пути во время движения колебаний не будет и давление на путь будет равно статическому.

Будем считать, что рельс твердый, а продольный профиль его можно выразить уравнением (формула (163), стр. 96):

$$z_1 = -y_0 + a \cos \frac{2\pi V_0}{L} t.$$

Ускорение необрессоренных масс в вертикальном направлении будет равно:

$$\frac{d^2 z_1}{dt^2} = - \frac{4\pi^2 V_0^2}{L^2} a \cos \frac{2\pi V_0}{L} t. \quad (296)$$

Суммируя силы инерции и вес, получим давление на путь от действия необрессоренных масс:

$$- p \pm \frac{4p\pi^2 V_0^2}{gL^2} a \cos \frac{2\pi V_0}{L} t. \quad (297)$$

Наибольшее давление получится, когда колесо займет низшее положение на профиле пути, оно равно:

$$- p - \frac{4\pi^2 V_0^2 p}{gL^2} a. \quad (297a)$$

Следовательно, динамическое действие, вызываемое силами инерции необрессоренных масс, увеличивается пропорционально квадрату скорости и прогибу рельс.

Полное давление на рельс будет равно сумме, следующих величин:

- 1) веса необрессоренных частей вагона;
- 2) сил инерции необрессоренных частей вагона;
- 3) веса надрессорных частей тележки;
- 4) сил инерции надрессорных частей тележки;
- 5) веса надрессорных частей кузова;
- 6) сил инерции надрессорных частей кузова.

При принятых ранее обозначениях для определения сил инерции при подпрыгивании можно составить следующие дифференциальные уравнения:

$$\frac{d^2 z_3}{dt^2} + \frac{c_3^0}{m_3} z_3 - \frac{c_2^0}{m_3} z_2 + \varphi_3 g = 0; \quad (298)$$

$$\begin{aligned} \frac{d^2 z_2}{dt^2} - \frac{c_3^0}{2m_2} z_3 + \frac{c_3^0 + 2c_2^0}{2m_2} z_2 + \frac{c_2^0}{m_2} \varphi_1 f_1 - \frac{c_3^0}{2m_2} \varphi_3 f_3 = \\ = - \frac{c_2^0}{4m_2} \left\{ - \frac{4\nu g}{K} + a \left[\cos nt + \cos n \left(t + \frac{2l_2}{V_0} \right) + \right. \right. \\ \left. \left. + \dots + \cos n \left(t + \frac{2l_3 + 2l_2 - L}{V_0} \right) \right] \right\}. \end{aligned} \quad (298a)$$

Решение данной системы уравнений указано на стр. 227 -- 230. Определив z_3 и z_2 , получим при подпрыгивании давление колес на рельс, равное:

$$p + \frac{p}{g} \frac{d^2 z_1}{dz^2} + \frac{P_2}{4} + \frac{P_2}{4g} \cdot \frac{d^2 z_2}{dt^2} + \frac{P_3}{8} + \frac{P_3}{8g} \cdot \frac{d^2 z_3}{dt^2}. \quad (299)$$

НТЭ
ДНУЖ

Влияние сил инерции необрессоренных масс увеличивается с увеличением скорости, а надрессорные массы тележки и кузова имеют решающее значение в условиях резонанса.

Поэтому можно заключить, что при хорошо содержащихся рельсовых путях и больших скоростях давление на путь зависит, главным образом, от массы необрессоренных частей, а в случае неровного пути приобретают значение надрессорные массы тележки и кузова.

Для определения изменения нагрузки на колесную пару при галопировании введем следующие обозначения:

$2l_3$ — база вагона,

θ_3^{max} — наибольший угол наклона продольной оси кузова к горизонтали,

v_2^{max} — наибольшая амплитуда колебаний центра тяжести тележки.

При принятых ранее обозначениях для жесткости ресор получим следующее выражение, определяющее добавочное давление на шейку двухосной тележки при галопировании кузова:

$$\Delta P_{\kappa} = \frac{c_3}{2} (\theta_3^{max} l_3 - v_2^{max}) + c_2^0 v_2^{max}. \quad (299a)$$

Наибольшее добавочное давление на шейку оси от галопирования тележки при наибольшем угле наклона ее продольной оси к горизонту θ_2^{max} и базе тележки $2l_2$:

$$\Delta P_m = \theta_2^{max} c_2^0 l_2. \quad (299b)$$

При обозначениях, принятых на стр. 200 — 201 максимальное добавочное давление на шейку оси от поперечных колебаний будет равно:

$$\Delta S_{\kappa} = \frac{c_3 b_3^2}{2 b_2} \beta_1 + c_2^0 b_2 \beta_2. \quad (299c)$$

Если через z_3^{max} , z_2^{max} обозначить максимальные амплитуды колебаний при подпрыгивании кузова и тележки, то полное давление на рельс будет равно:

$$D = p \left(1 + \frac{d^2 z_1}{dt^2} \right) + \frac{P_2}{4} + c_2^0 (v_2^{max} + \theta_2 l_2 + b_2 \beta_2 + z_2^{max}) + \\ + \frac{P_3}{8} + \frac{c_3}{2} \left(z_3^{max} - z_2^{max} + \theta_3^{max} l_3 + \frac{b_3^2}{b_2} \beta_1 \right).$$

