Элементарная

ТЕОРІЯ И РАСЧЕТЪ

железныхъ

СТРОПИЛЬНЫХЪ И МОСТОВЫХЪ ФЕРМЪ.

сочиненіе

Августа Риттера, доктора философіи,

Профессора Ахенской политехнической школы.

Переводъ съ третьяго нѣмецкаго изданія

Инженера А. Вурцеля.

195 политипажей въ текстѣ.

С. ПЕТЕРБУРГЪ.

№ 316. Типографія Майкова, въ д. Министерства Финансовъ, на Дворц. плош.

1875.

Предисловіе къ первому изданію.

Расчетъ напряженій частей желѣзныхъ стропильныхъ и мостовыхъ фермъ составляетъ въ инженерной механикѣ задачу первоклассной важности.

Вопросъ этотъ весьма просто рѣшается при помощи закона рычага или, въ болѣе обширномъ смыслѣ, закона статическихъ моментовъ. Основанный на этомъ началѣ способъ, представляя всѣ преимущества какого бы то ни-было другого способа, превосходитъ каждый изъ нихъ своей общностью и важнымъ для практики преимуществомъ, заключающимся въ томъ, что для уразумѣнія его не требуется почти никакихъ предварительныхъ познаній, такъ какъ онъ сводится къ одной изъ самыхъ начальныхъ задачъ механики.

Результаты этого необыкновенно богатаго содержаніемъ метода ясны и наглядны какъ результаты геометрическихъ построеній и, кромѣ того, непосредственно примѣнимы. Едва ли можно найти въ области инженерной механики еще одну отрасль, которая, требуя такъ мало предварительныхъ свѣдѣній, представляла бы столь богатое поле разработки, какъ основанная на этомъ началѣ „Теорія Стропильныхъ и мостовыхъ фермъ“.

Эти причины побудили автора собрать и издать въ видѣ особаго сочиненія, предназначеннаго предварительно для ряда журнальныхъ частей, примѣненія способа статическихъ моментовъ и ознакомить съ нимъ такимъ образомъ болѣе обширный кругъ читателей.

Первыя двѣ главы, заключающія въ себѣ общія начала этого метода, были обнародованы въ главныхъ чертахъ уже прежде *). Самый методъ столь ясенъ, что опытному читателю достаточно бросить взглядъ на 6-ю страницу, чтобы сразу понять его сущность; поэтому-то численные примѣры и приложенія къ существующимъ сооруженіямъ составляютъ бо̀льшую часть содержанія книги.

Уравненія, встрѣчающіяся при расчетахъ, большею частью численныя уравненія первой степени, въ которыхъ и рѣчи не можетъ быть о какихъ бы то ни-было трудностяхъ — словомъ, необходимыя предварительныя свѣдѣнія ограничиваются, приблизительно, курсомъ хорошей школы десятниковъ.

На первый взглядъ всѣ расчеты кажутся слишкомъ медленными; это объясняется тѣмъ, что авторъ желалъ, чтобы даже самый неопытный новичокъ, а главное, практикъ, могъ сознательно прослѣдить расчетъ каждой отдѣльной части сооруженія, а для этого необходимо было изложить всѣ расчеты съ возможной полнотой и обстоятельностью. Тамъ, гдѣ однородные расчеты повторяются нѣсколько разъ, они напечатаны болѣе мелкимъ шрифтомъ, такъ что болѣе опытный читатель легко можетъ пропустить то, что ему покажется лишнимъ.

Авторъ полагаетъ, что въ такой формѣ предлагаемая книга можетъ съ пользой послужить какъ инженеру-строителю, такъ и студентамъ высшихъ и среднихъ строительныхъ институтовъ; въ этомъ послѣднемъ отношеніи онъ можетъ сослаться какъ на свой собственный опытъ, такъ и на авторитетъ своего товарища Кавена, который уже имѣлъ случай воспользоваться въ своихъ лекціяхъ изложенными здѣсь началами и которому авторъ весьма благодаренъ за его поощряющія сообщенія и за полезные совѣты.

Ганноверъ, 6 Октября 1862 г.

А. Риттеръ.

---

*) Zeitschrift des Architecten- und Ingenieur-Vereins für das Königreich Hannover, Band VII. Heft 4.

Предисловіе ко второму изданію.

Разработывая это второе изданіе своего сочиненія, авторъ имѣлъ въ виду увеличить примѣнимость своей книги и вмѣстѣ съ тѣмъ не пожелалъ упустить случай пополнить нѣсколько пробѣловъ и устранить нѣкоторыя погрѣшности, обнаруженныя при употребленіи ея въ первомъ изданіи.

Приложеніе метода статическихъ моментовъ къ расчету стропильныхъ и мостовыхъ сооруженій, въ томъ видѣ, въ какомъ оно изложено въ первомъ изданіи, могло навести на сомнѣніе относительно общей примѣнимости метода; можно было бы сдѣлать возраженіе, что въ примѣненіяхъ онъ представляется смѣшеніемъ двухъ методовъ, „построенія“ и „выкладовъ“, такъ какъ при опредѣленіи напряженій необходимо имѣть большой чертежъ, съ котораго можно было бы съ достаточной точностью снимать положенія центровъ вращеній и длины плечъ рычаговъ. Кромѣ того, можно было бы упрекнуть первое изданіе въ томъ, что хотя въ немъ и дается возможность опредѣлять напряженія въ существующей уже фермѣ, видъ которой извѣстенъ, но не показывается какъ опредѣлить самый видъ ея.

Въ отвѣтъ на оба эти возраженія въ новое изданіе вошла глава одиннадцатая. Въ первомъ § этой главы дается для случая, когда чертежа нѣтъ, способъ опредѣленія напряженій помощью вычисленій, причемъ доказывается, что положенія центровъ вращеній и длины плечъ рычаговъ опредѣляются при помощи самыхъ простыхъ выкладокъ. Въ слѣдующихъ затѣмъ параграфахъ этой главы изложено приложеніе метода статическихъ моментовъ къ опредѣленію вида фермы, удовлетворяющей извѣстнымъ заданнымъ предварительно условіямъ.

Кромѣ того, въ новомъ изданіи нѣкоторые параграфы, какъ напр. „расчетъ рѣшетчатыхъ фермъ“ въ первомъ отдѣлѣ и „теорія составныхъ фермъ“ во второмъ, изложены съ большей обстоятельностью. Что касается послѣдняго дополненія, то въ немъ принято въ расчетъ вліяніе колебаній температуры, а приложенный въ XVI главѣ расчетъ составного рѣшетчато-висячаго моста разъясняетъ примѣненія теоріи составныхъ фермъ. Такъ какъ въ послѣдней главѣ встрѣчается нѣсколько случаевъ приложенія теоріи изгиба и теоріи кривой изгиба, то оказалось небезполезнымъ изложить предварительно въ XV главѣ эти вспомогательныя теоремы, которыя отчасти заимствованы изъ моего сочиненія „Учебникъ механики“. Что касается нѣсколькихъ приложеній дифференціальнаго и интегральнаго исчисленія, встрѣчающихся въ послѣдней главѣ и противорѣчащихъ отчасти заглавію книги, въ томъ отношеніи, что въ ней излагается элементарная теорія, то авторъ, имѣя въ виду, что большинство читателей не безъ удовольствія встрѣтитъ обширный численный примѣръ, изложенный въ послѣдней главѣ, позволилъ себѣ эту непослѣдовательность и надѣется, что новое изданіе, сохраняя во всѣхъ остальныхъ отдѣлахъ элементарный характеръ, окажется вполнѣ полезнымъ.

Ганноверъ, 1-го Ноября 1869 г.

А. Риттеръ.

Предисловіе къ третьему изданію.

За исключеніемъ нѣсколькихъ поправокъ, предлагаемое третье изданіе представляетъ собой точный отпечатокъ второго, а поэтому и не представляется никакой надобности въ особомъ предисловіи. Тѣмъ не менѣе, авторъ нашелъ себя вынужденнымъ воспользоваться настоящимъ случаемъ чтобы сдѣлать нѣкоторыя замѣчанія и разъясненія къ изслѣдованіямъ шестнадцатой главы. Поводомъ къ этому послужила брошюра, вышедшая по отпечатаніи второго изданія и озаглавленная „Beiträge zur Theorie der combinirten Gitter-und Hänge-Brücken von Hugo Buschmann“.

Въ упомянутой брошюрѣ оспаривается ходъ доказательства, принятый въ параграфахъ 56 .... 61, для вывода напряженій, вызываемыхъ временной нагрузкой въ частяхъ рѣшетчатой балки. Г. Бушманъ утверждаетъ, что этотъ ходъ доказательства основанъ на совершенно произвольномъ предположеніи, неосновательность котораго онъ старается доказать тѣмъ, что оканчиваетъ словами: „изъ вышеизложеннаго хода доказательства можно вывести заключеніе, что при извѣстной нагрузкѣ — а именно, если нагружены крайнія части полотна — въ срединѣ балки можетъ обнаружиться отрицательный изгибающій моментъ, т. е. такое изгибаніе, при которомъ кривая изгиба обращена выпуклостью вверхъ, а это обусловливаетъ для средняго отрѣзка цѣпи увеличеніе радіуса кривизны, а слѣдовательно и укороченіе этой части цѣпи; но это, конечно, немыслимо“.

Послѣднее заключеніе основано на очевидной ошибкѣ. Г. Бушманъ упустилъ изъ виду, что при безконечно малыхъ измѣненіяхъ вида цѣпной линіи, а здѣсь рѣчь можетъ быть только о такихъ измѣненіяхъ, вовсе не исключается возможность горизонтальныхъ перемѣщеній точекъ кривой. Если бы радіусы кривизны всѣхъ среднихъ частей цѣпи увеличились, а разстояніе между концами всего средняго отрѣзка осталось неизмѣннымъ, тогда подобное уменьшеніе кривизны дѣйствительно повлекло бы за собой укороченіе самой цѣпи; если же крайнія точки отрѣзка цѣпи могутъ получить горизонтальныя перемѣщенія въ стороны, то уменьшеніе кривизны не только не обусловливаетъ укороченія цѣпи, но, напротивъ, цѣпь въ то же время можетъ удлиниться; дѣйствительно цѣпь удлинняется не только при такой нагрузкѣ, о которой мы сейчасъ говорили, но и при какой угодно нагрузкѣ.

Ахенъ, 1 Ноября 1872 г.

А. Риттеръ.

ОГЛАВЛЕНІЕ.

ОТДѢЛЪ ПЕРВЫЙ.

Расчетъ напряженій.

Глава первая.

Глава вторая.

Глава третья.

Глава четвертая.

ОТДѢЛЪ ВТОРОЙ.

Опредѣленіе поперечныхъ сѣченій и изслѣдованіе упругаго сопротивленія нагруженныхъ фермъ.

Глава двѣнадцатая.

Глава тринадцатая.

Глава четырнадцатая.

Глава пятнадцатая.

Глава шестнадцатая.

Расчетъ моста составной рѣшетчато-висячей системы отверстіемъ въ 60 метровъ.

ОТДѢЛЪ ПЕРВЫЙ.

Расчетъ напряженій.

Глава первая.

§ 1.

Введеніе.

Въ большихъ стропильныхъ и мостовыхъ фермахъ вопросомъ существенной важности является правильное и возможно бережливое распредѣленіе матеріала. Обстоятельство это важно не только потому, что въ подобныхъ сооруженіяхъ стоимость матеріала, сравнительно со стоимостью работы, весьма велика, но главнымъ образомъ потому, что собственный **вѣсъ** этихъ сооруженій **представляетъ** собой **мертвую нагрузку** и отъ ея величины часто зависитъ возможность осуществленія всего сооруженія. Въ хорошемъ сооруженіи сопротивленіе матеріала во всѣхъ его частяхъ должно быть вполнѣ эксплоатировано и нигдѣ не должно быть затрачено лишнее количество его, другими словами, каждая часть сооруженія, при невыгоднѣйшей для ея прочности нагрузкѣ, должна испытывать наибольшее допускаемое напряженіе.

Въ брусьяхъ, подверженныхъ продольному сжатію или вытягиванію, условіе этб можетъ быть выполнено съ точностью, такъ какъ въ поперечномъ сѣченіи подобныхъ брусьевъ напряженіе распредѣляется равномѣрно; напротивъ, въ изгибаемомъ брусѣ выполнить этого невозможно, потому что напряженія въ его поперечномъ сѣченіи распредѣляются неравномѣрно. Итакъ, хорошее сооруженіе должно состоять, по возможности, изъ частей, подверженныхъ продольнымъ напряженіямъ (а не напряженіямъ при изгибѣ), т. е. оно должно состоять изъ сжимаемыхъ и вытягиваемыхъ полосъ.

На практикѣ уже давно обнаружилось стремленіе осуществить это требованіе и, по мѣрѣ того, какъ новыя сооруженія становятся значительнѣе, системы ихъ все ближе подходятъ къ требованіямъ, высказаннымъ выше. Стараніе уменьшить количество затрачиваемаго матеріала повлекло за собой замѣну сплошныхъ балокъ квадратнаго сѣченія—балками сѣченія I и II; затѣмъ, вмѣсто сплошныхъ вертикальныхъ стѣнокъ въ этихъ балкахъ, начали дѣлать рѣшетки изъ тонкихъ полосъ, подверженныхъ продольнымъ напряженіямъ, и пришли такимъ образомъ къ стропильнымъ и мостовымъ фермамъ рѣшетчатой и фахверковой системы.

Вышеприведенное условіе требуетъ, чтобы полосы, составляющія сооруженіе, сопрягались между собой въ концахъ помощью шарнировъ. Въ большинствѣ существующихъ мостовъ рѣшетчатой и фахверковой системы, вмѣсто этого, сдѣлана склёпка. Обстоятельство это до нѣкоторой степени уменьшаетъ выгоды фермъ новыхъ системъ. Тогда какъ, въ случаѣ шарнирнаго соединенія полосы имѣютъ полную возможность вращаться около своихъ концовъ, отсутствіе этого обстоятельства, въ связяхъ съ заклепками, служитъ причиной проявленія въ полосахъ, рядомъ съ продольными напряженіями, напряженій при изгибѣ. Не говоря уже о томъ, что, при соединеніи заклепками, матеріалъ затрачивается невполнѣ раціонально, тутъ обнаруживается еще одно и далеко немаловажное неудобство, а именно: въ шарнирныхъ соединеніяхъ напряженія разныхъ частей могутъ быть опредѣлены съ математической точностью, тогда какъ, при соединеніяхъ заклепками, дѣйствительныя наибольшія напряженія частей фермы болѣе или менѣе ускользаютъ отъ нашего контроля.

Во всѣхъ послѣдующихъ примѣрахъ допущено, что въ фермахъ полосы соединяются по концамъ шарнирами и что нагрузки дѣйствуютъ на сооруженіе только въ этихъ узловыхъ точкахъ. Для осуществленія этого послѣдняго условія вводятъ въ сооруженіе второстепенныя продольныя фермы, служащія какъ-бы мостиками для покрытія пространствъ между двумя смежными узлами. Насколько цѣлесообразно строить промежуточныя фермы, какъ независимыя сооруженія, или, другими словами, насколько цѣлесообразно сливать эти части сооруженій съ главными фермами по окончаніи всего сооруженія, будетъ изложено впослѣдствіи, въ особой статьѣ.

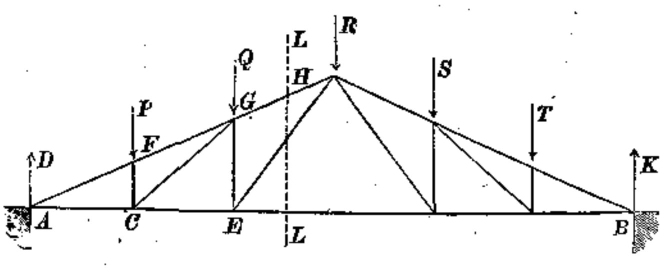
Что касается собственнаго вѣса моста, то онъ представляетъ собой нагрузку, равномѣрно распредѣленную по длинѣ пролета, но, какъ сказано выше, мы предполагаемъ, что грузъ этотъ распредѣляется равномѣрно только на узловыя точки. Насколько допущеніе это согласно съ истиной, будетъ разсмотрѣно ниже.

§ 2.

Методъ статическихъ моментовъ.

Положимъ, что полная нагрузка на стропильную ферму, изображенную на черт. 1 состоитъ изъ отдѣльныхъ грузовъ P,

Черт. 1.

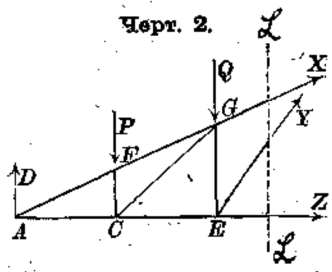


Q, R, S, T, какъ бы привѣшенныхъ къ верхнимъ узламъ. Эти пять грузовъ вызовутъ въ опорахъ реакціи K и D, сумма коихъ равна суммѣ дѣйствующихъ грузовъ, величину же каждой изъ нихъ можно легко опредѣлить изъ закона рычага. Положимъ, что вертикальныя прямыя, проходящія чрезъ узловыя точки, дѣлятъ весь пролетъ на шесть равныхъ частей, тогда для сопротивленій опоръ получимъ слѣдующія выраженія:

$$D = \tfrac{1}{6}T + \tfrac{2}{6}S + \tfrac{3}{6}R + \tfrac{4}{6}Q + \tfrac{5}{6}P$$
$$K = \tfrac{5}{6}T + \tfrac{4}{6}S + \tfrac{3}{6}R + \tfrac{2}{6}Q + \tfrac{1}{6}P.$$

Разсѣчемъ всю ферму по линіи LL. Для того, чтобы часть A (черт. **2**), по отнятіи правой части фермы, осталась въ равновѣсіи, достаточно къ разрѣзаннымъ полосамъ приложить въ мѣстахъ, гдѣ онѣ встрѣчаютъ сѣченіе, силы, дѣйствіе которыхъ замѣнило бы вполнѣ дѣйствіе отнятой части фермы. **Силы эти должны совпадать съ направленіями полосъ**, къ которымъ онѣ приложены (такъ какъ, въ противномъ случаѣ, онѣ произвели бы вращеніе ихъ около концовъ) и представляютъ собой то, что мы называемъ напряженіями полосъ.

Черт. 2.



Итакъ, напряженія X, Y, Z, трехъ разсѣченныхъ полосъ представляютъ собой силы, которыя въ связи съ внѣшними силами P, Q, D, удерживаютъ часть фермы A въ равновѣсіи. Всѣ эти силы лежатъ въ одной плоскости, а потому, для равновѣсія ихъ, должны быть выполнены, какъ извѣстно, три условія: 1) сумма вертикальныхъ составляющихъ всѣхъ силъ, дѣйствующихъ внизъ, должна быть равна суммѣ вертикальныхъ составляющихъ всѣхъ силъ, дѣйствующихъ вверхъ; 2) сумма горизонтальныхъ составляющихъ всѣхъ силъ, дѣйствующихъ влѣво, должна быть равна суммѣ горизонтальныхъ составляющихъ всѣхъ силъ, дѣйствующихъ вправо, и 3) сумма статическихъ моментовъ всѣхъ силъ, относительно произвольнаго центра вращенія, вращающихъ вправо, должна быть равна суммѣ статическихъ моментовъ всѣхъ силъ, взятыхъ относительно того-же центра вращенія и вращающихъ влѣво. Аналитически эти три условія выражаются тремя условными уравненіями равновѣсія:

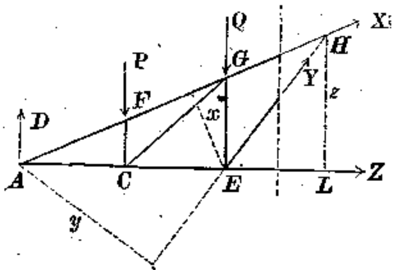
$$\Sigma\,(H) = 0,\ \Sigma\,(V) = 0,\ \Sigma\,(M) = 0.$$

Здѣсь H выражаетъ вообще горизонтальную составляющую одной изъ дѣйствующихъ силъ, V — вертикальную составляющую той-же силы и M — ея моментъ; знакъ Σ выражаетъ, что взята алгебрическая сумма всѣхъ этихъ величинъ, причемъ каждое слагаемое взято, смотря по его направленію, со знакомъ $+$ или $-$. Такъ какъ въ эти три уравненія входятъ и три неизвѣстныя напряженія, то ихъ можно будетъ опредѣлить, рѣшая уравненія. Проведя сѣченіе черезъ три другія полосы, очевидно, можно будетъ опредѣлить напряженія въ нихъ такъ же, какъ и въ предъидущемъ случаѣ. Хотя этотъ способъ приводитъ всегда непосредственно къ рѣшенію вопроса, но онъ представляетъ слѣдующія два неудобства: вопервыхъ, въ H и V входятъ синусы угловъ, составляемыхъ полосами съ горизонтальной прямой, а потому придется предварительно опредѣлить эти величины; вовторыхъ — и это существенный недостатокъ — для опредѣленія какого-нибудь неизвѣстнаго напряженія приходится рѣшить, вообще говоря, три уравненія.

Предлагаемый нами способъ не имѣетъ этихъ недостатковъ, хотя и обладаетъ самой общей приложимостью; кромѣ того, онъ имѣетъ за собой еще и то преимущество, что, для пониманія его, достаточно быть знакомымъ съ законами рычага (въ общемъ видѣ — закономъ статическихъ моментовъ), такъ что каждый, знакомый только съ первыми началами механики, можетъ примѣнять этотъ способъ съ полнымъ сознаніемъ. Методъ этотъ состоитъ въ томъ, что для опредѣленія одного какого-нибудь напряженія, достаточно составить и рѣшить только одно изъ прежнихъ трехъ уравненій, а именно: уравненіе статическихъ моментовъ. Дѣло въ томъ, что можно воспользоваться произвольностью выбора центра вращенія моментовъ такимъ образомъ, чтобы въ одно уравненіе моментовъ входило только одно опредѣляемое напряженіе, а для этого, если сѣченіе встрѣчаетъ кромѣ разсматриваемой еще только двѣ полосы, достаточно принять за центръ вращенія моментовъ точку пересѣченія послѣднихъ двухъ; тогда моменты напряженій ихъ въ уравненіе моментовъ не войдутъ, ибо плечи ихъ равны нулю и мы получимъ одно уравненіе съ однимъ неизвѣстнымъ, которое рѣшить нетрудно. Въ это уравненіе войдутъ, въ качествѣ вспомогательныхъ величинъ, только плечи моментовъ опредѣляемыхъ напряженій, но вычислять ихъ не придется, такъ какъ, взявъ ихъ съ чертежа по масштабу, получимъ ихъ величины съ достаточной для практическихъ цѣлей точностью. Все вышесказанное сводится къ слѣдующему правилу: **разсѣкаемъ ферму на двѣ части такимъ образомъ, чтобы прямая сѣченія встрѣчала, если возможно, не болѣе трехъ полосъ; предполагаемъ, что въ точкахъ пересѣченій раскосовъ съ сѣкущей прямой приложены силы X, Y, Z, представляющія напряженія полосъ; составляемъ для отрѣзанной части фермы уравненіе моментовъ, задавая, для опредѣленія напряженія X, центръ вращенія въ точкѣ пересѣченія Y и Z — для опредѣленія Y — въ точкѣ пересѣченія X и Z и для опредѣленія Z — въ точкѣ пересѣченія X и Y.**

Такъ напр., для опредѣленія X въ нашей задачѣ, центромъ вращенія будетъ точка E (черт. 3) пересѣченія силъ Y и Z, и тогда мы получимъ уравненіе моментовъ:

Черт. 3.



$$X.x - P.\overline{EC} + D.\overline{AE} = 0,$$

откуда $X = \dfrac{P.\overline{EC} - D.\overline{AE}}{x}$.

Для опредѣленія Y за центръ вращенія слѣдуетъ принять точку A — пересѣченія силъ X и Z и тогда получимъ уравненіе:

$$-Y.y + P.\overline{AC} + Q.\overline{AE} = 0,$$

откуда: $$Y = \frac{P.\overline{AC} + Q.\overline{AE}}{y}.$$

Для опредѣленія Z за центръ вращенія слѣдуетъ принять точку H пересѣченія силъ X и Y и тогда получимъ уравненіе:

$$-Z \,.\, z - Q \,.\, \overline{EL} - P \,.\, \overline{CL} + D \,.\, \overline{AL} = 0,$$

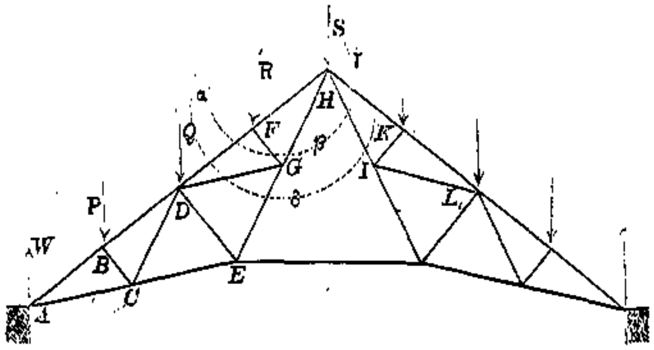
откуда:
$$Z = \frac{-Q \,.\, \overline{EL} - P \,.\, \overline{CL} + D \,.\, \overline{AL}}{z}.$$

Считаемъ лишнимъ доказывать, что точно такимъ же образомъ можно опредѣлить напряженіе въ каждой другой полосѣ.

Этотъ способъ можно непосредственно прилагать тогда, когда прямая, разсѣкающая данную полосу, въ то же время разсѣкаетъ не болѣе двухъ другихъ.

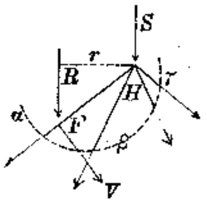
Въ сложныхъ фермахъ, какъ напр. въ изображенной на черт. 4, можетъ оказаться, что нѣкоторыхъ напряженій этимъ

Черт. 4.



способомъ нельзя будетъ опредѣлить, такъ напр. нельзя опредѣлить напряженій въ FG, DG, DE, потому что нельзя провести прямой, которая, разсѣкая одну изъ этихъ полосъ, всего разсѣкала бы въ то же время только три полосы фермы. Но и въ этомъ случаѣ можно рѣшить задачу непосредственно, если только удастся провести такое сѣченіе (оно по произволу можетъ быть криволинейнымъ или прямолинейнымъ), чтобы всѣ пересѣкаемыя полосы, исключая той, напряженіе которой мы опредѣляемъ, сходились въ одной точкѣ. Такъ напр., можно опредѣлить напряженіе V полосы FG, если провести сѣченіе $\alpha\,\beta\,\gamma$ и для вырѣзанной части (черт. 5)

Черт. 5.



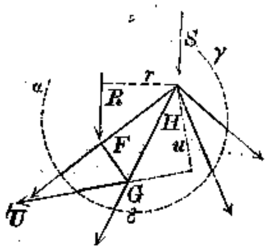
составить уравненіе моментовъ, принимая центръ вращенія въ точкѣ H.

$$-V\,.\,\overline{FH}-R\,.\,r=0,$$

откуда: $V=-\frac{R\,r}{\overline{FH}}$.

Точно такъ же опредѣлится напряженіе U полосы DG, если провести сѣченіе $\alpha\,\delta\,\gamma$ и для вырѣзанной части составить уравненіе моментовъ, принимая за центръ вращенія точку H (черт. 6).

Черт. 6.

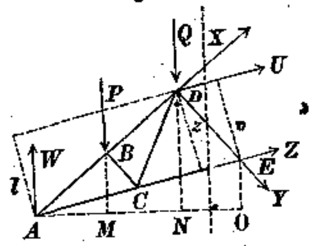


$$U\,.\,u-R\,.\,r=0,$$

откуда $U=\frac{R.r}{u}$.

Точно такъ же можно опредѣлить напряженія въ KI и LI. Всѣ остальныя полосы могутъ быть разсѣчены прямыми, встрѣчающими, или только три полосы, или четыре, причемъ въ одной изъ нихъ напряженіе можетъ бють опредѣлено предварительно. Въ обоихъ этихъ случаяхъ можетъ быть приложенъ прежній способъ. Такъ напр. опредѣливъ U, можно получить для напряженій X, Y, Z полосъ DF, DE, CE уравненія (черт. 7):

Черт. 7.



$$X.\overline{DE}+U.v-Q.\overline{NO}-P.\overline{MO}+W.\overline{AO}=0$$

(центръ вращенія точка E).

$$Y.\overline{AD}+U\,.\,l+Q.\overline{AN}+P.AM=0$$

(центръ вращенія точка A)

$$-Z\,.\,z+W\,.\,\overline{AN}-P\,.\,\overline{MN}=0$$

(центръ вращенія точка D).

Изъ каждаго изъ этихъ уравненій можно непосредственно опредѣлить входящія въ него неизвѣстныя.

Итакъ, мы видимъ, что преимущества предлагаемаго метода остаются въ полной силѣ и въ случаѣ сложныхъ фермъ, какъ напр. та, которую мы сейчасъ разсмотрѣли. Для полной оцѣнки этихъ преимуществъ слѣдуетъ замѣтить, что только начинающимъ придется для каждаго частнаго расчета вычерчивать особыя эпюры, напрактиковавшись можно сразу, по главной схемѣ, написать всѣ необходимыя уравненія.

Въ предъидущихъ примѣрахъ мы познакомились съ общимъ характеромъ метода статическихъ моментовъ; для изученія всѣхъ встрѣчающихся въ практикѣ случаевъ лучше всего обратиться въ помощи численныхъ примѣровъ. Для уясненія послѣдующихъ вычисленій достаточно будетъ въ каждомъ частномъ случаѣ указать на конструкцію всего сооруженія и вычислить съ полной подробностью только тѣ части фермъ, которыя служатъ характеристичными представителями всѣхъ остальныхъ; что же касается этихъ послѣднихъ, то для нихъ мы составимъ только главныя уравненія моментовъ.

Хотя мы имѣемъ право ставить знакъ + безразлично предъ моментами вращающими вправо, или предъ моментами вращающими влѣво, но, для избѣжанія недоразумѣній, лучше придерживаться извѣстнаго правила; а потому во всѣхъ послѣдующихъ примѣрахъ мы будемъ ставить + **предъ моментами вращающими вправо** и — **предъ моментами вращающими влѣво.**

Условимся еще насчетъ направленій силъ, выражающихъ напряженія полосъ. Въ началѣ каждаго расчета мы предварительно допустимъ, что сила, приложенная къ раскосу въ произведенномъ сѣченіи и замѣняющая собой дѣйствіе отдѣленной части фермы, направлена въ сторону этой послѣдней (такъ мы поступали во всѣхъ предъидущихъ примѣрахъ), и если въ концѣ вычисленія окажется, что предъ этими силами стоитъ знакъ +, то это покажетъ, что найденная сила есть **вытягиваніе**, если —, то — **сжатіе.**

§ 3.

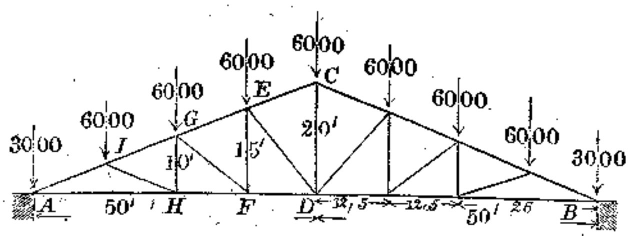
Стропила отверзтіемъ въ 100 футовъ.

(Экзерциръ-гаузъ въ казармѣ на Вельфовой площади въ Ганноверѣ).

На квадратный футъ плана этой крыши приходится 11,3 фунта собственнаго вѣса и 20 фунтовъ давленія отъ вѣтра и снѣга. Такимъ образомъ полная нагрузка на 1 квадратный футъ плана крыши составляетъ 31,3 ф.

Разстояніе между фермами $= 15^1/_3$ фута, пролетъ $= 100$ футамъ, такъ что на каждую ферму приходится $15^1/_3 \times 100$ квадратныхъ футовъ плана, или $15^1/_3 \times 100 \times 31{,}3$ фунтовъ нагрузки — примемъ круглымъ числомъ 48000 ф. Изъ чертежа видно, что на каждую панель приходится 6000 фунтовъ, если допустить, что они распредѣлятся поровну на два смежные узла, то на каждый изъ промежуточныхъ между опорами узловъ прійдется по 6000 фунтовъ, а на опорные — по 3000; эти 3000 ф., дѣйствуя непосредственно на опору, не будутъ имѣть

Черт. 8.

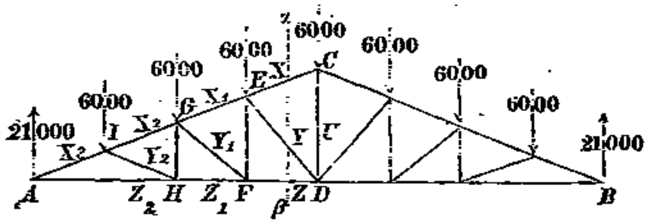


никакого вліянія на ферму. Каждая опора испытываетъ давленіе въ 24000 фунтовъ; но для того, чтобы получить ея противодѣйствіе на ферму снизу вверхъ, слѣдуетъ изъ этого числа вычесть давленіе въ 3000 ф., передаваемое на опору непосредственно, помимо фермы; такимъ образомъ мы получимъ 21000 фунтовъ.

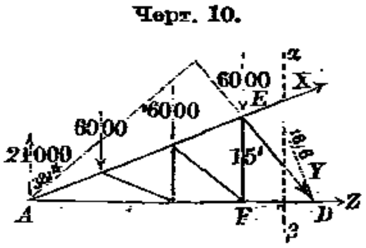
Итакъ, на ферму, вообще говоря, дѣйствуютъ девять внѣшнихъ силъ; изъ нихъ 7, каждая въ 6000 фунтовъ, приложены къ промежуточнымъ узламъ и направлены вертикально внизъ и двѣ, въ 21000 фунтовъ каждая, приложены къ опорнымъ узламъ и направлены вертикально вверхъ.

Опредѣлимъ сперва напряженіе полосъ средней панели (черт. 9); для этого раздѣлимъ всю ферму сѣченіемъ $\alpha\ \beta$ на двѣ части: одну изъ нихъ, правую, устранимъ, а для поддержанія равновѣсія въ лѣвой (черт. 10) приложимъ въ точкахъ,

Черт. 9.



Черт. 10.



гдѣ полосы разсѣчены прямой $\alpha\,\beta$, силы X, Y, Z; затѣмъ примемъ эту часть фермы за рычагъ съ неподвижнымъ центромъ вращенія въ точкѣ D и для отысканія X составимъ слѣдующее уравненіе моментовъ *):

$$0 = X.18,6 + 21000.50 - 6000.12,5 - 6000.25 - 6000.37,5,$$

откуда $$X = -32300 \text{ ф}.$$

Для опредѣленія Y примемъ за центръ вращенія точку A пересѣченія направленій силъ X и Z, тогда уравненіе моментовъ будетъ:

$$0 = Y.38,4 + 6000.12,5 + 6000.25 + 6000.37,5,$$

откуда $$Y = -11700 \text{ ф}.$$

Для опредѣленія Z слѣдуетъ предположить вращеніе около E:

$$0 = -Z.15 + 21000.37,5 - 6000.12,5 - 6000.25$$

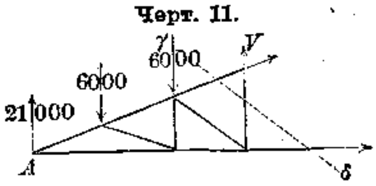
$$Z = +37500 \text{ ф}.$$

Для опредѣленія напряженія вертикальнаго раскоса V слѣдуетъ провести наклонное сѣченіе $\gamma\,\delta$ и принять центръ вращенія въ A, тогда получимъ уравненіе моментовъ:

$$0 = -V.37,5 + 6000.12,5 + 6000.25,$$

*) Опредѣленіе плечъ рычаговъ путемъ вычисленій можно найти въ 11 главѣ настоящаго сочиненія.

Черт. 11.



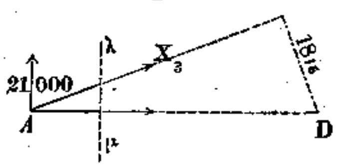
откуда: $V = + 6000$ ф.

Для частей фермы, расположенныхъ совершенно такимъ же образомъ, найдемъ слѣдующія уравненія:

$$0 = X_1 \,.\, 13{,}9 + 21000 \,.\, 37{,}5 - 6000 \,.\, 12{,}5 - 6000 \,.\, 25$$
(центръ вращенія F)
$$X_1 = -\ 40400 \text{ фунт.}$$
$$0 = Y_1 \,.\, 23{,}5 + 6000 \,.\, 12{,}5 + 6000 \,.\, 25 \text{ (центръ вращенія } A)$$
$$Y_1 = -\ 9570 \text{ фунт.}$$
$$0 = -\ Z_1 \,.\, 10 + 21000 \,.\, 25 - 6000 \,.\, 12{,}5 \text{ (центръ вращенія } G)$$
$$Z_1 = +\ 45000 \text{ фунт.}$$
$$0 = -\ V_1 \,.\, 25 + 6000 \,.\, 12{,}5 \text{ (центръ вращенія } A)$$
$$V_1 = +\ 3000 \text{ фунт.}$$
$$0 = X_2 \,.\, 9{,}3 + 21000 \,.\, 25 - 6000 \,.\, 12{,}5 \text{ (центръ вращенія } H)$$
$$X_2 = -\ 48400 \text{ фунт.}$$
$$0 = Y_2 \,.\, 9{,}3 + 6000 \,.\, 12{,}5 \text{ (центръ вращенія } A)$$
$$Y_2 = -\ 8100 \text{ фунт.}$$
$$0 = -\ Z_2 \,.\, 5 + 21000 \,.\, 12{,}5 \text{ (центръ вращенія } I)$$
$$Z_2 = +\ 52500 \text{ фунт.}$$

Для опредѣленія послѣдняго напряженія X_3 слѣдуетъ провести сѣченіе λ μ, которое, въ видѣ исключенія, пересѣкаетъ только двѣ полосы. Въ этомъ случаѣ за центръ вращенія можетъ быть

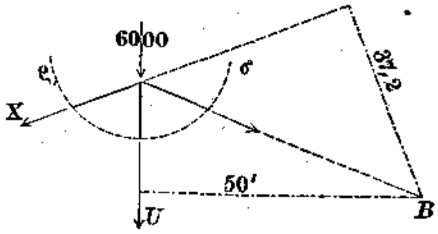
Черт. 12.



принята произвольная точка по направленію напряженія Z_2, напр. D (черт. **12**), тогда:

$$0 = X_3 \,.\, 18{,}6 + 21000 \,.\, 50$$
$$X_3 = -\ 56500 \text{ ф.}$$

Черт. 13.



Единственное напряженіе, котораго нельзя найти непосредственно по предъидущему способу, это — U, въ средней вертикальной полосѣ; для опредѣленія его нужно

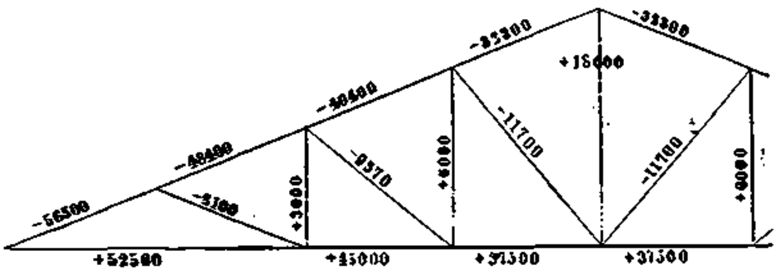
предварительно знать напряженіе одной изъ смежныхъ полосъ, напр. X (мы его уже опредѣлили: $X = -32300$ фунт.). Теперь проведемъ сѣченіе $\rho\ \sigma$ (черт. 13), примемъ за центръ вращенія точку B и составимъ уравненіе моментовъ:

$$0 = -U \cdot 50 - 6000 \cdot 50 - (-32300) \cdot 37{,}2,$$

откуда: $$U = +18000 \text{ фунтовъ}.$$

Для наглядности, результаты вышеприведенныхъ вычисленій выставлены на черт. 14.

Черт. 14.

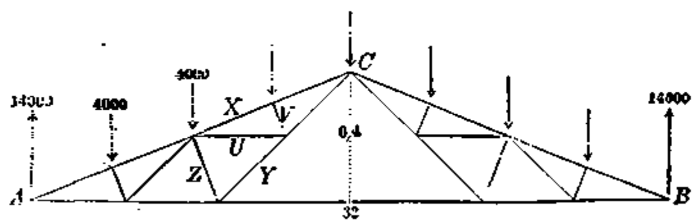


§ 4.

Стропильная ферма отверзтіемъ въ 32 метра.

За полную нагрузку стропильной фермы, изображенной на чертежѣ 15, принять вѣсъ въ 32000 килограм., распредѣленный равномѣрно по длинѣ фермы. Такъ какъ отверзтіе стропилъ

Черт. 15.



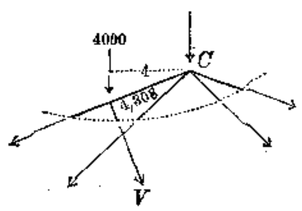
равно 32 метр., то на погонный метръ приходится 1000 килогр. Здѣсь узловыхъ точекъ 9 и мы найдемъ (совершенно также какъ и въ предъидущемъ случаѣ), что на каждый средній

узелъ приходится нагрузка въ 4000 килограм. и что давленіе опоръ на ферму снизу вверхъ равны каждая 14000 килогр.

Способъ, употребленный въ предъидущемъ примѣрѣ, не привелъ бы непосредственно къ цѣли, если бы мы пожелали по нему опредѣлить напряженія, обозначенныя на чертежѣ 15 буквами X, Y, Z, U, V, а потому здѣсь будетъ примѣненъ способъ, указанный въ концѣ § 2.

Для опредѣленія V слѣдуетъ вырѣзать изъ всей фермы часть, представленную отдѣльно на черт. 16 и составить уравненіе моментовъ для вращенія около С:

Черт. 16.

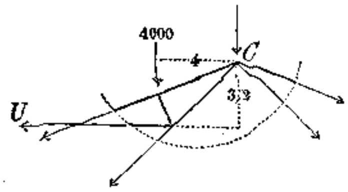


$$0 = -V \,.\, 4{,}308 - 4000 \,.\, 4,$$

откуда: $V = -3714$ килогр.

Точно такъ же можно найти U; для этого слѣдуетъ составить для части, представленной на черт. 17 уравненіе моментовъ относительно вращенія около C, а именно:

Черт. 17.



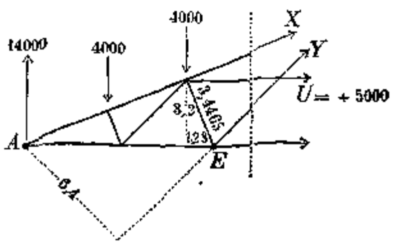
$$0 = U \,.\, 3{,}2 - 4000 \,.\, 4,$$

откуда: $U = +5000$ килогр.

Зная U, можно опредѣлить X; для этого составимъ уравненіе моментовъ при вращеніи части фермы, представленной на черт. 18, около E:

$$0 = X \,.\, 3{,}4465 + 14000 \,.\, 9{,}28 - 4000\,(1{,}28 + 5{,}28) + 5000 \,.\, 3{,}2\,,$$

Черт. 18.



гдѣ вмѣсто U подставлена его численная величина, 5000 кил.

$$X = -34725 \text{ килогр.}$$

точно такъ же найдемъ напряженіе Y; для этого за центръ вращенія примемъ точку A и составимъ уравненіе моментовъ:

$$0 = -Y \,.\, 6{,}4 + 4000\,(4 + 8) + 5000 \,.\, 3{,}2,$$

откуда: $Y = +\ 10000$ килогр.

Для опредѣленія Z — (черт. 15) слѣдуетъ провести сѣченіе слѣва отъ точки E и наклонно, а за тѣмъ составить для отдѣленной части уравненіе моментовъ относительно центра вращенія А:

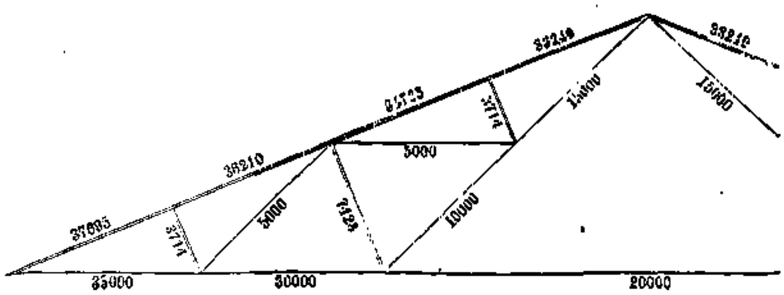
$$0 = Z\,.\,8{,}616 + 4000\,(4 + 8) + 5000\,.\,3{,}2,$$

откуда: $Z = -\ 7428$ килогр.

Каждая изъ остальныхъ девяти полосъ лѣвой половины фермы можетъ быть разсѣчена прямой, встрѣчающей одновременно не болѣе трехъ полосъ, а потому къ нимъ можетъ быть приложенъ способъ, примѣненный въ предъидущемъ примѣрѣ.

Результаты вычисленій надписаны на схемѣ **19**. На чертежѣ

Черт. 19.



пропущены передъ **числами знаки + и —, пестрящіе его, а для большей наглядности сжатыя полосы обозначены двойной чертой въ отличіе отъ вытянутыхъ, обозначенныхъ простой чертой.**

Глава вторая.

---

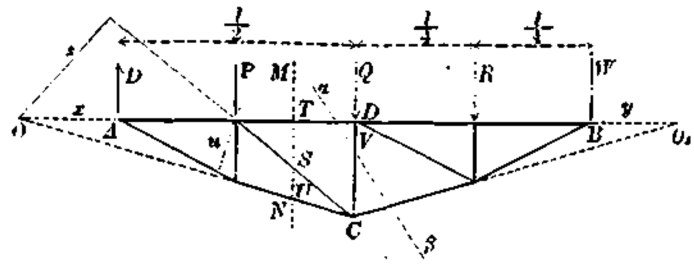
§ 5.

Расчетъ мостовыхъ фермъ.

Выше было замѣчено, что одно изъ преимуществъ изложеннаго способа состоитъ въ томъ, что, для опредѣленія напряженія въ произвольно взятой части сооруженія, всегда возможно и достаточно составить и рѣшить одно уравненіе первой степени съ однимъ неизвѣстнымъ. Но методъ этотъ обладаетъ еще однимъ весьма важнымъ достоинствомъ, представляющимъ значительныя удобства при расчетахъ мостовыхъ фермъ. Дѣло въ томъ, что изъ уравненія, служащаго для опредѣленія напряженія въ данной полосѣ, сразу видно какія нагрузки дѣйствуютъ въ пользу увеличенія и какія въ пользу уменьшенія искомаго напряженія, такъ что отбрасывая первыя или вторыя, мы можемъ получить наименьшія или наибольшія напряженія. Само собой разумѣется, что здѣсь говорится только о временной нагрузкѣ.

Въ прежнихъ примѣрахъ мы не обратили вниманія на это обстоятельство, потому что тамъ (убѣдиться въ этомъ нетрудно) нельзя было ни въ одной части вызвать наибольшаго напряженія, отбросивши какую-либо часть нагрузки; но для мостовыхъ и нѣкоторыхъ стропильныхъ фермъ, разсмотрѣніемъ которыхъ мы займемся впослѣдствіи, весьма важно принять въ расчетъ перемѣнное положеніе нагрузки *), такъ какъ въ данной полосѣ наибольшее напряженіе не всегда проявляется при полной нагрузкѣ всего сооруженія. Поясникъ сказанное примѣромъ (черт. 20). Для полученія напряженія S, проводимъ сѣченіе

Черт. 20.



*) Какъ напр. временной нагрузки при движеніи поѣзда по мосту, или односторонняго давленія снѣга и вѣтра на крышу.

MN и составляемъ уравненіе моментовъ относительно центра вращенія O:

$$S \,.\, s - Dx + P\left(x + \frac{l}{4}\right) = 0$$

или, подставляя вмѣсто D его значеніе

$$D = \tfrac{3}{4}\,P + \tfrac{1}{2}\,Q + \tfrac{1}{4}\,R\,,$$

и рѣшая по S, получимъ:

$$S = \frac{-P\left(\frac{x}{4} + \frac{l}{4}\right) + \frac{Q\,.\,x}{2} + \frac{R\,.\,x}{4}}{s}\,.$$

Членъ, содержащій въ этомъ равенствѣ P, отрицательный, а члены, содержащіе множителями R и Q, положительные; такимъ образомъ съ перваго взгляда обнаруживается, что нагрузка P дѣйствуетъ въ смыслѣ уменьшенія, а Q и R, въ смыслѣ увеличенія напряженія S, такъ что, отбрасывая P, получимъ:

$$S\,(\text{max.}) = \frac{\frac{Q}{2}\,x + \frac{R}{4}\,x}{s} \;-$$

выраженіе наибольшаго вытягивающаго усилія, а отбрасывая Q и R —

$$S\,(\text{min.}) = \frac{-P\left(\frac{x}{4} + \frac{l}{4}\right)}{s} \;-$$

выраженіе наименьшаго вытягивающаго или наибольшаго сжимающаго усилія.

Въ приведенномъ сейчасъ примѣрѣ мы предполагали, для простоты, что самое сооруженіе не имѣетъ вѣса и что силы P, Q и R представляютъ временную нагрузку. Составимъ уравненія для T и U;

$$T\,.\,\overline{CD} - P\,.\,\frac{l}{4} + D\,.\,\frac{l}{2} = 0$$

$$-\,U\,.\,u + D\,.\,\frac{l}{4} = 0\,,$$

подставляя въ эти уравненія вмѣсто D его значеніе и рѣшая ихъ относительно U и T, получимъ:

$$T = \frac{-P\,\frac{l}{8} - Q\,.\,\frac{l}{4} - R\,.\,\frac{l}{8}}{\overline{CD}}$$

$$U = \frac{P \cdot \frac{3}{16} l + Q \cdot \frac{l}{8} + R \cdot \frac{l}{16}}{u}.$$

Изъ этихъ двухъ равенствъ видно, что наибольшія напряженія T и U соотвѣтствуютъ полной нагрузкѣ всего сооруженія.

Для опредѣленія V получаемъ (сѣченіе $\alpha\ \beta$, центръ вращенія O_1) такое уравненіе равновѣсія правой части фермы:

$$0 = -V\left(y + \frac{l}{2}\right) - Q\left(\frac{l}{2} + y\right) - R\left(y + \frac{l}{4}\right) + Wy$$

или, подставляя вмѣсто W его значеніе

$$W = \frac{3}{4} R + \frac{Q}{2} + \frac{P}{4}$$

и рѣшая относительно V, получимъ:

$$V = \frac{-R\left(\frac{y+l}{4}\right) - Q\left(\frac{y+l}{2}\right) + P\frac{y}{4}}{y + \frac{l}{2}},$$

откуда:

$$V(\text{max.}) = + \frac{P\frac{y}{4}}{y + \frac{l}{2}} -$$

выраженіе наибольшаго вытягивающаго усилія и

$$V(\text{min.}) = \frac{-R\left(\frac{y+l}{4}\right) - Q\left(\frac{y+l}{2}\right)}{y + \frac{l}{2}} -$$

выраженіе наименьшаго вытягивающаго или наибольшаго сжимающаго усилія.

Все сказанное до сихъ поръ сводится къ слѣдующему правилу:

Предварительно предполагаемъ, что всѣ узлы фермы нагружены, затѣмъ составляемъ и рѣшаемъ уравненіе моментовъ относительно искомаго напряженія и представляемъ это напряженіе въ такомъ видѣ, чтобы вліяніе каждаго груза выражалось отдѣльнымъ членомъ; послѣ того, отбрасывая сперва изъ числа членовъ, зависящихъ отъ временной на-

грузки, всѣ отрицательные, получимъ наибольшее напряженіе при вытягиваніи, а потомъ, отбрасывая всѣ положительные, получимъ наименьшее напряженіе при вытягиваніи или наибольшее при сжатіи; другими словами: выраженіе наибольшаго напряженія (при сжатіи или вытягиваніи) должно заключать въ себѣ члены (зависящіе отъ временной нагрузки) съ одинаковыми знаками.

Можетъ представиться исключительный случай, что въ общее уравненіе моментовъ всѣ члены, зависящіе отъ временной нагрузки, входятъ съ однимъ и тѣмъ же знакомъ, тогда это уравненіе само и послужитъ для опредѣленія наибольшаго напряженія.

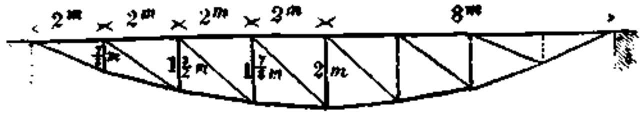
Въ предлагаемомъ примѣрѣ мы будемъ придерживаться вышеприведеннаго правила. Для каждой полосы мы составимъ уравненіе моментовъ въ предположеніи **полной** нагрузки, а затѣмъ, выпуская нагрузки, ослабляющія наибольшее (наименьшее) напряженіе, получимъ уравненіе моментовъ для опредѣленія наибольшихъ напряженій.

§ 6.

Параболическая ферма простой діагональной системы отверстіемъ въ 16 метровъ.

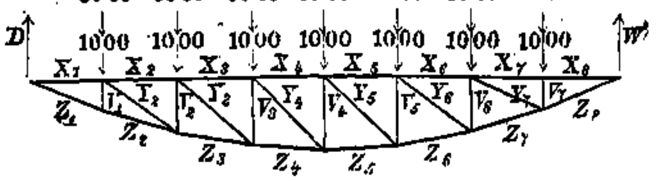
Размѣры главныхъ частей фермы выставлены на черт. 21. Собственный вѣсъ моста на погонный метръ принятъ въ 1000, а временная нагрузка въ 5000 килогр., такъ что на погон-

Черт. 21.



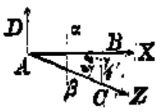
ный метръ каждой изъ двухъ фермъ приходится половина этихъ нагрузокъ. Длина каждой панели = 2 метр., поэтому на каждый узелъ фермы будетъ дѣйствовать 1000 килогр. по-

Черт. 22.



стоянной и 5000 временной нагрузки (черт. 22). Для опредѣленія X_1 проводимъ въ первой панели сѣченіе α β и составляемъ уравненіе моментовъ для части фермы (черт. 23) относительно центра вращенія C:

Черт. 23.



$$0 = X_1 \cdot \tfrac{7}{8} + D \cdot 2$$

При полной нагрузкѣ противодѣйствіе опоры A будетъ:

$$D = 1000\left(\tfrac{1}{8}+\tfrac{2}{8}+\tfrac{3}{8}+\tfrac{4}{8}+\tfrac{5}{8}+\tfrac{6}{8}+\tfrac{7}{8}\right) + 5000\left(\tfrac{1}{8}+\tfrac{2}{8}+\tfrac{3}{8}+\tfrac{4}{8}+\tfrac{5}{8}+\tfrac{6}{8}+\tfrac{7}{8}\right).$$

Подставляя въ предъидущее уравненіе это значеніе D, получимъ:

$$0 = X_1 \cdot \tfrac{7}{8} + 1000\left(\tfrac{1}{8}+\tfrac{2}{8}+\tfrac{3}{8}+\tfrac{4}{8}+\tfrac{5}{8}+\tfrac{6}{8}+\tfrac{7}{8}\right) \cdot 2 + 5000\left(\tfrac{1}{8}+\tfrac{2}{8}+\tfrac{3}{8}+\tfrac{4}{8}+\tfrac{5}{8}+\tfrac{6}{8}+\tfrac{7}{8}\right) \cdot 2$$

Всѣ семь членовъ, зависящіе отъ временной нагрузки, имѣютъ одинаковые знаки, а потому наибольшее значеніе X_1 получится, если непосредственно рѣшить составленное уравненіе, а именно:

$$X_1\ (\text{min.}) = -48000 \text{ килогр.}$$

Для опредѣленія Z_1 возьмемъ тотъ же чертежъ 23 и предположимъ только, что центръ вращенія будетъ въ B, тогда уравненіе моментовъ приметъ видъ:

$$0 = -Z_1 \cdot 0{,}8 + D \cdot 2,$$

или, подставляя вмѣсто D его значеніе,

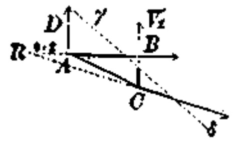
$$0 = -Z_1 \cdot 0{,}8 + 1000\left(\tfrac{1}{8}+\tfrac{2}{8}+\tfrac{3}{8}+\tfrac{4}{8}+\tfrac{5}{8}+\tfrac{6}{8}+\tfrac{7}{8}\right) \cdot 2 + 5000\left(\tfrac{1}{8}+\tfrac{2}{8}+\tfrac{3}{8}+\tfrac{4}{8}+\tfrac{5}{8}+\tfrac{6}{8}+\tfrac{7}{8}\right) \cdot 2$$

Здѣсь всѣ члены, умноженные на 5000, тоже имѣютъ общій знакъ, а потому и здѣсь можно непосредственно получить выраженіе для Z_1, стоитъ только рѣшить приведенное сейчасъ уравненіе, а именно:

$$Z_1 \text{ (max.)} = +52500 \text{ килогр.}$$

Для опредѣленія V_1 слѣдуетъ провести сѣченіе $\gamma\,\delta$ наклонно и составить уравненіе моментовъ для части фермы (черт. 24) въ предположеніи, что центръ вращенія находится въ точкѣ R, пересѣченія остальныхъ двухъ полосъ, встрѣчаемыхъ сѣченіемъ $\gamma\,\delta$.

Черт. 24.



$$0 = -V_1 \,.\, 2{,}8 - D \,.\, 0{,}8,$$

подставляя вмѣсто D его величину, получимъ:

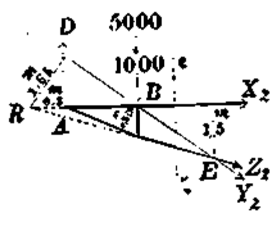
$$0 = -V_1 \,.\, 2{,}8 - 1000\left(\tfrac{1}{8}+\tfrac{2}{8}+\tfrac{3}{8}+\tfrac{4}{8}+\tfrac{5}{8}+\tfrac{6}{8}+\tfrac{7}{8}\right).\,0{,}8$$
$$-5000\left(\tfrac{1}{8}+\tfrac{2}{8}+\tfrac{3}{8}+\tfrac{4}{8}+\tfrac{5}{8}+\tfrac{6}{8}+\tfrac{7}{8}\right).\,0{,}8$$

Члены, умноженные на 5000, имѣютъ одинакіе знаки, а потому для опредѣленія V_1 слѣдуетъ непосредственно рѣшить это уравненіе относительно V_1:

$$V_1 \text{ (min.)} = -6000 \text{ килогр.}$$

Для опредѣленія X_2, Y_2 и Z_2 слѣдуетъ провести сѣченіе $\epsilon\,\zeta$ и разсматривать часть фермы (черт. 25). Чтобы найти X_2 положимъ, что центръ вращенія находится въ E, тогда получимъ уравненіе моментовъ

Черт. 25.



$$0 = X_2 \,.\, 1{,}5 + D \,.\, 4 - 1000{,}2$$
$$-5000 \,.\, 2$$

или, подставляя вмѣсто D его значеніе,

$$0 = X_2 \,.\, 1{,}5 + 1000\left(\tfrac{1}{8}+\tfrac{2}{8}+\ldots\tfrac{7}{8}\right) 4$$
$$+5000\left(\tfrac{1}{8}+\tfrac{2}{8}+\ldots\tfrac{7}{8}\right) 4$$
$$-1000 \,.\, 2 - 5000 \,.\, 2.$$

Въ этомъ уравненіи вліяніе временной нагрузки въ точкѣ B обнаруживается въ двухъ членахъ; одинъ изъ нихъ $+\ 5000 \,.\, \tfrac{7}{8} \,.\, 4$ есть одно изъ слагаемыхъ реакціи опоры, а другой $-\ 5000.2$ представляетъ непосредственное дѣйствіе нагрузки въ точкѣ В. По правилу слѣдуетъ соединить эти два члена въ одинъ: $5000\,(\frac{7}{8}\,.\,4-2)$ и всему уравненію придать видъ:

$$0=X_2\,.\,1{,}5+1000\left[\left(\tfrac{1}{8}+\ldots\tfrac{6}{8}\right)4+\left(\tfrac{7}{8}\,.\,4-2\right)\right]$$
$$+5000\left[\left(\tfrac{1}{8}+\ldots\tfrac{6}{8}\right)4+\left(\tfrac{7}{8}\,.\,4-2\right)\right]$$

Здѣсь уже ясно видно, что всѣ члены, умноженные на 5000, имѣютъ одинакіе знаки и что, поэтому, для опредѣленія наибольшаго напряженія слѣдуетъ непосредственно рѣшить послѣднее уравненіе; такимъ образомъ получимъ:

$$X_2\ (\text{min.})=-48000\ \text{килогр.}$$

Для опредѣленія Y_2 центръ вращенія слѣдуетъ перенести въ R и тогда:

$$0=Y_2\,.\,1{,}68-1000\left(\tfrac{1}{8}+\ldots\tfrac{7}{8}\right)0{,}8-5000\left(\tfrac{1}{8}+\ldots\tfrac{7}{8}\right)0{,}8$$
$$+1000\,.\,2{,}8+5000\,.\,2{,}8-$$

уравненіе, въ которомъ вмѣсто D подставлена его величина. Для того, чтобы выразить въ немъ вліяніе каждой нагрузки отдѣльнымъ членомъ, представимъ его въ слѣдующемъ видѣ:

$$0=Y_2\,.\,1{,}68-1000\left[\left(\tfrac{1}{8}+\ldots\tfrac{6}{8}\right)0{,}8-\left(2{,}8-\tfrac{7}{8}\,.\,0{,}8\right)\right]$$
$$-5000\left(\tfrac{1}{8}+\ldots\tfrac{6}{8}\right)0{,}8+5000\left(2{,}8-\tfrac{7}{8}\,.\,0{,}8\right).$$

Изъ семи членовъ, умноженныхъ на 5000, шесть отрицательныхъ и одинъ положительный, поэтому по правилу слѣдуетъ опустить сперва членъ положительный и тогда

$$0=Y_2\,.\,1{,}68-1000\left[\left(\tfrac{1}{8}+\ldots\tfrac{6}{8}\right)0{,}8-\left(2{,}8-\tfrac{7}{8}\,.\,0{,}8\right)\right]$$
$$-5000\left(\tfrac{1}{8}+\ldots\tfrac{6}{8}\right)0{,}8$$
$$\text{и}\ Y_2\ (\text{max.})=+6250\ \text{килогр.},$$

а потомъ опускаемъ шесть отрицательныхъ членовъ и тогда

$$0=Y_2\,.\,1{,}68-1000\left[\left(\tfrac{1}{8}+\ldots\tfrac{6}{8}\right)0{,}8-\left(2{,}8-\tfrac{7}{8}\,.\,0{,}8\right)\right]$$
$$+5000\left(2{,}8-\tfrac{7}{8}\,.\,0{,}8\right)$$
$$\text{и}\ Y_2\ (\text{min.})=-6250.$$

(Замѣтимъ кстати, что въ случаѣ полной нагрузки $Y_2=0$.— Обстоятельство это, встрѣчающееся въ параболическихъ фермахъ, будетъ подробно разъяснено ниже въ теоріи этихъ фермъ).

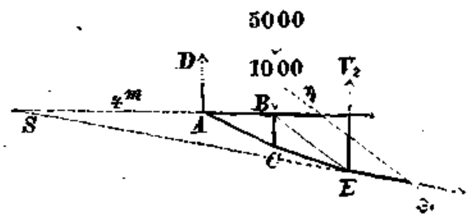
Для полученія Z_2 перенесемъ центръ вращенія въ B и, располагая члены такъ, какъ было изъяснено выше, составимъ уравненіе моментовъ:

$$0 = -Z_2 . 0{,}835 + 1000\left(\tfrac{1}{8} + \ldots \tfrac{7}{8}\right) . 2 + 5000\left(\tfrac{1}{8} + \ldots \tfrac{7}{8}\right) . 2;$$

въ немъ всѣ члены, умноженные на 5000, имѣютъ одинакіе знаки, а потому уравненіе это слѣдуетъ рѣшить непосредственно:

$$Z_2 \text{ (max.)} = +50300 \text{ килогр.}$$

Черт. 26.



Для опредѣленія V_2 слѣдуетъ провести сѣченіе $\eta\,\mathfrak{Z}$ (черт. 26) и центръ вращенія принять въ точкѣ S. Размѣстивъ всѣ члены въ томъ порядкѣ, какой указанъ выше, получимъ общее уравненіе моментовъ въ слѣдующемъ видѣ:

$$0 = -V_2 . 8 - 1000\left[\left(\tfrac{1}{8} + \ldots \tfrac{6}{8}\right) 4 - \left(6 - \tfrac{7}{8} 4 .\right)\right]$$
$$- 5000 \left(\tfrac{1}{8} + \ldots \tfrac{6}{8}\right) 4 + 5000\left(6 - \tfrac{7}{8} . 4\right).$$

Сперва опускаемъ членъ, умноженный на + 5000 и получаемъ:

$$0 = -V_2 . 8 - 1000\left[\left(\tfrac{1}{8} + \ldots \tfrac{6}{8}\right) 4 - \left(6 - \tfrac{7}{8} . 4\right)\right]$$
$$- 5000 \left(\tfrac{1}{8} + \ldots \tfrac{6}{8}\right) 4$$
$$V_2 \text{ (min.)} = -7560 \text{ кил.},$$

потомъ опускаемъ членъ, умноженный на — 5000 и получаемъ:

$$0 = -V_2 . 8 - 1000\left[\left(\tfrac{1}{8} + \ldots \tfrac{6}{8}\right) 4 - \left(6 - \tfrac{7}{8} . 4\right)\right]$$
$$+ 5000\left(6 - \tfrac{7}{8} . 4\right);$$
$$V_2 \text{ (max.)} = +560 \text{ килогр.},$$

Этихъ примѣровъ достаточно, чтобы вполнѣ понять, какъ прилагается вышеприведенное правило къ численнымъ примѣрамъ, и намъ кажется лишнимъ продолжать расчетъ съ той же подробностью. Для читателей, желающихъ довести его до конца, мы предлагаемъ для повѣрки ихъ вычисленій главныя уравненія съ ихъ рѣшеніями:

$$0 = X_3 \,.\, 1{,}875 + 1000\left[\left(\tfrac{1}{8} + \ldots \tfrac{5}{8}\right)6 + \left(\tfrac{6}{8}\,.\,6 - 2\right) + \left(\tfrac{7}{8}\,.\,6 - 4\right)\right]$$
$$+ 5000\left[\left(\tfrac{1}{8} + \ldots \tfrac{5}{8}\right)6 + \left(\tfrac{6}{8}\,.\,6 - 2\right) + \left(\tfrac{7}{8}\,.\,6 - 4\right)\right]$$
$$X_3\ (\text{min.}) = -48000 \text{ кил.}$$

$$0 = Y_3 \,.\, 5{,}47 - 1000\left[\left(\tfrac{1}{8} + \ldots \tfrac{5}{8}\right)4 - \left(8 - \tfrac{6}{8}\,.\,4\right) - \left(6 - \tfrac{7}{8}\,.\,4\right)\right]$$
$$- 5000\left(\tfrac{1}{8} + \ldots \tfrac{5}{8}\right)4 \quad + 5000\left(8 - \tfrac{6}{8}\,.\,4\right)$$
$$+ 5000\left(6 - \tfrac{7}{8}\,.\,4\right)$$
$$Y_3 \begin{cases} (\text{max.}) = +6850 \text{ кил.} \\ (\text{min.}) = -6850 \ \text{„} \end{cases}$$

$$0 = -Z_3 \,.\, 1{,}474 + 1000\left[\left(\tfrac{1}{8} + \ldots \tfrac{6}{8}\right)4 + \left(\tfrac{7}{8}\,.\,4 - 2\right)\right]$$
$$+ 5000\left[\left(\tfrac{1}{8} + \ldots \tfrac{6}{8}\right)4 + \left(\tfrac{7}{8}\,.\,4 - 2\right)\right]$$
$$Z_3\ (\text{max.}) = +48900 \text{ кил.}$$

$$0 = -V_3 \,.\, 30 - 1000\left[\left(\tfrac{1}{8} + \ldots \tfrac{5}{8}\right)24 - \left(28 - \tfrac{6}{8}\,.\,24\right) - \left(26 - \tfrac{7}{8}\,.\,24\right)\right]$$
$$- 5000\left(\tfrac{1}{8} + \ldots \tfrac{5}{8}\right)24 \quad + 5000\left(28 - \tfrac{6}{8}\,.\,24\right)$$
$$+ 5000\left(26 - \tfrac{7}{8}\,.\,24\right)$$
$$V_3 \begin{cases} (\text{max.}) = +1500 \text{ кил.} \\ (\text{min.}) = -8500 \ \text{„} \end{cases}$$

$$0 = X_4 \,.\, 2 + 1000\left[\left(\tfrac{1}{8} + \ldots \tfrac{4}{8}\right)8 + \left(\tfrac{5}{8}\,.\,8 - 2\right) + \left(\tfrac{6}{8}\,.\,8 - 4\right) + \left(\tfrac{7}{8}\,.\,8 - 6\right)\right]$$
$$+ 5000\left[\left(\tfrac{1}{8} + \ldots \tfrac{4}{8}\right)8 + \left(\tfrac{5}{8}\,.\,8 - 2\right) + \left(\tfrac{6}{8}\,.\,8 - 4\right) + \left(\tfrac{7}{8}\,.\,8 - 6\right)\right]$$
$$X_4\ (\text{min.}) = -48000 \text{ кил.}$$

$$0 = Y_4 \,.\, 21{,}2 - 1000\left[\left(\tfrac{1}{8} + \ldots \tfrac{4}{8}\right)24 - \left(30 - \tfrac{5}{8}\,.\,24\right) - \left(28 - \tfrac{6}{8}\,.\,24\right)\right.$$
$$\left. - \left(26 - \tfrac{7}{8}\,.\,24\right)\right]$$
$$- 5000\left(\tfrac{1}{8} + \ldots \tfrac{4}{8}\right)24 + 5000\left[\left(30 - \tfrac{5}{8}\,.\,24\right)\right.$$
$$\left. + \left(28 - \tfrac{6}{8}\,.\,24\right) + \left(26 - \tfrac{7}{8}\,.\,24\right)\right]$$
$$Y_4 \begin{cases} (\text{max.}) = +7080 \text{ кил.} \\ (\text{min.}) = -7080 \ \text{„} \end{cases}$$

$$0 = -Z_4 \,.\, 1{,}873 + 1000\left[\left(\tfrac{1}{8} + \ldots \tfrac{5}{8}\right)6 + \left(\tfrac{6}{8}\,.\,6 - 2\right) + \left(\tfrac{1}{8}\,.\,6 - 4\right)\right]$$
$$+ 5000\left[\left(\tfrac{1}{8} + \ldots \tfrac{5}{8}\right)6 + \left(\tfrac{6}{8}\,.\,6 - 2\right) + \left(\tfrac{7}{8}\,.\,6 - 4\right)\right]$$
$$Z_4\ (\text{max.}) = +48100 \text{ кил.}$$

Всѣ слѣдующія уравненія моментовъ составлены для частей фермъ, расположенныхъ справа отъ проведенныхъ сѣченій.

$$0 = -V_4 \,.\, 32 + 1000\left[\left(\tfrac{1}{8} + \tfrac{2}{8} + \tfrac{3}{8}\right)24 - \left(32 - \tfrac{4}{8}\,.\,24\right) - \left(30 - \tfrac{5}{8}\,.\,24\right)\right.$$
$$\left. - \left(28 - \tfrac{6}{8}\,.\,24\right) - \left(26 - \tfrac{7}{8}\,.\,24\right)\right]$$
$$+ 5000\left(\tfrac{1}{8} + \tfrac{2}{8} + \tfrac{3}{8}\right)24$$
$$+ 5000\left[\left(32 - \tfrac{4}{8}\,.\,24\right) + \left(30 - \tfrac{5}{8}\,.\,24\right) + \left(28 - \tfrac{6}{8}\,.\,24\right)\right.$$
$$\left. + \left(26 - \tfrac{7}{8}\,.\,24\right)\right]$$
$$V_4 \begin{cases} (\text{max.}) = +1800 \text{ кил.} \\ (\text{min.}) = -8800 \ \text{„} \end{cases}$$

$$
\begin{aligned}
0 = -X_5 \,.\, 1{,}875 - 1000 & \left[\left(\tfrac{1}{8}+\dots\tfrac{5}{8}\right)6+\left(\tfrac{6}{8}\,.\,6-2\right)+\left(\tfrac{7}{8}\,.\,6-4\right)\right] \\
& -5000\left[\left(\tfrac{1}{8}+\dots\tfrac{5}{8}\right)6+\left(\tfrac{6}{8}\,.\,2-6\right)+\left(\tfrac{7}{8}\,.\,6-4\right)\right]
\end{aligned}
$$

$$X_5 \text{ (min.)} = -\ 48000 \text{ кил.}$$

$$
\begin{aligned}
0 = Y_5 \,.\, 21{,}88 + 1000 & \left[\left(\tfrac{1}{8}+\dots\tfrac{4}{8}\right)24-\left(30-\tfrac{5}{8}\,.\,24\right)-\left(28-\tfrac{6}{8}\,.\,24\right)\right. \\
& \left.-\left(26-\tfrac{7}{8}\,.\,24\right)\right] \\
& +5000\left(\tfrac{1}{8}+\dots\tfrac{4}{8}\right)24-5000\left[\left(30-\tfrac{5}{8}\,.\,24\right)\right. \\
& \left.+\left(28-\tfrac{6}{8}\,.\,24\right)+\left(26-\tfrac{7}{8}\,.\,24\right)\right]
\end{aligned}
$$

$$Y_5 \begin{cases} \text{(max.)} = +\ 6850 \text{ кил.} \\ \text{(min.)} = -\ 6850 \ \text{"} \end{cases}$$

$$
\begin{aligned}
0 = Z_5 \,.\, 1{,}996 - 1000 & \left[\left(\tfrac{1}{8}+\dots\tfrac{4}{8}\right)8+\left(\tfrac{5}{8}\,.\,8-2\right)+\left(\tfrac{6}{8}\,.\,8-4\right)\right. \\
& \left.+\left(\tfrac{7}{8}\,.\,8-6\right)\right] \\
& -5000\left[\left(\tfrac{1}{8}+\dots\tfrac{4}{8}\right)8+\left(\tfrac{5}{8}\,.\,8-2\right)+\left(\tfrac{6}{8}\,.\,8-4\right)\right. \\
& \left.+\left(\tfrac{7}{8}\,.\,8-6\right)\right]
\end{aligned}
$$

$$Z_5 \text{ (max.)} = +\ 48100 \text{ кил.}$$

$$
\begin{aligned}
0 = -V_5 \,.\, 10 + 1000 & \left[\left(\tfrac{1}{8}+\dots\tfrac{4}{8}\right)4-\left(10-\tfrac{5}{8}\,.\,4\right)-\left(8-\tfrac{6}{8}\,.\,4\right)\right. \\
& \left.-\left(6-\tfrac{7}{8}\,.\,4\right)\right] \\
& -5000\left(\tfrac{1}{8}+\dots\tfrac{4}{8}\right)4-5000\left[\left(10-\tfrac{5}{8}\,.\,4\right)\right. \\
& \left.-\left(8-\tfrac{6}{8}\,.\,4\right)+\left(6-\tfrac{7}{8}\,.\,4\right)\right]
\end{aligned}
$$

$$V_5 \begin{cases} \text{(max.)} = +\ 1500 \text{ кил.} \\ \text{(min.)} = -\ 8500 \ \text{"} \end{cases}$$

$$
\begin{aligned}
0 = -X_6 \,.\, 1{,}5 - 1000 & \left[\left(\tfrac{1}{8}+\dots\tfrac{6}{8}\right)4+\left(\tfrac{7}{8}\,.\,4-2\right)\right. \\
& -5000\left[\left(\tfrac{1}{8}+\dots\tfrac{6}{8}\right)4+\left(\tfrac{7}{8}\,.\,4-2\right)\right]
\end{aligned}
$$

$$X_6 \text{ (min.)} = -\ 48000 \text{ кил.}$$

$$
\begin{aligned}
0 = Y_6 \,.\, 6 + 1000 & \left[\left(\tfrac{1}{8}+\dots\tfrac{5}{8}\right)4-\left(8-\tfrac{6}{8}\,.\,4\right)-\left(6-\tfrac{7}{8}\,.\,4\right)\right] \\
& +5000\left(\tfrac{1}{8}+\dots\tfrac{5}{8}\right)4-5000\left[\left(8-\tfrac{6}{8}\,.\,4\right)+\left(6-\tfrac{7}{8}\,.\,4\right)\right]
\end{aligned}
$$

$$Y_6 \begin{cases} \text{(max.)} = +\ 6250 \text{ кил.} \\ \text{(min.)} = -\ 6250 \ \text{"} \end{cases}$$

$$
\begin{aligned}
0 = Z_6 \,.\, 1{,}84 - 1000 & \left[\left(\tfrac{1}{8}+\dots\tfrac{5}{8}\right)6+\left(\tfrac{6}{8}\,.\,6-2\right)+\left(\tfrac{7}{8}\,.\,6-4\right)\right] \\
& -5000\left[\left(\tfrac{1}{8}+\dots\tfrac{5}{8}\right)6+\left(\tfrac{6}{8}\,.\,6-2\right)+\left(\tfrac{7}{8}\,.\,6-4\right)\right]
\end{aligned}
$$

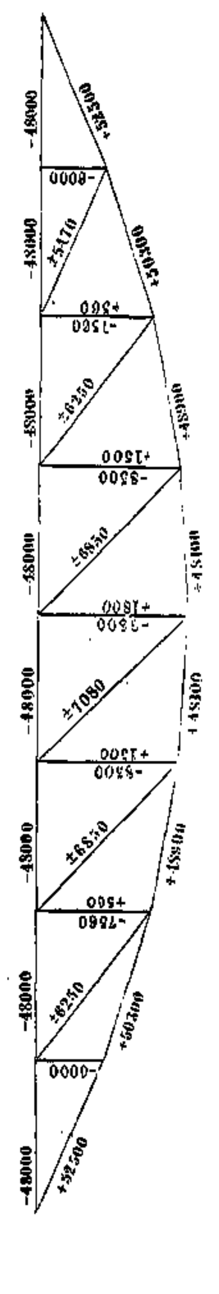
$$Z_6 \text{ (max.)} = +\ 48900 \text{ кил.}$$

$$
\begin{aligned}
0 = -V_6 \,.\, 4{,}8 + 1000 & \left[\left(\tfrac{1}{8}+\dots\tfrac{5}{8}\right)0{,}8-\left(4{,}8-\tfrac{6}{8}\,.\,0{,}8\right)\right. \\
& \left.-\left(2{,}8-\tfrac{7}{8}\,.\,0{,}8\right)\right] \\
& +5000\left(\tfrac{1}{8}+\dots\tfrac{5}{8}\right)0{,}8-5000\left[\left(4{,}8-\tfrac{6}{8}\,.\,0{,}8\right)\right. \\
& \left.+\left(2{,}8-\tfrac{7}{8}\,.\,0{,}8\right)\right]
\end{aligned}
$$

$$V_6 \begin{cases} \text{(max.)} = +\ 560 \text{ кил.} \\ \text{(min.)} = -\ 7560 \ \text{"} \end{cases}$$

$$0 = -X_7 \,.\, 0{,}875 - 1000\left(\tfrac{1}{8}+\dots\tfrac{7}{8}\right)2 - 5000\left(\tfrac{1}{8}+\dots\tfrac{7}{8}\right)2$$

$$X_7 \text{ (min.)} = -\ 48000 \text{ кил.}$$



Черт. 27.

$$0 = Y_7 \,.\, 1{,}92 + 1000\left[\left(\tfrac{1}{8} + \ldots \tfrac{6}{8}\right) 0{,}8 - \left(2{,}8 - \tfrac{7}{8} \,.\, 0{,}8\right)\right]$$
$$+ 5000\left(\tfrac{1}{8} + \ldots \tfrac{6}{8}\right) 0{,}8$$
$$- 5000\left(2{,}8 - \tfrac{7}{8} \,.\, 0{,}8\right)$$

$$Y_7 \begin{cases} (\text{max.}) = + 5470 \text{ кил.} \\ (\text{min.}) = - 5470 \text{ кил.} \end{cases}$$

$$0 = Z_7 \,.\, 1{,}43 + 1000\left[\left(\tfrac{1}{8} + \ldots \tfrac{6}{8}\right) 4 + \left(\tfrac{7}{8} \,.\, 4 - 2\right)\right]$$
$$- 5000\left[\left(\tfrac{1}{8} + \ldots \tfrac{6}{8}\right) 4 + \left(\tfrac{7}{8} \,.\, 4 - 2\right)\right]$$

$$Z_7 \,(\text{max.}) = + 50300 \text{ кил.}$$

$$0 = - V_7 \,.\, 2 - 1000 \,.\, 2 - 5000 \,.\, 2$$

$$V_7 \,(\text{min.}) = - 6000 \text{ кил.}$$

$$0 = - X_8 \,.\, 0{,}875 - 1000\left(\tfrac{1}{8} + \ldots \tfrac{7}{8}\right) 2$$
$$- 5000\left(\tfrac{1}{8} + \ldots \tfrac{7}{8}\right) 2$$

$$X_8 \,(\text{min.}) = - 48000 \text{ кил.}$$

$$0 = Z_8 \,.\, 0{,}8 - 1000\left(\tfrac{1}{8} + \ldots \tfrac{7}{8}\right) 2$$
$$- 5000\left(\tfrac{1}{8} + \ldots \tfrac{7}{8}\right) 2$$

$$Z_8 \,(\text{max.}) = + 52500 \text{ кил.}$$

Для наглядности результаты этого вычисленія надписаны на черт. 27.

§ 7.

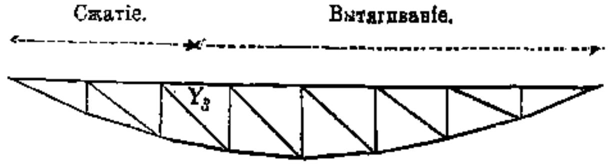
Производныя формы.

Обратившись къ вычисленіямъ предъидущаго параграфа, мы увидимъ, что правило, данное на страницѣ 19, оказалось полезнымъ главнымъ образомъ при опредѣленіи напряженій въ **діагональныхъ** и **въ вертикальныхъ** полосахъ, такъ какъ только эти части фермы испытываютъ наибольшія напряженія не при полной, а при **частной** нагрузкѣ всей фермы. Чтобы уяснить себѣ наглядно законъ, по которому напряженія въ діагоналяхъ и въ вертикаляхъ зависятъ отъ способа нагрузки, достаточно разсмотрѣть каждое общее уравненіе моментовъ, служащее для опредѣленія напряженія каждой изъ этихъ полосъ и затѣмъ вычертить схему нагрузки фермы, предполагая сперва, что въ общемъ уравненіи пропущены одни положительные члены, зависящіе отъ временной нагрузки, а затѣмъ только одни отрицательные члены зависящіе отъ той же нагрузки. Рядъ подобныхъ построеній убѣдитъ насъ, что данная діагональная или вертикальная полоса будетъ испытывать наибольшее вытягиваніе тогда, когда нагрузки будутъ расположены только направо отъ нея, а наибольшее сжатіе — когда всѣ лѣвые узлы будутъ нагружены. На черт. 28 это выражено надписями „сжатіе“ и „вытягиваніе“.

Если бы вмѣсто діагонали, восходящей налѣво, помѣстить въ той же панели полосу, восходящую направо, то при одинаковыхъ прочихъ условіяхъ, она изъ вытянутой превратилась бы въ сжатую и наоборотъ. Дѣйствительно. если посмотрѣть на схему сзади или на ея изображеніе въ зеркалѣ, то полоса Y_6 займетъ то положеніе, которое мы хотѣли дать полосѣ Y_3, а изъ уравненій моментовъ можно непосредственно вывести для нея надписи, сдѣланныя на черт. 29.

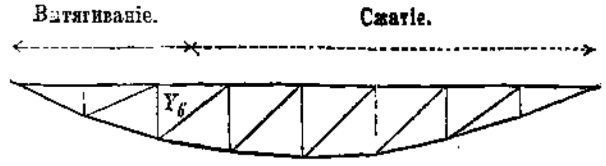
Если устроить ферму съ двумя системами діагоналей, спо-

Черт. 28.



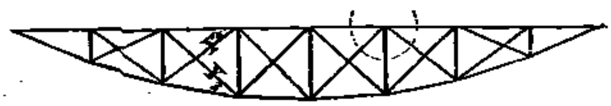
собныхъ выдерживать только вытягивающія усилія, то каждая діагональ только тогда будетъ напряжена, когда нагрузка

Черт. 29.



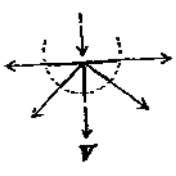
фермы будетъ ее вытягивать, другая полоса той же панели приметъ при этомъ видъ гибкой нити, неподверженной вытягиванію, такъ что для этого случая придется принимать въ соображеніе только maximum'ы величинъ, выведенныхъ выше для напряженій Y; напр. въ третьей панели: для полосы восходящей налѣво, слѣдуетъ взять Y_3 (max.), а для полосы, восходящей направо, Y_6 (max.) (черт. 30). Подобнымъ же образомъ можно съ черт. 27 списать и остальныя напряженія скрещивающихся діагоналей.

Черт. 30.



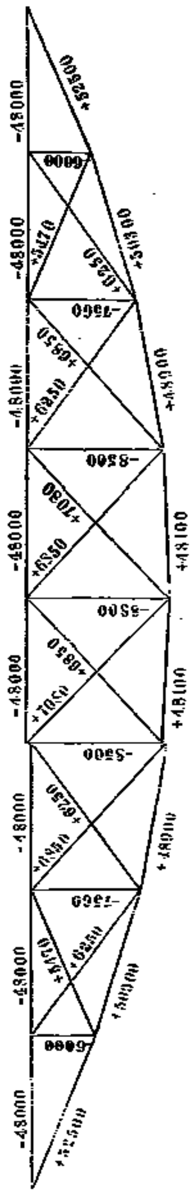
Что касается вертикалей подобной фермы, то для нихъ слѣдуетъ принимать въ расчетъ только minimum'ы, найденные выше для напряженій V, потому что вертикальная полоса не можетъ испытывать вытягиванія, если ни одна изъ сопрягающихся съ ней діагоналей неспособна выдерживать сжатія. Дѣйствительно, изъ черт. 31 видно, что, въ противномъ случаѣ, дѣйствіе вертикальной силы V, направленной внизъ, ничѣмъ бы не уравновѣшивалось. Такъ какъ при односторонней нагрузкѣ фермы напряжена только одна изъ двухъ системъ діагоналей, то очевидно, что выведенные выше minimum'ы могутъ быть безъ всякихъ измѣненій приложены и къ этой фермѣ.

Черт. 31.



Итакъ, мы видимъ, что, не приступая къ новымъ вычисленіямъ, можно при помощи найденныхъ выше результатовъ написать для фермы съ скрещивающимися діагоналями наибольшія напряженія ея полосъ и отмѣтить ихъ на схемѣ (черт. 32).

Если діагонали устроены такъ, что онѣ способны только сжиматься (въ деревянныхъ фермахъ), то при помощи совершенно



Черт. 32.

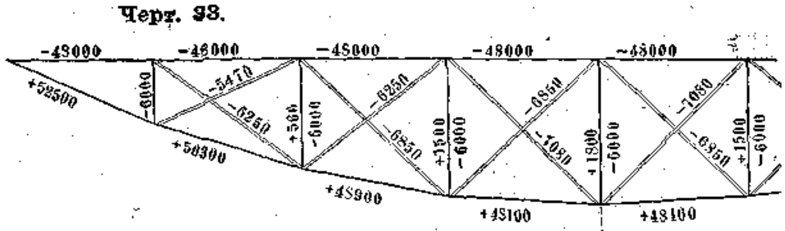
такихъ же соображеній придемъ къ заключенію, что для діагоналей слѣдуетъ принимать въ расчетъ только minimum'ы, а для вертикалей только maximum'ы вычисленныхъ выше величинъ. Такъ какъ діагонали не могутъ сопротивляться вытягиванію, то изъ разсматриванія произвольно взятой узловой точки нетрудно убѣдиться, что только однѣ непосредственныя нагрузки могутъ вызвать въ вертикаляхъ сжатія, или minimum'ы напряженій; нагрузки же эти могутъ быть или 1000 килогр., или 1000 килогр. + 5000 килогр. такъ, что для всѣхъ вертикалей:

$$V\ (\min) = -\ 6000 \text{ килогр.}$$

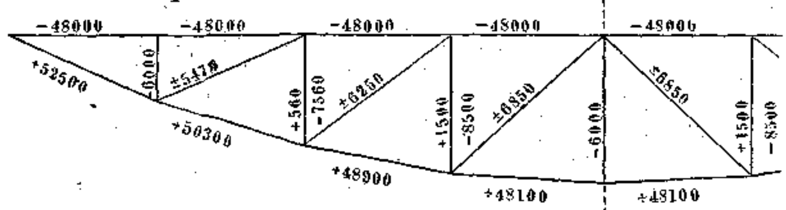
На черт. 33 выставлены напряженія всѣхъ полосъ, составляющихъ подобную ферму, а неспособность діагоналей подвергаться вытягиванію обозначена двойной чертой.

При разсмотрѣніи формъ простой діагональной системы, отличающихся отъ схемы черт. 27 своей симметричностью относительно средней вертикали, можетъ возникнуть вопросъ только относительно напряженія средней стойки, такъ какъ всѣ остальныя напряженія могутъ быть взяты съ чертежа 27. Разсмотримъ сперва эту стойку на черт. 34; если обратить вниманіе на нижній конецъ ея, то окажется, что напряженіе ея зависитъ исключительно отъ напряженій въ смежныхъ съ ней хордахъ параболы; хорды эти всегда подвержены вытягиванію, а потому онѣ могутъ вызвать въ стойкѣ только сжатіе. Напряженіе это достигнетъ minimum'а тогда, когда въ хордахъ произойдетъ maximum напряженій, равный 48100 килогр., т. е. при полной нагрузкѣ

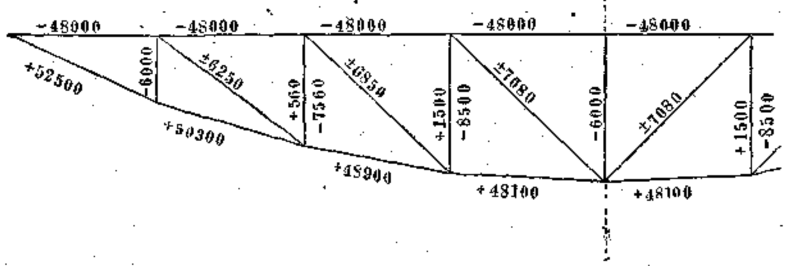
Черт. 33.



Черт. 34.



Черт. 35.



Средина.

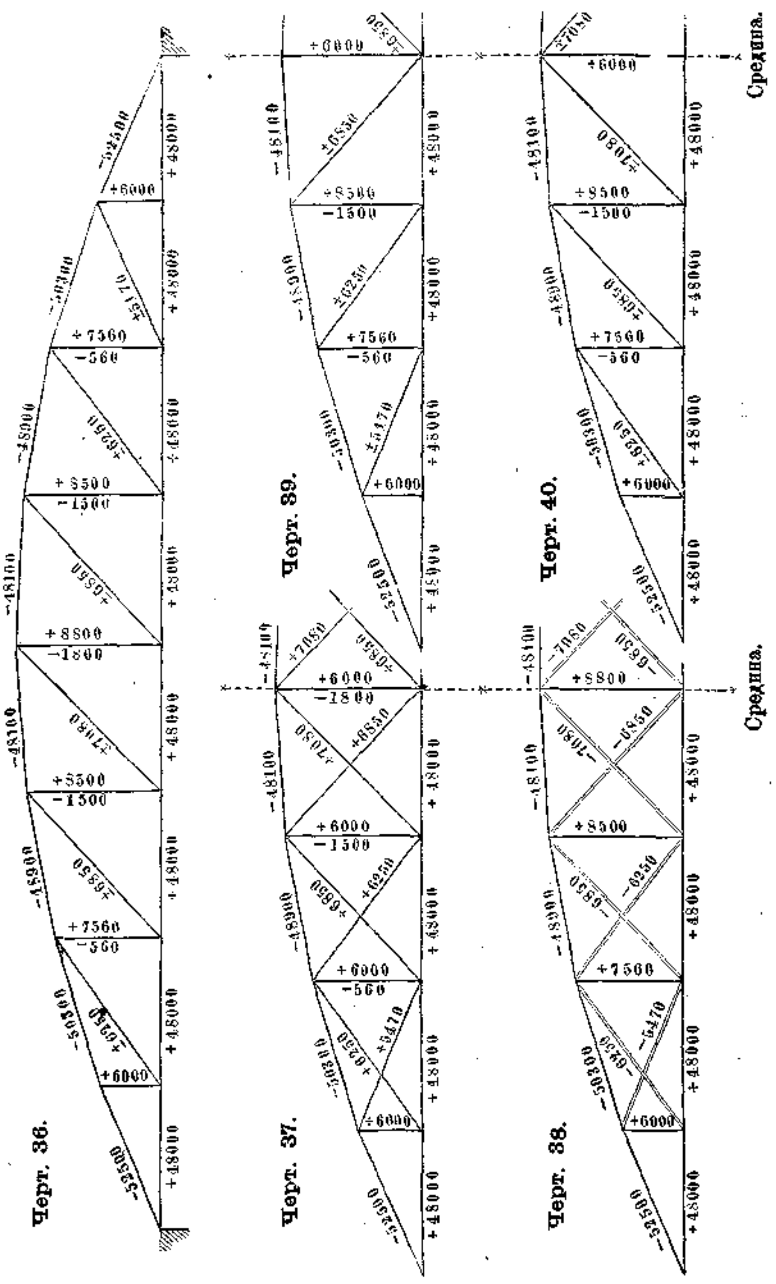
всей фермы, когда каждая стойка сжата усиліемъ въ 6000 килогр., а потому для средней стойки.

$$V\ (\min) = -\ 6000 \text{ кил.}$$

На черт. 35 еще легче опредѣлить напряженіе средней стойки, такъ какъ здѣсь только одна непосредственная нагрузка вызываетъ въ ней напряженіе, т. е. сжатіе, и потому здѣсь тоже:

$$V\ (\min) = -\ 6000 \text{ кил.}$$

Если въ схемѣ (черт. 27) предъ всѣми напряженіями знакъ + перемѣнить въ — и наоборотъ, то получимъ напряженія по-


Черт. 36.
Черт. 37.
Черт. 38.
Черт. 39.
Черт. 40.
Средина.
Средина.

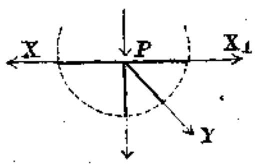
лось въ параболической фермѣ, обращенной выпуклостью вверхъ (черт. **36**). Дѣло въ томъ, что всѣ соображенія и вычисленія, при помощи которыхъ были найдены числа чертежа **27**, можно дословно приложить къ этой новой конструкціи, стоитъ только перемѣнить направленія всѣхъ силъ, а сообразно съ этимъ перемѣнить + въ — и maximum въ minimum и затѣмъ всю фигуру перевернуть вершиной параболы вверхъ. Такимъ образомъ мы получимъ новый схематическій чертежъ **36**, изъ котораго при помощи соображеній, совершенно аналогическихъ съ предъидущими, найдемъ четыре производныя формы: чертежи: **37**, **38**, **39** и **40**.

§ 8.

Теорія параболическихъ фермъ.

Въ предъидущихъ примѣрахъ мы видѣли, что, не зная совершенно теоріи параболическихъ фермъ, можно, при помощи метода статическихъ моментовъ, вычислить данную подобную ферму. Мы при этомъ нашли совершенно эмпирически два свойства этой системы; во-первыхъ, что горизонтальныя полосы испытываютъ наибольшія напряженія при полной нагрузкѣ и что напряженія эти равны, и во вторыхъ, что при полной нагрузкѣ напряженія діагональныхъ полосъ равны нулю. Впрочемъ, это послѣднее свойство есть слѣдствіе перваго, ибо, если $X = X_1$ (черт. **41**), то Y должно быть равно нулю, такъ какъ, въ противномъ случаѣ, горизонтальныя силы, приложенныя въ P, не могли-ли взаимно уничтожаться.

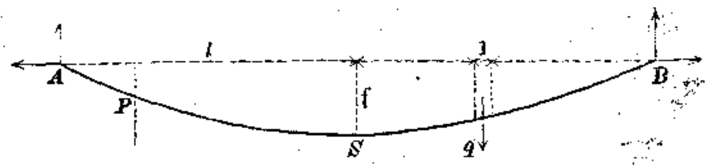
Черт. 41.



Полезно изслѣдовать условія, отъ которыхъ зависятъ эти два свойства. Знать ихъ нужно не для того, чтобы опредѣлить напряженія въ данной фермѣ, но для того чтобы придать проектируемой фермѣ, которая должна обладать этими свойствами, надлежащую форму.

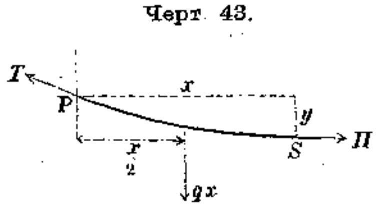
Представимъ себѣ цѣпь, привѣшенную въ неподвижныхъ точкахъ A и B и находящуюся въ равновѣсіи при дѣйствіи

Черт. 42.



на погонную единицу ея пролета равномѣрной нагрузки q. Разсѣчемъ эту цѣпь въ нижней ея точкѣ, т. е. тамъ, гдѣ она горизонтальна, вертикальной прямой и, для возстановленія равновѣсія, приложимъ горизонтальную силу H. Сила эта должна быть горизонтальна, такъ какъ, въ противномъ случаѣ, она сообщила бы концу цѣпи направленіе отличное отъ горизонтальнаго. Положимъ, что цѣпь разрѣзана еще въ одной, совершенно произвольно взятой, точкѣ P и что равновѣсіе возстановлено дѣйствіемъ силы T.

Черт. 43.



Равновѣсіе части SP поддерживается дѣйствіемъ трехъ силъ: силы H, силы T и равнодѣйствующей нагрузокъ, дѣйствующихъ на SP; обозначивъ горизонтальное разстояніе точекъ S и P чрезъ x, найдемъ, что равнодѣйствующая эта есть qx; разстояніе точки приложенія ея отъ S и отъ P равно $\frac{x}{2}$, такъ какъ нагрузка распредѣлена равномѣрно вдоль x.

Уравненіе статическихъ моментовъ относительно центра вращенія P будетъ:

$$1)\ H \cdot y = qx \cdot \frac{x}{2}\,.$$

Точка P взята произвольно, а потому уравненіе это будетъ имѣть мѣсто и для всякой другой точки, напр. для A, причемъ вмѣсто x слѣдуетъ подставить l, а вмѣсто y, f, тогда

$$2)\ H \cdot f = ql \cdot \frac{l}{2}\,.$$

Раздѣливъ уравненіе 1) на 2), получимъ третье:

$$3)\ \frac{y}{f} = \frac{x^2}{l^2}.$$

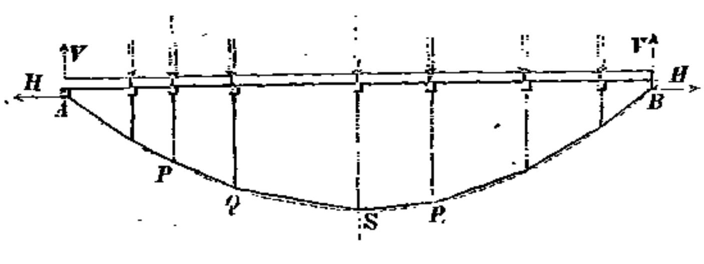
Для части SB существуютъ тѣ же условія. Такимъ образомъ при помощи уравненія 3) можно опредѣлить положеніе всѣхъ точекъ цѣпи, стоитъ только брать произвольныя значенія x и для каждаго изъ нихъ рѣшать уравненіе 3) по y. Всѣ эти точки лежатъ на параболѣ, видъ которой зависитъ отъ f и l.

Изъ вышеприведенныхъ изслѣдованій можно вывести еще слѣдующія теоремы: горизонтальная составляющая силы T во всѣхъ точкахъ, а потому и въ точкахъ опоръ A и B, равна H; вовторыхъ, вертикальная составляющая той же силы равна qx, а для точекъ опоръ она равна ql; втретьихъ, самая сила T равна $\sqrt{H^2 + V^2}$.

Отдѣльныя точки цѣпи останутся на параболѣ и въ томъ случаѣ, когда способъ нагрузки измѣнится, а уравненія 1) и 2) все таки останутся въ силѣ. Случай этотъ можетъ представиться, если нагрузки сосредоточатся въ отдѣльныхъ точкахъ по обѣ стороны S такимъ образомъ, что въ каждую изъ нихъ будетъ передаваться половина нагрузки, приходящейся на двѣ смежныя панели (черт. 44). Дѣйствительно, въ этомъ случаѣ для части SP нагрузка (или равнодѣйствующая 4 вертикальныхъ силъ) всетаки будетъ равна qx, а плечо этой силы всетаки будетъ $\frac{x}{2}$, такъ какъ центръ тяжести останется на своемъ прежнемъ мѣстѣ (черт. 45).

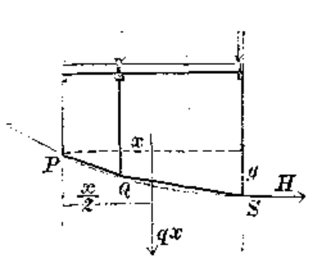
Подобную нагрузку можно осуществить при помощи верти-

Черт. 44.



кальныхъ стоекъ, служащихъ опорами для жесткихъ, равномѣрно нагруженныхъ промежуточныхъ продольныхъ фермъ и передающихъ давленіе отъ нихъ на цѣпь (черт. 44). Такъ какъ ненагруженная часть натянутой цѣпи принимаетъ прямолинейное направленіе, то вся цѣпь ASB приметъ видъ многоугольника, вписаннаго въ параболу. Обстоятельство это имѣетъ мѣсто и въ томъ случаѣ, когда вершина параболы S не принадлежитъ къ узловымъ точкамъ. Дѣйствительно, вырѣжемъ изъ черт. 44 часть PP_1 (черт. 46) и возстановимъ равновѣсіе помощью силъ T, T_1; чтобы не было вращенія около P, должно существовать равенство:

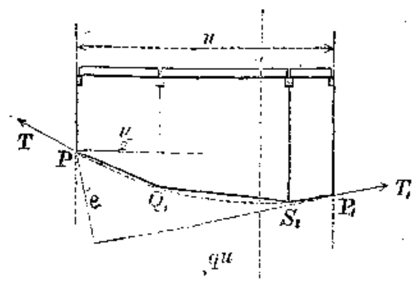
Черт. 45.



$$T_1 \,.\, \rho = qu \,.\, \frac{u}{2};$$

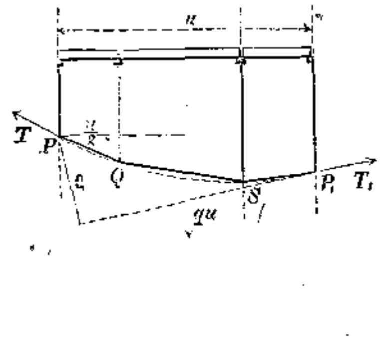
но условіе это не нарушится, если вмѣсто промежуточныхъ узловыхъ точекъ S и Q взять другія, напр. Q_1 и S_1 (черт. 47).

Черт. 46.



Если точки A и B должны оказывать только вертикальныя сопротивленія, то горизонтальныя силы H слѣдуетъ осуществить другимъ образомъ; напр. при помощи давленій, производимыхъ горизонтальной полосой, зажатой между опорами; полоса эта, впрочемъ, можетъ состоять изъ отдѣльныхъ частей.

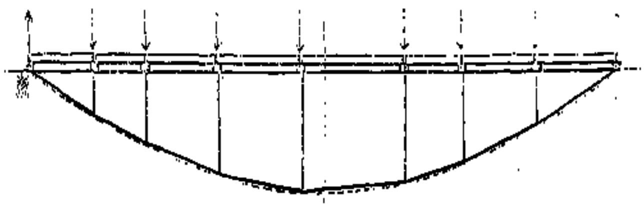
Черт. 47.



Такимъ образомъ мы получимъ параболическую ферму изображеннаго на черт. **48** вида и могущую, даже безъ помощи діагоналей, выдерживать равномѣрно распредѣленную на пролетъ нагрузку.

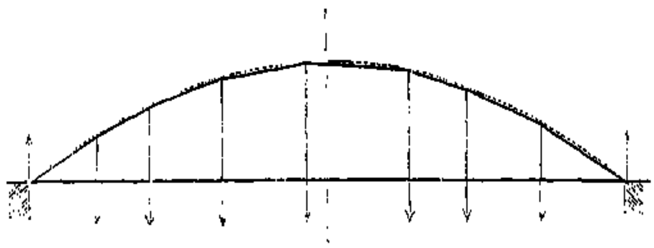
Изъ всего сказаннаго истекаетъ слѣдующее условіе для того, чтобы ферма удовлетворяла поставленнымъ выше требованіямъ: **нижніе концы стоекъ должны лежать на параболѣ, ось которой совпадаетъ съ вертикалью, проходящей черезъ средину сооруженія.**

Черт. 48.



Весь приведенный нами сейчасъ ходъ доказательства можетъ быть дословно примѣненъ къ параболическимъ фермамъ, обращеннымъ выпуклостью вверхъ (черт. **49**); *для этого* стоитъ только перевернуть всѣ относящіеся сюда чертежи и предположить, что всѣ силы и напряженія приняли противоположныя направленія.

Черт. 49.



Продолженіе и обобщеніе теоріи параболическихъ фермъ помѣщены ниже въ теоріи серповидныхъ фермъ.

Глава третья.

---

§ 9.

Приложеніе метода статическихъ моментовъ къ вычисленію фахверковыхъ фермъ съ параллельными поясами.

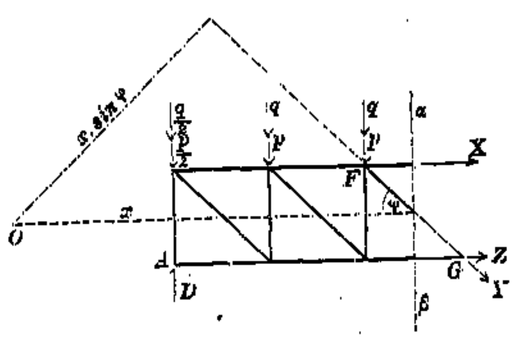
Методъ статическихъ моментовъ можетъ быть примѣненъ и къ расчету обыкновенныхъ фахверковыхъ фермъ съ прямоугольными панелями. Едва ли необходимо обратить вниманіе читателя на то, что послѣдовательное примѣненіе этого начала приведетъ къ вѣрнымъ результатамъ даже въ томъ случаѣ, если изъ трехъ полосъ, встрѣчаемыхъ проводимымъ сѣченіемъ, двѣ будутъ параллельны, т. е. если центръ вращенія для уравненія моментовъ одной изъ полосъ удалится въ безконечность. Плечи всѣхъ силъ, входящихъ въ это уравненіе, обратятся въ безконечность, но это представитъ только кажущуюся трудность, такъ какъ всѣ безконечности сократятся и корень уравненія дастъ окончательное и вѣрное значеніе искомой величины.

Возьмемъ для примѣра ферму, изображенную на черт. 50 и постараемся опредѣлить напряженіе Y въ раскосѣ FG. Для

Черт. 50.

этого, на основаніи предъидущаго, слѣдовало бы раздѣлить все сооруженіе на двѣ части сѣченіемъ $\alpha\beta$ и, приложивъ силы X, Y, Z, составить уравненіе моментовъ для части фермы (черт. 51), принимая за центръ вращенія точку пересѣченія силъ X и Z. Точка эта будетъ находиться въ безконечности, на срединѣ разстоянія между нашими двумя линіями. Направленія силъ X и Z проходятъ черезъ центръ вращенія, а потому плечи ихъ равны нулю. Для всѣхъ вертикальныхъ силъ, дѣйствующихъ на отрѣзанную часть фермы, плечи будутъ равны безконечности. Если бы центръ вращенія O находился на конечномъ разстояніи x отъ произведеннаго сѣченія, то плечо силы Y было бы равно $x \,.\, sin\ \varphi$. При постепенномъ удаленіи O въ безконечность x обратится въ ∞, а плечо силы Y въ $\infty \,.\, sin\ \varphi$.

Черт. 51.



Такимъ образомъ уравненіе моментовъ, служащее для опредѣленія Y, приметъ видъ:

$$0 = Y.\infty.sin\varphi - D.\infty + \left(\frac{p}{2} + \frac{q}{2}\right)\cdot\infty + (p+q)\cdot\infty + (p+q)\cdot\infty\,,$$

а исключивъ общій множитель ∞, получимъ:

$$0 = Y\,.\,sin\,\varphi - D + \left(\frac{p}{2} + \frac{q}{2}\right) + (p+q) + (p+q)\,.$$

Въ этомъ уравненіи членъ $Y\,.\,sin\ \varphi$ есть вертикальная составляющая силы Y, а потому самое уравненіе выражаетъ условіе, что сумма вертикальныхъ силъ, дѣйствующихъ на отрѣзанную часть вверхъ, должна быть равна суммѣ вертикальныхъ силъ, дѣйствующихъ внизъ. Такимъ образомъ мы видимъ, что главная цѣль метода моментовъ — составить одно уравненіе для непосредственнаго полученія неизвѣстной—можетъ быть достигнута въ этомъ частномъ случаѣ непосредственнымъ примѣненіемъ уравненія вертикальныхъ силъ.

Здѣсь снова подтверждается общая примѣнимость принципа, лежащаго въ основѣ метода статическихъ моментовъ и, кромѣ того, обнаруживается, что въ нѣкоторыхъ исключительныхъ случаяхъ, когда можно было бы рѣшить вопросъ проще, при помощи другаго пріема, методъ статическихъ моментовъ не только *не лишается своей примѣнимости*, но, напротивъ, рѣшая непосредственно задачу, указываетъ вмѣстѣ съ тѣмъ болѣе простой способъ ея рѣшенія. Подставимъ въ предъидущее уравненіе вмѣсто сопротивленія опоры величину его:

$$D = (p + q)\left(\tfrac{1}{8} + \tfrac{2}{8} + \tfrac{3}{8} + \tfrac{4}{8} + \tfrac{5}{8} + \tfrac{6}{8} + \tfrac{7}{8} + \tfrac{1}{2}\right);$$

затѣмъ, соединяя между собой члены, зависящіе отъ нагрузки въ каждомъ узлѣ и выражающіе слагаемыя сопротивленія опоры съ членами, зависящими отъ тѣхъ же нагрузокъ, но выражающими непосредственное дѣйствіе ихъ на ферму, мы получимъ новое уравненіе, въ которомъ знаки членовъ. зависящихъ отъ нагрузокъ въ разныхъ узлахъ, обнаруживаются сразу:

$$0 = Y \sin\varphi - (p+q)\left[\tfrac{1}{8} + \tfrac{2}{8} + \tfrac{3}{8} + \tfrac{4}{8} + \tfrac{5}{8} - \left(1 - \tfrac{6}{8}\right) - \left(1 - \tfrac{7}{8}\right) - \left(\tfrac{4}{2} - \tfrac{4}{8}\right)\right],$$

или, отдѣляя, для большей наглядности, члены, зависящіе отъ постоянной нагрузки p, отъ членовъ, зависящихъ отъ временной нагрузки q, и *въ послѣднихъ, положительные отъ отрицательныхъ*, получимъ:

$$0 = Y \sin\varphi - p\left[\tfrac{1}{8} + \tfrac{2}{8} + \tfrac{3}{8} + \tfrac{4}{8} + \tfrac{5}{8} - \left(1 - \tfrac{6}{8}\right) - \left(1 - \tfrac{7}{8}\right)\right] - q\left(\tfrac{1}{8} + \tfrac{2}{8} + \tfrac{3}{8} + \tfrac{4}{8} + \tfrac{5}{8}\right) + q\left[\left(1 - \tfrac{6}{8}\right) + \left(1 - \tfrac{7}{8}\right)\right],$$

откуда, опуская разъ групу членовъ, умноженныхъ на $+q$, а другой разъ групу членовъ, умноженныхъ на $-q$, получимъ maximum и minimum Y.

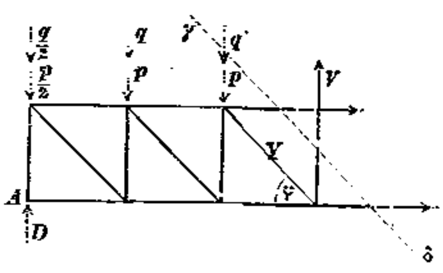
Относительно полосъ X и Z ничего новаго сказать нельзя. Если обозначить длину панели чрезъ λ, а высоту фермы чрезъ h и принять сперва центръ вращенія въ G, а потомъ въ F, то получимъ два уравненія моментовъ:

$$0 = X.h + (p + q)\left[\left(\tfrac{1}{8} + \tfrac{2}{8} + \tfrac{3}{8} + \tfrac{4}{8} + \tfrac{5}{8}\right).3\lambda + \left(\tfrac{6}{8}.3\lambda - \lambda\right) + \left(\tfrac{7}{8}.3\lambda - 2\lambda\right)\right]$$

$$0 = -Z.h + (p+q)\left[\left(\tfrac{1}{8} + \tfrac{2}{8} + \tfrac{3}{8} + \tfrac{4}{8} + \tfrac{5}{8} + \tfrac{6}{8}\right)2\lambda + \left(\tfrac{7}{8}.2\lambda - \lambda\right)\right],$$

изъ которыхъ сразу видно, что обѣ полосы испытываютъ наибольшія напряженія при полной нагрузкѣ фермы.

Черт. 52.



Что касается, наконецъ, правой стойки V, то, проведя сѣченіе $\gamma\,\delta$ (черт. 52), выберемъ центръ вращенія въ безконечно удаленной точкѣ пересѣченія двухъ другихъ полосъ, встрѣчаемыхъ прямой $\gamma\,\delta$, тогда мы можемъ составить уравненіе моментовъ:

$$0=-V.\infty-D.\infty+\left(\tfrac{p}{2}+\tfrac{q}{2}\right)\cdot\infty+(p+q)\cdot\infty+(p+q)\cdot\infty.$$

Уравненіе это отличается отъ того, которое было составлено для полученія Y только тѣмъ, что въ него вмѣсто $+\,Y\sin\varphi$ входитъ $-\,V$. Итакъ, для V получимъ уравненіе:

$$0=-V-p\left[\tfrac{1}{8}+\tfrac{2}{8}+\tfrac{3}{8}+\tfrac{4}{8}+\tfrac{5}{8}-\left(1-\tfrac{6}{8}\right)-\left(1-\tfrac{7}{8}\right)\right].$$
$$-q\left(\tfrac{1}{8}+\tfrac{2}{8}+\tfrac{3}{8}+\tfrac{4}{8}+\tfrac{5}{8}\right)+q\left(1-\tfrac{6}{8}\right)+\left(1-\tfrac{7}{8}\right)].$$

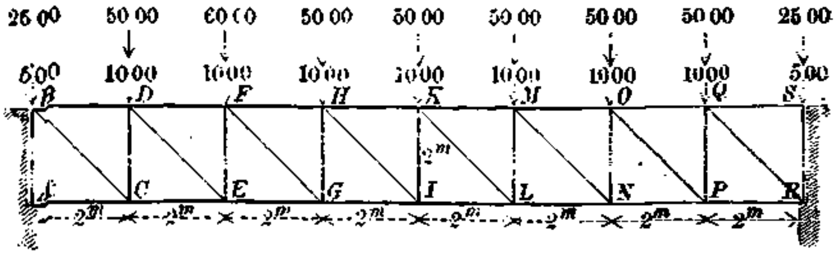
Итакъ, $+\,Y\sin\varphi$ и $-\,V$ тождественны, откуда видно, что *вычисленія этихъ двухъ величинъ могутъ быть сведены къ одному;* для этого слѣдуетъ опредѣлить V и, раздѣливъ V на $-\sin\varphi$, получить Y. Правило это можетъ быть выражено еще и такъ: **вертикальныя составляющія напряженій въ діагоналѣ и въ вертикалѣ, сходящихся въ ненагруженномъ узлѣ, равны и имѣютъ обратные знаки.**

§ 10.

Фахверковый мостъ простой діагональной системы отверзтіемъ въ 16 метровъ.

Въ предлагаемомъ примѣрѣ приняты тѣ же размѣры высоты фермы и длины панелей и тѣ же нагрузки на нихъ (1000 кил. постоянной и 5000 кил. временной), что и въ параболической фермѣ, разобранной нами во второй главѣ, хотя перемѣна системы должна была бы повлечь за собой измѣненіе этихъ величинъ. Здѣсь предполагается, что мостовое полотно расположено сверху и что поэтому нагрузки действуютъ непосредственно въ верхнихъ узлахъ (черт. 53).

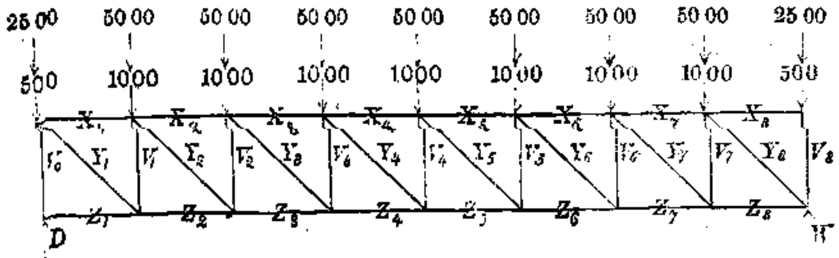
Черт. 53.



Расчетъ V_0 и Z_1.

Въ точкѣ A дѣйствуютъ только двѣ вертикальныя силы V_0 и D, а потому, во всякомъ случаѣ (черт. 54):

Черт. 54.



$$V_0 + D = 0, \text{ или } V_0 = -D,$$

такъ что V_0 достигаетъ наибольшаго отрицательнаго значенія при D наибольшемъ, т. е. при полной нагрузкѣ фермы, когда $D = \frac{48000}{2}$ кил., а потому

$$V_0 \text{ (min.)} = -24000 \text{ килогр.}$$

Далѣе, Z_1 есть единственная горизонтальная сила, приложенная къ точкѣ A, а потому при какой бы то ни было нагрузкѣ

$$Z_1 = 0.$$

Расчетъ X_8 и V_8.

Въ точкѣ S всегда дѣйствуютъ только двѣ вертикальныя силы: нагрузка въ этой точкѣ, наибольшая величина которой $= 3000$ кил. и сила V_8, а потому

$$V_8\ (\min) = -3000 \text{ кил.}$$

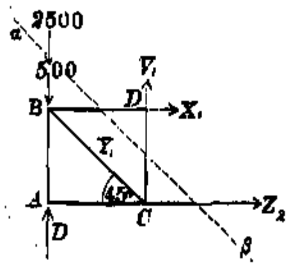
Далѣе, X_8 есть единственная горизонтальная сила, приложенная въ точкѣ S, и потому, во всякомъ случаѣ,

$$X_8 = 0.$$

Расчетъ X_1, Z_2, V_1, Y_1.

(сѣченіе $\alpha\beta$, черт. 55).

Черт. 55.



При вращеніи около точки C уравненіе статическихъ моментовъ для части (черт. 53) будетъ:

$$0 = X_1 \,.\, 2 + (1000+5000)\,.\,(\tfrac{1}{8}+\tfrac{2}{8}+\ldots\tfrac{7}{8})\,.\,2,$$

откуда: $X_1\ (\min) = -21000$ кил.

При вращеніи около точки D, уравненіе моментовъ приметъ видъ:

$$0 = -Z_2 \,.\, 2 + (1000+5000)\,(\tfrac{1}{8}+\ldots\tfrac{7}{8})\,.\,2,$$

откуда: $Z_2\ (\max.) = +21000$ кил.

Уравненіе вертикальныхъ силъ для той же части:

$$0 = -V_1 - 1000\,(\tfrac{1}{8}+\ldots\tfrac{7}{8}) - 5000\,(\tfrac{1}{8}+\ldots\tfrac{7}{8}),$$

дастъ для V_1 значеніе:

$$V_1\ (\min.) = -21000 \text{ кил.}$$

Діагональ Y_1 образуетъ съ горизонтомъ уголъ въ 45°. Вертикальная составляющая Y_1, или

$$Y_1 \,.\, \sin 45° = Y_1 \,.\, \frac{1}{\sqrt{2}}$$

равна $-V_1$, а потому

$$Y_1 = -V_1 \,.\, \sqrt{2} = +21000 \,.\, \sqrt{2}.$$

$$Y_1\ (\max.) = +29700 \text{ кил.}$$

Расчетъ X_2, Z_3, V_2, Y_2.

(сѣченіе $\gamma\delta$, черт. 56).

При вращеніи около E уравненіе моментовъ для части (черт. 56) будетъ:

$$0 = X_2 . 2 + (1000 + 5000) [(\tfrac{1}{8} + \ldots \tfrac{6}{8}) 4 + (\tfrac{7}{8} . 4 - 2)],$$

откуда X_2 (min.) $= -$ 36000 кил.

Для опредѣленія Z_3 центръ вращенія переносимъ въ F и тогда

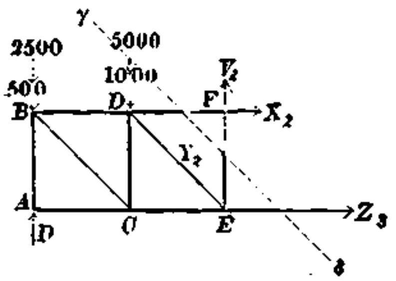
$$0 = - Z_3 . 2 + (1000 + 5000) [(\tfrac{1}{8} + \ldots \tfrac{6}{8}) 4 + (\tfrac{7}{8} . 4 - 2)]$$

Z_3 (max.) $= +$ 36000 кил.

Общее уравненіе вертикальныхъ силъ для той же части имѣетъ видъ:

$$0 = - V_2 - 1000 [\tfrac{1}{8} + \ldots \tfrac{6}{8} - (1 - \tfrac{7}{8})]$$
$$- 5000 (\tfrac{1}{8} + \ldots \tfrac{6}{8}) + 5000 (1 - \tfrac{7}{8}),$$

Черт. 56.



если разъ пропустить въ немъ членъ, умноженный на $+$ 5000, а другой разъ членъ, умноженный на $-$ 5000, получимъ:

V_2 (max.) $= -$ 1875 кил.

V_2 (min.) $= -$15625 кил.

Умножая эти величины на $\sqrt{2}$ и перемѣняя предъ ними знаки на противные, получимъ

Y_2 (max.) $= +$ 22100 кил.

Y_2 (min.) $= +$ 2650 кил.

Для остальныхъ полосъ мы получимъ, при помощи тѣхъ же разсужденій, уравненія:

$$0 = X_3 . 2 + (1000 + 5000) [(\tfrac{1}{8} + \ldots \tfrac{5}{8}) 6 + (\tfrac{6}{8} . 6 - 2) + (\tfrac{7}{8} . 6 - 4)]$$

X_3 (min.) $= -$ 45000 кил.

$$0 = - Z_4 . 2 + (1000 + 5000) [(\tfrac{1}{8} + \ldots \tfrac{5}{8}) 6 + (\tfrac{6}{8} . 6 - 2) + (\tfrac{7}{8} . 6 - 4)]$$

Z_4 (min.) $= +$ 45000 кил.

$$0 = -V_3 - 1000\left[\tfrac{1}{8} + \ldots \tfrac{5}{8} - (1 - \tfrac{6}{8}) - (1 - \tfrac{7}{8})\right]$$
$$- 5000(\tfrac{1}{8} + \ldots \tfrac{5}{8}) + 5000\left[(1 - \tfrac{6}{8}) + (1 - \tfrac{7}{8})\right]$$

$$V_3 \begin{cases} (\text{max.}) = + 375 \text{ кил.} \\ (\text{min.}) + - 10875 \text{ кил.} \end{cases}$$

$$Y_3 \begin{cases} (\text{max.}) + + 15400 \text{ кил.} \\ (\text{min.}) = - 530 \text{ кил.} \end{cases}$$

$$0 = X_4 \,.\, 2 + (1000 + 5000)\left[(\tfrac{1}{8} + \ldots \tfrac{4}{8})\, 8 + (\tfrac{5}{8} \,.\, 8 - 2) + (\tfrac{6}{8} \,.\, 8 - 4)\right.$$
$$\left. + (\tfrac{7}{8} \,.\, 8 - 6)\right]$$

$$X_4\ (\text{min.}) = - 48000$$

$$0 = -Z_5 \,.\, 2 + (1000 + 5000)\left[(\tfrac{1}{8} + \ldots \tfrac{4}{8})\, 8 + (\tfrac{5}{8} \,.\, 8 - 2) + (\tfrac{6}{8} \,.\, 8 - 4)\right.$$
$$\left. + (\tfrac{7}{8} \,.\, 8 - 6)\right]$$

$$Z_5 = + 48000 \text{ кил.}$$

$$0 = -V_4 - 1000\left[\tfrac{1}{8} + \ldots \tfrac{4}{8} - (1 - \tfrac{5}{8}) - (1 - \tfrac{6}{8}) - (1 - \tfrac{7}{8})\right]$$
$$- 5000(\tfrac{1}{8} + \ldots \tfrac{4}{8}) + 5000\left[(1 - \tfrac{5}{8}) + (1 - \tfrac{6}{8}) + (1 - \tfrac{7}{8})\right]$$

$$V_4 \begin{cases} (\text{max.}) = + 3250 \text{ кил.} \\ (\text{min.}) = - 6750 \ \text{„} \end{cases}$$

$$Y_4 \begin{cases} (\text{max.}) = + 9550 \ \text{„} \\ (\text{min.}) = - 4600 \ \text{„} \end{cases}$$

Всѣ слѣдующія уравненія моментовъ относятся до частей фермъ, лежащихъ справа отъ соотвѣтственныхъ сѣченій:

$$0 = -X_5 \,.\, 2 - (1000 + 5000)\left[(\tfrac{1}{8} + \ldots \tfrac{5}{8})\, 6 + (\tfrac{6}{8} \,.\, 6 - 2) + (\tfrac{7}{8} \,.\, 6 - 4)\right]$$

$$X_5\ (\text{min.}) = - 45000 \text{ кил.}$$

$$0 = Z_6 \,.\, 2 - (1000 + 5000)\left[(\tfrac{1}{8} + \ldots \tfrac{5}{8})\, 6 + (\tfrac{6}{8} \,.\, 6 - 2) + (\tfrac{7}{8} \,.\, 6 - 4)\right]$$

$$Z_6\ (\text{max.}) = + 45000 \text{ кил.}$$

$$0 = -V_5 + 1000\left[\tfrac{1}{8} + \ldots \tfrac{4}{8} - (1 - \tfrac{5}{8}) - (1 - \tfrac{6}{8}) - (1 - \tfrac{7}{8})\right]$$
$$+ 5000(\tfrac{1}{8} + \ldots \tfrac{4}{8}) - 5000\left[(- \tfrac{5}{8}) + (1 - \tfrac{6}{8}) + (1 - \tfrac{7}{8})\right]$$

$$V_5 \begin{cases} (\text{max.}) = + 6750 \text{ кил.} \\ (\text{min.}) = + 3250 \ \text{„} \end{cases}$$

$$Y_5 \begin{cases} (\text{max.}) = + 4600 \ \text{„} \\ (\text{min.}) = - 9550 \ \text{„} \end{cases}$$

$$0 = -X_6\, 2 - (1000 + 5000)\left[(\tfrac{1}{8} + \ldots \tfrac{6}{8})\, 4 + (\tfrac{7}{8} \,.\, 4 - 2)\right]$$

$$X_6\ (\text{min.}) = - 36000 \text{ кил.}$$

$$0 = Z_7\, 2 - (1000 + 5000)\left[(\tfrac{1}{8} + \ldots \tfrac{6}{8})\, 4 + (\tfrac{7}{8} \,.\, 4 - 2)\right]$$

$$Z_7\ (\text{max.}) = + 36000 \text{ кил.}$$

$$0 = - V_6 + 1000\left[\tfrac{1}{8} + \ldots \tfrac{5}{8} - (1 - \tfrac{6}{8}) - (1 - \tfrac{7}{8})\right]$$
$$+ 5000(\tfrac{1}{8} + \ldots \tfrac{5}{8}) - 5000\left[(1 - \tfrac{6}{8}) + (1 - \tfrac{7}{8})\right]$$

$$V_6 \begin{cases} (\text{max.}) = + 10875 \text{ кил.} \\ (\text{min.}) = - 375 \ \text{„} \end{cases}$$

$$Y_6 \begin{cases} (\text{max.}) = + 530 \ \text{„} \\ (\text{min.}) = - 15400 \ \text{„} \end{cases}$$

$$0 = -X_7 \,.\, 2 - (1000 + 5000)\left(\tfrac{1}{8} + \ldots \tfrac{7}{8}\right) .\, 2$$

$$X_7\,(\text{min.}) = -21000 \text{ кил.}$$

$$0 = Z_8 \,.\, 2 - (1000 + 5000)\left(\tfrac{1}{8} + \ldots \tfrac{7}{8}\right) .\, 2$$

$$Z_8\,(\text{max.}) = +21000 \text{ кил.}$$

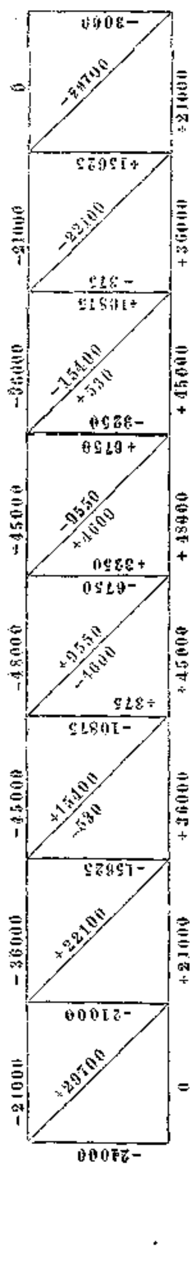
$$0 = -V_7 + 1000\left[\tfrac{1}{8} + \ldots \tfrac{6}{8} - \left(1 - \tfrac{7}{8}\right)\right]$$

$$+ 5000\left(\tfrac{1}{8} + \ldots \tfrac{6}{8}\right) - 5000\left(1 - \tfrac{7}{8}\right)$$

$$V_7 \begin{cases} (\text{max.}) = + 15625 \text{ кил.} \\ (\text{min.}) = + 1875 \;\; „ \end{cases}$$

$$Y_7 \begin{cases} (\text{max.}) = - 2650 \;\; „ \\ (\text{min.}) = - 22100 \;\; „ \end{cases}$$

Черт. 57.



Діагональ Y_8 не встрѣчаетъ ни одной стойки въ ненагруженномъ узлѣ; точку R нельзя принять за ненагруженную, ибо въ ней дѣйствуетъ реакція опоры W, изъ чего слѣдуетъ, что здѣсь не примѣнимъ способъ, употребленный при нахожденіи остальныхъ величинъ Y. Но, съ другой стороны, очевидно, что въ точкѣ R дѣйствуютъ три вертикальныя силы, а именно: вертикальная составляющая Y_8, т. е. $\frac{Y_8}{\sqrt{2}}$, во-вторыхъ, сопротивленіе опоры W и втретьихъ, напряженіе послѣдней стойки, 3000 кил., поэтому, при полной нагрузкѣ:

$$\frac{Y_8}{\sqrt{2}} + W - 3000 = 0,$$

такъ что Y_8 получаетъ наибольшее отрицательное значеніе при W наибольшемъ, т. е. при полной нагрузкѣ фермы, когда $W = \frac{48000 \text{ кил.}}{2}$, а потому:

$$Y_8\,(\text{min}) = -21000\sqrt{2} = -29700 \text{ кил.}$$

Всѣ результаты этого вычисленія надписаны на чертежѣ **57**.

§ 11.

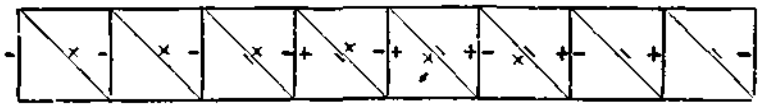
Производныя формы.

Разсматривая выведенныя выше уравненія моментовъ и сравнивая результаты, получаемые, опуская съ одной стороны положительные, а съ другой отрицательные члены въ этихъ уравненіяхъ, мы найдемъ, что выведенный при разсмотрѣніи параболической фермы законъ можетъ быть отнесенъ и къ настоящему случаю. Напряженіе діагонали получаетъ maximum или minimum, если только одна сторона фермы, считая отъ произведеннаго сѣченія, будетъ нагружена.

Если теперь посмотрѣть на нашу схему (черт. 57) сзади, то получимъ напряженія въ фермѣ, діагонали коей восходятъ направо (вмѣсто налѣво). Если діагонали должны испытывать только вытягивающія напряженія и не должны испытывать сжатій, то въ расположеніи діагональной системы должны быть произведены слѣдующія измѣненія: вопервыхъ, во всѣхъ тѣхъ панеляхъ нашей фермы, гдѣ діагонали подвержены только сжатію, ихъ слѣдуетъ замѣнить діагоналями противоположнаго направленія; вовторыхъ, во всѣхъ тѣхъ панеляхъ, гдѣ діагональ попеременно подвергается то сжатію, то вытягиванію, должна быть прибавлена, кромѣ существующей, еще одна діагональ противоположнаго направленія.

Для большей наглядности этихъ измѣненій на чертежахъ 58 и 59 вычерчены схемы двухъ фермъ съ діагоналями противоположныхъ направленій, на которыхъ характеры ихъ напря-

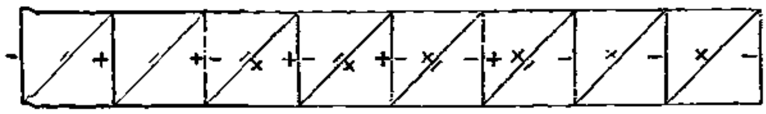
Черт. 58.



женій обозначены знаками + и —. Нетрудно замѣтить, что сопоставленіе этихъ фермъ въ одну приведетъ къ схемѣ (черт.

60), въ которой всѣ діагонали подвергаются только вытягиванію. Наибольшія значенія этихъ вытягиваній могутъ быть прямо взяты съ чертежа 57 при помощи чертежей 58 и 59; для этого

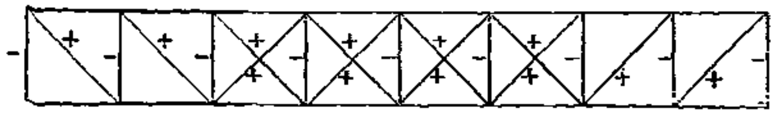
Черт. 59.



слѣдуетъ только брать съ чертежа 57 соотвѣтствующія знаку + числа.

Такъ какъ стойка только тогда можетъ быть подвержена вытягиванію, когда связанная съ ней у ненагруженнаго узла (у подошвы) діагональ сжата, и такъ какъ подобный случай не представляется на чертежѣ 60, то на немъ всѣ стойки сжаты.

Черт. 60.

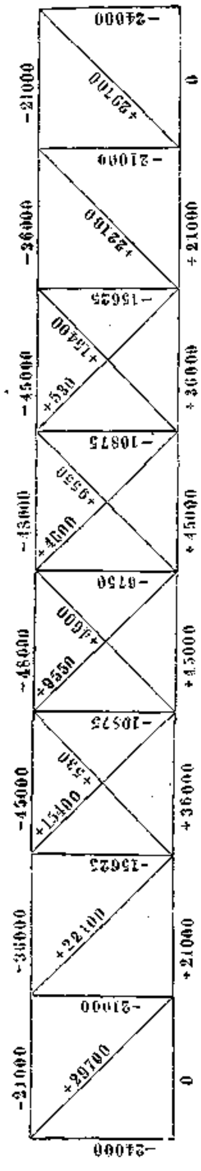


Такимъ образомъ, въ взятомъ нами случаѣ слѣдуетъ принимать въ расчетъ только V (min.) и притомъ тѣ, которыя соотвѣтствуютъ этому новому расположенію діагоналей, т. е. для лѣвой стороны фермы числа, взятыя съ черт. 58, а для правой— съ черт. 59.

Что касается, наконецъ, горизонтальныхъ полосъ X и Z, наибольшее напряженіе которыхъ соотвѣтствуетъ полной нагрузкѣ фермы, то нетрудно замѣтить, что при полной нагрузкѣ въ лѣвой половинѣ фермы напряжены раскосы, восходящіе налѣво, а въ правой — раскосы, восходящіе направо, такъ что для лѣвой стороны преобразованной фермы слѣдуетъ брать числа съ чертежа 58, а для правой — числа съ чертежа 59.

Изъ этого видно, что, не прибѣгая къ новымъ вычисленіямъ, можно воспользоваться выше найденными результатами и сразу написать для фермы, схема которой представлена на черт. **60**, *напряженія ея частей*, что и сдѣлано па черт. **61**.

Черт. 61.

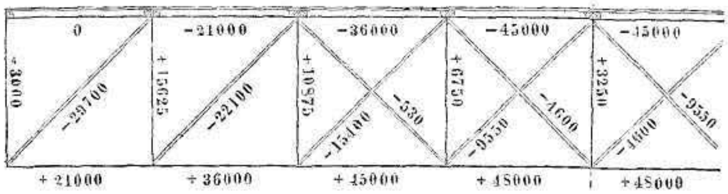


Если, напротивъ, діагонали способны только *сжиматься*, какъ напр. въ деревянныхъ сооруженіяхъ, то форма должна принять видъ, представленный на черт. **62**, и для нея напряженія могутъ быть списаны съ черт. **57** совершенно подобнымъ же образомъ.

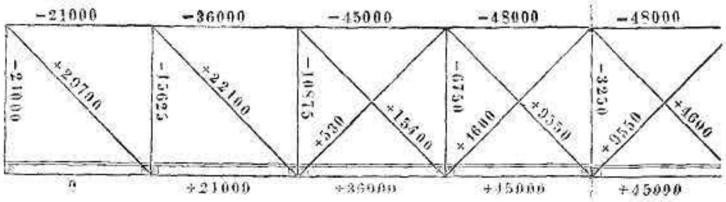
Если мостовое полотно расположено внизу, то за узловыя точки дѣйствія постоянной и временной нагрузокъ можно принять **нижніе** узлы. Напряженія горизонтальныхъ и діагональныхъ полосъ отъ этого не измѣнятся; что же касается стоекъ, то для нихъ получатся другія значенія, опредѣлить которыя нетрудно при помощи теоремы, выведенной въ § 9, а именно: „вертикальныя составляющія напряженій въ діагонали и въ стойкѣ, сходящихся въ ненагруженномъ узлѣ, равны и имѣютъ обратные знаки“. Ненагруженными здѣсь будутъ **верхніе** узлы и мы найдемъ напряженіе какой-нибудь стойки (черт. **63**), раздѣливъ напряженіе діагонали, примыкающей къ ней справа на $-\sqrt{2}$; изъ черт. **63** можно вывести совершенно такъ же, какъ и въ предъидущемъ случаѣ, производныя формы черт. **64** и черт. **65**.

Если полотно расположено на **рединѣ** высоты фермы, то за точки приложеній нагрузокъ можно принять средины стоекъ. Въ этомъ случаѣ ни верхніе, ни нижніе узлы не будутъ нагружены, а потому каждая діагональ будетъ имѣть одинаковое вертикальное напряженіе съ сопрягающимися съ ней частями стоекъ и только

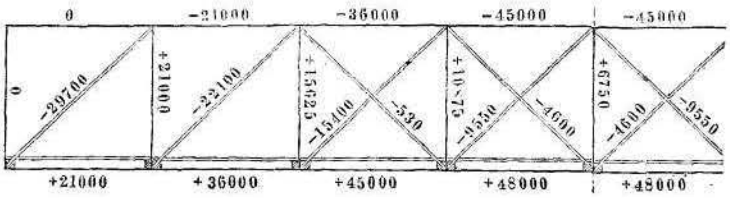
Черт. 62.



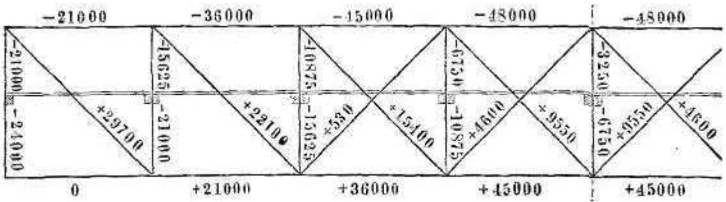
Черт. 64.



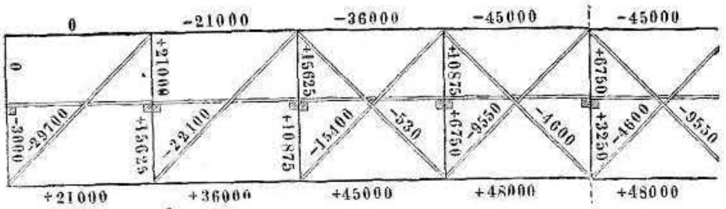
Черт. 65.



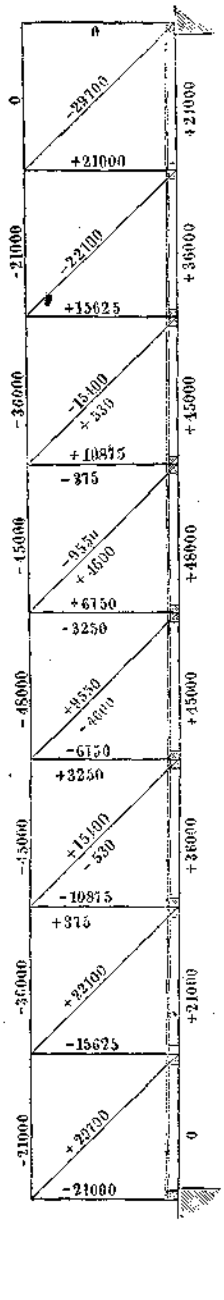
Черт. 67.



Черт. 68.



Черт. 63.



въ знакахъ будетъ разница. Наприм. на черт. **66** діагональ въ третьей панели имѣетъ напряженія

$$+15400 \text{ и } -530;$$

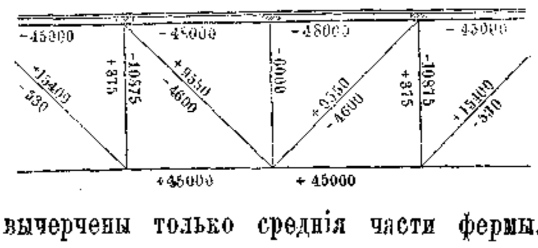
раздѣливъ эти числа на $-\sqrt{2}$, получимъ

$$-10875 \text{ и } +375,$$

напряженія верхней части стойки, примыкающей къ діагонали слѣва и нижней части стойки, примыкающей къ діагонали справа. При помощи правила, найденнаго въ § 9, можно безъ всякихъ затрудненій опредѣлить напряженія стоекъ какъ въ данномъ случаѣ, такъ и въ производныхъ формахъ черт. **67** и черт. **68.** Что касается горизонтальныхъ и діагональныхъ полосъ, то напряженія въ нихъ не зависятъ отъ высоты расположенія мостового полотна.

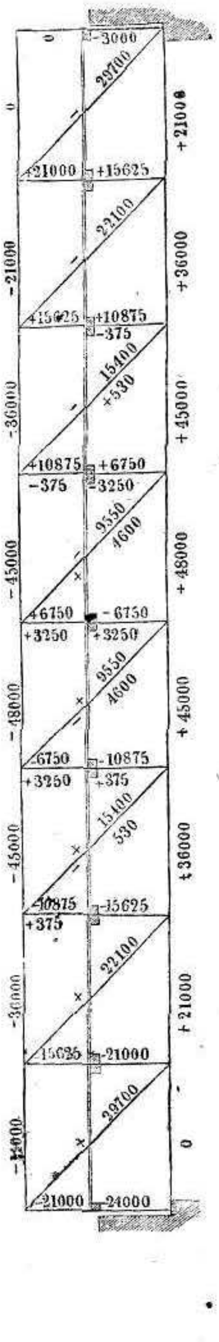
Наконецъ, въ симметрическихъ фермахъ простой діагональной системы можетъ возникнуть вопросъ только относительно напряженія **средней стойки**, потому что напряженія всѣхъ остальныхъ частей фермы могутъ быть непосредственно списаны съ чертежей **57, 63** и **66**, а потому на чертежахъ **69, 70, 71, 72, 73** и **74**

Черт. 69.

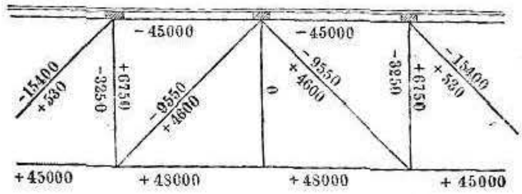


вычерчены только среднія части фермы.

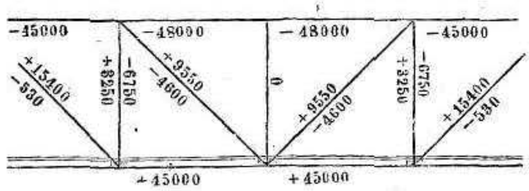
Черт. 66.



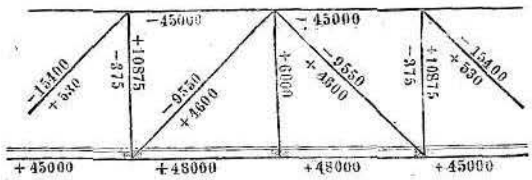
Черт. 70.



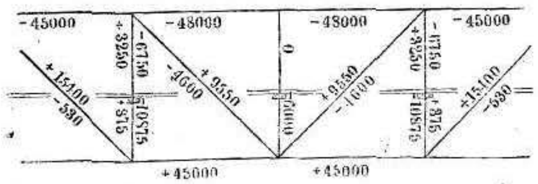
Черт. 71.



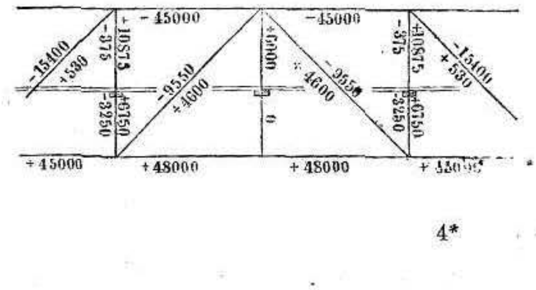
Черт. 72.



Черт. 73.



Черт. 74.



Изъ разсмотрѣнія этихъ чертежей явствуетъ, что напряженія въ этихъ стойкахъ будутъ равны 6000 или 0, смотря по тому, будетъ ли конецъ ея, непримыкающій ни къ одной діагонали, нагруженнымъ или ненагруженнымъ.

§ 12.

Замѣчанія насчетъ степени точности предположеній, сдѣланныхъ нами относительно распредѣленія нагрузокъ на ферму.

Сдѣлаемъ теперь нѣкоторыя замѣчанія насчетъ возраженій, *которыя можно было бы сдѣлать противъ* предложеннаго нами метода и о которыхъ мы уже упомянули въ началѣ сочиненія. Предположенія, сдѣланныя насчетъ дѣйствія нагрузокъ и лежащія въ основѣ всѣхъ предъидущихъ вычисленій, невполнѣ соотвѣтствуютъ дѣйствительности, такъ что въ результаты, выведенные изъ этихъ вычисленій, должны быть введены нѣкоторыя поправки.

Вопервыхъ, собственный вѣсъ сооруженія распредѣляется равномѣрно и на верхніе и на нижніе узлы, а вовсе не дѣйствуетъ, какъ мы предполагали, исключительно въ узлахъ, на которыхъ расположено мостовое полотно.

Чтобы уяснить себѣ ошибку, происходящую въ результатахъ вслѣдствіе этого предположенія, замѣтимъ, что, такъ какъ напряженія діагоналей и горизонтальныхъ полосъ не зависятъ отъ высоты расположенія мостоваго полотна, то ошибка, о которой мы говоримъ, можетъ вкрасться только въ напряженія стоекъ. *Если взять какую-нибудь стойку и представить себѣ,* что постоянная нагрузка распредѣляется правильно на верхній и нижній ея концы, то очевидно, что, прилагая къ этому способу нагрузки методъ статическихъ моментовъ, можно непосредственно получить напряженіе этой стойки; но гораздо проще сдѣлать сперва расчетъ напряженій такъ, какъ въ §§ 9 и 10 и затѣмъ уже ввести слѣдующую поправку: представимъ себѣ рядомъ съ разсматриваемой стойкой еще одну, назначеніе которой состоитъ въ томъ, чтобы въ дѣйствительности осуществить сдѣланное предварительно предположеніе. Итакъ, эта побочная стойка должна въ дѣйствительности перенести въ точку, лежащую на высотѣ полотна ту часть постоянной нагрузки, которая, не будучи приложена въ ней, по нашему ошибочному предположенію, была къ ней приложена, такъ что если эту часть нагрузки придется перенести сверху внизъ, то стойка будетъ играть роль опоры, а если снизу вверхъ, то — роль подвѣсной струны. Напряженіе этой стойки будетъ, поэтому, всегда равно передаваемому ею грузу и притомъ отрицательно, если стойка будетъ надъ полотномъ, а положительно, если она будетъ подъ полотномъ. Представимъ себѣ теперь, что побочная стойка слилась съ главной въ одно цѣлое, тогда для полученія истиннаго напряженія стойки слѣдуетъ, очевидно, сложить прежде полученное для нея напряженіе съ напряженіемъ побочной стойки.

Поясним сказанное на численномъ примѣрѣ. Положимъ, что въ фермѣ (черт. 57) матеріалъ распредѣленъ такъ, что $\frac{2}{3}$ его общаго вѣса дѣйствуютъ на верхніе узлы, а $\frac{1}{3}$ на нижніе концы стоекъ (прежде мы предполагали, что всѣ три трети вѣса приложены къ верхнимъ узламъ, ибо полотно расположено сверху). Каждая воображаемая стойка должна осуществить это прежнее предположеніе, а потому она должна перенести $\frac{1}{3}$ нагрузки, расположенную внизу, на верхній узелъ и представляетъ собой такимъ образомъ подвѣсную струну, нагруженную 333 кил.; отсюда видно, что напряженіе побочной стойки всегда $= + 333$ кил. и это-то напряженіе слѣдуетъ придать ко всѣмъ напряженіямъ вертикальныхъ стоекъ для того, чтобы получить истинныя напряженія ихъ; такъ напр. получатся напряженія V_3:

$$V_3\,(\text{max.}) = +375 + 333 = +708 \text{ кил.}$$
$$V_3\,(\text{min.}) = -10875 + 333 = -10542 \text{ кил.}$$

Напротивъ, если бы полотно было расположено на нижнихъ узлахъ (черт. 63) и если бы въ нихъ сосредоточивались только $\frac{2}{3}$ всего вѣса фермы, то назначеніе воображаемой стойки состояло бы въ томъ, чтобы, въ качествѣ опоры, нагруженной остальной третью собственнаго вѣса фермы, передать эту треть на нижній узелъ, откуда ясно, что стойка будетъ испытывать напряженіе — 333 кил., и эту величину слѣдуетъ придать ко всѣмъ найденнымъ прежде напряженіямъ стоекъ. Такимъ образомъ мы получимъ для напряженій V_3 слѣдующія величины:

$$V_3 \text{ (max.)} = +3250 - 333 = +2917 \text{ кил.}$$

$$V_3 \text{ (min.)} = -6750 - 333 = -7083 \text{ кил.}$$

Для этого случая поправка, какъ оказывается, такъ незначительна, что допущенное выше предположеніе вполнѣ оправдывается. Въ большихъ же сооруженіяхъ, гдѣ постоянная нагрузка значительна сравнительно съ временной, поправка эта была бы нелишняя.

Второе обстоятельство, могущее вызвать возраженія противъ нашего метода, относится къ дѣйствію временной нагрузки. Въ началѣ этого сочиненія въ основу всѣхъ разсмотрѣнныхъ нами численныхъ примѣровъ было положено слѣдующее предположеніе: *промежутокъ между двумя смежными узловыми точками* покрытъ особой промежуточной фермой, поддерживающей мостовое полотно и вмѣстѣ съ нимъ подвижной грузъ. Что касается этого послѣдняго, то онъ передается узловымъ точкамъ при помощи промежуточной фермы, а потому на каждый узелъ только тогда придется половина временной нагрузки, когда вся промежуточная ферма нагружена. При вычисленіи напряженій въ діагоналяхъ и въ стойкахъ мы предполагали, что всѣ узлы одной стороны фермы нагружены полной нагрузкой, а узлы другой, только постояннымъ вѣсомъ. Въ строгомъ смыслѣ, разсматривая непрерывно двигающійся грузъ, нельзя допустить, чтобы данная узловая точка получила полную нагрузку, тогда какъ непосредственно за ней слѣдующая еще вовсе не нагружена; но замѣтимъ, что дѣйствительная временная нагрузка моста вовсе не представляетъ собой непрерывной, **равномѣрно распредѣленной** нагрузки, что, напротивъ, давленіе колеса на рельсъ есть сосредоточенный грузъ, что—при самыхъ неблагопріятныхъ обстоятельствахъ, т. е. когда разстояніе между осями равно длинѣ панели — условіе, допущенное выше, вполнѣ осуществляется; поэтому, если число панелей не слишкомъ мало, то мы не сдѣлаемъ большой погрѣшности и, во всякомъ случаѣ, будемъ дѣйствовать въ пользу прочности, такъ какъ получимъ для діагоналей и стоекъ нѣсколько большія поперечныя сѣченія, если придадимъ характеръ общности этому частному случаю.

Обѣ вышеупомянутыя неточности исчезаютъ совершенно въ тѣхъ случаяхъ, когда, вслѣдствіе увеличенія числа панелей, неточность втораго предположенія значительно уменьшается и когда, кромѣ того, вслѣдствіе отсутствія вертикальныхъ стоекъ, приходится по необходимости примѣнить способъ вычисленія нѣсколько иной и болѣе соотвѣтствующій дѣйствительности. На основаніи этого нижеслѣдующій примѣръ особенно удобно представить какъ образецъ для примѣненія способа статическихъ моментовъ.

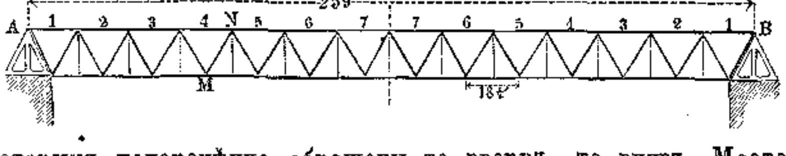
§ 13.

Фахверковая ферма съ равносторонними треугольниками.

(Мостъ черезъ Трентъ у Ньюуорка (Newark).

Ферма, какъ видно изъ чертежа **75**, состоитъ изъ 20 панелей, имѣющихъ видъ равностороннихъ треугольниковъ, вершины

Черт. 75.

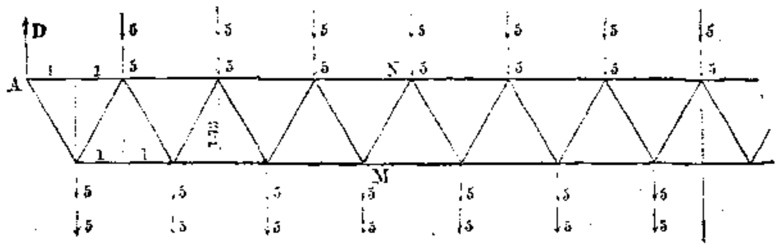


которыхъ попеременно обращены то вверхъ, то внизъ. Мостовое полотно расположено внизу, частью на нижнихъ узловыхъ точкахъ, а частью подвѣшено помощью струнъ, прикрѣпленныхъ къ верхнимъ узламъ. Такимъ образомъ одна половина какъ временной, такъ и постоянной нагрузки поддерживается верхними, а другая нижними узловыми точками. Вся ферма подвѣшена при помощи катковъ A и B къ вершинамъ треугольныхъ чугунныхъ станинъ, укрѣпленныхъ подошвами на береговыхъ устояхъ. Разстояніе между точками опоръ равно 259 футамъ, а потому длина сторонъ треугольниковъ $= \frac{259}{14} = 18,5$ фута. Высота фермы $= \frac{18.5}{5}\ tg\ 60^\circ = 9.25 \,.\, 1,73$, а потому, принимая 9,25 фута за единицу длины, длина сторонъ треугольника будетъ равна 2, высоты фермы $= 1,73$, а вся длина фермы между опорами $= 28$.

Весь мостъ вѣситъ 589 тоннъ и на каждую изъ четырехъ, составляющихъ его фермъ приходится такимъ образомъ $\frac{589}{4} =$ $147\frac{1}{4}$ тоннъ. Временная нагрузка, считая на погонный футъ одного пути одну тонну, составитъ на всю длину одной фермы $\frac{259}{2} = 129,5$ тоннъ. Такимъ образомъ полная нагрузка одной фермы будетъ равна $147,25 + 129,5 = 276,75$ тоннъ и на каждый узелъ придется $\frac{276,75}{28}$ тоннъ или, круглымъ числомъ, 10 тоннъ. Изъ этихъ 10 тоннъ на долю постоянной нагрузки причитается, собственно говоря, нѣсколько больше чѣмъ на долю временной, такъ какъ эти нагрузки относятся какъ $147,25 : 129,5$; но для облегченія вычисленій онѣ приняты равными. Допущеніе это не имѣетъ вліянія на напряженія горизонтальныхъ полосъ, а влечетъ за собой только незначительное увеличеніе напряженій въ раскосахъ и, во всякомъ случаѣ, оправдывается тѣмъ, что временной нагрузки никогда нельзя опредѣлить съ точностью и она на нѣкоторыхъ дорогахъ принята большею 1 тонны на погонный футъ.

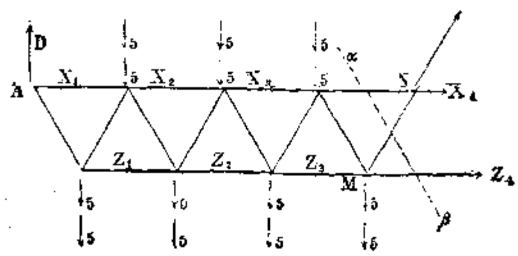
Такъ какъ вертикальныя полосы, какъ мы уже и упомянули выше, представляютъ собой только подвѣсныя струны, служащія для передачи половины вѣса полотна и подвижнаго груза на верхніе узлы, то можно совершенно пропустить расчетъ ихъ напряженій, допустивъ, что нагрузка передается и на верхніе узлы непосредственно, а тогда вся нагрузка фермы можетъ быть представлена, какъ показано на черт. **76**, помощью стрѣлокъ и надписей.

Черт. 76.



Расчетъ напряженій X и Z въ верхнихъ и въ нижнихъ горизонтальныхъ полосахъ.

Черт. 77.



Отдѣлимъ сѣченіемъ $\alpha\beta$ отъ всей фермы часть, представленную на черт. **77** и составимъ для отрѣзанной части уравненія моментовъ относительно центровъ вращенія въ точкахъ M и N

$$0 = X_4 . 1{,}73 + D . 7 - 5(1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6) - 5(1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6)$$

$$0 = -Z_4 . 1{,}73 + D . 8 - 5(1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7) - 5(1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7).$$

Подставляя вмѣсто D его значеніе:

$$D = 5\left(\tfrac{1}{28} + \tfrac{2}{28} + \ldots \tfrac{27}{28}\right) + 5\left(\tfrac{1}{28} + \tfrac{2}{28} + \ldots \tfrac{27}{28}\right)$$

и, соединяя члены, зависящіе отъ однѣхъ и тѣхъ же нагрузокъ, получимъ:

$$
\begin{aligned}
0=X_4\,.\,1,73 \\
&+5\left[\left(\tfrac{1}{28}+\tfrac{2}{28}+\ldots\tfrac{21}{28}\right)7+\left(\tfrac{22}{28}.7-1\right)+\left(\tfrac{23}{28}.7-2\right)\right. \\
&\qquad\qquad \left.+\ldots\left(\tfrac{27}{28}.7-6\right)\right] \\
&+5\left[\left(\tfrac{1}{28}+\tfrac{2}{28}+\ldots\tfrac{21}{28}\right)7+\left(\tfrac{22}{28}.7-1\right)+\left(\tfrac{23}{28}.7-2\right)\right. \\
&\qquad\qquad \left.+\ldots\left(\tfrac{27}{28}.7-6\right)\right],
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
0=-Z_4\,.\,1,73 \\
&+5\left[\left(\tfrac{1}{28}+\tfrac{2}{28}+\ldots\tfrac{20}{28}\right)8+\left(\tfrac{21}{28}.8-1\right)+\left(\tfrac{22}{28}.8-2\right)\right. \\
&\qquad\qquad \left.+\ldots\left(\tfrac{27}{28}.8-7\right)\right] \\
&+5\left[\left(\tfrac{1}{28}+\tfrac{2}{28}+\ldots\tfrac{20}{28}\right)8+\left(\tfrac{21}{28}.8-1\right)+\left(\tfrac{22}{28}.8-2\right)\right. \\
&\qquad\qquad \left.+\ldots\left(\tfrac{27}{28}.8-7\right)\right].
\end{aligned}
$$

Изъ разсмотрѣнія этихъ уравненій сразу окажется, что абсолютныя значенія X_4 и Z_4 могутъ только уменьшиться, если мы пропустимъ хоть одинъ изъ членовъ, зависящихъ отъ какой бы то ни было нагрузки.

Убѣдившись такимъ образомъ, что въ взятой нами, какъ и вообще во всѣхъ фахверковыхъ фермахъ, наибольшее напряженіе въ горизонтальныхъ полосахъ проявляется при полной нагрузкѣ, мы можемъ дать формуламъ для X и Z болѣе простой видъ; для этого слѣдуетъ подставить вмѣсто D его численную величину при полной нагрузкѣ:

$$D=10\left(\tfrac{1}{28}+\tfrac{2}{28}+\ldots\tfrac{27}{28}\right)=135 \text{ тоннъ}$$

и слить въ одно члены, зависящіе отъ временной и отъ постоянной нагрузокъ, тогда:

$$0=X_4.1,73+135.7-10(1+2+\ldots 6)$$

$$0=-Z_4.1,73+135.8-10(1+2+\ldots 7)$$

Рѣшая эти уравненія, получимъ:

$$X_4 \text{ (min.)} = -425 \text{ т.}$$

$$Z_4 \text{ (max.)} = +462 \text{ т.}$$

Подобнымъ же образомъ для остальныхъ напряженій X и Z мы получимъ значенія:

$$0=X_1\,.\,1,73+135\,.\,1$$

$$X_1 \text{ (min.)}=-78 \text{ т.}$$

$$0=-Z_1\,.\,1,73+135\,.\,2-10\,.\,1$$

$$Z_1 \text{ (max.)}=+150 \text{ т.}$$

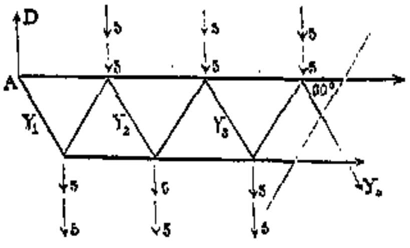
$$0 = X_2 \,.\, 1{,}73 + 135 \,.\, 3 - 10\,(1+2)$$
$$X_2\,(\text{min.}) = -216 \text{ т.}$$
$$0 = -Z_2 \,.\, 1{,}73 + 135 \,.\, 4 - 10\,(1+2+3)$$
$$Z_2\,(\text{max.}) = +277 \text{ т.}$$
$$0 = X_3 \,.\, 1{,}73 + 135 \,.\, 5 - 10\,(1+2+3+4)$$
$$X_3\,(\text{min.}) = -338 \text{ т.}$$
$$0 = -Z_3 \,.\, 1{,}73 + 135 \,.\, 6 - 10\,(1+2+3+4+5)$$
$$Z_3\,(\text{max.}) = +381 \text{ т.}$$
$$0 = X_5 \,.\, 1{,}73 + 135 \,.\, 9 - 10\,(1+2+\dots 8)$$
$$X_5\,(\text{min.}) = -494 \text{ т.}$$
$$0 = -Z_5 \,.\, 1{,}73 + 135 \,.\, 10 - 10\,(1+2+\dots 9)$$
$$Z_5\,(\text{max.}) = +520 \text{ т.}$$
$$0 = X_6 \,.\, 1{,}73 + 135 \,.\, 11 - 10\,(1+2+\dots 10)$$
$$X_6\,(\text{min.}) = -540 \text{ т.}$$
$$0 = -Z_6 \,.\, 1{,}73 + 135 \,.\, 12 - 10(1+2+\dots 11)$$
$$Z_6\,(\text{max.}) = +555 \text{ т.}$$
$$0 = X_7 \,.\, 1{,}73 + 135 \,.\, 13 - 10\,(1+2+\dots 12)$$
$$X_7\,(\text{min.}) = -564 \text{ т.}$$
$$0 = -Z_7 \,.\, 1{,}73 + 135 \,.\, 14 - 10(1+2+\dots 13)$$
$$Z_7\,(\text{max.}) = +566 \text{ т.}$$

Расчетъ напряженій Y и U въ раскосахъ.

Раскосы наклонены къ горизонту подъ угломъ 60°, а потому вертикальныя составляющія напряженій въ нихъ выразятся такъ:

$$Y.\sin 60^\circ \text{ и } U.\sin 60^\circ, \text{ или:}$$
$$Y.0{,}866 \text{ и } U.0{,}866.$$

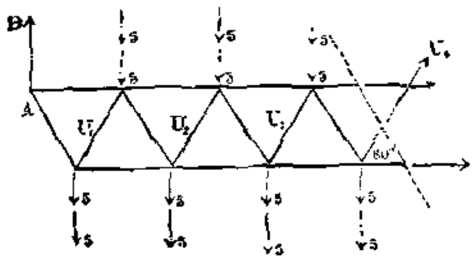
Черт. 78.



Возьмемъ два отрѣзка фермы, черт. **78** и черт. **79** и приравняемъ въ нихъ алгебраическую сумму вертикальныхъ силъ нулю, тогда для опредѣленія Y_4 и U_4 получимъ слѣдующія два уравненія:

$$0 = Y_4 \,.\, 0{,}866 - D + 5 \,.\, 6 + 5 \,.\, 6$$
$$0 = -U_4 \,.\, 0{,}866 - D + 5 \,.\, 7 + 5 \,.\, 7$$

Черт. 79.



Подставляя сюда вмѣсто D его величину:

$$D = 5\left(\tfrac{1}{28} + \tfrac{2}{28} + \ldots \tfrac{27}{28}\right)$$
$$+ 5\left(\tfrac{1}{28} + \tfrac{2}{28} + \ldots \tfrac{27}{28}\right)$$

и соединяя члены, зависящіе отъ однѣхъ и тѣхъ же нагрузокъ, въ одинъ, получимъ:

$$0 = Y_4 . 0{,}866 - 5\left[\tfrac{1}{28} + \tfrac{2}{28} + \ldots \tfrac{21}{28} - \left(1 - \tfrac{22}{28}\right) - \left(1 - \tfrac{23}{28}\right) - \ldots \left(1 - \tfrac{27}{28}\right)\right]$$
$$- 5\left(\tfrac{1}{28} + \tfrac{2}{28} + \ldots \tfrac{21}{28}\right) + 5\left[\left(1 - \tfrac{22}{28}\right) + \left(1 - \tfrac{23}{28}\right) + \ldots \left(1 - \tfrac{27}{28}\right)\right]$$
$$0 = - U_4 . 0{,}866 - 5\left[\tfrac{1}{28} + \tfrac{2}{28} + \ldots \tfrac{20}{28} - \left(1 - \tfrac{21}{28}\right) - \left(1 - \tfrac{22}{28}\right) - \ldots \left(1 - \tfrac{27}{28}\right)\right]$$
$$- 5\left(\tfrac{1}{28} + \tfrac{2}{28} + \ldots \tfrac{20}{28}\right) + 5\left[\left(1 - \tfrac{21}{28}\right) + \left(- \tfrac{22}{28}\right) + \ldots \left(1 - \tfrac{27}{28}\right)\right]$$

Въ этихъ уравненіяхъ члены, зависящіе отъ временной нагрузки, входятъ не съ одинаковыми знаками, а потому сюда примѣняемъ данное выше правило: *разъ слѣдуетъ пропустить положительные члены, зависящіе отъ временной нагрузки и разъ отрицательные*, тогда получимъ слѣдующія уравненія:

$$0 = Y_4 . 0{,}866 - 5\left(\tfrac{1}{28} + \tfrac{2}{28} + \ldots \tfrac{21}{28} - \tfrac{6}{28} - \tfrac{5}{28} - \ldots \tfrac{1}{28}\right)$$
$$- 5\left(\tfrac{1}{28} + \tfrac{2}{28} + \ldots \tfrac{21}{28}\right)$$
$$Y_4 (\max) = + 91 \text{ т.}$$
$$0 = Y_4 . 0{,}866 - 5\left(\tfrac{1}{28} + \tfrac{2}{28} + \ldots \tfrac{21}{28} - \tfrac{6}{28} - \tfrac{5}{28} - \ldots \tfrac{4}{28}\right)$$
$$+ 5\left(\tfrac{6}{28} + \tfrac{5}{28} + \ldots \tfrac{1}{28}\right)$$
$$Y_4 (\min) = + 39 \text{ т.}$$
$$0 = - U_4 . 0{,}866 - 5\left(\tfrac{1}{28} + \tfrac{2}{28} + \ldots \tfrac{20}{28} - \tfrac{7}{28} - \tfrac{6}{28} - \ldots \tfrac{1}{28}\right)$$
$$+ 5\left(\tfrac{7}{28} + \tfrac{6}{28} + \ldots \tfrac{1}{28}\right)$$
$$U_4 (\max.) = - 32 \text{ т.}$$
$$0 = - U_4 . 0{,}866 - 5\left(\tfrac{1}{28} + \tfrac{2}{28} + \ldots \tfrac{20}{28} - \tfrac{7}{28} - \tfrac{6}{28} - \ldots \tfrac{1}{28}\right)$$
$$- 5\left(\tfrac{1}{28} + \tfrac{2}{28} + \ldots \tfrac{20}{28}\right)$$
$$U_4 (\min.) = - 81 \text{ т.}$$

Отсюда видно, что слѣдуетъ принимать въ соображеніе только maximum Y_4 и minimum U_4; что же касается minimum'а Y_4 и maximum'а U_4, то ихъ можно было бы и не вычислять. Полезно, впрочемъ, опредѣлять для каждаго раскоса, какъ maximum, такъ и minimum напряженій, и только убѣдившись, что обѣ величины съ одинакими знаками, не принимать въ расчетъ того, численная величина котораго, независимо отъ знака, меньше.