Обозначив через:

$$z_3^0 \max = z_3 \max - z_2 \max + \theta_3 \max l_3 + \frac{b_3^2}{b_2} \beta_1;$$

$$z_2^0 \max = v_2 \max + \theta_2 l_2 + b_2 \beta_2 + z_2 \max;$$

$$\frac{c_3 f_3}{2} = \frac{P_3}{8};$$

$$c_2^0 f_2^0 = \frac{P_2}{4},$$

получим

$$D_{\max} = \left(1 + \frac{d^2 z_1}{dt^2}\right) p + \frac{c_3}{2} (f_3 + z_3^0 \max) + c_2^0 (f_2^0 + z_2^0 \max).$$

Величины $z_3^0 \max$ и $z_2^0 \max$ лучше определять опытным путем.

Влияние кузова вагона

Влияние железнодорожных повозок оказывает вредное воздействие на путь и является одной из причин схода подвижного состава с рельс.

На стр. 221 определены критические или допускаемые по условиям влияния скорости V_s , при которых колесо может набегать на рельс, не вызывая высоких давлений от реборд или разрушения ходовых частей и рельс.

Одной из причин влияния, по мнению инж. Мозена и Лебуша, является коничность бандажа.

При скоростях, не превышающих 40—45 км/час, длину волны, описываемой шкворнем тележки, можно определить по формуле:

$$L = 2\pi \sqrt{\frac{sr}{2n} \cdot \frac{|s^2 + 4l_2^2|}{s^2}} = 2\pi \sqrt{\frac{(s^2 + 4l_2^2) r}{2ns}} \quad 1).$$

Частота колебаний при извилистом движении тележки:

$$k = \sqrt{\frac{2ns}{(s^2 + 4l_2^2) r}} V.$$

Период колебаний

$$T = \frac{L}{V},$$

где V — скорость движения тележки в м/сек.

1) Стр. 215—217.

Если не происходит ударов реборд о рельсы, то траекторию центра шкворня тележки можно выразить уравнением:

$$y_1 = y_0 \sin \sqrt{\frac{2ns}{(s^2 + 4l_2^2)r}} x. \quad (301)$$

Как указывает инж. Лебуше¹⁾, тележка всегда описывает одну и ту же траекторию на данном участке пути.

Относительные перемещения тележек по отношению к кузову локомотива, в одних и тех же точках пути, имеют одинаковые основные колебания и гармоники.

Поэтому в своих выводах будем принимать, что вагонные тележки описывают идентичные траектории на данном участке пути.

При базе вагона $2l_3$ и скорости его движения равной V м/сек. траекторию второй тележки можно выразить уравнением:

$$y_2 = y_0 \sin \sqrt{\frac{2ns}{(s^2 + 4l_2^2)r}} (x + 2l_3). \quad (301a)$$

Выразим x через скорость движения вагона V и время t :

$$x = Vt. \quad (301b)$$

Подставим в уравнения (301) и (301a) вместо x равное ему значение Vt :

$$y_1 = y_0 \sin \sqrt{\frac{2ns}{(s^2 + 4l_2^2)r}} Vt; \quad (302)$$

$$y_2 = y_0 \sin \sqrt{\frac{2ns}{(s^2 + 4l_2^2)r}} V \left(t + \frac{2l_3}{V} \right). \quad (302a)$$

При поперечном движении тележки создадут следующие усилия:

$$m_2 y_1'' = \frac{-2y_0 m_2 n s V^2}{(s^2 + 4l_2^2)r} \sin \sqrt{\frac{2ns}{(s^2 + 4l_2^2)r}} Vt, \quad (303)$$

$$m_2 y_2'' = \frac{-2y_0 m_2 n s V^2}{(s^2 + 4l_2^2)r} \sin \sqrt{\frac{2ns}{(s^2 + 4l_2^2)r}} V \left(t + \frac{2l_3}{V} \right), \quad (303a)$$

где $-m_2 = \frac{P_2}{g}$ — масса тележки вагона.

¹⁾ Bulletin de l'Association Internationale du Congrès des Chemines de fer. 1936.

Под влиянием сил $m_2 y_1''$ и $m_2 y_2''$ возникают следующие виды колебаний: влияние кузова, поперечная качка, поперечный относ и подпрыгивание.

В настоящем параграфе рассмотрим только влияние кузова.