Совершенно такимъ же образомъ, какъ были получены величины U_4 и Y_4, вычислены и остальныя напряженія U и Y при помощи слѣдующихъ уравненій:

$$0 = Y_1 . 0{,}866 - 5\left(\tfrac{1}{28} + \tfrac{2}{28} + \ldots \tfrac{27}{28}\right) - 5\left(\tfrac{1}{28} + \tfrac{2}{28} \ldots \tfrac{27}{28}\right)$$

$$Y_1 \begin{cases} (\text{max.}) = +\ 156\ \text{т.} \\ (\text{min.}) = +\ 78\ \text{т.} \end{cases}$$

$$0 = -U_1 . 0{,}866 - 5\left(\tfrac{1}{28} + \tfrac{2}{28} + \ldots \tfrac{26}{28} - \tfrac{1}{28}\right) - 5\left(\tfrac{1}{28} + \tfrac{2}{28} + \ldots \tfrac{26}{28}\right) + 5 . \tfrac{1}{28}$$

$$U_1 \begin{cases} (\text{max.}) = -\ 72\ \text{т.} \\ (\text{min.}) = -\ 144\ \text{т.} \end{cases}$$

$$0 = Y_2 . 0{,}866 - 5\left(\tfrac{1}{28} + \tfrac{2}{28} + \ldots \tfrac{25}{28} - \tfrac{2}{28} - \tfrac{1}{28}\right) - 5\left(\tfrac{1}{28} + \ldots \tfrac{25}{28}\right)$$
$$+ 5\left(\tfrac{2}{28} + \tfrac{1}{28}\right)$$

$$Y_2 \begin{cases} (\text{max.}) = +\ 133\ \text{т.} \\ (\text{min.}) = +\ 66\ \text{т.} \end{cases}$$

$$0 = -U_2 . 0{,}866 - 5\left(\tfrac{1}{28} + \ldots \tfrac{24}{28} - \tfrac{3}{28} - \tfrac{2}{28} - \tfrac{1}{28}\right) - 5\left(\tfrac{1}{28} + \ldots \tfrac{24}{28}\right)$$
$$+ 5\left(\tfrac{3}{28} + \tfrac{2}{28} + \tfrac{1}{28}\right)$$

$$U_2 \begin{cases} (\text{max.}) = -\ 59\ \text{т.} \\ (\text{min.}) = -\ 122\ \text{т.} \end{cases}$$

$$0 = Y_3 . 0{,}866 - 5\left(\tfrac{1}{28} + \ldots \tfrac{23}{28} - \tfrac{4}{28} - \ldots - \tfrac{1}{28}\right) - 5\left(\tfrac{1}{28} + \ldots \tfrac{23}{28}\right)$$
$$+ 5\left(\tfrac{4}{28} + \ldots \tfrac{1}{28}\right)$$

$$Y_3 \begin{cases} (\text{max.}) = +\ 112\ \text{т.} \\ (\text{min.}) = +\ 53\ \text{т.} \end{cases}$$

$$0 = -U_3 . 0{,}866 - 5\left(\tfrac{1}{28} + \ldots \tfrac{22}{28} - \tfrac{5}{28} - \ldots - \tfrac{1}{28}\right) - 5\left(\tfrac{1}{28} + \ldots \tfrac{22}{28}\right)$$
$$+ 5\left(\tfrac{5}{28} + \ldots \tfrac{1}{28}\right)$$

$$U_3 \begin{cases} (\text{max.}) = -\ 46\ \text{т.} \\ (\text{min.}) = -\ 101\ \text{т.} \end{cases}$$

$$0 = Y_5 . 0{,}866 - 5\left(\tfrac{1}{28} + \ldots \tfrac{19}{28} - \tfrac{8}{28} - \ldots - \tfrac{1}{28}\right) - 5\left(\tfrac{1}{28} + \ldots \tfrac{19}{28}\right)$$
$$+ 5\left(\tfrac{8}{28} + \ldots \tfrac{1}{28}\right)$$

$$Y_5 \begin{cases} (\text{max.}) = +\ 71\ \text{т.} \\ (\text{min.}) = +\ 24\ \text{т.} \end{cases}$$

$$0 = -U_5 . 0{,}866 - 5\left(\tfrac{1}{28} + \dots \tfrac{18}{28} - \tfrac{9}{28} - \dots - \tfrac{1}{28}\right) - 5\left(\tfrac{1}{28} + \dots \tfrac{18}{28}\right) + 5\left(\tfrac{9}{28} + \dots \tfrac{1}{28}\right)$$

$$U_5 \begin{cases} (\text{max.}) = -17 \text{ т.} \\ (\text{min.}) = -61 \text{ т.} \end{cases}$$

$$0 = Y_6 . 0{,}866 - 5\left(\tfrac{1}{28} + \dots \tfrac{17}{28} - \tfrac{10}{28} - \dots - \tfrac{1}{28}\right) - 5\left(\tfrac{1}{28} + \dots \tfrac{17}{28}\right) + 5\left(\tfrac{10}{28} + \dots \tfrac{1}{28}\right)$$

$$Y_6 \begin{cases} (\text{max.}) = +52 \text{ т.} \\ (\text{min.}) = +\ 9 \text{ т.} \end{cases}$$

$$0 = -U_6 . 0{,}866 - 5\left(\tfrac{1}{28} + \dots \tfrac{16}{28} - \tfrac{11}{28} - \dots - \tfrac{1}{28}\right) - 5\left(\tfrac{1}{28} + \dots \tfrac{16}{28}\right) + 5\left(\tfrac{11}{28} + \dots \tfrac{1}{28}\right)$$

$$U_6 \begin{cases} (\text{max.}) = -0{,}8 \text{ т.} \\ (\text{min.}) = -\ 42 \text{ т.} \end{cases}$$

$$0 = Y_7 . 0{,}866 - 5\left(\tfrac{1}{28} + \dots \tfrac{15}{28} - \tfrac{12}{28} - \dots - \tfrac{1}{28}\right) - 5\left(\tfrac{1}{28} + \dots \tfrac{15}{28}\right) + 5\left(\tfrac{12}{28} + \dots \tfrac{1}{28}\right)$$

$$Y_7 \begin{cases} (\text{max.}) = +\ 34 \text{ т.} \\ (\text{min.}) = -7{,}4 \text{ т.} \end{cases}$$

$$0 = -U_7 . 0{,}866 - 5\left(\tfrac{1}{28} + \dots \tfrac{14}{28} - \tfrac{13}{28} - \dots - \tfrac{1}{28}\right) - 5\left(\tfrac{1}{28} + \dots \tfrac{14}{28}\right) + 5\left(\tfrac{13}{28} + \dots \tfrac{1}{28}\right)$$

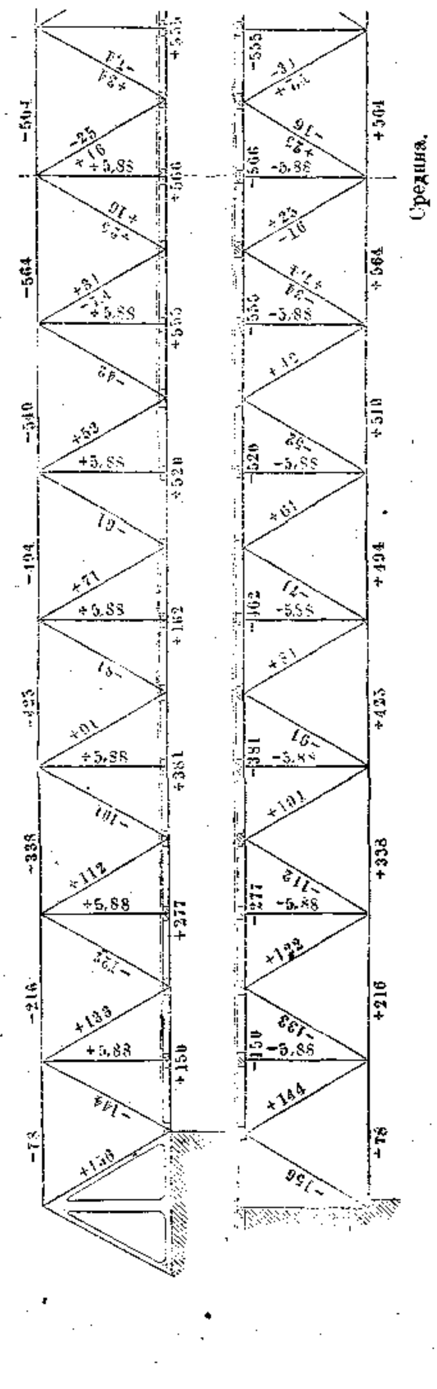
$$U_7 \begin{cases} (\text{max.}) = +16 \text{ т.} \\ (\text{min.}) = -25 \text{ т.} \end{cases}$$

Такъ какъ ферма симметрична относительно вертикальной линіи, проходящей черезъ средину пролета, то во второй части фермы полосы, расположенныя симметрично съ полосами первой части, испытываютъ одинаковыя съ ними напряженія и вычислять этихъ напряженій ненужно.

Что касается подвѣсныхъ струнъ, то онѣ, кромѣ подвижнаго груза, выдерживаютъ еще извѣстную часть постоянной нагрузки. Вѣсъ полотна, составляющій часть постоянной нагрузки, поддерживается частью нижними узловыми точками, а частью подвѣсными струнами. Вѣсъ полотна $= 24{,}75$ тоннъ, а потому на каждую полосу приходится $\frac{24{,}75}{28} = 0{,}88$ тоннъ нагрузки отъ собственнаго вѣса моста.

Итакъ, наибольшая нагрузка, которую поддерживаетъ струна $= 5 + 0{,}88 = 5{,}88$ тоннъ, а потому наибольшее напряженіе, какому только можетъ подвергнуться струна, выражается числомъ $+ 5{,}88$ тоннъ.

Черт. 80. Черт. 81.



Для большей наглядности результаты нашихъ вычисленій выписаны на черт. **80**.

Если на черт. **80** перемѣнить всѣ знаки + на —, то получимъ напряженія для частей фермы, изображенной на черт. **81** и опирающейся на устои нижнимъ ребромъ. Вертикальныя струны обращаются здѣсь въ сжатыя стойки.

§ 14.

Сложныя фахверковыя и рѣшетчатыя фермы.

Для того, чтобы какъ можно нагляднѣе уяснить связь, существующую между простыми фахверковыми и рѣшетчатыми фермами, въ основу всѣхъ послѣдующихъ численныхъ примѣровъ положена ферма отверстіемъ въ 16 метровъ, выдерживающая полную нагрузку 48000 кил., расчетомъ которой мы занимались въ § 10.

Если нагрузка на каждый узелъ уменьшится вдвое, то и напряженія во всѣхъ полосахъ уменьшатся вдвое. Построимъ теперь, въ предположеніи такой уменьшенной вдвое нагрузки, схемы двухъ фермъ, одной, въ которой раскосы восходятъ налѣво и нагрузки дѣйствуютъ на верхніе узлы (черт. 57), и другой, въ которой раскосы восходятъ направо и нагрузки расположены на нижнихъ узлахъ. Наложимъ одну схему на другую такъ, чтобы горизонтальныя и вертикальныя полосы совмѣстились, тогда получимъ схему фермы съ скрещивающимися раскосами, способными сопротивляться и сжатію и вытягиванію. Для полученія напряженій разныхъ частей этой фермы слѣдуетъ складывать напряженія совмѣстившихся частей составляющихъ фермъ. Въ этой системѣ, какъ мы видимъ, половина нагрузки дѣйствуетъ на верхніе, а половина на нижніе узлы, и при этомъ напряженія въ стойкахъ обращаются въ нуль, такъ какъ для каждой изъ нихъ, кромѣ опорныхъ, maximum напряженія въ одной изъ составляющихъ фермъ соотвѣтствуетъ minimum'у въ другой. Чтобы понять, какъ подобное распредѣленіе нагрузки въ фермѣ можетъ осуществиться въ томъ случаѣ, когда нагрузки дѣйствуютъ непосредственно на верхніе узлы, достаточно представить себѣ второстепенныя стойки, передающія половину нагрузки на нижніе узлы; если же полная нагрузка дѣйствуетъ непосредственно только на нижніе узлы, то вмѣсто второстепенныхъ стоекъ слѣдуетъ себѣ представить побочныя подвѣсныя струны, перетягивающія половину полной нагрузки снизу вверхъ. Если нагрузки приложены между основаніемъ и вершиной стойки, то можно себѣ представить, что верхняя часть ея играетъ роль струны, а нижняя—стойки; тогда каждая стойка испытываетъ напряженіе — 3000, а каждая струна — напряженіе + 3000. Такимъ образомъ получены напряженія, выставленныя на черт. 82, 83, 84. (Для того, чтобы не пестрить чертежей 83 и 84, въ нихъ пропущены напряженія въ горизонтальныхъ полосахъ и въ діагоналяхъ, потому что числа эти тѣ же, что и на черт. 82).

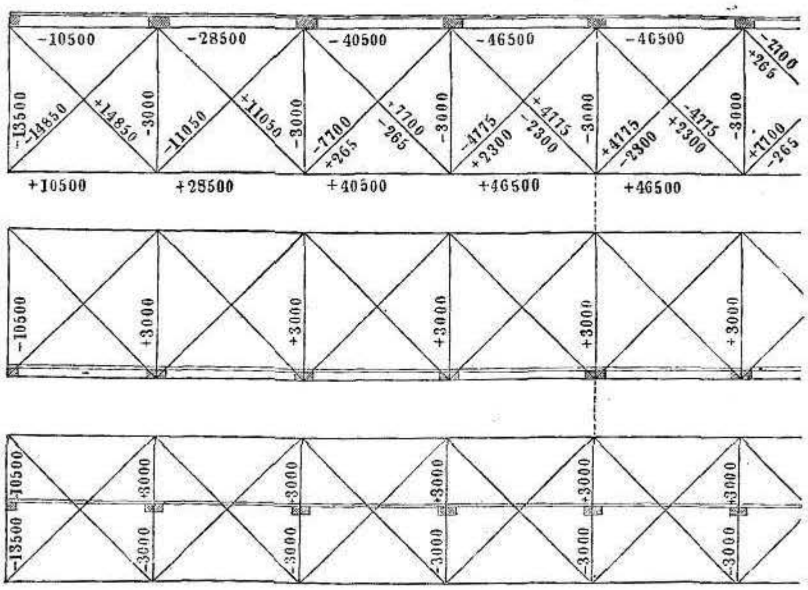
Вообразимъ себѣ двѣ фермы, во всемъ схожія съ схемой (черт. 57), но только такія, въ которыхъ напряженія вдвое меньше, и вычертимъ схемы ихъ такъ, чтобы схема одной выступала на половину панели предъ другой и чтобы горизонтальныя полосы совмѣщались; затѣмъ сложимъ напряженія

Средина.

Черт. 82.

Черт. 83.

Черт. 84.

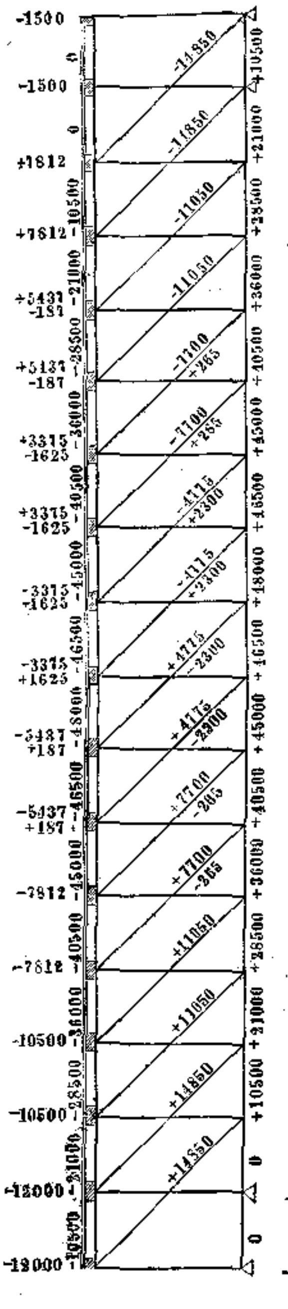


въ покрывшихъ другъ друга горизонтальныхъ частяхъ полосъ и мы получимъ схему двойной фахверковой фермы, напряженія частей которой и расположеніе на опорахъ показано на черт. **85**.

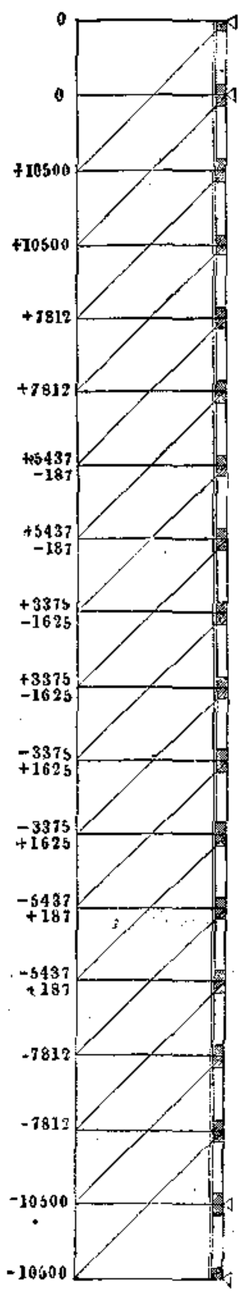
Если въ подобной фермѣ діагонали неспособны сжиматься, то, смотря по тому, будетъ ли мостовое полотно расположено сверху, снизу или по срединѣ высоты фермы, мы получимъ напряженія, выставленныя на чертежахъ **88, 89** и **90**. Напряженія горизонтальныхъ и діагональныхъ полосъ на черт. **89** и **90** тѣ же, что и на черт. **88**.

Фермы, изображенныя на послѣднихъ 6 чертежахъ, обусловливаютъ увеличеніе пролета на одинъ метръ и онѣ, кромѣ того, опираются на каждый устой двумя точками. Если, по требованію задачи, нельзя увеличить ни длины пролета, ни числа опорныхъ точекъ, то вмѣсто прежнихъ системъ можно воспољ-

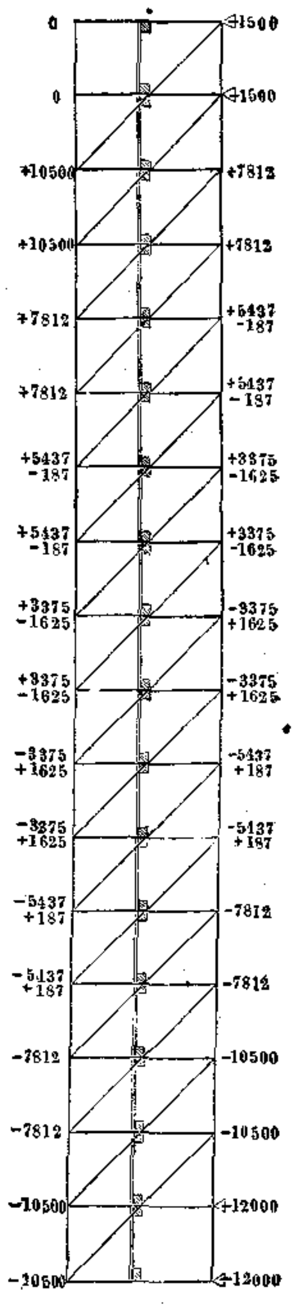
Черт. 85.

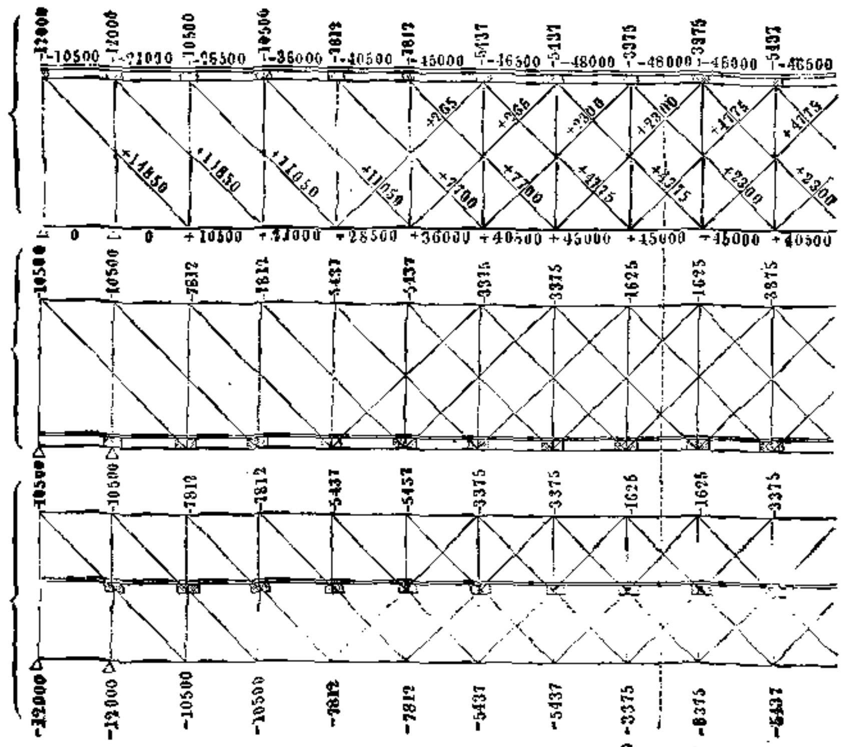


Черт. 86.



Черт. 87.





Черт. 88. Черт. 89. Черт. 90.

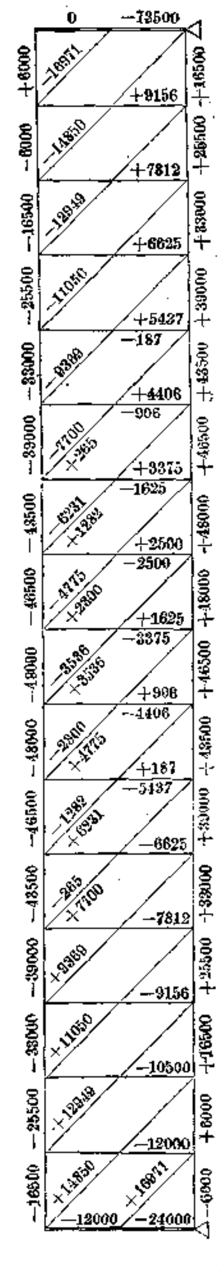
Средина.

зоваться системой, изображенной на черт. 91, составляющейся изъ основныхъ формъ (черт. 92 и черт. 93).

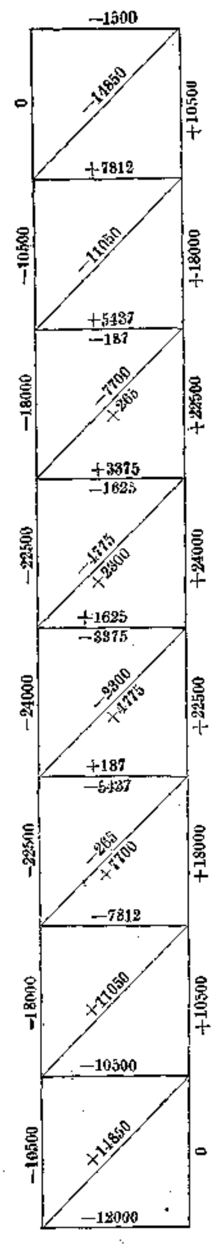
Напряженія въ этихъ фермахъ выставлены въ предположеніи, что и постоянная и временная нагрузки дѣйствуютъ въ верхнихъ узлахъ; при этомъ для полученія чиселъ (черт. 92) достаточно было раздѣлить всѣ напряженія, выставленныя на черт. 57, на 2; что же касается чиселъ схемы 57, то ихъ пришлось вычислить вновь, допустивъ постоянную нагрузку въ 4000 кил. и временную въ 20000 кил.

Расчетъ этотъ сдѣланъ точно такъ же, какъ и въ § 10; но тутъ необходимо обратить вниманіе на слѣдующее обстоятельство: въ первой и въ послѣдней стойкахъ, кромѣ сжатій въ нижнихъ частяхъ ихъ, обнаруживается еще и изгибъ (потому-то стойки эти и обозначены на чертежѣ двойной чертой). Дѣйстви-

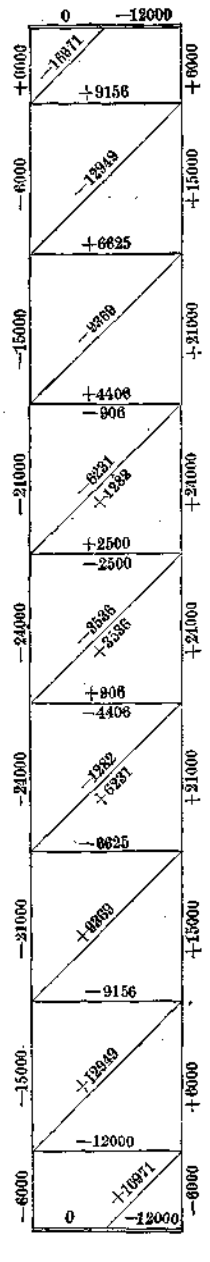
Черт. 91.



Черт. 92.

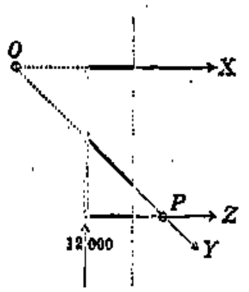


Черт. 93.



тельно, для трехъ полосъ первой панели (черт. 94) мы получаемъ слѣдующія уравненія моментовъ:

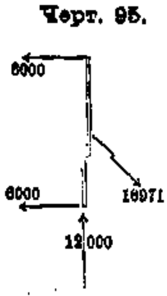
Черт. 94.



$$0 = X.2 + 12000.1$$
(центръ вращенія P),
$$X = -6000 \text{ кил.}$$
$$0 = Y.\frac{1}{\sqrt{2}} - 12000,$$
$$Y = +16971 \text{ кил.}$$
$$0 = -Z.2 - 12000.1$$
(центръ вращенія O),
$$Z = -6000 \text{ кил.}$$

Такъ какъ и X и Z величины отрицательныя, т. е. выражаютъ собой сжатія, то первая стойка должна будетъ сохранить состояніе равновѣсія при дѣйствіи на нее силъ, изображенныхъ на черт. 95 и. не говоря уже о сжатіи въ 12000 кил., которое силы эти производятъ въ нижней ея части, стойка оказывается въ положеніи бруса, лежащаго на двухъ опорахъ, на средину котораго дѣйствуетъ грузъ въ 12000 кил. Тотъ же чертежъ уясняетъ наглядно напряженія въ послѣдней стойкѣ.

Черт. 95.

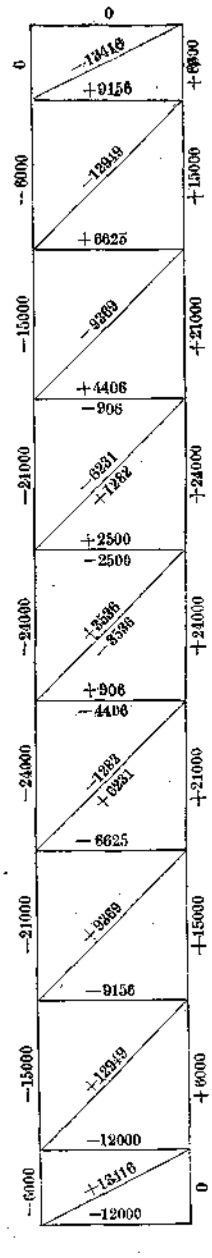


Въ избѣжаніе подобныхъ прогибовъ можно, вмѣсто только-что показаннаго расположенія, взять расположеніе раскосовъ послѣдней панели, показанное на черт. 96; тогда для трехъ полосъ первой панели мы получимъ слѣдующія уравненія моментовъ (см. черт. 97 и 98):

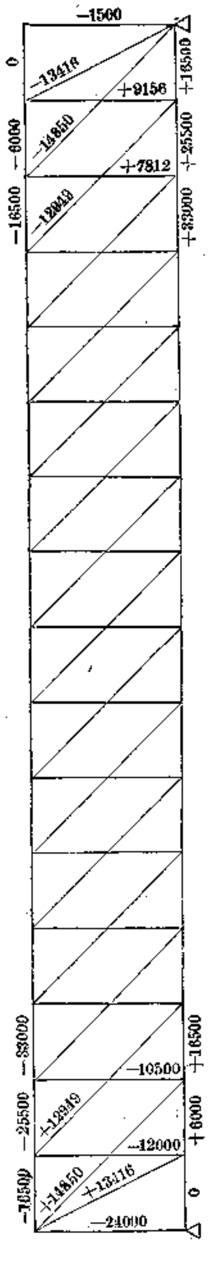
$$0 = X.2 + 12000.1 \text{ (центръ вращенія } P\text{)}, \; X = -6000 \text{ кил.}$$
$$0 = Y.\frac{2}{\sqrt{2^2+1}} - 12000, \; Y = +13416$$
$$0 = -Z.2 \text{ (центръ вращенія } J\text{)}, \; Z = 0.$$

Подобныя же отступленія получатся и для полосъ послѣдней панели. Полосы остальныхъ панелей не испытываютъ отъ по-

Черт. 96.



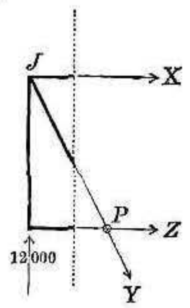
Черт. 99.



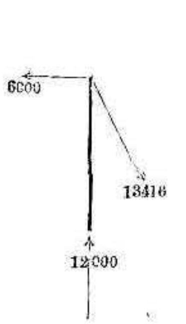
добнаго измѣненія расположенія діагоналей первой и послѣдней панелей никакихъ измѣненій, а поэтому для напряженій въ нихъ получатся тѣ же числа, что и на черт. **93.** Если слить эту ферму черт. **96** съ фермой черт. **92,** то получимъ схему (черт. **99**), въ которой достаточно означить только напряженія полосъ первой и послѣдней панелей, такъ какъ во всемъ остальномъ онѣ тожественны съ схемой (черт. **91**).

Принимая схемы (черт. **91** и черт. **99**) за основныя фермы, можно изъ нихъ вывести цѣлый рядъ новыхъ формъ, отличающихся другъ отъ друга различнымъ расположеніемъ узловыхъ точекъ нагрузокъ и діагоналей. Такъ напр., если бы потребовалось соорудить ферму, діагонали которой способны сопротивляться только вытягивающимъ усиліямъ, мы могли бы получить совершенно такъ же, какъ и въ § 11, вмѣсто прежнихъ схемъ

Черт. 97.



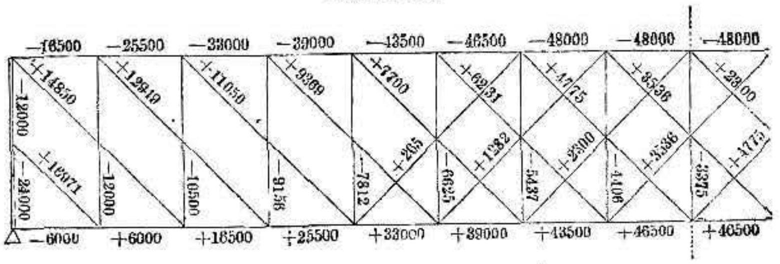
Черт. 98.



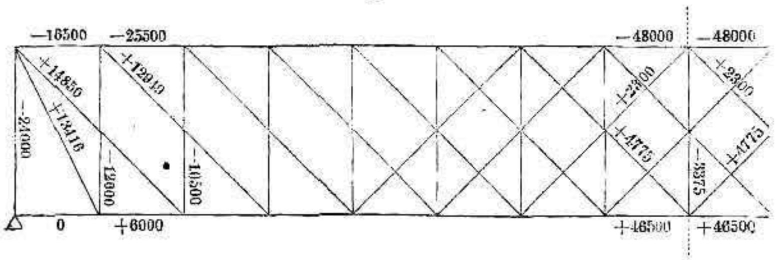
схемы черт. **100** и **101**. Такъ какъ фермы эти симметричны относительно вертикальной линіи, проходящей чрезъ средину пролета, то напряженія въ симметрически расположенныхъ частяхъ одинаковы, а потому здѣсь выставлены напряженія полосъ только для половины фермы.

Если на черт. **91** замѣнить стойки діагоналями, восходящими направо подъ угломъ 45°, то получимъ рѣшетчатую

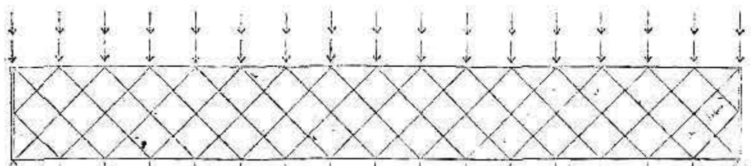
Черт. 100.



Черт. 101.

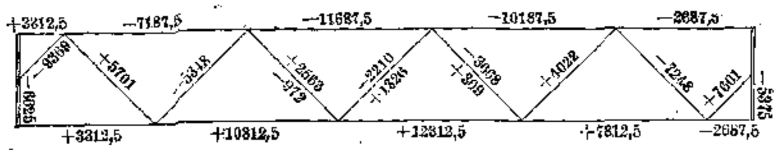


Черт. 102.

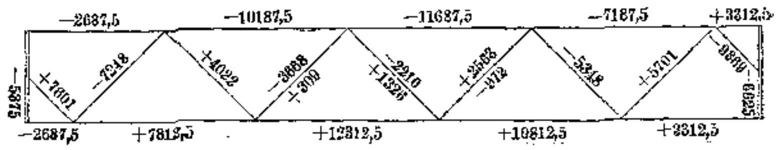


ферму, изображенную на черт. **102**, которую можно разсматривать какъ составную изъ 4-хъ простыхъ фахверковыхъ фермъ (чертежи **103**, **104**, **105** и **106**).

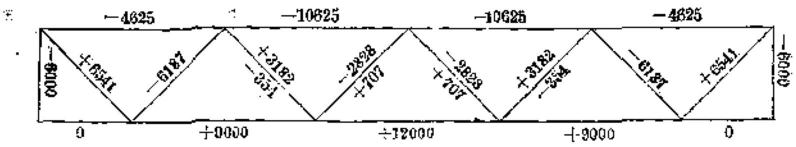
Черт. 103.



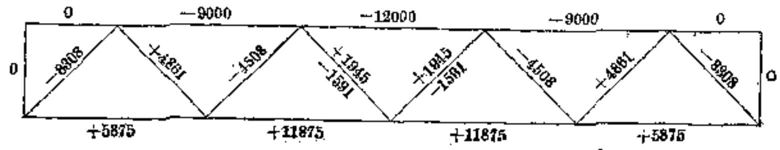
Черт. 104.



Черт. 105.



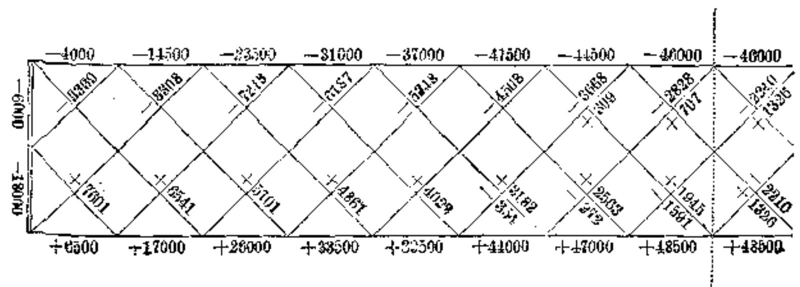
Черт. 106.



Расчетъ напряженій частей этой фермы сдѣланъ въ предположеніи, что размѣры ея и нагрузка остались тѣ же, что и въ предъидущихъ случаяхъ, т. е. что длина фермы равна 16 метр., высота—двумъ метрамъ и полная нагрузка—48000 кил.

Что касается постоянной нагрузки, то для этого случая мы нѣсколько отступимъ отъ прежнихъ предположеній и, приближаясь къ дѣйствительности, допустимъ, что постоянная нагрузка распредѣлена равномѣрно па верхніе и на нижніе узлы, а что временная, какъ и въ прежнихъ примѣрахъ, дѣйствуетъ исключительно на верхніе. На основаніи этого на каждый изъ нижнихъ узловъ придется 250 кил. постоянной, а на каждый изъ верхнихъ 250 кил. постоянной + 2500 кил. временной нагрузки (что касается узловыхъ точекъ надъ опорами, то въ нихъ сосредоточатся вдвое меньшія нагрузки). Если въ предположеніи подобной нагрузки вычислить по способу статическихъ моментовъ напряженія частей нашихъ 4 простыхъ фермъ и затѣмъ слить ихъ въ одну, то получимъ численныя значенія напряженій, показанныя на чертежѣ **107**. Стойки на

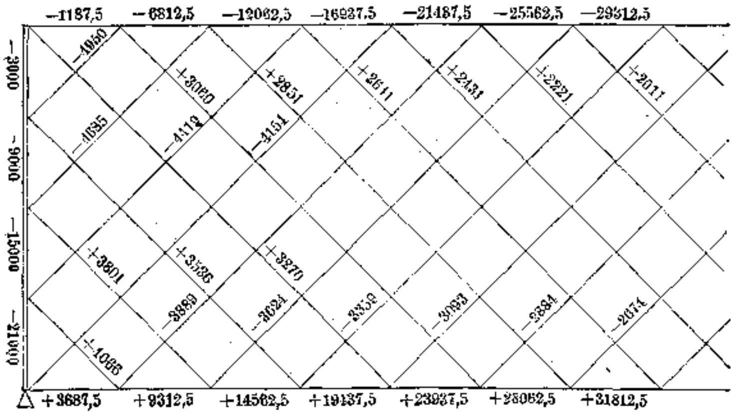
Черт. 107.



опорахъ обозначены на чертежахъ **102, 103, 104, 107** двойной чертой съ тѣмъ, чтобы напомнить, что въ этихъ вертикаляхъ, кромѣ напряженій при сжатіи, проявляются и напряженія при изгибѣ.

Сравнивая напряженія частей подобной рѣшетчатой фермы о 4-хъ системахъ раскосовъ съ напряженіями частей рѣшетчатой фермы, имѣющей вдвое больше системъ раскосовъ, и въ то же время одни и тѣ же размѣры въ длину и высоту и подверженную той же полной нагрузкѣ, что и первая, мы замѣтимъ, что въ рѣшетчатыхъ фермахъ высшихъ порядковъ не представляется необходимости вычислять всѣ раскосы съ одинаковой подробностью. Дѣйствительно, напряженія горизонтальныхъ полосъ уменьшаются постепенно отъ средины къ опорамъ, напряженія же діагоналей постепенно возростаютъ въ томъ же направленіи; законъ этой измѣняемости обнаруживается тѣмъ нагляднѣе, чѣмъ выше порядокъ расчитываемой системы; другими словами, чѣмъ больше число напряженій уже опредѣлено.

Черт. 108.

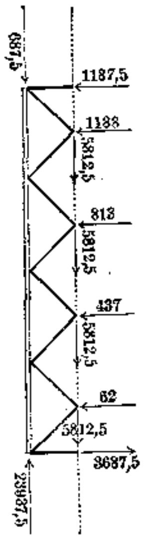


Поэтому, когда извѣстно нѣкоторое число напряженій, можно перемѣнить способъ расчета и опредѣлить остальныя напряженія при помощи интерполированія.

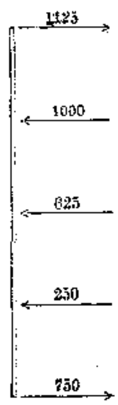
Такъ какъ на черт. **108** число раскосовъ вдвое больше чѣмъ на черт. **107**, то и напряженія во всѣхъ одинаковыхъ *раскосахъ той и другой системы, въ первой вдвое больше чѣмъ* во второй. Что касается остальныхъ діагоналей (черт. **108**), то нетрудно замѣтить, что напряженіе каждой изъ нихъ весьма приблизительно равно среднему ариѳметическому изъ напряженій смежныхъ раскосовъ. Напряженіе каждой горизонтальной полосы (черт. **107**) есть среднее ариѳметическое изъ напряженій двухъ горизонтальныхъ полосъ (черт. **108**), занимающихъ ея мѣсто. Такимъ образомъ мы видимъ, что если бы пришлось расчитать рѣшетчатую ферму съ 8 системами раскосовъ, то вовсе нѣтъ необходимости расчитать напряженія во всѣхъ системахъ; достаточно расчитать только напряженія въ фермѣ, имѣющей 4 или даже только 2 системы раскосовъ и потомъ, сообразуясь съ вышесказаннымъ, вставить въ схѣму напряженій фермы о 8 системахъ раскосовъ напряженія остальныхъ діагоналей.

На чертежахъ **109** и **110** показаны силы, изгибающія стойки на устояхъ. На черт. **109**, вмѣсто напряженій раскосовъ въ плоскости сѣченія, показаны горизонтальныя и вертикальныя составляющія этихъ напряженій, а на черт. **110**, вмѣсто всѣхъ дѣйствующихъ на стойку силъ, обозначены только горизонтальныя изгибающія силы. Напряженія при сжатіи, производимыя вертикальными усиліями, выставлены на черт. **108**.

Черт. 109.



Черт. 110.

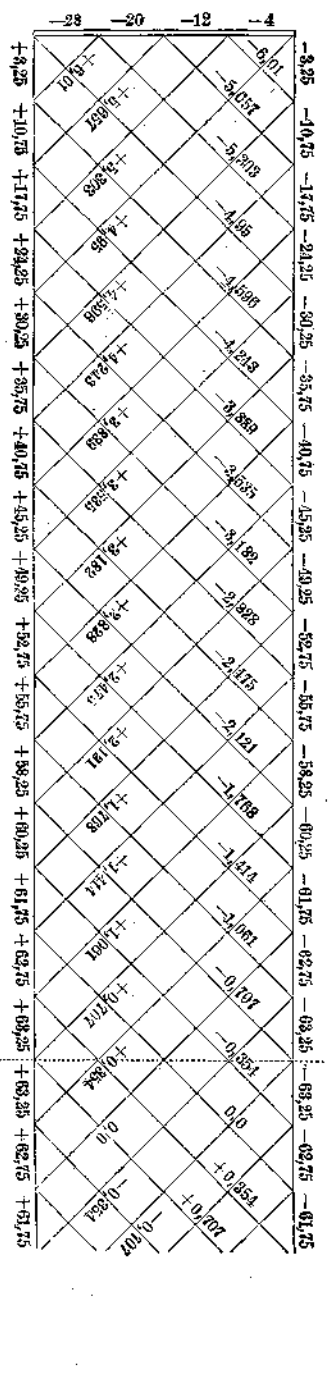


Расчитывая рѣшетчатую ферму съ 8 системами раскосовъ (черт. **108**), мы предполагали, что на нижніе узлы дѣйствуетъ постоянная нагрузка въ 125 кил. Если бы мы вмѣсто этого допустили, что постоянная нагрузка на каждый узелъ = **единицѣ**, а временная **нулю**, то мы получили бы напряженія, выставленныя на чертежѣ **111**. Напряженія эти можно разсматривать какъ напряженія вышеприведенной фермы въ ненагруженномъ состояніи, причемъ вѣсъ въ 125 кил. принятъ за единицу. Для полученія этихъ напряженій въ килограммахъ достаточно числа эти умножить на 125.

Тѣ же числа могутъ выражать напряженія всякой другой рѣшетчатой фермы съ 8 системами раскосовъ, лишь бы только высота этой фермы была $= \frac{1}{8}$ длины, а постоянный вѣсъ $= p$ кил.; причемъ, конечно, слѣдуетъ принять за единицу вѣса p кил.; чтобы получить напряженія въ килограммахъ, достаточно полученныя числа умножить p.

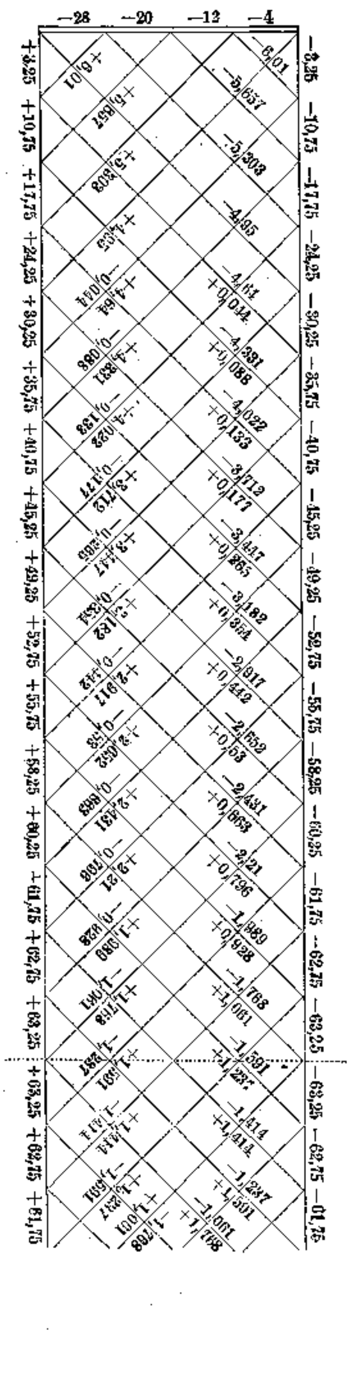
Если теперь предположить, что постоянная нагрузка равна **нулю**, а временная для всѣхъ, какъ верхнихъ, такъ и нижнихъ узловъ = **единицѣ**, то мы получимъ напряженія, выставленныя на черт. **112**. Для полученія напряженій въ фермѣ

Черт. 111.



Временная нагрузка = нулю. Постоянная нагрузка = единицѣ.

Черт. 112.

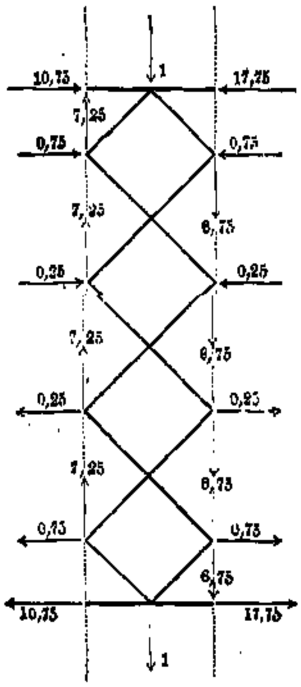


Постоянная нагрузка = нулю. Временная нагрузка = единицѣ.

геометрически равной этой послѣдней, но въ которой временная нагрузка на каждый узелъ равна m килограммамъ, пришлось бы умножить числа чертежа 112 на m.

Числа чертежа 111 выражаютъ **одновременныя** напряженія раскосовъ, а числа чертежей 112 и 108 **неодновременныя** напряженія тѣхъ же частей. Это слѣдуетъ изъ того, что для полученія каждаго напряженія въ послѣднихъ двухъ схемахъ приходилось предполагать особое расположеніе нагрузки; поэтому, чтобы получить напряженія фермы при полной нагрузкѣ, лучше всего опредѣлить сопротивленіе фермы многораскосной системы по чертежу 111, въ которомъ нужно только умножить всѣ числа на $p+m$. Проведемъ два вертикальныя сѣченія, одно чрезъ средину второй, а другое чрезъ средину третьей панели и въ точкахъ встрѣчи раскосовъ съ этими сѣченіями приложимъ горизонтальныя и вертикальныя силы, необходимыя для поддержанія равновѣсія; такимъ образомъ мы получимъ схему дѣйствія силъ, показанную на черт. 113. Изъ этого чертежа видно, что вертикальное усиліе, проявляющееся въ сѣченіи, распредѣляется поровну на всѣ точки скрещиванія раскосовъ, что разность вертикальныхъ усилій въ проведенныхъ двухъ сѣченіяхъ равна полной нагрузкѣ вырѣзанной части фермы, наконецъ, что горизонтальныя усилія возрастаютъ пропорціонально разстоянію отъ средины сѣченія вверхъ и внизъ. Законъ этотъ обнаружился бы еще нагляднѣе, если бы мы вмѣсто 8-раскосной взяли 16-раскосную ферму. Чѣмъ больше будетъ число раскосовъ, тѣмъ больше будетъ сходство

Черт. 113.



между рѣшетчатой стѣнкой и стѣнкой сдѣланной изъ сплошного вертикальнаго листа.

Для того, чтобы при помощи чертежей 111 и 112 вычислить дѣйствительныя напряженія 8-раскосной рѣшетчатой фермы съ такимъ же отношеніемъ высоты къ длинѣ, въ которой постоянная нагрузка на каждый верхній и нижній узелъ равна p, а временная $= m$, слѣдуетъ **умножить всѣ числа черт. 111 на p, а числа черт. 112 на m и сложить для каждой части полученныя такимъ образомъ числа.**

Такъ напр., если обозначимъ чрезъ Z_p напряженіе полосы, взятое съ чертежа 112, то истинное напряженіе этой полосы будетъ:

$$Z = p \, . \, Z_p + m \, . \, Z_m \, .$$

Положимъ, что дана 8-раскосная ферма длиной въ 64 метра и высотой въ 8 метровъ и что постоянная нагрузка на каждый верхній и нижній ея узелъ, $p = 1500$ кил., а временная m, 2000 кил., то для шестнадцатаго раскоса, восходящаго налѣво, получимъ:

$$Z = 1500 \, . \, 0{,}707 + 2000 \, . \, 1{,}768 = +4596 \text{ кил.},$$

число, выражающее maximum или наибольшее, вытягивающее этотъ раскосъ, усиленіе и

$$Z = 1500 \, . \, 0{,}707 + 2000 \, . \, 1{,}061 = -1061 \text{ кил.},$$

число, выражающее minimum или наибольшее сжатіе того же раскоса.

Для напряженій остальныхъ раскосовъ, восходящихъ налѣво, (счетъ ведется слѣва къ срединѣ), получимъ слѣдующія числа:

$$+21036, +19799, +18562, +17324, +16175, +15027, +13877, +12727, +11667, +10606, +9546, +8485, +7513,$$

$$+6540, \begin{cases} +5569 \\ -\ \ 265 \end{cases}, \begin{cases} +4596 \\ -1061 \end{cases}, \begin{cases} +3713 \\ -1944 \end{cases}, \begin{cases} +2828 \\ -2828 \end{cases}.$$

Умноживъ эти числа на -1, получимъ напряженія раскосовъ, восходящихъ направо. Для горизонтальныхъ полосъ мы получимъ слѣдующія числа (счетъ ведется слѣва къ срединѣ);

11375, 37625, 62125, 84875, 105875, 135125, 142625, 158375, 172375, 184625, 195125, 203875, 210875, 216125, 219625, 221375.

Взятая со знакомъ $+$, числа эти выражаютъ вытягиванія **нижняго пояса**, а взятая съ знакомъ — сжатія **верхняго пояса**.

Положимъ теперь, что $p = 125$ кил. и $m = 625$ кил., то для раскосовъ лѣвой половины фермы, восходящихъ налѣво, получимъ слѣдующія напряженія:

$$+4508, +4243, +3977, +3712, +3475, +3237,$$
$$+3000, +2762, +2552, +2342, +2132,$$
$$\begin{cases} +1922 \\ -\ \ 66 \end{cases}, \begin{cases} +1740 \\ -\ 193 \end{cases}, \begin{cases} +1558 \\ -\ 320 \end{cases}, \begin{cases} +1376 \\ -\ 447 \end{cases},$$
$$\begin{cases} +1193 \\ -\ 574 \end{cases}, \begin{cases} +1039 \\ -\ 729 \end{cases}, \begin{cases} +\ 884 \\ -\ 884 \end{cases}.$$

Для горизонтальныхъ полосъ получаются числа (счетъ ведется отъ концовъ къ срединѣ):

2437,5; 8062,5; 13312,5; 18187,5; 22687,5; 26812,5; 30562,5; 33937,5; 36937,5; 39587,5; 41812,5; 43687,5; 45187,5; 46312,5; 47062,2; 47437,5.

Сравнивая эти числа съ найденными выше и выставленными на черт. **108**, мы найдемъ измѣненія, происходящія въ напряженіяхъ отъ того, что временная нагрузка, вмѣсто того, чтобы распредѣлиться исключительно на верхніе узлы, распредѣлится и на верхніе и на нижніе.

Глава четвертая.

§ 15.

Серповидная ферма простой діагональной системы пролетомъ въ 208 футъ.

(Стропила въ залѣ центральной станціи желѣзной дороги въ Бирмингамѣ).

На чертежѣ 114 за единицу длины приняты 16 футъ, а потому, для полученія всѣхъ размѣровъ этой фермы, слѣдуетъ умножить выставленные размѣры на 16, такъ что длина пролета равна

$$2 \,.\, 6{,}5 \,.\, 16 = 208 \text{ фут.}$$

стрѣла подъема верхней дуги равна

$$(1 + 1{,}5) \cdot 16 = 40 \text{ фут.}$$

стрѣла подъема нижней дуги равна

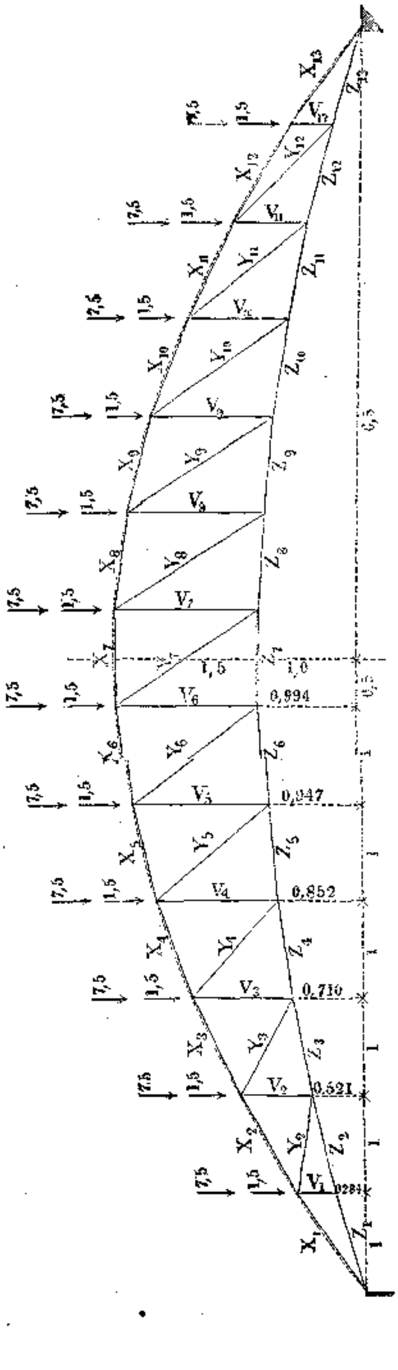
$$1 \,.\, 16 = 16 \text{ фут. *)},$$

ординаты верхней дуги вдвое больше ординатъ нижней.

Нагрузка на квадратный футъ плана кровли (считая тутъ и давленіе отъ вѣтра и снѣга) равна 40 фунтамъ. Разстояніе между фермами = 24 футамъ, такъ что на каждую изъ нихъ приходится 208 . 24 = 4992 квадратныхъ фута площади плана, или 208 . 24 . 40 = 199680 фунтовъ нагрузки, а на каждую изъ панелей $\frac{190680}{13} = 15360$ фунтовъ или круглымъ числомъ 7,9 тоннъ.

---

*) Въ бирмингамскихъ стропилахъ стрѣла эта равна 17 футамъ, но, въ виду облегченія расчета, она принята здѣсь равною 16 футамъ; всѣ остальные размѣры вполнѣ согласны съ дѣйствительностью (см. Berl. Zeitschr. f. Bauwesen, Jahrg. 1858). Расчетъ сооруженія предварительно сдѣланъ въ предположеніи простой діагональной системы. Въ слѣдующемъ §, озаглавленномъ: «Производныя формы», помѣщенъ расчетъ подобной же фермы, но съ скрещивающимися раскосами, способными выдерживать только вытягиванія, т. е. такой, какая сдѣлана въ Бирмингамѣ.



Черт. 114.

Собственный вѣсъ фермы, опредѣленный по даннымъ размѣрамъ ея полосъ, составляетъ приблизительно 1,5 тонны на панель.

Въ оконечныхъ паняляхъ половина нагрузки передается на опоры непосредственно, такъ что на каждую изъ 12-ти промежуточныхъ стоекъ приходится:

1,5 тонны постоянной нагрузки.

и 7,5 тонны временной нагрузки.

Расчетъ напряженій X и Z въ частяхъ верхней и нижней дугъ.

Отдѣлимъ сѣченіемъ $\alpha\ \beta$ часть фермы (черт. 115) отъ остальной части сооруженія и примемъ за центръ вращенія разъ точку M и разъ точку N, тогда мы получимъ слѣдующія два уравненія моментовъ:

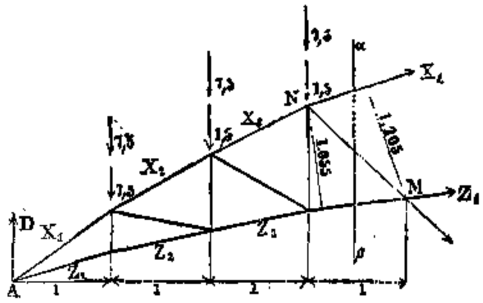
$$0 = X_4 \,.\, 1{,}205 + D \,.\, 4 - 1{,}5 \,.\, (1+2+3) - 7{,}5\,(1+2+3),$$

$$0 = -Z_4 \,.\, 1{,}055 + D \,.\, 3 - 1{,}5 \,.\, (1+2) - 7{,}5\,(1+2).$$

Подставляя сюда вмѣсто D его значеніе

$$D = 1{,}5\left(\tfrac{1}{13} + \tfrac{2}{13} + \ldots \tfrac{12}{13}\right) + 7{,}5\left(\tfrac{1}{13} + \tfrac{2}{13} + \ldots \tfrac{12}{13}\right)$$

Черт. 115.



и располагая члены правой части равенства такъ, какъ было объяснено въ § 5 второй главы, т. е. соединяя въ одинъ члены, зависящіе отъ одной и той же нагрузки, получимъ:

$$0 = X_4 \,.\, 1{,}205$$
$$+ 1{,}5\,[(\tfrac{1}{13} + \tfrac{2}{13} + \ldots \tfrac{9}{13})\,4 + (\tfrac{10}{13}\,.\,4 - 1) + \tfrac{11}{13}\,.\,4 - 2) + (\tfrac{12}{13}\,.\,4 - 3)]$$
$$+ 7{,}5\,(\tfrac{1}{13} + \tfrac{2}{13} \ldots \tfrac{9}{13})\,4$$
$$+ 7{,}5\,[(\tfrac{10}{13}\,.\,4 - 1) + (\tfrac{11}{13}\,.\,4 - 2) + (\tfrac{12}{13}\,.\,4 - 3)]$$
$$0 = - Z_4 \,.\, 1{,}055$$
$$+ 1{,}5\,[(\tfrac{1}{13} + \tfrac{2}{13} + \ldots \tfrac{10}{13})\,3 + (\tfrac{11}{13}\,.\,3 - 1) + (\tfrac{12}{13}\,.\,3 - 2)]$$
$$+ 7{,}5\,(\tfrac{1}{13} + \tfrac{2}{13} + \ldots \tfrac{10}{13})\,3$$
$$+ 7{,}5\,[(\tfrac{11}{13}\,.\,3 - 1) + (\tfrac{12}{13}\,.\,3 - 2)].$$

Изъ этихъ уравненій сразу видно, что всѣ члены, умноженные на 7,5, имѣютъ знакъ $+$, т. е. что X_4 и Z_4 испытываютъ наибольшія напряженія при полной нагрузкѣ фермы, а поэтому слѣдуетъ прямо рѣшить эти уравненія и мы получимъ:

$$X_4\,(\text{min.}) = -134{,}4 \text{ тонны}$$
$$Z_4\,(\text{max.}) = +128{,}0 \text{ тоннъ.}$$

Убѣдившись такимъ образомъ, что какъ въ этой, такъ и въ остальныхъ панеляхъ наибольшія напряженія X и Z соотвѣтствуютъ полной нагрузкѣ, можно, подставивъ въ прежнія уравненія вмѣсто D его численное значеніе

$$D = \frac{(1{,}5 + 7{,}5)\,12}{2} = 54\,,$$

дать имъ упрощенный видъ:

$$0 = X_4 \,.\, 1{,}205 + 54\,.\,4 - 9\,(1 + 2 + 3)$$
$$0 = - Z_4 \,.\, 1{,}055 + 54\,.\,3 - 9\,(1 + 2).$$

Такъ какъ это уравненіе гораздо проще прежняго, то по немъ вычислены всѣ прочія величины X и Z, а именно:

$0=X_1 \,.\, 0{,}347+54 \,.\, 1$ | $0=-Z_2 \,.\, 0{,}415+54 \,.\, 1$
X_1 (min.)$=-155{,}6$ т. | Z_2 (max.)$=+130{,}2$ т.

$0=-Z_1 \,.\, 0{,}41+54 \,.\, 1$ | $0=X_3 \,.\, 0{,}963+54 \,.\, 3-9\,(1+2)$
Z_1 (max.)$=+131{,}7$ т. | X_3 (min.)$=-140{,}2$ т.

$0=X_2 \,.\, 0{,}672+54 \,.\, 2-9 \,.\, 1$ | $0=-Z_3 \,.\, 0{,}767+54 \,.\, 2-9 \,.\, 1$
X_2 (min.)$=-147{,}3$ т. | Z_3 (max.)$=+129{,}1$ т.

$$0=X_5 \,.\, 1{,}382+54 \,.\, 5-9\,(1+2+3+4)$$
X_5 (min.)$=-130{,}2$ т.

$$0=-Z_5 \,.\, 1{,}272+54 \,.\, 4-9\,(1+2+3)$$
Z_5 (max.)$=+127{,}3$ т.

$$0=X_6 \,.\, 1{,}481+54 \,.\, 6-9\,(1+2+3+4+5)$$
X_6 (min.)$=-127{,}6$ т.

$$0=-Z_6 \,.\, 1{,}419+54 \,.\, 5-9\,(1+2+3+4)$$
Z_6 (max.)$=+126{,}9$ т.

$$0=X_7 \,.\, 1{,}491+54 \,.\, 7-9\,(1+2+3+4+5+6)$$
X_7 (min.)$=-126{,}7$ т.

$$0=-Z_7 \,.\, 1{,}491+54 \,.\, 6-9\,(1+2+3+4+5)$$
Z_7 (max.)$=+126{,}7$ т.

$$0=X_8 \,.\, 1{,}41+54 \,.\, 8-9\,(1+2+\ldots 7)$$
Z_8 (min.)$=-127{,}6$ т.

$$0=-Z_8 \,.\, 1{,}489+54 \,.\, 7-9\,(1+2+\ldots 6)$$
Z_8 (max.)$=+126{,}9$ т.

$$0=X_9 \,.\, 1{,}244+54 \,.\, 9-9\,(1+2+\ldots 8)$$
X_9 (min.)$=-130{,}2$ т.

$$0=-Z_9 \,.\, 1{,}414+54 \,.\, 8-9\,(1+2+\ldots 7)$$
Z_9 (max.)$=+127{,}3$ т.

$$0=X_{10} \,.\, 1{,}004+54 \,.\, 10-9\,(1+2+\ldots 9)$$
X_{10} (min.)$=-134{,}4$ т.

$$0=-Z_{10} \,.\, 1{,}265+54 \,.\, 9-9\,(1+2+\ldots 8)$$
Z_{10} (max.)$=+128{,}0$ т.

$$0=X_{11} \,.\, 0{,}706+54 \,.\, 11-9\,(1+2+\ldots 10)$$
X_{11} (min.)$=-140{,}2$ т.

$$0=-Z_{11} \,.\, 1{,}046+54 \,.\, 10-9\,(1+2+\ldots 9)$$
Z_{11} (max.)$=+120{,}1$ т.

$$0 = X_{12} \,.\, 0{,}367 + 54 \,.\, 12 - 9\,(1+2+\ldots 11)$$
$$X_{12}\,(\text{min.}) = -147{,}3 \text{ т.}$$
$$0 = -Z_{12} \,.\, 0{,}76 + 54 \,.\, 11 - 9\,(1+2+\ldots 10)$$
$$Z_{12}\,(\text{max.}) = +130{,}2 \text{ т.}$$
$$0 = X_{13} \,.\, 0{,}347 + 54 \,.\, 12 - 9\,(1+2+\ldots 11)$$
$$X_{13}\,(\text{min.}) = -155{,}6 \text{ т.}$$
$$0 = -Z_{13} \,.\, 0{,}41 + 54 \,.\, 12 - 9(1+2+\ldots 11)$$
$$Z_{13}\,(\text{max.}) = +131{,}7 \text{ т.}$$

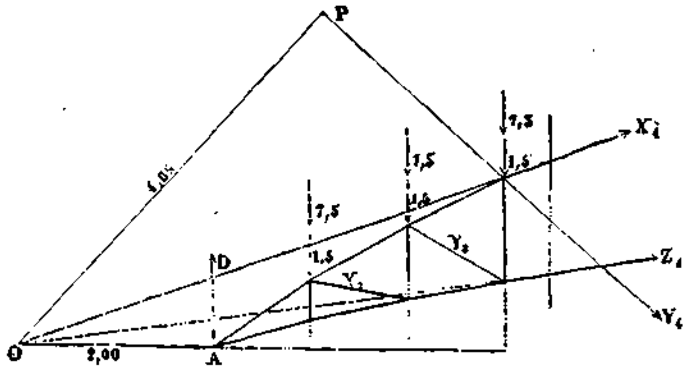
Изъ результатовъ вышеприведеннаго вычисленія видно, что напряженія симметрически расположенныхъ частей обѣихъ половинъ дугъ одинаковы. Такъ какъ панели правой половины фермы отличаются отъ панелей лѣвой только тѣмъ, что раскосы въ первыхъ восходятъ по направленіямъ противоположнымъ вторымъ, то изъ этого слѣдуетъ, что наибольшія напряженія въ дугахъ не зависятъ отъ направленій раскосовъ, а потому при расчетѣ напряженій въ какой-нибудь части дуги можно принимать за центръ вращенія правый или лѣвый узелъ панели, т. е. точку, лежащую на направленіи раскоса, или внѣ его; а это возможно только въ томъ случаѣ, когда напряженіе раскосовъ равно нулю, такъ какъ, въ противномъ случаѣ, при перемѣщеніи центра вращенія въ уравненіе вошелъ бы новый моментъ, который измѣнилъ бы результатъ. Изъ этого слѣдуетъ, что при полной нагрузкѣ всѣ діагонали вовсе не напряжены.

Найденное такимъ эмпирическимъ путемъ свойство раскосовъ подтвердится непосредственно при расчетѣ напряженій въ діагоналяхъ и затѣмъ будетъ теоретически объяснено ниже, въ „Теоріи серповидныхъ фермъ“.

Расчетъ напряженій Y въ діагоналяхъ.

Для опредѣленія Y_4 составимъ уравненіе моментовъ для части фермы черт. 116, предполагая, что центръ вращенія есть точка O пересѣченія направленій X_4 и Z_4. При помощи построенія мы найдемъ, что точка эта находится влѣво на разстояніи 2 отъ точки A и что плечо Y_4 относительно центра вращенія O равно 4,68; откуда получимъ уравненіе:

Черт. 116.



$$0 = Y_4 \,.\, 4{,}68 - D \,.\, 2 + 1{,}5\,[(3+2)+(2+2)+(1+2)] + 7{,}5\,[(3+2)+(2+2)+(1+2)].$$

Подставляя сюда вмѣсто D его величину

$$D = 1{,}5\,(\tfrac{1}{13}+\tfrac{2}{13}+\ldots\tfrac{12}{13}) + 7{,}5\,(\tfrac{1}{13}+\tfrac{2}{13}+\ldots\tfrac{12}{13})$$

и соединяя въ одинъ — члены, зависящіе отъ однѣхъ и тѣхъ же нагрузокъ, получимъ:

$$0 = Y_4 \,.\, 4{,}68 + 1{,}5\,\{[3+2\,(1-\tfrac{10}{13})] + [2+2\,(1-\tfrac{11}{13})] + [1+2\,(1-\tfrac{12}{13})] - (\tfrac{1}{13}+\tfrac{2}{13}+\ldots\tfrac{9}{13})\,2\}$$
$$+ 7{,}5\,\{[3+2\,(1-\tfrac{10}{13}] + [2+2\,(1-\tfrac{11}{13})] + [1+2\,(1-\tfrac{12}{13})]\} - 7{,}5\,(\tfrac{1}{13}+\tfrac{2}{13}+\ldots\tfrac{9}{13}\,2)$$

или, послѣ приведенія членовъ, зависящихъ отъ однѣхъ и тѣхъ же нагрузокъ:

$$0 = Y_4 \,.\, 4{,}68 - 1{,}5\,[(\tfrac{1}{13}+\ldots\tfrac{9}{13})\,2 - (3+2+1)\,(1-\tfrac{2}{13})] - 7{,}5\,(\tfrac{1}{13}+\ldots\tfrac{9}{13})\,2 + 7{,}5\,(3+2+1)\,(1+\tfrac{2}{13}).$$

Если сдѣлать приведеніе членовъ, умноженныхъ на 1,5, то получимъ нуль, т. е. подтвержденіе найденнаго выше, при расчетѣ напряженій въ дугахъ, закона, что равномѣрно распредѣленный на длину фермы грузъ, какъ напр. собственный вѣсъ фермы, не вызываетъ въ діагоналяхъ никакихъ напряженій, а потому послѣднее уравненіе можетъ быть приведено къ болѣе простому виду:

$$0 = Y_4 \,.\, 4{,}68 - 7{,}5\left(\tfrac{1}{13} + \ldots \tfrac{9}{13}\right) 2{,}5 + 7{,}5\,(3 + 2 + 1)\left(1 + \tfrac{2}{13}\right).$$

Соображаясь съ правиломъ главы второй, слѣдуетъ разъ отбросить положительные и разъ отрицательные члены, а тогда получимъ:

$$Y_4 \begin{cases} (\text{max.} = +11{,}1 \text{ т.} \\ (\text{min.} = -11{,}1 \text{ т.} \end{cases}$$

Равенство абсолютно взятыхъ величинъ Y_4 снова подтверждаетъ законъ, что, удерживая какъ положительные, такъ и отрицательные члены, т. е. предполагая **полную** нагрузку фермы, получимъ для Y_4 **нуль**.

Подобнымъ же образомъ вычислены напряженія остальныхъ діагоналей, но для избѣжанія сложности расчета всѣмъ уравненіямъ приданъ послѣдній, упрощенный видъ, т. е. сразу пропущены члены, зависящіе отъ постоянной нагрузки

$$0 = Y_2 . 0{,}92 - 7{,}5\left(\tfrac{1}{13} + \ldots \tfrac{11}{13}\right) 0{,}2 + 7{,}5\left(1 + \frac{0{,}2}{13}\right)$$

$$Y_2 \begin{cases} (\text{max.}) = +\,8{,}3 \text{ т.} \\ (\text{min.}) = -\,8{,}3 \text{ т.} \end{cases}$$

$$0 = Y_3 . 2{,}52 - 7{,}5\left(\tfrac{1}{13} + \ldots \tfrac{10}{13}\right) 0{,}75 - 7{,}5(2 + 1)\left(1 + \frac{0{,}75}{13}\right)$$

$$Y_3 \begin{cases} (\text{max.}) = +\,9{,}5 \text{ т.} \\ (\text{min.}) = -\,9{,}5 \text{ т.} \end{cases}$$

$$0 = Y_5 . 8{,}3 - 7{,}5\left(\tfrac{1}{13} + \ldots \tfrac{8}{13}\right) 5 + 7{,}5\,(4 + 3 + 2 + 1)\left(1 + \tfrac{5}{13}\right)$$

$$Y_5 \begin{cases} (\text{max.}) = +\,12{,}6 \text{ т.} \\ (\text{min.}) = -\,12{,}6 \text{ т.} \end{cases}$$

$$0 = Y_6 . 17{,}6 - 7{,}5\left(\tfrac{1}{13} + \ldots \tfrac{7}{13}\right) 15 + 7{,}5(5 + 4 + 3 + 2 + 1)\left(1 + \tfrac{15}{13}\right)$$

$$Y_6 \begin{cases} (\text{max.}) = +\,13{,}8 \text{ т.} \\ (\text{min.}) = -\,13{,}8 \text{ т.} \end{cases}$$

Для діагонали средней панели центръ вращенія находится въ безконечности, а потому расчетъ слѣдуетъ сдѣлать по правилу, данному въ § 9 третьей главы. Sinus угла, составляемаго діагональю съ горизонтомъ$=0{,}831$, а потому для Y_7 получаемъ уравненіе:

$$0 = Y_7 . 0{,}831 \,.\, \infty - 7{,}5\left(\tfrac{1}{13} + \ldots \tfrac{6}{13}\right) \infty + 7{,}5(6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1)\left(1 + \frac{\infty}{13}\right)$$

или, такъ какъ конечная величина безконечно мала сравнительно съ безконечностью, то:

$$0 = Y_7 . 0{,}831 . \infty - 7{,}5(\tfrac{1}{13} + \ldots \tfrac{6}{13})\, \infty + 7{,}5(6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1)\, \frac{\infty}{13}$$

или сокращая на ∞:

$$0 = Y_7 . 0{,}831 - 7{,}5(\tfrac{1}{13} + \ldots \tfrac{6}{13}) + 7{,}5(6 + \ldots 1)\tfrac{1}{13}$$

$$Y_7 \begin{cases} (\text{max.}) = +\ 14{,}6 \text{ т.} \\ (\text{min.}) = -\ 14{,}6 \text{ т.} \end{cases}$$

Для всѣхъ слѣдующихъ уравненій центры вращеній переходятъ на другую сторону, и потому всѣ моменты перемѣняютъ знакъ:

$$0 = -Y_8 . 16{,}1 + 7{,}5(\tfrac{1}{13} + \ldots \tfrac{5}{13})\, 28 - 7{,}5(7 + \ldots 1)(\tfrac{28}{13} - 1)$$

$$Y_8 \begin{cases} (\text{max.}) = +\ 15{,}0 \text{ т.} \\ (\text{min.}) = -\ 15{,}0 \text{ т.} \end{cases}$$

$$0 = -Y_9 . 7{,}1 + 7{,}5(\tfrac{1}{13} + \ldots \tfrac{4}{13})\, 18 - 7{,}5(8 + \ldots 1)(\tfrac{18}{13} - 1)$$

$$Y_9 \begin{cases} (\text{max.}) = +\ 14{,}6 \text{ т.} \\ (\text{min.}) = -\ 14{,}6 \text{ т.} \end{cases}$$

$$0 = -Y_{10} . 3{,}68 + 7{,}5(\tfrac{1}{13} + \tfrac{2}{13} + \tfrac{3}{13})\, 15 - 7{,}5(9 + \ldots 1)(\tfrac{15}{13} + 1)$$

$$Y_{10} \begin{cases} (\text{max.}) = +\ 14{,}1 \text{ т.} \\ (\text{min.}) = -\ 14{,}1 \text{ т.} \end{cases}$$

$$0 = -Y_{11} . 1{,}82 + 7{,}5\,(\tfrac{1}{13} + \tfrac{2}{13})\, 13{,}75 - 7{,}5(10 + \ldots 1)\left(\frac{13{,}75}{13} - 1\right)$$

$$Y_{11} \begin{cases} (\text{max.}) = +\ 13{,}0 \text{ т.} \\ (\text{min.}) = -\ 13{,}0 \text{ т.} \end{cases}$$

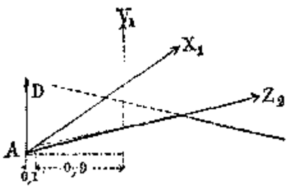
$$0 = -Y_{12} . 0{,}65 + 7{,}5 . \tfrac{1}{13} . 13{,}2 - 7{,}5(11 + \ldots 1)\left(\frac{13{,}2}{13} - 1\right)$$

$$Y_{12} \begin{cases} (\text{max.}) = +\ 11{,}6 \text{ т.} \\ (\text{min.}) = -\ 11{,}6 \text{ т.} \end{cases}$$

Расчетъ напряженій V въ вертикаляхъ.

Для опредѣленія V_1 составимъ для части фермы черт. 117 уравненіе моментовъ, принимая за центръ вращенія точку пересѣченія X_1 и Z_2. При помощи построенія найдемъ, что точка эта находится на разстояніи 0,1 справа отъ точки A, а потому:

Черт. 117.



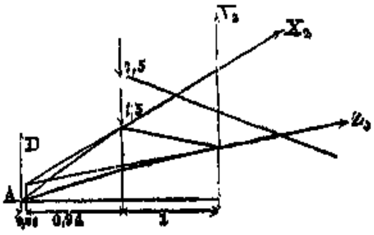
$$0 = -V_1 . 0{,}9 + D . 0{,}1$$

или, подставляя вмѣсто D его значеніе:

$$0 = -V_1 . 0{,}9 + 1{,}5\,(\tfrac{1}{13} + \tfrac{2}{13} + \ldots \tfrac{12}{13})\, 0{,}1 + 7{,}5\,(\tfrac{1}{13} + \tfrac{2}{13} + \ldots \tfrac{12}{13})\, 0{,}1.$$

Всѣ члены, умноженные на 7,5 имѣютъ знакъ $+$, а потому это уравненіе нужно рѣшить непосредственно:

Черт. 118.



$$V_1\,(\max.) = +\,6\ \text{т.}$$

Для опредѣленія V_2 строимъ точку пересѣченія X_2 и Z_3 и находимъ ее на горизонтальномъ разстояніи 0,06 справа отъ точки A. Уравненіе моментовъ для части черт. 118 приметъ видъ:

$$0 = -V_2\,.\,1{,}94 + D\,.\,0{,}06 + 1{,}5\,.\,0{,}94 + 7{,}5\,.\,0{,}94$$

или, подставляя вмѣсто D его численное значеніе и соединяя въ одинъ членъ моментъ нагрузки перваго узла и моментъ составляющей этой нагрузки, дѣйствующей на опору, получимъ:

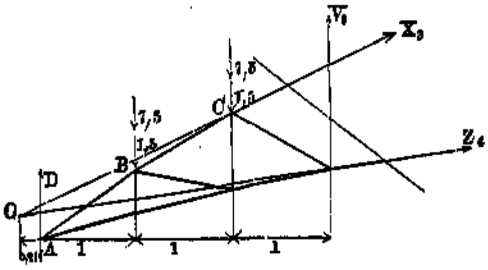
$$0 = -V_2\,.\,1{,}94 + 1{,}5\left[\left(\tfrac{1}{13} + \ldots \tfrac{11}{13}\right)0{,}06 + \left(1 - \frac{0{,}06}{13}\right)\right]$$
$$+\,7{,}5\left(\tfrac{1}{13} + \ldots \tfrac{11}{13}\right)0{,}06 + 7{,}5\left(1 - \frac{0{,}06}{18}\right).$$

Въ этомъ уравненіи всѣ члены, умноженные на 7,5, имѣютъ знакъ $+$, поэтому его нужно непосредственно рѣшить относительно V_2.

$$V_2\,(\max.) = +\,6\ \text{т.}$$

Для всѣхъ остальныхъ панелей центръ вращенія будетъ расположенъ влѣво отъ точки A, отчего общее уравненіе приметъ нѣсколько измѣненный видъ. Уравненіе моментовъ (черт. 119) относительно центра O, пересѣченія направленій X_3 и Z_4, будетъ:

Черт. 119.



$$0 = -V_3\,.\,3{,}214 - D\,.\,0{,}214 + 1{,}5\,(1{,}214 + 2{,}214)$$
$$+\,7{,}5\,(1{,}213 + 2{,}214)$$

или, подстановляя сюда вмѣсто D его численную величину и соединяя въ отдѣльные члены моменты нагрузокъ на точки B и C съ моментами сопротивленій опоръ, вызываемыхъ этими нагрузками, получимъ:

$$0=-V_3.3,214-1,5\left[\left(\tfrac{1}{13}+\ldots\tfrac{10}{13}\right)0,214-(1+1)\left(1+\frac{0,214}{13}\right)\right.$$
$$\left.-7,5\left(\tfrac{1}{13}+\ldots\tfrac{10}{13}\right)0,214+7,5(2+1)\left(1+\frac{0,214}{13}\right)\right].$$

Здѣсь члены, умноженные на 7,5, входятъ съ знакомъ + и съ знакомъ —. Чтобы получить V_3 (max.), слѣдуетъ отбросить всѣ отрицательные члены, а чтобы получить V_3 (min.), слѣдуетъ отбросить всѣ положительные члены; кромѣ того, слѣдуетъ опредѣлить еще значеніе для V_3, соотвѣтствующее удержанію членовъ обоихъ знаковъ или, другими словами, значеніе V_3, соотвѣтствующее полной нагрузкѣ. Такимъ образомъ мы получимъ:

$$V_3\begin{cases}(\text{max.})=+8,1\text{ т.}\\(\text{min.})=-1,1\text{ т.}\end{cases}\qquad V_3=+6\text{ т.}$$

Точно такъ же для остальныхъ панелей мы получимъ уравненія:

$$0=-V_4.4,91-1,5\left[\left(\tfrac{1}{13}\ldots+\tfrac{9}{13}\right)0,91-(2+3+1)\left(1-\frac{0,91}{13}\right)\right]$$
$$-7,5\left(\tfrac{1}{13}+\ldots\tfrac{9}{13}\right)0,91+7;5(3+2+1)\left(1+\frac{0,91}{13}\right)$$

$$V_4\begin{cases}(\text{max.})=-10,8\text{ т.}\\(\text{min.})=-\ \ 3,8\text{ т.}\end{cases}\qquad V_4=+6\text{ т.}$$

$$0=-V_5.7,5-1,5\left[\left(\tfrac{1}{13}\ldots+\tfrac{8}{13}\right)2,5-(4+\ldots1)\left(1+\frac{2,5}{13}\right)\right]$$
$$-7,5\left(\tfrac{1}{13}\ldots+\tfrac{8}{13}\right)2,5+7,5(4\ldots+1)\left(1+\frac{2,5}{13}\right)$$

$$V_5\begin{cases}(\text{max.})=+12,9\text{ т.}\\(\text{min.})=-\ \ 5,9\text{ т.}\end{cases}\qquad V_5=+6\text{ т.}$$

$$0=-V_6.12,6-1,5\left[\left(\tfrac{1}{13}+\ldots\tfrac{7}{13}\right)6,6-(5+\ldots1)\left(1+\frac{6,6}{13}\right)\right]$$
$$-7,5\left(\tfrac{1}{13}+\ldots\tfrac{7}{13}\right)6,6+7,5(5+\ldots1)\left(1+\frac{6,6}{13}\right)$$

$$V_6\begin{cases}(\text{max.})=+14,5\text{ т.}\\(\text{min.})=-\ \ 7,5\text{ т.}\end{cases}\qquad V_6=+6\text{ т.}$$

$$0=-V_7 . 31,5-1,5\left[\left(\tfrac{1}{13}+\dots\tfrac{6}{13}\right)24,5-(6+\dots1)\left(1+\frac{24,5}{13}\right)\right]$$
$$-7,5\left(\tfrac{1}{13}+\dots\tfrac{6}{13}\right)24,5+7,5(6+\dots1)\left(1+\frac{24,5}{13}\right)$$
$$V_7\begin{cases}(\max.)=+15,4\text{ т.}\\(\min.)=+\ 8,4\text{ т.}\end{cases}\qquad V_7=+6\text{ т.}$$

Для всѣхъ слѣдующихъ панелей центры вращеній переходятъ направо, а потому всѣ моменты перемѣняютъ знакъ.

$$0=V_8 . 60+1,5\left[\left(\tfrac{1}{13}+\dots\tfrac{5}{13}\right)68-(7+\dots1)\left(\tfrac{68}{13}-1\right)\right]$$
$$+7,5\left(\tfrac{1}{13}+\dots\tfrac{5}{13}\right)68-7,5(7+\dots1)\left(\tfrac{68}{13}-1\right)$$
$$V_8\begin{cases}(\max.)=+15,8\text{ т.}\\(\min.)=-\ 8,8\text{ т.}\end{cases}\qquad V_8=+6\text{ т.}$$

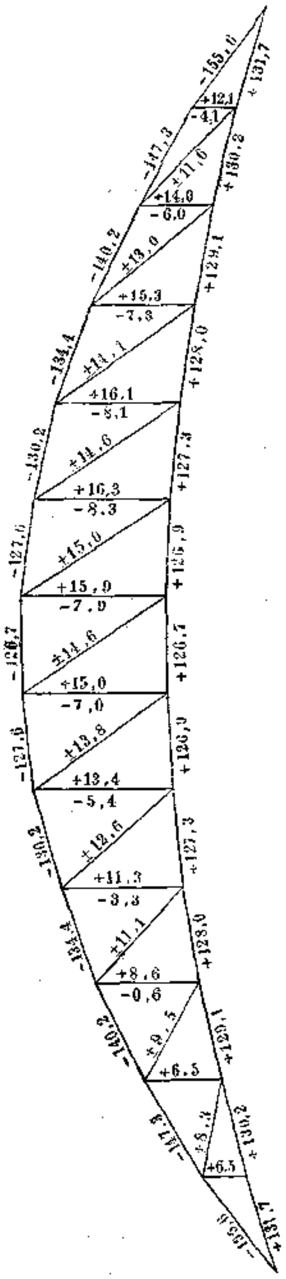
$$0=V_9 . 13,5+1,5\left[\left(\tfrac{1}{13}+\dots\tfrac{4}{13}\right)22,5-(8+\dots1)\left(\frac{22,5}{13}-1\right)\right]$$
$$+7,5\left(\tfrac{1}{13}+\dots\tfrac{4}{13}\right)22,5-7,5(8+\dots1)\left(\frac{22,5}{13}-1\right)$$
$$V_9\begin{cases}(\max.)=+15,6\text{ т.}\\(\min.)=-\ 8,6\text{ т.}\end{cases}\qquad V_9=+6\text{ т.}$$

$$0=V_{10} . 6,43+1,5\left[\left(\tfrac{1}{13}+\tfrac{2}{13}+\tfrac{3}{13}\right)16,43-(9+\dots1)\left(\frac{16,43}{13}-1\right)\right]$$
$$+7,5\left(\tfrac{1}{13}+\tfrac{2}{13}+\tfrac{3}{13}\right)16,43-7,5(9+\dots1)\left(\frac{16,43}{13}-1\right)$$
$$V_{10}\begin{cases}(\max.)=+14,8\text{ т.}\\(\min.)=-\ 7,8\text{ т.}\end{cases}\qquad V_{10}=+6\text{ т.}$$

$$0=V_{11} . 3,3+1,5\left[\left(\tfrac{1}{13}+\tfrac{2}{13}\right)14,3-(10+\dots1)\left(\frac{14,3}{13}-1\right)\right.$$
$$\left.+7,5\left(\tfrac{1}{13}+\tfrac{2}{13}\right)14,3-7,5(10+\dots1)\left(\frac{14,3}{13}-1\right)\right]$$
$$V_{11}\begin{cases}(\max.)=+13,5\text{ т.}\\(\min.)=-\ 6,5\text{ т.}\end{cases}\qquad V_{11}=+6\text{ т.}$$

$$0=V_{12} . 1,385+1,5\left[\tfrac{1}{13} . 13,385-(11+\dots1)\left(\frac{13,385}{13}-1\right)\right]$$
$$+7,5 . \tfrac{1}{13} . 13,385-7,5(11+\dots1)\left(\frac{13,385}{13}-1\right)$$
$$V_{12}\begin{cases}(\max.)=+11,6\text{ т.}\\(\min.)=-\ 4,6\text{ т.}\end{cases}\qquad V_{12}=+6\text{ т.}$$

Въ третьей главѣ, въ § 12 было дано слѣдующее правило для расчета стоекъ: „слѣдуетъ предварительно принять, что постоянная нагрузка дѣйствуетъ всецѣло на тѣ узлы, на которые дѣйствуетъ временная нагрузка и предположить, что допущеніе это осуществлено при помощи побочныхъ стоекъ.



Черт. 120.

которыя передавали бы въ точки приложенія временной нагрузки ту часть временной, которая къ нимъ непосредственно не приложена, а затѣмъ сложить напряженія этихъ стоекъ съ прежде полученными напряженіями. Мы воспользуемся здѣсь этимъ правиломъ. Выше были найдены напряженія V въ предположеніи, что постоянная нагрузка приложена исключительно къ верхнимъ узловымъ точкамъ, въ дѣйствительности же на верхніе узлы дѣйствуютъ приблизительно только двѣ трети всей постоянной нагрузки, а одна треть, т. е. 0,5 т., дѣйствуетъ на нижнія узловыя точки. Вообразимъ себѣ рядомъ съ главными стойками побочныя струны, которыя передаютъ эти 0,5 т. снизу вверхъ, струны эти, очевидно, будутъ испытывать напряженіе + 0,5 т. Итакъ, ко всѣмъ найденнымъ выше для V величинамъ надо прибавить + 0,5. Такимъ образомъ мы получимъ слѣдующія точныя значенія для напряженій стоекъ:

V_1 (max.) $= +6.5$ т.

V_2 (max.) $= +6{,}5$ т.

$V_3 \begin{cases} (\text{max.}) = +\ 8{,}6 \text{ т.} \\ (\text{min.}) = -\ 0{,}6 \text{ т.} \end{cases}$ $\quad V_3 = +6{,}5$ т.

$V_4 \begin{cases} (\text{max.}) = +11{,}3 \text{ т.} \\ (\text{min.}) = -\ 3{,}3 \text{ т.} \end{cases}$ $\quad V_4 = +6{,}5$ т.

$V_5 \begin{cases} (\text{max.}) = +13{,}4 \text{ т.} \\ (\text{min.}) = -\ 5{,}4 \text{ т.} \end{cases}$ $\quad V_5 = +6{,}5$ т.

$V_6 \begin{cases} (\text{max.}) = +15{,}0 \text{ т.} \\ (\text{min.}) = -\ 7{,}0 \text{ т.} \end{cases}$ $\quad V_6 = +6{,}5$ т.

$V_7 \begin{cases} (\text{max.}) = +15{,}9 \text{ т.} \\ (\text{min.}) = -\ 7{,}9 \text{ т.} \end{cases}$ $\quad V_7 = +6{,}5$ т.

$$V_8 \begin{cases} (\max.) = +16{,}3\ \text{т.} \\ (\min.) = -\ 8{,}3\ \text{т.} \end{cases} \qquad V_8 = +6{,}5\ \text{т.}$$

$$V_9 \begin{cases} (\max.) = +16{,}1\ \text{т.} \\ (\min.) = -\ 8{,}1\ \text{т.} \end{cases} \qquad V_9 = +6{,}5\ \text{т.}$$

$$V_{10} \begin{cases} (\max.) = +15{,}3\ \text{т.} \\ (\min.) = -\ 7{,}3\ \text{т.} \end{cases} \qquad V_{10} = +6{,}5\ \text{т.}$$

$$V_{11} \begin{cases} (\max.) = +14{,}0\ \text{т.} \\ (\min.) = -\ 6{,}0\ \text{т.} \end{cases} \qquad V_{11} = +6{,}5\ \text{т.}$$

$$V_{12} \begin{cases} (\max.) = +12{,}1\ \text{т.} \\ (\min.) = -\ 4{,}1\ \text{т.} \end{cases} \qquad V_{12} = +6{,}5\ \text{т.}$$

Результаты этихъ вычисленій выставлены на чертежѣ **120**.

§ 16.

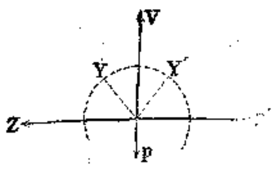
Производныя формы.

Вычисляя напряженія частей серповидной фермы, мы видѣли, что ея діагонали испытываютъ какъ положительныя, такъ и отрицательныя напряженія. Разсмотримъ теперь внимательно общее уравненіе моментовъ для какой-нибудь діагонали и сопоставимъ его съ тѣмъ положеніемъ нагрузки, которое соотвѣтствуетъ отбрасыванію съ одной стороны положительныхъ, а съ другой отрицательныхъ членовъ; нетрудно замѣтить, что въ діагонали возникнетъ **наибольшее** напряженіе тогда, когда всѣ **лѣвые**, а **наименьшее**—когда всѣ **правые** узлы будутъ нагружены. Въ фермѣ съ раскосами, восходящими направо, явленіе это повторяется въ обратномъ порядкѣ. Чтобы получить напряженія въ частяхъ подобной фермы, достаточно взглянуть на схему **120** съ обратной стороны. Если мы захотимъ въ данной панели перемѣнить направленіе діагонали, то для нея придется допустить такое же напряженіе, какое испытываетъ діагональ панели противоположной и симметрически расположенной съ разсматриваемой.

Положимъ, что въ данной панели діагональ есть гибкая нить, неспособная сжиматься, но выдерживающая вытягиванія, и что для принятія напряженій отъ нагрузовъ, которыя стремятся сжать эту діагональ, въ той же панели помѣщена другая діагональ такого же устройства, какъ и первая, но имѣющая противоположное направленіе. Эта діагональ будетъ въ напряженномъ состояніи тогда, когда первая перестанетъ оказывать сопротивленіе дѣйствующему на нее усилію, и наоборотъ. Такимъ образомъ два скрещивающіеся раскоса, способные только вытягиваться, замѣняютъ собой вполнѣ **одинъ** раскосъ, способный сжиматься и вытягиваться. Всѣ напряженія въ такихъ діагоналяхъ будутъ положительныя и для полученія ихъ въ раскосахъ, восходящихъ налѣво, слѣдуетъ брать положительныя числа, найденныя непосредственно на черт. **120**, а для раскосовъ, восходящихъ направо, положительныя числа, надписанныя на раскосахъ въ симметрически расположенныхъ панеляхъ второй половины фермы.

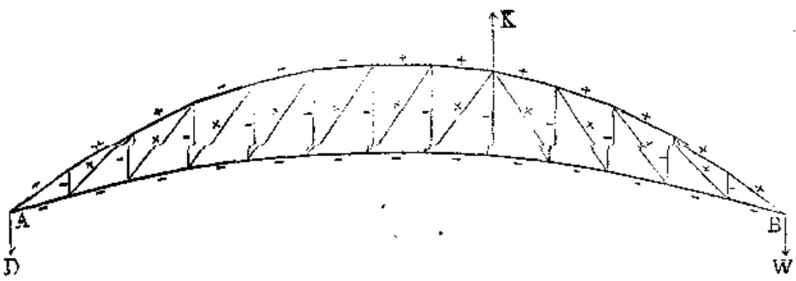
Опредѣлимъ теперь, какое участіе принимаютъ стойки фермы съ скрещивающимися діагоналями въ передачѣ напряженій. Для этого слѣдуетъ предварительно опредѣлить, какая система раскосовъ участвуетъ при данномъ способѣ нагрузки въ передачѣ усилій, потому что для полученія напряженія въ стойкѣ слѣдуетъ провести сѣченіе параллельно напряженной діагонали. При полной нагрузкѣ діагонали вовсе не напряжены, а въ нижней дугѣ проявляется наибольшее вытягивающее усиліе, откуда видно, что вытягивающія усилія въ стойкахъ достигаютъ своего maximum'a при той же нагрузкѣ. Дѣйствительно, къ нижнему концу стойки (черт. 121) приложены, кромѣ постоянной нагрузки p, еще два усилія Z и Z', могущія произвести вытягиваніе стойки; что касается напряженій Y и Y', то они могутъ только сжимать стойку, такъ какъ вертикальная ихъ составляющая направлена всегда вверхъ въ одну сторону съ V. При полной нагрузкѣ Z и Z', а потому и равнодѣйствующая ихъ, направленная внизъ, достигаютъ maximum'a и въ то же время Y и Y' равны нулю, поэтому напряженіе стойки будетъ въ этомъ случаѣ наибольшее.

Черт. 121.



Для того, чтобы доказать это еще нагляднѣе, посмотримъ, что произойдетъ, если снять въ нагруженной вполнѣ фермѣ нагрузку съ произвольнаго узла. Снять нагрузку съ какого-нибудь узла все равно, что приложить въ этой точкѣ новую силу прямо противоположнаго направленія. Такъ какъ въ фермѣ съ полной нагрузкой діагонали не напряжены или, другими словами, находятся въ томъ же состояніи, въ какомъ онѣ находились бы въ невѣсомой и ненагруженной фермѣ, то достаточно разсмотрѣть, какое дѣйствіе произведетъ на невѣсомую и ненагруженную ферму сила K, приложенная къ одному изъ узловъ и направленная вверхъ. Чтобы нагляднѣе уяснить себѣ дѣйствіе этой силы, лучше всего вычертить ферму только съ тѣми діагоналями, которыя приходятъ отъ вліянія силы K въ напряженное состояніе, а всѣ остальныя выпустить, тогда получимъ схему черт. 122, въ которой давленія обозначены зна-

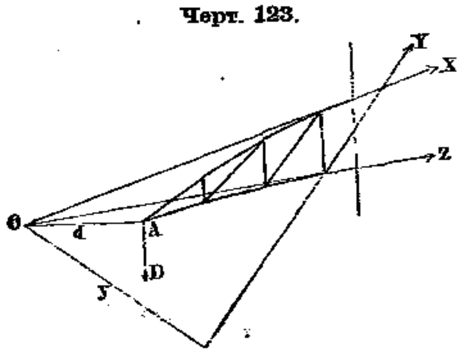
Черт. 122.



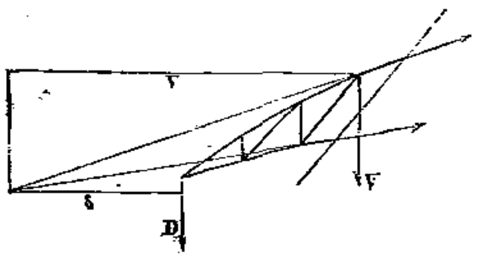
комъ —, а вытягиванія знакомъ +. Сила K вызываетъ въ опорахъ сопротивленіе D и W, направленныя внизъ. Чтобы опредѣлить въ какой-нибудь панели направленіе діагонали, приходящей отъ дѣйствія силы K въ напряженное состояніе, проводимъ въ этой панели вертикальное сѣченіе и составляемъ для той части фермы, въ которой не приложена сила K, уравненіе моментовъ относительно точки O пересѣченія соотвѣтственныхъ элементовъ верхней и нижней дугъ (черт. 123). Такимъ образомъ мы сразу узнаемъ, какая діагональ должна быть напряжена для того, чтобы не позволить силѣ D произвести вращенія около O; такъ напр. въ 4-й панели діагональ должна быть направлена направо вверхъ и для нея мы получимъ уравненіе:

$$0 = D \,.\, d - Y \,.\, y, \text{ откуда } Y = + \frac{D \,.\, d}{y}.$$

Черт. 123.



Черт. 124.

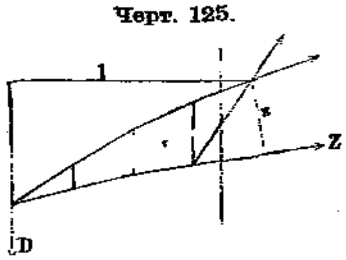


Для Y получилась величина положительная (если бы мы взяли діагональ противоположнаго направленія, то для нея Y была бы величина отрицательная). Опредѣливъ направленіе діагоналей въ каждой панели, можно такимъ же образомъ опредѣлить будетъ ли данная стойка сжата или вытянута. Такъ напр. для третьей стойки мы получимъ уравненіе (черт. 124):

$$0 = D \,.\, \delta + V \,.\, v,$$

откуда для V получается величина отрицательная. Относительно единственной стойки, а именно той, на которую сила K дѣйствуетъ непосредственно, слѣдуетъ примѣнить другой способъ; тутъ приходится принять въ соображеніе напряженія смежныхъ съ стойкой частей нижней дуги. Такъ какъ сила K возбуждаетъ во всей нижней дугѣ сжатіе, что нетрудно видѣть изъ общаго уравненія моментовъ для Z (черт. 125), а именно:

Черт. 125.

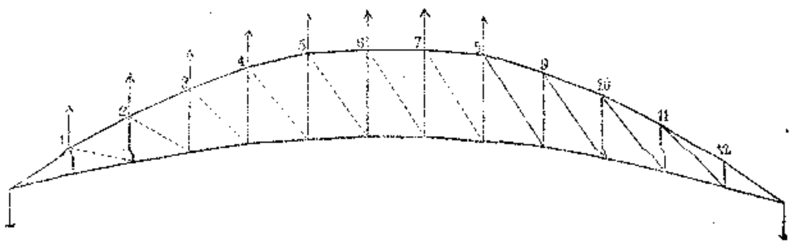


$$0 = -Dl - Zz,$$

то на подошву этой стойки дѣйствуютъ съ обѣихъ сторонъ сжимающія усилія, равнодѣйствующая которыхъ, дѣйствуя вверхъ, возбуждаетъ въ стойкѣ сжатія. Мы убѣдились сейчасъ, что, снимая съ произвольной стойки нагрузку, мы тѣмъ самымъ возбуждаемъ во всѣхъ стойкахъ сжатія, и что, поэтому, для полученія maximum'а напряженія въ стойкѣ **не слѣдуетъ снимать нагрузки ни съ одного узла**. Постараемся теперь рѣшить вопросъ, съ какихъ узловъ слѣдуетъ снять нагрузки, чтобы въ **данной** стойкѣ было возбуждено наибольшее **сжатіе**.

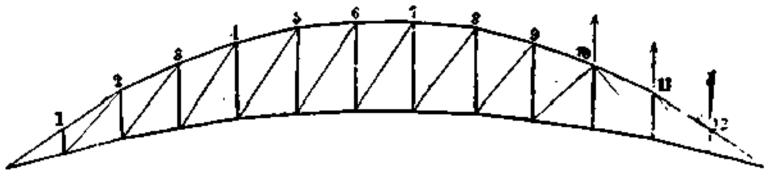
Если снять съ 8-го узла нагрузку, то 9-я стойка будетъ сжата, если же мы будемъ снимать нагрузки съ 7-го, 6-го и т. д. до 1-го, то мы этимъ самымъ все болѣе и болѣе будемъ увеличивать это сжатіе; замѣтимъ, кромѣ того, что въ смежныхъ съ 9-й стойкой панеляхъ напряжены діагонали одного и того же направленія — это для настоящаго случая существенно важно (см. черт. 126). Но, вѣдь, снимать нагрузки съ лѣвыхъ узловъ

Черт. 126.



это все равно, что оставлять нагруженными только одни правые. Снимемъ теперь нагрузку и съ 9-го узла и мы увидимъ, что напряженіе при сжатіи въ 9-й стойкѣ тотчасъ уменьшится. Дѣйствительно, теперь съ обѣихъ сторонъ 9-й стойки въ напряженномъ состояніи находятся діагонали одного и того же направленія (восходящія налѣво), а поэтому для полученія напряженія въ стойкѣ можно и слѣдуетъ воспользоваться уравненіемъ, выведеннымъ выше для полученія V_9 (min.), а изъ него видно, что всякое уменьшеніе нагрузокъ въ 9-мъ, 10-мъ, 11-мъ и 12-мъ узлахъ производятъ ослабленіе сжатія въ стойкѣ V_9. Итакъ, для фермы съ скрещивающимися діагоналями остается въ силѣ выведенное выше для V (min.) значеніе; но замѣтимъ, что, кромѣ выведеннаго сейчасъ V_9 (min.), слѣдуетъ здѣсь принять въ расчетъ **еще одинъ minimum**, а именно тотъ, который получится, если допустить сперва, что снята нагрузка съ одной изъ стоекъ, лежащихъ **направо** отъ 9-й, затѣмъ начертить въ схемѣ фермы систему діагоналей, приходящую вслѣдствіе этого въ напряженное состояніе и, наконецъ, предположить, что будутъ сняты нагрузки со всѣхъ остальныхъ узловъ, расположенныхъ **справа** отъ 9-го (черт. 127). Нетрудно за-

Черт. 127.



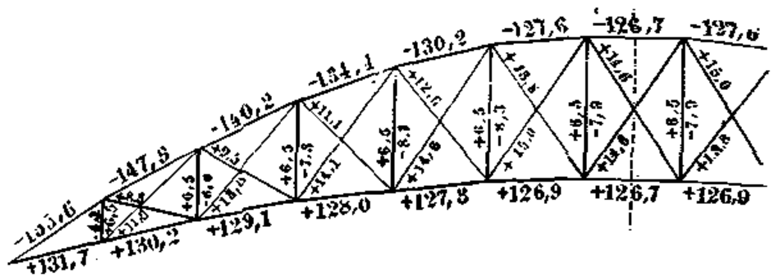
мѣтить, что въ этомъ случаѣ 9-я стойка находится въ точно такомъ же состояніи, какъ 4-я стойка схемы 120 и что, поэтому, вторымъ minimum'омъ для 9-й стойки будетъ найденное выше значеніе для V_4 (min.). Итакъ, для полученія minimum'a напряженія въ стойкѣ, который слѣдуетъ принять въ расчетъ, нужно сравнить между собой minimum, найденный непосредственно съ minimum'омъ напряженія стойки, расположенной по другую сторону фермы симметрично съ данной, и выбрать изъ нихъ абсолютно большій.

Наибольшія напряженія въ дугахъ не зависятъ отъ направленій діагоналей, потому что напряженія эти возбуждаются тогда, когда ни одна діагональ ненапряжена.

Воспользовавшись всѣми вышеприведенными соображеніями, можно, не прибѣгая къ новымъ расчетамъ, написать при помощи найденныхъ выше чиселъ напряженія для всѣхъ частей фермы съ скрещивающимися діагональными струнами. Числа эти выставлены на схемѣ 128.

При помощи совершенно подобной же аргументаціи мы можемъ придти къ заключенію, что въ случаѣ фермы съ скрещи-

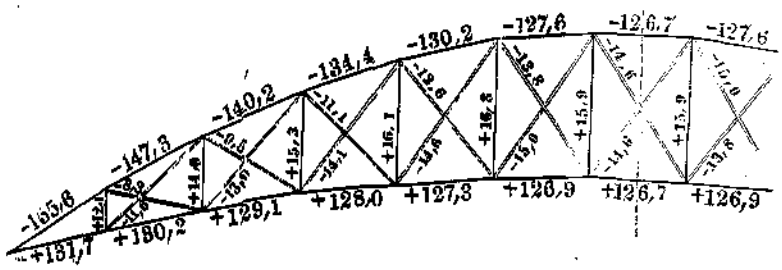
Черт. 128.



вающимися раскосами, неспособными вытягиваться и сопротивляющимися только давящимъ усиліямъ (случай, встрѣчающійся напр. въ деревянныхъ сооруженіяхъ), слѣдуетъ принимать во вниманіе только maximum'ы найденныхъ выше для напряженій V значеній; а что о напряженіи при сжиманіи въ вертикаляхъ и рѣчи быть не можетъ, потому что подобное напряженіе необходимо связано съ вытягиваніемъ смежныхъ раскосовъ.

На чертежѣ **129** выставлены напряженія въ подобной фермѣ и едва ли необходимо прибавить что-либо въ поясненіе къ этой

Черт. 129.



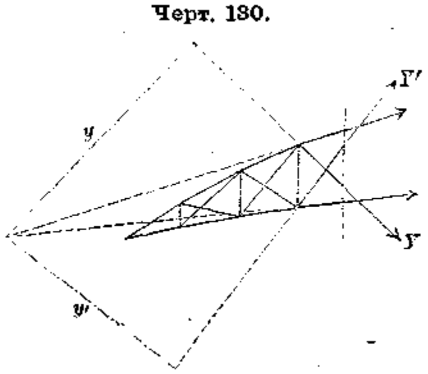
схемѣ. Сдѣлаемъ здѣсь кстати замѣчаніе, которое относится ко всѣмъ фермамъ съ скрещивающимися діагоналями. Вышеприведенныя напряженія, вообще говоря, оказываются строго вѣрными только въ томъ случаѣ, когда въ системѣ не произведено никакихъ искусственныхъ напряженій. Въ простыхъ діагональныхъ системахъ не могутъ проявиться подобныя напряженія, потому что въ нихъ каждая полоса можетъ быть разрѣзана прямой, встрѣчающей не болѣе двухъ другихъ полосъ; поэтому, если на систему не дѣйствуютъ никакія внѣшнія силы, то уравненіе моментовъ для произвольной полосы Y, относительно точки пересѣченія направленій остальныхъ двухъ, представится въ видѣ:

$$0 = Y \cdot y.$$

Во всѣхъ же случаяхъ, когда въ данномъ четыреугольникѣ два раскоса скрещиваются, прямая, разсѣкающая одинъ раскосъ, пересѣчетъ всего четыре полосы и моменты напряженій обоихъ раскосовъ, относительно точки пересѣченія остальныхъ двухъ полосъ, имѣютъ противные знаки, а потому уравненіе моментовъ въ этомъ случаѣ (см. черт. 130) приметъ видъ:

$$0 = Y \cdot y - Y' \cdot y'.$$

Черт. 130.



откуда выводимъ условіе:

$$\frac{Y}{Y'} = \frac{y'}{y},$$

которое, впрочемъ, нисколько не опредѣляетъ абсолютныхъ величинъ Y и Y', такъ что, если одна изъ діагоналей получитъ искусственное напряженіе Y (напримѣръ вслѣдствіе подтягиванія гаекъ или заколачиванія клиньевъ), то другая получитъ напряженіе Y', которое можно опредѣлить изъ послѣдней пропорціи. Въ зависимости отъ этихъ напряженій Y и Y', **въ вертикальныхъ полосахъ и въ частяхъ дугъ той же панели** тоже возникнутъ напряженія, которыя по даннымъ Y и Y' легко опредѣлимъ помощью метода моментовъ.

Вышеприведенныя напряженія вычислены въ предположеніи, что всѣ части фермы, если она ненагружена, находятся въ ненапряженномъ состояніи. Въ этомъ случаѣ въ фермахъ съ скрещивающимися діагоналями при нагрузкѣ будетъ въ каждой панели напряжена только одна діагональ; если же вышеозначенное условіе невыполнено, то можетъ случиться, что обѣ діагонали будутъ напряжены.

§ 17.

Кажущіеся недостатки метода.

Въ приложеніяхъ метода статическихъ моментовъ встрѣчаются иногда случаи, (какъ напр. въ послѣдней разсмотрѣнной нами фермѣ), когда методъ этотъ, хотя и проводитъ непосредственно къ цѣли, но представляетъ, повидимому, весьма незначительную степень точности и безопасности.

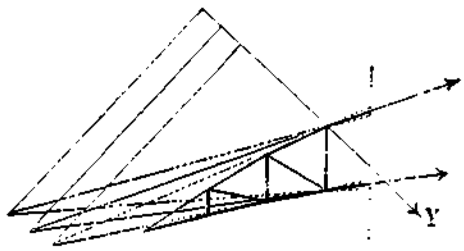
Для составленія уравненія моментовъ какой-либо полосы приходится построить точку пересѣченія направленій двухъ другихъ. Если полосы, пересѣченіе коихъ требуется найти, приблизительно параллельны, то точное опредѣленіе этой точки и измѣреніе соотвѣтствующихъ плечъ силъ связано съ извѣстными трудностями: вслѣдствіе этого два различныя лица придутъ при вычисленіи одной и той же фермы къ различнымъ результатамъ, такъ какъ они при помощи построеній могутъ принять для одной и той же силы разныя плечи.

На первый взглядъ это дѣйствительно представляется важнымъ недостаткомъ предложеннаго метода, но при внимательномъ разсмотрѣніи недостатокъ этотъ совершенно исчезаетъ и, напротивъ, изъ вышеозначеннаго обстоятельства можно извлечь еще выгоду.

Вопервыхъ, очевидно, что ошибку эту можно заключить въ извѣстные предѣлы, для чего достаточно дать сперва обоимъ направленіямъ нѣсколько бо́льшую, а потомъ нѣсколько мéньшую сходимость и опредѣлить для каждаго изъ этихъ случаевъ соотвѣтствующія значенія Y (черт. 131). Такимъ образомъ мы получимъ предѣлы, въ которыхъ необходимо должно заключаться настоящее значеніе Y. Сравнивая эти предѣльныя значенія Y

съ сдѣланными умышленно отступленіями въ построеніи точки пересѣченія полосъ, можно въ то же время опредѣлить степень измѣненія напряженій отъ неточности практическаго выполненія проекта.

Черт. 131.



Очевидно, что обнаружившаяся при вычисленіи неопредѣленность есть графическое изображеніе колебаній дѣйствительныхъ напряженій въ сооруженной уже фермѣ. Смотря по тому, въ какую сторону отъ рабочаго чертежа отклонится мастеровой, напряженіе соотвѣтственной полосы приблизится къ одному или къ другому предѣлу. Такимъ образомъ предложенный способъ даетъ возможность, такъ сказать, слѣдить за всѣми опасностями неточнаго практическаго выполненія и наглядно представить ихъ при помощи чертежа, а этого не даетъ никакой другой способъ.

Другое возраженіе, которое можно было бы сдѣлать противъ метода статическихъ моментовъ, что онъ основанъ не исключительно на однихъ только вычисленіяхъ, а отчасти и на построеніяхъ и измѣреніяхъ едва-ли можно считать сколько-нибудь основательнымъ. Расчетъ слѣдуетъ прилагать во всѣхъ тѣхъ случаяхъ, гдѣ онъ скорѣе приводитъ къ цѣли чѣмъ всѣ другіе способы; но почему же необходимо дѣлать выкладки тамъ, гдѣ геометрическое построеніе рѣшаетъ вопросъ скорѣе, тѣмъ болѣе, что при измѣреніи длины труднѣе ошибиться чѣмъ при выкладкахъ?

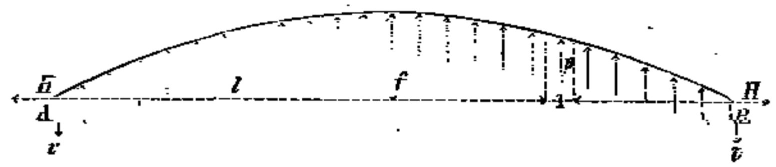
§ 18.

Теорія серповидныхъ фермъ.

Предъидущій примѣръ снова подтвердилъ, что можно расчитать данную ферму, не имѣя понятія о теоріи ея, имѣя въ виду подтвердить это, мы и предпослали примѣръ теоріи. Но для того, чтобы изучить основы, которыми нужно руководствоваться при выборѣ формы сооруженія, слѣдуетъ имѣть общій взглядъ на законы распредѣленія напряженій въ такой фермѣ. Съ этой цѣлью въ этомъ § будетъ изложено продолженіе и разсмотрѣны дополненія помѣщенной въ § 8 второй главы „Теоріи параболическихъ фермъ".

Въ началѣ этой теоріи мы разсматривали (черт. 42) равномѣрно нагруженную цѣпь; если повернуть ее около горизонтальной оси AB, то всѣ вертикальныя силы примутъ прямо-противоположныя направленія и мы получимъ чертежъ натянутой цѣпи, на которую усилія дѣйствуютъ снизу вверхъ, такъ что нагрузки этой цѣпи можно считать отрицательными (черт. 132).

Черт. 132.



Найденное для чертежа 42 уравненіе

$$Hf = \frac{pl^2}{2}$$

можетъ быть непосредственно приложено и къ настоящему случаю, такъ какъ вышеприведенное доказательство можетъ быть дословно приложено и сюда.

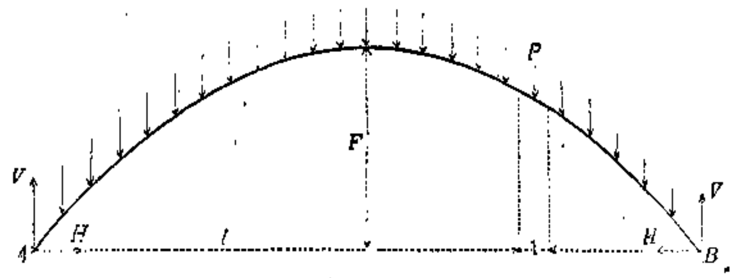
Точно такъ же для цѣпи, расположенной на двухъ опорахъ A и B (черт. 133), обращенной выпуклостью вверхъ, нагруженной равномѣрно на единицу длины пролета грузомъ p и имѣющей стрѣлу подъема F, получимъ уравненіе:

$$H.F = \frac{pl^2}{2}.$$

Очевидно, что можно придать P такое значеніе, чтобы H

для послѣдней цѣпи было равно H для первой. Аналитически условіе это выразится тѣмъ, что мы исключимъ H изъ двухъ

Черт. 133.



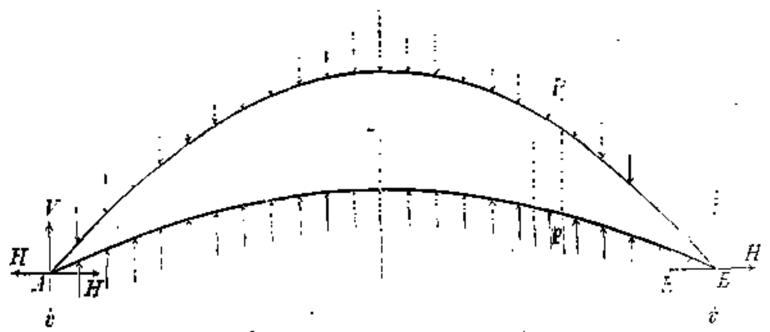
вышеприведенныхъ уравненій, раздѣливъ одно изъ нихъ на другое. Такимъ образомъ мы получимъ третье уравненіе:

$$\frac{f}{F}=\frac{p}{P},$$

выражающее, что абсолютныя нагрузки относятся какъ стрѣлки подъемовъ дугъ.

Примемъ теперь точки A и B (черт. **134**) за общія опор-

Черт. 134.



ныя точки обѣихъ дугъ, тогда горизонтальное сопротивленіе, которое должны оказывать эти точки давленіямъ обѣихъ цѣпей, взятыхъ вмѣстѣ, обратится въ нуль, такъ какъ одна изъ нихъ вызываетъ такое же сопротивленіе въ **одну** сторону, какое другая оказываетъ въ **другую**, поэтому, каждая изъ опоръ должна оказывать только вертикальное сопротивленіе D, равное избытку V надъ v, а именно:

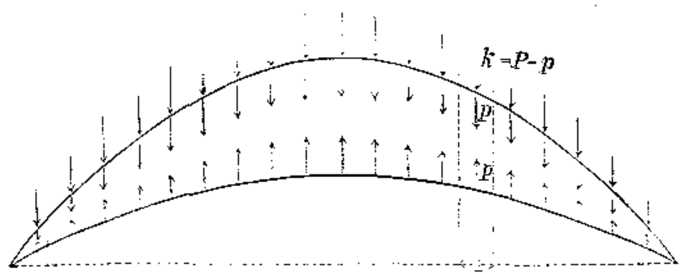
$$D = V - v = Pl - pl = (P - p)\, l,$$

т. е. такое же сопротивленіе, какое вызываетъ въ опорахъ балка, равномѣрно нагруженная на единицу длины грузомъ $P - p$.

Вышеупомянутую отрицательную нагрузку нижней дуги можно осуществить при помощи подвѣсныхъ струнъ, прикрѣпленныхъ къ разнымъ точкамъ ея и натягиваемыхъ вверхъ силами, величина которыхъ соотвѣтствуетъ этой нагрузкѣ.

Далѣе, можно себѣ представить, что часть нагрузки верхней цѣпи, равная той же величинѣ p на погонную единицу пролета, состоитъ изъ силъ, приложенныхъ къ струнамъ, прикрѣпленнымъ къ разнымъ точкамъ верхней дуги, а другая, равная $P - p = K$ на единицу длины, состоитъ изъ нагрузки, дѣйствующей сверху (черт. 135).

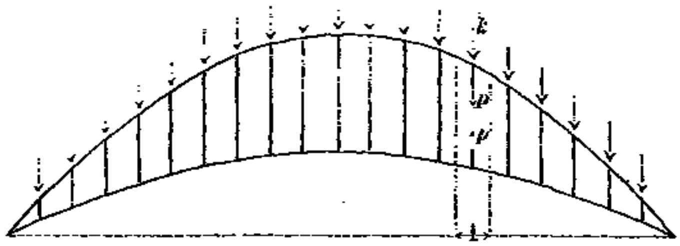
Черт. 135.



Соединимъ теперь нижніе концы струнъ, прикрѣпленныхъ къ верхней дугѣ, съ верхними концами струнъ, прикрѣпленныхъ къ нижней дугѣ; другими словами, замѣнимъ каждые два противоположные отрѣзка двухъ разныхъ струнъ одной струной, тогда силы p можно отбросить, потому что ихъ замѣнятъ напряженія струнъ, и мы получимъ серповидную параболическую ферму безъ діагоналей, съ равномѣрной нагрузкой k, расположенной на верхнихъ узлахъ.

Для опредѣленія напряженій въ обѣихъ дугахъ и въ струнахъ, при данныхъ l, f, F и K, можно поступать слѣдующимъ образомъ. Допустимъ, что на единицу длины пролета приходится только одна струна (черт. 136); допустить это мы

Черт. 136.



имѣемъ право, такъ какъ въ § 8 второй главы мы уже доказали, что кривая равновѣсія останется параболой и въ томъ случаѣ, когда нагрузки сосредоточатся въ отдѣльныхъ точкахъ, причемъ на каждую изъ нихъ приходится полусумма нагрузокъ двухъ смежныхъ панелей.

Величины P и p могутъ быть опредѣлены изъ уравненій:

$$\frac{f}{F}=\frac{p}{P} \text{ и } P-p=k,$$

или, обозначая отношеніе $\frac{f}{F}$ чрезъ $\frac{1}{n}$, получимъ:

$$p=\frac{k}{n-1},\quad P=k+\frac{k}{n-1}.$$

Итакъ, нагрузка верхнихъ узловъ k возбуждаетъ въ струнахъ напряженія при вытягиваніи $=\frac{k}{n-1}$, которыя увеличиваютъ собой нагрузку на верхнюю дугу и вмѣстѣ съ тѣмъ составляютъ отрицательную нагрузку нижней дуги. Нагрузка k, такъ сказать, разлагается на двѣ части:

$$-p \quad \text{и } k+p, \text{ или}$$
$$-\frac{k}{n-1} \text{ и } k+\frac{k}{n-1},$$

изъ нихъ первая дѣйствуетъ на нижніе узлы, а вторая на верхніе.

Въ вышеприведенномъ примѣрѣ

$$\frac{1}{n}=\frac{F'}{F}=\frac{1}{2,5}=\frac{2}{5},\ \text{т. е.}\ n=\frac{5}{2},$$

откуда напряженіе въ струнахъ (или отрицательная нагрузка нижней дуги) при нагрузкѣ k будетъ:

$$p=\frac{k}{\frac{5}{2}-1}=\tfrac{2}{3}k$$

и нагрузка верхней дуги

$$P=k+p=\tfrac{5}{3}k.$$

Итакъ, если на каждомъ изъ верхнихъ узловъ расположена внѣшняя нагрузка въ 7,5 тонны, то въ струнахъ возникнетъ напряженіе въ $\frac{2}{3}\,.\,7,5$ тонны $=5$ тоннамъ, а верхняя дуга будетъ находиться въ такомъ состояніи, какъ будто бы на каждой узловой точкѣ была расположена нагрузка въ $\frac{5}{3}\,.\,7,5=12,5$ тоннъ (причемъ предполагается, что ферма невѣсома).

Разсматривая 1,5 тонны собственнаго вѣса какъ нагрузку, приложенную къ верхнимъ узламъ, мы получимъ для напряженій въ вертикальныхъ струнахъ (отрицательная нагрузка нижней дуги): $\frac{2}{3}\,.\,1,5=1$ тоннѣ, а для нагрузки верхней дуги: $\frac{5}{3}\,.\,1,5=2,5$ тонны.

Наконецъ, предполагая, что полная нагрузка въ $7,5+1,5=9$ тоннъ дѣйствуетъ точно такъ же, получимъ:

6 тоннъ нагрузки для нижней цѣпи
15 „ „ „ верхней „

Если же часть нагрузки дѣйствуетъ непосредственно на нижніе узлы, то, предполагая, что она помощью побочныхъ вертикальныхъ полосъ передается наверхъ, мы сложимъ напряженія струнъ, найденныя при первомъ предположеніи, съ напряженіями послѣднихъ полосъ и получимъ истинныя напряженія струнъ. Такъ напр. въ разсмотрѣнной выше системѣ 0,5 тонны собственнаго вѣса предполагались приложенными къ нижнимъ узламъ, поэтому для полученія напряженія струнъ слѣдуетъ придать эти 0,5 тоннъ къ 6 тоннамъ. Главная струна, передающая напряженіе одной цѣпи другой, сохраняетъ свое напряженіе въ 6 тоннъ, а потому напряженіе въ дугахъ не зависитъ отъ того, будетъ ли нагрузка приложена къ верхнимъ или къ нижнимъ узламъ. Напр. горизонтальныя составляющія напряженій въ цѣпяхъ (для верхней сжатіе, а для нижней **вытягиваніе**) будутъ:

$$H = \frac{pl^2}{2f} = \frac{6 \,.\, 6{,}5^2}{2 \,.\, 1} = 126{,}7 \text{ тоннъ.}$$

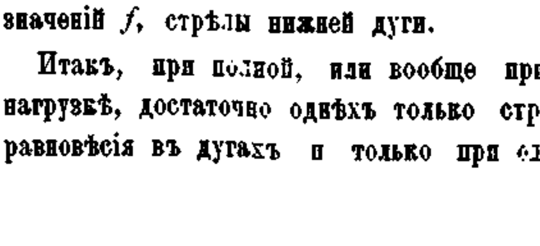
То же самое было найдено выше помощью метода моментовъ.

Полагая, что $\frac{1}{n} = 0$, получимъ $p = 0$ и $P = k$, т. е. если нижняя дуга обратится въ прямую, то нагрузка, расположенная на верхнихъ узлахъ, не произведетъ никакихъ напряженій въ вертикаляхъ.

Если бы $\frac{1}{n}$ была величина отрицательная, то и p была бы отрицательной величиной, т. е. если нижняя дуга обращена выпуклостью внизъ, то вертикальныя полосы получаютъ, вслѣдствіе дѣйствія нагрузки, расположенной на верхнихъ узлахъ, отрицательныя напряженія (или напряженія при сжатіи). Напр. если $\frac{1}{n} = -1$, то

$$p = -\frac{k}{2} \text{ и } P = +\frac{k}{2},$$

Черт. 137.



т. е. половина нагрузки, наложенной на верхніе узлы, передается на нижнюю дугу (черт. 137). Вообще, найденныя выше теоремы имѣютъ мѣсто какъ для положительныхъ, такъ и для отрицательныхъ значеній f, стрѣлы нижней дуги.

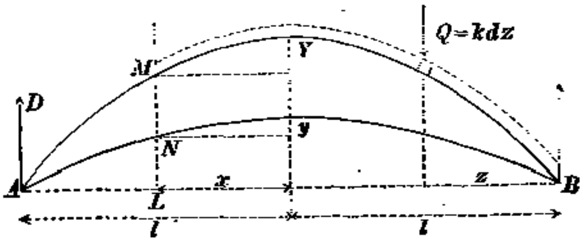
Итакъ, при полной, или вообще при всякой равномѣрной нагрузкѣ, достаточно однѣхъ только струнъ для поддержанія равновѣсія въ дугахъ и только при односторонней нагрузкѣ появляются поперечныя усилія, которыя и встрѣчаютъ сопротивленія со стороны раскосовъ *).

---

*) Читатели, знакомые съ дифференціальнымъ исчисленіемъ, поймутъ безъ затрудненій законъ распредѣленія напряженій въ діагоналяхъ подобной серповидной фермы. Выводомъ этого закона мы теперь и займемся.

Діагонали вмѣстѣ съ вертикалями образуютъ систему, приводящую обѣ цѣпи въ жесткую связь. Подобное сооруженіе сопротивляется дѣйствію внѣшнихъ силъ совершенно такъ же, какъ и брусъ, лежащій на двухъ опорахъ. Поэтому, если въ какой-либо точкѣ такой фермы, напр. на разстояніи Z отъ правой опоры B, приложена сила Q (черт. 138), то онъ вызоветъ въ опорѣ A сопротивленіе

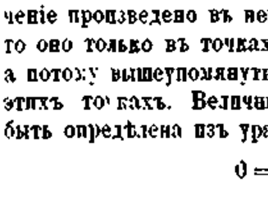
Черт. 138.



$$D = Q \cdot \frac{z}{2l}.$$

Если теперь разсѣчь ферму на двѣ части сѣченіемъ, проведеннымъ слѣва отъ Q, то для поддержанія равновѣсія въ каждой изъ нихъ (черт. 139) слѣдуетъ въ мѣстахъ сѣченій приложить силы. Для того, чтобы алгебрическая сумма вертикальныхъ составляющихъ всѣхъ силъ была равна нулю, въ этомъ мѣстѣ должна быть приложена сила V, равная по величинѣ D и прямо противоположная ей, т. е.

Черт. 139.



$$V = Q \cdot \frac{z}{2l}.$$

Но одна сила V произвела бы вращеніе около точки A и для того, чтобы предупредить это, необходимо, кромѣ силы V, приложить еще и горизонтальныя силы, которыя бы, имѣя взаимно противоположныя направленія, обращались бы въ суммѣ въ нуль. Если сѣченіе произведено въ непосредственной смежности съ какой-либо стойкой, то оно только въ точкахъ M и N встрѣтитъ полосы, составляющія ферму а потому вышеупомянутыя горизонтальныя усилія слѣдуетъ приложить въ этихъ точкахъ. Величина каждой изъ горизонтальныхъ силъ $\mathfrak{H}$ можетъ быть опредѣлена изъ уравненія статическихъ моментовъ:

$$0 = V(l - x) - \mathfrak{H} \cdot \overline{ML} + \mathfrak{H} \cdot \overline{NL},$$

или, обозначая, какъ и прежде, стрѣлы обѣихъ цѣпей чрезъ F и f, получимъ уравненія ихъ:

$$\frac{Y}{F}=\frac{x^2}{l^2}=\frac{y}{f},$$

откуда:

$$ML=F-Y=F\left(1-\frac{x^2}{l^2}\right)$$

$$NL=f-y=f\left(1-\frac{x^2}{l^2}\right).$$

Подставляя эти величины, а равно и V въ уравненіе моментовъ, получимъ:

$$0=Q\cdot\frac{z}{2l}\cdot(l-x)-\mathfrak{H}F\left(1-\frac{x^2}{l^2}\right)+\mathfrak{H}f\left(1-\frac{x^2}{l^2}\right),$$

откуда:

$$\mathfrak{H}=\frac{Q\,l\,z}{2(F-f)\,(l+x)},$$

Найденная такимъ образомъ величина $\mathfrak{H}$ есть горизонтальное напряженіе, возбуждаемое въ цѣпи силой Q, а первая производная ея по x:

$$\frac{d\mathfrak{H}}{dx}=-\frac{Q\,l\,z}{2(F-f)\,(l+x)^2}$$

представитъ приращеніе этого напряженія на единицу длины горизонталей при возрастаніи x. Абсолютная величина лѣвой части этого выраженія возрастаетъ съ увеличеніемъ числа нагрузокъ, расположенныхъ справа отъ M и достигаетъ своего наибольшаго значенія тогда, когда все пространство между M и B нагружено; обозначивъ это значеніе $\frac{d\mathfrak{H}}{dx}$ чрезъ $\frac{dH}{dx}$ (такъ какъ тогда $\mathfrak{H}$ обратится въ H), мы получимъ его, подставивъ kdz вмѣсто Q и проинтегрировавъ предъидущее уравненіе въ предѣлахъ $z=o$ и $z=l+x$ тогда получимъ:

$$\frac{dH}{dx}=-\frac{k\,l}{2(F-f)(l+x)^2}\cdot\int\limits_{z=0}^{z=l+x} z\,dz=-\frac{kl}{2(F-f)(l+x)^2}\cdot\frac{(l+x)^2}{2}$$

$$\frac{dH}{dx}=-\frac{kl}{4(F-f)^2}.$$

Если мы станемъ распространять нагрузку дальше, т. е. перейдя точку M налѣво, то отрицательное значеніе $\frac{d\mathfrak{H}}{dx}$ опять начнетъ приближаться къ нулю. Чтобы убѣдиться въ этомъ, достаточно, какъ и въ предъидущемъ случаѣ, разсмотрѣть, какое вліяніе произведетъ сосредоточенный грузъ, расположенный слѣва отъ точки M, на разстояніи z отъ опоры A. Такимъ образомъ мы найдемъ, что всякая нагрузка, расположенная слѣва, превратитъ $\frac{d\mathfrak{H}}{dx}$ въ величину положительную, которая достигнетъ своего наибольшаго значенія, когда всѣ точки слѣва отъ M будутъ нагружены. Изслѣдованіе это привело бы къ слѣдующимъ аналогичнымъ уравненіямъ:

$$0 = -Q\cdot\frac{z}{2l}\cdot(l+x) + \mathfrak{H}F\left(1-\frac{x^2}{l^2}\right) - \mathfrak{H}f\left(1-\frac{x^2}{l^2}\right);$$

$$\mathfrak{H} = \frac{Qlz}{2(F-f)(l-x)};\quad \frac{d\mathfrak{H}}{dx} = \frac{Qlz}{(F-f)(l-x)^2};$$

$$\frac{dH}{dx} = \frac{kl}{2(F-f)(l-x)^2}\cdot\int\limits_{z=0}^{z=l-x} z\,dz = \frac{kl}{2(F-f)(l-x)^2}\cdot\frac{(l-x)^2}{2}$$

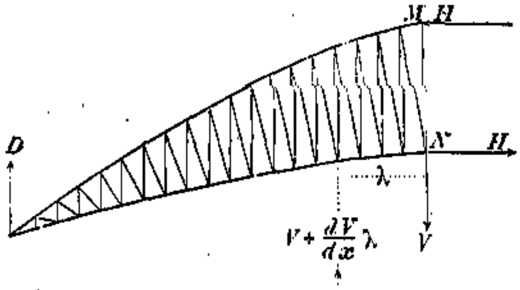
$$\frac{dH}{dx} = +\frac{kl}{4(F-f)}\,.$$

Итакъ, общему выраженію для $\frac{dH}{dx}$ можно дать слѣдующій видъ:

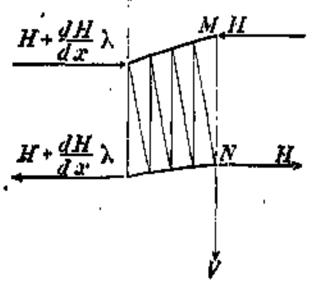
$$\frac{dH}{dx}\begin{cases}\text{maximum} = +\dfrac{kl}{4(F-f)}\\ \text{minimum} = -\dfrac{kl}{4(F-f)}.\end{cases}$$

Этимъ результатомъ можно воспользоваться для полученія напряженій въ діагоналяхъ.

Мы предполагали, что сѣченіе проведено въ непосредственной смежности съ вертикальной полосой; въ этомъ случаѣ точка пересѣченія діагонали съ сѣкущей совпадетъ съ точкой пересѣченія сѣкущей съ одной изъ



Черт. 140.



Черт. 141.

дугъ, напр. съ нижней (черт. 140). Нетрудно замѣтить, что три силы H, V, H слѣдующимъ образомъ распредѣлятся на три точки пересѣченія:

въ точкѣ M будетъ дѣйствовать, кромѣ силы H, еще такая часть вертикальной силы V, какая необходима, чтобы равнодѣйствующая ея и силы H совпадала съ направленіемъ дуги въ точкѣ M; въ точкѣ N, пересѣченія діагонали съ сѣкущей, будетъ дѣйствовать часть силы H, приложенной внизу, и такая часть вертикальной силы V, чтобы обѣ эти части силъ дали равнодѣйствующую, направленную по діагонали; въ точкѣ N, пересѣченія нижней дуги съ сѣкущей, будетъ дѣйствовать другая часть горизонтальной силы и такая часть вертикальной, чтобы обѣ эти части дали равнодѣйствующую, направленную по касательной къ нижней дугѣ въ точкѣ N.

Если бы мы перемѣстили сѣченіе влѣво на разстояніе dx, то вмѣсто силъ H и V слѣдовало бы приложить въ проведенномъ сѣченія силы

$$H + \frac{dH}{dx}\, dx \text{ и } V + \frac{dV}{dx}\, dx.$$

Если бы мы теперь провели оба сѣченія заразъ и изслѣдовали дѣйствіе силъ, приложенныхъ къ вырѣзанной части, то нашли бы, что избытокъ силы, дѣйствующей слѣва направо, т. е. $\frac{dH}{dx}\, dx$, стремится сдвинуть верхнюю часть дуги вправо, а нижнюю влѣво.

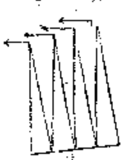
Если вмѣсто безконечно малой dx взять весьма малую ширину вырѣзанной полосы λ, то и для этого случая величина сдвигающаго усилія будетъ:

$$\frac{dH}{dx} \cdot \lambda$$

или, подставляя вмѣсто $\frac{dH}{dx}$ найденную выше величину:

$$\pm \frac{kl}{4\,(F-f)} \cdot \lambda$$

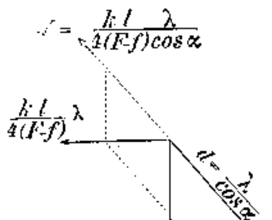
Черт. 142.



Смотря по тому, какъ нагружена ферма, сила эта дѣйствуетъ въ одну или въ другую сторону (черт. **141**). Эта сила распредѣляется на вершины всѣхъ треугольниковъ, образуемыхъ стойками съ діагоналями и производитъ въ этихъ послѣднихъ напряженія, опредѣлить которыя нетрудно, зная направленіе діагонали (черт. **142**).

Обозначая буквой λ горизонтальную ширину **одной** панели, найдемъ, что сила $\pm \frac{kl}{4(F-f)}$ распространяетъ свое дѣйствіе только на **одинъ** такой треугольникъ, а тогда можно предположить, что сила эта разлагается на двѣ составляющія, изъ которыхъ одна вызываетъ напряженіе въ діагонали, а другая въ стойкѣ (черт. **143**); для первой изъ нихъ мы получимъ:

Черт. 143.



$$V = \pm \frac{kl\lambda}{4\,(F-f)\,\cos.\,\alpha}$$

или, такъ какъ $\frac{\lambda}{\cos.\,\alpha} = d$, длинѣ діагонали,

$$V = \pm \frac{kl}{4\,(F-f)} \cdot d.$$

Итакъ, для полученія наибольшаго напряженія въ діагонали достаточно, измѣривъ ея длину, умножить ее на $\frac{kl}{4(F-f)}$; такъ напр. для фермы, вычисленной въ § 15:

$$\frac{kl}{4(F-f)} = \frac{7{,}5 \,.\, 6{,}5}{4(2{,}5-1)} = 8{,}125.$$

Измѣривъ длины всѣхъ діагоналей d_2, d_3,... d_{12} и умноживъ ихъ на это число, получимъ для нихъ напряженій слѣдующія числа:

$d_2 = 1{,}018$;	$Y_2 = 8{,}125 \,.\, 1{,}018 = 8{,}3$
$d_3 = 1{,}163$;	$Y_3 = 8{,}125 \,.\, 1{,}163 = 9{,}5$
$d_4 = 1{,}361$;	$Y_4 = 8{,}125 \,.\, 1{,}361 = 11{,}1$
$d_5 = 1{,}55$;	$Y_5 = 8{,}125 \,.\, 1{,}55 = 12{,}6$
$d_6 = 1{,}7$;	$Y_6 = 8{,}125 \,.\, 1{,}7 = 13{,}8$
$d_7 = 1{,}8$;	$Y_7 = 8{,}125 \,.\, 1{,}8 = 14{,}6$
$d_8 = 1{,}835$;	$Y_8 = 8{,}125 \,.\, 1{,}835 = 14{,}9$
$d_9 = 1{,}815$;	$Y_9 = 8{,}125 \,.\, 1{,}815 = 14{,}7$
$d_{10} = 1{,}735$;	$Y_{10} = 8{,}125 \,.\, 1{,}735 = 14{,}1$
$d_{11} = 1{,}605$;	$Y_{11} = 8{,}125 \,.\, 1{,}605 = 13{,}0$
$d_{12} = 1{,}426$;	$Y_{12} = 8{,}125 \,.\, 1{,}426 = 11{,}6$

Числа эти весьма мало отличаются отъ найденныхъ выше и выставленныхъ на чертежѣ **120**.

Найденный сейчасъ законъ напряженій въ діагоналяхъ сохраняетъ полную силу нетолько для серповидныхъ фермъ, но и для такихъ параболическихъ, въ которыхъ нижняя дуга обращена выпуклостью внизъ. Въ этомъ случаѣ вмѣсто $+f$ слѣдуетъ поставить $-f$, а тогда:

$$\frac{dH}{dx} = \pm \frac{kl}{4(F \mp f)}.$$

Точно также законъ этотъ остается безъ измѣненій и для тѣхъ двухъ *частныхъ случаевъ, когда верхняя или нижняя дуга обращается въ горизонтальную прямую.* Въ послѣднемъ случаѣ нужно въ послѣднемъ уравненіи предположить, что $f=o$, а въ первомъ, что $F=o$, такимъ образомъ мы получимъ:

$\frac{dH}{dx} = \frac{kl}{4F}$ для случая, когда горизонтальная прямая расположена внизу и

$\frac{dH}{dx} = \frac{kl}{4f}$ для случая, когда горизонтальная прямая расположена вверху.

Такъ напр. для параболической фермы, вычисленной въ § 6, мы получимъ:

$$\frac{dH}{dx} = \frac{kl}{4f} = \frac{2500 \,.\, 8}{4 \,.\, 2} = 2500.$$

Измѣривъ длины діагоналей и умноживъ ихъ на 2500, получимъ слѣдующія числа:

$d_2 = 2{,}5$;	$Y_2 = 2500 \,.\, 2{,}5 = 6250$
$d_3 = 2{,}741$;	$Y_3 = 2500 \,.\, 2{,}741 = 6850$
$d_4 = 2{,}828$;	$Y_4 = 2500 \,.\, 2{,}828 = 7070$
$d_5 = 2{,}741$;	$Y_5 = 2500 \,.\, 2{,}741 = 6850$
$d_6 = 2{,}5$;	$Y_6 = 2500 \,.\, 2{,}5 = 6250$
$d_7 = 2{,}183$;	$Y_7 = 2500 \,.\, 2{,}183 = 5460$

Числа эти тоже почти тожественны съ числами, выставленными на чертежѣ 27.

Что касается вертикальныхъ полосъ, то хотя для нихъ тоже можно было бы вывести подобный законъ напряженій, но онъ вышелъ бы слишкомъ сложнымъ и не могъ бы имѣть такого практическаго значенія, такъ какъ эти части фермъ играютъ двоякую роль: онѣ представляютъ собой, во-первыхъ, части, увеличивающія жесткость фермы, а во-вторыхъ, онѣ служатъ стойками или струнами, передающими нагрузки съ одной дуги на другую. Кромѣ того, результаты, которые мы получили бы при помощи этого закона, уже не вполнѣ согласовались бы съ тѣми, которые найдены мною при помощи метода моментовъ. Дѣйствительно, подобные законы основаны на предположеніяхъ, не вполнѣ согласныхъ съ дѣйствительностью, что нагрузка непрерывна и что движеніе ея тоже непрерывно; въ теоріи же статическихъ моментовъ предполагается, что нагрузка надвигается скачками. Это обстоятельство заставляетъ во всякомъ случаѣ предпочитать при расчетѣ вертикальныхъ полосъ способъ статическихъ моментовъ.

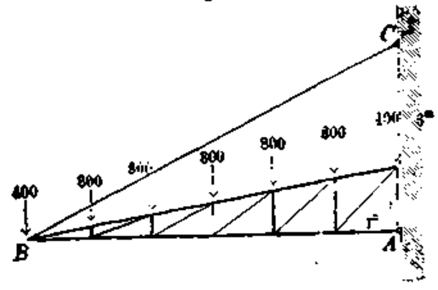
Глава пятая.

§ 19.

Навѣсныя стропила съ подвѣсной струной, выступающія на 6 метровъ.

Полная нагрузка, считая тутъ же и давленія отъ вѣтра и снѣга, принята равной 200 кил. на квадратный метръ площади плана. Разстояніе между фермами равно 4 метрамъ: поэтому нагрузка на каждую ферму равна

Черт. 144.



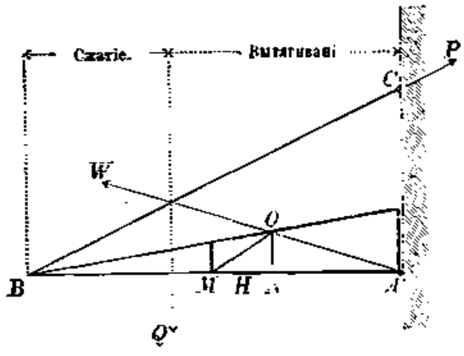
$$6 \,.\, 4 \,.\, 200 = 4800 \text{ кил.}$$

На каждую изъ 6-ти панелей приходится такимъ образомъ 800 кил.; на первый и на послѣдній узелъ приходится по 400 кил., а на пять промежуточныхъ — по 800 кил. (черт. 144). Такъ какъ вѣсъ отдѣльныхъ частей фермы малъ сравнительно съ общей нагрузкой, то его можно ввести въ расчетъ какъ временную нагрузку.

Расчетъ напряженій H въ горизонтальныхъ полосахъ.

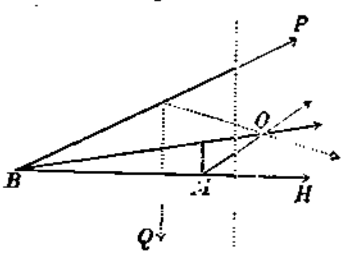
Изъ чертежа 145 видно какимъ образомъ дѣйствіе сосредоточеннаго груза Q уничтожается сопротивленіями W и P двухъ неподвижныхъ точекъ C и A. Для опредѣленія напряженія H въ горизонтальной полосѣ MN слѣдуетъ составить уравненіе моментовъ для части (черт. 146), предполагая вращеніе около точки O.

Черт. 145.



Поэтому, если равнодѣйствующая силъ Q и P, какъ въ данномъ случаѣ, проходитъ черезъ центръ вращенія, то $H = 0$. Всѣ нагрузки, расположенныя слѣва отъ силы Q, возбудятъ въ полосѣ MN отрицательныя, а всѣ нагрузки, расположенныя справа отъ силы Q, возбудятъ въ MN положительныя напряженія.

Черт. 146.

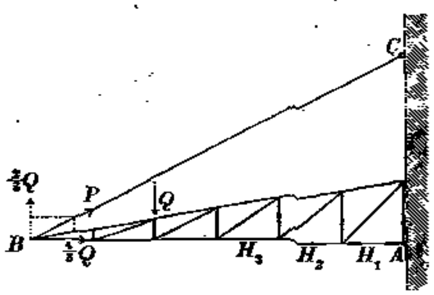


Итакъ, для полученія значеній H (min.) слѣдуетъ предположить, что нагружена только та часть фермы, которая обозначена на чертежѣ надписью „сжатіе", а для полученія значеній H (max.) — только та, которая обозначена надписью „вытягиваніе".

Можно оба эти вычисленія слить въ одно; для этого нужно предположить, что всѣ узлы нагружены, составить затѣмъ одно уравненіе для H и, выразивъ въ немъ вліяніе каждой нагрузки при помощи отдѣльнаго члена, отбросить разъ положительные и разъ отрицательные члены; такимъ образомъ мы тоже получимъ искомыя величины.

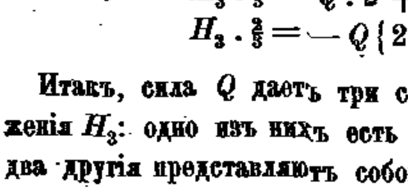
Если бы единственную нагрузку фермы составлялъ грузъ Q, приложенный на разстояніи 4 метровъ отъ стѣны, то струна BC испытывала бы продольное напряженіе, вертикальная составляющая котораго равнялась бы $\frac{2}{3}$ Q (черт. 147); дѣйствительно, если бы мы составили уравненіе моментовъ относительно вращенія около центра A, то нашли бы, что вертикальная составляющая силы P дѣйствуетъ совершенно такъ же, какъ дѣйствовало бы въ B сопротивленіе опоры, если бы AB былъ брусъ, свободно лежащій на двухъ опорахъ A и B.

Черт. 147.



Такъ какъ длины AB и AC относятся какъ 6 къ 3, то горизонтальная составляющая силы P всегда вдвое больше ея вертикальной составляющей, т. е. въ данномъ случаѣ она равна $\frac{4}{3}$ Q; поэтому для опредѣленія H_3 мы получимъ слѣдующее уравненіе (черт. 148):

Черт. 148.



$$0 = -H_3 \cdot \tfrac{2}{3} - Q \cdot 2 + \tfrac{2}{3} Q \cdot 4 - \tfrac{4}{3} Q \cdot \tfrac{2}{3}, \text{ или:}$$
$$H_3 \cdot \tfrac{2}{3} = -Q \left\{ 2 - \tfrac{2}{3} \cdot 4 - \tfrac{4}{3} \cdot \tfrac{2}{3} \right\}$$

Итакъ, сила Q даетъ три слагаемыя для образованія напряженія H_3: одно изъ нихъ есть непосредственное дѣйствіе Q, а два другія представляютъ собой косвенныя дѣйствія силъ, составляющихъ P. Если бы сила Q была приложена къ точкѣ, находящейся справа отъ сѣченія, то она дала бы только два послѣднія слагаемыя напряженія H_3, зависящія отъ составляющихъ силы P. Такъ напр. для силы Q, приложенной на разстоянiи двухъ метровъ отъ стѣны, мы получили бы уравненiе:

$$Q = -H_3 \cdot \tfrac{2}{3} + \frac{Q}{3} \cdot 4 - \tfrac{2}{3} Q \cdot \tfrac{2}{3}, \text{ или}$$

$$H_3 \cdot \tfrac{2}{3} = Q \left\{ \tfrac{1}{3} \cdot 4 - \tfrac{2}{3} \cdot \tfrac{2}{3} \right\},$$

На основанiи сказаннаго уравненiе, опредѣляющее H_3 въ зависимости отъ полной нагрузки, приметъ слѣдующiй видъ:

$$\begin{aligned} H_3 \cdot \tfrac{2}{3} = {} & 800 \left(\tfrac{1}{6} \cdot 4 - \tfrac{1}{3} \cdot \tfrac{2}{3}\right) + 800 \left(\tfrac{1}{3} \cdot 4 - \tfrac{2}{3} \cdot \tfrac{2}{3}\right) \\ & + 800 \left(\tfrac{1}{2} \cdot 4 - 1 \cdot \tfrac{2}{3} - 1\right) \\ & - 800 \left(2 - \tfrac{2}{3} \cdot 4 + \tfrac{4}{3} \cdot \tfrac{2}{3}\right) - 800 \left(3 - \tfrac{5}{6} \cdot 4 + \tfrac{5}{3} \cdot \tfrac{2}{3}\right) \\ & - 400 \left(4 - 1 \cdot 4 + 2 \cdot \tfrac{2}{3}\right). \end{aligned}$$

Отбросивъ въ правой части этого уравненiя отрицательные члены, получимъ:

$$H_3 \text{ (max.)} = +2000 \text{ кил.}$$

а отбросивъ въ немъ положительные члены:

$$H_3 \text{ (min.)} = -2000 \text{ кил.}$$

Подобнымъ же образомъ мы найдемъ для остальныхъ горизонтальныхъ полосъ слѣдующiя уравненiя:

$$\begin{aligned} H_1 \cdot 1 = {} & -800 \left(1 - \tfrac{1}{6} \cdot 6 + \tfrac{1}{3} \cdot 1\right) - 800 \left(2 - \tfrac{1}{3} \cdot 6 + \tfrac{2}{3} \cdot 1\right) \\ & - 800 \left(3 - \tfrac{1}{2} \cdot 6 + 1 \cdot 1\right) - 800 \left(4 - \tfrac{2}{3} \cdot 6 + \tfrac{4}{3} \cdot 1\right) \\ & - 800 \left(5 - \tfrac{5}{6} \cdot 6 + \tfrac{5}{3} \cdot 1\right) - 400 \left(6 - 1 \cdot 6 + 2 \cdot 1\right) \end{aligned}$$

$$H_1 \text{ (max.)} = 0; \quad H_1 \text{ (min.)} = -4800 \text{ кил.}$$

$$\begin{aligned} H_2 \cdot \tfrac{5}{6} = {} & 800 \left(\tfrac{1}{6} \cdot 5 - \tfrac{1}{3} \cdot \tfrac{5}{6}\right) + 800 \left(\tfrac{1}{3} \cdot 5 - \tfrac{2}{3} \cdot 5 - 1\right) \\ & - 800 \left(2 - \tfrac{1}{2} \cdot 5 + 1 \cdot \tfrac{5}{6}\right) - 800 \left(3 - \tfrac{2}{3} \cdot 5 + \tfrac{4}{3} \cdot \tfrac{5}{6}\right) \\ & - 800 \left(4 - \tfrac{5}{6} \cdot 5 + \tfrac{5}{3} \cdot \tfrac{5}{6}\right) - 400 \left(5 - 1 \cdot 5 + 2 \cdot \tfrac{5}{6}\right) \end{aligned}$$

$$H_2 \text{ (max.)} = +640 \text{ кил.}; \quad H_1 \text{ (min.)} = -3040 \text{ кил.}$$

$$\begin{aligned} H_4 \cdot \tfrac{1}{2} = {} & 800 \left(\tfrac{1}{6} \cdot 3 - \tfrac{1}{3} \cdot \tfrac{1}{2}\right) + 800 \left(\tfrac{1}{3} \cdot 3 - \tfrac{2}{3} \cdot \tfrac{1}{2}\right) \\ & + 800 \left(\tfrac{1}{2} \cdot 3 - 1 \cdot \tfrac{1}{2}\right) + 800 \left(\tfrac{2}{3} \cdot 3 - \tfrac{4}{3} \cdot \tfrac{1}{2} - 1\right) \\ & - 800 \left(2 - \tfrac{5}{6} \cdot 3 + \tfrac{5}{3} \cdot \tfrac{1}{2}\right) - 400 \left(3 - 1 \cdot 3 + 2 \cdot \tfrac{1}{2}\right) \end{aligned}$$

$$H_4 \text{ (max.)} = +3733 \text{ кил.}; \quad H_4 \text{ (min.)} = -1333 \text{ кил.}$$

$$\begin{aligned} H_5 \cdot \tfrac{1}{3} = {} & 800 \left(\tfrac{1}{6} \cdot 2 - \tfrac{1}{3} \cdot \tfrac{1}{3}\right) + 800 \left(\tfrac{1}{3} \cdot 2 - \tfrac{2}{3} \cdot \tfrac{1}{3}\right) + 800 \left(\tfrac{1}{2} \cdot 2 - 1 \cdot \tfrac{1}{3}\right) \\ & + 800 \left(\tfrac{2}{3} \cdot 2 - \tfrac{4}{3} \cdot \tfrac{1}{3}\right) + 800 \left(\tfrac{5}{6} \cdot 2 - \tfrac{5}{3} \cdot \tfrac{1}{3} - 1\right) \\ & - 400 \left(2 - 1 \cdot 2 + 2 \tfrac{1}{3}\right) \end{aligned}$$

$$H_5 \text{ (max.)} = +5600 \text{ кил.}; \quad H_5 \text{ (min.)} = -800 \text{ кил.}$$

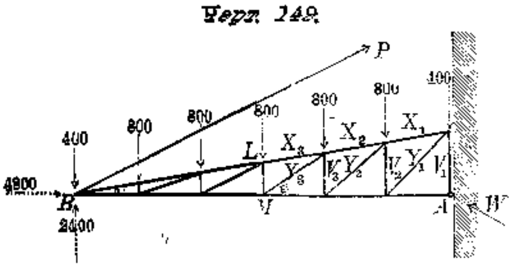
$$H_6 \,.\, \tfrac{1}{6} = 800\,(\tfrac{1}{6}\,.\,1 - \tfrac{1}{3}\,.\,\tfrac{1}{6}) + 800\,(\tfrac{1}{3}\,.\,1 - \tfrac{2}{3}\,.\,\tfrac{1}{6})$$
$$+ 800\,(\tfrac{1}{2}\,.\,1 - 1\,.\,\tfrac{1}{6}) + 800\,(\tfrac{2}{3}\,.\,1 - \tfrac{4}{3}\,.\,\tfrac{1}{6}) + 800\,(\tfrac{5}{6}\,.\,1 - \tfrac{5}{3}\,.\,\tfrac{1}{6})$$
$$- 400\,(1 - 1\,.\,1 + 2\,.\,\tfrac{1}{6})$$
$$H_6\,(\text{max.}) = +\,800 \text{ кил.}; \quad H_6\,(\text{min.}) = -\,800 \text{ кил.}$$

Для остальныхъ полосъ центры вращеній будутъ расположены на горизонтальной прямой AB, а потому въ этомъ случаѣ исключается всякая возможность, чтобы равнодѣйствующая изъ силы Q и производимаго ею натяженія въ струнѣ BC, проходящая черезъ опору A, проходила разъ **справа** и разъ **слѣва** отъ центра вращенія. Отсюда видно, что во всѣхъ остальныхъ полосахъ наибольшія сжатія или вытягиванія будутъ соотвѣтствовать полной нагрузкѣ фермы.

Полная нагрузка фермы равна 4800 кил., центръ тяжести ея находится на вертикальной прямой, проходящей черезъ средину AB, а потому при полной нагрузкѣ вертикальная составляющая силы P будетъ равна $\frac{1}{2}\,.\,4800 = 2400$ кил. Горизонтальная составляющая P вдвое больше, т. е. равна 4800 кил. Равнодѣйствующая этихъ двухъ силъ будетъ:

$$P = \sqrt{2400^2 + 4800^2} = 5367 \text{ кил.}$$

Черт. 149.



и представляетъ собой наибольшее проявляющееся въ BC вытягиваніе.

Изъ чертежей **149** и **150** видно, что плечо момента напряженія X_3, относительно центра вращенія въ точкѣ M, будетъ:

$$\overline{LM}\,\cos.\,\alpha = \tfrac{1}{2}\,.\,\frac{6}{\sqrt{6^2 + 1^2}} = 0{,}4932 \text{ метра.}$$

Итакъ, для опредѣленія X_3 мы получимъ уравненіе:

$$0 = X_3\,.\,0{,}4932 + 2400\,.\,3 - 800\,(0 + 1 + 2 + \tfrac{3}{2})$$

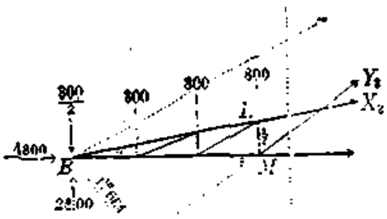
или

$$X_3 = -\,7299 \text{ кил.}$$

Точно такъ же для остальныхъ напряженій X мы получимъ уравненія:

$$0 = X_1 \,.\, 0{,}822 + 2400 \,.\, 5 - 800\,\{1 + 2 + 3 + 4 + \tfrac{5}{2}\}$$
$$X_1 = -2433 \text{ кил.}$$
$$0 = X_2 \,.\, 0{,}6576 + 2400 \,.\, 4 - 800\,\{1 + 2 + 3 + \tfrac{4}{2}\}$$
$$X_2 = -4866 \text{ кил.}$$
$$0 = X_4 \,.\, 0{,}3288 + 2400 - 800\,\{1 + \tfrac{2}{2}\}$$
$$X_4 = -9732 \text{ кил.}$$
$$0 = X_5 \,.\, 0{,}1644 + 2400 \,.\, 1 - 400 \,.\, 1$$
$$X_5 = -12166 \text{ кил.}$$
$$0 = X_6 \,.\, 0{,}1644 + 2400 \,.\, 1 - 400 \,.\, 1$$
$$X_6 = -12166 \text{ кил.}$$

Черт. 150.



Для опредѣленія напряженій въ діагоналяхъ слѣдуетъ принимать центръ вращенія въ B. Плечо момента силы Y_3 относительно центра B (черт. **150**) равно

$$\overline{BM} \,.\, \sin \varepsilon = 3 \,.\, \frac{\frac{2}{3}}{\sqrt{1^2 + (\frac{2}{3})^2}} = 1{,}664 \text{ метра.}$$

Такимъ образомъ, для опредѣленія Y_3 получимъ уравненіе:

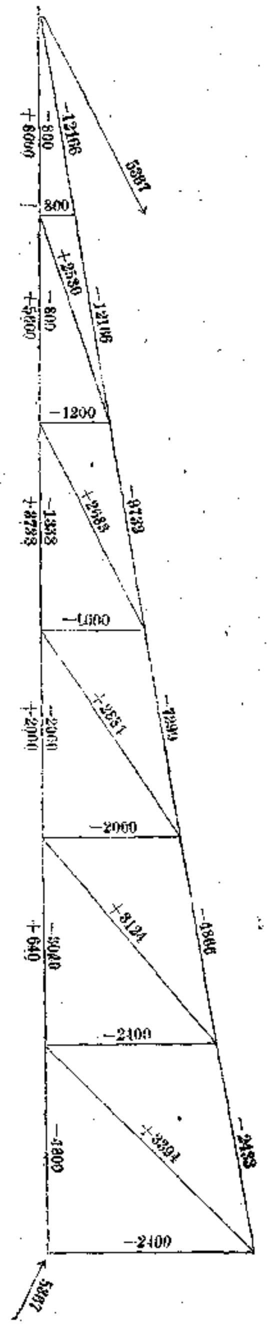
$$0 = -Y_3 \,.\, 1{,}664 + 800\,(1 + 2 + 3), \quad Y_3 = +2884 \text{ кил.}$$

Такимъ же точно образомъ мы получимъ для остальныхъ напряженій Y слѣдующія уравненія:

$$0 = -Y_1 \,.\, 3{,}536 + 800\,(1 + 2 + 3 + 4 + 5),$$
$$Y_1 = +3394 \text{ кил.}$$
$$0 = -Y_2 \,.\, 2{,}561 + 800\,(1 + 2 + 3 + 4),$$
$$Y_2 = +3124 \text{ кил.}$$
$$0 = -Y_4 \,.\, 0{,}89 + 800\,(1 + 2),$$
$$Y_4 = +2683 \text{ кил.}$$
$$0 = -Y_5 \,.\, 0{,}316 + 800 \,.\, 1,$$
$$Y_5 = +2530 \text{ кил.}$$

Для опредѣленія напряженій въ вертикальныхъ полосахъ

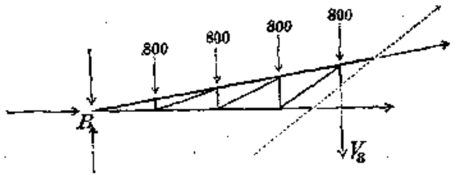
Черт. 152.



центры вращеній тоже должны совпадать съ точкой B. Для опредѣленія V_3 мы получимъ уравненіе (черт. 151).

$$0 = -V_3 \cdot 4 + 800\,(4+3+2+1),$$
$$V_3 = -2000 \text{ кил.}$$

Черт. 151.



Подобнымъ же образомъ для остальныхъ полосъ мы получимъ слѣдующія уравненія:

$$0 = V_1 \cdot 6 + 800\,(\tfrac{6}{2}+5+4+3+2+1),$$
$$V_1 = -2400 \text{ кил.}$$
$$0 = V_2 \cdot 5 + 800\,(5+4+3+2+1),$$
$$V_2 = -2400 \text{ кил.}$$
$$0 = V_4 \cdot 3 + 800\,(3+2+1),$$
$$V_4 = -1600 \text{ кил.}$$
$$0 = V_5 \cdot 2 + 800\,(2+1),$$
$$V_5 = -1200 \text{ кил.}$$
$$0 = V_6 \cdot 1 + 800 \cdot 1,$$
$$V_6 = -800 \text{ кил.}$$

Сопротивленіе W опоры A есть равнодѣйствующая силъ H_1 и V_1 и опредѣлится такъ:

$$W = \sqrt{H_1^2 + V_1^2} = \sqrt{4800^2 + 2400^2}$$
$$= 5367 \text{ кил.}$$

т. е. $W = P$.

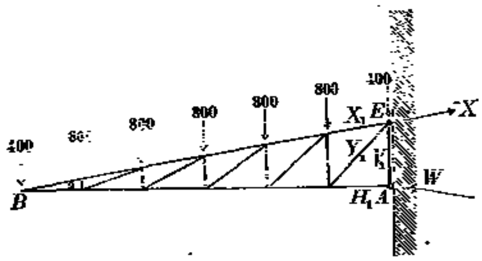
Найденные результаты выставлены на чертежѣ 152.

§ 20.

Навѣсныя стропила безъ подвѣсной струны.

На чертежѣ 153 представлена ферма, имѣющая тѣ же размѣры и подверженная той же нагрузкѣ, что и ферма черт. 144.

Черт. 153.



Вмѣсто точки B чертежа 144-го, въ которой былъ прикрѣпленъ конецъ струны BC, здѣсь второй опорной точкой служитъ точка E; закрѣпленная въ ней струна составляетъ продолженіе полосъ BE и вся задѣлана въ стѣну такъ, что снаружи ея невидно.

Плечо момента напряженія X этой полосы, относительно вращенія около центра A, будетъ:

$$\overline{AE}\cos.\alpha = 1 \cdot \frac{6}{\sqrt{6^2+1^2}} = 0,9864,$$

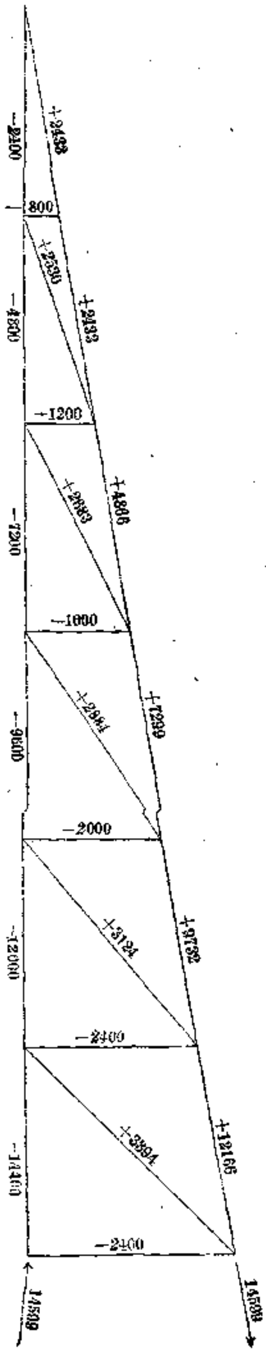
а уравненіе моментовъ, служащее для опредѣленія напряженія X, приметъ видъ:

$$0 = X \cdot 0,9864 - 800\,\{1+2+3+4+5+\tfrac{6}{2}\}, \text{ или}$$
$$X = +14599 \text{ кил.}$$

Для опредѣленія остальныхъ напряженій $X_1 \ldots X_6$ могутъ послужить соотвѣтственныя уравненія предъидущаго параграфа; для чего достаточно положить, что въ нихъ сила P и обѣ ея составляющія равны нулю. Такимъ образомъ мы получимъ уравненія:

$$0 = X_1 \cdot 0,822 - 800\,(1+2+3+4+\tfrac{5}{2}),\ X_1 = +12166 \text{ кил.}$$
$$0 = X_2 \cdot 0,6576 - 800\,(1+2+3+\tfrac{4}{2}),\ X_2 = +9732 \text{ кил.}$$
$$0 = X_3 \cdot 0,4932 - 800\,(1+2+\tfrac{3}{2}),\ X_3 = +7299 \text{ кил.}$$
$$0 = X_4 \cdot 0,3288 - 800\,(1+\tfrac{2}{2}),\ X_4 = +4866 \text{ кил.}$$
$$0 = X_5 \cdot 0,1644 - 400 \cdot 1,\ X_5 = +2433 \text{ кил.}$$
$$0 = X_6 \cdot 0,1644 - 400 \cdot 1,\ X_6 = +2433 \text{ кил.}$$

Черт. 154.



Относительно напряженій $H_1 \ldots H_6$ можно сказать то же самое; для полученія ихъ изъ уравненій предъидущаго параграфа достаточно предположить, что силы, составляющія P, равны нулю. Такимъ образомъ мы получимъ слѣдующія уравненія:

$$0 = -H_1 . 1 - 800\,(1+2+3+4+5+\tfrac{6}{2}),$$
$$H_1 = -14400 \text{ кил.}$$
$$0 = -H_2 . \tfrac{5}{6} - 800\,(1+2+3+4+\tfrac{5}{2}),$$
$$H_2 = -12000 \text{ кил.}$$
$$0 = -H_3 . \tfrac{2}{3} - 800\,(1+2+3+\tfrac{4}{2}),$$
$$H_3 = -9600 \text{ кил.}$$
$$0 = -H_4 . \tfrac{1}{2} - 800\,(1+2+\tfrac{3}{2}).$$
$$H_4 = -7200 \text{ кил.}$$
$$0 = -H_5 . \tfrac{1}{3} - 800\,(1+\tfrac{2}{2}),$$
$$H_5 = -4800 \text{ кил.}$$
$$0 = -H_6 : \tfrac{1}{6} - 800 . 1,$$
$$H_6 = -2400 \text{ кил.}$$

Для полученія уравненій моментовъ, служащихъ для опредѣленія напряженій $V_1 \ldots V_6$ и $Y_1 \ldots Y_6$, слѣдуетъ, какъ и въ предъидущемъ примѣрѣ, принять центръ вращенія въ точкѣ B; но тамъ эта точка въ то же время была точкой приложенія силы P, а потому моментъ этой силы не имѣлъ вліянія на напряженія вертикальныхъ и діагональныхъ полосъ; какъ непосредственное слѣдствіе изъ этого вытекаетъ, что величины, выведенныя въ предъидущемъ параграфѣ для діагоналей и вертикалей, остаются справедливыми и для нашего случая. Сопротивленіе опоры W есть равнодѣйствующая V_1 и H_1, а поэтому она выразится такъ:

$$W = \sqrt{V_1^2 + H_1^2} = \sqrt{2400^2 + 14400^2} = 14599 \text{ кил.},$$

т. е. $W = X$.

Выведенныя численныя значенія напряженій выставлены на черт. **154**.

Глава шестая.

§ 21.

Шпренгверковый мостъ отверстіемъ въ 24 метра.

Временная нагрузка на погонный метръ одного пути принята равной 400 кил., а потому на каждую ферму приходится половина этого числа. Длина панели равна 3 метрамъ, а потому на каждую узловую точку придется 6000 кил. или 6 тоннъ (считая въ тоннѣ 1000 кил.). Постоянная нагрузка на погонный метръ рельсоваго пути равна 1400 кил., а на погонный метръ каждой фермы 700 кил., что составитъ нагрузку въ 2100 кил. или, круглымъ числомъ, 2 тонны на каждую узловую точку.

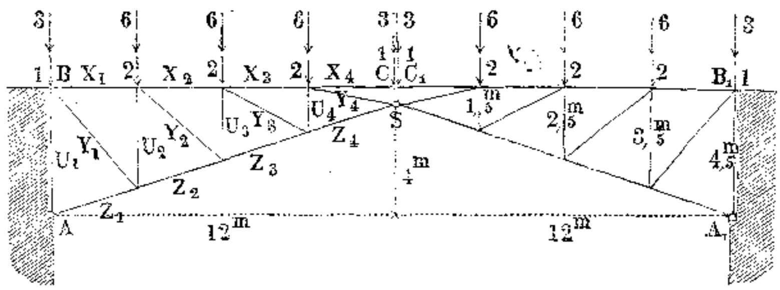
Для полученія наибольшихъ напряженій въ полосахъ, составляющихъ ферму, слѣдуетъ предварительно опредѣлить какое дѣйствіе произведетъ на всю ферму одинъ сосредоточенный грузъ, если предположить, что она сама по себѣ не имѣетъ никакого вѣса.

Разсматриваемый мостъ представляется намъ состоящимъ изъ двухъ половинъ, имѣющихъ только одну общую точку соприкасанія S (черт. **155**), въ которой онѣ и связаны шарниромъ *).

*) Собственно говоря, сооруженіе было бы раціональнѣе, если бы линія полотна проходила черезъ вершину S: но въ нѣкоторыхъ случаяхъ (напр.

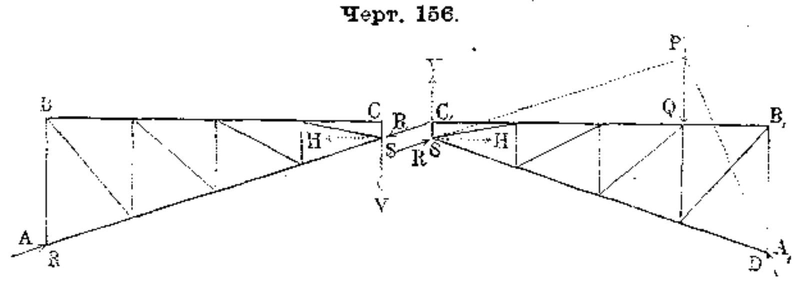
Грузъ Q, расположенный въ произвольной узловой точкѣ правой половины фермы, вызываетъ со стороны лѣвой поло-

Черт. 155.



вины давленіе R въ вершинѣ S. Относительно лѣвой половины давленіе это должно быть направлено по SA, т. е. оно должно проходить черезъ точку A, такъ какъ, въ противномъ случаѣ, ферма повернулась бы около A. Въ точкѣ A возникаетъ сопротивленіе, которое должно быть необходимо направлено по AS, такъ какъ, въ противномъ случаѣ, ферма повернулась бы около S. Въ вершинѣ S давленіе со стороны опоры производитъ на правую половину фермы дѣйствіе по направленію отъ

Черт. 156.



A къ S, такъ какъ давленіе и сопротивленіе всегда равны и противоположны. Если теперь принять центръ моментовъ

въ деревянныхъ мостахъ) выполненіе этого условія сопряжено съ значительными трудностями, а потому мы, для большей общности вывода, приняли вышепоказанную систему; для полученія же изъ нея системы, на которую мы обратили сейчасъ вниманіе, достаточно будетъ предположить, что измѣреніе $SC = 0$ (вмѣсто $SC = 0,5$).

силъ, дѣйствующихъ на правую половину фермы въ точкѣ пересѣченія силъ Q и R, то для равновѣсія этой части необходимо, чтобы сопротивленіе D опоры A проходило черезъ точку P, такъ какъ, въ противномъ случаѣ, ферма повернулась бы около P. Такъ какъ силы R, Q и D, дѣйствуя на правую часть фермы, удерживаютъ ее въ равновѣсіи, то сила D по величинѣ равна, а по направленію прямопротивоположна равнодѣйствующей изъ силъ R и Q.

Итакъ, чтобы получить направленія сопротивленій опоръ, возникающихъ вслѣдствіе дѣйствія на одну изъ половинъ фермы даннаго сосредоточеннаго груза, слѣдуетъ провести сперва прямую черезъ точку опоры второй половины фермы и черезъ вершину ея до пересѣченія съ вертикальнымъ направленіемъ разсматриваемой нагрузки и затѣмъ соединить полученную такимъ образомъ точку пересѣченія съ точкой опоры разсматриваемой половины фермы. Давленіе вершины на ненагруженную половину фермы направлено всегда въ точку опоры.

Для полученія давленія въ вершинѣ слѣдуетъ предположить, что оно разложено на вертикальную и на горизонтальную составляющія и составить уравненіе моментовъ относительно вращеній каждой половины фермы около ея точки опоры. Такъ напр., силы V и H, составляющія давленіе въ ключѣ, происходящее отъ дѣйствія нагрузки Q, опредѣлятся изъ уравненій:

$$0 = V \, . \, 12 + H \, . \, 4 - Q_3 \, . \, 3$$
$$0 = V \, . \, 12 - H \, . \, 4,$$

откуда:

$$V = \frac{8}{Q} \text{ и } H = \tfrac{3}{8} Q.$$

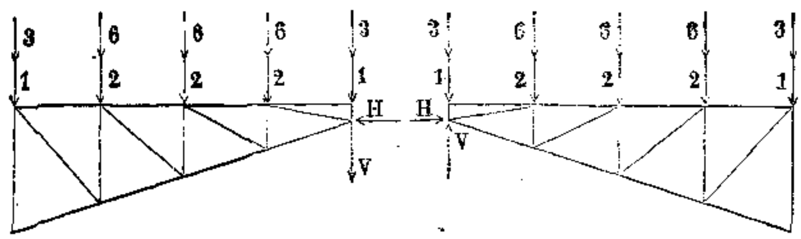
Мы опредѣлили сейчасъ дѣйствіе сосредоточеннаго груза на **все** сооруженіе, остается опредѣлить дѣйствіе его въ отдѣльности **на каждую полосу**, входящую въ составъ фермы. Для этого слѣдуетъ провести сѣченіе, встрѣчающее, кромѣ разсматриваемой полосы, не болѣе двухъ другихъ, и составить для отрѣзка фермы, заключающагося между проведеннымъ сѣченіемъ и шарнирнымъ соединеніемъ, уравненіе статическихъ моментовъ. Центръ вращенія, какъ и въ прежнихъ случаяхъ, долженъ совпадать съ точкой пересѣченія двухъ разрѣзанныхъ полосъ (въ число которыхъ не входитъ разсматриваемая). Зная направленіе вращенія силы, вызванной въ данной полосѣ произвольной нагрузкой, можно будетъ опредѣлить характеръ этой силы, т. е. опредѣлить, будетъ ли это сжатіе или вытягиваніе; кромѣ того, мы можемъ различить тѣ узловыя точки, дѣйствуя въ которыхъ, сосредоточенные грузы вызовутъ въ полосѣ вытягиванія. Для полученія maximum'овъ напряженій придется отбросить нагрузки въ первой категоріи точекъ, а для полученія minimum'овъ—нагрузки во второй категоріи.

Расчетъ напряженій X въ горизонтальныхъ полосахъ.

Составляя всѣ послѣдующія уравненія для опредѣленія напряженій въ горизонтальныхъ полосахъ фермы, мы будемъ предполагать, что центры вращеній совпадаютъ съ подошвами діагоналей. Каждая нагрузка, расположенная на лѣвой половинѣ фермы, возбудитъ со стороны правой давленіе, направленное отъ A_1 къ S. Какъ самое это давленіе, такъ и равнодѣйствующая его и нагрузки, отъ которой оно происходитъ, стремятся повернуть ферму около выбраннаго нами центра вращенія по направленію **справа налѣво**. Съ другой стороны, сила X стремится повернуть ферму около центра вращенія по тому же направленію, а отсюда, очевидно, слѣдуетъ, что каждая нагрузка, расположенная на лѣвой половинѣ фермы, способна возбудить въ горизонтальной полосѣ только сжатіе.