При движении вагона под влиянием сил $m_2 y_1''$ и $m_2 y_2''$ возникает момент, равный:

$$M = \frac{2y_0 m_2 n s V^2}{(s^2 + 4l_2^2)r} l_3 \left[\sin \sqrt{\frac{2ns}{(s^2 + 4l_2^2)r}} V \left(t + \frac{2l_3}{V} \right) - \sin \sqrt{\frac{2ns}{(s^2 + 4l_2^2)r}} V t \right]$$

Подставив выражение для M в правую часть формулы (258) (стр. 207—208), получим уравнение вынужденных колебаний кузова при извилистом движении тележек:

$$\begin{aligned} \frac{P_3}{g} \cdot r_2^2 \frac{d^2\psi}{dt^2} + \frac{P_3 l_3^2}{\lambda \cos \alpha} \psi - \frac{P_3 l_3 \mu_1}{\lambda} (\rho_1 + \rho_2) = \\ = \frac{2y_0 m_2 n s V^2}{(s^2 + 4l_2^2)r} l_3 \left[\sin \sqrt{\frac{2ns}{(s^2 + 4l_2^2)r}} V \left(t + \frac{2l_3}{V} \right) - \sin \sqrt{\frac{2ns}{(s^2 + 4l_2^2)r}} V t \right] \end{aligned}$$

или

$$\begin{aligned} \frac{d^2\psi}{dt^2} + \frac{g l_3^2}{r_2^2 \lambda \cos \alpha} \psi - \frac{\mu_1 l_3 g}{r_2^2 \lambda} (\rho_1 + \rho_2) = \\ = \frac{2P_2 y_0 n s V^2 l_3}{P_3 r_2^2 (s^2 + 4l_2^2)r} \left[\sin \sqrt{\frac{2ns}{(s^2 + 4l_2^2)r}} V \left(t + \frac{2l_3}{V} \right) - \sin \sqrt{\frac{2ns}{(s^2 + 4l_2^2)r}} V t \right] \end{aligned} \quad (304)$$

Общее решение будем искать в следующем виде:

$$\begin{aligned} \psi = A \cos k_1 t + B \sin k_1 t + \frac{\mu_1 (\rho_1 + \rho_2)}{l_3} \cos \alpha + \\ + N \left[\sin \sqrt{\frac{2ns}{(s^2 + 4l_2^2)r}} V \left(t + \frac{2l_3}{V} \right) - \sin \sqrt{\frac{2ns}{(s^2 + 4l_2^2)r}} V t \right]. \end{aligned} \quad (305)$$

Определим из последнего выражения $\frac{d^2\psi}{dt^2}$:

$$\begin{aligned} \frac{d^2\psi}{dt^2} = -k_1^2 A \cos k_1 t - k_1^2 B \sin k_1 t + \frac{2NnsV^2}{(s^2 + 4l_2^2)r} \times \\ \times \left[\sin \sqrt{\frac{2ns}{(s^2 + 4l_2^2)r}} V t - \sin \sqrt{\frac{2ns}{(s^2 + 4l_2^2)r}} V \left(t + \frac{2l_3}{V} \right) \right]. \end{aligned} \quad (305a)$$

Подставим полученное значение для $\frac{d^2\psi}{dt^2}$ в уравнение (304):

$$\begin{aligned}
 & -k_1^2 A \cos k_1 t - k_1^2 B \sin k_1 t + \frac{2NnsV^2}{(s^2 + 4l_2^2)r} \times \\
 & \times \left[\sin \sqrt{\frac{2ns}{(s^2 + 4l_2^2)r}} Vt - \sin \sqrt{\frac{2ns}{(s^2 + 4l_2^2)r}} V \left(t + \frac{2l_3}{V} \right) \right] + \\
 & + \frac{gl_3^2}{r_z^{2\lambda} \cos \alpha} \left[A \cos k_1 t + B \sin k_1 t + \frac{\nu_1(\rho_1 + \rho_2)}{l_3} \cos \alpha \right] + \\
 & + \frac{gl_3^2}{r_z^{2\lambda} \cos \alpha} N \left[\sin \sqrt{\frac{2ns}{(s^2 + 4l_2^2)r}} V \left(t + \frac{2l_3}{V} \right) - \right. \\
 & \left. - \sin \sqrt{\frac{2ns}{(s^2 + 4l_2^2)r}} Vt \right] - \frac{2P_2 y_0 ns V^2 l_3}{P_3 r_z^2 (s^2 + 4l_2^2)r} \left[\sin \sqrt{\frac{2ns}{(s^2 + 4l_2^2)r}} V \left(t + \right. \right. \\
 & \left. \left. + \frac{2l_3}{V} \right) - \sin \sqrt{\frac{2ns}{(s^2 + 4l_2^2)r}} Vt \right] - \frac{\nu_1 l_3 g}{r_z^{2\lambda}} (\rho_1 + \rho_2) = 0. \quad (305b)
 \end{aligned}$$

Методом сравнения коэффициентов найдем, что

$$k_1^2 = \frac{gl_3^2}{r_z^{2\lambda} \cos \alpha}$$

и

$$\left(\frac{gl_3^2}{r_z^{2\lambda} \cos \alpha} - \frac{2nsV^2}{(s^2 + 4l_2^2)r} \right) N = \frac{2P_2 y_0 ns V^2 l_3}{P_2 r_z^2 (s^2 + 4l_2^2)r}.$$