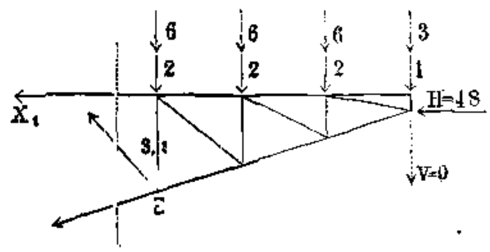
Каждая нагрузка, расположенная на правой половинѣ фермы, произведетъ въ вершинѣ давленіе на лѣвую половину и давленіе это, будучи направлено отъ S къ A, пройдетъ черезъ каждый центръ вращенія, а потому вліянія на напряженіе X не окажетъ. Для опредѣленія наибольшаго сжатія, или minimum'а напряженій слѣдуетъ предполагать, что нагружена смолна только та половина фермы, въ которой находится разсматриваемая полоса; что касается второй половины, то она

Черт. 157.



можетъ быть нагружена или ненагружена, это не измѣнитъ результата. Для большей простоты предположимъ, что обѣ половины фермы нагружены, тогда для опредѣленія давленія въ шарнирѣ получатся, какъ мы видѣли выше (черт. 157), слѣдующія два уравненія:

Черт. 158.



$$0 = V \,.\, 12 + H \,.\, 4 - 4 \,.\, 12 - 8\,(9+6+3)$$
$$0 = V \,.\, 12 - H \,.\, 4 + 4 \,.\, 12 + 8\,(9+6+3)$$
$$V = 0 \qquad\qquad H = 48$$

Отсюда нетрудно получить для опредѣленія X_1 слѣдующее уравненіе равновѣсія части фермы (черт. 158):

$$\left.\begin{aligned} 0 &= X_1 \,.\, 3{,}5 - 48 \,.\, 3 + 8\,(3+6) + 4 \,.\, 9 \\ X_1\,(\text{min.}) &= -10{,}29 \text{ тоннъ} \end{aligned}\right\} \text{центръ вращенія E.}$$

Подобнымъ же образомъ для остальныхъ горизонтальныхъ полосъ получимъ слѣдующія уравненія:

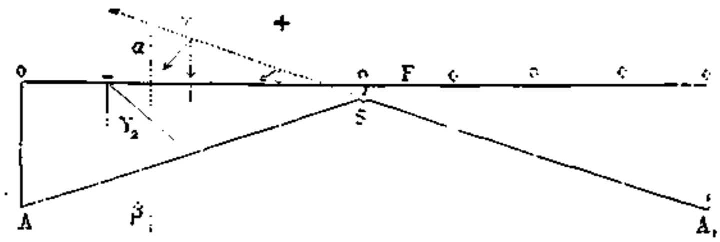
$$0 = -X_2 \,.\, 2{,}5 - 48 \,.\, 2 + 8 \,.\, 3 + 4 \,.\, 6; \quad X_2\,(\text{min.}) = -19{,}2 \text{ т.}$$
$$0 = -X_3 \,.\, 1{,}5 - 48 \,.\, 1 + 4 \,.\, 3; \quad X_3\,(\text{min.}) = -24 \text{ т.}$$
$$0 = -X_4 \,.\, 0{,}5; \quad X_4 = 0.$$

Опредѣленіе напряженій Y въ діагоналяхъ.

Для уясненія хода расчета этихъ напряженій опредѣлимъ напряженіе въ діагонали Y_2. По вліянію, которое различныя нагрузки производятъ на данную діагональ, ихъ можно раздѣлить на три группы: къ первой принадлежатъ нагрузки, производящія вытягиваніе діагонали, ко второй — нагрузки, производящія ея сжатіе и къ третьей — нагрузки, невозбуждающія въ діагонали никакихъ напряженій.

Различныя вліянія этихъ нагрузокъ обозначены на чертежѣ **159** знаками $+$, $-$ и 0, надписанными надъ соотвѣтственными узлами.

Черт. 159.

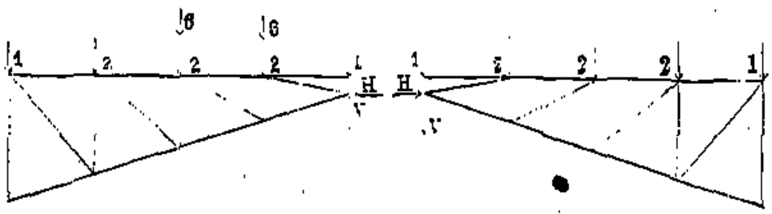


Къ первой категоріи относятся нагрузки третьяго и четвертаго узловъ, ибо онѣ даютъ съ вызываемыми ими въ шарнирномъ соединеніи давленіями равнодѣйствующія, стремящіяся повернуть отрѣзокъ фермы, заключающійся между шарнирнымъ соединеніемъ и сѣченіемъ $\alpha\beta$ около точки F налѣво, а сила Y_2 вращаетъ въ противную сторону (черт. **161**). Итакъ, въ случаѣ дѣйствія только этихъ двухъ силъ (въ 3-мъ и 4-мъ узлахъ) мы получили бы для Y_2 число положительное.

Ко второй группѣ нагрузокъ относится только одна нагрузка, расположенная на второмъ узлѣ. Дѣйствительно, нагрузка эта вызываетъ въ шарнирномъ соединеніи давленіе на рассматриваемую часть фермы, направленное отъ A_1 къ S, и вращающее отрѣзокъ фермы около F направо; сила же Y_2 вращаетъ тоже направо; итакъ, нагрузка во второмъ узлѣ производитъ сама по себѣ сжатіе полосы Y_2.

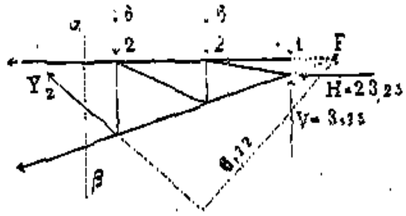
Къ третьей группѣ относятся нагрузки всѣхъ остальныхъ узловъ, ибо онѣ или не возбуждаютъ вовсе никакихъ давленій въ шарнирномъ соединеніи (1-й и 9-й узлы) и, **вслѣдствіе этого**, не могутъ имѣть вліянія на равновѣсіе разсматриваемой части фермы, или же ихъ вліяніе проявляется въ давленіи въ шарнирѣ, направленномъ отъ S въ A, т. е. проходящемъ черезъ центръ вращенія.

Черт. 160.



Итакъ, для опредѣленія Y_2 (max.) слѣдуетъ предположить, что нагрузки расположены на третьемъ и на четвертомъ узлахъ, а что на второмъ узлѣ не лежитъ никакая нагрузка. (Что касается остальныхъ узловъ, то безразлично, нагружены ли они или нѣтъ; мы предположимъ, что они не нагружены). Такимъ образомъ мы получимъ сперва слѣдующія два уравненія для опредѣленія силъ, составляющихъ давленіе въ шарнирѣ:

Черт. 161.



$$0=-V\,.\,12+H\,.\,4-1\,.\,12-2\,(9+6+3)$$

$$0=-V\,.\,12-H\,.\,4+1\,.\,12+2\,(9+6+3)+6\,(9+6)$$

$$V=3{,}75 \qquad H=23{,}25,$$

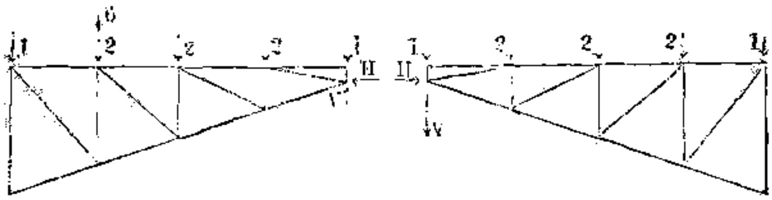
а потомъ слѣдующее уравненіе моментовъ для опредѣленія Y_2 (центръ вращенія въ F):

$$Y=_2\,.\,6{,}72+23{,}25\,.\,0{,}5+3{,}75\,.\,1{,}5-1\,.\,1{,}5-8\,(4{,}5+7{,}5)$$

$$Y_2\,(\text{max.})=+\,11{,}94\ \text{т.}$$

Для опредѣленія Y_2 (min.) слѣдуетъ предположить, что 2-й узелъ нагруженъ, а 3-й и 4-й ненагружены (что касается остальныхъ узловъ, нагрузки которыхъ не оказываютъ вліянія на Y_2, то мы положимъ, что они ненагружены). Силы, составляющія давленіе въ шарнирномъ соединеніи при такомъ расположеніи нагрузокъ, опредѣлятся изъ слѣдующаго уравненія (черт. **162**):

Черт. **162**.



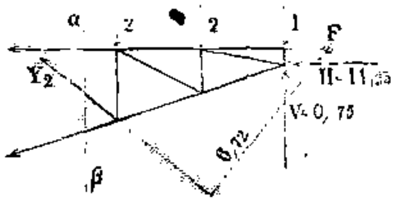
$$0 = -V\,.\,12 + H\,.\,4 - 1\,.\,12 - 2\,(9 + 6 + 3)$$

$$0 = -V\,.\,12 - H\,.\,4 + 1\,.\,12 + 2\,(9 + 6 + 3) - 6\,.\,3$$

$$V = 0{,}75 \qquad H = 14{,}25.$$

Уравненіе моментовъ, служащее для опредѣленія Y_2 (отрѣзокъ фермы черт. **163**), приметъ видъ:

Черт. **163**.



$$0 = Y_2\,.\,6{,}72 + 0{,}75\,.\,1{,}5 + 14{,}25\,.\,0{,}5 - 1\,.\,1{,}5 - 2\,(4{,}5 + 7{,}5)$$

$$Y_2\,(\text{min.}) = +\,2{,}57 \text{ т.}$$

Подобнымъ же образомъ получимъ слѣдующія уравненія для опредѣленія остальныхъ напряженій Y:

Y_1 (max.).

При полной нагрузкѣ $V = 0$ и $H = 48$, а потому

$$0 = Y_1\,.\,10{,}25 + 48\,.\,0{,}5 - 4\,.\,1{,}5 - 8\,(4{,}5 + 7{,}5 + 10{,}5)$$

$$Y_1\,(\text{max.}) = +\,15{,}8 \text{ т.}$$

Y_1 (min.) мы разсматривать не будемъ, потому что раскосъ этотъ не можетъ быть сжатъ никакой нагрузкой.

Y_3 (max.).

Слѣдуетъ предположить, что только 4-й узелъ нагруженъ, а тогда:

$$V = 2.25 \qquad H = 18,75$$

$$0 = Y_3 \,.\, 3,35 + 2,25 \,.\, 1,5 + 18,75 \,.\, 0,5 - 1 \,.\, 1,5 - 8 \,.\, 4,5$$

$$Y_3 \text{ (max.)} = +7,39 \text{ т.}$$

Y_3 (min.).

Если нагрузки расположены только на 2-мъ и на 3-мъ узлахъ, то

$$V = 2,25 \qquad H = 18,75$$

$$0 = Y_3 \,.\, 3,35 + 2,25 \,.\, 1,5 + 18,75 \,.\, 0,5 - 1 \,.\, 1,5 - 2 \,.\, 4\ 5$$

$$Y_3 \text{ (min.)} = -0,67 \text{ т.}$$

Y_4.

Такъ какъ въ этой діагонали не можетъ проявиться сжатіе ни при какой нагрузкѣ, то мы и не будемъ разсматривать Y_4 (max.). Для полученія Y_4 (min.) слѣдуетъ предположить, что нагружены только 2-й, 3-й и 4-й узлы:

$$V = 4,5 \qquad H = 25,5$$

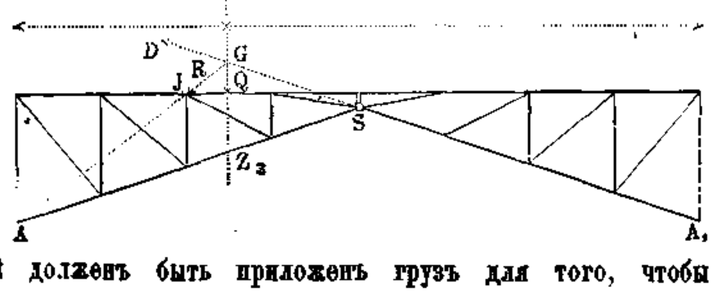
$$0 = Y_4 \,.\, 0,738 + 4,5 \,.\, 1,5 + 25,5 \,.\, 0,5 - 1 \,.\, 1,5$$

$$Y_4 \text{ (min.)} = -24,4 \text{ т.}$$

Расчетъ напряженій Z въ нижнихъ полосахъ.

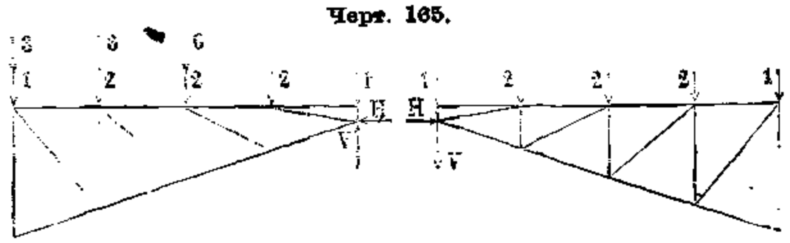
Чтобы уяснить ходъ расчета напряженій въ этихъ полосахъ, разсмотримъ полосу Z_3. Примемъ за центръ вращенія точку J. Если черезъ точки A и J провести прямую до пересѣченія съ продолженіемъ прямой A_1S въ точкѣ G и изъ этой точки опустить вертикальную прямую, то получимъ точку, въ кото-

Черт. 164.



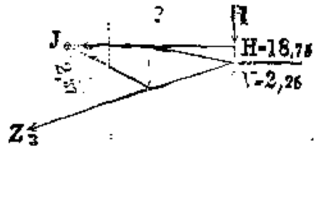
рой долженъ быть приложенъ грузъ для того, чтобы онъ не оказалъ на діагональ Z_3 никакого вліянія. Дѣйствительно, нагрузка Q, приложенная въ этой точкѣ, дастъ съ шарнирнымъ давленіемъ D, возбуждаемымъ той же нагрузкой, равнодѣйствующую R, проходящую черезъ центръ вращенія J. Всякая нагрузка, расположенная справа отъ силы Q, будетъ стремиться повернуть направо около точки J отрѣзокъ фермы, для котораго придется составить уравненіе моментовъ, чтобы получить напряженіе Z_3; въ то же время напряженіе Z_3 стремится повернуть тотъ же отрѣзокъ около Y тоже направо, откуда слѣдуетъ, что всякая сила, расположенная справа отъ Q, возбуждаетъ въ Z_3 сжатіе. Каждая сила, расположенная слѣва отъ Q, возбудитъ силу, стремящуюся повернуть разсматриваемый отрѣзокъ налѣво около J, а потому произведетъ въ Z_3 вытягиваніе. Итакъ, найденная нами вертикальная линія опредѣлитъ точку раздѣла грузовъ, т. е. отдѣлитъ узлы, въ которыхъ нагрузки производятъ въ Z_3 сжатіе отъ узловъ, въ которыхъ нагрузки возбуждаютъ въ Z_3 вытягиваніе. Поэтому для полученія Z_3 (max.) слѣдуетъ сперва опредѣлить силы, составляющія давленіе въ шарнирномъ соединеніи, основываясь на схемѣ нагрузокъ черт. 165, а именно:

Черт. 165.



$$0 = -V \,.\, 12 + H \,.\, 4 - 1 \,.\, 12 - 2\,(9 + 6 + 3)$$
$$0 = -V \,.\, 12 - H \,.\, 4 + 1 \,.\, 12 + 2\,(9 + 6 + 3) + 6\,(6 + 3)$$
$$V = 2{,}25 \qquad H = 18{,}75,$$

Черт. 166.

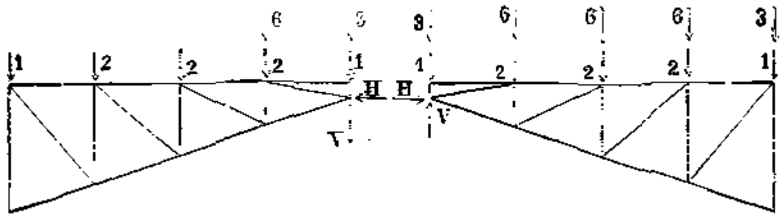


а затѣмъ составить и рѣшить уравненіе моментовъ для отрѣзка фермы (черт. 166).

$$0 = Z_3 \,.\, 2{,}37 - 2{,}25 \,.\, 6 + 18{,}75 \,.\, 0{,}5 - 1 \,.\, 6 + 2 \,.\, 3$$
$$Z_3\ (\text{max.}) = -3{,}32\ \text{т.}$$

Для опредѣленія Z_3 (min.) слѣдуетъ предварительно, на основаніи схемы 167, опредѣлить давленіе въ шарнирномъ соединеніи:

Черт. 167.

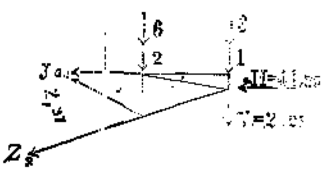


$$0 = V\,.\,12 + H\,.\,4 - 1\,.\,12 - 2\,(9+6+3) - 3\,.\,12 - 6\,(9+6+3)$$

$$0 = V\,.\,12 - H\,.\,4 + 1\,.\,12 + 2\,(9+6+3) + 3\,.\,12 + 6\,.\,9$$

$$V = 2{,}25 \qquad H = 41{,}25,$$

Черт. 168.



а затѣмъ составить и рѣшить уравненіе статическихъ моментовъ для отрѣзка фермы черт. 168.

$$0 = Z_3\,.\,2{,}37 + 2{,}25\,.\,6 + 41{,}25\,.\,0{,}5 + 4\,.\,6 + 8\,.\,3$$

$$Z_3\ (\text{min.}) = -\,34{,}6\ \text{т.}$$

Подобнымъ же образомъ мы получимъ слѣдующія уравненія для опредѣленія остальныхъ значеній Z:

Z_1.

Точка раздѣла грузовъ совпадаетъ съ первымъ узломъ, а потому эта полоса можетъ подвергаться только сжатію, наибольшая величина котораго соотвѣтствуетъ полной нагрузкѣ фермы. Въ этомъ случаѣ

$$V = 0 \qquad H = 48$$

$$0 = Z_1\,.\,4{,}27 + 48\,.\,0{,}5 + 4\,.\,12 + 8\,(9+6+3)$$

$$Z_1\ (\text{min.}) = -\,50{,}6\ \text{т.}$$

Z_2.

Точка раздѣла грузовъ между 2-мъ и 3-мъ узлами. Для maximum'а

$$V = 0{,}75 \qquad H = 14{,}25$$

$$0 = Z_2\,.\,3{,}32 - 0{,}75\,.\,9 + 14{,}25\,.\,0{,}5 + 1\,.\,9 + 2\,(6+3)$$

$$Z_2\ (\text{max.}) = -\,8{,}25\ \text{т.}$$

Для minimum'a: $V=0{,}75;\ H=45{,}75$

$$0=Z_2\,.\,3{,}32-0{,}75\,.\,9+45{,}75\,.\,0{,}5+4\,.\,9+8\,(6+3);$$

$$Z_2\,(\text{min.})=-41{,}45\ \text{т.}$$

Z_4.

Точка раздѣла грузовъ находится между 4-мъ и 5-мъ узлами.

Для maximum'a: $V=4{,}5;\quad H=25{,}5$

$$0=Z_4\,.\,1{,}423-4{,}5\,.\,3+25{,}5\,.\,0{,}5+1\,.\,3;$$

$$Z_4\,(\text{max.})=-1{,}58\ \text{т.}$$

Для minimum'a: $V=4{,}5;\ H=34{,}5$

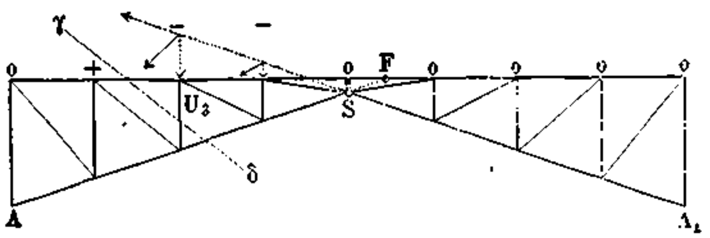
$$0=Z_4\,.\,1{,}423+4{,}5\,.\,3+34{,}5\,.\,0{,}5+4\,.\,3;$$

$$Z_4\,(\text{max.})=-30{,}0\ \text{т.}$$

Расчетъ напряженій U въ вертикальныхъ стойкахъ.

Для того, чтобы яснѣе представить ходъ расчета этихъ напряженій, разсмотримъ напряженіе U_3. Проведемъ сѣченіе $\gamma\delta$ и для составленія уравненія моментовъ примемъ центръ вращенія въ той же точкѣ F, которая была центромъ вращенія при опредѣленіи величинъ Y. По своему вліянію на разсматриваемыя полосы точки нагрузокъ раздѣляются и здѣсь на три категоріи, которыя обозначены на черт. 169 надписями $+$, $-$ и 0.

Черт. 169.



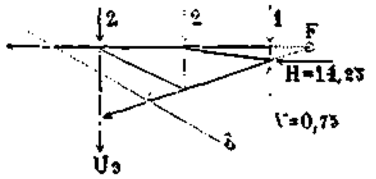
Для полученія U_3 (max.) слѣдуетъ предположить, что нагрузка расположена только на одномъ 2-мъ узлѣ и опредѣлить точку раздѣла грузовъ по чертежу 162. Такимъ образомъ мы найдемъ, что

$$V=0{,}75\qquad H=14{,}25$$

Уравненіе моментовъ слѣдуетъ составить по чертежу **170**:

$$0=-U_3 \cdot 7{,}5+0{,}75 \cdot 1{,}5+14{,}25 \cdot 0{,}5-1 \cdot 1{,}5$$
$$-2\,(4{,}5+7{,}5)$$
$$U_3\,(\text{max.})=-2{,}3 \text{ т.}$$

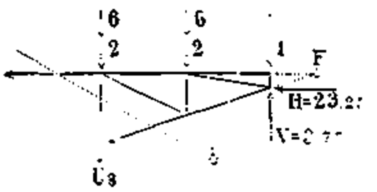
Черт. 170.



Для опредѣленія U_3 (min.) слѣдуетъ предположить, что нагрузки расположены на 3-мъ и на 4-мъ узлахъ и подставить вмѣсто силъ, составляющихъ давленіе въ шарнирномъ соединеніи, величины, найденныя выше для чертежа **160**, а именно:

$$V=3{,}75; \qquad H=23{,}25;$$

Черт. 171.



и затѣмъ уже составить по чертежу **171** уравненіе моментовъ для опредѣленія U_3 (min.):

$$0=-U_3 \cdot 7{,}5+3{,}75 \cdot 1{,}5$$
$$+23{,}25 \cdot 0{,}5-1 \cdot 1{,}5$$
$$-8\,(4{,}5+7{,}5);$$
$$U_3\,(\text{min.})=-10{,}7 \text{ т.}$$

Подобнымъ же образомъ вычислены и остальныя величины U:

U_1.

Такъ какъ никакія нагрузки не могутъ произвести вытягиванія полосы U_1, то мы и не будемъ разсматривать U_1 (max.).

U_1 (min.) соотвѣтствуетъ полной нагрузкѣ фермы, когда

$$V=0 \text{ и } H=48, \text{ а тогда}$$

$$0=-U_1 \cdot 13{,}5+48 \cdot 0{,}5-4 \cdot 1{,}5-8\,(4{,}5+7{,}5+10{,}5)-4 \cdot 13{,}5$$
$$U_1\,(\text{min.})=-16{,}0 \text{ т.}$$

U_2.

Maximum'а U_2 мы также не будемъ разсматривать. Minimum U_2 можно опредѣлить слѣдующимъ образомъ:

$$V=0 \qquad H=48$$
$$0=-U_2 \cdot 10{,}5+48 \cdot 0{,}5-4 \cdot 1{,}5-8(4{,}5+7{,}5+10{,}5)$$
$$U_2\,(\text{min.})=-15{,}4 \text{ т.}$$

U_4.

Если 2-й и 3-й узлы нагружены, а 4-й ненагруженъ, то въ разсматриваемой полосѣ возбудится maximum U_4. При этомъ

$$V = 2{,}25 \qquad H = 18{,}75$$

$$0 = -U_4 \,.\, 4{,}5 + 2{,}25 \,.\, 1{,}5 + 18{,}75 \,.\, 0{,}5 - 1 \,.\, 1{,}5 - 2 \,.\, 4{,}5$$

$$U_4 \text{ (max.)} = +0{,}5 \text{ т.}$$

Если 4-й узелъ нагруженъ, а 2-й и 3-й ненагружены, то въ разсматриваемой полосѣ возбудится minimum U_4. При этомъ

$$V = 2{,}25 \qquad H = 18{,}75$$

$$0 = -U_4 \,.\, 4{,}5 + 2{,}25 \,.\, 1{,}5 + 18{,}75 \,.\, 0{,}5 - 1 \,.\, 1{,}5 - 8 \,.\, 4{,}5$$

$$U_4 \text{ (min.)} = -5{,}5 \text{ т.}$$

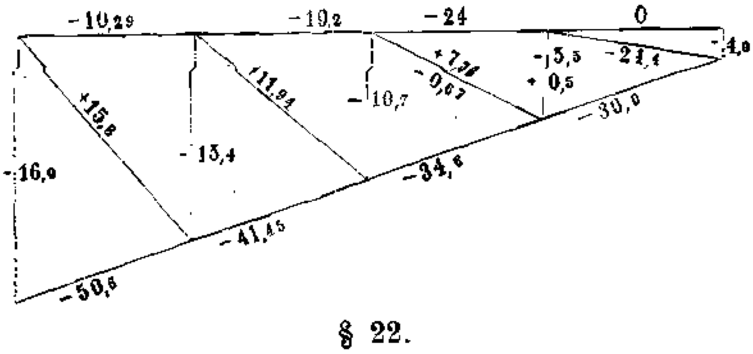
U_5.

Шарнирное соединеніе дѣлитъ пятую стойку пополамъ и каждая изъ ея половинъ выдерживаетъ наибольшую нагрузку въ 4 тонны, которыя и будутъ ее сжимать. Дѣйствительно, вершина стойки сопрягается только съ горизонтальными полосами, и единственныя вертикальныя усилія, дѣйствующія на нее, будутъ непосредственныя нагрузки, величина которыхъ для каждой половины не можетъ быть больше 4 тоннъ. Итакъ:

$$U_5 \text{ (min.)} = -4 \text{ т.}$$

Вычисленные результаты выставлены на черт. 172.

Черт. 172.



§ 22.

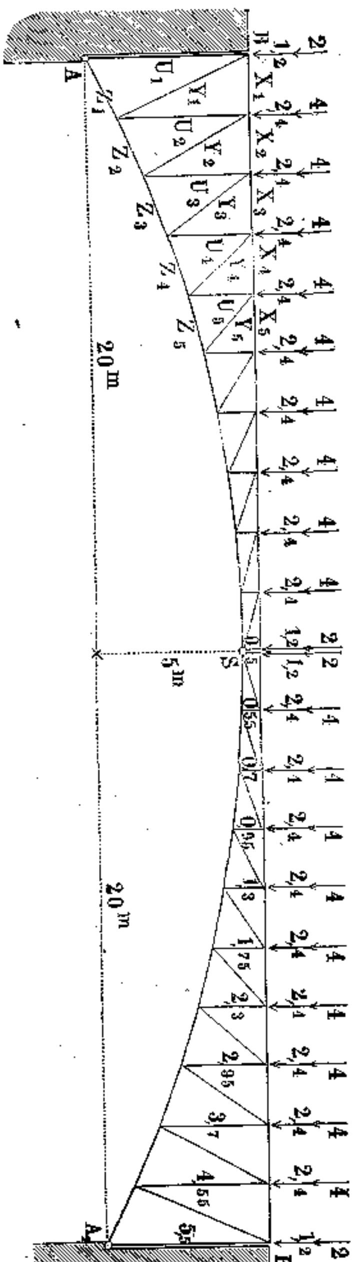
Арочный мостъ отверзтіемъ въ 40 метровъ.

(Мостъ на Тиссѣ подъ Сегединомъ *).

Постоянная нагрузка на погонный метръ одного пути равна 2400 кил., а временная 4000 кил.; такимъ образомъ на каж-

*) За исключеніемъ шарнира, значеніе котораго будетъ разсмотрѣно ниже въ «Теоріи арочныхъ мостовъ» и округленностей чиселъ, выражаю-

Черт. 173.



дый погонный метръ одной фермы приходится 1200 кил. постоянной и 2000 кил. временной нагрузки или, считая тонну въ 1000 кил., 1,2 т. постоянной и 2 тонны временной нагрузки. Ферма состоитъ изъ двухъ независимыхъ одна отъ другой половинъ, соприкасающихся только въ одной точкѣ S, гдѣ онѣ и соединены помощью шарнира. Что касается сопряженій другихъ частей и ихъ размѣровъ, то они видны изъ чертежа **173**.

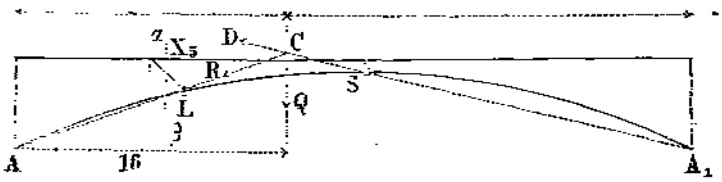
Расчетъ напряженій X въ горизонтальныхъ полосахъ.

Чтобы показать какъ разсчитываются напряженія въ этихъ полосахъ, разсмотримъ и опредѣлимъ напряженіе X_5. Разсмотримъ сперва, какія нагрузки вызываютъ въ X_5 вытягиванія и какія сжатія, а для этого опредѣлимъ предварительно то мѣсто, въ которомъ нагрузка, лёжа на фермѣ, не произведетъ

щихъ нѣкоторыя измѣренія, вычисленное здѣсь сооруженіе вполнѣ согласно съ Тисскимъ мостомъ. Въ этомъ мостѣ діагонали среднихъ панелей замѣнены сплошной стѣнкой котельнаго желѣза, но обстоятельство это едва ли можетъ быть разсматриваемо какъ отступленіе отъ общаго принципа.

на данную полосу никакого дѣйствія; мѣсто это будетъ точкою раздѣла грузовъ. Чтобы найти эту точку, достаточно продолжить до взаимнаго пересѣченія въ точкѣ C хорды AL и $A_1 S$ (черт. 174). Дѣйствительно, если въ этомъ мѣстѣ на-

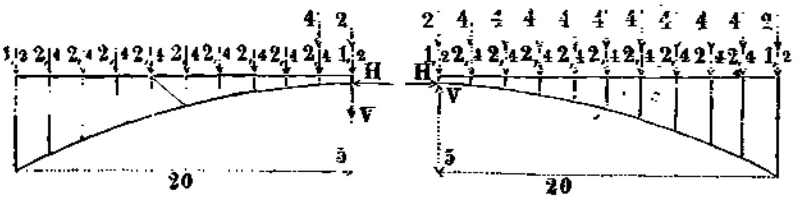
Черт. 174.



ложить на ферму грузъ Q, то онъ вызоветъ со стороны правой ея половины давленіе D въ шарнирѣ, направленное по $A_1 S$: въ противномъ случаѣ давленіе это повернуло бы правую половину фермы около точки A_1. Это давленіе въ шарнирѣ дастъ съ вызвавшей его нагрузкой Q равнодѣйствующую R, которая, въ избѣжаніе вращенія около A, должна пройти черезъ эту точку, а по построенію она пройдетъ и черезъ точку L. *Точка L будетъ центромъ вращенія при составленіи уравненія* моментовъ для опредѣленія X_5 изъ отрѣзка фермы, заключающагося между шарниромъ и сѣченіемъ $\alpha\beta$ (черт. 176), поэтому нагрузка въ этомъ мѣстѣ не произведетъ на X_5 никакого вліянія. Всякая нагрузка, расположенная справа отъ C, возбудитъ силу, направленную въ точку A, но расположенную ниже точки L, а потому—вращающую отрѣзокъ фермы вправо около L: въ то же время Y_5 вращаетъ этотъ отрѣзокъ влѣво итакъ, при дѣйствіи подобной силы, X_5 будетъ величиной положительной. Всякая нагрузка, расположенная слѣва отъ C, будетъ стремиться повернуть тотъ же отрѣзокъ фермы въ обратномъ направленіи. Дѣйствительно, если нагрузка будетъ расположена между сѣченіемъ $\alpha\beta$ и точкой C, то равнодѣйствующая изъ D и Q, направляясь въ точку A, пройдетъ надъ точкой L и будетъ вращать влѣво;

если же Q расположено между сѣченіемъ $\alpha\beta$ и опорой A, то она вызоветъ въ шарнирѣ давленіе, вращающее влѣво. Итакъ, вертикальная прямая, проходящая черезъ точку C, дѣлитъ ферму на двѣ части, и для того, чтобы въ полосѣ X_5 возбудилось наибольшее вытягиваніе, должна быть сполна нагружена правая часть, а для того, чтобы X_5 испытывало наибольшее сжатіе, должна быть сполна нагружена лѣвая. Для полосы X_5 эта точка раздѣла грузовъ расположена на разстояніи 16 метровъ отъ лѣвой опоры, т. е. какъ-разъ совпадаетъ съ верхнимъ узломъ стойки U_9 *). Итакъ, чтобы опредѣлить X_5 (max.), слѣдуетъ предположить, что нагружены 10, 11, 12 ... 21 узлы и что остальные ненагружены и составить для этого расположенія нагрузокъ слѣдующія два уравненія силъ, составляющихъ давленіе въ шарнирѣ (черт. 175):

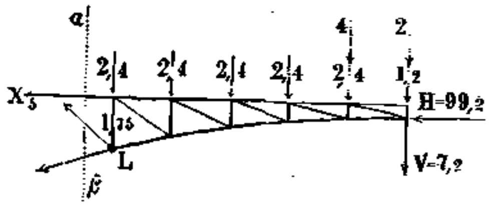
Черт. 175.



$$0 = V\,.\,20 + H\,.\,5 - 2{,}4\left(\tfrac{20}{2} + 18 + 16 + \ldots + 4 + 2\right) - 4\left(\tfrac{20}{2} + 18 + 16 + \ldots + 4 + 2\right)$$

$$0 = V\,.\,20 - H\,.\,5 + 2{,}4\left(\tfrac{20}{2} + 18 + 16 + \ldots + 4 + 2\right) + 4\left(\tfrac{20}{2} + 18\right);$$

Черт. 176.



рѣшая эти два уравненія, получимъ:

$V = 7{,}2$ и $H - 99{,}2$,

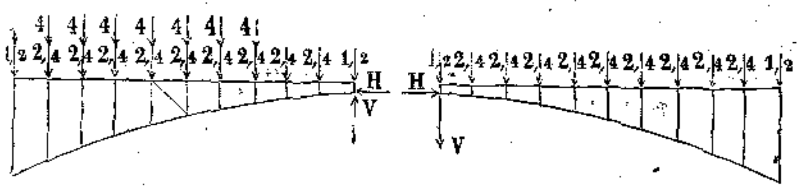
затѣмъ, по чертежу 176 составляемъ уравненіе моментовъ, предполагая вращеніе около L:

*) Опредѣленіе центровъ вращеній и точекъ раздѣла грузовъ при помощи вычисленій помѣщено въ главѣ 11.

$$0=-X_5\,.\,1{,}75-99{,}2\,.\,1{,}25+7{,}2\,.\,10+2{,}4\left(\tfrac{10}{2}+8\right.$$
$$\left.+6+4+2\right)+4\left(\tfrac{10}{2}+8\right)$$
$$X_5\ (\text{max.})=+\,34{,}29\ \text{т.}$$

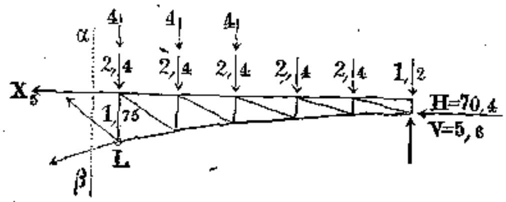
Для полученія X_5 (min.) слѣдуетъ опредѣлить силы, составляющія давленія въ шарнирѣ для случая нагрузки, показанной на черт. **177**:

Черт. 177.



$$0=-V\,.\,20+H\,.\,5-2{,}4\left(\tfrac{20}{2}+18+\ldots+2\right)$$
$$0=-V\,.\,20-H\,.\,5+2{,}4\left(\tfrac{20}{2}+18+\ldots+2\right)$$
$$+4\left(14+12+\ldots 2\right)$$
$$V=5{,}6 \qquad\qquad H=70{,}4$$

Черт. 178.

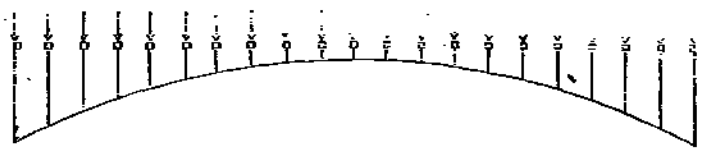


и затѣмъ — составить по чертежу **178** уравненіе моментовъ, предполагая вращеніе около L:

$$0=-X_5\,.\,1{,}75-5{,}6\,.\,10-70{,}4\,.\,1{,}25+2{,}4\left(\tfrac{10}{2}+8\right.$$
$$\left.+6+4+2\right)+4\left(4+2\right)$$
$$X_5\ (\text{min.})=-\,34{,}29\ \text{т.}$$

Итакъ, абсолютныя значенія X_5 (max.) и X_5 (min.) равны, а потому, предполагая, что ферма нагружена какъ тѣми нагрузками, которыя возбуждаютъ въ полосѣ X_5 вытягиванія, такъ и тѣми, которыя возбуждаютъ въ ней сжатія, мы найдемъ для напряженія X_5 нуль, такъ какъ напряженія, вызываемыя обѣими группами нагрузокъ, взаимно уничтожатся. Итакъ, при полной нагрузкѣ всей фермы $X_5=0$ (ибо нагрузка, лежащая на девятой стойкѣ, сама по себѣ тоже не возбудитъ въ полосѣ X_5 никакого напряженія). Эту особенность легко себѣ объяснить при помощи „Теоріи параболическихъ фермъ“, изложенной въ § 8. Дѣло въ томъ, что дуга нашей фермы имѣетъ видъ параболы, а эта кривая представляетъ собой кривую равновѣсія равномѣрно нагруженной цѣпи, для поддержанія равновѣсія которой какъ діагонали, такъ и горизонтальныя полосы оказываются совершенно лишними, и необходимы только ничѣмъ неподдерживаемыя, вертикальныя стойки, передающія нагрузку на дугу (черт. 179):

Черт. 179.



Постоянная нагрузка, по предположенію, тоже образуетъ равномѣрно распредѣленный по длинѣ пролета грузъ, а потому тоже не имѣетъ никакого вліянія на напряженія въ горизонталяхъ.

Изъ вышесказаннаго можно вывести слѣдующія два заключенія: вопервыхъ, при опредѣленіи напряженій въ горизонталяхъ можно не принимать въ соображеніе постоянной нагрузки и вовторыхъ, изъ двухъ наибольшихъ напряженій, вызываемыхъ временной нагрузкой въ этихъ полосахъ, достаточно опредѣлить для каждой полосы только одно, такъ какъ второе наибольшее напряженіе, сложенное съ опредѣленнымъ уже, должно дать въ суммѣ нуль, а потому можетъ быть получено простой перемѣной знака въ найденномъ напряженіи. Итакъ, расчетъ X_5 можетъ принять слѣдующій упрощенный видъ:

$$X_5.$$

$$0=-V\,.\,20+H\,.\,5$$

$$0=-V\,.\,20-H\,.\,5+4\,(14+12+\ldots 2)$$

$$V=5{,}6 \qquad H=22{,}4$$

$$0 = -X_5 \,.\, 1{,}75 - 5{,}6 \,.\, 10 - 22{,}4 \,.\, 1{,}25 + 4\,(4 + 2)$$
$$X_5 = +\,34{,}29 \text{ т.}$$

Этотъ упрощенный ходъ расчета принятъ при опредѣленіи остальныхъ напряженій X.

X_1.

(Точка раздѣла грузовъ въ 7-й панели).

$$0 = -V \,.\, 20 + H \,.\, 5$$
$$0 = -V \,.\, 20 - H \,.\, 5 + 4\,(12 + 10 + \ldots 2)$$
$$V = 4{,}2 \qquad H = 16{,}8$$
$$0 = -X_1 \,.\, 4{,}55 - 4{,}2 \,.\, 18 - 16{,}8 \,.\, 4{,}05 + 4\,(10 + 8 + 6 + 4 + 2)$$
$$X = \pm\, 5{,}20 \text{ т.}$$

X_2.

(Точка раздѣла грузовъ въ 8-й панели).

$$0 = -V \,.\, 20 + H \,.\, 5$$
$$0 = -V \,.\, 20 - H \,.\, 5 + 4\,(14 + 12 + \ldots 2)$$
$$V = 5{,}6 \qquad H = 22{,}4$$
$$0 = -X_2 \,.\, 3{,}7 - 5{,}6 \,.\, 16 - 22{,}4 \,.\, 3{,}2 + 4\,(10 + 8 + 6 + 4 + 2)$$
$$X_2 = \pm\, 11{,}16 \text{ т.}$$

X_3.

(Точка раздѣла грузовъ въ 8-й панели).

$$V = 5{,}6 \qquad H = 22{,}4$$
$$0 = -X_3 \,.\, 2{,}95 - 5{,}6 \,.\, 14 - 22{,}4 \,.\, 2{,}45 + 4\,(8 + 6 + 4 + 2)$$
$$X_3 = \pm\, 18{,}06 \text{ т.}$$

X_4.

(Точка раздѣла грузовъ въ 8-й панели).

$$V = 5{,}6 \qquad H = 22{,}4$$
$$0 = -V_4 \,.\, 2{,}3 - 5{,}6 \,.\, 12 - 22{,}4 \,.\, 1{,}8 + 4\,(6 + 4 + 2)$$
$$X_4 = \pm\, 25{,}88 \text{ т.}$$

X_6.

(Точка раздѣла грузовъ въ 9-й панели).

$$0 = -V \,.\, 20 + H \,.\, 5$$
$$0 = -V \,.\, 20 - H \,.\, 5 + 4\,(16 + 14 + \ldots 2)$$
$$V = 7{,}2 \qquad H = 28{,}8$$
$$0 = -X_6 \,.\, 1{,}3 - 7{,}2 \,.\, 8 - 28{,}8 \,.\, 0{,}8 + 4\,(4 + 2)$$
$$X_6 = \pm\, 43{,}57 \text{ т.}$$

$$X_7.$$

(Точка раздѣла грузовъ въ 9-й панели).

$$V = 7,2 \qquad H = 28,8$$

$$0 = -X_7 \,.\, 0,95 - 7,2 \,.\, 6 - 28,8 \,.\, 0,45 + 4 \,.\, 2$$

$$X_7 = \pm 50,70 \text{ т.}$$

$$X_8.$$

(Точка раздѣла грузовъ въ 10-й панели).

$$0 = -V \,.\, 20 + H \,.\, 5$$

$$0 = -V \,.\, 20 - H \,.\, 5 + 4\,(18 + 16 + \ldots 2)$$

$$V = 9 \qquad H = 36$$

$$0 = -X_8 \,.\, 0.7 - 9 \,.\, 4 - 36 \,.\, 0.2 + 4 \,.\, 2$$

$$X_8 = \pm 50,29 \text{ т.}$$

$$X_9.$$

(Точка раздѣла грузовъ въ 10-й панели).

$$V = 9 \qquad H = 36$$

$$0 = -X_9 \,.\, 0,55 - 9 \,.\, 2 - 36 \,.\, 0,05$$

$$X_9 = \pm 36,0 \text{ т.}$$

$$X_{10}.$$

Такъ какъ на правый конецъ этой полосы не дѣйствуютъ никакія горизонтальныя силы, то она никогда не можетъ быть напряжена, а потому:

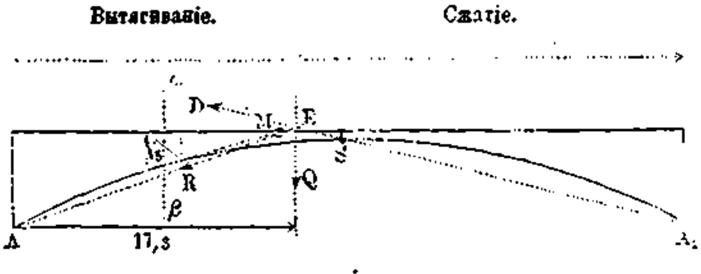
$$X_{10} = 0.$$

Расчетъ напряженій Y въ діагоналяхъ.

Для разъясненія расчета этихъ напряженій опредѣлимъ напряженіе въ полосѣ Y_5.

Составляя уравненіе моментовъ для опредѣленія Y_5, мы бу-

Черт. 180.



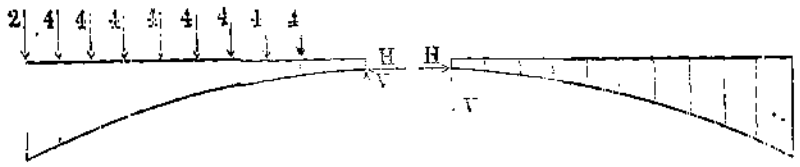
демъ предполагать, что вращеніе происходитъ около точки M (черт. 180). Продолжимъ прямыя AM и $A_1 S$ до взаимнаго

пересѣченія въ точкѣ E, тогда вертикальная прямая, проходящая черезъ эту точку, опредѣлитъ мѣсто нагрузки, которая, дѣйствуя на ферму, не вызоветъ въ Y_5 никакого напряженія, потому что какова бы ни была нагрузка Q, дѣйствующая въ этомъ мѣстѣ, она дастъ вмѣстѣ съ вызываемымъ ею давленіемъ въ шарнирѣ D равнодѣйствующую R, проходящую черезъ центръ вращенія. Всякая нагрузка, расположенная справа отъ этой вертикали, смотря по тому, находится ли она налѣво или направо отъ шарнира, дастъ съ вызываемымъ ею въ шарнирѣ давленіемъ или равнодѣйствующую, вращающую направо около точки M, или шарнирное давленіе, вращающее направо около M; въ то же время напряженіе Y_5 стремится повернуть отрѣзокъ фермы $S\alpha\beta$ тоже направо около M; итакъ, подобная нагрузка производитъ въ полосѣ Y_5 отрицательное напряженіе. Если же нагрузка лежитъ налѣво отъ вертикали, проходящей черезъ E, то, смотря по тому, будетъ ли она справа или слѣва отъ сѣченія $\alpha\beta$, она дастъ съ вызываемымъ ею въ шарнирѣ давленіемъ равнодѣйствующую, вращающую часть фермы $S\alpha\beta$ налѣво, или шарнирное давленіе, вращающее эту часть фермы налѣво; въ то же время напряженіе Y_5 стремится повернуть этотъ отрѣзокъ направо, а потому нагрузка эта во всякомъ случаѣ вызоветъ въ полосѣ Y_5 отрицательное напряженіе.

Итакъ, вертикаль, проходящая черезъ точку E, дѣлитъ всю ферму на двѣ части такимъ образомъ, что полная нагрузка одной изъ нихъ вызываетъ въ Y_5 наибольшее сжатіе, а полная нагрузка другой — наибольшее вытягиваніе.

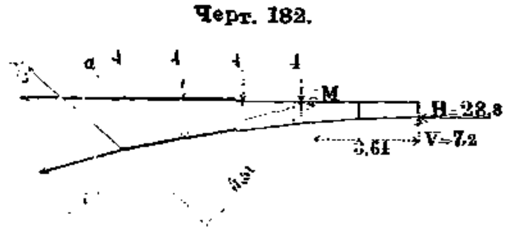
Разсматривая напряженія въ горизонтальныхъ полосахъ, мы видѣли, что равномѣрная нагрузка всей фермы не производитъ въ діагоналяхъ и горизонталяхъ никакихъ напряженій, поэтому теперь незачѣмъ снова доказывать, что для діагоналей можно не принимать въ расчетъ дѣйствія собственнаго вѣса фермы. Мы такъ и сдѣлаемъ, т. е. не примемъ въ расчетъ этой силы. Точно также изъ двухъ родовъ наибольшихъ напряженій, которымъ подвергается каждая діагональ, т. е. изъ maximum'a и minimum'а, мы будемъ опредѣлять только одно (первое), потому что, если при полной нагрузкѣ всей фермы напряженіе Y равно нулю, то, по необходимости, нагрузки на одну часть фермы должны возбудить въ діагонали такое же положительное, какое нагрузки на другую возбуждаютъ въ ней отрицательное напряженіе; итакъ, maximum и minimum Y отличаются другъ отъ друга только знаками.

Черт. 181.



На основаніи всего вышесказаннаго для опредѣленія Y_5 (max.) слѣдуетъ найти силы, составляющія давленіе въ шарнирѣ, основываясь на схемѣ 181 и не принимая въ расчетъ собственнаго вѣса фермы:

Черт. 182.



$$0 = -V \,.\, 20 + H \,.\, 5$$

$$0 = -V \,.\, 20 - H \,.\, 5 + 4\,(16 + 14 + \ldots + 2)$$

$$V = 7{,}2 \qquad H = 28{,}8$$

и затѣмъ составить и рѣшить уравненіе моментовъ для части фермы (черт. 182).

$$0 = Y_5 \,.\, 5{,}51 - 7{,}2 \,.\, 3{,}64 + 28{,}8 \,.\, 0{,}5$$
$$- 4\,(0{,}36 + 2{,}36 + 4{,}36 + 6{,}36)$$

$$Y_5\,(\max) = +\,11{,}9 \text{ т.}$$

Такъ какъ абсолютная величина Y_5 (min.) та же самая, то можно написать и такъ:

$$Y_5 = \pm 11{,}9 \text{ т.}$$

Подобнымъ же образомъ для $Y_1 \ldots Y_6$ получимъ слѣдующія уравненія:

Y_1.

(Точка раздѣла грузовъ въ 7-й панели).

$V = 4{,}2 \quad H = 16{,}8$ (было опредѣлено при расчетѣ X_1)

$$0 = Y_1 \,.\, 10{,}6 - 4{,}2 \,.\, 8{,}42 + 16{,}8 \,.\, 0{,}5 + 4 \,.\, 0{,}42 - 4\,(1{,}58 + 3{,}58 + 5{,}58 + 7{,}58 + 9{,}58)$$

$$Y_1 = \pm\, 12{,}92 \text{ т.}$$

Y_2.

(Точка раздѣла грузовъ въ 8-й панели).

$V = 5{,}6 \quad H = 22{,}4$ (было опредѣлено при расчетѣ X_2)

$$0 = Y_2 \,.\, 9{,}42 - 5{,}6 \,.\, 7{,}294 + 22{,}4 \,.\, 0{,}5 + 4 \,.\, 1{,}294 - 4\,(0{,}706 + 2{,}706 + 4{,}706 + 6{,}706 + 8{,}706)$$

$$Y_2 = \pm\, 12{,}59 \text{ т.}$$

Y_3.

(Точка раздѣла грузовъ въ 8-й панели).

$$V = 5{,}6 \qquad H = 22{,}4$$

$$0 = Y_3 \,.\, 8{,}16 - 5{,}6 \,.\, 6{,}13 + 22{,}4 \,.\, 0{,}5 + 4 \,.\, 0{,}13 - 4\,(1{,}87 + 3{,}87 + 5{,}85 + 7{,}87)$$

$$Y_3 = \pm\, 12{,}3 \text{ т.}$$

Y_4.

(Точка раздѣла грузовъ въ 9-й панели).

$V = 7{,}2 \quad H = 28{,}8$ (было опредѣлено при расчетѣ X_3)

$$0 = Y_4 \,.\, 6{,}884 - 7{,}2 \,.\, 4{,}923 + 28{,}8 \,.\, 0{,}5 + 4 \,.\, 0{,}923 - 4\,(1{,}077 + 3{,}077 + 5{,}077 + 7{,}077)$$

$$Y_4 = \pm\, 12{,}07 \text{ т.}$$

Y_6.

(Точка раздѣла грузовъ въ 9-й панели).

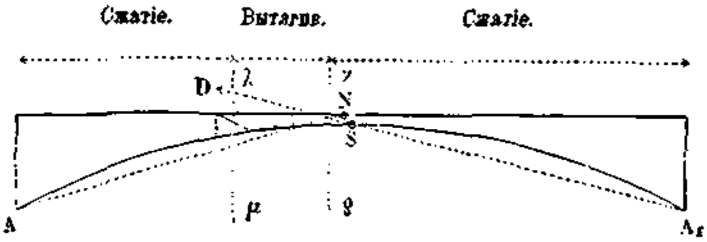
$$V = 7{,}2 \qquad H = 28{,}8$$

$$0 = Y_6 \,.\, 4{,}24 - 7{,}2 \,.\, 2{,}223 + 28{,}8 \,.\, 0{,}5 - 4\,(1{,}777 + 3{,}777 + 5{,}777)$$

$$Y_6 = \pm\, 11{,}07 \text{ т.}$$

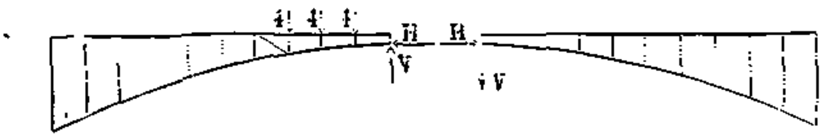
Опредѣляя Y_7, мы найдемъ, что центръ вращенія N находится для этой полосы въ средней панели и что тутъ придется нѣсколько измѣнить ходъ расчета. Дѣло въ томъ, что по вліянію, которое нагрузки фермы оказываютъ на эту полосу, онѣ раздѣляются на три группы, а не на двѣ, какъ прежде. Одна изъ этихъ группъ вызываетъ въ Y_7 вытягиванія, а

Черт. 183.



двѣ другія—сжатія. Прямая A_1S, а потому и давленіе, возбуждаемое въ шарнирѣ грузомъ, лежащимъ на лѣвой половинѣ фермы, проходитъ по лѣвую сторону N. Всякая нагрузка, лежащая слѣва отъ сѣченія $\lambda\mu$, вызываетъ давленіе D на часть фермы $S\lambda\mu$, стремящееся повернуть ее направо около N, а потому производитъ сжатіе въ Y_7; итакъ, прямая $\lambda\mu$ отмѣчаетъ на фермѣ вторую точку раздѣла грузовъ, ибо всякій грузъ, расположенный между $\lambda\mu$ и $\nu\rho$, вызываетъ въ шарнирномъ соединеніи давленіе D, которое съ самымъ грузомъ даетъ равнодѣйствующую, вращающую разсматриваемый отрѣзокъ налѣво; въ то же время напряженіе Y_7 вращаетъ направо и такимъ образомъ Y_7 получаетъ положительное значеніе. Всякая нагрузка, лежащая справа отъ $\nu\rho$, возбуждаетъ въ шарнирномъ соединеніи давленіе D, вращающее направо и напряженіе Y_7 тоже вращаетъ направо, поэтому Y_7 при дѣйствіи такой нагрузки получаетъ отрицательное значеніе.

Черт. 184.

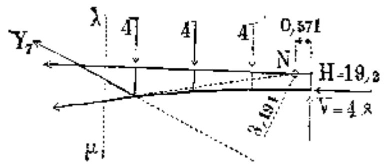


Итакъ, для опредѣленія Y_7 слѣдуетъ предположить, что на ферму дѣйствуютъ или двѣ группы нагрузокъ, вызывающія сжатія, или группа, вызывающая вытягиванія. Въ послѣднемъ случаѣ мы получимъ по чертежу **184** слѣдующія уравненія для давленій въ шарнирѣ:

$$0 = -V \,.\, 20 + H \,.\, 5$$
$$0 = -V \,.\, 20 - H \,.\, 5 + 4\,(18 + 16 + 14)$$
$$V = 4{,}8 \qquad H = 19{,}2,$$

а затѣмъ составимъ и рѣшимъ уравненіе моментовъ (черт. **185**).

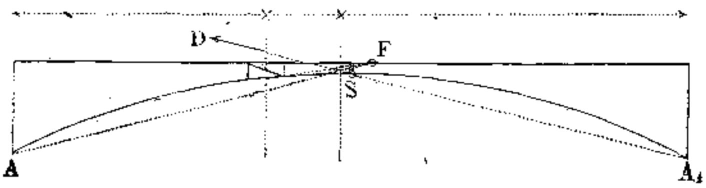
Черт. 185.



$$0 = Y_7 \,.\, 3{,}194$$
$$-4{,}8 \,.\, 0{,}571 + 19{,}2 \,.\, 0{,}5$$
$$-4\,(1{,}429 + 3{,}429 + 5{,}429)$$
$$Y_7 = \pm 10{,}73 \text{ т:}$$

Для Y_8 получатся тоже три группы нагрузокъ, такъ какъ центръ вращенія F приходится во второй изъ среднихъ панелей (черт. **186**) и потому давленіе въ шарнирѣ тоже обра-

Черт. 186.



зуетъ здѣсь силу, вращающую вправо около F. Итакъ, расчетъ нужно вести въ томъ же порядкѣ, какъ и для Y_7, а именно, изъ уравненій:

$$0 = -V \,.\, 20 + H \,.\, 5$$
$$0 = -V \,.\, 20 - H \,.\, 5 + 4\,(18 + 16)$$

получимъ значенія силъ, составляющихъ давленіе въ шарнирѣ:

$$V = 3{,}4 \qquad H = 13{,}6,$$

а изъ уравненія моментовъ

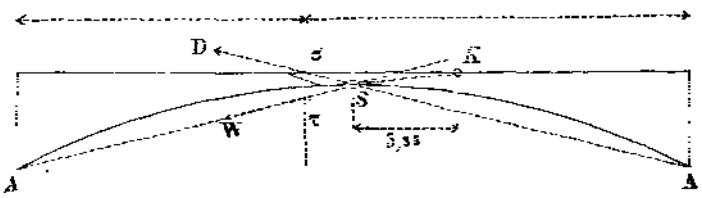
$$0 = Y_8 \,.\, 2{,}51 + 3{,}4 \,.\, 1{,}6 + 13{,}6 \,.\, 0{,}5 - 4\,(5{,}6 + 3{,}6)$$

получимъ напряженія

$$Y_8 = \pm 9{,}8 \text{ т.}$$

Для напряженія Y_9 центръ вращенія K помѣщается такъ, что снова образуются только двѣ группы нагрузокъ (черт. 187).

Черт. 187.



Здѣсь точка раздѣла грузовъ отмѣчается самой прямой сѣченія $\sigma\tau$, дѣйствительно, всякая нагрузка, расположенная слѣва отъ $\sigma\tau$, дѣйствуетъ на часть $S\sigma\tau$ фермы только однимъ шарнирнымъ давленіемъ D, вращающимъ направо, и такимъ образомъ дѣлаетъ Y_9 отрицательнымъ; всякая нагрузка, лежащая справа отъ $\sigma\tau$, дѣйствуетъ или тоже однимъ только шарнирнымъ давленіемъ W, вращающимъ налѣво, или же, если она расположена на разсматриваемомъ отрѣзкѣ фермы, то даетъ съ возбуждаемымъ ею шарнирнымъ давленіемъ D равнодѣйствующую, вращающую тоже налѣво.

Итакъ, точка раздѣла грузовъ находится въ 9-й панели, а для этого случая мы нашли при опредѣленіи X_8 слѣдующія значенія для силъ, составляющихъ давленіе въ шарнирѣ:

$$V = 7{,}2 \qquad H = 28{,}8$$

Такимъ образомъ для опредѣленія Y_9 получимъ слѣдующее уравненіе моментовъ:

$$0 = Y_9 \,.\, 2{,}47 + 7{,}2 \,.\, 5{,}33 \ldots + 28{,}8 \,.\, 0{,}5$$
$$Y_9 = \pm 21{,}4 \text{ т.}$$

Для Y_{10} точка раздѣла грузовъ отмѣтится тоже вертикальной линіей сѣченія, а потому здѣсь расчетъ ведется точно такъ же, какъ и при опредѣленіи Y_9, а именно:

$$0 = -V\,.\,20 + H\,.\,5$$
$$0 = -V\,.\,20 - H\,.\,5 + 4\,(18 + 16 + \ldots 2)$$
$$V = 9 \qquad H = 36$$
$$0 = Y_{10}\,.\,5{,}324 + 9\,.\,20 + 36\,.\,0{,}5$$
$$Y_{10} = \pm 37{,}29 \text{ т.}$$

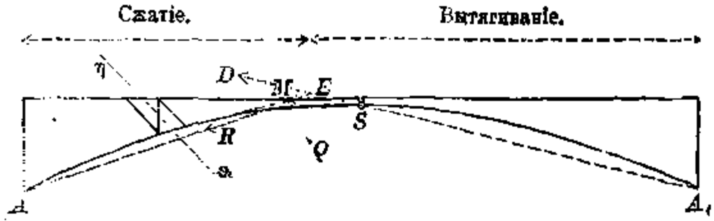
Расчетъ напряженій U въ вертикальныхъ полосахъ.

Изъ чертежа 179 нетрудно видѣть вліяніе постоянной нагрузки на напряженія стоекъ. Предполагая, что одна половина постоянной нагрузки приложена къ верхнимъ, а другая къ нижнимъ узламъ, мы найдемъ, что каждая стойка испытываетъ сжатіе въ 1,2 тонны (кромѣ 1-й и 11-й, испытывающихъ вдвое меньшія напряженія). Это напряженіе увеличивается вслѣдствіе временной нагрузки, а потому слѣдуетъ опредѣлить предварительно maximum и minimum этихъ напряженій и сложить ихъ съ — 1,2 тоннъ.

Для опредѣленія въ стойкѣ U_5 наибольшаго напряженія, зависящаго отъ одной временной нагрузки, обозначимъ его черезъ $\mathfrak{U}_5$ и найдемъ затѣмъ на фермѣ такую точку, чтобы нагрузка въ ней не произвела на полосу U_5 никакого вліянія. Точка эта опредѣлится помощью тѣхъ же построеній, какъ и на черт. 180 при опредѣленіи Y_5, а именно, продолжимъ прямыя AM и A_1S до взаимнаго пересѣченія въ точкѣ E; точка M, принятая за центръ вращенія при опредѣленіи Y_5, послужитъ и здѣсь центромъ вращенія для расчета $\mathfrak{U}_5$. Нагрузка Q, наложенная на ферму и проходящая черезъ точку E, вызоветъ въ шарнирѣ давленіе D, дающее съ Q равнодѣйствующую R, проходящую черезъ центръ вращенія M, а потому непроизводящую на полосу $\mathfrak{U}_5$ никакого вліянія. Итакъ, вертикальная прямая, проходящая черезъ E, отмѣтитъ на фермѣ точку раздѣла грузовъ; всѣ нагрузки, расположенныя справа отъ нея, возбудятъ въ полосѣ $\mathfrak{U}_5$ вытягиванія, а всѣ нагрузки, расположенныя слѣва, сжатія (черт. 188). Для полученія $\mathfrak{U}_5$ (min.) слѣдуетъ предположить, что дѣйствуетъ группа нагрузокъ, производящихъ сжатія; тогда для силъ, составляющихъ давленіе въ шарнирѣ, получимъ точно такъ же, какъ и при опредѣленіи Y_5,

$$V = 7{,}2 \qquad H = 28{,}8$$

Черт. 188.

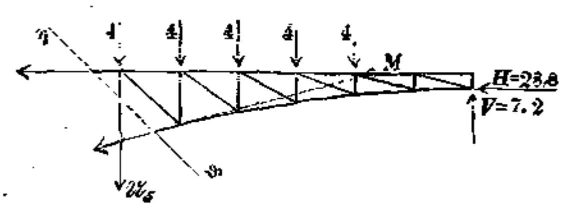


Уравненіе моментовъ для части фермы $S\eta\mathfrak{z}$ приметъ видъ (черт. 189):

$$0 = -\mathfrak{U}_5 \,.\, 8{,}36 - 7{,}2 \,.\, 3{,}64 + 28{,}8 \,.\, 05$$
$$-4\,(0{,}36 + 2{,}36 + 4{,}36 + 6{,}36 + 8{,}36)$$
$$\mathfrak{U}_5\,(\text{min.}) = -11{,}84 \text{ т.}$$

Зная $\mathfrak{U}_5$ (min.), можно, не прибѣгая къ новымъ вычисленіямъ, опредѣлить $\mathfrak{U}_5$ (max.) слѣдующимъ образомъ: если, кромѣ группы нагрузокъ, вызывающихъ сжатіе $\mathfrak{U}_5$, будетъ дѣйствовать и группа нагрузокъ, вызывающихъ вытягиваніе $\mathfrak{U}_5$, то напряженіе $\mathfrak{U}_5$ будетъ равно — 4 тоннамъ, потому что это будетъ напряженіемъ каждой стойки при равномѣрно распредѣленной на длину пролета нагрузкѣ (черт. 179). Отсюда видно, что два слагаемыя $\mathfrak{U}_5$ (max.) и $\mathfrak{U}_5$ (min.) даютъ въ суммѣ напряженіе — 4, а потому:

Черт. 189.



$$\mathfrak{U}_5\,(\text{max.}) + \mathfrak{U}_5\,(\text{min.}) = -4$$

или, подставляя вмѣсто $\mathfrak{U}_5$ (min.) его величину,

$$\mathfrak{U}_5\,(\text{max.}) = -4 - (-11{,}84) = +7{,}84$$

Для полученія U_5 (max.) и U_5 (min.) слѣдуетъ къ найденнымъ величинамъ $\mathfrak{U}_5$ (max.) и $\mathfrak{U}_5$ (min.) прибавить — 1,2:

$$U_5\,(\text{min.}) = -11{,}84 - 1{,}2 = -13{,}04 \text{ т.}$$
$$U_5\,(\text{max.}) = +\ 7{,}84 - 1{,}2 = +\ 6{,}64 \text{ т.}\ ^{*)}$$

Подобнымъ же образомъ для остальныхъ стоекъ получимъ слѣдующія напряженія:

U_1. **)

$$0 = -\mathfrak{U}_1 \,.\, 11{,}58 - 4{,}2 \,.\, 8{,}42 + 16{,}8 \,.\, 0{,}5 + 4 \,.\, 0{,}42$$
$$-4\,(1{,}58 + 3{,}58 + 5{,}58 + 7{,}58 + 9{,}58 + 11{,}58)$$
$$\mathfrak{U}_1\,(\text{min.}) = -15{,}82 \text{ т.} \qquad \mathfrak{U}_1\,(\text{max.}) = +11{,}82 \text{ т.}$$
$$U_1\,(\text{min.}) = -17{,}02 \text{ т.} \qquad U_1\,(\text{max.}) = +10{,}65 \text{ т.}$$

U_2.

$$0 = -\mathfrak{U}_2 \,.\, 10{,}706 - 5{,}6 \,.\, 7{,}294 + 22{,}4 \,.\, 0{,}5 + 4 \,.\, 1{,}294$$
$$-4\,(0{,}706 + 2{,}706 + \ldots\ 10{,}706)$$
$$\mathfrak{U}_2\,(\text{min.}) = -15{,}08 \qquad \mathfrak{U}_2\,(\text{max.}) = +11{,}08$$
$$U_2\,(\text{min.}) = -16{,}28 \text{ т.} \qquad U_2\,(\text{max.}) = +\ 9{,}88 \text{ т.}$$

U_3.

$$0 = -\mathfrak{U}_3 \,.\, 9{,}87 - 5{,}6 \,.\, 6{,}13 + 22{,}4 \,.\, 0{,}5 + 4 \,.\, 0{,}13$$
$$-4\,(1{,}87 + 3{,}87 + \ldots\ 9{,}87)$$
$$\mathfrak{U}_3\,(\text{min.}) = -14{,}2 \qquad \mathfrak{U}_3\,(\text{max.}) = +10{,}2$$
$$U_3\,(\text{min.}) = -15{,}4 \text{ т.} \qquad U_3\,(\text{max.}) = +\ 9{,}0 \text{ т.}$$

U_4.

$$0 = -\mathfrak{U}_4 \,.\, 9{,}077 - 7{,}2 \,.\, 4{,}923 + 28{,}8 \,.\, 0{,}5 + 4 \,.\, 0{,}923$$
$$-4\,(1{,}077 + 3{,}077 + \ldots\ 9{,}077)$$
$$\mathfrak{U}_4\,(\text{min.}) = -13{,}1 \qquad \mathfrak{U}_4\,(\text{max.}) = +9{,}1$$
$$U_4\,(\text{min.}) = -14{,}3 \text{ т.} \qquad U_4\,(\text{max.}) = +7{,}9 \text{ т.}$$

---

*) Зная Y_5 (max.), можно было бы найти U_5 (min.) и U_5 (max.) проще; для полученія U_5 (min.) стоило только прибавить къ вертикальной составляющей силы Y_5 (max.), взятой съ обратнымъ знакомъ, величину $-(4+1{,}2)$; для полученія же U_5 (max.) къ той же вертикальной составляющей, но взятой съ своимъ знакомъ, прибавить — 1,2. Но такимъ образомъ опредѣлятся не всѣ напряженія U, а потому мы предпочли предложенный способъ, который, хотя нѣсколько сложнѣе, но за то обладаетъ общностью.

**) Въ строгомъ смыслѣ первая стойка должна быть разсматриваема какъ полустойка, такъ какъ мы предполагаемъ, что приходящаяся на нее нагрузка на половину передается непосредственно опорѣ; но на практикѣ принимаютъ обыкновенно, что на эту стойку дѣйствуетъ полная нагрузка.

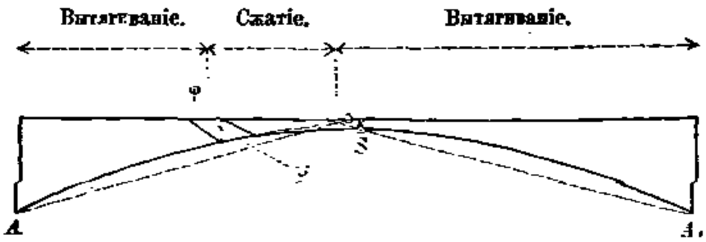
U_6.

$$0 = -\mathfrak{U}_6 \,.\, 7{,}777 - 7{,}2 \,.\, 2{,}223 + 28{,}8 \,.\, 0{,}5$$
$$-4\,(1{,}777 + 3{,}777 + \ldots 7{,}777)$$
$$\mathfrak{U}_6(\text{min.}) = -10{,}03 \qquad \mathfrak{U}_6(\text{max.}) = +6{,}03$$
$$U_6(\text{min.}) = -11{,}23 \text{ т.} \qquad U_6(\text{max.}) = +4{,}83 \text{ т.}$$

U_7.

Расчитывая напряженія въ діагоналяхъ, мы уже имѣли случай видѣть, что въ седьмой панели приходится нѣсколько отступить отъ принятаго нами метода, такъ какъ нагрузки здѣсь распадаются на три группы. Точно такимъ же образомъ мы найдемъ, что и для напряженія U_7 нагрузки распадаются на три категоріи; но замѣтимъ вмѣстѣ съ тѣмъ, что для всѣхъ прочихъ напряженій U точки раздѣла грузовъ совпадали съ точками раздѣла грузовъ для Y; здѣсь же одна изъ этихъ точекъ, вслѣдствіе наклоннаго положенія сѣченія φφ (черт. 190),

Черт. 190.



отодвинется на одну панель налѣво отъ соотвѣтственной точки раздѣла грузовъ для Y_7.

Въ случаѣ дѣйствія группы нагрузокъ, вызывающихъ сжатіе, мы получимъ для опредѣленія силъ, составляющихъ давленіе въ шарнирѣ, слѣдующія уравненія:

$$0 = -V \,.\, 20 + H \,.\, 5$$
$$0 = -V \,.\, 20 - H \,.\, 5 + 4\,(18 + 16 + 14 + 12)$$
$$V = 6 \qquad H = 24$$

и для опредѣленія $\mathfrak{U}_7$ уравненіе:

$$0 = -\mathfrak{U}_7 \,.\, 7{,}429 - 6 \,.\, 0{,}571 + 24 \,.\, 0{,}5$$
$$-4\,(1{,}429 + 3{,}429 + \ldots 7{,}429)$$

$$\mathfrak{u}_7\,(\text{min.}) = -8{,}38 \qquad \mathfrak{u}_7\,(\text{max.}) = +4{,}38$$

откуда: $U_7\,(\text{min.}) = -9{,}58$ т. $\quad U_7\,(\text{max.}) = +3{,}18$ т.

U_8.

Здѣсь нагрузки тоже распадаются на три категоріи и расчетъ слѣдуетъ вести точно такъ же, какъ и въ предъидущемъ случаѣ:

$$0 = -V\,.\,20 + H\,.\,5$$

$$0 = -V\,.\,20 - H\,.\,5 + 4\,(18 + 16 + 14)$$

$$V = 4{,}8 \qquad H = 19{,}2$$

$$0 = -\mathfrak{u}_8\,.\,7{,}6 + 4{,}8\,.\,1{,}6 + 19{,}2\,.\,0{,}5$$
$$-\,4\,(3{,}6 + 5{,}6 + 7{,}6)$$

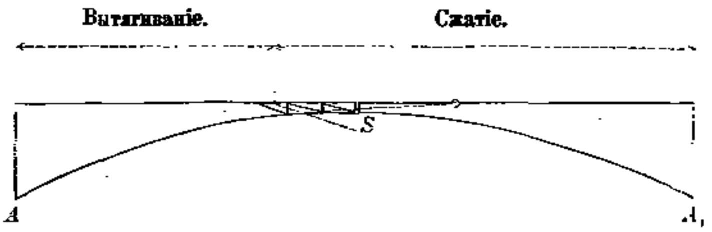
$$\mathfrak{u}_8\,(\text{min.}) = -6{,}57 \qquad \mathfrak{u}_8\,(\text{max.}) = +2{,}57$$

$$U_8\,(\text{min.}) = -7{,}77 \text{ т.} \qquad U_8\,(\text{max.}) = +1{,}37 \text{ т.}$$

U_9.

Здѣсь, какъ и для Y_9, нагрузки распадаются на двѣ группы, но точка ихъ раздѣла, вслѣдствіе наклоннаго положенія сѣченія, отдѣляется противу точки раздѣла грузовъ для Y_9 на одну панель налѣво (черт. 191). Въ случаѣ дѣйствія группы

Черт. 191.



нагрузокъ, вызывающихъ вытягиваніе, мы получимъ слѣдующія уравненія:

$$0 = -V\,.\,20 + H\,.\,5$$

$$0 = -V\,.\,20 - H\,.\,5 + 4\,(14 + 12 + \ldots 2)$$

$$V = 5{,}6 \qquad H = 22{,}4$$

$$0 = -\mathfrak{u}_9\,.\,9{,}33\ldots + 5{,}6\,.\,5{,}33\ldots + 22{,}4\,.\,0{,}5$$

$$\mathfrak{U}_9\,(\text{max.}) = +\,4{,}4 \qquad \mathfrak{U}_9\,(\text{min.}) = -\,8{,}4$$
$$U_9\,(\text{min.}) = -\,9{,}6 \text{ т.} \qquad U_9\,(\text{max.}) = +\,3{,}2 \text{ т.}$$

U_{10}.

Расчетъ ведется такъ же, какъ и для U_9. Точка раздѣла грузовъ находится въ 9-й панели, центръ вращенія для уравненія моментовъ тотъ же, что и для Y_{10}.

$$V = 7{,}2 \qquad H = 28{,}8$$
$$0 = -\,\mathfrak{U}_{10}\,.\,22 + 7{,}2\,.\,20 + 28{,}8\,.\,0{,}5$$
$$\mathfrak{U}_{10}\,(\text{max.}) = +\,7{,}2 \qquad \mathfrak{U}_{10}\,(\text{min.}) = -\,11{,}2$$
$$U_{10}\,(\text{max.}) = +\,6{,}0 \text{ т.} \qquad U_{10}\,(\text{min.}) = -\,12{,}4 \text{ т.}$$

U_{11}.

Такъ какъ средняя стойка дѣлится шарниромъ пополамъ и такъ какъ каждая изъ этихъ половинъ сопрягается въ вершинѣ своей только съ горизонтальной полосой, то она можетъ испытывать напряженія только вслѣдствіе дѣйствія на нее непосредственной нагрузки; напряженіе это будетъ сжатіемъ и будетъ наибольшимъ при одновременномъ дѣйствіи двухъ тоннъ временной и 0,6 тонны постоянной нагрузки, а именно:

$$U_{11}\,(\text{min.}) = -\,2{,}6 \text{ т.}$$

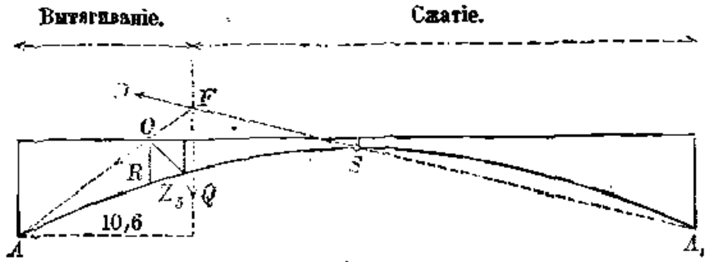
Расчетъ напряженій Z въ частяхъ дуги.

Объяснимъ на примѣрѣ ходъ расчета напряженій въ этихъ полосахъ, для этого разсмотримъ полосу Z_5. Проведемъ вертикальное сѣченіе въ пятой панели и составимъ для отрѣзка фермы, заключающагося между шарниромъ и сѣченіемъ, уравненіе моментовъ, предполагая вращеніе около точки пересѣченія діагонали съ горизонталью (черт. 192).

Чтобы найти нагрузки, вызывающія Z_5 (max.) и Z_5 (min.), опредѣлимъ точку раздѣла грузовъ, т. е. такую точку, чтобы дѣйствующая въ ней нагрузка не вызвала въ Z_5 никакого напряженія; она найдется, если продолжить до взаимнаго пересѣченія въ точкѣ F прямыя AO и A_1S и черезъ точку F

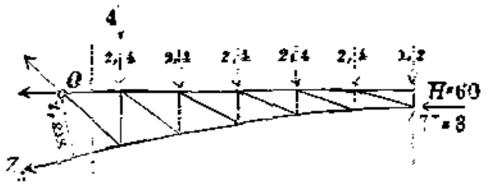
провести вертикаль. Дѣйствительно, нагрузка Q, приложенная въ этомъ мѣстѣ, даетъ съ вызваннымъ ею давленіемъ въ шар-

Черт. 192.



нирѣ D, равнодѣйствующую, проходящую черезъ центръ вращенія O. Эта точка раздѣла грузовъ для Z_5 находится въ 6-й панели. Положимъ, что дѣйствуетъ группа нагрузокъ, возбуждающихъ въ Z_5 вытягиваніе. Очевидно, что здѣсь нельзя не принимать во вниманіе дѣйствія постоянной нагрузки и что въ точкахъ приложенія временной нагрузки дѣйствуютъ вѣса 2,4 + 4 тонны, и въ точкахъ, неподверженныхъ давленію временной нагрузки вѣса 2,4 тонны. Такимъ образомъ для силъ, составляющихъ давленіе въ шарнирѣ, мы получимъ уравненія:

Черт. 193.



$$0 = -V \,.\, 20 + H \,.\, 5 - 2{,}4\left(\tfrac{20}{2} + 18 + 16 + \ldots 2\right)$$

$$0 = -V \,.\, 20 - H \,.\, 5 + 2{,}4\left(\tfrac{20}{2} + 18 + 16 + \ldots 2\right) + 4\,(10 + 8 + \ldots 2)$$

$$V = 3 \qquad H = 60$$

и изъ черт. 193 получимъ уравненіе моментовъ:

$$0 = Z_5 \,.\, 2{,}218 - 3 \,.\, 12 + 60 \,.\, 0{,}5 + 2.4\left(\tfrac{12}{2} + 10 + \ldots 2\right) + 4 \,.\, 2$$

$$Z_5\,(\max.) = -39{,}86\ \text{т.}$$

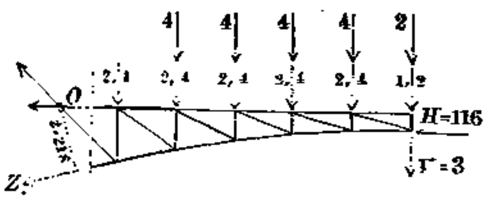
Если дѣйствуютъ нагрузки, сжимающія Z_5, то уравненія для силъ, составляющихъ давленіе въ шарнирѣ, примутъ видъ:

$$0 = V \,.\, 20 + H \,.\, 5 - 6{,}4\,(\tfrac{20}{2} + 18 + \dots 2)$$
$$0 = V \,.\, 20 - H \,.\, 5 + 2{,}4\,(\tfrac{20}{2} + 18 + \dots 2) + 4\,(\tfrac{20}{2} + 18 \dots 12)$$
$$V = 3 \qquad H = 116,$$

а изъ черт. 194 получимъ уравненіе моментовъ:

$$0 = Z_5 \,.\, 2{,}218 + 3{,}12 + 116 \,.\, 0{,}5 + 2{,}4\,(\tfrac{12}{2} + 10 + \dots 2)$$
$$+ 4\,(\tfrac{12}{2} + 10 + \dots 4)$$
$$Z_5\,(\text{min.}) = -142{,}70 \text{ т.}$$

Черт. 194.



Для сравненія опредѣлимъ напряженіе, проявляющееся въ Z_5 при полной нагрузкѣ всей фермы. Въ этомъ случаѣ уравненія, приведенныя выше, примутъ слѣдующій видъ:

$$0 = V \,.\, 20 + H \,.\, 5 - 6{,}4\,(\tfrac{20}{2} + 18 + \dots 2)$$
$$0 = V \,.\, 20 - H \,.\, 5 + 6{,}4\,(\tfrac{20}{2} + 18 + \dots 2)$$
$$V = 0 \qquad H = 128$$
$$0 = Z_5 \,.\, 2{,}218 + 128 \,.\, 0{,}5 + 6{,}4\,(\tfrac{12}{2} + 10 + \dots 2)$$
$$Z_5 = 132{,}7 \text{ т.}$$

Изъ этихъ вычисленій явствуетъ 1) что при **односторонней** нагрузкѣ сжатіе въ разсматриваемой части дуги значительно **больше**, чѣмъ при **полной** нагрузкѣ **всей** фермы, и что, поэтому, и для этихъ частей необходимо обратить вниманіе на одностороннюю нагрузку — это служитъ существеннымъ отличіемъ **параболической арочной фермы** отъ **параболической балочной фермы**, т. е. такой, которая производитъ на опоры только вертикальныя давленія и напряженія частей дугъ которой достигають наибольшаго значенія при полной нагрузкѣ всей фермы. 2) Въ фермахъ этого рода нѣтъ необходимости опредѣлять maximum'ы Z. Дѣйствительно, если не принять въ расчетъ собственнаго вѣса фермы, то наибольшее положительное напряженіе, вызываемое въ частяхъ дуги только одной временной нагрузкой, сложенное съ наибольшимъ отрицательнымъ напряженіемъ, вызываемымъ той же нагрузкой, должно дать въ суммѣ напряженіе, вызываемое въ дугѣ временной нагрузкой, покрывающей весь пролетъ. Это напряженіе, какъ видно изъ предпослѣдняго уравненія (знакъ Z_5 не измѣнится, если вмѣсто 6,4 подставить 4), будетъ величиной отрицательной. Отсюда видно, что наибольшее сжимающее напряженіе возбуждается въ частяхъ дуги временной нагрузкой, покрывающей весь пролетъ. Это напряженіе, какъ видно изъ предпослѣдняго уравненія, должно превышать вытягивающее напряженіе, возбуждаемое той же нагрузкой; въ то же время, постоянная нагрузка возбуждаетъ въ дугѣ постоянное сжатіе и такимъ образомъ еще болѣе увеличиваетъ minimum напряженія сравнительно съ maximum'омъ. Такъ какъ, при одинаковыхъ сжимающихъ и вытягивающихъ усиліяхъ, первыя требуютъ и безъ того бо́льшіе размѣры поперечныхъ сѣченій, чѣмъ вторыя, то въ сооруженіяхъ этого рода можно совершенно не принимать въ расчетъ maximum'овъ Z, такъ какъ поперечныя сѣченія полосъ придется опредѣлить во всякомъ случаѣ по minimum'амъ. Несмотря на это, мы здѣсь приведемъ расчетъ и maximum'овъ и вотъ почему. Если бы дуга была обращена выпуклостью внизъ и если бы мостовое полотно было расположено внизу, т. е. если бы мы имѣли предъ собой цѣпной мостъ, то расчетъ пришлось бы вести точно такъ же и вмѣстѣ съ тѣмъ minimum арочнаго моста обратился бы въ maximum цѣпного и обратно. Если собственный вѣсъ чрезвычайно малъ, то можетъ легко случиться, что подобный minimum получитъ отрицательное значеніе, и несмотря на то, что абсолютная величина его будетъ весьма мала, онъ все-таки будетъ реперомъ для опредѣленія поперечнаго сѣченія. Въ виду этого полезно показать расчетъ тѣхъ значеній Z, которыя здѣсь будутъ maximum'ами.

Для остальныхъ величинъ Z мы получимъ помощью вышеизложеннаго способа слѣдующія значенія:

Z_1.

Точка раздѣловъ грузовъ находится на первой вертикали. Если мостъ ненагруженъ, то:

$$0 = V\,.\,20 + H\,.\,5 - 2{,}4\left(\tfrac{20}{2} + 18 + \ldots 2\right)$$
$$0 = V\,.\,20 - H\,.\,5 + 2{,}4\left(\tfrac{20}{2} + 18 + \ldots 2\right)$$
$$V = 0 \qquad H = 48$$
$$0 = Z_1\,.\,4{,}968 + 48\,.\,0{,}5 + 2{,}4\left(\tfrac{20}{2} + 18 + \ldots 2\right)$$
$$Z_1\,(\text{max.}) = -53{,}14 \text{ т.}$$

Если мостъ нагруженъ сполна:

$$V = 0 \qquad H = 128$$
$$0 = Z_1\,.\,4{,}968 + 128\,.\,0{,}5 + 6{,}4\left(\tfrac{20}{2} + 18 + \ldots 2\right)$$
$$Z_1\,(\text{min.}) = -141{,}71 \text{ т.}$$

Z_2.

(Точка раздѣла грузовъ во 2-й панели).

$$V = 0{,}2 \qquad H = 48{,}8$$
$$0 = Z_2\,.\,4{,}186 + 0{,}2\,.\,18 + 48{,}8\,.\,0{,}5 + 2{,}4\left(\tfrac{18}{2} + 16 + \ldots 2\right)$$
$$Z_2\,(\text{max.}) = -51{,}41 \text{ т.}$$
$$V = 0{,}2 \qquad H = 127{,}2$$
$$0 = Z_2\,.\,4{,}186 + 0{,}2\,.\,18 + 127{,}2\,.\,0{,}5 + 6{,}4\left(\tfrac{18}{2} + 16 + \ldots 2\right)$$
$$Z_2\,(\text{min.}) = -139{,}89 \text{ т.}$$

Z_3.

(Точка раздѣла грузовъ въ 4-й панели).

$$V = 1{,}2 \qquad H = 52{,}8$$
$$0 = Z_3\,.\,3{,}464 - 1{,}2\,.\,16 + 52{,}8\,.\,0{,}5 + 2{,}4\left(\tfrac{16}{2} + 14 + \ldots 2\right) + 4\,.\,2$$
$$Z_3\,(\text{max.}) = -48{,}73 \text{ т.}$$
$$V = 1{,}2 \qquad H = 123{,}2$$
$$0 = Z_3\,.\,3{,}464 + 1{,}2\,.\,16 + 123{,}2\,.\,0{,}5 + 2{,}4\left(\tfrac{16}{2} + 14 + \ldots 2\right) + 4\left(\tfrac{16}{2} + 14 + \ldots 4\right)$$
$$Z_3\,(\text{min.}) = -139{,}3 \text{ т.}$$

Z_4.