Отсюда найдем N :

$$\begin{aligned}
 N &= \frac{2P_2 y_0 ns V^2 l_3}{P_3 r_z^2 (s^2 + 4l_2^2) \left[\frac{gl_3^2}{r_z^{2\lambda} \cos \alpha} - \frac{2nsV^2}{(s^2 + 4l_2^2)r} \right] r} = \\
 &= \frac{2P_2 y_0 n V^2 l_3}{\left[\frac{gl_3^2}{r_z^{2\lambda} \cos \alpha} - \frac{2nV^2}{[1 + \left(\frac{2l_2}{s}\right)^2] sr} \right] \left[1 + \left(\frac{2l_2}{s}\right)^2 \right] P_3 r_z^2 sr}. \quad (306)
 \end{aligned}$$

Для определения произвольных постоянных A и B принимаем следующие начальные условия, при $t=0$:

$$\begin{aligned}
 & 2P_2 y_0 n V^2 l_3 \sqrt{\frac{2ns}{(s^2 + 4l_2^2)r}} \left[\cos \sqrt{\frac{2ns}{(s^2 + 4l_2^2)r}} V \left(t + \frac{2l_3}{V} \right) - \right. \\
 & \left. - \cos \sqrt{\frac{2ns}{(s^2 + 4l_2^2)r}} Vt \right] \\
 \psi' &= \frac{}{\left\{ \frac{gl_3^2}{r_z^{2\lambda} \cos \alpha} - \frac{2nV^2}{[1 + \left(\frac{2l_2}{s}\right)^2] sr} \right\} \left[1 + \left(\frac{2l_2}{s}\right)^2 \right] P_3 r_z^2 sr}
 \end{aligned}$$

и

$$\psi = \psi_0.$$

Тогда

$$B = 0; \quad A = \psi_0 - \frac{\mu_1 (\rho_1 + \rho_2)}{l_3} \cos \alpha$$

и

$$\begin{aligned} \psi = & \left[\psi_0 - \frac{\mu_1 (\rho_1 + \rho_2)}{l_3} \cos \alpha \right] \cos k_1 t + \frac{\mu_1 (\rho_1 + \rho_2)}{l_3} \cos \alpha + \\ & + \frac{2P_2 y_0 n V^2 l_3}{\left\{ \frac{gl_3^2}{r_z^2 \lambda \cos \alpha} - \frac{2nV^2}{\left[1 + \left(\frac{2l_2}{s} \right)^2 \right] sr} \right\} P_3 r_z^2 sr} \times \\ & \times \frac{\sin \sqrt{\frac{2ns}{(s^2 + 4l_2^2)} r} V \left(t + \frac{2l_3}{V} \right) - \sin \sqrt{\frac{2ns}{(s^2 + 4l_2^2)} r} V t}{\left[1 + \left(\frac{2l_2}{s} \right)^2 \right]} \quad (307) \end{aligned}$$

Явление резонанса можно ожидать в том случае, когда

$$\frac{gl_3^2}{r_z^2 \lambda \cos \alpha} = \frac{2nV^2}{\left[1 + \left(\frac{2l_2}{s} \right)^2 \right] sr}. \quad (308)$$

Отсюда найдем величину критической скорости

$$V_{кр} \text{ км/час} = 3,6 \sqrt{\frac{\left[1 + \left(\frac{2l_2}{s} \right)^2 \right] sr gl_3^2}{2nr_z^2 \lambda \cos \alpha}} \quad (309)$$

Амплитуды вынужденных колебаний будут равны нулю, если

$$\sin \sqrt{\frac{2ns}{(s^2 + 4l_2^2)} r} V \left(t + \frac{2l_3}{V} \right) - \sin \sqrt{\frac{2ns}{(s^2 + 4l_2^2)} r} V t = 0.$$

Последнее условие осуществимо, когда

$$\sqrt{\frac{2ns}{(s^2 + 4l_2^2)} r} V \left(t + \frac{2l_3}{V} \right) - \sqrt{\frac{2ns}{(s^2 + 4l_2^2)} r} V t = 2\pi m, \quad (310)$$

где m — целое число.

Из последнего выражения найдем, что

$$2l_3 = \frac{2\pi m}{\sqrt{\frac{2ns}{(s^2 + 4l_2^2)} r}} = 2\pi m \sqrt{\frac{(s^2 + 4l_2^2) r}{2ns}}.$$

При $m = 1$ получим, что

$$2l_3 = 2\pi \sqrt{\frac{(s^2 + 4l_2^2)r}{2ns}} = L. \quad (311)$$

Следовательно, при базе вагона $2l_3 = L$ влияние кузова устраняется, но появятся более резкие поперечные колебания и подпрыгивание.

Наибольшие амплитуды вынужденных колебаний можно ожидать, когда

$$\sin \sqrt{\frac{2ns}{(s^2 + 4l_2^2)r}} V \left(t + \frac{2l_3}{V} \right) = -\sin \sqrt{\frac{2ns}{(s^2 + 4l_2^2)r}} V t. \quad (312)$$

Последнее равенство возможно, если

$$\sqrt{\frac{2ns}{(s^2 + 4l_2^2)r}} V \left(t + \frac{2l_3}{V} \right) - \sqrt{\frac{2ns}{(s^2 + 4l_2^2)r}} V t = p\pi,$$

где p — целое нечетное число.

При $p = 1$ получим:

$$2l_3 = \pi \sqrt{\frac{(s^2 + 4l_2^2)r}{2ns}} = \frac{L}{2}. \quad (312a)$$

Наибольшие амплитуды при влиянии кузова можно ожидать при базе вагона $2l_3$ равной половине длины волны, описываемой шкворнем тележки.

Для обеспечения плавности хода не следует базу вагона брать равной половине длины волны, описываемой центром шкворня тележки.

При принятых нами обозначениях и начальных условиях можно принять, что:

1. Все рессоры без внутреннего трения с постоянной жесткостью имеют ординаты колебаний, выраженные уравнением вида:

$$z = z_0 \cos kt; \quad (21)$$

период колебаний

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{f}{g}}. \quad (16)$$

2. Все рессоры с Кулоновым трением и постоянной жесткостью совершают гармонические колебания с изменением ординат согласно уравнению:

$$z = \pm \left[\left(z_0 - \frac{\varphi f}{1 \pm \varphi} \right) \cos kt + \frac{\varphi f}{1 \pm \varphi} \right]; \quad (49)$$

период колебаний равен:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{f}{(1 \pm \varphi)g}} \quad (55) \text{ и } (63)$$

3. Двойное рессорное подвешивание из листовых и винтовых рессор имеет ординаты колебаний, определяемые из уравнения:

$$z = \pm \left[\left(z_0 - \frac{\varphi f_1}{1 \pm \varphi} \right) \cos kt + \frac{\varphi f_1}{1 \pm \varphi} \right]; \quad (81) \text{ и } (84)$$

период колебаний

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{f_1}{(1 \pm \varphi)g} + \frac{f_2}{g}}. \quad (78) \text{ и } (83)$$

4. Колебания рессор с амортизаторами выражаются уравнением:

$$z = A e^{-nt} \cos(t \sqrt{k^2 - n^2} + \beta). \quad (286b)$$

5. Мягкая листовая рессора с большим трением листов может дать более жесткий ход, чем более жесткая рессора с незначительным трением. Поэтому необходимо при проектировании рессоры обратить внимание на то, чтобы трение рессор было достаточно для поглощения колебаний.

6. При проектировке рессор необходимо выбирать жесткость, обеспечивающую не только плавный ход в вертикальном направлении, но нужно проверить рессорное подвешивание и на поперечную устойчивость.

7. Трение в рессоре зависит, главным образом, от числа листов. Величина трущихся поверхностей не оказывает влияния на трение.

Отклонение от треугольной формы рессоры резко влияет на изменение ее гибкости.

8. Величина возвращающего усилия в свободно устанавливающихся осях зависит не только от угла наклона подвесок, но и от их длины.

9. Сопротивление от воздуха настолько мало, что его при определении периода колебаний можно не учитывать.

10. Ось колебаний при галопировании двухосных вагонов находится в плоскости, проходящей через геометрические оси колесных пар.

11. Ось колебаний при поперечной качке бестележных вагонов находится в пересечении средней вертикальной плоскости наддрессорных частей с плоскостью, параллельной рельсам, проходящей через верх буксовых пазов.

12. При одинаковой жесткости всех рессор центр колебаний находится в плоскости симметрии вагона.

13. Центр колебаний при галопировании лежит на одной вертикали с центром тяжести.

14. В двухосном вагоне наиболее плавный ход получится при выполнении условия:

$$a_1^2 = r^2 + l^2, \quad (159c)$$

т. е. квадрат полубазы вагона должен равняться сумме квадратов радиуса инерции наддрессорных масс и расстояния центра тяжести обрессоренных масс от центра колебаний.

15. Возрастание амплитуды при движении двухосного вагона на листовых рессорах с критической скоростью возможно только в том случае, если увеличение амплитуды от вынужденных колебаний более двойной стрелы трения, или:

$$2\phi f \leq -\frac{\nu g}{K} + \frac{dk_1}{4} t \left[\sin k_1 t + \sin k_1 \left(t + \frac{2a_1}{V} \right) \right]. \quad (169a)$$

Максимально возможное значение выражения стоящего в скобках не превышает 2-х.

$$\frac{g\mu}{K} \simeq \frac{5250}{48\,000} = 1,25 \text{ мм.}$$

Следовательно, когда

$$t = \frac{T}{2},$$

то

$$2a \simeq 3\varphi f;$$

стрела трения для листовых рессор $\varphi f = 4-7$ мм. Поэтому резонанс для двухосных вагонов появится на путях при наличии

$$2a = 3 \cdot (4 - 7) = 12 - 21 \text{ мм.}$$

16. При базе двухосного вагона кратной длине рельса может иметь место возрастание амплитуды.

17. Наибольшие угловые колебания в меридиальной плоскости или галопирование можно ожидать при длине базы двухосного вагона равной половине длины рельса.