(Точка раздѣла грузовъ въ 5-й панели).

$$V=2 \qquad H=56$$

$$0=Z_4\,.\,2{,}805-2\,.\,14+56\,.\,0{,}5+2{,}4\left(\tfrac{14}{2}+12+\dots 2\right)+4\,.\,2$$

$$Z_4\,(\text{max.})=-44{,}77\ \text{т.}$$

$$V=2 \qquad H=120$$

$$0=Z_4\,.\,2{,}805+2\,.\,14+120\,.\,0{,}5+2{,}4\left(\tfrac{14}{2}+12+\dots 2\right)$$
$$+4\left(\tfrac{14}{2}+12+\dots 4\right)$$

$$Z_4\,(\text{min.})=-140{,}3\ \text{т.}$$

Z_6.

(Точка раздѣла грузовъ въ 7-й панели).

$$V=4{,}2 \qquad H=64{,}8$$

$$0=Z_6\,.\,1{,}707-4{,}2\,.\,10+64{,}8\,.\,0{,}5+2{,}4\left(\tfrac{10}{2}+8+\dots 2\right)+4\,.\,2$$

$$Z_6\,(\text{max.})=-34{,}21\ \text{т.}$$

$$V=4{,}2 \qquad H=111{,}2$$

$$0=Z_6\,.\,1{,}707+4{,}2\,.\,10+111{,}2\,.\,0{,}5\left(\tfrac{10}{2}+\dots 2\right)+4\left(\tfrac{10}{2}+\dots 4\right)$$

$$Z_6\,(\text{min.})=-146{,}2\ \text{т.}$$

Z_7.

(Точка раздѣла грузовъ въ 8-й панели).

$$V=5{,}6 \qquad H=70{,}4$$

$$0=Z_7\,.\,1{,}28-5{,}6\,.\,8+70{,}4\,.\,0{,}5+2{,}4\left(\tfrac{8}{2}+6+4+2\right)+4\,.\,2$$

$$Z_7\,(\text{max.})=-28{,}74\ \text{т.}$$

$$V=5{,}6 \qquad H=105{,}6$$

$$0=Z_7\,.\,1{,}28+5{,}6\,.\,8+105{,}6\,.\,0{,}5+2{,}4\left(\tfrac{8}{2}+6+4+2\right)+4\left(\tfrac{8}{2}+6+4\right)$$

$$Z_7\,(\text{min.})=-149{,}9\ \text{т.}$$

Z_8.

(Точка раздѣла грузовъ въ 8-й панели).

$$V=5{,}6 \qquad H=70{,}4$$

$$0=Z_8\,.\,0{,}943-5{,}6\,.\,6+70{,}4\,.\,0{,}5+2{,}4\left(\tfrac{6}{2}+4+2\right)$$

$$Z_8\,(\text{max.})=-24{,}6\ \text{т.}$$

$$Z=5{,}6 \qquad H=105{,}6$$

$$0=Z_8\,.\,0{,}943+5{,}6\,.\,6+105{,}6\,.\,0{,}5+2{,}4\left(\tfrac{6}{2}+4+2\right)+4\left(\tfrac{6}{2}+4+2\right)$$

$$Z_8\,(\text{min.})=-152{,}8\ \text{т.}$$

Z_9.

(Точка раздѣла грузовъ въ 9-й панели).

$$V=7{,}2 \qquad H=76{,}8$$

$$0=Z_9\,.\,0{,}698-7{,}2\,.\,4+76{,}8\,.\,0{,}5+2{,}4\left(\tfrac{4}{2}+2\right)$$

$$Z_9\,(\text{max.})=-27{,}5\ \text{т.}$$

$$V=7,2 \qquad H=99,2$$

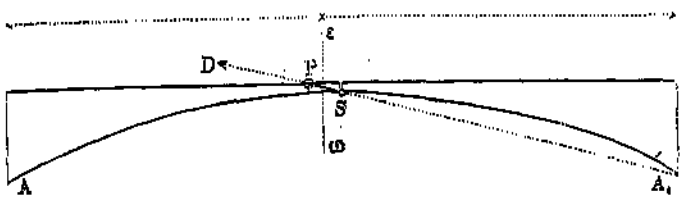
$$0=Z_9 \,.\, 0,698+7,2 \,.\, 4+99,2 \,.\, 0,5+2,4\,(\tfrac{1}{2}+2)+4\,(\tfrac{1}{3}+2)$$

$$Z_9\,(\text{min.})=-149,0 \text{ т.}$$

$$Z_{10}.$$

Хотя при расчетѣ Z_{10} слѣдуетъ строго придерживаться прежняго правила, но мы замѣтимъ, что нагрузки здѣсь распадаются на двѣ группы, изъ которыхъ одна производитъ сжатіе, а другая вовсе не производитъ никакого дѣйствія, тогда какъ прежде нагрузки распадались на сжимающія и вытягивающія (черт. **195**). Это объясняется тѣмъ, что для этой части дуги

Черт. 195.



направленіе прямой $A_1 S$ случайно совпадаетъ съ направленіемъ діагонали десятой панели, такъ что каждая нагрузка, лежащая слѣва отъ сѣченія $\varepsilon\omega$, дѣйствуя на часть фермы $S\varepsilon\omega$ только посредствомъ возбуждаемаго ею въ шарнирѣ давленія D, проходящаго черезъ центръ вращенія P, не можетъ произвести никакого дѣйствія на Z_{10}.

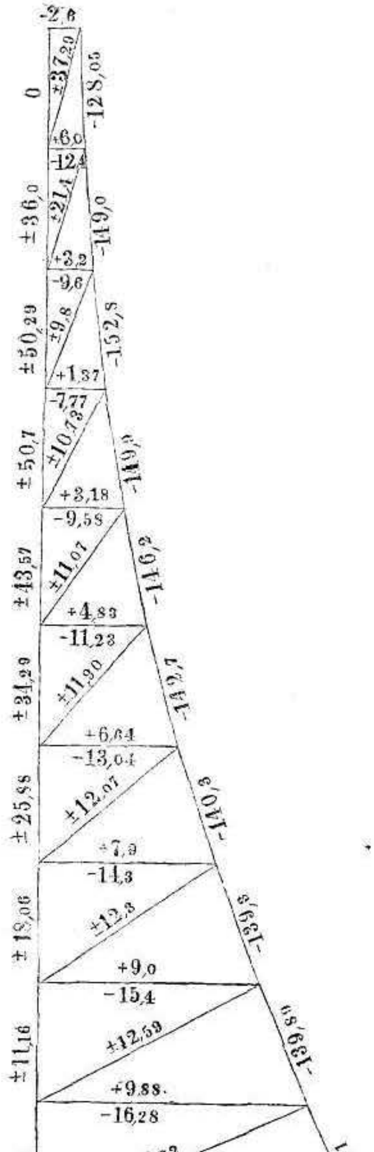
Если бы мы не пожелали отступать отъ принятаго разъ способа расчета, то могли бы опредѣлить maximum и minimum для Z_{10} по примѣру прежняго слѣдующимъ образомъ: предлагаемъ сперва, что ферма вовсе ненагружена (или же, что нагружена только до точки P), а потомъ предполагаемъ, что она нагружена сполна (или же, что только одна правая часть ея, до сѣченія $\varepsilon\omega$ нагружена) и на основаніи этого составляемъ уравненія:

$$V=0 \qquad H=48$$

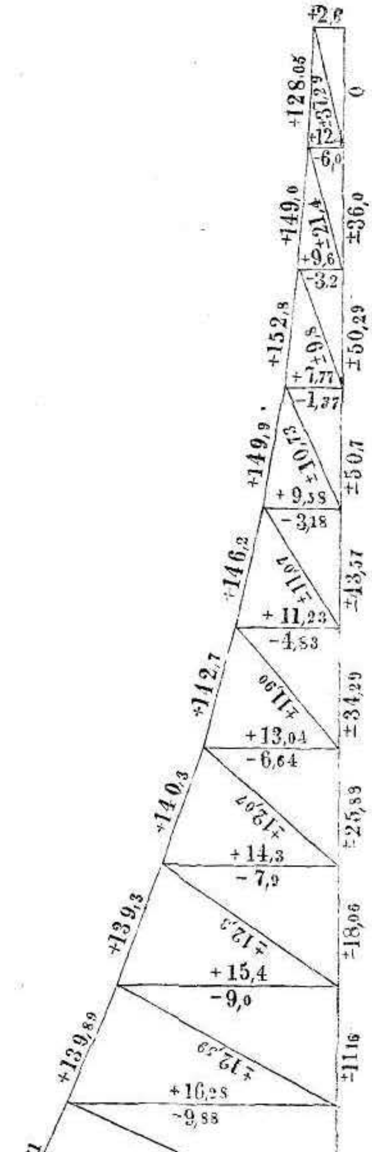
$$0=Z_{10} \,.\, 0,5498+48 \,.\, 0,5+2,4 \,.\, \tfrac{2}{2}$$

$$Z_{10}\,(\text{max.})=-48,02 \text{ т.}$$

Черт. 196.



Черт. 197.



$$V=0 \qquad H=128$$
$$0=Z_{10}\,.\,0{,}5498+128\,.\,0{,}5+2{,}4\,.\,\tfrac{2}{2}+4\,.\,\tfrac{2}{2}$$
$$Z_{10}\,(\text{min.})=-128{,}05\ \text{т.}$$

На чертежѣ **196** выставлены для наглядности результаты всего вычисленія. Если на черт. **196** перемѣнить всѣ знаки на обратные, то получимъ схему напряженій висячаго моста, подвѣшеннаго въ точкахъ A и A_1 и геометрически совершенно подобнаго съ схемой **196** (см. черт. **197**).

§ 23.

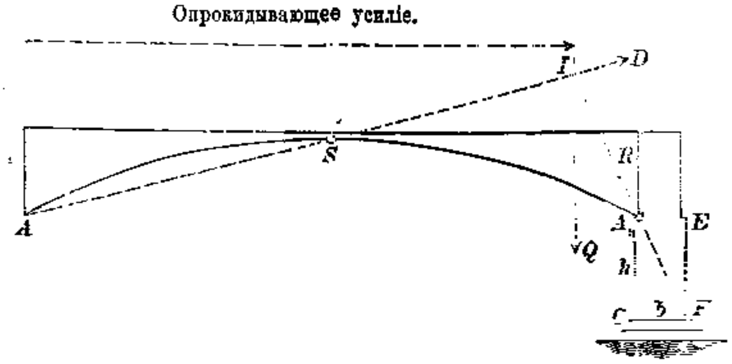
Устойчивость устоевъ.

Методъ, приложенный нами во всѣхъ предъидущихъ вычисленіяхъ къ опредѣленію наибольшихъ напряженій въ полосахъ, можетъ быть приложенъ къ повѣркѣ устойчивости устоевъ и къ опредѣленію наибольшихъ опрокидывающихъ устой усилій.

Сила, стремящаяся опрокинуть устой, есть горизонтальная составляющая давленія на опору, а сила, увеличивающая устойчивость его, есть вертикальная составляющая того же давленія. Обѣ силы достигаютъ своего наибольшаго значенія при полной нагрузкѣ всего моста. Естественно возникаетъ вопросъ: не можетъ ли превосходство момента горизонтальнаго давленія надъ моментомъ вертикальнаго достигнуть своего наибольшаго значенія при частной нагрузкѣ моста, и если можетъ, то какова величина этого опрокидывающаго момента?

Для рѣшенія этого вопроса постараемся, по примѣру прежняго, опредѣлить на фермѣ такую точку, чтобы приложенная въ ней нагрузка не имѣла на устойчивость устоя никакого вліянія. Устой можетъ опрокинуться только вращаясь около точки F (черт. **198**). Если какая-либо сила не должна ни способствовать, ни препятствовать подобному вращенію, то она должна быть направлена въ центръ вращенія. Продолжимъ прямыя FA_1 и AS до взаимнаго пересѣченія, тогда вертикаль, проходящая черезъ точку I, дастъ направленіе нагрузки, которая вызываетъ съ возбуждаемымъ ею шарнирнымъ давленіемъ D, равнодѣйствующую R, проходящую черезъ F и немогущую поэтому произвести вращенія устоя. Для всякой, безъ различія, нагрузки, расположенной справа отъ этой точки, равно-

Черт. 198.

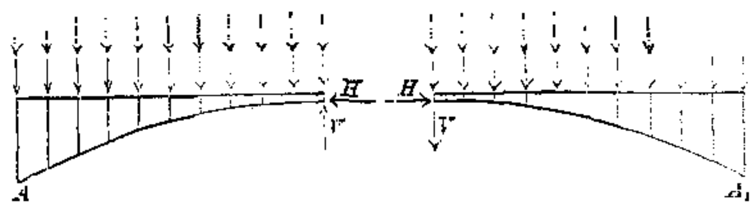


дѣйствующая R пройдетъ справа отъ F, а для всякой нагрузки, расположенной слѣва, R пройдетъ слѣва отъ F. Итакъ, вертикальная прямая, проходящая черезъ точку I, дѣлитъ всю ферму на двѣ части, и для того, чтобы моментъ, вращающій устой налѣво около точки F, достигъ наибольшаго своего значенія, должна быть нагружена вся лѣвая часть фермы, начиная отъ I; а для того, чтобы моментъ, вращающій устой направо около F, достигъ своего наибольшаго значенія, должна быть нагружена вся правая часть фермы, считая отъ I. Очевидно, что положеніе этой вертикали зависитъ отъ отношенія $\frac{h}{b}$, высоты устоя (до точки опоры A_1) къ его основанію. Положимъ, наприм., что въ предъидущемъ примѣрѣ это отношеніе

$$\frac{h}{b} = 2,$$

тогда точка раздѣла грузовъ будетъ въ 18-й панели, и если нагружена только лѣвая часть фермы, то мы получимъ слѣдующія уравненія моментовъ для силъ, составляющихъ давленіе въ шарнирѣ (черт. 199):

Черт. 199.



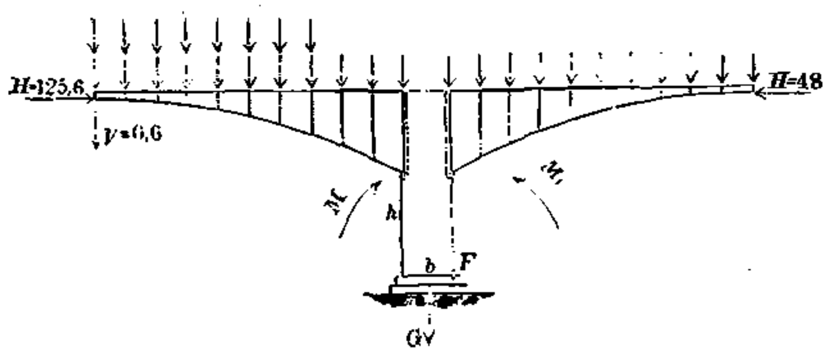
$$0 = -V.20 + H.5 - 2{,}4\left(\tfrac{20}{2} + 18 + \ldots 2\right) - 4\left(\tfrac{20}{2} + 18 + \ldots 6\right)$$
$$0 = -V.20 - H.5 + 2{,}4\left(\tfrac{20}{2} + 18 + \ldots 2\right) + 4\left(\tfrac{20}{2} + 18 + \ldots 2\right)$$
$$V = 0{,}6 \qquad\qquad H = 125{,}6,$$

откуда уравненіе, служащее для опредѣленія наибольшаго опрокидывающаго усилія, приметъ видъ:

$$\frac{M}{2} = -0{,}6\,(b + 20) + 125{,}6\,(h + 5)$$
$$- 2{,}4\left[\left(\frac{20 + b}{2}\right) + (18 + b) + \ldots + (2 + b) + \frac{b}{2}\right]$$
$$- 4\left[\left(\frac{20 + b}{2}\right) + (18 + b) + \ldots + (6 + b)\right],$$

гдѣ M выражаетъ полный моментъ, вызываемый давленіемъ всего моста (состоящаго изъ двухъ фермъ) (черт. 200). Этому

Черт. 200.



опрокидыванію оказываютъ сопротивленіе, вопервыхъ, моментъ устойчивости устоя или быка, а въ послѣднемъ случаѣ и моментъ давленія смежнаго пролета. Моментъ этого давленія, который, очевидно, слѣдуетъ брать относительно той же точки F, достигнетъ наименьшаго значенія тогда, когда на фермѣ не будетъ лежать ни одна нагрузка. Дѣйствительно, всякая нагрузка, лежащая на правомъ пролетѣ, будетъ вращать быкъ около точки F налѣво. Итакъ, быкъ будетъ подверженъ наибольшему опрокидывающему усилію тогда, когда правый пролетъ моста вовсе не будетъ нагруженъ. Мы нашли для этого случая $H=48$ и для момента сопротивленія опрокидыванію мы получимъ уравненіе:

$$\frac{M_1}{2}=48\,.\,(5+h)-2{,}4\left(\frac{20}{2}+18+\ldots 2\right)$$

гдѣ M_1 выражаетъ полный моментъ сопротивленія, вызываемый давленіемъ обѣихъ фермъ праваго пролета моста. Итакъ, называя вѣсъ быка чрезъ G, получимъ для опредѣленія опрокидыванія слѣдующее условное неравенство:

$$G\,.\,\frac{b}{2}>M-M_1\,,$$

Подставляя сюда вмѣсто M и M_1 ихъ величины, получимъ размѣры быка.

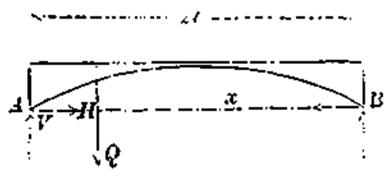
§ 24.

Теорія шарнирныхъ фермъ.

Вышеприведенные численные примѣры доказали, что для расчета данной шарнирной фермы не представляется надобности въ какой-либо особенной теоріи; но для того, чтобы опредѣлить сущность принципа подобнаго сооруженія, необходимо произвести спеціальное изслѣдованіе съ болѣе общей точки зрѣнія.

Если направленія сопротивленій опоръ даны, то можно для каждой данной фермы, при помощи метода статическихъ моментовъ, опредѣлить напряженія всѣхъ ея полосъ. Въ фермахъ мостовъ, разсмотрѣнныхъ нами въ первыхъ четырехъ главахъ (въ отличіе отъ фермъ, разсматриваемыхъ теперь въ шестой главѣ, фермы эти можно назвать балочными) не могло возникнуть сомнѣнія относительно направленій сопротивленій опоръ, потому что въ нихъ концы такъ располагались на опорахъ, что производили только вертикальныя давленія. Въ мостахъ подкосной и арочной системы рядомъ съ вертикальнымъ давленіемъ проявляется **горизонтальное**, такъ что къ опредѣленію напряженій частей фермы можно тогда только приступить, когда будутъ извѣстны эти горизонтальныя давленія; опредѣлить же эти горизонтальныя составляющія давленій опоръ можно только въ предположеніи, что ферма несплошная и что въ извѣстномъ мѣстѣ ея помѣщено шарнирное или же другое какое-либо суставчатое соединеніе. Убѣдиться въ этомъ мы можемъ при помощи слѣдующихъ соображеній. Въ „Теоріи параболическихъ фермъ" было доказано, что парабола представляетъ собой кривую равновѣсія цѣпи, подвѣшенной своими концами къ двумъ опорамъ и равномѣрно нагруженной по длинѣ пролета. Точки опоръ оказываютъ производимымъ на нихъ давленіямъ какъ вертикальныя, такъ и горизонтальныя сопротивленія, величины которыхъ могутъ быть опредѣлены съ совершенной точностью. Если бы, вслѣдствіе какихъ-либо причинъ, способъ нагрузки или видъ кривой измѣнились, то и самая цѣпь вышла бы изъ состоянія равновѣсія, если бы въ такихъ случаяхъ равновѣсіе это не возстановлялось какимъ-либо другимъ приспособленіемъ. Приспособленія эти могутъ быть двухъ родовъ: вопервыхъ, можно лишить звенья цѣпи ихъ подвижности, образовавъ изъ нихъ жесткую дугу, которая своимъ сопротивленіемъ изгибу предотвращала бы измѣненіе въ формѣ дуги, а вовторыхъ, можно, не касаясь шарнирныхъ соединеній въ звеньяхъ, связать цѣпь съ системой горизонтальныхъ, вертикальныхъ и діагональныхъ полосъ, сопротивляющихся всякимъ перемѣщеніямъ. Въ обоихъ случаяхъ ферма обращается въ жесткую балку, которая сохраняетъ, равновѣсіе свое не только вслѣдствіе дѣйствія вертикальныхъ, но и горизонтальныхъ сопротивленій опоръ. Чтобы убѣдиться въ томъ, что вертикальныя составляющія сопротивленій опоръ имѣютъ всегда совершенно опредѣленныя значенія, достаточно составить для черт. 201 или 202 уравненіе моментовъ относительно центра вращенія B:

Черт. 201.

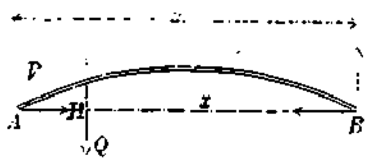


$$0 = V \cdot 2l - Qx,$$

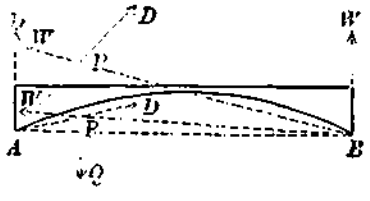
откуда: $V = Q\,\frac{x}{2l}$.

Что касается горизонтальныхъ сопротивленій, то они вполнѣ неопредѣленны, потому что единственное условіе равновѣсія состоитъ въ томъ, чтобы горизонтальное давленіе въ A было равно и прямопротивоположно давленію въ B, а этому условію удовлетворяютъ безчисленныя множества рѣшеній. Высказанному сейчасъ условію можно дать еще слѣдующій видъ: равнодѣйствующія D и W горизонтальныхъ и вертикальныхъ давленій должны встрѣчать вызывающую ихъ нагрузку въ общей точкѣ P, такъ какъ только въ такомъ случаѣ дѣйствіе силъ D и W можетъ быть уничтожено силой Q. Что касается положенія точки пересѣченія D и W на направленіи Q, то оно, очевидно, зависитъ исключительно отъ величины горизонтальныхъ силъ. Точка P будетъ лежать надъ горизонталью AB, если горизонтальныя давленія направлены внутрь пролета и — подъ горизонталью AB, если горизонтальныя давленія направлены въ противоположную сторону (черт. 203 и 204). Точка P будетъ лежать на небольшомъ разстояніи отъ AB, если горизонтальныя давленія велики, на значительномъ, если горизонтальныя дав-

Черт. 202.

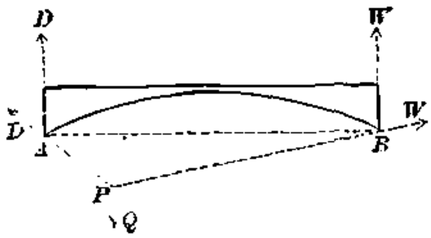


Черт. 203.



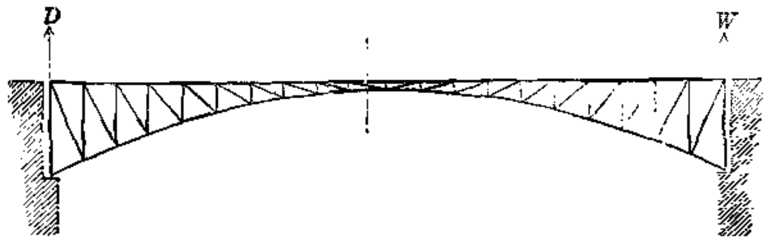
женія малы и — въ безконечности, если эти давленія равны нулю. Что касается абсолютной величины горизонтальныхъ давленій, то она зависитъ отъ положенія и укрѣпленія фермъ на опорахъ, отъ сопротивленій опоръ, отъ температуры — словомъ, отъ чрезвычайно многихъ случайныхъ условій, большая часть которыхъ ускользаетъ отъ аналитическаго изслѣдованія. Несмотря на это, условія, о которыхъ мы упомянули сейчасъ, имѣютъ огромное значеніе для прочности сооруженія. Безопасность сооруженія можетъ нарушиться какъ отъ слишкомъ малыхъ, такъ и отъ слишкомъ большихъ горизонтальныхъ давленій. Что касается послѣдняго, то это очевидно, для объясненія же перваго возьмемъ примѣръ.

Черт. 204.



Если бы въ вычисленной нами арочной фермѣ не было шарнира, то она, очевидно, не давала бы горизонтальнаго распора и представляла бы собой балку (черт. 205), которую слѣдовало бы разсчитать по правиламъ, даннымъ для этого рода фермъ въ первыхъ главахъ; такъ напр. мы получили бы X_{10} изъ слѣдующаго уравненія моментовъ:

Черт. 205.



$$0 = X_{10} \,.\, 0{,}5 + 6{,}4 \left[\left(\tfrac{1}{20} + \tfrac{2}{20} + \ldots \tfrac{10}{20}\right) 20 + \left(\tfrac{11}{20} \,.\, 20 - 2\right) + \left(\tfrac{12}{20} \,.\, 20 - 4\right) + \ldots \left(\tfrac{19}{20} \,.\, 20 - 18\right)\right],$$

откуда $$X_{10}\,(\text{min.}) = -1280 \text{ т.},$$

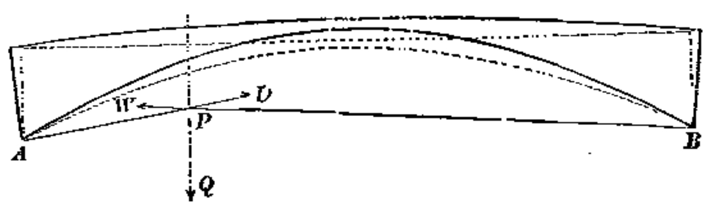
тогда какъ для той же полосы арочнаго моста напряженіе равно $\pm$ 50,7 т. Точно также для Z_{10} получили бы уравненія:

$$0 = -Z_{10} . 0{,}5498 + 6{,}4\left[\left(\tfrac{1}{20} + \tfrac{2}{20} + \ldots \tfrac{11}{20}\right) 18 + \left(\tfrac{12}{20} . 18 - 2\right) + \left(\tfrac{13}{20} . 18 - 4\right) + \ldots \left(\tfrac{19}{20} . 18 - 16\right)\right],$$

$$Z_{10}\,(\text{max.}) = -1229 \text{ т.}$$

Для этой же полосы было найдено въ арочной фермѣ число — 128,05 т. Итакъ, если мы не сдѣлаемъ шарнира, то напряженія въ нѣкоторыхъ частяхъ дуги увеличатся въ 10 разъ, а въ горизонтальныхъ полосахъ даже больше. Съ другой стороны, если ферма укрѣплена на опорахъ неподвижно, то нетрудно доказать, что при расширеніи, вслѣдствіе возвышенія температуры, напряженія полосъ тоже возрастутъ до чрезмѣрной величины. Въ этомъ случаѣ прочности сооруженія угрожаетъ то, что давленія опоръ могутъ чрезмѣрно возрасти, принимая при этомъ все болѣе и болѣе горизонтальное направленіе (черт. 206). Указанная нами неопредѣленность въ направленіи

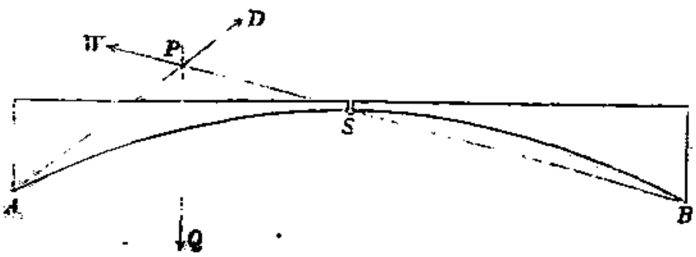
Черт. 206.



и величинѣ давленій опоръ пропадаетъ совершенно, если въ ключѣ арки помѣщено шарнирное соединеніе, дающее сопротивленіямъ опоръ опредѣленное направленіе и величину. Мы уже доказали, что вызываемое даннымъ грузомъ Q давленіе W со стороны опоры ненагруженной половины фермы проходитъ черезъ шарнирное соединеніе S и что оно засѣкаетъ точку P, дающую направленіе сопротивленію второй опоры (черт. 207). Съ возвышеніемъ температуры обѣ половины фермы, вращаясь около S, раскроютъ нѣсколько свой стыкъ; если же опоры нѣсколько разойдутся въ стороны, то этотъ стыкъ такимъ же образомъ нѣсколько сомкнется и потому измѣненіе величины горизонтальныхъ составляющихъ сопротивленій опоръ можетъ произойти только вслѣдствіе измѣненія нагрузки.

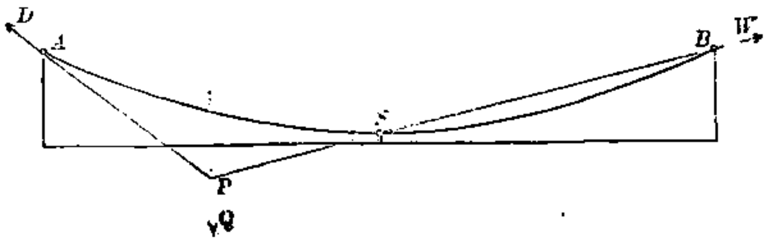
Въ §§ 8 и 22 мы говорили, что между способомъ расчета арочной фермы, т. е. такой, выпуклая сторона дуги которой

Черт. 207.



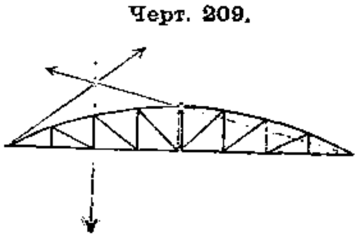
направлена вверхъ (черт. 207) и висячей, цѣпной (черт. 208) нѣтъ никакой разницы. Если черт. 207 перевернуть около

Черт. 208.



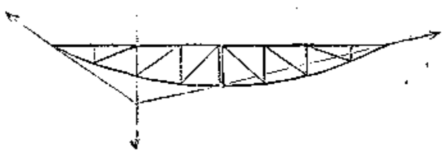
горизонтальной прямой и представить себѣ затѣмъ, что всѣ внутреннія, дѣйствующія въ частяхъ фермы, и всѣ внѣшнія силы перемѣнили свои направленія, то получимъ напряженія для фермы (черт. 208). Всѣ теоремы, доказанныя для первой могутъ быть непосредственно приложены и къ послѣдней.

Черт. 209.



Едва ли необходимо упомянуть, что начало шарнирныхъ фермъ можетъ быть подвержено значительнымъ варіаціямъ; здѣсь мы укажемъ только вскользь на схемы **209** и **210**. Первую изъ нихъ можно разсматривать какъ параболическую ферму вида (черт. **39**), въ которой горизонтальный, вытягиваемый поясъ разрѣзанъ, и вмѣсто того приложены горизонтальныя давленія опоръ; схема **210** представляетъ аналогическую ферму съ висячей цѣпью. При расчетѣ подобныхъ фермъ слѣдуетъ строго придерживаться способовъ, показанныхъ въ §§ 21 и 22.

Черт. 210.



Глава седьмая.

§ 25.

Преобразованія численныхъ значеній напряженій въ частяхъ фермы, при измѣненіи длины пролета.

Мы привели въ предъидущихъ главахъ полный расчетъ напряженій всѣхъ полосъ, составляющихъ различныя фермы; постараемся теперь показать какимъ образомъ можно воспользоваться этими данными при расчетѣ фермъ, **геометрически подобныхъ** вычисленнымъ, т. е. такихъ, которыя отличаются отъ вычисленныхъ только тѣмъ, что онѣ выполнены въ другомъ масштабѣ. Если бы нагрузки, а главное, отношеніе постоянной нагрузки къ временной въ двухъ подобныхъ фермахъ было одно и то же, то числа, найденныя для одной изъ нихъ были бы вмѣстѣ и численными значеніями напряженій частей другой. Дѣйствительно, при составленіи уравненій моментовъ наименованія масштабовъ: метръ, аршинъ, сажень, футъ очевидно не играютъ никакой роли, а потому напряженія, выведенныя изъ этихъ уравненій при различныхъ масштабахъ, останутся тѣ же; на корни всѣхъ этихъ уравненій имѣли вліяніе не абсолютныя длины плечъ разныхъ моментовъ, а только **отношенія** ихъ. Итакъ, если съ увеличеніемъ пролета временная и постоянная нагрузка тоже возрастаютъ, сохраняя, однако, то же самое взаимное отношеніе, то для полученія напряженій новой фермы достаточно умножить найденныя прежде числа на знаменатель отношенія второй нагрузки къ первой. Вообще говоря, условіе это въ большей части сооруженій не можетъ быть выполнено и съ увеличеніемъ пролета постоянная нагрузка возрастаетъ быстрѣе временной, а потому въ этомъ случаѣ напряженія разныхъ частей возрастаютъ въ различной степени. Постараемся найти возможно простую зависимость между напряженіями однородныхъ (подобныхъ) полосъ геометрически **подобныхъ** фермъ при различныхъ нагрузкахъ съ тѣмъ, чтобы, зная эту зависимость, можно было легко опредѣлить по даннымъ напряженіямъ одной фермы напряженія въ **подобной** ей фермѣ.

Обозначимъ постоянную нагрузку на данный узелъ одного сооруженія чрезъ p, и временную чрезъ m, тѣ же величины въ новомъ сооруженіи чрезъ p_1 и m_1.

Напряженіе каждой полосы можно себѣ представить состоящимъ изъ двухъ частей: одну изъ нихъ возбуждаетъ постоянная нагрузка, а другую временная. Если первую умножить на отношеніе $\frac{p_1}{p}$, а вторую на $\frac{m_1}{m}$ и соединить ихъ въ одно, то получимъ напряженіе полосы въ новомъ сооруженіи.

По вліянію, которое постоянная нагрузка оказываетъ на разныя полосы, онѣ могутъ быть раздѣлены на три группы. Къ первой относятся полосы, напряженія въ которыхъ зависятъ исключительно отъ одной только временной нагрузки; для нихъ найдемъ новыя напряженія, умножая числа, найденныя прежде, на

$\frac{m_1}{m}$. Ко второй группѣ относятся полосы, напряженія въ которыхъ обусловливаются исключительно только полной нагрузкой всей фермы $(p+m)$; для нихъ найдемъ новыя напряженія, умножая старыя на отношеніе $\frac{p_1+m_1}{p+m}$. Къ третьей группѣ относятся полосы, непринадлежащія ни къ одной изъ первыхъ двухъ группъ, т. е. такія, на которыя вліяніе каждой нагрузки выражается особеннымъ образомъ. Для полученія новыхъ напряженій въ этихъ полосахъ слѣдуетъ найденную прежде часть напряженія, зависящую отъ постоянной нагрузки, умножить на $\frac{p_1}{p}$, а найденную часть напряженія, зависящую отъ временной нагрузки, умножить на $\frac{m_1}{m}$ и соединить оба произведенія въ одно число. Итакъ, только для этой одной группы нужно сдѣлать новый, большей частью самый простой расчетъ. Что касается первыхъ двухъ группъ то для нихъ напряженія могутъ быть составлены изъ найденныхъ почти непосредственно.

Пояснимъ сказанное на примѣрахъ:

а) Параболическая ферма.

Здѣсь діагонали относятся къ первой, горизонтали и части дуги ко второй, а вертикали къ третьей группѣ. Для полученія напряженій частей фермы пролетомъ въ 48 метровъ, съ постоянной нагрузкой на каждый узелъ въ 8000 кил., а временной, въ 12000 кил., геометрически подобной изображенной на черт. 27, слѣдуетъ умножить напряженія шести діагоналей, найденныя прежде, на

$$\frac{12000}{5000} = 2{,}4;$$

такимъ образомъ мы получимъ числа:

$$\pm 15000 \pm 16400 \pm 17000 \pm 16400 \pm 15000 \pm 13130$$

Напряженія горизонтальныхъ полосъ, которыя всѣ равны $-$ 48000, слѣдуетъ умножить на

$$\frac{8000+12000}{1000+5000} = \frac{10}{3}$$

и мы получимъ $-$ 160000.

Для полученія новыхъ напряженій въ частяхъ дуги слѣдуетъ умножить числа, полученныя прежде, на то же число $\frac{10}{3}$:

$$+175000+167700+163000+160300$$

Напряженія въ вертикаляхъ слѣдуетъ разложить на составляющія, возбуждаемыя постоянной нагрузкой, которыя для каждой вертикали равны

$$-1000$$

и на составляющія, возбуждаемыя временной нагрузкой, которыя получатся, если изъ полныхъ напряженій вычесть это напряженіе -1000. Такимъ образомъ мы получимъ слѣдующія числа:

для maximum'овъ:

$$\begin{Bmatrix}-1000\\0\end{Bmatrix}\ \begin{Bmatrix}-1000\\+1560\end{Bmatrix}\ \begin{Bmatrix}-1000\\+2500\end{Bmatrix}\ \begin{Bmatrix}-1000\\+2800\end{Bmatrix};$$

для minimum'овъ:

$$\begin{Bmatrix}-1000\\-5000\end{Bmatrix}\ \begin{Bmatrix}-1000\\-6560\end{Bmatrix}\ \begin{Bmatrix}-1000\\-7500\end{Bmatrix}\ \begin{Bmatrix}-1000\\-7800\end{Bmatrix}.$$

Для полученія новыхъ напряженій слѣдуетъ верхнее число въ каждой парѣ скобокъ умножить на 8, а нижнее на 2,4:

для maximum'овъ:

$$\begin{Bmatrix}-8000\\0\end{Bmatrix}=-8000;\ \begin{Bmatrix}-8000\\+3740\end{Bmatrix}=-4260;$$

$$\begin{Bmatrix}-8000\\+6000\end{Bmatrix}=-2000;\ \begin{Bmatrix}-8000\\+6720\end{Bmatrix}=-1280;$$

для minimum'овъ:

$$\begin{Bmatrix}-8000\\-12000\end{Bmatrix}=-20000;\begin{Bmatrix}-8000\\-15700\end{Bmatrix}=-23700;$$

$$\begin{Bmatrix}-8000\\-18000\end{Bmatrix}=-26000;\begin{Bmatrix}-8000\\-18700\end{Bmatrix}=-26700.$$

Для остальныхъ трехъ стоекъ напряженія будутъ тѣ же, что и для первыхъ трехъ.

b) Фахверковая ферма съ параллельными поясами.

Первой группы въ этой системѣ фермъ вовсе не существуетъ, ко второй относятся всѣ горизонтальныя полосы, а къ третьей всѣ діагонали и стойки.

Итакъ, для полученія напряженій въ полосахъ фермы, отверстіемъ въ 48 метровъ и нагруженной 8000 кил. постоянной и 12000 кил. временной нагрузки на каждый узелъ, геометрически подобной изображенной на черт. **57**, слѣдуетъ найденныя четыре различныя напряженія діагоналей фермы (черт. **57**) перемножить на

$$\frac{8000+12000}{1000+5000}=\frac{10}{3},$$

откуда получимъ новыя числа:

70000; 120000; 150000; 160000;

для верхняго пояса числа эти должны быть взяты со знакомъ —, а для нижняго со знакомъ +.

Хотя новый расчетъ напряженій въ діагоналяхъ и стойкахъ потребовалъ бы не больше времени, чѣмъ предложенный нами сейчасъ выводъ, основанный на полученныхъ прежде напряженіяхъ, но послѣдній способъ имѣетъ за собой то преимущество, что помощью его можно изучить вліяніе на стойки и діагонали временной и постоянной нагрузки въ отдѣльности и такимъ образомъ получить болѣе вѣрный взглядъ на взаимнодѣйствіе этихъ частей въ общей конструкціи сооруженія. Въ виду этого мы покажемъ ходъ расчета, о которомъ идетъ рѣчь, на примѣрѣ; расчитаемъ діагональ и вертикаль въ 3-й панели. Для $Y_3 = -V_3 . \sqrt{2}$ въ § 10 было найдено уравненіе:

$$0 = Y . 0{,}707 - 1000\left[\left(\tfrac{1}{8}+\tfrac{2}{8}+\ldots\tfrac{5}{8}\right)-\left(1-\tfrac{6}{8}\right)-\left(1-\tfrac{7}{8}\right)\right]$$
$$-5000\left(\tfrac{1}{8}+\tfrac{2}{8}+\ldots\tfrac{5}{8}\right)+5000\left[\left(1-\tfrac{6}{8}\right)+\left(1-\tfrac{7}{8}\right)\right].$$

Отбросимъ въ этомъ уравненіи члены, умноженные на 5000, тогда для напряженія Y_3, соотвѣтствующаго дѣйствію одной постоянной нагрузки, получимъ:

$$+2120.$$

Отбросимъ въ томъ же уравненіи члены, умноженные на 1000, тогда для напряженій Y_3, соотвѣтствующихъ дѣйствію одной временной нагрузки, получимъ слѣдующія крайнія значенія:

$$+13260 \text{ и } -2650.$$

Умножимъ $+2120$ на отношеніе

$$\frac{8000}{1000}=8,$$

а $+13260$ и -2650 на

$$\frac{12000}{5000}=2,4$$

и сложимъ ихъ, тогда получимъ новыя значенія для maximum'a и minimum'a Y_3:

$$\left\{\begin{matrix}+16960\\+31824\end{matrix}\right\}=+48784;\ \left\{\begin{matrix}+16960\\-\ \ 6360\end{matrix}\right\}=+10600.$$

Напряженія въ стойкѣ, примыкающей къ діагонали справа, получимъ, умноживъ числа, найденныя прежде на $-\frac{1}{\sqrt{2}}$, а именно:

$$\left\{\begin{matrix}-12000\\-22500\end{matrix}\right\}=-33500;\ \left\{\begin{matrix}-12000\\+\ \ 4500\end{matrix}\right\}=-7500.$$

c) Арочные и висячіе мосты.

Къ первой группѣ относятся горизонтали и діагонали, второй группы вовсе нѣтъ, а къ третьей — части дугъ и вертикали.

Итакъ, если бы пришлось разсчитать напряженія въ висячей фермѣ пролетомъ въ 120 метр., подверженной постоянной нагрузкѣ въ 20, а временной въ 12 тоннъ на каждый узелъ и геометрически подобной арочной фермѣ, расчитанной въ § 22, то для полученія напряженій въ горизонталяхъ слѣдуетъ умножить числа, найденныя для этихъ полосъ въ § 22, на

$$\tfrac{12}{4}=3$$

$\pm15,6 \mid \pm33,48 \mid \pm54,18 \mid \pm77,64 \mid \pm102,87 \mid \pm130,71$
$\pm152,1 \mid \pm150,87 \mid \pm108,0 \mid 0.$

Напряженія, найденныя въ томъ же § для діагоналей, тоже слѣдуетъ умножить на 3, тогда для новой фермы получимъ:

$$\pm 38{,}76 \mid \pm 37{,}77 \mid \pm 36{,}9 \mid \pm 36{,}21 \mid \pm 35{,}7 \mid \pm 33{,}21$$
$$\pm 32{,}19 \mid \pm 29{,}4 \mid \pm 64{,}2 \mid 111{,}87.$$

Что касается вертикалей, то для нихъ можно воспользоваться числами, найденными прежде для U_1; U_2,... и выражающими вліяніе подвижной нагрузки (для висячаго моста величины эти слѣдуетъ брать съ обратными знаками). Умноживъ эти числа на $\frac{12}{4} = 3$, получимъ для maximum'овъ:

$$+47{,}46 \mid +45{,}24 \mid +42{,}6 \mid +39{,}3 \mid +35{,}52 \mid +30{,}09$$
$$+25{,}14 \mid +19{,}71 \mid +25{,}2 \mid +33{,}6 \mid +6$$

и для minimum'овъ:

$$-35{,}46 \mid -33{,}24 \mid -30{,}6 \mid -27{,}3 \mid -23{,}52 \mid -18{,}09$$
$$-13{,}14 \mid -7{,}71 \mid -13{,}2 \quad -21{,}6 \quad 0.$$

Часть напряженія каждой вертикали, зависящая отъ дѣйствія постоянной нагрузки, была найдена прежде равной $+1{,}2$ (кромѣ 11-й вертикали, въ которой величина эта равна 0,6); умноживъ это число на $\frac{20}{2{,}4} = 8{,}33\ldots$, получимъ часть напряженій вертикалей новой фермы, зависящую отъ дѣйствія постоянной нагрузки: $1{,}2 \,.\, 8{,}33\ldots = +10$.

Складывая найденныя здѣсь двѣ части наибольшихъ напряженій, найдемъ полныя напряженія для вертикалей:

+57,46 −25,46	+55,24 −23,24	+52,6 −20,6	+49,3 −17,3	+45,52 −13,52	+40,09 −8,09
	+35,14 −3,14	+29,71 +2,29	+35,2 −3,2	+43,6 −11,6	+11 +5

При расчетѣ напряженій частей дугъ новой фермы способъ разложенія полныхъ напряженій тоже представляетъ преимущества предъ другимъ ходомъ расчета. Дѣйствительно, та часть напряженія, которая соотвѣтствуетъ дѣйствію постоянной нагрузки, можетъ быть опредѣлена по теоріи *цѣпной линіи*, изложенной въ § 8; вторую часть напряженія можно получить, вычтя найденное для арочной фермы напряженіе при постоянной нагрузкѣ изъ полнаго напряженія. Такимъ образомъ числа, выставленныя на черт. 197, разложатся на слѣдующія составляющія:

53,2	52,2	51,2	50,5	49,8	49,3	48,7	48,4	48,1	48
88,5	87,7	88,1	89,8	92,9	96,9	101,2	104,4	100,9	80

Верхнія числа соотвѣтствуютъ постоянной нагрузкѣ, а нижнія временной; первыя слѣдуетъ умножить на $\frac{20}{2,4} = 8,33\ldots$, а вторыя на $\frac{12}{4} = 3$, откуда получатся числа:

443	434,5	427	421	415	410	406	403	401	400
265	263	264	269	279	291	304	313	303	240,

складывая ихъ, получимъ напряженія частей дуги новой цѣпи:

708 | 697,5 | 691 | 690 | 694 | 701 | 710 | 716 | 704 | 640.

Глава восьмая.

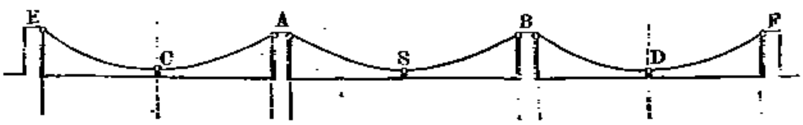
§ 26.

Висячій мостъ съ среднимъ пролетомъ въ 120 метр. и съ двумя боковыми пролетами въ 60 метр. каждый.

Сравнивая количество матеріала, затрачиваемое при сооруженіи арочнаго моста съ количествомъ матеріала, потребнымъ на сооруженіе висячаго, мы найдемъ, что результатъ сравненія будетъ для висячихъ мостовъ неблагопріятенъ въ томъ отношеніи, что въ арочныхъ мостахъ опорныя точки должны быть расположены довольно низко и распоръ прижимаетъ устой къ берегамъ, тогда какъ въ висячихъ мостахъ подвѣсныя точки расположены высоко, распоръ въ нихъ дѣйствуетъ въ сторону рѣки и такимъ образомъ вращаетъ береговые устои именно въ ту сторону, которая представляетъ и безъ того наименьшій моментъ устойчивости. Итакъ, въ тѣхъ случаяхъ, когда скалистые берега, представляя собой какъ бы естественные устои для арочнаго моста, не требуютъ значительныхъ затратъ на устройство прочныхъ опоръ, устои для цѣпнаго моста, подвѣшеннаго къ ихъ вершинамъ, потребовали бы несравненно большихъ издержекъ.

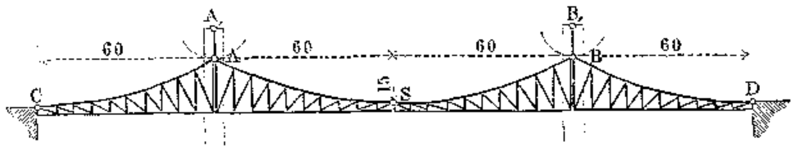
Если же русло рѣки покрыто рядомъ висячихъ мостовъ, расположенныхъ одинъ за другимъ, то сравненіе ихъ съ арочными будетъ не столь неблагопріятно для первыхъ (черт. 211). Гори-

Черт. 211.



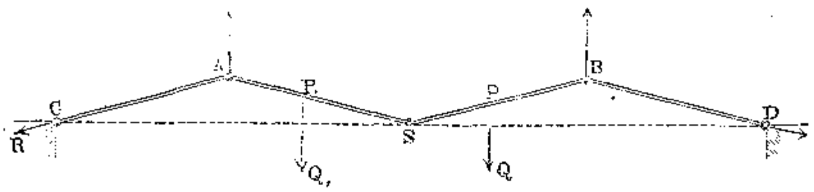
зонтальный распоръ надъ быками, по крайней мѣрѣ при полной нагрузкѣ, почти совершенно исчезаетъ и упомянутый выше недостатокъ останется неустраненнымъ только для однихъ устоевъ. Предполагая, что дугамъ висячихъ мостовъ дана форма параболы, *мы найдемъ, что при полной нагрузкѣ діагонали и горизонтали* не будутъ испытывать въ нихъ никакого напряженія. Въ этомъ случаѣ равновѣсіе моста нисколько не нарушится, если части CE и DF вовсе устранить и вмѣсто того закрѣпить концы цѣпи C и D; такимъ пріемомъ мы значительно понизимъ точку приложенія горизонтальнаго распора и увеличимъ устойчивость устоевъ. Если представить себѣ, кромѣ того, что ферма подвѣшена въ точкахъ A и B помощью подвѣсныхъ струнъ AA_1 и BB_1, вращающихся около неподвижныхъ задѣланныхъ въ стѣны быковъ, осей A_1 и B_1, то быки не будутъ испытывать горизонтальнаго распора даже при односторонней нагрузкѣ моста, потому что въ этомъ случаѣ на быкъ могутъ передаваться только вертикальныя давленія (черт. 212). Части AC и BD служатъ для средняго пролета AB натяжными цѣпями, которыми можно воспользоваться для покрытія боковыхъ пролетовъ.

Черт. 212.



Что касается способовъ подвѣски фермъ, то на черт. 212 мы представили самый простой изъ нихъ для того, чтобы рѣшить заданный вопросъ самымъ нагляднымъ образомъ и въ самомъ простомъ видѣ. Впослѣдствіи мы докажемъ, что упомянутыхъ преимуществъ можно достигнуть и другимъ образомъ. Въ общемъ видѣ подобный мостъ можно разсматривать какъ систему, состоящую изъ 4 полосъ, укрѣпленныхъ помощью шарнировъ на опорахъ въ точкахъ C и D и подвѣшенныхъ, кромѣ того, въ точкахъ A и B помощью подвѣсныхъ струнъ (черт. 213). Положимъ, что эти полосы не имѣютъ собствен-

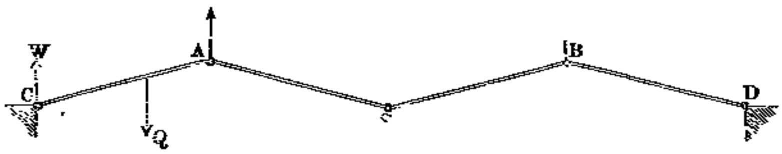
Черт. 213.



наго вѣса нетрудно убѣдиться, что въ этомъ случаѣ нагрузка Q, наложенная на одну изъ нихъ, можетъ вызвать въ другой, **ненагруженной** полосѣ только такую силу, которая совпадаетъ съ направленіемъ ея, такъ какъ, въ противномъ случаѣ, необходимо произошло бы вращеніе около одного изъ концовъ. Итакъ, нагрузка Q, приложенная къ точкѣ P, можетъ вызвать въ точкѣ закрѣпленія C только такое сопротивленіе R, которое совпадаетъ съ направленіемъ полосы AC; нагрузка Q_1, приложенная въ P_1, можетъ вызвать въ той же точкѣ C только сопротивленіе, направленное по AC.

Если же, напротивъ, въ какой-либо точкѣ полосы AC приложена нагрузка Q (черт. 214), то она вызоветъ въ точкѣ C только вертикальное противодѣйствіе W. Дѣйствительно,

Черт. 214.



если бы въ точкѣ C проявилась малѣйшая горизонтальная сила, то и въ точкѣ A, а слѣдовательно и въ S должны были бы проявиться такія же силы; но при данныхъ условіяхъ въ точкѣ S не можетъ проявиться никакая горизонтальная сила, потому что полосы AS и BS ненагружены, а потому, на основаніи предъидущаго, если бы въ S проявилась сила, то она должна была бы совпасть съ направленіями обѣихъ полосъ, что невозможно; слѣдовательно нагрузка, наложенная на полосу AC, не произведетъ на три полосы $ASBD$ никакого вліянія.

Итакъ, если нагрузки расположены исключительно на полосѣ AC, то она играетъ роль нагруженнаго и подпертаго на концахъ бруса; если нагрузки лежатъ только на двухъ полосахъ ASB, то точки подвѣски A и B играютъ роль неподвижныхъ точекъ.

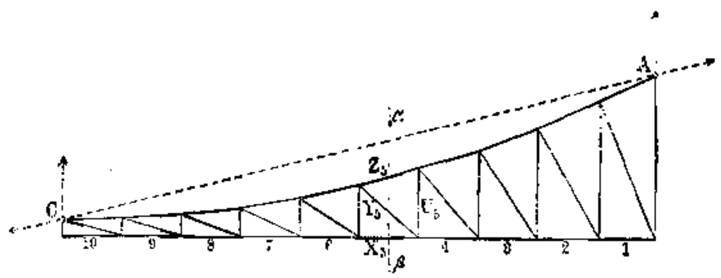
a) Расчетъ фермы главнаго пролета AB.

На основаніи предъидущихъ замѣчаній, слѣдуетъ расчитать обѣ половины средняго пролета такъ, какъ была расчитана ферма черт. 197, а потому къ нимъ можно примѣнить преобразованныя нами уже въ концѣ предъидущаго § напряженія для висячей фермы отверстіемъ въ 120 метровъ.

b) Расчетъ фермъ боковыхъ пролетовъ AC (черт. 215).

Части моста AC и BD по формѣ и конструкціи геометрически подобны каждой изъ половинъ арочной фермы, расчитанной нами въ § 22, а потому мы условимся обозначать соотвѣтственно подобныя полосы одпѣми и тѣми же буквами. Нагрузка будетъ та же, что и для фермы, разсмотрѣнной въ § 25 с.,

Черт. 215.



т. е. на каждую панель придется 20 тоннъ постоянной и 12 тоннъ временной нагрузки. При расчетѣ напряженій мы будемъ придерживаться тѣхъ же началъ, что и при расчетѣ арочнаго моста (§ 22). Для каждой полосы мы будемъ предварительно опредѣлять, на какихъ узлахъ должны быть расположены нагрузки, чтобы она испытывала наибольшее сжатіе и на какихъ узлахъ должны быть расположены нагрузки, чтобы полоса эта испытывала наибольшее вытягиваніе. Въ изслѣдованіяхъ этихъ слѣдуетъ пользоваться вышеприведенными двумя теоремами, а именно:

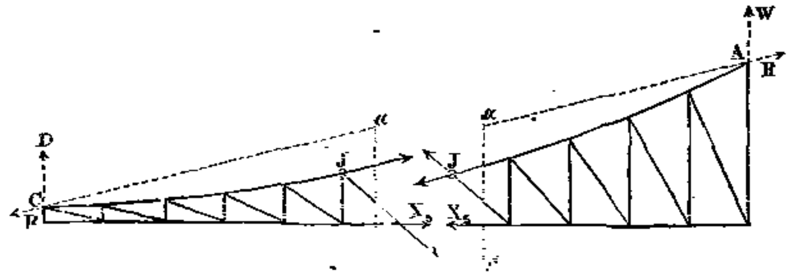
1) Нагрузка, положенная на главный пролетъ, вызываетъ въ точкахъ A и C части AC сопротивленіе R, направленное по AC.

2) Нагрузка, положенная на боковой пролетъ, вызываетъ въ опорной точкѣ C только вертикальное сопротивленіе.

Расчетъ напряженій X въ горизонталяхъ.

Для опредѣленія X_5 слѣдуетъ провести сѣченіе $\alpha\beta$ и составить для части (черт. 216) или (черт. 217) уравненіе моментовъ, принимая за центръ вращенія точку J. Всякая нагрузка, лежащая на части фермы (черт. 216), вызоветъ давленіе W на часть фермы (черт. 217). Давленіе это стремится повернуть часть фермы (черт. 217) налѣво около J; сила X_5 въ то же время вращаетъ эту часть направо, поэтому X_5 дѣйствіемъ **силы, расположенной на части черт. 216, получаетъ**

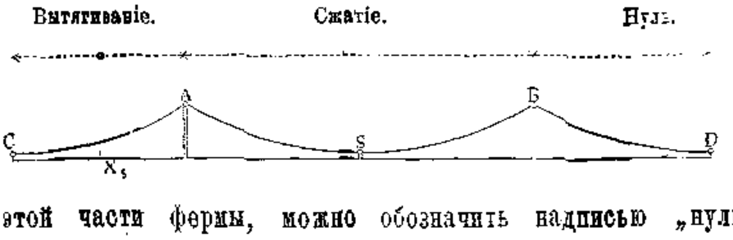
Черт. 216. Черт. 217.



положительное значеніе; итакъ, группа нагрузокъ, производящихъ ***вытягиваніе X_5, должна быть расположена на части*** фермы $C\alpha\beta$. Нагрузка, лежащая на части фермы (черт. 217), **вызываетъ въ C вертикальное** давленіе D, вращающее часть **(черт. 216) направо** около J, а потому подобная нагрузка **производитъ въ X_5 вытягиваніе; итакъ, нагрузки, лежащія на части $A\alpha\beta$, принадлежатъ къ группѣ вытягивающихъ X_5.** Нагрузка, расположенная на главномъ пролетѣ, вызываетъ въ C давленіе R на часть фермы (черт. 216), вращающее *ее налѣво, а потому подобная нагрузка производитъ въ X_5* **отрицательное напряженіе; итакъ, группа нагрузокъ, расположенныхъ на главномъ пролетѣ, производитъ въ X_5 сжатіе.**

Нагрузки, лежащія на части BD не производятъ на часть AC никакого вліянія, а потому группу нагрузокъ, лежащихъ

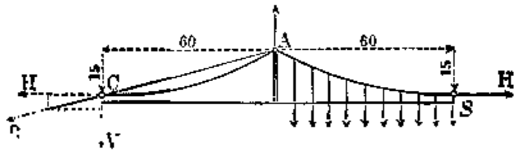
Черт. 218.



на этой части фермы, можно обозначить надписью „нуль" (черт. 218).

Если весь мостъ покрытъ сплошь равномѣрной нагрузкой, то напряженіе въ горизонталяхъ будетъ равно нулю, поэтому можно оставить безъ вниманія вліяніе постоянной нагрузки; что касается группы вытягивающихъ нагрузокъ, то онѣ производятъ въ X_5 такое же положительное напряженіе, какое группа сжимающихъ нагрузокъ вызываетъ въ X_5 отрицательное напряженіе. На основаніи этого достаточно вычислить одно max. X_5 или одно min. X_5 и при этомъ можно предположить,

Черт. 219.

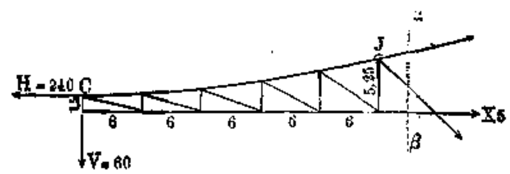


что нагруженъ сплошь весь средній пролетъ или только оба боковые. Въ первомъ предположеніи мы получимъ для горизонтальнаго давленія, вызываемаго временной нагрузкой въ точкѣ S (черт. 219), слѣдующее уравненіе:

$$0 = -H \cdot 15 + 12\left(\tfrac{60}{2} + 54 + 48 + \ldots + 12 + 6\right)$$
$$H = 240.$$

Горизонтальная составляющая силы R равна тому же числу и вертикальная составляющая R относится къ ея горизонтальной составляющей, какъ $15:60 = 1:4$, а потому $V = 60$.

Черт. 220.



Такимъ образомъ мы получимъ для X_5 слѣдующее уравненіе моментовъ (черт. 220):

$$0 = -X_5 \cdot 5{,}25 + 240 \cdot 3{,}75 - 60 \cdot 30$$
$$X_5\,(\text{min.}) = -171{,}4 \text{ т.}$$

[Для повѣрки можно расчитать X_5 (max.), предполагая, что нагружена только часть фермы AC, разсматривая ее какъ балочную ферму. Такимъ образомъ мы получимъ уравненіе

$$0 = -X_5 . 5{,}25 + 12\left[\left(\tfrac{1}{10} + \ldots \tfrac{5}{10}\right)30 + \left(\tfrac{6}{10} . 30 - 6\right) + \left(\tfrac{7}{10} . 30 - 12\right) + \left(\tfrac{8}{10} . 30 - 18\right) + \left(\tfrac{9}{10} . 30 - 24\right)\right]$$

$$X_4\,(\text{max.}) = +171{,}4 \text{ т.}].$$

Подобнымъ же образомъ найдемъ напряженія остальныхъ горизонтальныхъ полосъ:

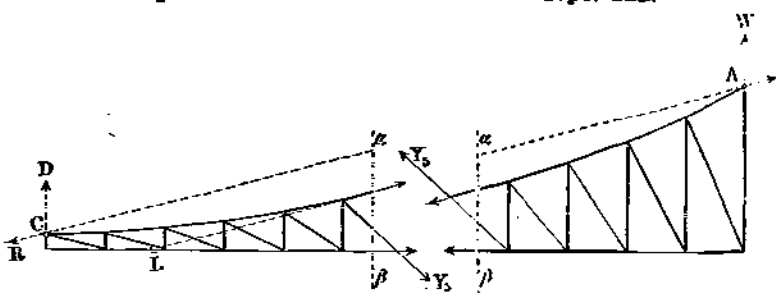
$$0 = -X_1 . 13{,}65 + 240 . 12{,}15 - 60 . 54$$
$$X_1 = \pm 23{,}7 \text{ т.}$$
$$0 = -X_2 . 11{,}1 + 240 . 9{,}6 - 60 . 48$$
$$X_2 = \pm 51{,}9 \text{ т.}$$
$$0 = -X_3 . 8{,}85 + 240 . 7{,}35 - 60 . 42$$
$$X_3 = \pm 85{,}4 \text{ т.}$$
$$0 = -X_4 . 6{,}9 + 240 . 5{,}4 - 60 . 36$$
$$X_4 = \pm 125{,}2 \text{ т.}$$
$$0 = -X_6 . 3{,}9 + 240 . 2{,}4 - 60 . 24$$
$$X_6 = \pm 221{,}5 \text{ т.}$$
$$0 = -X_7 . 2{,}85 + 240 . 1{,}35 - 60 . 18$$
$$X_7 = \pm 265{,}3 \text{ т.}$$
$$0 = -X_8 . 2{,}1 + 240 . 0{,}6 - 60 . 12$$
$$X_8 = \pm 274{,}3 \text{ т.}$$
$$0 = -X_9 . 1{,}65 + 240 . 0{,}15 - 60 . 6$$
$$X_9 = \pm 196{,}4 \text{ т.}$$
$$0 = -X_{10} . 1{,}5$$
$$X_{10} = 0.$$

Расчетъ напряженій Y въ діагоналяхъ.

При расчетѣ напряженій этихъ полосъ можно опять оставить безъ вниманія дѣйствіе постоянной нагрузки, а изъ двухъ крайнихъ напряженій опредѣлить для каждой полосы только одно, такъ какъ при одновременномъ дѣйствіи нагрузокъ, вызывающихъ maximum'ы, и minimum'ы Y, діагонали не будутъ испытывать ни сжатія, ни вытягиванія. Для полученія Y_5 проводимъ сѣченіе $\alpha\beta$ и составляемъ уравненіе моментовъ для части (черт. 221) или (черт. 222), принимая центръ вращенія въ L.

Всякая нагрузка, лежащая на среднемъ пролетѣ, вызываетъ въ C давленіе R, вращающее часть (черт. 221) налѣво около L, а потому она вытягиваетъ полосу Y_5.

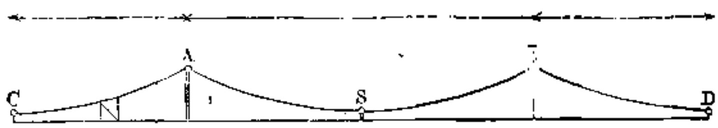
Черт. 221. Черт. 222.



Всякая нагрузка, лежащая на части $A\alpha\beta$, вызываетъ въ C давленіе D на часть $C\alpha\beta$ (черт. 221), направленное вертикально вверхъ и вращающее въ одну сторону съ Y_5, а потому она сжимаетъ Y_5.

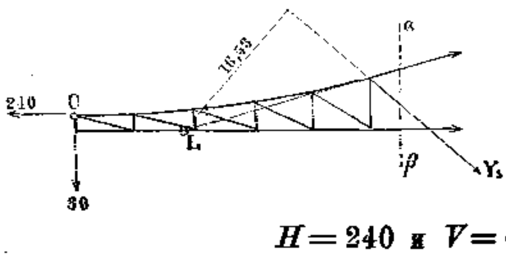
Всякая нагрузка, лежащая на части $C\alpha\beta$, вызываетъ въ точкѣ A давленіе W, направленное вертикально вверхъ и вращающее часть фермы $A\alpha\beta$ въ одну сторону съ Y_5, а потому нагрузка такая сжимаетъ Y_5. Такимъ образомъ соста-

Черт. 223.



вятся три группы нагрузокъ, расположеніе которыхъ обозначено на черт. 223. Для полученія Y_5 (max.) слѣдуетъ предположить, что средній пролетъ нагруженъ сплошь; въ этомъ случаѣ въ точкѣ C возбудятся силы, составляющія сопротивленіе опоры:

Черт. 224.



$$H = 240 \text{ и } V = 60.$$

Изъ черт. 224 получаемъ слѣдующія уравненія моментовъ:

$$0 = Y_5 \,.\, 16{,}53 - 240 \,.\, 1{,}5 - 60 \,.\, 10{,}92$$

$$Y_5 = \pm 61{,}4 \text{ т.}$$

Подобнымъ же образомъ для остальныхъ Y получимъ уравненія:

$$0 = Y_1 \,.\, 31{,}8 - 240 \,.\, 1{,}5 - 60 \,.\, 25{,}26$$

$$Y_1 = \pm 59{,}0 \text{ т.}$$

$$0 = Y_2 \,.\, 28{,}26 - 240 \,.\, 1{,}5 - 60 \,.\, 21{,}88$$

$$Y_2 = \pm 59{,}2 \text{ т.}$$

$$0 = Y_3 \,.\, 24{,}48 - 240 \,.\, 1{,}5 - 60 \,.\, 18{,}39$$

$$Y_3 = \pm 59{,}8 \text{ т.}$$

$$0 = Y_4 \,.\, 20{,}5 - 240 \,.\, 1{,}5 - 60 \,.\, 14{,}77$$

$$Y_4 = \pm 60{,}8 \text{ т.}$$

$$0 = Y_6 \,.\, 12{,}72 - 240 \,.\, 1{,}5 - 60 \,.\, 6{,}66\ldots$$

$$Y_6 = \pm 59{,}7 \text{ т.}$$

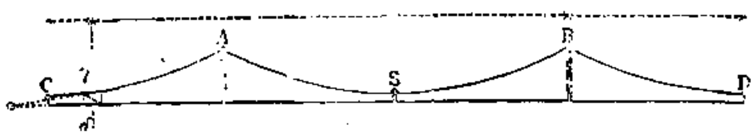
$$0 = Y_7 \,.\, 9{,}58 - 240 \,.\, 1{,}5 - 60 \,.\, 1{,}713$$

$$Y_7 = \pm 48{,}3 \text{ т.}$$

Для Y_8 центръ вращенія расположенъ слѣва отъ C, а потому вертикальное давленіе D вращаетъ въ этомъ мѣстѣ въ обратную сторону и такимъ образомъ для этой діагонали

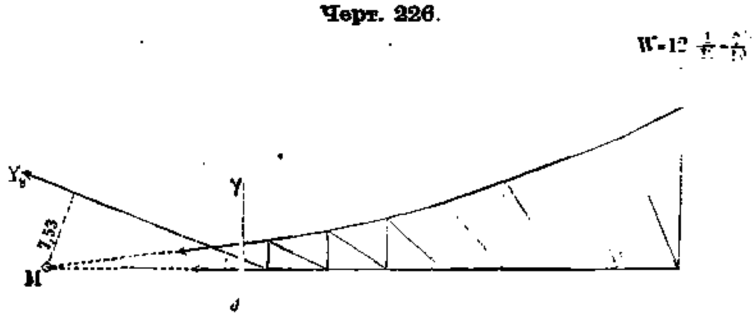
Черт. 225.

Сжатіе. Вытягиваніе. Нуль.



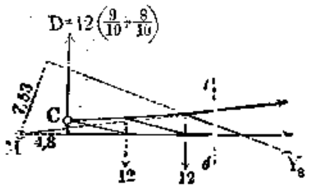
вытягивающія и сжимающія нагрузки расположатся нѣсколько

Черт. 226.



иначе, а именно, группа вытягивающихъ нагрузокъ займетъ всѣ узлы между сѣченіемъ $\gamma\delta$ и опорой D, а сжимающія нагрузки займутъ всѣ узлы между $\gamma\delta$ и опорой C; очевидно, что въ этомъ случаѣ легче будетъ опредѣлить Y_8 (min.), для котораго можемъ составить по черт. 226 (или по черт. 227) слѣдующее уравненіе моментовъ:

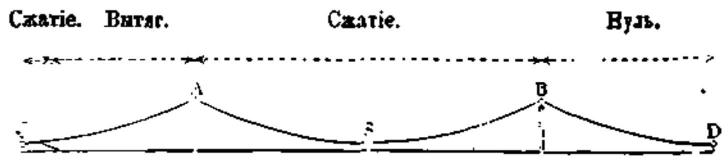
Черт. 227.



$$0 = -Y_8 \,.\, 7{,}53 - 12\left(\tfrac{1}{10}+\tfrac{2}{10}\right) 64{,}8$$
$$Y_8 = \pm 31 \text{ т.}$$

Для Y_9 центръ вращенія отодвинется еще лѣвѣе, такъ что для него сопротивленіе опоры B, возбуждаемое нагрузкой, лежащей на среднемъ пролетѣ, получитъ противоположное направленіе вращенія и такимъ образомъ узлы средняго пролета окажутся точками приложеній сжимающей группы нагрузокъ

Черт. 228.

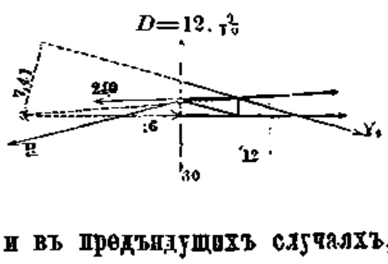


(черт. 228); въ этомъ случаѣ опять-таки легче опредѣлить Y_9 (min.), а именно, изъ черт. 229 получимъ:

$$0 = Y_9 \,.\, 7{,}41 - 240 \,.\, 1{,}5 + 60 \,.\, 16 + 12\left(22 - \tfrac{9}{10} \,.\, 16\right)$$
$$Y_9 = \pm 93{,}3 \text{ т.}$$

Наконецъ, для Y_{10}, группа сжимающихъ нагрузокъ, расположенныхъ слѣва отъ сѣченія, вовсе не будетъ существовать и останется только одна группа сжимающихъ нагрузокъ, расположенныхъ на среднемъ пролетѣ; во всемъ остальномъ расчетъ ведется такъ же, какъ и въ предъидущихъ случаяхъ, а именно:

Черт. 229.



$$0 = Y_{10} \cdot 15{,}97 - 240 \cdot 1{,}5 + 60 \cdot 60$$
$$Y_{10} = \pm 202{,}9 \text{ т.}$$

Расчетъ напряженій U въ стойкахъ.

Напряженіе каждой стойки можетъ быть разложено на напряженіе, возбуждаемое постоянной нагрузкой и на напряженіе, возбуждаемое временной нагрузкой; первое одинаково для всѣхъ стоекъ и равно $+10$ (такъ какъ мы и въ этомъ случаѣ предполагаемъ, что постоянная нагрузка (20 тоннъ на панель) распредѣляется поровну на верхніе и на нижніе узлы). Что касается второй части напряженія въ стойкѣ, которую (какъ въ § 22) условимся обозначать чрезъ $\mathfrak{U}$, то для нея, какъ и тамъ, существуетъ зависимость:

$$\mathfrak{U}\,(\text{max.}) + \mathfrak{U}\,(\text{min.}) = +12.$$

Дѣйствительно, такъ какъ временная нагрузка расположена исключительно на нижнихъ узлахъ, то при дѣйствіи на весь мостъ одной только временной нагрузки въ каждой стойкѣ возбуждается напряженіе $+12$ тоннъ, представляющее собой равнодѣйствующую напряженій, вызываемыхъ въ ней сжимающей и вытягивающей группами нагрузокъ. На основаніи этого, достаточно опредѣлить одно изъ этихъ напряженій, напр. $\mathfrak{U}$ (min.), другое опредѣлится изъ уравненія

$$\mathfrak{U}\,(\text{max.}) = +12 - \mathfrak{U}\,(\text{min.}).$$

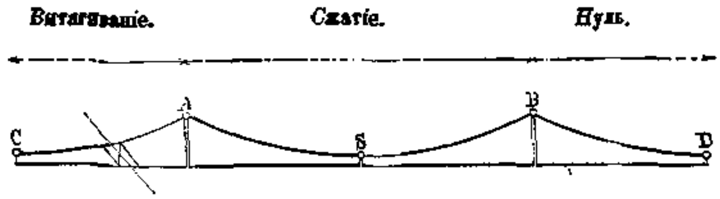
Для полученія затѣмъ полныхъ напряженій стойки послужатъ уравненія:

$$U\,(\text{max.}) = \mathfrak{U}\,(\text{max.}) + 10$$
$$U\,(\text{min.}) = \mathfrak{U}\,(\text{min.}) + 10$$

Для стоекъ центры вращеній останутся тѣ же, что и для діагоналей, а потому различныя группы нагрузокъ для $\mathfrak{U}$ опредѣлятся, вообще говоря, изъ группъ для Y простой перемѣной надписей „давленіе“ на „сжатіе“ и обратно, и только для трехъ послѣднихъ панелей, вслѣдствіе наклоннаго положенія сѣченія, точки раздѣла грузовъ, совпадавшія въ предыдущемъ вычисленіи съ самымъ сѣченіемъ, здѣсь передвинутся на одну панель направо.

Такимъ образомъ для $\mathfrak{U}_5$ мы получимъ группы нагрузокъ,

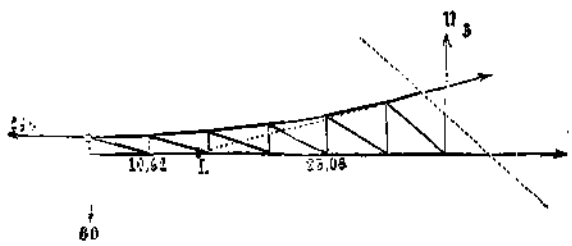
Черт. 230.



обозначенныя на черт. **230**, а изъ черт. **231** получимъ уравненіе моментовъ:

$$0 = -\mathfrak{U}_5 \,.\, 25{,}08 - 240 \,.\, 1{,}5 - 60 \,.\, 10{,}92$$
$$\mathfrak{U}_5\,(\text{min.}) = -40{,}5,$$

Черт. 231.



отвуда, на основаніи вышеприведенной зависимости,

$$\mathfrak{U}_5\,(\text{max.}) = +12 - (-40{,}5) = +52{,}5 \text{ т.}$$
$$U_5\,(\text{max.}) = +52{,}5 + 10 = +62{,}5 \text{ т.}$$
$$U_5\,(\text{min.}) = -40{,}5 + 10 = -30{,}5 \text{ т.}$$

Подобнымъ же образомъ для остальныхъ стоекъ получимъ слѣдующія уравненія:

$$0 = \mathfrak{U}_1 \,.\, 34{,}74 - 240 \,.\, 1{,}5 - 60 \,.\, 25{,}26$$
$$\mathfrak{U}_1\,(\text{min.}) = -54 \qquad \mathfrak{U}_1\,(\text{max.}) = +66$$
$$U_1\,(\text{min.}) = -44 \text{ т.} \qquad U_1\,(\text{max.}) = +76 \text{ т.}$$
$$0 = -\mathfrak{U}_2 \,.\, 32{,}12 - 240 \,.\, 1{,}5 - 60 \,.\, 21{,}88$$
$$\mathfrak{U}_2\,(\text{min.}) = -52{,}1 \qquad \mathfrak{U}_2\,(\text{max.}) = +64{,}1$$
$$U_2\,(\text{min.}) = -42{,}1 \text{ т.} \qquad U_2\,(\text{max.}) = +74{,}1 \text{ т.}$$

$$0 = -\mathfrak{U}_3 \,.\, 29{,}61 - 240 \,.\, 1{,}5 - 60 \,.\, 18{,}39$$

$$\mathfrak{U}_3\,(\text{min.}) = -49{,}5 \qquad \mathfrak{U}_3\,(\text{max.}) = +61{,}5$$

$$U_3\,(\text{min.}) = -39{,}5 \text{ т.} \qquad U_3\,(\text{max.}) = +71{,}5 \text{ т.}$$

$$0 = -\mathfrak{U}_4 \,.\, 27{,}23 - 240 \,.\, 1{,}5 - 60 \,.\, 14{,}77$$

$$\mathfrak{U}_4\,(\text{min.}) = -45{,}8 \qquad \mathfrak{U}_4\,(\text{max.}) = +57{,}8$$

$$U_4\,(\text{min.}) = -35{,}8 \text{ т.} \qquad U_4\,(\text{max.}) = +67{,}8 \text{ т.}$$

$$0 = -\mathfrak{U}_6 \,.\, 23{,}33\ldots - 240 \,.\, 1{,}5 - 60 \,.\, 6{,}66\ldots$$

$$\mathfrak{U}_6\,(\text{min.}) = -32{,}6 \qquad \mathfrak{U}_6\,(\text{max.}) = +44{,}6$$

$$U_6\,(\text{min.}) = -22{,}6 \text{ т.} \qquad U_6\,(\text{max.}) = +54{,}6 \text{ т.}$$

$$0 = -\mathfrak{U}_7 \,.\, 22{,}29 - 240 \,.\, 1{,}5 - 60 \,.\, 1{,}713$$

$$\mathfrak{U}_7\,(\text{min.}) = -20{,}8 \qquad \mathfrak{U}_7\,(\text{max.}) = +32{,}8$$

$$U_7\,(\text{min.}) = -10{,}8 \text{ т.} \qquad U_7\,(\text{max.}) = +42{,}8 \text{ т.}$$

Для остальныхъ напряженій $\mathfrak{U}$ составлены уравненія, служащія для опредѣленія $\mathfrak{U}$ (max.), и по найденнымъ $\mathfrak{U}$ (max.) опредѣлены $\mathfrak{U}$ (min.). Группы нагрузокъ найдутся изъ группъ, полученныхъ для напряженій въ діагоналяхъ, посредствомъ простой перемѣны надписей на схемѣ: „сжатіе“ на „вытягиваніе“ и обратно; но такъ какъ здѣсь сѣченія наклонны, то точки раздѣла грузовъ, совпадавшія для діагоналей съ сѣченіями, отодвинутся для стоекъ на одну панель направо.

$$0 = \mathfrak{U}_8 \,.\, 22{,}8 - 12\left(\tfrac{1}{10} + \tfrac{2}{10} + \tfrac{3}{10}\right) 64{,}8$$

$$\mathfrak{U}_8\,(\text{max.}) = +20{,}5 \qquad \mathfrak{U}_8\,(\text{min.}) = -8{,}5$$

$$U_8\,(\text{max.}) = +30{,}5 \text{ т.} \qquad U_8\,(\text{min.}) = +1{,}5 \text{ т.}$$

$$0 = -\mathfrak{U}_9 \,.\, 28 - 240 \,.\, 1{,}5 + 60 \,.\, 16 + 12\left[\left(22 - \tfrac{9}{10} \,.\, 16\right) + \left(28 - \tfrac{9}{10} \,.\, 16\right)\right]$$

$$\mathfrak{U}_9\,(\text{max.}) = +31{,}2 \qquad \mathfrak{U}_9\,(\text{min.}) = -19{,}2$$

$$U_9\,(\text{max.}) = +41{,}2 \text{ т.} \qquad U_9\,(\text{min.}) = -\ 9{,}2 \text{ т.}$$

$$0 = -\mathfrak{U}_{10} \,.\, 66 - 240 \,.\, 1{,}5 + 60 \,.\, 60 + 12\left(66 - \tfrac{9}{10} \,.\, 60\right)$$

$$\mathfrak{U}_{10}\,(\text{max.}) = +51{,}3 \qquad \mathfrak{U}_{10}\,(\text{min.}) = -39{,}3$$

$$U_{10}\,(\text{max.}) = +61{,}3 \text{ т.} \qquad U_{10}\,(\text{min.}) = -29{,}3 \text{ т.}$$

Наконецъ, въ 11-й стойкѣ напряженіе можетъ быть возбуждено только нагрузкой, привѣшенной къ нижнему ея концу; наибольшее значеніе такой нагрузки равно 6 тоннамъ временной и $\frac{10}{2}$ т. постоянной нагрузки, а потому:

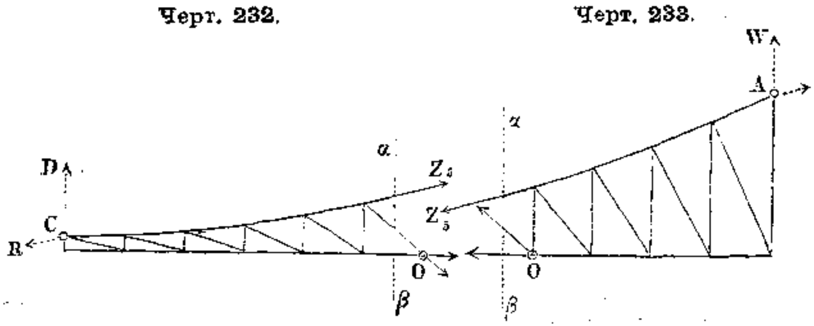
$$U_{11}\,(\text{max.}) = +11 \text{ т.}$$

Расчетъ напряженій Z въ частяхъ дуги.

Знакъ Z зависитъ отъ направленія вращенія силъ R, D и W, изъ которыхъ первая есть слѣдствіе нагрузки, расположенной на среднемъ, а вторая и третья — слѣдствіе нагрузки, расположенной на крайнемъ пролетѣ.

Изъ черт. 232 видно, что R и Z вращаютъ около точки 0 въ обратныя стороны, а потому всякая нагрузка, лежащая на среднемъ пролетѣ, возбуждаетъ въ дугѣ вытягиваніе.

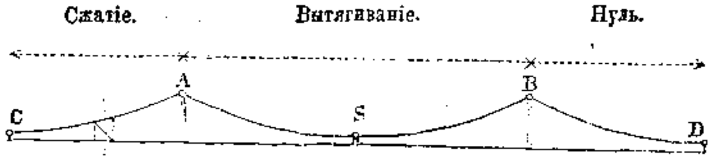
Черт. 232. Черт. 233.



Если положить какую-либо нагрузку на часть $A\alpha\beta$ (черт. 233), то она вызоветъ въ C вертикальное давленіе D на часть (черт. 232), вращающее ее въ одну сторону съ Z_5, а потому дѣйствіемъ такой нагрузки дуга Z_5 сожмется.

Если положить нагрузку на $C\alpha\beta$ (черт. 232), то она вызоветъ въ A вертикальное сопротивленіе опоры W, вращающее часть $A\alpha\beta$ (черт. 233) въ ту же сторону, что и Z_5, а потому отъ этой нагрузки дуга Z_5 сожмется. Итакъ, дуга испытаетъ наибольшее вытягиваніе, если будетъ нагруженъ одинъ средній пролетъ, а наибольшее сжатіе, когда будетъ нагруженъ одинъ крайній пролетъ (черт. 234).

Черт. 234.

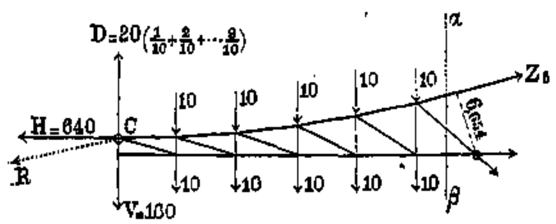


Для опредѣленія Z_5 (max.) и Z_5 (min.) представляются на выборъ два хода расчета: вопервыхъ, можно, принимая въ расчетъ дѣйствіе постоянной нагрузки, непосредственно получить уравненіе моментовъ, опредѣляющее Z_5; въ этомъ случаѣ составляемъ уравненіе моментовъ для Z_5 (max.) по чертежу **235**.

$$0 = Z_5 . 6,654 - H . 1,5 - V . 36 + D . 36 - 20(6 + 12 + \dots 30).$$

Здѣсь H и V представляютъ горизонтальную и вертикальную составляющія давленія R, вызываемаго въ точкѣ C полной нагрузкой средняго пролета. Что касается составляющихъ силы R, вызываемой въ C одной временной нагрузкой, покрывающей одинъ только средній пролетъ, то онѣ были уже найдены выше и равны 240 и 60.

Черт. 235.

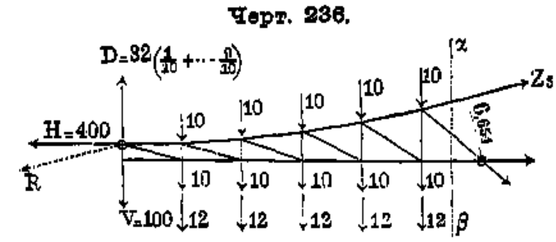


Для полученія значеній H и V, которыя слѣдуетъ подставить въ наше уравненіе, придется умножить числа 240 и 60 на отношеніе полной нагрузки къ временной, т. е. на

$$\frac{20+12}{12} = \frac{8}{3}:$$

D выражаетъ сопротивленіе опоры, возбуждаемое въ C постоянной нагрузкой, покрывающей одинъ крайній пролетъ.

Черт. 236.



Подставляя въ вышеприведенное уравненіе числа, выставленныя на чертежѣ, получимъ новое уравненіе:

$$0 = Z_5 . 6,654 - 640 . 1,5 - 160 . 36 + 20\left(\tfrac{1}{10} + \dots \tfrac{9}{10}\right) . 36$$
$$- 20 (6 + 12 + \dots 30)$$
$$Z_4 \text{ (max.)} = +794 \text{ т.}$$

Для Z_5 (min.) слѣдуетъ составить уравненіе моментовъ по черт. **236**; въ него войдутъ составляющія H и V давленія

R, возбуждаемаго въ точкѣ C постоянной нагрузкой, расположенной на одномъ только среднемъ пролетѣ, и вертикальное сопротивленіе опоры D, возбуждаемое въ этой точкѣ полной нагрузкой, покрывающей весь крайній пролетъ. Такимъ образомъ:

$$H=\tfrac{20}{32}\,.\,640=400$$
$$V=\tfrac{20}{32}\,.\,160=100$$

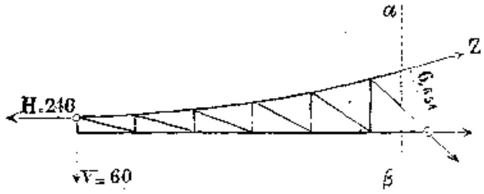
$$0=Z_5\,.\,6{,}654-400\,.\,1{,}5-100\,.\,36+32\left(\tfrac{1}{10}+\ldots\tfrac{9}{10}\right)36$$
$$-32\,(6+12+\ldots 30)$$
$$Z_4\,(\text{min.})=+285 \text{ т.}$$

Второй ходъ расчета состоитъ въ томъ, что мы разлагаемъ полное напряженіе Z_5 на напряженіе, возбуждаемое въ этой полосѣ постоянной нагрузкой и которое условимся обозначать чрезъ $\mathfrak{P}_5$, и на напряженіе, возбуждаемое въ ней полной нагрузкой и которое условимся обозначать чрезъ $\mathfrak{Z}_5$. Напряженія $\mathfrak{P}_5$ мы уже опредѣлили въ седьмой главѣ § 25 с. (потому что при нагрузкѣ, распредѣленной равномѣрно по всей длинѣ фермы, крайніе пролеты находятся въ совершенно одинаковыхъ условіяхъ съ каждой половиной фермы средняго пролета); тамъ же видѣли, что

$$\mathfrak{P}_5=+415.$$

Достаточно опредѣлить или одно $\mathfrak{Z}_5$ (max.), или одно $\mathfrak{Z}_5$ (min.), потому что нагрузка, производящая одновременно оба напряженія, т. е. сумму ихъ, есть временная нагрузка, покрывающая весь мостъ,

Черт. 237.



и чтобы получить это напряженіе, достаточно умножить $\mathfrak{P}_5$ на $\tfrac{12}{20}=\tfrac{3}{5}$, а потому

$$\mathfrak{Z}_5\,(\text{max.})+\mathfrak{Z}_5\,(\text{min.})=\tfrac{3}{5}\,.\,415=+249$$
$$\mathfrak{Z}_5\,(\text{min.})=249-\mathfrak{Z}_5\,(\text{max.})$$

Для опредѣленія $\mathfrak{Z}_5$ (max.), входящаго во вторую часть этого уравненія, составимъ по черт. **237** уравненіе моментовъ и подставимъ въ него найденныя выше значенія H и V, соотвѣтствующія тому случаю, когда временная нагрузка покрываетъ средній пролетъ.

$$0 = \mathfrak{Z}_5 \,.\, 6{,}654 - 240 \,.\, 1{,}5 - 60 \,.\, 36$$

$$\mathfrak{Z}_5\,(\text{max.}) = 379.$$

Подставляя эту величину въ предъидущее уравненіе, получимъ:

$$\mathfrak{Z}_5\,(\text{min.}) = 249 - 379 = -130$$

Складывая напряженія $\mathfrak{Z}$ и $\mathfrak{P}$, получимъ:

$$Z_5\,(\text{max.}) = 415 + 379 = +794 \text{ т.}$$

$$Z_5\,(\text{min.}) = 415 - 130 = +285 \text{ т.}$$

Итакъ, оба вывода даютъ одинакіе результаты, но послѣдній проще, а потому онъ примѣненъ къ вычисленію всѣхъ остальныхъ частей дуги:

$$0 = \mathfrak{Z}_1 \,.\, 14{,}904 - 240 \,.\, 1{,}5 - 60 \,.\, 60$$

$$\mathfrak{Z}_1\,(\text{max.}) = +265{,}5$$

$$\mathfrak{Z}_1\,(\text{min.}) = 265{,}5 - 265{,}5 = 0$$

$$Z_1\,(\text{max.}) = 443 + 265{,}5 = +708{,}5 \text{ т.}$$

$$Z_1\,(\text{min.}) = 443 + 0 = +443 \text{ т.}$$

$$0 = \mathfrak{Z}_2 \,.\, 12{,}56 - 240 \,.\, 1{,}5 - 60 \,.\, 54$$

$$\mathfrak{Z}_2\,(\text{max.}) = 286{,}5$$

$$\mathfrak{Z}_2\,(\text{min.}) = 261 - 286{,}5 = -25{,}5$$

$$Z_2\,(\text{max.}) = 434{,}5 + 286{,}5 = +721 \text{ т.}$$

$$Z_2\,(\text{min.}) = 434{,}5 - 25{,}5 = +409 \text{ т.}$$

$$0 = \mathfrak{Z}_3 \,.\, 10{,}39 - 240 \,.\, 1{,}5 - 60 \,.\, 48$$

$$\mathfrak{Z}_3\,(\text{max.}) = 312$$

$$\mathfrak{Z}_3\,(\text{min.}) = 256 - 312 = -56$$

$$Z_3\,(\text{max.}) = 427 + 312 = +739 \text{ т.}$$

$$Z_3\,(\text{min.}) = 427 - 56 = +371 \text{ т.}$$

$$0 = \mathfrak{Z}_4 \,.\, 8{,}415 - 240 \,.\, 1{,}5 - 60 \,.\, 42$$

$$\mathfrak{Z}_4\,(\text{max.}) = 342$$

$$\mathfrak{Z}_4\,(\text{min.}) = 252 - 342 = -90$$

$$Z_4\,(\text{max.}) = 421 + 342 = +763 \text{ т.}$$

$$Z_4\,(\text{min.}) = 421 - 90 = +331 \text{ т.}$$

$0=\text{З}_6\,.\,5{,}121-240\,.\,1{,}5-60\,.\,30$

$\text{З}_6\,(\text{max.})=422$

$\text{З}_6\,(\text{min.})=246-422=-176$

$Z_6\,(\text{max.})=410+422=+832$ т.

$Z_6\,(\text{min.})=410-176=+234$ т.

$0=\text{З}_7\,.\,3{,}84-240\,.\,1{,}5-60\,.\,24$

$\text{З}_7\,(\text{max.})=469$

$\text{З}_7\,(\text{min.})=244-469=-225$

$Z_7\,(\text{max.})=406+469=+875$ т.

$Z_7\,(\text{min.})=406-225=+181$ т.

$0=\text{З}_8\,.\,2{,}83-240\,.\,1{,}5-60\,.\,18$

$\text{З}_8\,(\text{max.})=509$

$\text{З}_8\,(\text{min.})=242-509=-267$

$Z_8\,(\text{max.})=403+509=+912$ т.

$Z_8\,(\text{min.})=403-267=+136$ т.

$0=\text{З}_9\,.\,2{,}094-240\,.\,1{,}5-60\,.\,12$

$\text{З}_9\,(\text{max.})=516$

$\text{З}_9\,(\text{min.})=241-516=-275$

$Z_9\,(\text{max.})=401+516=+917$ т.

$Z_9\,(\text{min.})=401-275=+126$ т.

$0=\text{З}_{10}\,.\,1{,}649-240\,.\,1{,}5-60\,.\,6$

$\text{З}_{10}\,(\text{max.})=437$

$\text{З}_{10}\,(\text{min.})=240-437=-197$

$Z_{10}\,(\text{max.})=400+437=+837$ т.

$Z_{10}\,(\text{min.})=400-197=+203$ т.

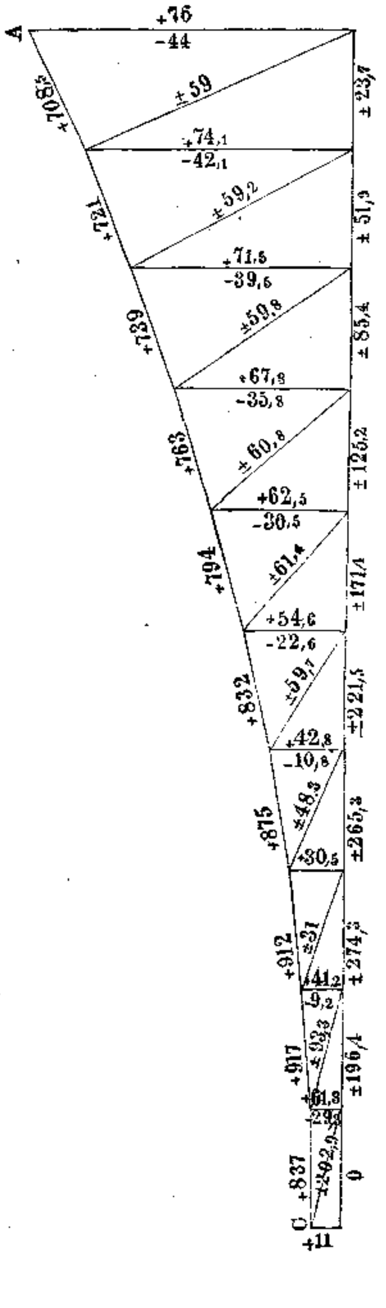
На черт. **238** выписаны результаты всѣхъ вычисленій, а для большей наглядности, рядомъ, на черт. **239** выставлены, кромѣ того, напряженія для половины фермы средняго пролета, составленныя въ § 21 c. на основаніи схемы **197**.

§ 27.

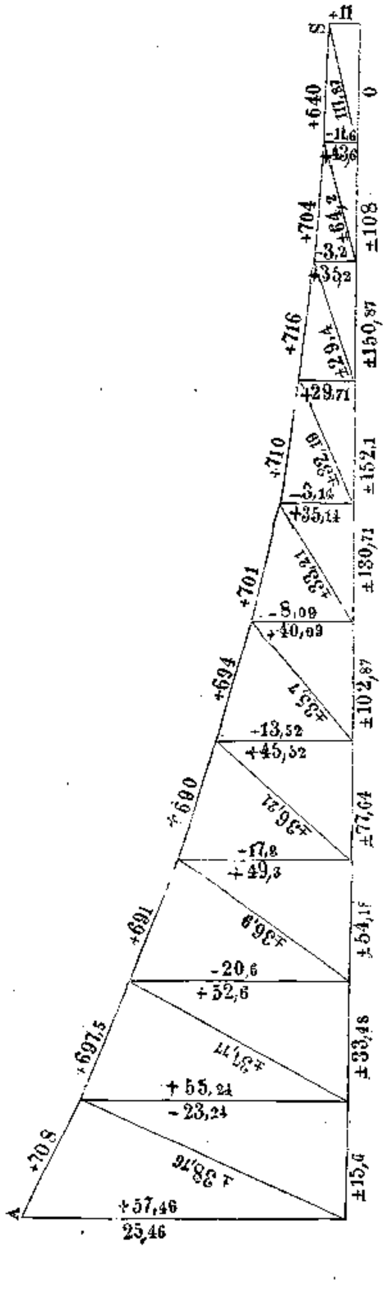
Устойчивость быковъ.

Вышеприведенныя напряженія были вычислены въ предположеніи, что фермы подвѣшены такъ, какъ показано на черт. **212**. Числа эти остаются вѣрными только до тѣхъ поръ, пока на ферму дѣйствуютъ въ точкахъ A и B однѣ только вертикаль-

Черт. 238.

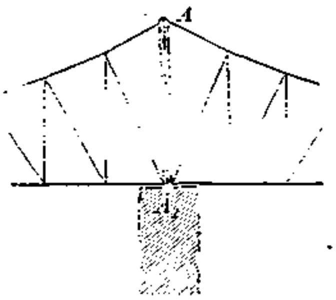


Черт. 239.

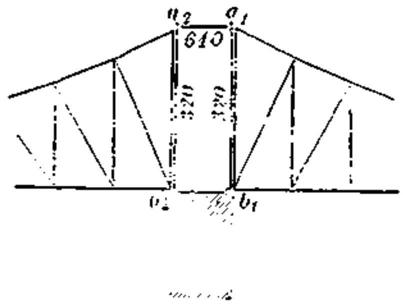


ныя силы и пока горизонтальному перемѣщенію этихъ точекъ не представляется никакого сопротивленія. Если фермы подвѣшены на опорахъ такимъ образомъ, то напряженія различныхъ ихъ полосъ не оказываютъ на устойчивость быковъ никакого вліянія; но замѣтимъ, что этимъ преимуществомъ обладаетъ не только одинъ этотъ способъ укрѣпленія цѣпи на опорахъ— мы потому только изложили его на первомъ планѣ, что онъ даетъ возможность значительно упростить изложеніе основныхъ началъ расчета всего моста; въ дѣйствительности то же преимущество можетъ быть достигнуто другими средствами съ бóльшимъ успѣхомъ. Такъ напр. сдѣланное выше предположеніе останется въ полной силѣ, если мы перенесемъ центры вращеній подвѣсныхъ струнъ AA_1 и BB_1, на которыхъ виситъ мостъ, сверху внизъ (черт. 240).

Черт. 240.

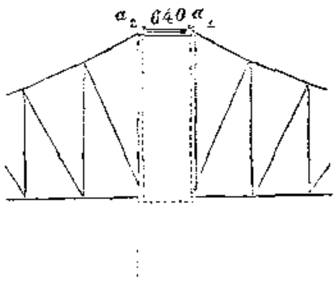


Черт. 241.

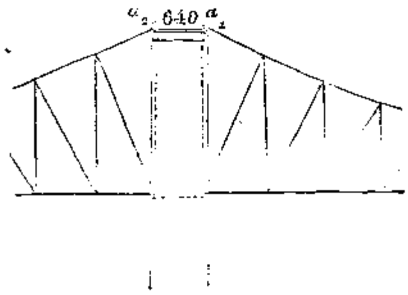


Съ другой стороны, основное наше предположеніе вовсе не обусловливаетъ, чтобы оба смежные пролета AC и AS были укрѣплены въ одной точкѣ A, напротивъ, можно отдѣлить точку подвѣски одного пролета отъ точки подвѣски другого, затѣмъ подвѣсить фермы обоихъ пролетовъ къ двумъ отдѣльнымъ точкамъ a_1 и a_2, удаленнымъ другъ отъ друга на толщину быка, и такимъ образомъ уменьшить длину пролета. Въ этомъ случаѣ горизонтальная перемѣщаемость подвѣсныхъ точекъ можетъ быть достигнута различными способами; вопервыхъ, можно составить шарнирный параллелограмъ изъ полосъ $a_1\ a_2$, $b_1\ a_1$ и $b_2\ a_2$, четвертая полоса замѣнена верхней гранью быка (черт. **241**). Напряженія этихъ частей могутъ быть получены непосредственно изъ предъидущихъ вычисленій и выставлены на черт. **241**; вовторыхъ, можно было бы подвѣсить цѣпи къ осямъ двухъ катковъ, двигающихся по выровненной подъ горизонтъ верхней поверхности быка, которая будетъ играть роль подушки (черт. **242**); можно было бы еще прикрѣпить цѣпь къ концамъ металлической плиты, способной двигаться по каткамъ (черт. **243**). Во всѣхъ этихъ случаяхъ сдѣланныя выше предположе-

Черт. 242.



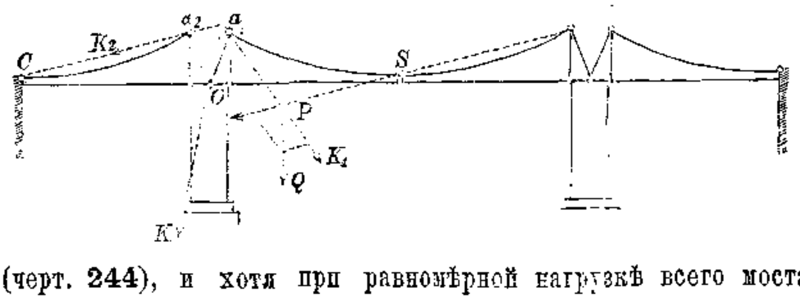
Черт. 243.



нія будутъ выполнены и вычисленныя выше напряженія сохранятъ полную силу.

Найденныя выше напряженія фермы не были бы вѣрны и выгодныя, относительно устойчивости быковъ, особенности предъидущихъ подвѣсокъ цѣпей были бы утрачены, если бы точками подвѣски служили концы **колѣнчатаго рычага**

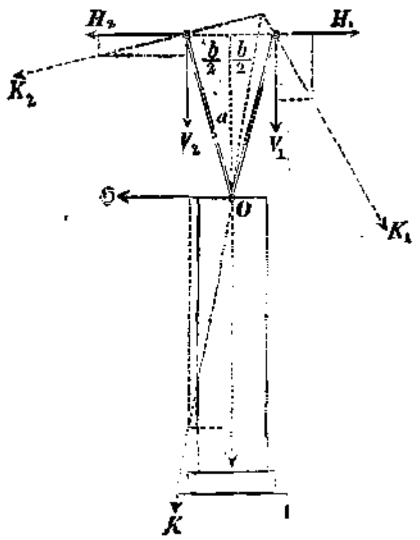
Черт. 244.



(черт. **244**), и хотя при равномѣрной нагрузкѣ всего моста давленіе на быки было бы вертикально, но при **односторон-**

ной нагрузкѣ этого не было бы. Чтобы убѣдиться въ этомъ, разсмотримъ вліяніе на центръ вращенія колѣнчатаго рычага сосредоточенной нагрузки Q, наложенной на ферму, неимѣющую собственнаго вѣса. Мы найдемъ по способу, изложенному въ §§ 22 и 26, что сила K_1 дѣйствуетъ по направленію a_1P, а сила K_2 по направленію a_2C. Силы эти удерживаютъ колѣнчатый рычагъ въ равновѣсіи, а потому равнодѣйствующая ихъ проходитъ черезъ центръ вращенія его. Горизонтальная составляющая $\mathfrak{H}$ этой равнодѣйствующей опрокидываетъ быкъ, и тѣмъ больше будетъ число нагрузокъ, производящихъ аналогическое съ этимъ дѣйствіе, тѣмъ больше будетъ эта горизонтальная составляющая, которая достигнетъ maximum'а при полной нагрузкѣ части a_1S; въ этомъ случаѣ

Черт. 245.



$$Q = 120 \text{ тоннъ},$$

и изъ черт. 245 получимъ:

$$H_1 = 120; \qquad V_1 = 90$$

$$0 = H_1 \cdot a + V_1 \frac{b}{2} - H_2 a - V_2 \cdot \frac{b}{2}$$

или, подставляя сюда $\frac{3}{4} H_1$ вмѣсто V_1 и $\frac{1}{4} H_2$ вмѣсто V_2 и рѣшая уравненіе по H_2, получимъ:

$$H_2 = H_1 \left(\frac{8 + 3\frac{b}{a}}{8 + \frac{b}{a}} \right),$$

откуда

$$\mathfrak{H} = H_2 - H_1 = 2H_1 \left(\frac{\frac{b}{a}}{8 + \frac{b}{a}} \right)$$

Положимъ напр., что $\frac{b}{a}$ здѣсь равна $\frac{1}{2}$ и подставимъ вмѣсто H_1 его численное значеніе 120, тогда

$$2 \cdot \mathfrak{H} = 2 \cdot 14{,}1 = 28{,}2 \text{ тоннъ}$$

представитъ усиліе двухъ фермъ одного и того же пролета опрокинуть быкъ.

Maximum момента, опрокидывающаго быкъ въ противную сторону, соотвѣтствующій полной нагрузкѣ части a_2C, почти равенъ $2\mathfrak{H}$. Сила $\mathfrak{H}$, а съ ней и опрокидывающій моментъ, уменьшаются съ уменьшеніемъ отношенія $\frac{b}{a}$ и при $\frac{b}{a}=0$, т. е. когда оба плеча колѣнчатаго рычага сольются въ одно и рычагъ сдѣлается одноплечимъ, и самая сила $\mathfrak{H}$ обратится въ 0; поэтому послѣднее приспособленіе, представленное на черт. **241**, слѣдуетъ предпочесть. Вертикальное давленіе на быкъ достигаетъ maximum'а при полной нагрузкѣ двухъ смежныхъ пролетовъ AS и AC и равно во всѣхъ предъидущихъ случаяхъ

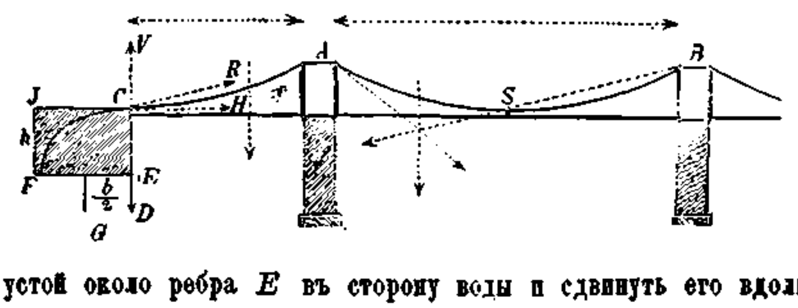
$$2 \cdot (32 \cdot 10 + 32 \cdot 10) = 1280 \text{ тоннъ}.$$

§ 28.

Устойчивость береговыхъ устоевъ.

Всякая нагрузка, лежащая на среднемъ пролетѣ AB (черт. **246**), вызываетъ въ точкѣ C силу R, стремящуюся повернуть

Черт. 246.



устой около ребра E въ сторону воды и сдвинуть его вдоль основанія FE въ ту же сторону. Напротивъ, всякая нагрузка, лежащая на крайнемъ пролетѣ, произведетъ на устой въ точкѣ опоры давленіе, направленное вертикально внизъ, неимѣющее никакого вліянія на устойчивость береговаго устоя относительно вращенія, но способствующее сопротивленію скользенію его вдоль FE.

Итакъ, наибольшій опрокидывающій моментъ соотвѣтствуетъ полной нагрузкѣ средняго пролета, когда горизонтальная составляющая силы R будетъ:

$$H\,(\text{max.}) = 640 \text{ т.}$$

Вертикальная составляющая R, проходя точно такъ же, какъ и D, черезъ центръ вращенія, не оказываетъ никакого вліянія на устойчивость береговаго устоя относительно вращенія около E. Для того, чтобы береговой устой не опрокинулся, вѣсъ его G долженъ быть на столько великъ, чтобы уравновѣсить вращающее усиліе 2 H обѣихъ мостовыхъ фермъ, а поэтому должно быть выполнено условное уравненіе:

$$1) \quad G \,.\, \frac{b}{2} > 2 \,.\, 640 \,.\, h,$$

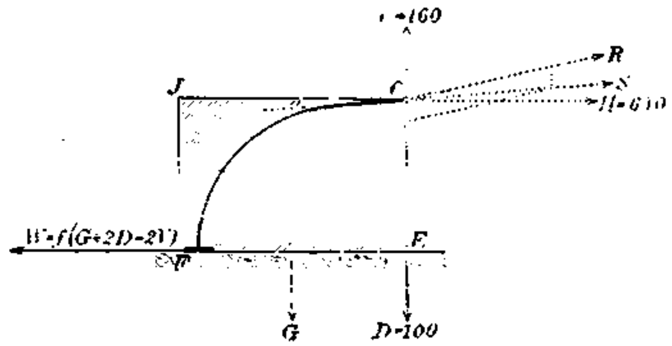
откуда можно опредѣлить наименьшіе размѣры устоя, необходимые для устойчивости его относительно вращенія.

Съ другой стороны, слѣдуетъ принять въ соображеніе усиліе, стремящееся сдвинуть устой вдоль основанія FE.

На устойчивость береговаго устоя, относительно скользенія вдоль EF, оказываютъ вліяніе обѣ составляющія R; одна изъ нихъ, H дѣйствуетъ непосредственно, а другая косвенно, уменьшая давленіе устоя на его подошву, а вмѣстѣ съ тѣмъ и сопротивленіе тренія. Наибольшія значенія этихъ силъ соотвѣтствуютъ полной нагрузкѣ средняго пролета. Давленіе D, происходящее вслѣдствіе нагрузки, наложенной на крайній пролетъ, увеличиваетъ треніе устоя о подошву и тѣмъ самымъ оказываетъ сопротивленіе скользенію его; итакъ, наибольшее сдвигающее усиліе соотвѣтствуетъ полной нагрузкѣ средняго пролета, причемъ крайній пролетъ ненагруженъ; въ этомъ случаѣ D равно половинѣ вѣса ненагруженнаго пролета AC (черт. 247):

$$H=640, \qquad V=160, \qquad D=100.$$

Черт. 247.



Для полученія дѣйствій обѣихъ фермъ, составляющихъ мостъ, слѣдуетъ удвоить эти числа. Обозначая чрезъ f коэффиціентъ тренія, получимъ слѣдующія условія равновѣсія устоя относительно скольженія:

$$f(G+2D-2V)>2H \text{ или}$$

$$2) \quad f(G+2\,.\,100-2\,.\,160)>2\,.\,640.$$

Итакъ, для того, чтобы устой не могъ ни опрокинуться, ни сдвинуться, вѣсъ его долженъ быть **по крайней мѣрѣ** равенъ бо́льшей изъ величинъ G, опредѣляемыхъ изъ неравенствъ 1) и 2).

Сдѣланный выводъ заключаетъ въ себѣ предположеніе, что точка привѣса C части CA совершенно прочно соединена со всей массой устоя. Выполнить это условіе можно, пропустивъ черезъ точку C въ массивъ каменной кладки натяжную цѣпь, которую затѣмъ укрѣпляютъ съ нижней стороны подошвы помощью анкера. Въ избѣжаніе поднятія точки C, когда средній пролетъ нагруженъ сплошь, а крайній ненагруженъ, направленіе натяжной цѣпи въ точкѣ C не должно быть горизонтально. Дѣйствительно, въ этомъ случаѣ вертикальная сила $V(=160$ т.), направленная вверхъ, будетъ больше вертикальной силы

D ($=100$ т.), направленной внизъ. Для устойчивости цѣпь должна углубляться въ массивъ, удаляясь отъ точки C внизъ. Это отклоненіе α натяжной цѣпи отъ горизонта можетъ быть опредѣлено слѣдующимъ образомъ. Уголъ α при какомъ бы то ни было расположеніи нагрузокъ долженъ быть по крайней мѣрѣ равенъ углу наклоненія равнодѣйствующей S изъ силъ R и D (или трехъ силъ H, V и D). Тангенсъ этого угла равенъ:

$$\frac{V-D}{H}=\frac{160-100}{640}=\frac{3}{32}=0,09375,$$

а потому $tg\ \alpha > 0,09375$ или $\alpha > 5°22'$. Для полученія наибольшаго напряженія натяжной цѣпи слѣдуетъ приравнять горизонтальную составляющую ея напряженія наибольшему усилію сдвигающему устой, т. е. 640 тоннамъ.

Глава девятая.

§ 29.

Купольныя стропила.

Расчитывая всѣ предъидущія сооруженія, мы имѣли полное право, не дѣлая замѣтныхъ ошибокъ, принимать, что какъ временная, такъ и постоянная нагрузки распредѣляются на всѣ узлы поровну; если же въ нѣкоторыхъ случаяхъ собственный вѣсъ и не представляетъ нагрузки, распредѣленной по длинѣ пролета **равномѣрно въ строгомъ смыслѣ**, то для уничтоженія этой неравномѣрности можно было бы представить себѣ извѣстную прибавочную мертвую нагрузку, которая дала бы возможность получить вполнѣ вѣрныя численныя значенія напряженій.

Въ купольныхъ стропилахъ, фермы которыхъ сходятся у вершины въ видѣ радіусовъ, нельзя уже допустить того способа нагрузки, который былъ положенъ въ основаніе всѣхъ предъидущихъ вычисленій, т. е. нельзя допустить, чтобы временная и постоянная нагрузки распредѣлялись равномѣрно по длинѣ пролета; здѣсь нагрузка на каждую ферму возрастаетъ отъ ея вершины къ основанію и эту особенность необходимо принять въ расчетъ. Поверхность купола можно разсматривать какъ поверхность вращенія съ вертикальной осью и съ извѣстной производящей кривой; секторы этой поверхности вращенія, заключающіеся между двумя смежными меридіональными плоскостями, можно принять за поверхности дѣйствія нагрузокъ на ребра стропильной системы, поддерживающей куполъ. Если стропильныя фермы сооружены по фахверковой треугольной системѣ, съ одинаковыми панелями, то нагрузки на эти панели или на узловыя точки будутъ возрастать отъ вершины купола къ его основанію пропорціонально дугамъ параллельныхъ круговъ, заключающихся между соотвѣтственными меридіональными плоскостями: дуги эти пропорціональны своимъ радіусамъ или разстояніямъ узловыхъ точекъ до оси поверхности вращенія; поэтому, обозначивъ нагрузку на узловую точку, отстоящую отъ оси на единицу, чрезъ p, найдемъ, что нагрузка на узелъ, отстоящій отъ оси на ϱ, выразится произведеніемъ $p.\varrho$. Итакъ, зная нагрузку на одинъ узелъ, можно опредѣлить нагрузки на всѣ остальные простымъ измѣреніемъ ихъ радіусовъ вращеній, а зная нагрузки на всѣ узловыя точки, мы не встрѣтимъ уже никакихъ затрудненій въ примѣненіи къ расчету купольныхъ стропилъ предложеннаго нами метода. Обстоятельство это указываетъ на новое преимущество метода статическихъ моментовъ, а именно, что приложеніе его не зависитъ отъ распредѣленія нагрузокъ по длинѣ фермы.

Чтобы бросить надлежащій свѣтъ на это преимущество, а частью и для того, чтобы разобрать нѣкоторыя особенности встрѣчающіяся при подобныхъ расчетахъ, намъ казалось нелишнимъ изложить слѣдующій численный примѣръ.

§ 30.

Куполъ отверзтіемъ въ 100 метровъ.

Внѣшняя поверхность купола представляетъ полушаріе радіуса 51 метръ съ квадратнымъ содержаніемъ въ 16338 □ м.; такимъ образомъ каждое изъ 8 реберъ поддерживаетъ площадь въ 2042 □ метра. Положимъ, что на каждый квадратный метръ поверхности купола давитъ (считая тутъ и вѣсъ кровли, и давленіе вѣтра и снѣга) 235 кил., что составитъ 2042.235 = 480000 кил. или 480 тоннъ на каждое ребро (считая въ тоннѣ 1000 кил.). Это давленіе представляетъ собой временную нагрузку какъ потому, что вѣтеръ и снѣгъ давятъ на поверхность купола неравномѣрно, такъ и потому, что иногда приходится снимать кровлю съ купола по частямъ. Постоянную нагрузку составляетъ только одинъ собственный вѣсъ реберъ, который принятъ равнымъ 60 тон. Мы вправѣ допустить, что эта постоянная нагрузка распредѣлена равномѣрно по длинѣ внѣшней дуги фермы. Каждая ферма, или ребро, состоитъ изъ двухъ концентрическихъ круговъ, связанныхъ простой системой діагоналей, раздѣляющихъ ее на 15 равныхъ панелей, поэтому на каждый узелъ придется по 4 тонны постоянной нагрузки (черт. **248** и **249**).

Для опредѣленія закона распредѣленія перемѣнной нагрузки на узловыя точки слѣдуетъ предварительно измѣрить разстоянія ихъ отъ оси вращенія; мы такимъ образомъ получимъ слѣдующія числа:

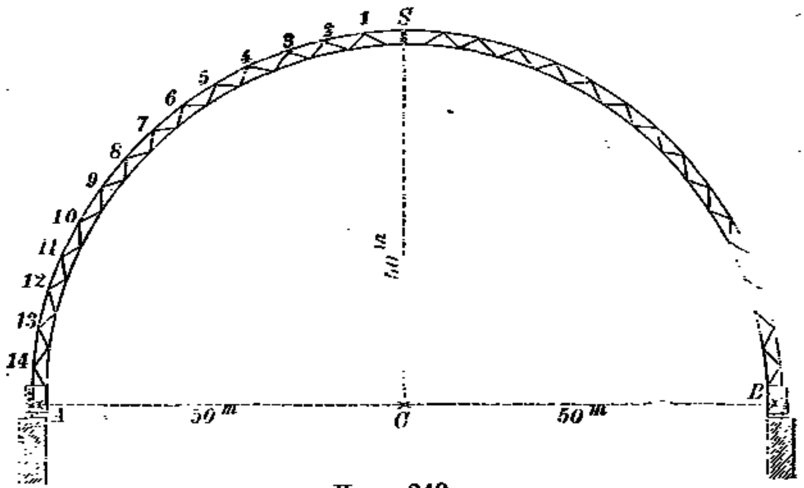
0	5,3	10,6	15,8	20,7	25,5	30	34,1	37,9	41,3	44,2
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

46,6	48,5	49,9	50,7	51.
11	12	13	14	15

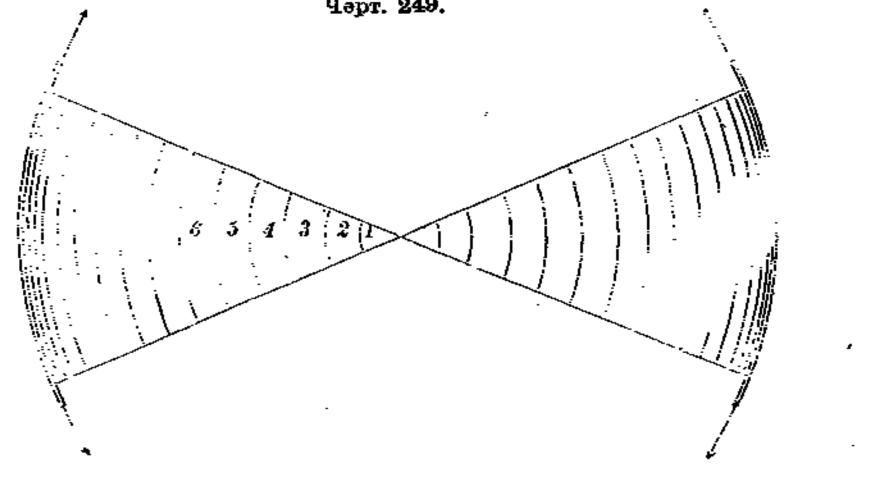
Временныя нагрузки распредѣляются на узловыя точки пропорціонально этимъ числамъ, а поэтому, если раздѣлимъ полную временную нагрузку, т. е. 480 т., на сумму вышеозначенныхъ чиселъ и умножимъ послѣдовательно на каждое изъ нихъ, то получимъ слѣдующія нагрузки промежуточныхъ узловъ:

5	9,9	14,8	19,4	23,9	28,1	32	35,5	38,7	41,4	43,7	45,5	46,8	47,6.
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14

Черт. 248.



Черт. 249.



Для опредѣленія напряженій въ полосахъ необходимо предварительно опредѣлить съ полной точностью какъ расположены точки A и B на опорахъ. Мы предположимъ, что подошвы реберъ упираются въ кольцо, лежащее на поверхности опоры, что дѣйствіемъ напряженія этого кольца барабанъ, служащій опорой купола, освобождается отъ всякаго горизонтальнаго распора и что такимъ образомъ ферма получаетъ въ точкахъ A и B со стороны опоръ только вертикальныя сопротивленія. При подобномъ расположеніи каждое ребро какъ бы неподвижно закрѣплено по концамъ.

Въ избѣжаніе измѣненій въ напряженіяхъ, могущихъ произойти вслѣдствіе измѣненій температуры или вслѣдствіе измѣненій напряженій въ кольцѣ, полезно предположить (мы такъ и сдѣлаемъ), что каждыя два противолежащія ребра связаны въ стыкѣ шарниромъ *). Подобное приспособленіе сводитъ вмѣстѣ съ тѣмъ расчетъ этихъ стропилъ къ расчету фермы разобранной нами въ § 22. Такъ напр., для опредѣленія давленія въ вершинѣ въ этомъ случаѣ слѣдуетъ приложить тотъ же способъ расчета, что и въ § 22. Такимъ образомъ мы найдемъ, что вертикальная составляющая этого давленія равна нулю какъ при полной нагрузкѣ обѣихъ фермъ, такъ и въ томъ случаѣ, когда обѣ фермы вовсе ненагружены, и что, поэтому, при подобномъ дѣйствіи внѣшнихъ силъ давленіе въ вершинѣ имѣетъ горизонтальное направленіе. Для опредѣленія этого горизонтальнаго давленія слѣдуетъ приравнять моментъ его относительно точки A суммѣ моментовъ всѣхъ сосредоточенныхъ нагрузокъ относительно той же точки. Чтобы получить плечи этихъ моментовъ достаточно вычесть найденныя выше горизонтальныя разстоянія узловыхъ точекъ отъ средины купола изъ полупролета, т. е. изъ 50 метровъ:

50	44,7	39,4	34,2	29,3	24,5	20	15,9	12,1	8,7	5,8
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

3,4	1,5	0,1	— 0,7
11	12	13	14

*) Въ вершинѣ купола сходится много концовъ фермъ, поэтому, въ избѣжаніе сомнѣнія въ возможности сдѣлать въ этомъ мѣстѣ шарнирное сое-

Итакъ, если стропильныя фермы вовсе ненагружены, то для опредѣленія горизонтальнаго давленія получимъ слѣдующее уравненіе:

$$H\,.\,50 = 4\,(\tfrac{50}{2} + 44{,}7 + 39{,}4 + \ldots + 1{,}5 + 0{,}1 - 0{,}7) = 1056$$
$$H = 21{,}12.$$

Если же обѣ стропильныя фермы нагружены сполна, то получимъ слѣдующее уравненіе:

$$\begin{aligned} H\,.\,50 = {} & 4\,(\tfrac{50}{2} + 44{,}7 + 39{,}4 + \ldots + 1{,}5 + 0{,}1 - 0{,}7) \\ & + 5\,.\,44{,}7 + 9{,}9\,.\,39{,}4 + \ldots + 45{,}5\,.\,1{,}5 + 46{,}8\,.\,0{,}1 \\ & - 47{,}6\,.\,0{,}7 \end{aligned}$$

Моменты сосредоточенныхъ временныхъ нагрузокъ, входящіе въ послѣднее уравненіе, встрѣтятся еще нѣсколько разъ впослѣдствіи, а потому мы ихъ и выпишемъ здѣсь:

223,5	390	506,2	568,4	585,6	562	508,8	429,6	336,7
1	2	3	4	5	6	7	8	9

240,1	148,6	68,3	4,7	— 33,3
10	11	12	13	14

Подставивъ эти числа въ предъидущее уравненіе, получимъ:

$$H.50 = 1056 + 223{,}5 + 390 + \ldots + 68{,}3 + 4{,}7 - 33{,}3 = 5595$$
$$H = 111{,}9.$$

Расчетъ напряженій X для частей внѣшней дуги.

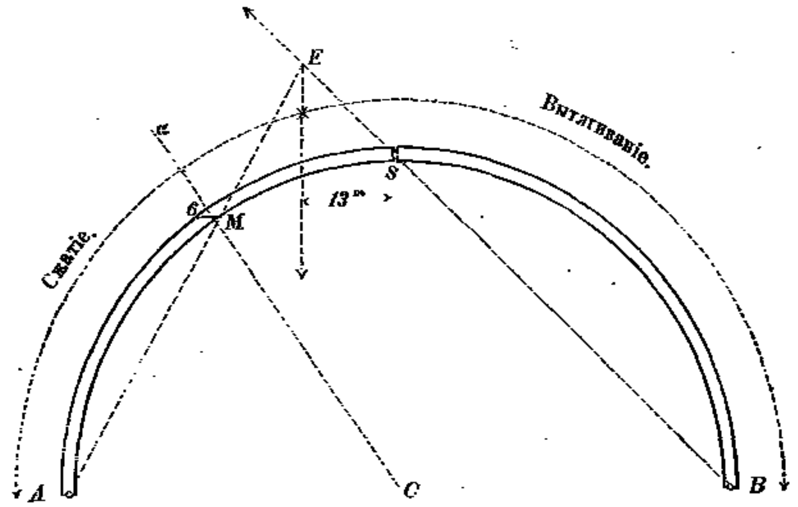
Для наглядности расчета этихъ напряженій разсмотримъ полосу, заключающуюся между 5 и 6 узлами. Центромъ вращенія для уравненія моментовъ, которое послужитъ для опредѣленія этого напряженія, будетъ точка M; поэтому для опредѣленія точки раздѣла грузовъ слѣдуетъ продолжить до взаимнаго пересѣченія въ точкѣ E прямыя AM и BS (см. §. 22) и затѣмъ провести черезъ E вертикаль: эта прямая пройдетъ между 2-мъ и 3-мъ узлами, потому что она находится

диненіе противоположныхъ реберъ, стоитъ только представить себѣ, что въ вершинѣ купола помѣщенъ шаръ или какой бы то ни было формы коробка, въ шаровидноодѣланныя поверхности которой упираются ребра.

на горизонтальномъ разстояніи 13 метровъ отъ средины купола. Итакъ, группы нагрузокъ распредѣлятся по схемѣ черт. 250.

Напряженіе X будетъ maximum'омъ, если на всѣхъ узлахъ

Черт. 250.



[кромѣ 3, 4, 5 ... 14 *)] будутъ лежать полныя нагрузки. То же самое условіе можетъ быть выражено еще и въ слѣдующей формѣ: для того, чтобы X было maximum'омъ, необходимо, чтобы въ фермѣ, покрытой полной нагрузкой, были сняты временныя нагрузки съ 3, 4, 5... 14 узловъ или, другими словами, чтобы въ этихъ узлахъ были приложены вертикальныя силы,

*) Вертикаль, проходящая черезъ 14-й узелъ, находится слѣва отъ точки A (на горизонтальномъ разстояніи 0,72 метр.), поэтому, собственно говоря, нагрузка въ этой точкѣ составляетъ самостоятельную группу; въ такихъ же условіяхъ находится и узелъ, смежный съ точкой B. Итакъ, въ строгомъ смыслѣ нагрузки на стропильную ферму составляютъ не 2, а 4 группы. Не слѣдуетъ, однако, съ такой педантичностью принимать въ расчетъ всѣ случайныя и неимѣющія существеннаго значенія обстоятельства, такъ какъ мы этимъ можемъ въ значительной степени усложнить чертежи и вычисленія и тѣмъ самымъ потерять изъ виду наглядность расчета; въ виду этого въ предстоящемъ, какъ и во всѣхъ слѣдующихъ вычисленіяхъ, мы будемъ причислять нагрузку 14-го узла къ смежной группѣ — ошибка, которая произойдетъ отъ этого въ окончательномъ расчетѣ, будетъ неизмѣримо мала.

равныя сосредоточеннымъ временнымъ нагрузкамъ и направленныя вертикально вверхъ.

Для опредѣленія силъ, составляющихъ давленіе въ шарнирѣ при подобной нагрузкѣ, достаточно составить уравненіе моментовъ для каждаго изъ данныхъ реберъ относительно точекъ опоры и прибавить къ полной суммѣ моментовъ лѣвой части двѣнадцать моментовъ силъ, приложенныхъ въ 3, 4, 5... 12 узлахъ и направленныхъ вверхъ; такимъ образомъ мы получимъ уравненія:

$$0=H\,.\,50+V\,.\,50-5595 \text{ (для правой половины)}$$

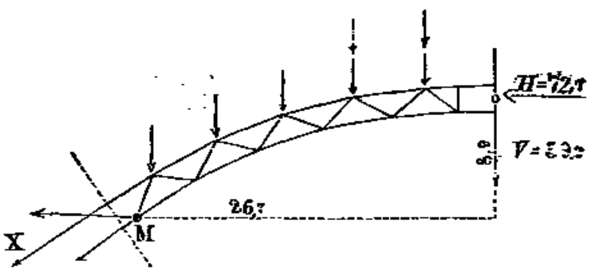
$$0=-H\,.\,50+V\,.\,50+5595-506-568-586-\dots-4{,}7+33{,}3 \text{ (для лѣвой половины)}$$

$$H=72{,}7 \qquad V=39{,}2.$$

Отсюда получимъ по черт. 251 для X (max.) уравненіе моментовъ

$$0=-X\,.\,2-72{,}7\,.\,8{,}9+39{,}2\,.\,26{,}7$$
$$+4\left(\frac{26{,}7}{2}+21{,}4+16{,}1+10{,}9+6+1{,}2\right)$$
$$+5\,.\,21{,}4+9{,}9\,.\,16{,}1$$
$$X\text{ (max.)}=+470{,}9 \text{ тоннъ.}$$

Черт. 251.



Для опредѣленія X (min.) слѣдуетъ предположить, что нагрузки расположены на однихъ только двѣнадцати узлахъ 3, 4, 5,... 14. Для полученія силъ, составляющихъ давленіе въ шарнирѣ при подобномъ расположеніи нагрузокъ, достаточно, въ предположеніи одной постоянной нагрузки, составить для каждой половины фермы уравненіе моментовъ относительно центра вращенія въ опорѣ и прибавить для лѣвой половины двѣнадцать моментовъ временной нагрузки:

$$0 = H\,.\,50 - V\,.\,50 - 1056$$

$$0 = -H\,.\,50 - V\,.\,50 + 1056 + 506 + 568 \ldots + 4{,}7 - 33{,}3$$

$$H = 60{,}3 \qquad V = 39{,}2.$$

Отсюда получимъ по черт. 252 для X (min.) уравненіе моментовъ:

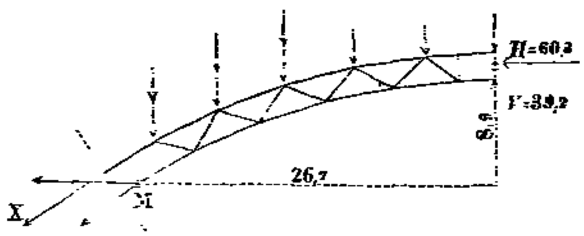
$$0 = -X\,.\,2 - 60{,}3\,.\,8{,}9 - 39{,}2\,.\,26{,}7$$

$$+ 4\left(\frac{26{,}7}{2} + 21{,}4 + 16{,}1 + 10{,}9 + 6 + 1{,}2\right)$$

$$+ 14{,}8\,.\,10{,}9 + 19{,}4\,.\,6 + 23{,}9\,.\,1{,}2$$

$$X\,(\text{min.}) = -500{,}6 \text{ тоннъ.}$$

Черт. 252.



Расчетъ напряженій Z въ частяхъ внутренней дуги.

Ходъ расчета этихъ напряженій мы покажемъ на примѣрѣ и выберемъ для этого часть дуги, лежащую противъ узла № 6 и пересѣкаемую той же прямой $C\alpha$. Составляя уравненіе моментовъ для опредѣленія Z, мы будемъ предполагать вращеніе около узловой точки 6, а потому точка раздѣла грузовъ получится, если продолжить прямыя $A\,6$ и BS до взаимнаго пересѣченія въ точкѣ F и черезъ эту точку провести вертикальную прямую (черт. 253); въ настоящемъ случаѣ точка раздѣла грузовъ находится на горизонтальномъ разстояніи 17,3 метра отъ средины купола, т. е. между 3-мъ и 4-мъ узлами. Для Z (max.) нагрузки должны лежать только на 4, 5,... 14 узлахъ;

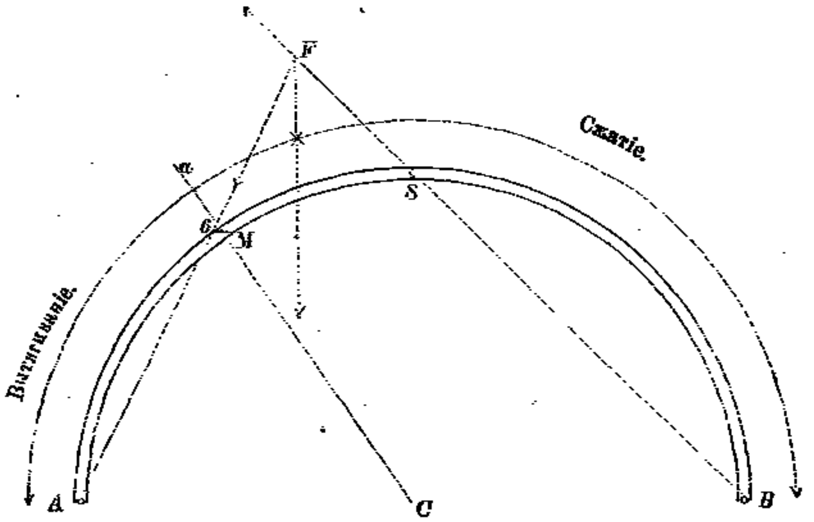
при подобномъ дѣйствіи внѣшнихъ силъ для составляющихъ давленіе въ шарнирѣ получатся слѣдующія уравненія:

$$0 = H \,.\, 50 - V \,.\, 50 - 1056$$

$$0 = -H \,.\, 50 - V \,.\, 50 + 1056 + 568 + 586 + \ldots 4{,}7 - 33{,}3$$

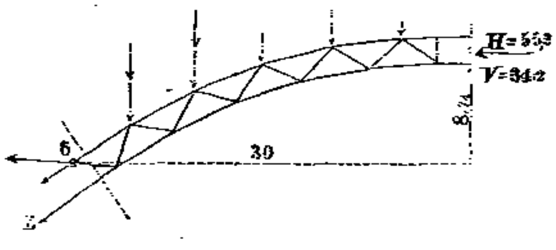
$$H = 55{,}3 \qquad V = 34{,}2,$$

Черт. 253.



а затѣмъ мы получимъ по черт. 254 для Z (max.) уравненіе моментовъ:

Черт. 254.



$$0 = Z \,.\, 2 - 55{,}3 \,.\, 8{,}74 - 34{,}2 \,.\, 30$$
$$+ 4\left(\tfrac{30}{2} + 24{,}7 + 19{,}4 + 14{,}2 + 9{,}3 + 4{,}5\right)$$
$$+ 19{,}4 \,.\, 9{,}3 + 23{,}9 \,.\, 4{,}5$$
$$Z(\text{max.}) = +\, 436{,}5 \text{ тоннъ.}$$

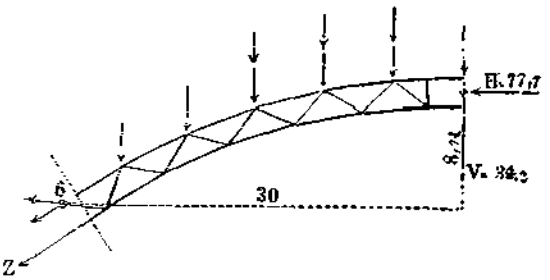
Для опредѣленія Z (min.) предполагаемъ, что съ фермы, покрытой полной нагрузкой, сняты нагрузки въ 4, 5 ... 14 узлахъ. Чтобы получить при такомъ дѣйствіи внѣшнихъ сихъ силъ, составляющія давленіе въ шарнирѣ, прибавляемъ къ суммѣ моментовъ силъ, дѣйствующихъ на лѣвую половину вполнѣ нагруженной фермы, сумму моментовъ силъ, разгружающихъ 4, 5... 14 узлы.

$$0 = H \,.\, 50 + V \,.\, 50 - 5595$$

$$0 = -H \,.\, 50 + V \,.\, 50 + 5595 - 568 - 586 - \ldots - 4{,}7 + 33{,}3$$

$$H = 77{,}7 \qquad V = 34{,}2$$

Черт. 255.



Уравненіе моментовъ для Z (min.) получится по черт. 255.

$$0 = Z \,.\, 2 - 77{,}7 \,.\, 8{,}74 + 34{,}2 \,.\, 30$$
$$+ 4\left(\tfrac{30}{2} + 24{,}7 - 19{,}4 - 14{,}2 + 9{,}3 + 4{,}5\right)$$
$$+ 5 \,.\, 24{,}7 + 9{,}9 \,.\, 19{,}4 - 14{,}8 \,.\, 14{,}2$$
$$Z(\text{min.}) = -610{,}5 \text{ тоннъ.}$$

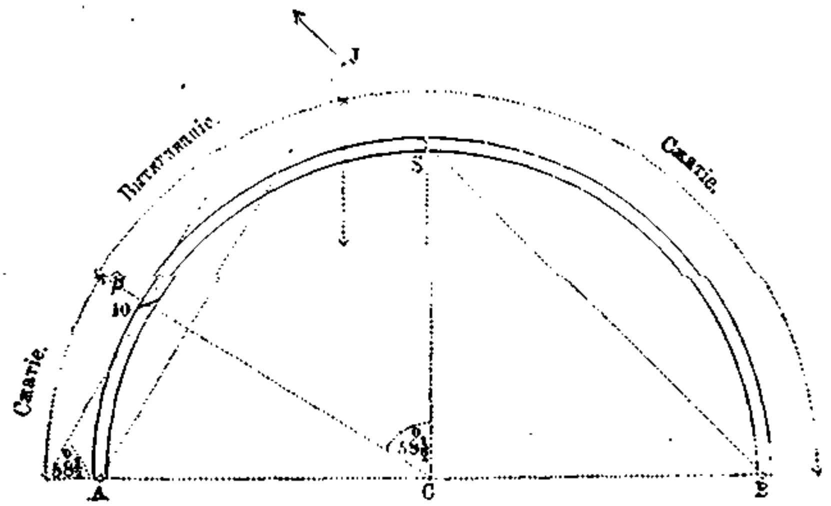
Расчетъ напряженій Y въ діагоналяхъ.

Покажемъ расчетъ этихъ напряженій на примѣрѣ, для чего выберемъ одну изъ діагоналей, находящихся между 9 и 10 узлами, а именно ту, которая ближе къ 10-му узлу.

При расчетѣ діагоналей этой фермы мы снова встрѣчаемся съ исключительнымъ случаемъ, подробно разсмотрѣннымъ въ § 9 третьей главы, когда центръ вращенія для уравненія моментовъ находится въ безконечности. Прямая, на безконечноудаленномъ концѣ которой слѣдуетъ представить себѣ центръ предполагаемаго вращенія, есть касательная къ среднему кругу (между внѣшнимъ и внутреннимъ), проведенная въ точкѣ пересѣченія разсматриваемой діагонали съ этимъ кругомъ. Радіусъ, проходящій черезъ эту точку, составляетъ съ вертикальнымъ радіусомъ уголъ въ $58\frac{1}{2}°$, а потому уголъ, образуемый упомянутой касательной съ горизонтомъ, тоже равенъ $58\frac{1}{2}°$. Итакъ, всѣ силы, дѣйствующія на часть фермы $S\beta$ по направленіямъ, параллельнымъ вышеупомянутой касательной, пройдутъ черезъ центръ вращенія, а потому ихъ моменты будутъ равны нулю.

Между настоящимъ случаемъ и тѣмъ, который мы разсмотрѣли въ § 9, вся разница заключается въ томъ, что вмѣсто горизонтальной прямой здѣсь приходится брать касательную къ среднему кругу (черт. 256). Итакъ, разложимъ каждую

Черт. 256.



силу, дѣйствующую на часть фермы $S\beta$ на двѣ составляющія: одну параллельную, а другую перпендикулярную къ касательной и приравняемъ сумму моментовъ этихъ послѣднихъ составляющихъ нулю.

Обозначимъ вертикальную составляющую силы Y черезъ $\mathfrak{N}$. Всякая сила, обращающая $\mathfrak{N}$ въ величину положительную, обратитъ въ положительную же величину и напряженіе Y. Итакъ, всѣ силы, дѣйствующія на часть $S\beta$ и имѣющія одинаковое направленіе съ $\mathfrak{R}$, возбуждаютъ въ Y сжатіе, а всѣ силы, имѣющія съ $\mathfrak{R}$ противоположныя направленія, обращаютъ Y въ величину положительную. Итакъ, для опредѣленія точки раздѣла грузовъ слѣдуетъ продолжить до взаимнаго пересѣченія въ точкѣ J прямую SB и прямую, параллельную нашей касательной и проходящую черезъ точку A. Если вертикально подъ точкой J положить на ферму какой-нибудь грузъ, то онъ вызоветъ въ шарнирѣ давленіе на часть $S\beta$, которое вмѣстѣ съ этимъ грузомъ дастъ равнодѣйствующую параллельную касательной и непроизводящую поэтому на Y никакого вліянія. Каждая нагрузка, лежащая справа отъ J, обратитъ $\mathfrak{R}$ въ величину отрицательную; каждая нагрузка, лежащая на отрѣзкѣ фермы, заключающемся между сѣченіемъ $C\beta$ и плоскостью раздѣла грузовъ, обратитъ $\mathfrak{R}$ въ положительную величину; каждая нагрузка, лежащая слѣва отъ $C\beta$, обратитъ $\mathfrak{R}$ снова въ отрицательную величину, такъ какъ подобная нагрузка дѣйствуетъ на $S\beta$ только посредствомъ возбуждаемаго ею въ вершинѣ давленія. Итакъ, различныя нагрузки распредѣлятся такъ, какъ показано на черт. 256.

При помощи построенія мы найдемъ, что точка J находится на горизонтальномъ разстояніи 12 метровъ отъ средины купола, а потому точка раздѣла грузовъ находится между 2-мъ и 3-мъ узлами. Отсюда видно, что наибольшее значеніе $\mathfrak{R}$, а потому и Y будетъ тогда, когда на однихъ только узлахъ 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 будутъ лежать нагрузки. При такомъ дѣйствіи внѣшнихъ силъ мы получимъ слѣдующія уравненія для опредѣленія составляющихъ давленіе въ шарнирѣ:

$$0 = H \,.\, 50 - V \,.\, 50 - 1056$$

$$0 = -H \,.\, 50 - V \,.\, 50 + 1056 + 506 + 568 + 586 + 562 + 509 + 430 + 337$$

$$H = 56{,}1 \qquad V = 35.$$

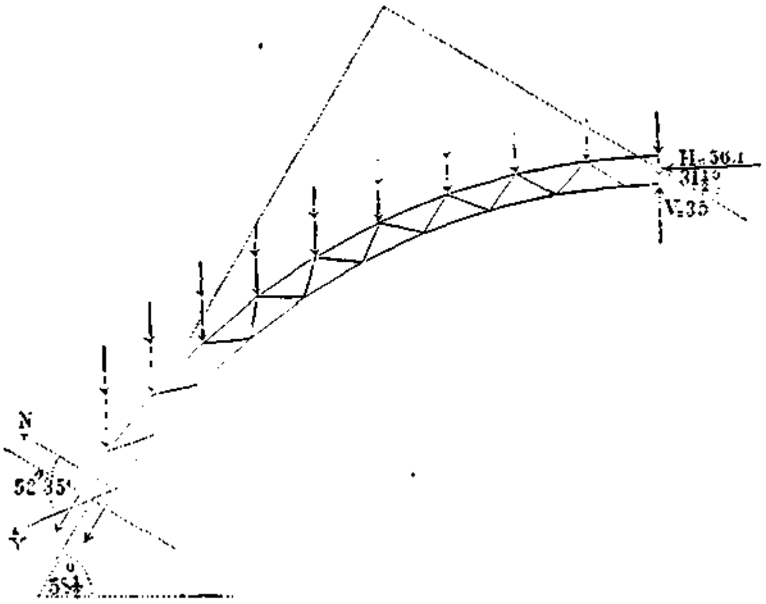
Теперь остается приравнять нулю алгебрическую сумму составляющихъ параллельныхъ N (черт. 257).

$$0 = N + 56{,}1 \, . \cos. 31\tfrac{1}{2}^\circ + 35 \, . \sin. 31\tfrac{1}{2}^\circ - 4 \, . \, 9{,}5 \, . \sin. 31\tfrac{1}{2}^\circ$$
$$- (14{,}8 + 19{,}4 + 23{,}9 + 28{,}1 + 32 + 35{,}5$$
$$+ 38{,}7) \sin. 31\tfrac{1}{2}^\circ.$$

Рѣшая это уравненіе, получимъ:

$$N \, (\max.) = 54{,}3.$$

Черт. 257.



Y составляетъ съ N уголъ въ $52^\circ \; 35'$, а потому

$$Y \, (\max.) = \frac{54{,}3}{\cos. 52^\circ 35'} = + 89{,}3 \text{ тонны.}$$

Для опредѣленія Y (min.) слѣдуетъ предположить, что съ фермы, нагруженной полной нагрузкой, сняты нагрузки въ узлахъ: 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9; при такомъ дѣйствіи внѣшнихъ силъ мы получимъ для опредѣленія составляющихъ давленіе въ шарнирѣ уравненія:

$$0 = H \, . \, 50 + V \, . \, 50 - 5595$$
$$0 = - H \, . \, 50 + V \, . \, 50 + 5595 - 506 - 568 - 586$$
$$- 562 - 509 - 430 - 337$$
$$H = 77 \qquad\qquad V = 35.$$

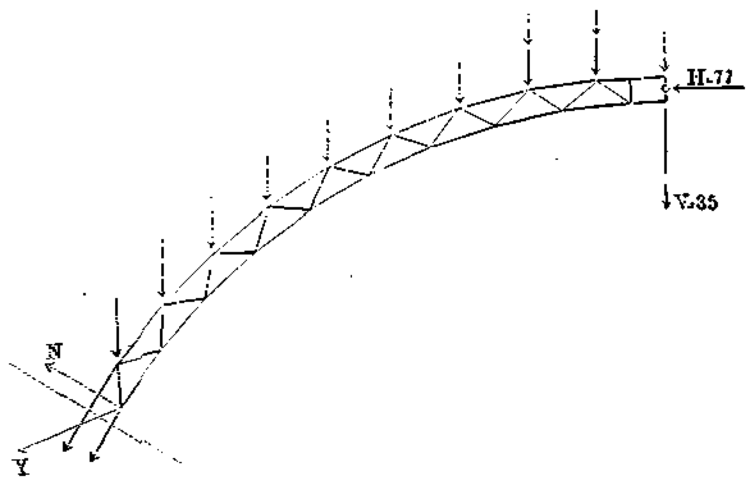
Затѣмъ остается только составить по черт. **258** уравненіе для N (min.)

$$0 = N + 77 \,.\, cos.\, 31\tfrac{1}{2}^\circ - 35 \,.\, sin.\, 31\tfrac{1}{2}^\circ - 4 \,.\, 9{,}5 \,.\, sin.\, 31\tfrac{1}{2}^\circ$$
$$- (5 + 9{,}9)\, sin.\, 31\tfrac{1}{2}^\circ$$
$$N\,(\text{min.}) = -19{,}7,$$

откуда получимъ и соотвѣтственное значеніе Y

$$Y\,(\text{min.}) = \frac{-19{,}7}{cos.\, 52^\circ 35'} = -32{,}5 \text{ тонны.}$$

Черт. 258.



Изъ этихъ трехъ примѣровъ ясно, какъ слѣдуетъ расчитывать каждую отдѣльную часть сооруженія, а поэтому мы не приводимъ расчетовъ всѣхъ остальныхъ частей, такъ какъ это заняло бы слишкомъ много мѣста.

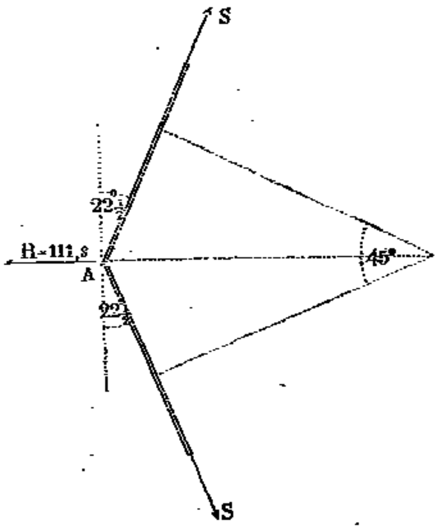
Расчетъ напряженія S кольца.

Если число фермъ, какъ въ данномъ случаѣ, невелико и если, вслѣдствіе этого, кольцо принимаетъ видъ многоугольника, то для опредѣленія S можно получить изъ черт. **259** слѣдующія уравненія:

$$2\,S \,.\, sin.\, 22\tfrac{1}{2}^\circ = H$$
$$S = \frac{111{,}9}{2 \,.\, 0{,}3827} = 146{,}1 \text{ т.}$$

Если же число реберъ на столько велико, что можно допустить, что горизонтальныя давленія, передаваемыя ими, распредѣляются на кольцо непрерывно и равномѣрно, то приходится разсматривать давленіе p на единицу длины этого кольца (черт. 260) (здѣсь η безконечно малый уголъ, синусъ котораго можно принять равнымъ дугѣ). Въ этомъ случаѣ уравненіе приметъ видъ:

Черт. 259.

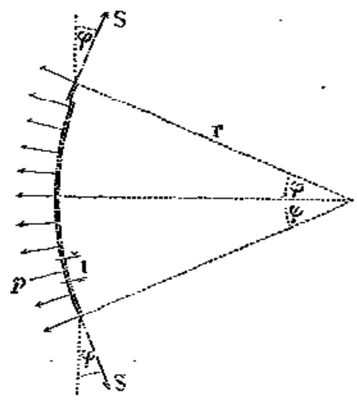


$$p \, . \, 2r\varphi = 2S\varphi \text{ или } S = pr.$$

Такъ напр. въ настоящемъ случаѣ

$$p = \frac{H}{r \, . \, \frac{\pi}{4}} = \frac{111{,}9}{51 \, . \, 0{,}7854} = 2{,}794,$$

Черт. 260.



подставляя это въ выраженіе для S, получимъ:

$$S = 2{,}794 \, . \, 51 = 142{,}5 \text{ тонны.}$$

Отсюда видно, что разница въ результатахъ такъ незначительна, что можно безразлично расчитывать по тому или по другому способу.

§ 31.

Наивыгоднѣйшая кривизна куполовъ.

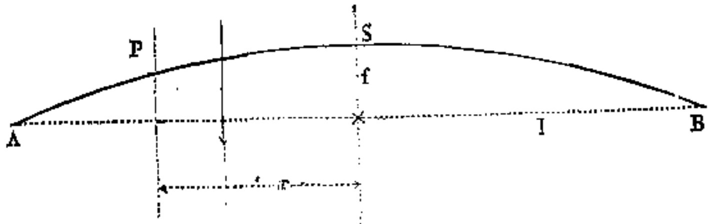
Въ предъидущихъ примѣрахъ мы показали, какъ расчитываются напряженія въ частяхъ построенной уже купольной фермы и для большей наглядности хода этого расчета предположили, что профиль купола есть полукругъ. Имѣя въ виду составить проектъ купола, который потребовалъ бы наименьшее количество матеріала, необходимо обратиться къ кривой равновѣсія гибкой цѣпи, нагруженной такъ же, какъ и ребра проектируемаго купола, опредѣлить форму этой кривой и расположить по ней шарниры внѣшней купольной дуги. Для того, чтобы ферма была жестка и сопротивлялась дѣйствію односторонней нагрузки, слѣдуетъ связать главную, внѣшнюю дугу съ внутренней, добавочной помощью системы діагоналей. При подобномъ устройствѣ фермы діагонали и звенья побочной дуги испытываютъ напряженія только при односторонней нагрузкѣ, такъ какъ дѣйствіе полной нагрузки все сполна уничтожается сопротивленіемъ внѣшней дуги, расположенной по кривой равновѣсія; по характеру своему напряженіе въ данной діагонали и въ данной части нижней дуги можетъ быть сжатіемъ или вытягиваніемъ, что зависитъ отъ относительнаго положенія нагрузокъ, вызывающихъ эти напряженія; но, во всякомъ случаѣ, наибольшія и наименьшія величины этихъ напряженій должны быть численно равны между собой (то же самое мы видѣли и въ горизонталяхъ и діагоналяхъ арочнаго моста, расчитаннаго въ § 22).

Если кривизна купола весьма незначительна и если число купольныхъ реберъ столь велико, что часть поверхности купола, заключающуюся между двумя смежными ребрами, можно принять за площадь плоскаго, равномѣрно нагруженнаго треугольника, то данную задачу рѣшить очень легко. За точку приложенія равномѣрной нагрузки, покрывающей треугольникъ SP, можно въ этомъ случаѣ принять центръ тяжести этой площади (черт. **261**, **162** и **263**).

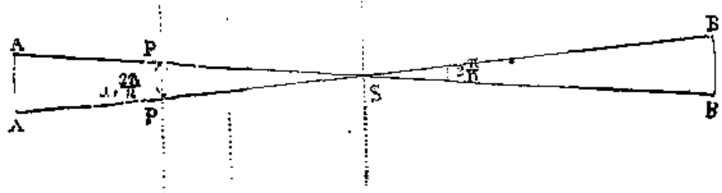
Обозначимъ чрезъ k нагрузку на единицу площади плана, чрезъ n—число реберъ $\left(\frac{2\pi}{n}\right.$ будетъ весьма малый уголъ, заключающійся между двумя смежными ребрами$\left.\right)$, тогда $x \cdot \frac{2\pi}{n} \cdot \frac{x}{2}$ представитъ площадь треугольника, а уравненіе моментовъ для части SP, относительно вращенія около P (черт. 263), приметъ видъ:

$$1)\quad H\,.\,y=k\,.\,x^2\,.\,\frac{\pi}{n}\,.\,\frac{x}{3}.$$

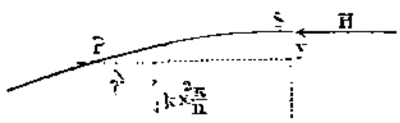
Черт. 261.



Черт. 262.



Черт. 263.



Полагая въ этомъ уравненіи $x=l$ и $y=f$, получимъ уравненіе моментовъ для части SA, а именно:

$$2)\quad Hf=kl^2\frac{\pi}{n}\,.\,\frac{l}{3}.$$

Раздѣлимъ 1) уравненіе на 2):

$$3)\quad \frac{y}{f}=\frac{x^3}{l^3}.$$

Итакъ, если главная дуга имѣетъ форму кубической параболы, то при полной нагрузкѣ побочная дуга и діагонали не испытываютъ никакого напряженія.

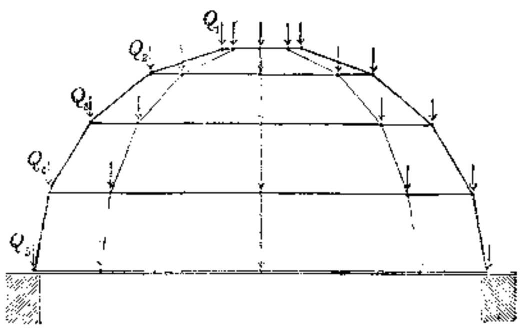
Предъидущій выводъ сдѣланъ въ предположеніи, что собственный вѣсъ реберъ или весьма малъ или что онъ распредѣленъ по длинѣ пролета на основаніи вышеозначеннаго закона, а потому и не введенъ въ расчетъ. Если же собственный вѣсъ реберъ представляетъ нагрузку, равномѣрно распредѣленную по длинѣ пролета и равную p, то вмѣсто предъидущихъ уравненій получимъ аналогичныя имъ:

$$1_a)\quad Hy = k\frac{\pi}{n}\frac{x^3}{3} + p\frac{x^2}{2}$$

$$2_a)\quad Hf = k\frac{\pi}{n}\frac{l^3}{3} + p\frac{l^2}{2}$$

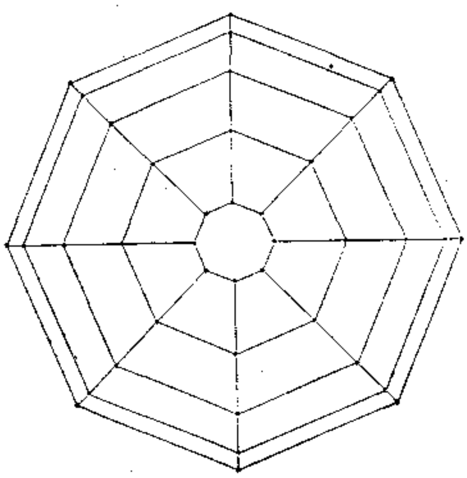
$$3_a)\quad \frac{y}{f} = \frac{x^3 + \frac{3}{2}\frac{p}{k}\frac{n}{\pi}x^2}{l^3 + \frac{3}{2}\frac{p}{k}\frac{n}{\pi}l^2}$$

Черт. 264.



Въ общемъ видѣ, т. е. въ предположеніи значительной стрѣлы подъема и незначительнаго числа реберъ, задача эта рѣшается на основаніи общихъ началъ „Теоріи цѣпной линіи".

Черт. 265.



§ 32.

Купола съ суставчатыми ребрами и кольцами *).

На чертежахъ 264 и 265 представленъ остовъ купола, имѣющаго въ профилѣ видъ половины пра-

*) См. Berliner Zeitschr. für Bauwesen, Jahrgang 1866: «Die Construction der Kuppeldächer» von W. Schwedler.

вильнаго восемнадцатиугольника, а въ планѣ — видъ правильнаго восьмиугольника. Мы предполагаемъ, что полосы соединяются въ узлахъ помощью шаровыхъ шарнировъ, представляющихъ собою единственныя точки приложеній дѣйствій нагрузокъ. Эти узловыя точки расположены на поверхности полушарія радіуса, равнаго 10 метр. и квадратнаго содержанія $2r^2\pi = 2 \,.\, 10^2 \,.\, 3{,}1416 = 628{,}32$ □ метр. Итакъ, если на квадратный метръ этой поверхности приходится нагрузка $p=200$ кил., то сумма нагрузокъ на всѣ узлы составитъ:

$$G = p \,.\, 2r^2\pi = 200 \,.\, 628{,}32 = 125664 \text{ кил.}$$

Эта полная нагрузка распредѣляется на отдѣльныя группы узловъ, принадлежащихъ однимъ и тѣмъ же горизонтальнымъ кольцамъ, пропорціонально радіусамъ круговъ, описанныхъ около этихъ колецъ (на нижнее кольцо передается только половина нагрузки примыкающаго къ нему пояса, а потому для узловъ этого пояса слѣдуетъ брать половину числа, найденнаго по предъидущему способу). Радіусы круговъ будутъ:

$$\begin{aligned}
r_1 &= r \,.\, Sin.\, 10^\circ = 10 \,.\, 0{,}17365 = 1{,}7365 \text{ метр.}\\
r_2 &= r \,.\, Sin.\, 30^\circ = 10 \,.\, 0{,}5 \quad = 5{,}0 \text{ метр.}\\
r_3 &= r \,.\, Sin.\, 50^\circ = 10 \,.\, 0{,}76604 = 7{,}6604 \text{ метр.}\\
r_4 &= r \,.\, Sin.\, 70^\circ = 10 \,.\, 0{,}93969 = 9{,}3969 \text{ метр.}\\
r_5 &= r \,.\, Sin.\, 90^\circ = 10 \,.\, 1 \quad = 10 \text{ метр.}
\end{aligned}$$

Обозначимъ часть нагрузки, соотвѣтствующую радіусу равному единицѣ, чрезъ x, тогда для опредѣленія x получимъ уравненіе:

$$1{,}7365 \,.\, x + 5 \,.\, x + 7{,}6604 \,.\, x + 9{,}3969 \,.\, x + \frac{10 \,.\, x}{2} = 125664,$$

или

$$x = 4364{,}3 \text{ кил.},$$

откуда нагрузки на разныя группы узловъ выразятся произведеніями:

$$
\begin{aligned}
x \cdot r_1 &= 4364,3 \cdot 1,7365 = 7578,6 \text{ кил. *)} \\
x \cdot r_2 &= 4364,3 \cdot 5 = 21821,5 \text{ кил.} \\
x \cdot r_3 &= 4364,3 \cdot 7,6604 = 33432,3 \text{ кил.} \\
x \cdot r_4 &= 4364,3 \cdot 9,3969 = 41010,9 \text{ кил.} \\
\frac{x \cdot r_5}{2} &= \frac{4364,3 \cdot 10}{2} = 21821,5 \text{ кил.}
\end{aligned}
$$

Такъ какъ въ каждомъ кольцѣ расположено 8 узловъ, то для полученія нагрузки въ каждый узелъ слѣдуетъ раздѣлить найденныя числа на 8 **).

Итакъ:

$$Q_1 = \frac{7578,6}{8} = 947 \text{ кил.}, \qquad Q_2 = \frac{21821,5}{8} = 2728 \text{ кил.},$$

$$Q_3 = \frac{33432,3}{8} = 4179 \text{ кил.}, \qquad Q_3 = \frac{41010,9}{8} = 5126 \text{ кил.},$$

$$Q_5 = \frac{21821,5}{8} = 2728 \text{ кил.}$$

Расчетъ напряженій, проявляющихся при полной нагрузкѣ.

Вообразимъ себѣ по обѣ стороны ребра ACF по одному меридіональному сѣченію. Эти два сѣченія выдѣлятъ часть купола, для поддержанія равновѣсія въ которой необходимо приложить въ мѣстахъ пересѣченій колецъ (черт. **266** и черт. **267**) извѣстныя силы. Въ верхнемъ кольцѣ, въ точкѣ A, на ребро передается со стороны частей кольца горизонтальное усиліе R_1, представляющее собой равнодѣйствующую напряженій X_1 сторонъ кольца; эта сила R_1 связана съ силами X_1 уравненіемъ

$$2\, X_1\, Sin.\, \varepsilon = R_1,$$

откуда

$$X_1 = \frac{R_1}{2\, sin.\, \varepsilon}$$

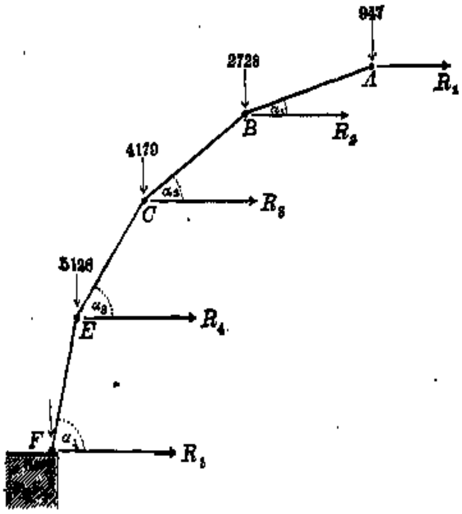
---

*) Если бы на верхнемъ кольцѣ былъ расположенъ фонарь или другая какая-либо нагрузка, о которой здѣсь не было упомянуто, то и ее, очевидно, слѣдуетъ принять въ расчетъ.

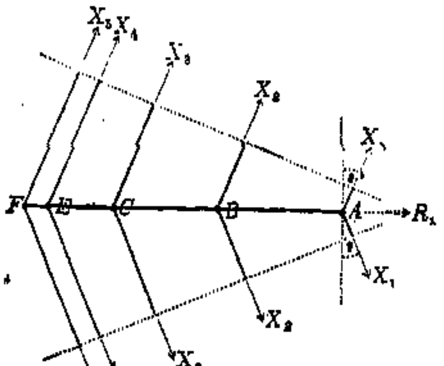
**) Если бы число реберъ было не 8, а 16, то слѣдовало бы вышеприведенныя числа дѣлить на 16, во всемъ же остальномъ расчетъ не усложнился бы. Здѣсь мы взяли меньшее число только ради большей наглядности чертежей.

Здѣсь уголъ $\varepsilon = 22^\circ,5$. Та же зависимость между напряженіями сторонъ колецъ и вызываемыми ими на ребра давленіями существуетъ во всѣхъ остальныхъ кольцахъ. Теперь разсѣчемъ полосу AB и для возстановленія равновѣсія въ верхнемъ отрѣзкѣ (черт. **268**) приложимъ въ точкѣ сѣченія сжимающую силу D_1, которую затѣмъ разлагаемъ на вертикальную и на горизонтальную составляющія V_1 и H_1. Теперь приравниваемъ нулю сумму горизонтальныхъ и сумму вертикальныхъ силъ, дѣйствующихъ на разсматриваемый отрѣзокъ:

Черт. 266.



Черт. 267.

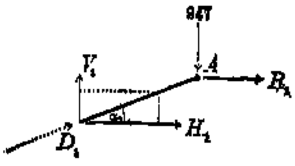


$$V_1 = 947 \text{ кил.}$$

или $R_1 = -H_1$.

Изъ параллелограмма силъ, обозначеннаго на черт. **268**, можно вывести, кромѣ того, слѣдующія уравненія:

Черт. 268.



$$tg\,\alpha_1 = \frac{V_1}{H_1} \text{ и } sin.\ \alpha_1 = \frac{V_1}{D_1}$$

но $\alpha_1 = 20^\circ$, а потому

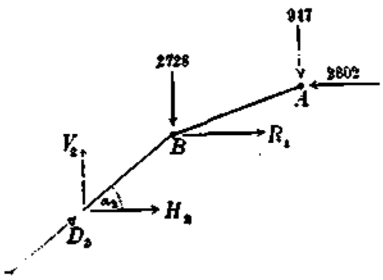
$$H_1 = \frac{947}{tg\,20^\circ} = 2602 \text{ кил.},$$

$$D_1 = \frac{947}{sin.\,20^\circ} = 2770 \text{ кил.}$$

$$R_1 = -2602 \text{ кил.}, \qquad X_1 = -\frac{2602}{2\,sin.\,22^\circ,5} = -3400 \text{ кил.}$$

Прилагая къ части фермы, изображенной на черт. 269 тотъ же способъ расчета, мы получимъ слѣдующія уравненія:

Черт. 269.



$$V_2 = 947 + 2728 = 3675 \text{ кил.}$$

$$H_2 = \frac{V_2}{tg\,\alpha_2} = \frac{3675}{tg\,40^0} = 4380 \text{ кил.}$$

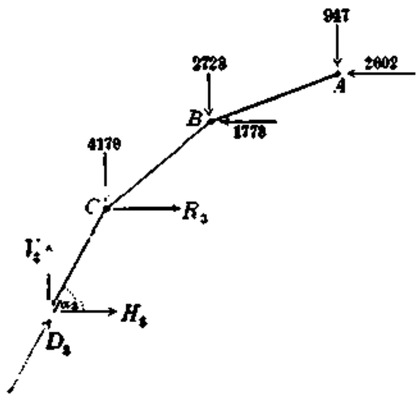
$$D_2 = \frac{V_2}{sin.\,\alpha_2} = \frac{3675}{sin.\,40^0} = 5717 \text{ кил.}$$

$$R_2 = 2602 - H_2 = -1778 \text{ кил.}$$

$$X_2 = -\frac{1778}{2.\,sin.\,22^0,5} = -2323 \text{ к.}$$

Подобнымъ же образомъ изъ чертежа 270 можно вывести уравненія:

Черт. 270.



$$V_3 = 947 + 2728 + 4179 = 7854 \text{ кил.}$$

$$H_3 = \frac{V_3}{tg\,\alpha_3} = \frac{7854}{tg\,60^0} = 4535 \text{ кил.}$$

$$D_3 = \frac{V_3}{sin.\,\alpha_3} = \frac{7854}{sin.\,60^0} = 9069 \text{ кил.}$$

$$R_3 = 2602 + 1778 - H_3 = -155 \text{ кил.}$$

$$X_3 = \frac{-155}{2.\,sin.\,22^0,5} = -203 \text{ кил.}$$

Наконецъ, по чертежу 271 составляемъ уравненія:

$$V_4 = 947 + 2728 + 4179 + 5126 = 12980 \text{ кил.}$$

$$H_4 = \frac{V_4}{tg\,\alpha_4} = \frac{12980}{tg\,80^0} = 2289 \text{ кил.}$$

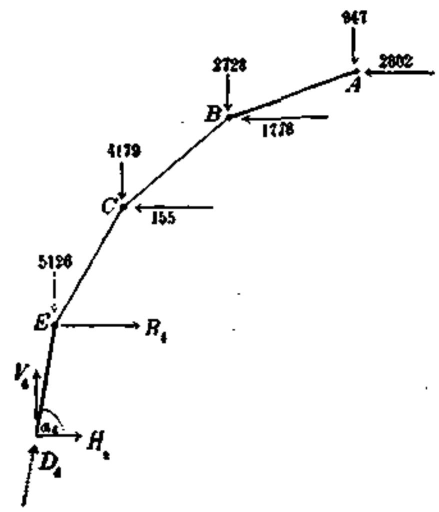
$$D_4 = \frac{V_4}{sin.\,\alpha_4} = \frac{12980}{sin.\,80^0} = 13180 \text{ кил.}$$

$$R_4 = 2602 + 1778 + 155 - H_4 = +2246 \text{ кил.}$$

$$X_4 = \frac{2246}{2\,sin.\,22^0,5} = +2935 \text{ кил.}$$

Вертикальная составляющая V_4 напряженія въ нижней полосѣ ребра возбуждается сопротивленіемъ горизонтальной плоскости опоръ; въ то же время на эту полосу передается горизонтальное давленіе H_4 со стороны нижняго кольца, а потому

Черт. 271.



$$R_5 = H_4 = +2289 \text{ кил.}$$

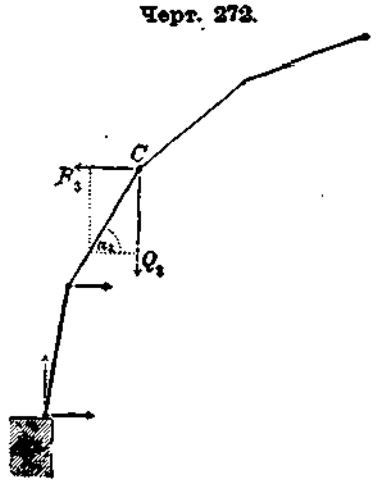
$$X_5 = \frac{2289}{2 . \sin . 22^{\circ},5}$$

$$= +2991 \text{ кил.}$$

Minima напряженій въ кольцахъ.

Разсматривая полную нагрузку купола какъ временную (подвижную), предположимъ, что съ верхняго кольца снята вся нагрузка; очевидно, что въ верхнемъ кольцѣ исчезнетъ всякое напряженіе. Если бы мы сняли нагрузки и со втораго кольца, то и въ немъ исчезли бы всякія напряженія. Итакъ, мы убѣдились, что нагрузки, лежащія на данномъ кольцѣ, не могутъ вызвать напряженія ни въ одной изъ полосъ (колецъ или реберъ), лежащихъ выше разсматриваемаго кольца. Въ самомъ кольцѣ отъ дѣйствія его собственной нагрузки проявляется сжатіе и притомъ наибольшее, какое только возможно; ибо нагрузки, расположенныя на верхнихъ кольцахъ, вызываютъ въ немъ вытягиваніе, а нагрузки, лежащія на нижнихъ кольцахъ, не имѣютъ на него никакого вліянія. Далѣе, это сжатіе въ кольцѣ должно дать съ на-

Черт. 272.



грузкой въ узловой точкѣ равнодѣйствующую, направленную по части ребра, расположенной ниже этого кольца. Такъ, напримѣръ, мы получимъ для третьяго кольца (черт. 272):

$$R_3(\text{min.}) = -\frac{Q_3}{tg\,\alpha_3} = -\frac{4179}{tg\,60^0} = -2413 \text{ кил.}$$

Подобнымъ же образомъ для 2-го и 4-го колецъ получимъ:

$$R_2(\text{min.}) = -\frac{Q_2}{tg\,\alpha_2} = -\frac{2728}{tg\,40^0} = -3251 \text{ кил.}$$

$$R_4(\text{min.}) = -\frac{Q_4}{tg\,\alpha_4} = -\frac{5126}{tg\,80^0} = -904 \text{ кил.}$$

Самыя же minima напряженій въ кольцѣ будутъ:

$$X_2(\text{min.}) = -\frac{2251}{2\,sin.\,22^0{,}5} = -4248 \text{ кил.}$$

$$X_3(\text{min.}) = -\frac{2413}{2\,sin.\,22^0{,}5} = -3153 \text{ кил.}$$

$$X_4(\text{min.}) = -\frac{904}{2\,sin.\,22^0{,}5} = -1181 \text{ кил.}$$

Въ этомъ расчетѣ мы не имѣли въ виду перваго и пятаго колецъ: послѣдняго потому, что въ немъ никогда не проявляется сжатія, а перваго потому, что оно никогда не бываетъ вытянуто; сжатіе, найденное для этого кольца при полной нагрузкѣ, т. е. $X_1 = -3400$ кил., и будетъ такимъ образомъ наибольшее сжатіе, возможное въ этой части сооруженія.

Maxima напряженій въ кольцахъ.