18. Поперечную устойчивость u двухосного вагона можно выразить в зависимости от наибольшего допустимого угла β отклонения продольной плоскости симметрии вагона от вертикали, коэффициента γ , учитывающего величину центробежной силы, давления ветра и угла α наклона железнодорожного полотна к горизонту:

$$u = \frac{0,01}{\beta} + \frac{0,01}{\gamma} - \frac{0,01\alpha}{\gamma\beta}. \quad (182b)$$

19. Зависимость между возвращающим усилием H люльки, ее горизонтальным перемещением x , длиной люлечной подвески λ и ее углом наклона α можно выразить формулами:

$$H = \frac{Gx}{\lambda \cos \alpha - x \operatorname{tg} \alpha - 2 \frac{h}{b} \lambda \sin \alpha}; \quad (188a)$$

$$x = \frac{(C+H)(b - 2h \operatorname{tg} \alpha) \lambda \cos \alpha}{Gb + (C+H)b \operatorname{tg} \alpha}. \quad (188)$$

20. Люлечное подвешивание лучше осуществлять с вертикальными подвесками, а не наклонными, вызывающими скручивание кузова, тем более, что возрастающее усилие зависит главным образом от длины подвесок.

21. Закругление в ножах подлюлечных балок необходимо брать возможно большего радиуса для создания

сопротивления при колебании подвесок или заменять их валиками.

22. Вагоны на тележках при подпрыгивании имеют два главных движения: одно с малой частотой колебаний, другое (нежелательное) с высокой частотой.

Частоты колебаний можно определить по формулам:

$$k_{1,2}^2 = \frac{\frac{c_3^0 + 2c_2^0}{2m_2} + \frac{c_3^0}{m_3} \pm \sqrt{\left(\frac{c_3^0 + 2c_2^0}{2m_2} + \frac{c_3^0}{m_3}\right)^2 - 4 \frac{c_2^0 c_3^0}{m_2 m_3}}}{2}, \quad (195c) \text{ и } (195d)$$

а амплитуды—из уравнений:

$$z_3 = A_3 \cos k_1 t + B_3 \cos k_2 t \mp \frac{\varphi_3 f_3}{1 \pm \varphi_3} \mp \frac{\varphi_1 f_1}{1 \pm \varphi_1}; \quad (196c)$$

$$z_2 = A_2 \cos k_1 t + B_2 \cos k_2 t \mp \frac{\varphi_1 f_1}{1 \pm \varphi_1}. \quad (197)$$

При соответствующем выборе жесткостей рессор, массы тележек и кузова можно свести до минимума амплитуды колебаний большей частоты и получить довольно плавный ход вагона в вертикальном направлении.

23. Из тележек, снабженных рессорным подвешиванием с постоянной жесткостью, наиболее плавным ходом, по расчетам, обладают тележки типа бывш. О-ва спальных вагонов, затем тележки системы Фетте и на последнем месте тележки типа завода им. Егорова.

24. Тележки системы Ханина с апериодическим рессорным подвешиванием имеют полупериод колебаний при опускании вниз, равный:

$$\frac{T_1}{2} = 0,29 \text{ сек.},$$

а для поднятия вверх полупериод равен:

$$\frac{T_2}{2} = 0,316 \text{ сек.},$$

Непостоянство периодов колебаний, до некоторой степени, противодействует созданию благоприятных условий для появления резонанса.

Более плавный ход, по расчетам, тележки системы Ханина по сравнению с тележкой типа завода им. Егорова объясняется удачным выбором жесткости рессор и веса тележки системы Ханина, вследствие чего амплитуды колебаний высокой частоты не превышают 0,5÷0,64 мм. Наибольшее ускорение в тележке системы Ханина:

$$\frac{d^2 z_2}{dt^2} = -11,48 \text{ м/сек.}^2$$

25. Для уменьшения галопирования следует выбирать базу вагона так, чтобы имело место равенство:

$$r_{03}^2 + d_0^2 = l_3^2 \quad (\text{стр. 178})$$

или квадрат половины базы должен быть равен сумме квадратов радиуса инерции наддрессорных масс и расстояния от верхнего хомута люлечных рессор до центра тяжести обрессоренных масс.

26. Поперечная устойчивость четырехосных тележечных вагонов не превышает $\frac{h}{b_2 d_0}$.

Жесткость рессорного подвешивания тележки определяется из формулы:

$$4c_0 = 0,00028P_3 d_0. \quad (243a)$$

27. Расстояние от верхнего хомута люлечных рессор до метацентра увеличивается с увеличением жесткости рессор. При мягких рессорах это расстояние уменьшается.

28. С увеличением расстояния от хомута рессор до метацентра период колебаний уменьшается. С увеличением момента инерции обрессоренных частей кузова и длины люлечных подвесок период поперечных колебаний увеличивается.

29. Коническая форма бандажей способствует извилистому движению вагонов и препятствует образованию проката на бандажах в виде канавки почти с отвесными стенками.

30. Длину волны извилистого движения можно увеличить за счет изменения коничности бандажа и удлинения базы экипажа.

31. Критическую скорость виляния проще определять не исходя из формы бандажа и рельса, а руководствуясь скоростью набегания колеса на рельс, при которой сила удара реборды не вызывает разрушения ходовых частей или железнодорожного полотна.

32. Появление резонанса в четырехосных тележечных вагонах возможно только в том случае, когда понижение стыков относительно середины рельса составляет

$$2a = 35 \text{ мм.} \quad (\text{стр. 237})$$

33. Эксцентricность колесных пар создает беспокойный ход только в том случае, когда периоды собственных колебаний от прогиба кузова равны периоду колебаний, создаваемых эксцентricностью колесной пары. Резонанс

в вагонах с металлическими кузовами наблюдается при скорости 55—60 км/час и 110—120 км/час¹⁾).

34. Наличие выбоин в бандажах усиливает величину амплитуд вынужденных колебаний. При синусоидальных выбоинах получается при некоторых скоростях резонанс, при котором амплитуды колебаний рессор достигают своего максимума.

Неблагоприятное влияние на колебания оказывают скорости, близкие к критическим, и глубина выбоин; в значительно меньшей мере влияют длины выбоин.

При синусоидальных выбоинах опасность представляют не наибольшие, а критические скорости.

35. Пользуясь рядами Фурье, можно исследовать влияние любой выбоины на колебания наддрессорной части вагона и установить критические скорости для всех типов вагонов. Выведенные уравнения дают возможность установить более точно предельные размеры глубины и длины выбоин и разработать классификацию выбоин.

36. Исследование колебаний различных типов вагонов указывает на то, что для подвижного состава не опасны большие скорости, а опасен плохо содержащийся путь, особенно при движении поезда хотя бы и с малыми, но критическими скоростями.

37. Наибольшей плавностью хода в поперечных плоскостях будут иметь вагоны, у которых период собственных колебаний при боковой качке не равен периоду колебаний извилистого движения.

38. Амортизаторы системы Brouhiet быстро поглощают вибрации рессор и с успехом применяются не только в автомобилях, но и на железнодорожном транспорте.

39. Колебания при наличии амортизаторов быстро прекращаются.

40. Амортизаторы гидравлические имеют много преимуществ по сравнению с рессорами с трением.

41. Применение упругих колес смягчает вертикальные и горизонтальные толчки, а также уменьшает шум и величину необрессоренных частей вагона.

42. Для устранения влияния кузова база вагона не должна быть равной половине длины волны, описываемой шкворнями тележек.

¹⁾ Lutteroth. Org. f. d. F. d. E. 1932, N. 2/3.

Эйхенвальд—Курс физики.

Проф. Карташев, Н. И.—Курс паровозов.

Проф. Монич, В. Б.—Паровозные тележки.

Stürzer und Bauer. Berechnung und Konstruktion von Dampflokomotiven.

Leitzmann und Borries—Theoretisches Lehrbuch des Locomotivbaues.

F. Lehner—Der neuzeitliche aus dem Waggonbau.

E. Kreissig—Theoretisches aus dem Waggonbau.

Короткевич—Основы вагоностроения.

Дадыко, С. Р.—Вагоны.

ИТС—Вагоны.

Вагоностроение, т. I:

Проф. Николаев, И. И.—Динамика парораспределения паровозов.

Dr.-Ing. Meineke—Kurzes Lehrbuch des Dampflokomotivbaues.

Проф. Митюшин—Рельсовый путь. Конструкция и расчет.

Инж. Марье—Взаимодействие пути и подвижного состава.

Проф. Тимошенко—Теория колебаний в инженерном деле.

Проф. Сушкевич, А. К.—Основы высшей алгебры.

Акад. Динник, А. Н.—Теоретическая механика.

Проф. Лойцянский и Лурье—Теоретическая механика.

Проф. Николац—Лекции по теоретической механике.

Herdner, M. A.—Recherches sur fonctionnement de la suspension les locomotives.

Rocard, I.—La stabilité de route des locomotives.

Журналы:

„Транспортное машиностроение“.

Org. f. d. Fortschr. des Eisenbahnwesens.

Revue Générale des Chemines de fer

Railway Mechanical Engineer,

Glasers Annalen.

V. d. I.

Les Chemines de fer et les Tramways.

Bulletin de l'Association Internationale du Congrès des Chemines de fer.

The Railway Gazette.

Предисловие	Стр. 5
Введение. Общие сведения	7

О Т Д Е Л I

**СОБСТВЕННЫЕ КОЛЕБАНИЯ ГРУЗА НА РЕССОРАХ
РАЗЛИЧНЫХ СИСТЕМ**

Г л а в а I

Выбор системы рессорного подвешивания

Назначение и свойства рессор	13
Винтовые рессоры	16
Собственные колебания груза на винтовых рессорах .	19

Г л а в а II

Листовые рессоры	22
Определение основных размеров листовых рессор .	27
Колебания груза на листовых рессорах	30
Экспериментальные данные о колебаниях груза на листовых рессорах .	36

Г л а в а III

Двойное рессорное подвешивание	45
Колебания груза при двойном рессорном подвешивании	46
Экспериментальные данные о колебаниях груза при двойном рессорном подвешивании	49

Г л а в а IV

Колебания груза на рессорах с наклонными подвесками	50
Колебания груза при двойном рессорном подвешивании с наклонными подвесками	52
Применение рессор с наклонными подвесками	54
Зависимость возвращающей силы в свободно устанавливающихся осях от длины и угла наклона подвесок	58

Глава V

Псевдо-гармонические или аperiодические колебания		Стр.
Анализ колебаний груза на рессорах с постоянной и переменной жесткостью		63
Аperiодические конические рессоры из круглой стали		69
Собственные колебания груза на конических рессорах		71
Аperiодические конические пружины из полосовой стали		78
Собственные колебания груза на пружине, имеющей переменную жесткость		81

ОТДЕЛ II

ГАРМОНИЧЕСКИЕ КОЛЕБАНИЯ ВАГОНОВ

Глава I

Свободные колебания надрессорных частей и периоды колебаний двухосных вагонов

Вертикальные параллельные колебания или подпрыгивание вагонов	83
Центр колебаний. Оси колебаний	87
Галопирование двухосного вагона	90
Боковая качка двухосных вагонов .	93

Глава II

Вынужденные колебания надрессорных частей вагонов

Деформация рельсового пути под влиянием подвижной нагрузки	94
Дифференциальные уравнения и их интегралы для вертикальных перемещений двухосных вагонов (подпрыгивание вагонов) . .	97
Вынужденные колебания вагона и влияние величины базы вагона на плавность хода	104
Галопирование двухосных вагонов	106
Вынужденные колебания вагонов при прохождении стыков, расположенных попеременно	108

Глава III

Поперечная устойчивость бестележных вагонов

Силы, действующие на вагон при движении его по кривой . . .	109
Определение жесткости рессор и величины поперечной устойчивости для вагонов с двойным рессорным подвешиванием	112

ОТДЕЛ III

КОЛЕБАНИЯ ЧЕТЫРЕХОСНЫХ ВАГОНОВ

Глава I

Общие сведения о вагонных тележках

Влияние тележек на плавность хода	116
Определение размеров люлечного подвешивания четырехосн. вагонов	119
Определение возвращающего усилия для люлечных подвесок в зависимости от их длины λ и угла наклона α к вертикали . . .	126
Описание тележек с одинарным, двойным и тройным рессорным подвешиванием	135

НТБ
ДНУХТ

Глава II

Собственные колебания четырехосных вагонов

	Стр.
Вертикальные колебания четырехосного вагона с тройным рессорным подвешиванием	142
Вертикальные колебания четырехосного вагона с двойным рессорным подвешиванием	161
Собственные вертикальные колебания кузова вагона и тележек с рессорным подвешиванием системы инж. Ханина	169

Глава III

Галопирование кузова и тележек четырехосных вагонов

Галопирование кузова или колебания от вращения кузова вокруг центра колебаний в меридиальной плоскости	173
Галопирование тележек .	180

Глава IV

Собственные колебания тележечных вагонов в поперечном направлении

Силы, действующие на вагон при прохождении его по кривым. Понятие о метацентре	183
Определение угла наклона кузова	187
Определение периода поперечных колебаний кузова	189

Глава V

Поперечная устойчивость четырехосных тележечных вагонов

Определение сопротивляющегося момента рессорного подвешивания тележек	192
---	-----

Глава VI

Собственные поперечные боковые и угловые колебания

Влияние трения в шарнирных подвесках на величину возвращающей силы и определение периода колебаний кузова на подвесках	196
Собственные поперечные боковые и угловые колебания кузова вагона	197
Собственные колебания кузова вагона относительно вертикальной оси	207

О Т Д Е Л IV

ВЫНУЖДЕННЫЕ КОЛЕБАНИЯ ЧЕТЫРЕХОСНЫХ ТЕЛЕЖЕЧНЫХ ВАГОНОВ

Глава I

Силы, действующие на вагон во время движения по прямолинейному и горизонтальному пути	210
Влияние конической формы бандажей на колебательное движение вагонов и определение критической скорости для различных типов подвижного состава .	212

Глава II

Дифференциальные уравнения и их интегралы для вынужденных колебаний тележечных вагонов	Стр.
Совместные вынужденные колебания при подпрыгивании и галошировании вагонов	223
Вертикальные перемещения от прогиба рельсовой нитки .	226
Примеры	233

Глава III

Галоширование кузова вагона и тележек от прогиба рельсовых ниток	237
--	-----

Глава IV

Влияние эксцентricности колесных пар и выбоин бандажей на колебательное движение вагонов	
Влияние эксцентricности колесных пар на колебательное движение вагона	243

Глава V

Влияние выбоин бандажей на плавность хода вагонов

Типы выбоин	249
Определение перемещения центра инерции колесной пары при выбоине, очерченной по синусоиде и параболе	249

Глава VI

Применение амортизаторов для уменьшения амплитуд колебаний кузова и тележек

Амортизаторы системы Brouhiet	255
Собственные колебания груза на рессорах без трения, снабженных амортизаторами	261
Апериодическое движение	265
Свободные колебания четырехосных вагонов с рессорами без трения, снабженных амортизаторами	267
Применение упругих колес для смягчения толчков .	271

Глава VII

Определение давления колеса на рельс	273
Влияние кузова вагона	276
Заклучение .	282
Литература	288

3022

НТБ
ДНУЖТ

Сканировала Щетинина Т.В.

НТБ
ДНУЖТ