Въ данномъ кольцѣ проявляется maximum напряженія тогда, когда кольцо это ненагружено; но такъ какъ нагрузки на нижнія кольца не оказываютъ вліянія на напряженія верхнихъ, то напряженіе въ томъ же кольцѣ достигнетъ maximum'а и тогда, когда будутъ нагружены одни только верхнія кольца. Примѣръ мы видимъ на чертежѣ 273: сила R достигла при подобной нагрузкѣ maximum'а, который можно опредѣлить изъ слѣдующаго уравненія, составленнаго по чертежу 274:

$$R_3 = H_2 - H_3 = \frac{V_2}{tg\,\alpha_2} - \frac{V_3}{tg\,\alpha_3},$$

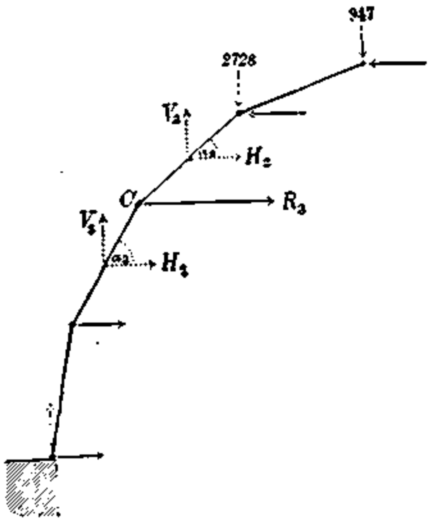
а подставляя сюда вмѣсто V_2 и V_3 ихъ величины, опредѣляемыя по чертежу **273**, а именно:

$$V_2 = V_3 = 947 + 2728 = 3675, \text{ получимъ:}$$

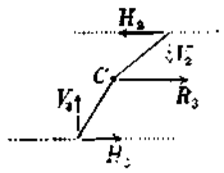
$$R_3 = \frac{3675}{tg\,40^0} - \frac{3675}{tg\,60^0} = +\,2258 \text{ кил.}$$

Итакъ, $$X_3\,(\text{max.}) = +\,\frac{2258}{2\,sin.\,22^0,5} = +\,2950 \text{ кил.}$$

Черт. 273.



Черт. 274.



Для опредѣленія maximum'а напряженій во второмъ кольцѣ слѣдуетъ предположить, что только одно верхнее кольцо нагружено. Въ этомъ случаѣ

$$V_2 = V_1 = 947, \text{ а потому}$$

$$R_2 = \frac{947}{tg\,20^0} - \frac{947}{tg\,40^0} = +1473 \text{ и}$$

$$X_2\,(\text{max.}) = +\,\frac{1473}{2\,sin.\,22^0,5} = +\,1925 \text{ кил.}$$

Для опредѣленія X_4 (max.) слѣдуетъ предположить, что только на верхнихъ трехъ кольцахъ лежатъ нагрузки, и затѣмъ получатся уравненія:

$$V_4 = V_3 = 947 + 2728 + 4179 = 7854$$

$$R_4 = \frac{7854}{tg\,60^0} - \frac{7854}{tg\,80^0} = +\,3150$$

$$X_4\,(\text{max.}) = +\,\frac{3150}{2\,sin.\,22^0,5} + = +4116 \text{ кил.}$$

Въ предъидущемъ вычисленіи мы предполагали, что нагрузки на узлы одного и того же кольца равны между собой, т. е. что нагрузки распредѣляются **симметрично** относительно вертикальной оси; съ другой стороны мы предположили, что полосы, составляющія остовъ купола, связаны между собой шаровыми шарнирами, а потому малѣйшее отклоненіе отъ симметричности расположенія нагрузки повлекло бы за собой разрушеніе связи между частями. Если куполъ долженъ сопротивляться дѣйствію несимметрической нагрузки, то слѣдуетъ придать кровлѣ, покрывающей остовъ, достаточную жосткость для того, чтобы она могла сопротивляться всякому взаимному перемѣщенію связанныхъ съ нею полосъ остова, или же слѣдуетъ выбросить шарнирныя соединенія, а вмѣсто нихъ сдѣлать соединенія заклепками или болтами и образовать какъ изъ полосъ, составляющихъ кольца, такъ и изъ полосъ, составляющихъ ребра, непрерывныя балки, сопротивляющіяся какъ продольнымъ усиліямъ, такъ и изгибу. Изложеніе способа расчета этихъ послѣднихъ напряженій ускользаетъ отъ элементарныхъ пріемовъ.

Глава десятая.

§ 33.

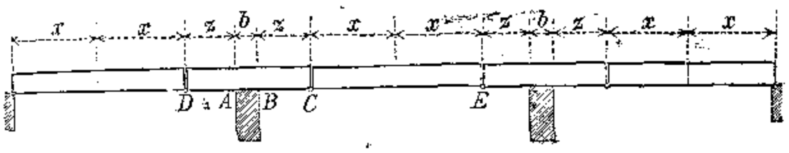
Балочные мосты, покрывающіе нѣсколько пролетовъ.

Въ мостахъ арочной системы мы видѣли, что, помѣщая въ извѣстномъ мѣстѣ фермы шарниръ, можно заключить напряженія разныхъ частей ея въ извѣстные предѣлы, которые можно легко проконтролировать, и устранить вліянія на эти напряженія какъ колебаній температуры, такъ и движеній опоръ. Точно такимъ же образомъ и съ той же цѣлью принципъ шарнирныхъ мостовъ можетъ быть приложенъ и къ балочнымъ фермамъ, т. е. къ такимъ, которыя производятъ на опоры только вертикальныя давленія; особенно выгодной оказывается система эта въ примѣненіи къ мостамъ большихъ пролетовъ, покрывающимъ нѣсколько отверзтій.

Дѣло вотъ въ чемъ. Вмѣсто того, чтобы покрыть нѣсколько отверзтій одного и того же моста, слѣдующихъ непрерывно одно за другимъ отдѣльными мостовыми фермами, можно покрыть ихъ одной **неразрѣзной** фермой и, опуская или поднимая среднія опоры, довести наибольшія, проявляющіяся въ подобной фермѣ напряженія (сжатія и вытягиванія) до наименьшей возможной величины; при этомъ окажется, что на такую неразрѣзную балку пойдетъ значительно меньше матеріала, чѣмъ на нѣсколькихъ отдѣльныхъ фермъ. Но фермы эти имѣютъ тѣ же недостатки, что и арочные мосты безъ шарнира: самыя незначительныя измѣненія въ относительномъ положеніи опоръ могутъ произвести весьма большія измѣненія въ напряженіяхъ частей; вся разница между этими фермами и арочными состоитъ въ томъ, что въ послѣднихъ опасность грозитъ отъ **горизонтальныхъ** перемѣщеній опоръ, а въ первыхъ — отъ **вертикальныхъ** перемѣщеній. Итакъ, причины, изложенныя нами подробно въ § 24 и относившіяся къ мостамъ арочной системы, побуждаютъ и въ этомъ случаѣ прервать цѣльность балки, помѣщая въ извѣстныхъ мѣстахъ шарниры, которые уничтожатъ всякую зависимость между перемѣщеніями опоръ и напряженіями частей сооруженія. Здѣсь шарниры будутъ расположены нѣсколько иначе: въ арочныхъ мостахъ наивыгоднѣйшее расположеніе шарнировъ было въ замкѣ и въ обѣихъ опорахъ, здѣсь же шарниры будутъ расположены по обѣимъ сторонамъ каждаго быка такъ, что концы части фермы, расположенной на самомъ быкѣ, будутъ представлять опоры для промежуточныхъ и крайнихъ частей (черт. 275).

Такимъ образомъ часть фермы, расположенная надъ быкомъ, представляетъ собой балку, опирающуюся на двѣ опоры; для того, чтобы балка эта не могла опрокинуться при односторон-

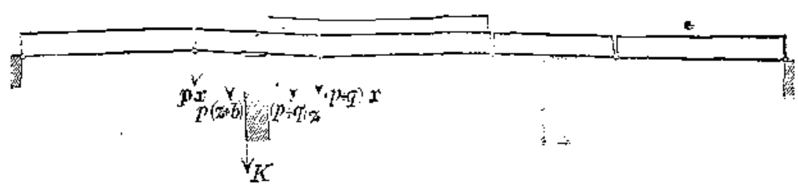
Черт. 275.



ней нагрузкѣ, вращаясь около быка, верхняя часть быка должна имѣть извѣстную ширину, опредѣлить которую можно слѣдующимъ образомъ: очевидно, что невыгоднѣйшее расположеніе нагрузокъ, относительно устойчивости CD, будетъ то, при которомъ только части фермы BC и CE будутъ нагружены, на остальныхъ же не будетъ вовсе нагрузки, а тогда можно составить по черт. **275** и **276** слѣдующее уравненіе моментовъ относительно вращенія около B:

$$0 = (p+q)\,xz + (p+q)\,z\,.\,\frac{z}{2} - px\,(z+b) - p\,(z+b)\,\frac{(z+b)}{2}$$

Черт. 276.



гдѣ p постоянная, а q временная нагрузка на единицу длины; обозначая чрезъ n отношеніе $\frac{p}{q}$ и рѣшая это уравненіе относительно b, получимъ слѣдующее условіе равновѣсія:

$$b \geqq -(x+z) + \sqrt{(x+z)^2 + 2nz\left(x+\frac{z}{2}\right)}.$$

Вообще говоря, отношеніе n **возрастаетъ** съ уменьшеніемъ длины пролета, а потому въ мостахъ малыхъ пролетовъ пришлось бы дѣлать слишкомъ толстые быки. Въ избѣжаніе этого можно было бы связать часть фермы, лежащую надъ быкомъ, съ массивомъ кладки помощью анкеровъ; при односторонней нагрузкѣ въ анкерѣ проявится напряженіе K, моментъ котораго Kb будетъ способствовать устойчивости части фермы, лежащей на быкѣ. Напряженіе K опредѣлится тогда изъ уравненія моментовъ:

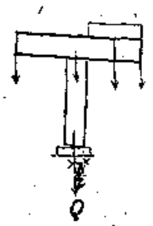
$$0=(p+q)xz+(p+q)\frac{z^2}{2}-px(z+b)-p\frac{(z+b)^2}{2}-Kb.$$

При этомъ, очевидно, вѣсъ быка Q долженъ быть достаточенъ для сопротивленія опрокидыванію самаго быка вмѣстѣ съ лежащей на немъ частью фермы, т. е. необходимо существованіе уравненія или неравенства:

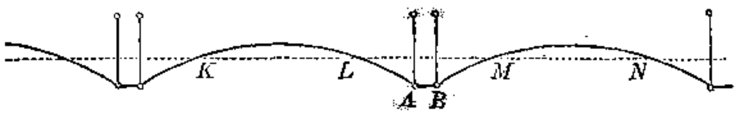
$$Q\frac{b}{2}+px(z+b)+p\frac{(z+b)^2}{2}\geqq(p+q)z\left(x+\frac{z}{2}\right).$$

Если бы величина Q, найденная при помощи этого уравненія, оказалась слишкомъ большой, то можно было бы сдѣлать двойной быкъ, увеличить такимъ образомъ разстояніе между точками опоръ части фермы, лежащей на быкѣ, и вмѣстѣ съ этимъ увеличить плечо момента устойчивости.

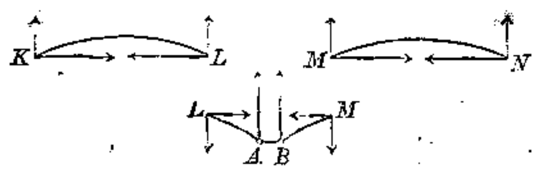
Черт. 277.



Что касается системы части фермы между быками, то, принимая во вниманіе, что она представляетъ собой мостъ балочной системы, лежащій на двухъ опорахъ, ей можно дать видъ параболической (глава вторая) или фахверковой (глава третья) фермы; части, лежащей на быкѣ, тоже можно дать видъ фахверковой фермы, но выгоднѣе дать ей другую форму, которая можетъ быть выведена изъ параболической при помощи слѣдующихъ соображеній. Представимъ себѣ рядъ равныхъ и симметрическихъ цѣпей (обращенныхъ выпуклостью вверхъ или внизъ), равномѣрно нагруженныхъ по длинѣ ихъ горизонтальныхъ проекцій и расположенныхъ послѣдовательно одна за другой такимъ образомъ, что второй конецъ первой цѣпи служитъ первымъ концомъ второй цѣпи, и т. д. Очевидно, что горизонтальные распоры всѣхъ цѣпей взаимно уничтожатся и что для поддержанія ихъ достаточно однихъ вертикальныхъ сопротивленій опоръ, проявляемыхъ, напримѣръ, подвѣсными струнами. Вмѣсто одной такой полосы можно употребить, какъ мы видѣли въ § 27, двѣ вертикальныя струны, связанныя между собой на концахъ горизонтальной полосой AB (черт. **278** и **279**).



Черт. 278.

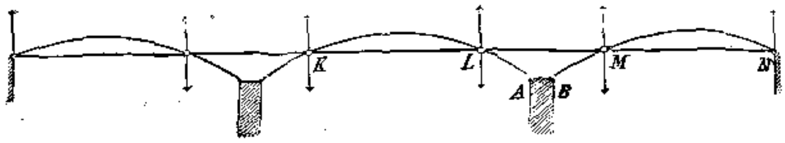


Черт. 279.

Отдѣлимъ помощью горизонтальнаго сѣченія отъ всей цѣпи часть $LABM$ и для возстановленія равновѣсія приложимъ въ точкахъ K и L, а равно и въ точкахъ L и M, извѣстныя силы. **Горизонтальныя** составляющія этихъ силъ можно замѣнить напряженіями полосъ, которыми мы свяжемъ точки K и L, M и N и L и M; **вертикальныя** составляющія тѣхъ же силъ имѣютъ для частей KL и MN съ одной стороны и для части LM съ другой противоположныя направленія и притомъ онѣ попарно равны между собой, а потому ихъ можно осуществить, наложивъ части KL и MN непосредственно на часть LM.

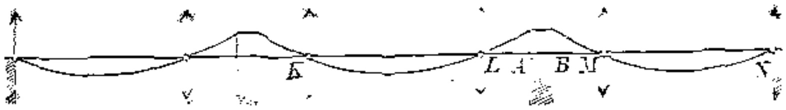
Итакъ, мы видимъ, что ни одна изъ частей цѣпи, поставленной въ эти условія, не испытала никакихъ измѣненій, такъ какъ равновѣсіе, существовавшее до разсѣченія фермы, послѣ этого возстановлено, а потому такого рода параболическое мостовое сооруженіе, какъ, напримѣръ, изображенное на черт. **280**, въ которомъ всѣ горизонтальныя напряженія при равномѣрной нагрузкѣ передаются непрерывной горизонтальной полосѣ, не требуетъ для поддержанія своего равновѣсія никакой діагональной системы. Съ другой стороны, условія равновѣсія для цѣпи, обращенной выпуклостью вверхъ, основаны на

Черт. 280.



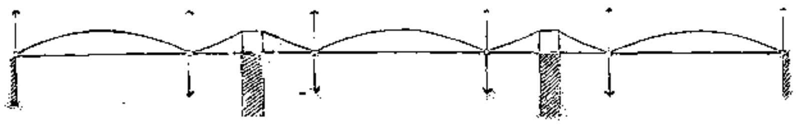
тѣхъ же началахъ, какъ и для цѣпи, обращенной выпуклостью внизъ, поэтому все сказанное относительно фермы, изображенной на черт. **280**, можетъ быть отнесено и къ фермѣ, изображенной на черт. **281**; слѣдуетъ только вытягиваемую горизонтальную полосу замѣнить сжимаемой.

Черт. 281.



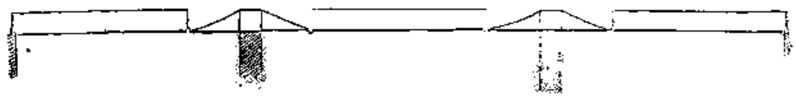
Напряженія различныхъ частей цѣпи опредѣлятся здѣсь совершенно такимъ же образомъ, какъ и въ цѣпи, разсмотрѣнной нами въ § 8, и къ ней могутъ быть отнесены тѣ же законы, которые были выведены на стр. 34, а именно: вертикальное натяженіе въ данной точкѣ цѣпи равно вѣсу части цѣпи, заключающейся между этой точкой и вершиной; горизонтальное натяженіе, напротивъ, во всѣхъ точкахъ одинаково. Итакъ, съ перемѣной величины стрѣлы провѣса измѣняется одно только горизонтальное, но не вертикальное напряженіе. Средніл части фермъ, изображенныхъ на чертежахъ **280** и **281**, представляютъ собой параболическія фермы, совершенно свободно лежащія на опорахъ, поэтому стрѣлы этихъ параболическихъ фермъ можно произвольно измѣнять и отъ этого измѣнятся только **ихъ** горизонтальные распоры и натяженія **ихъ** горизонтальныхъ полосъ; что *касается частей фермы, лежащихъ на* **быкахъ**, то напряженія въ нихъ не измѣнятся, ибо давленія, передаваемыя на нихъ со стороны промежуточныхъ частей фермы, останутся тѣми же самыми. Горизонтальныя натяженія частей, расположенныхъ на быкахъ, зависятъ только отъ величины стрѣлы той параболы, часть которой онѣ составляютъ. Кромѣ того, можно перевернуть промежуточныя части фермъ, изображенныхъ на чертежахъ 280 и 281, такъ, чтобы получить ферму, схема которой изображена на чертежѣ 282, и это нисколько не измѣнитъ напряженій въ остальныхъ частяхъ.

Черт. 282.



Фермы такой системы оказываются особенно удобными въ тѣхъ случаяхъ, когда, по условію проекта, мостовое полотно должно быть расположено какъ можно ниже. Очевидно, что вмѣсто того, чтобы дать промежуточнымъ частямъ фермы видъ параболической фермы, имъ можно, кромѣ того, дать видъ обыкновенныхъ фахверковыхъ или рѣшетчатыхъ фермъ (черт. 283), и это ни-

Черт. 283.



сколько не измѣнитъ напряженій въ частяхъ, лежащихъ на быкахъ.

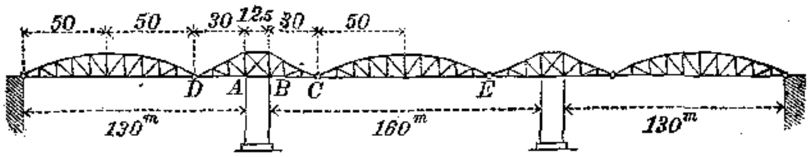
§ 34.

Балочный мостъ съ среднимъ пролетомъ въ 160 метр. и съ двумя крайними пролетами въ 130 метр.

Мы предполагаемъ, что собственный вѣсъ моста составляетъ 8000 кил. на погонный метръ, поэтому собственный вѣсъ каждой фермы будетъ равенъ 4000 кил. на погонный метръ. Длина каждой панели (въ просвѣтѣ пролета) равна 10 метрамъ, а потому на каждый узелъ придется постоянная нагрузка въ 40000 кил., или 40 тоннъ, считая въ тоннѣ 1000 кил.

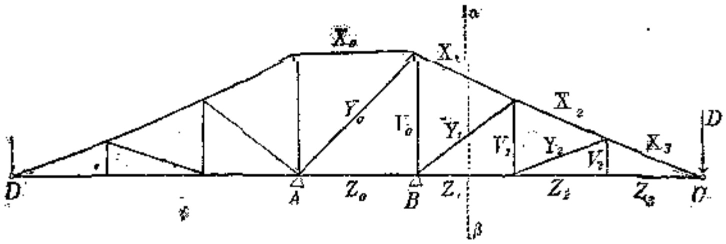
Три параболическія фермы, расположенныя между опорами, покрываютъ каждая пролетъ въ 100 метровъ, высота стрѣлы подъема равна 12,5 метра; расчитать ихъ слѣдуетъ на основаніи началъ, изложенныхъ въ главѣ второй (черт. **39**). Здѣсь мы покажемъ расчетъ однѣхъ только частей фермы, лежащихъ на быкахъ.

Черт. 284.



Точка C (черт. **284** и **285**) представляетъ одну изъ точекъ опоръ для фермы EC, поэтому давленіе, передающееся на эту точку, достигаетъ **наибольшей** своей величины при полной

Черт. 285.



нагрузкѣ части фермы CE, а **наименьшей** при полной разгрузкѣ части EC. Въ первомъ случаѣ

$$D = \frac{(40+20)\,10}{2} = 300 \text{ тоннамъ},$$

во второмъ:

$$D = \frac{40\,.\,10}{2} = 200 \text{ тоннамъ}.$$

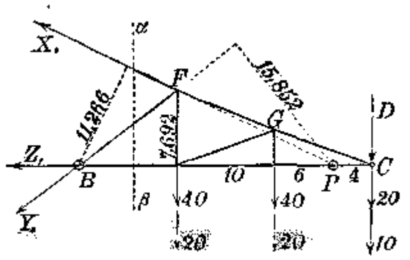
Смотря по тому, способствуетъ ли D увеличенію или уменьшенію *напряженія данной части фермы и отыскиваемъ ли мы* maximum или minimum напряженія, слѣдуетъ въ соотвѣтствующее уравненіе подставить первое или второе изъ этихъ значеній. Во всѣхъ отношеніяхъ расчетъ ведется точно такъ же, какъ и въ предъидущихъ случаяхъ: проводимъ въ данной панели сѣченіе $\alpha\beta$ и составляемъ уравненіе моментовъ для отрѣзанной части $C\alpha\beta$ (черт. **286**).

Для опредѣленія X_1 послужитъ уравненіе моментовъ относительно центра вращенія B:

$$0 = -X_1 \,.\, 11{,}266 + D \,.\, 30 + 40\left(10 + 20 + \tfrac{30}{2}\right) + 20\left(10 + 20 + \tfrac{20}{2}\right).$$

По самому виду этого уравненія можно сразу сказать, что какъ D, такъ и нагрузки въ точкахъ F, G и C дѣйствуютъ въ пользу увеличенія положительной величины X_1. Итакъ, для опредѣленія наибольшаго значенія X_1, т. е. X_1 (max.), слѣдуетъ предположить, что часть фермы CE и точки F, G и C нагружены сполна и, подставивъ въ наше уравненіе D, соотвѣтствующее полной нагрузкѣ CE, получить:

Черт. 286.



$$0 = -X_1 \,.\, 11{,}266 + 300 \,.\, 30 + 60\left(10 + 20 + \tfrac{30}{2}\right)$$

$$X_1\ (\text{max.}) = 1038{,}5 \text{ тоннъ}.$$

Для опредѣленія Y_1 слѣдуетъ составить уравненіе моментовъ относительно центра вращенія P. Собственно говоря, при опредѣленіи Y_1 нѣтъ необходимости принимать въ расчетъ дѣйствія постоянной нагрузки, такъ какъ въ § 33 мы уже доказали, что нагрузка, распредѣленная по длинѣ фермы равномѣрно, не вызываетъ въ діагоналяхъ никакихъ напряженій, кромѣ того, не представляется надобности расчитывать и Y (max.), и Y (min.), возбуждаемыя перемѣнной нагрузкой, ибо сумма этихъ напряженій, имѣющая мѣсто при полной временной нагрузкѣ, должна быть равна нулю; но, желая доказать, что методъ статическихъ моментовъ даетъ во всякомъ случаѣ вполнѣ точные результаты и что примѣненіе его нисколько не обусловлено обладаніемъ этихъ предварительныхъ знаній, мы изложимъ здѣсь расчетъ какъ Y_1 (max.), такъ и Y_1 (min.) и примемъ при этомъ во вниманіе дѣйствіе постоянной нагрузки. Составимъ сперва уравненіе моментовъ для опредѣленія Y_1:

$$0=-Y_1.15,852+D.4+40(\tfrac{4}{2}-6-16)+10.4-20(6+16)$$

Для полученія наибольшей величины Y_1 слѣдуетъ дать D наибольшее значеніе, т. е. отбросить оба отрицательные члена, зависящіе отъ временной нагрузки, и тогда

$$0=-Y_1\,.\,15,852+300,4+40(\tfrac{4}{2}-6-16)+10.4$$
$$Y_1\ (\text{max.})=+27,76\ \text{тонны.}$$

Для уменьшенія Y_1, слѣдуетъ уменьшить D_1, т. е. отбросить положительный членъ, зависящій отъ перемѣнной нагрузки. Итакъ,

$$0=-Y_1\,.\,15,852+200\,.\,4+40(\tfrac{4}{2}-6-16)-20(6+16)$$
$$Y_1\ (\text{min.})=-27,76\ \text{тонны.}$$

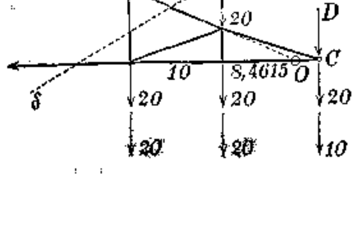
Для опредѣленія Z_1 послужитъ уравненіе моментовъ относительно центра вращенія F:

$$0=Z_1\,.\,7,692+D\,.\,20+40\,(\tfrac{20}{2}+10)+20\,(\tfrac{20}{2}+10).$$

Отсюда видно, что всѣ нагрузки дѣйствуютъ въ пользу сжатія, а потому для опредѣленія наибольшаго сжатія слѣдуетъ подставить $D=300$, тогда:

$$0=Z_1\,.\,7,692+300\,.\,20+40\,(\tfrac{20}{2}+10)+20\,(\tfrac{20}{2}+10)$$
$$Z_1\ (\text{min.})=-936\ \text{тоннъ.}$$

Черт. 287.



Для опредѣленія V_1 слѣдуетъ провести наклонное сѣченіе $\gamma\delta$ и составить уравненіе моментовъ относительно центра 0 (черт. **287**). Положимъ, что одна половина постоянной нагрузки дѣйствуетъ на верхніе, а другая на нижніе узлы. Составимъ теперь общее уравненіе моментовъ:

$$0 = V_1 \,.\, 18{,}4615 + D \,.\, 1{,}5385 + 40\left(\frac{1{,}5385}{2} - 8{,}4615 - \frac{18{,}4615}{2}\right)$$
$$+ 20 \,.\, \frac{1{,}5385}{2} - 20\,(8{,}4615 + 18{,}4615)$$

V_1 достигнетъ наибольшаго своего значенія при D наименьшемъ и когда одна только точка C будетъ разгружена, а потому

$$0 = V_1 \,.\, 18{,}4615 + 200 \,.\, 1{,}5385 + 40\left(\frac{1{,}5385}{2} - 8{,}4615 - \frac{18{,}4615}{2}\right)$$
$$- 20\,(8{,}4615 + 18{,}4615)$$
$$V_1\,(\text{max.}) = +\,49{,}2 \text{ тонны.}$$

V_1 достигаетъ minimum'а при D наибольшемъ и когда одна только точка C нагружена:

$$0 = V_1 \,.\, 18{,}4615 + 300 \,.\, 1{,}5385 + 40\left(\frac{1{,}5385}{2} - 8{,}4615 - \frac{18{,}4615}{2}\right)$$
$$+ 20 \,.\, \frac{1{,}5385}{2}$$
$$V_1\,(\text{min.}) = +\,10{,}8 \text{ тонны.}$$

[Здѣсь мы снова убѣждаемся, что напряженія, вызываемыя одной перемѣнной нагрузкой, а именно

$$+29{,}2 \quad \text{и} \quad -9{,}2,$$

даютъ въ сложности съ напряженіемъ. вызываемымъ постоянной нагрузкой, а именно

$$+20,$$

тѣ же величины].

Для частей остальныхъ двухъ панелей. расположенныхъ подобнымъ же образомъ, какъ и разсмотрѣнныя, мы получимъ слѣдующія уравненія:

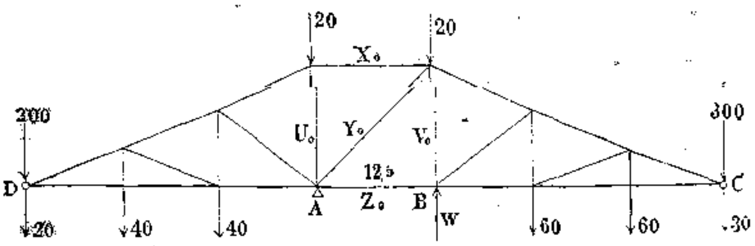
$$0 = -X_2 \,.\, 7{,}1 + 300 \,.\, 20 + (40 + 20)\left(\tfrac{20}{2} + 10\right)$$
$$X_2\,(\text{max.}) = +\,1014 \text{ т.}$$
$$0 = -Y_2 \,.\, 6{,}138 + (200 + 100)\, 1{,}5385 + 40\left(\frac{1{,}5385}{2} - 8{,}4615\right)$$
$$+ 20 \,.\, \frac{1{,}5385}{2} - 20 \,.\, 8{,}4615$$
$$Y_2\begin{pmatrix}\text{max.}\\ \text{min.}\end{pmatrix} = \pm\,27{,}57 \text{ т.}$$

$$0 = Z_2 \,.\, 3{,}526 + 300 \,.\, 10 + 30 \,.\, 10$$
$$Z_2\,(\text{min.}) = -936 \text{ т.}$$
$$0 = V_2 \,.\, 10 - 20 \,.\, 10 - 20 \,.\, 10$$
$$V_2\,(\text{max.}) = +40 \text{ т.} \qquad V_2\,(\text{min.}) = +20 \text{ т.}$$
$$0 = -X_3 \,.\, 3{,}325 + 300 \,.\, 10 + 30 \,.\, 10$$
$$X_3\,(\text{max.}) = +992{,}5 \text{ т.}$$
$$0 = Z_3 \,.\, 3{,}526 + 300 \,.\, 10 + 30 \,.\, 10$$
$$Z_3\,(\text{min.}) = -936 \text{ т.}$$

Такъ какъ при расчетѣ напряженій въ стойкахъ и діагоналяхъ, расположенныхъ надъ быкомъ, слѣдуетъ ввести сопротивленіе W опоры, то здѣсь подъ W слѣдуетъ разумѣть давленіе, производимое на ферму неподвижной точкой B; что же касается давленія, производимаго на точку B нагрузкой, какъ на узловую точку, то оно передается непосредственно на кладку, а потому не имѣетъ вліянія на величину W.

Для опредѣленія W примемъ часть фермы CD за рычагъ, вращающійся около второй неподвижной точки опоры A (черт. **288**). Очевидно, что W получаетъ наибольшее значеніе тогда,

Черт. 288.

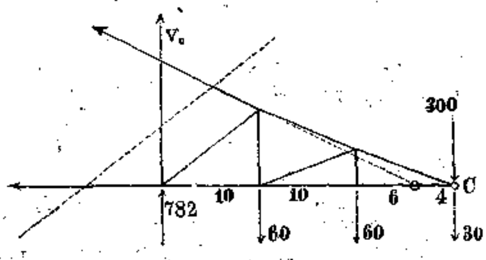


когда всѣ узлы справа отъ A нагружены, а всѣ узлы слѣва разгружены, поэтому уравненіе моментовъ, служащее для опредѣленія наибольшаго значенія W, приметъ видъ:

$$0 = -W.12{,}5 + 20 \,.\, 12{,}5 + 60\left(22{,}5 + 32{,}5 + \tfrac{42{,}5}{2}\right)$$
$$+300 \,.\, 42{,}5 - 40\,(10 + 20 + \tfrac{30}{2}) - 200 \,.\, 30$$
$$W\,(\text{max.}) = 782 \text{ тонны.}$$

Нетрудно убѣдиться въ томъ, что это значеніе W соотвѣтствуетъ тому случаю, когда напряженіе V_0 достигаетъ minimum'a. Дѣйствительно, изъ черт. **289** видно, что нагрузки въ узловыхъ точкахъ этой части даютъ такія слагаемыя сопротивленія W, изъ которыхъ каждая, вопервыхъ, больше самой нагрузки и, вовторыхъ, моментъ этой слагаемой, относительно центра вращенія, больше момента самой нагрузки.

Черт. 289.

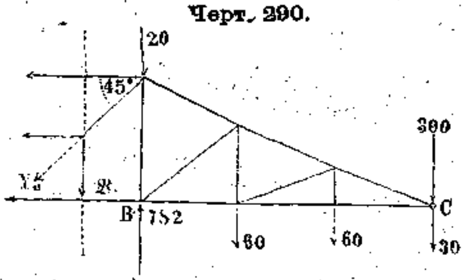


Итакъ, для опредѣленія V_0 (min.) мы получимъ изъ черт. **289** слѣдующее уравненіе моментовъ:

$$0 = V_0 \,.\, 26 + 782 \,.\, 26 + 300 \,.\, 4 + 30 \,.\, 4 - 60\,(6+16)$$
$$V_0\,(\text{min.}) = -782 \text{ тонны.}$$

При томъ же распредѣленіи нагрузокъ Y_0 достигаетъ maximum'a. Дѣйствительно, вслѣдствіе параллельности направленій X_0 и Z_0, уравненіе моментовъ переходитъ въ уравненіе вертикальныхъ силъ; съ другой стороны, съ увеличеніемъ нагрузки на часть черт. **290** возрастаетъ для нея разность вертикальныхъ силъ, потому что нагрузка въ каждой узловой точкѣ меньше возбуждаемой ею слагаемой сопротивленія W. Итакъ, для опредѣленія вертикальной составляющей силы Y_0 (max.) мы получимъ слѣдующее уравненіе:

Черт. 290.



$$0 = \mathfrak{B} - 782 + 20 + 60 + 60 + 30 + 300$$
$$\mathfrak{B} = 312$$

Діагональ составляетъ съ вертикалью уголъ въ 45°, а потому

$$Y_0\,(\text{max.}) = \frac{\mathfrak{B}}{\cos. 45^0} = 312 \,.\, \sqrt{2} = +\,441{,}2 \text{ тонны.}$$

Мы уже доказали выше, что при полной нагрузкѣ $Y_0=0$ и что, поэтому численная величина minimum'а должна быть равна численной величинѣ maximum'а; итакъ,

$$Y_0\left(\begin{matrix}\text{max.}\\ \text{min.}\end{matrix}\right)=\pm 441,2 \text{ тонны.}$$

Что касается стойки U_0, расположенной надъ точкой A, то на вершину ея, кромѣ нагрузки въ 20 тоннъ, дѣйствуетъ только вертикальная составляющая натяженія въ дугѣ, которая для данной точки равна суммѣ нагрузокъ, лежащихъ между ней и вершиной промежуточной части дуги; наибольшая величина этой составляющей, какъ мы уже видѣли при опредѣленіи X_1, соотвѣтствуетъ полной нагрузкѣ, а потому

$$-U_0=20+[60+60+30+300]$$

$$U_0\,(\text{min.})=-470 \text{ тоннъ.}$$

(Maximum'ы напряженій обѣихъ стоекъ тоже отрицательныя величины, а потому разсматривать ихъ не слѣдуетъ. Дѣйствительно, для V_0 (max.) мы получаемъ число — 8, а для U_0 (max.) число — 320).

Напряженія X_0 и Z_0 горизонтальныхъ полосъ равны напряженіямъ всѣхъ остальныхъ горизонтальныхъ полосъ, т. е. горизонтальному распору цѣпи при полной нагрузкѣ, а именно: $X_0\,(\text{max.})=+936$ тоннъ, $Z_0\,(\text{min.})=-936$ тоннъ.

Мы уже замѣтили выше, что это горизонтальное напряженіе зависитъ отъ величины стрѣлы той воображаемой параболы, часть которой составляетъ дуга части фермы, расположенной на быкѣ, но это напряженіе нисколько не зависитъ отъ высоты промежуточной части фермы. Вершина параболы, которую мы должны разсмотрѣть здѣсь, находится на 8,0128 метра ниже линіи мостового полотна, поэтому стрѣла этой параболы

$$f=12,5+8,0128=20,5128.$$

Этой стрѣлѣ соотвѣтствуетъ пролетъ

$$2l=160 \text{ метровъ.}$$

Поэтому горизонтальное напряженіе можно опредѣлить еще и по слѣдующей формулѣ:

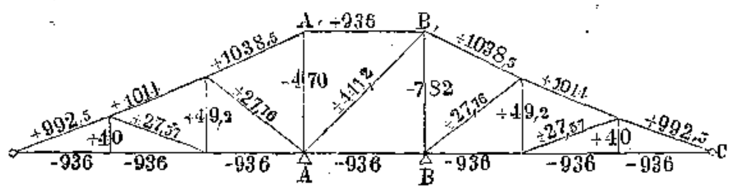
$$H = \frac{(p+q)\,l^2}{2\,.\,f} = \frac{(4+2)\,.\,80^2}{2\,.\,20{,}5128} = 936 \text{ тоннъ.}$$

(Для промежуточной же части фермы горизонтальное натяженіе опредѣляется по формулѣ

$$\frac{(4+2)\,.\,50^2}{2\,.\,12{,}5} = 600 \text{ тоннамъ).}$$

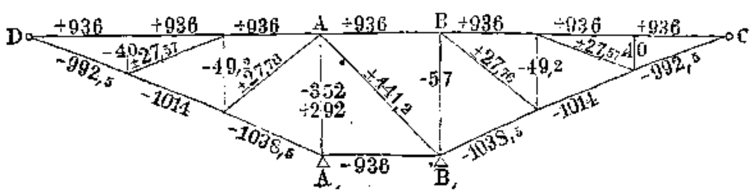
Всѣ выведенныя напряженія надписаны на черт. **291**. Если на этой схемѣ перемѣнить знаки предъ всѣми числами на про-

Черт. 291.



тивоположные, то получимъ схему напряженій въ фермѣ, имѣющей видъ опрокинутой низомъ вверхъ фермы (черт. **291**), въ предположеніи, что точками опоръ все-таки останутся точки A и B. Въ этомъ случаѣ удобнѣе, впрочемъ, подпереть ферму въ точкахъ A_1 и B_1, а тогда, очевидно, въ стойкахъ, расположенныхъ надъ опорами, проявятся уже другія напряженія; эти новыя напряженія можно получить или непосредственнымъ расчетомъ, или же вывести ихъ изъ прежнихъ помощью воображаемыхъ побочныхъ стоекъ (см. § 12). Въ подобной фермѣ всѣ напряженія, кромѣ напряженій въ двухъ вертикаляхъ, будутъ равны напряженіямъ, обозначеннымъ на черт. **291**, взятымъ съ обратнымъ знакомъ; они выставлены на черт. **292**.

Черт. 292.

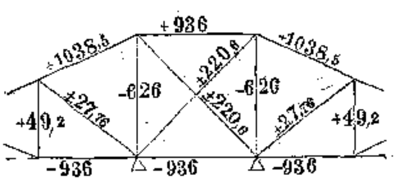


Изъ чертежей **291** и **292** можно вывести подобнымъ образомъ, какъ и для параболическихъ и серповидныхъ фермъ, рядъ производныхъ системъ: здѣсь мы приведемъ для примѣра только тѣ изъ нихъ, которыя влекутъ за собой измѣненія въ расположеніи частей средней (надъ быкомъ) панели.

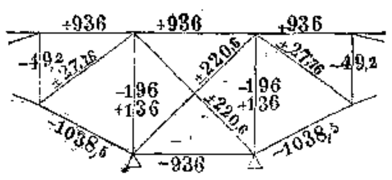
Если предположить, что въ панели надъ быкомъ вмѣсто **одной** діагонали помѣщены **двѣ**, способныя сопротивляться и сжатію и вытягиванію, то найденное выше для одной діагонали напряженіе распредѣлится поровну на каждую изъ двухъ новыхъ, а напряженіе каждой стойки будетъ среднимъ ариѳметическимъ изъ найденныхъ выше чиселъ (чтобы убѣдиться въ этомъ, достаточно представить себѣ двѣ фермы съ половинными напряженіями частей: одну съ раскосами, восходящими направо, а другую съ раскосами, восходящими налѣво, и наложить одну на другую).

Если раскосы способны подвергаться или одному **вытягиванію** или одному **сжатію**, то для нихъ получатся напря-

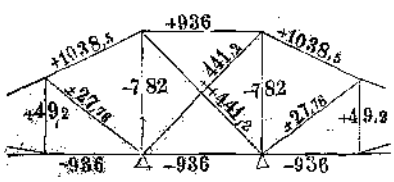
Черт. 293.



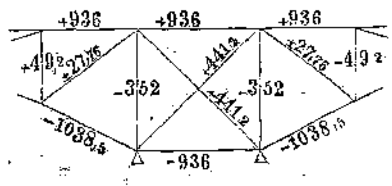
Черт. 296.



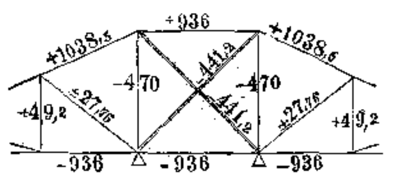
Черт. 294.



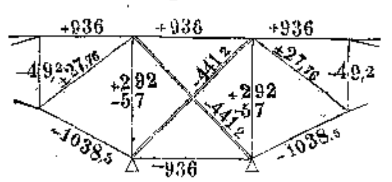
Черт. 297.



Черт. 295.



Черт. 298.



женія, обозначенныя на чертежахъ **294** и **295**, причемъ неспособность діагоналей подвергаться вытягиванію обозначена на послѣдней схемѣ двойной чертой. Подобнымъ же образомъ изъ черт. **292** произведены аналогичныя формы: **296**, **297** и **298**.

Во всѣхъ этихъ вычисленіяхъ мы предполагали, что на верхніе концы стоекъ надъ быками дѣйствуютъ такія же нагрузки, какъ и на остальные узлы; въ строгомъ смыслѣ слѣдовало бы предположить, что въ этихъ точкахъ нагрузки нѣсколько больше, потому что панели надъ быками длиннѣе остальныхъ.

Удлинненіе панели надъ быкомъ дѣлается для предупрежденія опрокидыванія фермы. Если расчитать толщину быка по формулѣ

$$b \geqq -(x+z)+\sqrt{(x+z)^2+2nz\left(x+\frac{z}{2}\right)}\,,$$

данной въ § 33, подставивъ въ нее

$$x=50, \qquad z=30, \qquad n=\tfrac{3}{4},$$

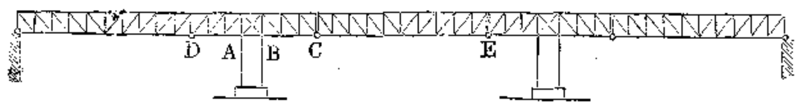
то получимъ $\qquad b \geqq 11{,}38$ метр.

Итакъ, принятая нами толщина быка нѣсколько больше, чѣмъ необходимо для устойчивости фермы (эта разность окажется еще значительнѣе, если обратить вниманіе на то, что при расчетѣ мы допустили, что части фермъ, расположенныя между быками, имѣютъ одинаковый вѣсъ съ частями, лежащими на быкахъ, тогда какъ въ дѣйствительности онѣ легче).

Фермы съ параллельными поясами.

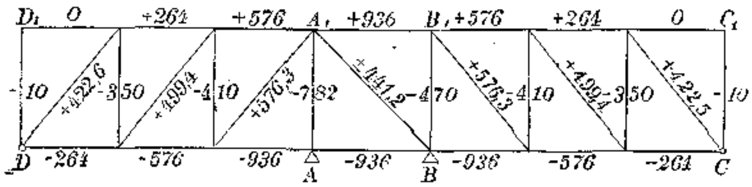
Если предположить, что весь мостъ состоитъ изъ фермъ фахверковой системы съ параллельными поясами (черт. **299**) или что только части, лежащія на быкахъ, состоятъ изъ фах-

Черт. 299.

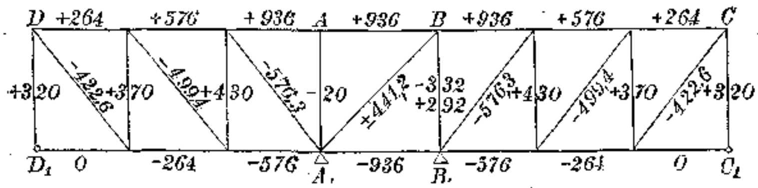


верковыхъ фермъ съ параллельными поясами, то для этихъ послѣднихъ получатся напряженія, выставленныя на черт. **300**, **301**, **302**, **303** и **304** и вычисленныя по той же методѣ, какъ и предъидущія. Для того, чтобы легче было сравнить эту систему конструкціи съ предъидущею, со стороны количества матеріала, затрачиваемаго при той и другой, мы оставили тѣ же основные размѣры (высоту и длину) фермъ; замѣтимъ здѣсь, что всѣ послѣдніе чертежи относятся къ тому случаю, когда мостовое полотно и шарниры расположены внизу; кромѣ того, на черт. **302** обѣ діагонали въ панели, лежащей надъ быкомъ,

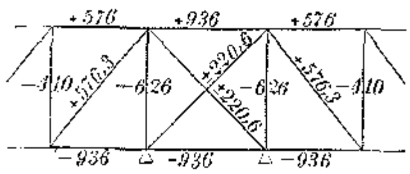
Черт. 300.



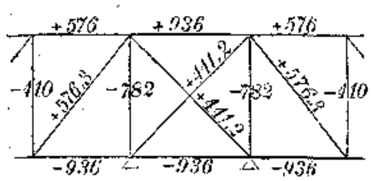
Черт. 301.



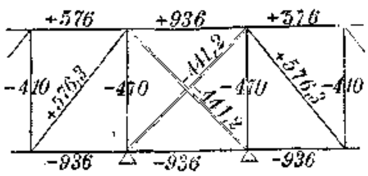
Черт. 302.



Черт. 303.



Черт. 304.



способны испытывать **какъ сжатія, такъ и вытягиванія;** на черт. **303** обѣ діагонали способны испытывать **только** вытягиванія, а на черт. **304** онѣ способны только сжиматься.

§ 35.

Наивыгоднѣйшая разбивка всего отверзтія на пролеты.

Сравнивая между собой напряженія разныхъ полосъ, составляющихъ ферму (черт. **291**), мы найдемъ, что напряженія діагоналей и вертикалей весьма малы сравнительно съ напряженіями частей дугъ и горизонталей и, вовторыхъ, что напряженія частей дугъ весьма мало отличаются какъ другъ отъ друга, такъ и отъ напряженій горизонталей. Такъ какъ количество затрачиваемаго матеріала, приблизительно, пропорціонально напряженію, то мы можемъ допустить, что матеріалъ въ разсматриваемыхъ фермахъ сосредоточивается главнымъ образомъ въ горизонталяхъ и въ дугахъ и распредѣляется между ними почти поровну. То же самое замѣчаніе относится и къ промежуточнымъ (между быками) частямъ фермъ, въ чемъ легко убѣдиться изъ разсмотрѣнія схемы собственно параболической фермы, расчитанной въ главѣ второй.

Итакъ, если мы скажемъ, что количество затрачиваемаго на весь мостъ матеріала пропорціонально напряженіямъ горизонтальной балки, лежащей въ уровень съ мостовымъ полотномъ, то мы весьма мало уклонимся отъ дѣйствительности. Такимъ образомъ, задача, рѣшеніемъ которой мы теперь занялись, сводится къ тому, чтобы найти такую разбивку отверзтія моста на пролеты, при которой въ горизонталяхъ сосредоточилось бы наименьшее количество матеріала.

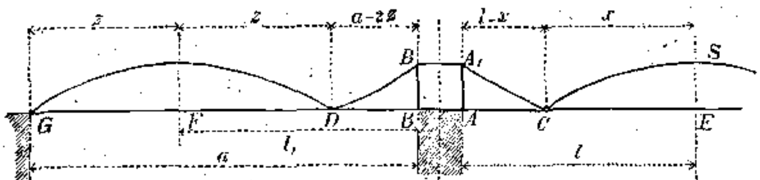
Задача эта заключаетъ въ себѣ три вопроса: вопервыхъ, какъ расположить шарниры въ среднемъ пролетѣ, вовторыхъ, какъ размѣстить ихъ въ двухъ крайнихъ пролетахъ, и въ третьихъ найти отношеніе средняго пролета къ каждому изъ крайнихъ (или наивыгоднѣйшее расположеніе быковъ).

a) Разбивка средняго пролета.

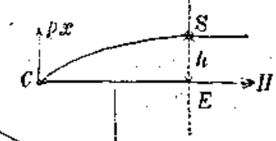
Положимъ, что на чертежѣ **305** изъ всей фермы вырѣзаны части CE и CA и что равновѣсіе ихъ возстановлено помощью извѣстныхъ силъ; нетрудно составить затѣмъ для части CE (черт. **306**) уравненіе моментовъ относительно вращенія около точки S, а для части AC (черт. **307**) уравненіе моментовъ относительно вращенія около A_1, а именно:

$$\begin{cases} 1) \quad H \,.\, h = px \,.\, x - px \,.\, \frac{x}{2} \\ 2) \quad \mathfrak{H} \,.\, h = px\,(l-x) + p\,(l-x)\left(\frac{l-x}{2}\right). \end{cases}$$

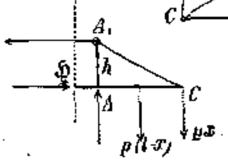
Черт. 305.



Черт. 306.



Черт. 307.



Называя чрезъ S напряженіе, допускаемое на квадратную единицу поперечнаго сѣченія горизонтальной полосы, мы найдемъ необходимое поперечное сѣченіе каждой изъ двухъ горизонтальныхъ полосъ, раздѣливъ ихъ напряженія на S. Итакъ, обозначивъ поперечное сѣченіе полосы CE чрезъ F, а поперечное сѣченіе полосы CA чрезъ $\mathfrak{F}$, получимъ:

$$F = \frac{H}{S}, \qquad \mathfrak{F} = \frac{\mathfrak{H}}{S},$$

а подставивъ сюда вмѣсто H и $\mathfrak{H}$ ихъ значенія изъ уравненій 1) и 2), мы получимъ уравненія

$$\begin{cases} 3) \quad F = \frac{px^2}{2hS} \\ 4) \quad \mathfrak{F} = \frac{p\,(l^2-x^2)}{2hS}. \end{cases}$$

Умноживъ каждое изъ этихъ поперечныхъ сѣченій на соотвѣтствующую ему длину полосы, получимъ потребный объемъ матеріала

$$\begin{cases} 5) \quad M = F \cdot x = \dfrac{p x^2}{2hS} \\ 6) \quad \mathfrak{M} = \mathfrak{F}(l-x) = p\,\dfrac{(l^2-x^2)(l-x)}{2hS}, \end{cases}$$

а объемъ матеріала, заключающійся во всей полосѣ AE, будетъ

$$7) \quad (M+\mathfrak{M}) = \frac{p}{2hS}(l^3 - l^2x - lx^2 + 2x^3).$$

Если $\mathfrak{M}+M$ должно представлять собой minimum затрачиваемаго матеріала, то отъ весьма малаго приращенія x, равнаго $\pm\Delta$, $\mathfrak{M}+M$ должно увеличиться. Условіе это будетъ выполнено только въ томъ случаѣ, если изъ трехъ членовъ, составляющихъ приращеніе множителя, заключеннаго въ скобки, а именно:

$$\pm\Delta(-l^2 - 2lx + 6x^2) + \Delta^2(6x - l) \pm 2\Delta^3,$$

первый обратится въ нуль; дѣйствительно, если бы условіе это не было выполнено, то можно было бы подобрать такую величину для Δ, при которой численная величина перваго члена была бы больше суммы остальныхъ и обращала бы сумму всѣхъ трехъ въ величину отрицательную; другими словами, въ этомъ случаѣ сумма $M+\mathfrak{M}$ не была бы minimum'омъ, такъ какъ при нѣкоторомъ измѣненіи x можно увеличить $M+\mathfrak{M}$ на величину отрицательную. Итакъ, для того, чтобы $\mathfrak{M}+M$ было minimum'омъ, необходимо условіе:

$$8) \quad -l^2 - 2lx + 6x^2 = 0\ ^{*)},$$

а отсюда мы получимъ слѣдующія величины для $\frac{x}{l}$ и $\frac{l-x}{l}$

$$9) \quad \frac{x}{l} = \frac{1+\sqrt{7}}{6} = 0{,}6076$$

$$10) \quad \frac{l-x}{l} = 0{,}3924.$$

Итакъ, части AC и CE относятся, приблизительно, какъ 0,4: 0,6 или какъ 2:3.

Подставляя найденную такимъ образомъ выгоднѣйшую вели-

*) Другими словами, первая производная $M+\mathfrak{M}$, взятая по x, должна быть равна нулю.

чину для x въ уравненіе 7), найдемъ, что объемъ матеріала, потребный на сооруженіе части AE, будетъ равенъ

$$11)\quad M+\mathfrak{M}=0{,}47184\frac{pl^3}{2Sh}.$$

b) Разбивка крайнихъ пролетовъ.

Подставляя въ уравненіе 5) z вмѣсто x, получимъ объемъ матеріала J, потребный на сооруженіе части DF (черт. **305**),

$$12)\quad J=\frac{pz^3}{2hS},$$

а подставляя въ уравненіе 6) l_1 вмѣсто l и z вмѣсто x, получимъ объемъ $\mathfrak{J}$ матеріала, содержащагося въ части BD:

$$\mathfrak{J}=\frac{p(l_1^2-z^2)(l_1-z)}{2hS}$$

или, подставляя $a-z$ вмѣсто l_1,

$$13)\quad \mathfrak{J}=\frac{pa(a-2z)^2}{2hS},$$

откуда объемъ матеріала во всей части BG будетъ

$$14)\quad 2J+\mathfrak{J}=\frac{p}{2Sh}(a^3-4a^2z+4az^2+2z^3).$$

Если z обращаетъ величину $2J+\mathfrak{J}$ въ minimum, то необходимо, чтобы изъ трехъ членовъ, которые отъ измѣненія z въ $z\pm\Delta$ прибавятся къ многочлену, заключающемуся въ скобкахъ:

$$\pm\Delta(-4a^2+8az+6z^2)+\Delta^2(4a+6z)\pm2\Delta^3,$$

первый самъ по себѣ обращался въ нуль, т. е. необходимо, чтобы

$$15)\quad -4a^2+8az+6z^2=0.$$

Рѣшая это уравненіе относительно z, получимъ

$$16)\quad z=\tfrac{2}{3}a(-1+\sqrt{2{,}5})=0{,}3874\,a$$

$$17)\quad a-2z=0{,}2252\,.\,a,$$

откуда для отношеній $\frac{z}{a-z}$ или $\frac{z}{l_1}$ получимъ

$$18)\quad \frac{z}{l_1}=0{,}6324.$$

Подставляя въ уравненіе 14) найденную наивыгоднѣйшую величину для z, мы найдемъ соотвѣтственное **этой** разбивкѣ количество матеріала, заключающагося въ BG:

$$19)\quad 2J+\mathfrak{J}=0{,}16706\,.\,\frac{pa^3}{2Sh}.$$

c) Разбивка всего отверзтія на пролеты.

Найденныя нами отношенія $\frac{x}{l}$ и $\frac{z}{l_1}$ даютъ намъ возможность разбить каждый пролетъ въ отдѣльности такимъ образомъ, чтобы количество затрачиваемаго матеріала было minimum'омъ. Числа эти не зависятъ отъ величины каждаго пролета, а потому они не зависятъ и отъ отношенія

$$\frac{a}{2l}=n,$$

въ которомъ слѣдуетъ раздѣлить все отверзтіе на три пролета:

$$a \qquad 2l \quad \text{и} \quad a.$$

Обратнаго заключенія сдѣлать нельзя, потому что, желая опредѣлить наивыгоднѣйшее число для n, слѣдуетъ предварительно опредѣлить въ какомъ отношеніи долженъ быть раздѣленъ каждый пролетъ, потому что отъ этого дѣленія зависитъ расходъ матеріала на каждый пролетъ въ отдѣльности.

Мы здѣсь займемся рѣшеніемъ этой задачи въ **исключительномъ** предположеніи, что каждый пролетъ разбитъ на основаніи отношеній 9) и 18).

Складывая уравненія 11) и 19), мы получимъ количество матеріала, расходуемаго на сооруженіе **одной** половины L **всего** моста:

$$M+\mathfrak{M}+2J+\mathfrak{J}=\frac{p}{2Sh}(0{,}47184\,l^3+0{,}16706\,.\,a^3)$$

или, подставляя $L-a$ вмѣсто l:

$$20)\quad M+\mathfrak{M}+2J+\mathfrak{J}=\frac{p}{2Sh}(0{,}47184(L-a)^3+0{,}16706\,.\,a^3).$$

Для того, чтобы это выраженіе достигло minimum'a, необходимо выполненіе условія:

$$21)\quad -3\,.\,0{,}47184\,(L-a)^2+3\,.\,0{,}16706a^2=0.$$

Рѣшая это уравненіе, получимъ

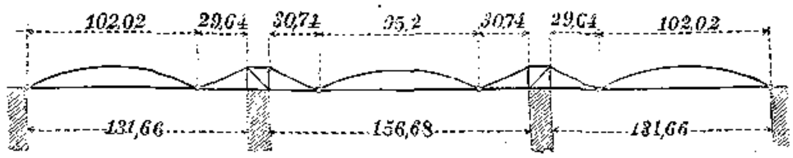
$$\frac{a}{L-a}=\sqrt{\frac{0{,}47184}{0{,}16706}}=1{,}6806$$

или, подставляя снова l вмѣсто $L-a$ и n вмѣсто $\frac{a}{2l}$:

$$22)\quad n=0{,}8403.$$

Если бы разбить на пролеты полное отверзтіе нашей фермы, равное 420 метрамъ, на основаніи уравненій 9), 18) и 22), то мы получили бы числа, показанныя на черт. **308**; но

Черт. 308.



при подобномъ расположеніи среднія параболическія части фермы не были бы одинаковы, что увеличило бы стоимость работъ, а вовторыхъ, вслѣдствіе несимметричности частей, давленія на шарниры по обѣ стороны быковъ были бы неодинаковы даже при равномѣрной нагрузкѣ, вслѣдствіе чего въ діагоналяхъ панелей, лежащихъ надъ быками, всегда проявлялось бы извѣстное напряженіе, что, въ свою очередь, потребовало бы нѣсколько большей затраты матеріала; поэтому, если принять во вниманіе, что весь вышеприведенный расчетъ основанъ на приблизительныхъ соображеніяхъ, то, не противорѣча теоріи, можно предположить разбивку, принятую въ разобранномъ нами примѣрѣ; при этомъ отношенія n, $\frac{x}{l}$ и $\frac{z}{l_1}$ принимаютъ нѣсколько упрощенный видъ:

$$n=\frac{130}{160},\quad \frac{x}{l}=\frac{50}{80},\quad \frac{z}{l_1}=\frac{50}{70},$$

и всѣ части симметрично расположены относительно быковъ.

Уравненія 1) и 2) выражаютъ вмѣстѣ съ тѣмъ и напряженія въ горизонталяхъ фахверковыхъ фермъ съ параллельными поясами. Хотя въ подобныхъ фермахъ количество матеріала, заключающееся въ поясахъ, и убываетъ по направленію къ шарнирамъ, но убыль эта сглаживается избыткомъ матеріала, затрачиваемымъ на вертикали и діагонали.

Итакъ, мы можемъ допустить, что количество матеріала въ подобныхъ фермахъ, приблизительно, равно количеству матеріала, заключающемуся въ параболическихъ фермахъ; допущеніе это подтверждается сравненіемъ схемъ **27** съ **57** и **291** съ **300**. Итакъ, при разбивкѣ отверстія моста съ параллельными поясами мы можемъ руководствоваться тѣми же началами, что и прежде и пользоваться для этого уравненіями 9) 18) и 22).

Глава одиннадцатая.

§ 36.

Опредѣленіе центровъ вращеній и плечъ рычаговъ помощью вычисленій.

Если въ нашемъ распоряженіи находится вѣрно составленный чертежъ проектируемаго сооруженія, то, вообще говоря, мы можемъ довольствоваться опредѣленіемъ положеній центровъ вращеній и плечъ рычаговъ помощью чертежа; примѣромъ тому служатъ всѣ предъидущія вычисленія; но можетъ представиться случай, когда необходимо опредѣлять эти факторы безъ помощи чертежа путемъ вычисленій. Мы приведемъ сейчасъ нѣсколько примѣровъ подобныхъ вычисленій и докажемъ на нихъ, что если сооруженіе состоитъ изъ однѣхъ прямолинейныхъ частей, то вычисленія эти сводятся къ разсмотрѣнію подобныхъ треугольниковъ. Самые примѣры взяты изъ разсмотрѣнныхъ нами уже сооруженій и представляютъ собой дополненія къ предъидущимъ параграфамъ, такъ что тѣ изъ читателей, которые пожелали бы сдѣлать всѣ предъидущіе расчеты чисто-аналитическимъ путемъ, могутъ найти здѣсь рѣшеніе задачи.

Дополненіе къ § 3. Стропильная ферма.

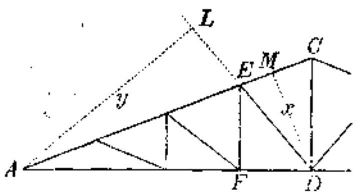
Плечо x силы X (черт. **10**) мы можемъ опредѣлить изъ разсмотрѣнія двухъ подобныхъ и прямоугольныхъ треугольниковъ DMC и ADC (черт. **309**), въ которыхъ:

$$\frac{x}{\overline{DC}} = \frac{\overline{AD}}{\overline{AC}}$$

Подставляя сюда размѣры, данные на черт. 8: $\overline{CD}=20$, $\overline{AD}=50$ и $AC=\sqrt{50^2+20^2}$ мы получимъ:

$$x=\frac{20\,.\,50}{\sqrt{50^2+20^2}}=18{,}6.$$

Черт. 309.



Плечо y силы Y мы можемъ опредѣлить изъ разсмотрѣнія двухъ подобныхъ и прямоугольныхъ треугольниковъ ALD и EFD, въ которыхъ

$$\frac{y}{\overline{AD}}=\frac{\overline{EF}}{\overline{ED}}.$$

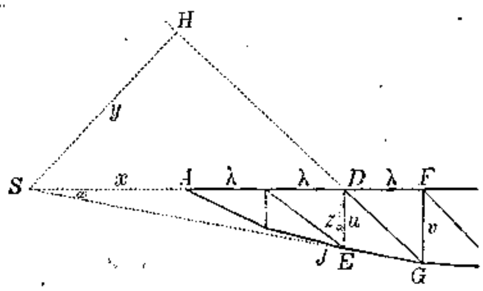
Подставляя сюда $\overline{AD}=50$, $\overline{EF}=15$ и $ED=\sqrt{12{,}5^2+15^2}$, мы получимъ

$$y=\frac{50\,.\,15}{\sqrt{12{,}5^2+15^2}}=38{,}4.$$

Параболическая ферма (§ 6).

Для опредѣленія напряженій V_2 и Y_3 слѣдуетъ предварительно опредѣлить положеніе точки S (черт. 26), принятой за центръ вращенія. Положеніе этой точки можно опредѣлить изъ подобія прямоугольныхъ треугольниковъ SDE и SFG (черт. 310), въ которыхъ

Черт. 310.



$$\frac{u}{x+2\lambda}=\frac{v}{x+3\lambda}=tg\,\alpha.$$

Подставляя сюда размѣры, данные на черт. 21: $\lambda=2$ метр., $n=1{,}5$ метр., $v=1{,}875$ метр., получимъ:

$$x=\left(\frac{3u-2v}{v-u}\right)\lambda=4\ \text{метр.}$$

Далѣе, изъ подобія треугольниковъ SDH и GDF:

$$\frac{y}{\overline{SD}}=\frac{v}{GD}.$$

Подставляя сюда $\overline{SD}=x+2\lambda=8$ метр. и $GD=\sqrt{v^2+\lambda^2}$ $=\sqrt{1,875^2+2^2}$, мы получимъ

$$y=\frac{8 \,.\, 1,875}{\sqrt{1,875^2+2^2}}=5,47 \text{ метр.}$$

Наконецъ, плечо $DJ=z$ (силы Z_3 относительно центра вращенія D) опредѣлится по черт. **310** изъ уравненія:

$$z=u \,.\, cos.\, \alpha=u \,.\, \frac{\overline{SD}}{\overline{SE}}=1,5 \,.\, \frac{8}{\sqrt{8^2+1,5^2}}=1,474 \text{ метр.}$$

Серповидная ферма (§ 15).

Найденное выше для x выраженіе можетъ быть преобразовано въ слѣдующее:

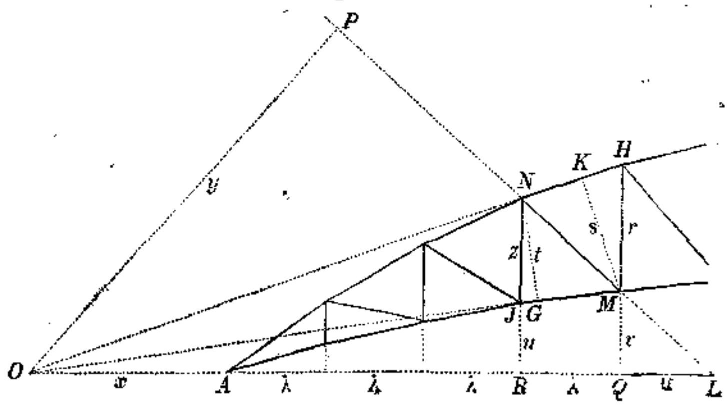
$$x+2\lambda=\frac{\lambda}{\frac{v}{u}-1}.$$

Если бы стрѣла параболы была въ n разъ больше, то и всѣ ординаты, а вмѣстѣ съ ними и всѣ вертикали построенной по этой параболѣ фермы увеличились бы въ n разъ. Дробь $\frac{v}{u}=\frac{n \,.\, v}{n \,.\, u}$, находящаяся въ знаменателѣ, не измѣнится отъ этого увеличенія стрѣлы параболы, поэтому положеніе точки пересѣченія хорды параболы съ горизонталью, проходящей черезъ точки опоръ, не зависятъ отъ величины стрѣлы параболы. Итакъ, если одинъ и тотъ же пролетъ покрытъ нѣсколькими параболическими фермами различной высоты, но раздѣленными на одно и то же число панелей, то продолженныя хорды этихъ параболъ, соотвѣтствующія однѣмъ и тѣмъ же панелямъ, пересѣкутъ горизонталь, проходящую черезъ опоры, въ одной точкѣ.

Отсюда видно, что въ серповидной фермѣ (черт. **311**) хорды параболъ HN и MJ пересѣкаются въ точкѣ O, лежащей на горизонтали, проходящей черезъ точку опоры A. Поэтому, положеніе точки O опредѣлится подобно предъидущему изъ уравненія

$$\frac{u}{x+3\lambda}=\frac{v}{x+4\lambda}.$$

Черт. 311.



Подставляя сюда взятыя съ чертежа **114** величины: $\lambda=1$, $u=0{,}710$, $v=0{,}852$. мы получимъ

$$x=\frac{0{,}710}{0{,}852-0{,}710}-3=2.$$

Такимъ же точно образомъ можно опредѣлить положеніе точки L изъ уравненія

$$\frac{w}{v}=\frac{w+\lambda}{u+z} \text{ или } \frac{w}{v}=\frac{\lambda}{u+z-v}.$$

Подставляя сюда $z=1{,}065$ (см. черт. **114**), получимъ

$$w=\frac{0{,}852}{1{,}775-0{,}852}=0{,}9231.$$

Плечо y (напряженія Y_4) (черт. **116**) опредѣлится изъ подобія прямоугольныхъ треугольниковъ OPL и MQL, а именно:

$$\frac{y}{\overline{OL}}=\frac{v}{\overline{ML}}.$$

Здѣсь $\overline{OL}=2+4+0{,}9231=6{,}9231$,

а $\overline{ML}=\sqrt{0{,}852^2+0{,}9231^2}=1{,}256$, поэтому

$$y=\frac{6{,}9231\cdot 0{,}852}{1{,}256}=4{,}7.$$

Зная положеніе точки O, мы можемъ опредѣлить плечо t

(напряженія Z_4) изъ подобія прямоугольныхъ треугольниковъ JGN и JRN, въ которыхъ

$$\frac{t}{z}=\frac{\overline{OR}}{\overline{OJ}};$$

подставляя сюда $\overline{OR}=5$ и $OJ=\sqrt{5^2+0{,}71^2}$, получимъ

$$t=\frac{5\,.\,1{,}065}{\sqrt{5^2+0{,}71^2}}=1{,}054.$$

Если бы точка O не была опредѣлена предварительно, то можно было бы опредѣлить плечо t нѣсколько проще изъ уравненія

$$\frac{t}{z}=\frac{\lambda}{\overline{JM}}.$$

Плечо s (напряженія X_4) можетъ быть опредѣлено изъ уравненія

$$\frac{s}{r}=\frac{\overline{OQ}}{\overline{OH}},$$

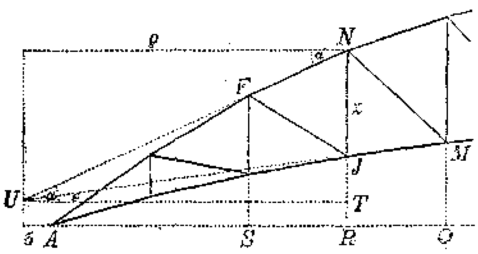
въ которомъ $r=1{,}278$, $\overline{OQ}=6$ и $\overline{OH}=\sqrt{6^2+2{,}13^2}$; подставляя эти величины, получимъ

$$s=\frac{6\,.\,1{,}278}{\sqrt{6^2+2{,}13^2}}=1{,}205.$$

Если бы положеніе точки O не было опредѣлено предварительно, то можно было бы опредѣлить плечо s нѣсколько проще изъ уравненія

$$\frac{s}{r}=\frac{\lambda}{\overline{NH}}.$$

Черт. 312.



Для опредѣленія напряженія V_3 слѣдуетъ предварительно найти точку U, пересѣченія параболическихъ хордъ NF и MJ. Изъ чертежа **312** видно, что

$$NT=\rho\ tg\alpha=z+\rho tg\varepsilon,\ \text{или}\ \rho=\frac{z}{tg\,\alpha-tg\,\varepsilon}.$$

Подставляя въ это выраженіе $z=1{,}065$ и $tg\ \varepsilon=\frac{\overline{MQ}-\overline{JR}}{\overline{QR}}$

или (см. черт. **114**) $tg\,\varepsilon=\frac{0,852-0,710}{1}=0,142$ и $tg\alpha=\frac{\overline{NR}-\overline{FS}}{1}=0,4725$, мы получимъ

$$\rho=\frac{1,065}{0,4725-0,142}=3,22.$$

Итакъ, точка U находится на горизонтальномъ разстояніи отъ точки A, равномъ

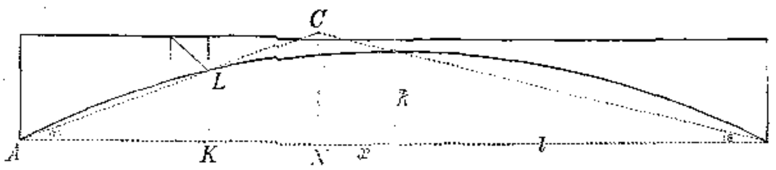
$$\sigma=3,22-3=0,22.$$

Арочный мостъ (§ 22).

Положеніе точки раздѣла грузовъ C можно опредѣлить по черт. **313** изъ уравненія

$$\overline{CN}=(l+x)\,tg\,\varepsilon=(l-x)\,tg\,\alpha, \text{ откуда } x=l\left(\frac{tg\,\alpha-tg\,\varepsilon}{tg\,\alpha+tg\,\varepsilon}\right).$$

Черт. 313.



Подставляя сюда съ черт. **173**,

$$l=20,\ tg\,\varepsilon=\frac{h}{l}=\frac{5}{20}=0,25 \text{ и } tg\,\alpha=\frac{\overline{LK}}{\overline{AK}}=\frac{3,75}{10}=0,375,$$

получимъ

$$x=20\left(\frac{0,375-0,25}{0,375+0,25}\right)=4.$$

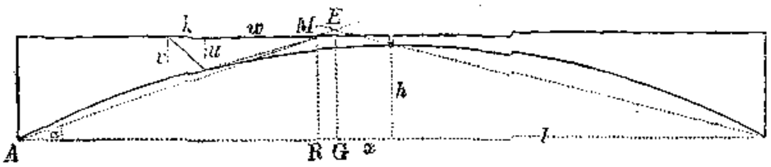
То же самое уравненіе можетъ послужить и для опредѣленія положенія точки раздѣла грузовъ F; стоитъ только подставить въ него вмѣсто α уголъ, образуемый прямой AO съ горизонтомъ, т. е. (съ черт. **173**) $tg\,\alpha=\frac{5,5}{8}=0,6875$, тогда для x получимъ слѣдующее значеніе:

$$x=20\left(\frac{0,6875-0,25}{0,6875+0,25}\right)=9,33\ldots$$

Положенія точекъ пересѣченій хордъ параболы съ верхней горизонталью опредѣляются точно такъ же, какъ въ параболическихъ и серповидныхъ фермахъ. Такъ напр. положеніе точки, *обозначенной на черт.* **180** *и* **182** *буквой* M, *можетъ быть опре*дѣлено съ черт. **314** помощью уравненія

$$\frac{u}{w}=\frac{v}{w+\lambda},\ \text{откуда}\ w=\frac{\lambda u}{v-u},$$

Черт. 314.



Сюда (см. черт. **173**) слѣдуетъ подставить:

$$\lambda=2,\quad u=1{,}75,\quad v=2{,}3,$$

а потому $w=\frac{2\,.\,1{,}75}{2{,}3-1{,}75}=6{,}36$ и $AR=w+5\lambda=16{,}36$.

Далѣе, положеніе плоскости раздѣла грузовъ EG можетъ быть опредѣлено опять-таки изъ выведеннаго выше уравненія для x; въ него слѣдуетъ только подставить $tg\ \alpha=\frac{\overline{MR}}{AR}=\frac{5{,}5}{16{,}36}=0{,}336$, а тогда x приметъ слѣдующее значеніе:

$$x=20\left(\frac{0{,}336-0{,}25}{0{,}336+0{,}25}\right)=2{,}9.$$

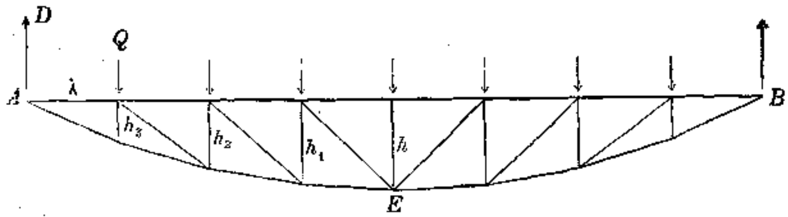
§ 37.

Приложеніе метода статическихъ моментовъ къ опредѣленію вида фермы, удовлетворяющей извѣстнымъ требуемымъ условіямъ.

Во всѣхъ разсмотрѣнныхъ нами фермахъ конструкція ихъ задавалась и методъ статическихъ моментовъ прилагался исключительно къ опредѣленію напряженій, возбуждаемыхъ въ нихъ дѣйствіемъ нагрузки. Постараемся теперь показать на нѣсколькихъ примѣрахъ какимъ образомъ можно воспользоваться тѣмъ же методомъ для опредѣленія **формы** сооруженія, удовлетворяющаго извѣстнымъ, заранѣе предписаннымъ условіямъ.

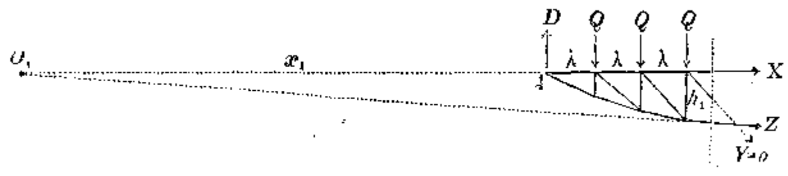
Размѣры и видъ разсмотрѣнной нами въ § 6 параболической фермы предполагались данными и при опредѣленіи напряженій обнаружилось, что полная равномѣрная нагрузка вызываетъ въ діагоналяхъ напряженіе, равное нулю; затѣмъ въ „Теоріи параболическихъ фермъ" обнаружилось, что этимъ свойствомъ обладаютъ всѣ параболическія фермы. Очевидно, что мы могли бы задать себѣ и обратную задачу, а именно, найти видъ сооруженія, удовлетворяющаго заранѣе поставленному условію, чтобы напряженія діагоналей при полной нагрузкѣ были равны нулю. Задавшись отверстіемъ фермы, числомъ панелей и величиной стрѣлы, мы вмѣстѣ съ тѣмъ опредѣлимъ положеніе точекъ A, E, B, а равно и длины частей горизонтали AB; предположивъ теперь, что ферма будетъ симметрична, единственными неизвѣстными, съ опредѣленіемъ которыхъ опредѣлится и видъ всей фермы, будутъ высоты h_1, h_2, h_3, (черт. 315).

Черт. 315.



Для опредѣленія h_1 слѣдуетъ составить уравненіе моментовъ для части фермы (черт. 316) относительно центра вращенія O_1 (точки пересѣченія силъ X и Z). Точка эта должна

Черт. 216.



быть расположена такъ, чтобы напряженіе діагонали $Y=0$. Итакъ,

$$0=-Dx_1+Q\{(x_1+\lambda)+(x_1+2\lambda)+(x_1+3\lambda)\}.$$

Это уравненіе выражаетъ, что равнодѣйствующая изъ силъ D и трехъ нагрузокъ Q должна проходить черезъ точку O_1

для того, чтобы дѣйствіе ея уничтожилось сопротивленіемъ напряженій X и Z. Подставляя сюда $D=\frac{7Q}{2}$, мы получимъ для x_1 значеніе

$$x_1=12\lambda.$$

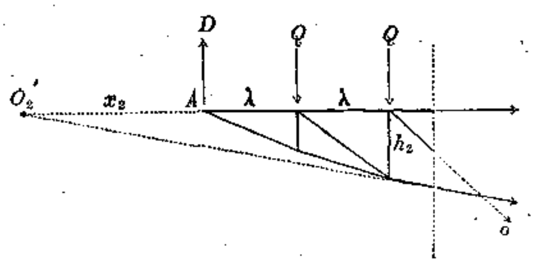
Высота h_1 можетъ быть опредѣлена изъ уравненія

$$\frac{h_1}{h}=\frac{x_1+3\lambda}{x_1+4\lambda}=\frac{15}{16}.$$

Такимъ же образомъ по черт. **317** мы можемъ составить слѣдующее уравненіе для опредѣленія x_2:

$$0=-Dx_2+Q\{(x_2+\lambda)+(x_2+2\lambda)\}.$$

Черт. 317.



Подставляя и сюда $D=\frac{7Q}{2}$, мы получимъ слѣдующее значеніе для x_2:

$$x_2=2\lambda.$$

Затѣмъ высота h_2 можетъ быть опредѣлена изъ уравненія

$$\frac{h_2}{h_1}=\frac{x_2+2\lambda}{x_2+3\lambda}=\frac{4}{5},$$

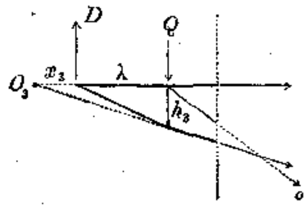
или же, подставляя сюда найденное уже для h_1 значеніе,

$$h_2=\tfrac{4}{5}\cdot\tfrac{15}{16}h=\tfrac{3}{4}h.$$

Наконецъ, для опредѣленія x_3 и h_3 мы получимъ по черт. **318** слѣдующія уравненія:

$$0=-Dx_3+Q(x_3+\lambda) \text{ или } \tfrac{7}{2}Qx_3=Q(x_3+\lambda)$$

Черт. 318.



$$x_3=\tfrac{2}{5}\lambda$$

$$\frac{h_3}{h_2}=\frac{x_3+\lambda}{x_3+2\lambda}=\frac{7}{12}$$

$$h_3=\tfrac{7}{12}h_2=\tfrac{7}{16}h.$$

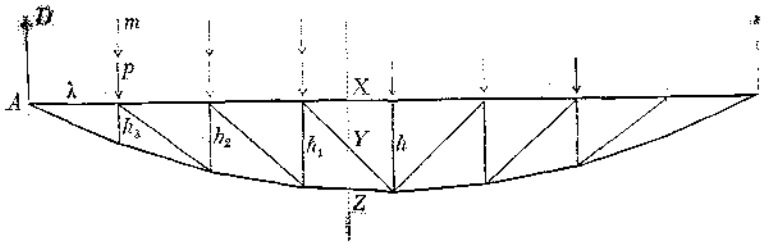
Подставляя сюда $h=2$ метр., найдемъ $h_1=1{,}875$ метр., $h_2=1{,}5$ метр. и $h_3=0{,}875$ метр., т. е., тѣ же числа, которыя представляютъ длины вертикалей на черт. **21**. Предполагая, кромѣ того, $\lambda=2$ метр., найдемъ: $x_1=24$ метр., $x_2=4$ метр. и $x_3=0{,}8$ метр., т. е. тѣ же числа, которыя были приняты въ § 6 для опредѣленія положеній точекъ пересѣченій O_1, O_2, O_3, при расчетѣ напряженій въ полосахъ и которыя были вычислены въ предъидущемъ параграфѣ при опредѣленіи положеній центровъ вращеній.

§ 38.

Ферма Шведлера.

Сравнивая параболическую симметрическую ферму (черт. **35**) съ симметрической фермой съ параллельными поясами (черт. **69**), мы найдемъ слѣдующую разницу въ напряженіяхъ діагоналей той и другой: въ параболической фермѣ maximum'ы и minimum'ы напряженій въ діагоналяхъ всегда численно равны и съ обратными знаками, т. е. minimum'ы всегда **отрицательны**; въ фермѣ же съ параллельными поясами и съ діагоналями, восходящими отъ средины къ концамъ, maximum'ы всегда больше и minimum'ы **положительны** во всѣхъ панеляхъ, кромѣ среднихъ, въ которыхъ, впрочемъ, при достаточномъ увеличеніи постоянной нагрузки, тоже получаются положительные minimum'ы. Въ виду этой разницы рождается вопросъ: нельзя ли построить ферму, видъ которой составлялъ бы переходъ отъ одной изъ вышеуказанныхъ фермъ къ другой и, чтобы въ этой новой фермѣ minimum'ы напряженій въ діагоналяхъ всегда были равны **нулю**. Рѣшая эту задачу, зададимся (какъ и въ преж-

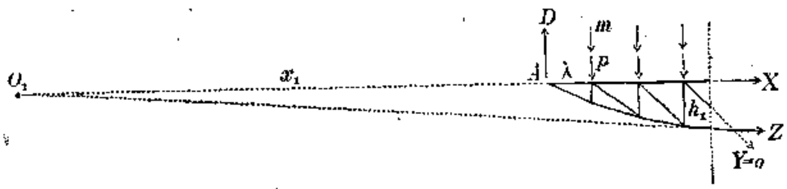
Черт. 319.



нихъ параграфахъ) числомъ панелей $=8$, стрѣлой $=h$ и длиной пролета $=8\lambda$ и предположимъ, что ферма симметрична, тогда для окончательнаго опредѣленія формы сооруженія, удовлетворяющей вышеозначенному условію, останется найти три высоты h_1, h_2 и h_3 (черт. **319**)

Для опредѣленія высоты h_1 слѣдуетъ представить себѣ ферму, подверженную той нагрузкѣ, которая вызываетъ въ діагонали minimum напряженія Y, затѣмъ составить для части фермы (черт. **320**) уравненіе статическихъ моментовъ относительно

Черт. 320.



точки O_1, пересѣченія напряженій X и Z и выбрать разстояніе этой точки отъ A такъ, чтобы напряженіе діагонали $Y = O$; такимъ образомъ мы получимъ уравненіе

$$0 = -D \cdot x_1 + (p+m)\{(x_1+\lambda)+(x_1+2\lambda)+(x_1+3\lambda)\}.$$

Подставляя сюда вмѣсто D значеніе его, соотвѣтствующее данному способу нагрузки:

$$D = \tfrac{7}{2}p + m\left(\tfrac{7}{8}+\tfrac{6}{8}+\tfrac{5}{8}\right),$$

получимъ для x_1 слѣдующее выраженіе:

$$\text{I.}\quad x_1 = \frac{24(p+m)\lambda}{2p+3m},$$

откуда высота h_1 можетъ быть опредѣлена при помощи уравненія

$$\frac{h_1}{h} = \frac{x_1+3\lambda}{x_1+4\lambda},$$

въ которое слѣдуетъ подставить вмѣсто x_1 найденную величину:

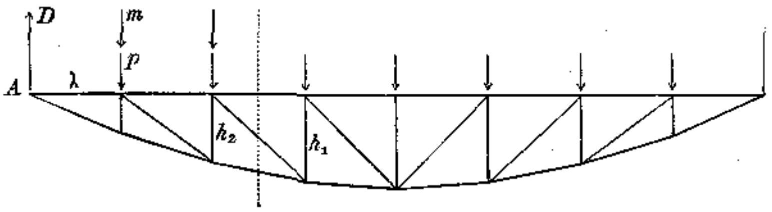
$$\text{I}_a.\quad \frac{h_1}{h} = \frac{30p+15m}{32p+12m}.$$

Напряженіе въ діагонали второй (считая отъ средины) панели достигнетъ minimum'а при томъ расположеніи нагрузокъ, которое показано на черт. **321**; въ этомъ случаѣ

$$D = \frac{7p}{2} + m\left(\tfrac{7}{8}+\tfrac{6}{8}\right).$$

Здѣсь снова разность ординатъ высотъ должна быть такова, чтобы minimum напряженія въ діагонали былъ равенъ

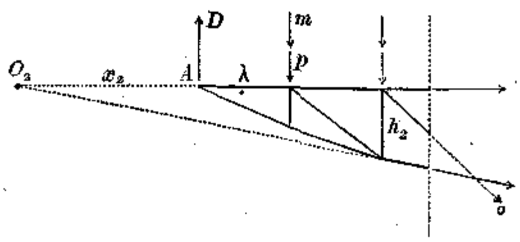
Черт. 321.



нулю. Итакъ, для опредѣленія x_2 мы получаемъ по черт. 322 уравненіе

$$0=-Dx_2+(p+m)\,\{(x_2+\lambda)+(x_2+2\lambda)\}.$$

Черт. 322.



Подставляя сюда вмѣсто D его значеніе, получимъ слѣдующее выраженіе для x_2:

$$\text{II.}\quad x_2=\frac{8(p+m)\lambda}{4p-m}.$$

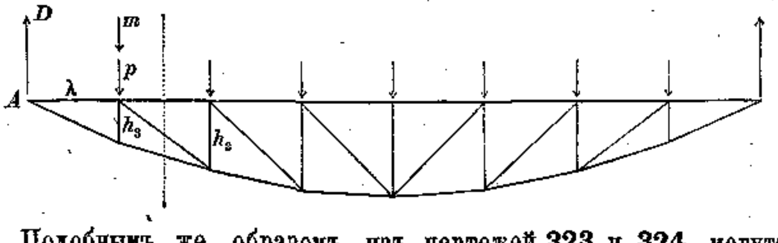
Теперь можно опредѣлить высоту h_2 изъ уравненія

$$\frac{h_2}{h_1}=\frac{x_2+2\lambda}{x_2+3\lambda}$$

или же, подставивъ сюда вмѣсто x_2 найденное выраженіе — изъ уравненія

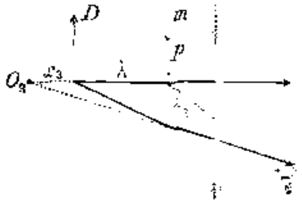
$$\text{II}_a.\quad \frac{h_2}{h_1}=\frac{16p+6m}{20p+5m}.$$

Черт. 323.



Подобнымъ же образомъ изъ чертежей 323 и 324 могутъ быть выведены слѣдующія уравненія, служащія для опредѣленія x_3 и h_3:

Черт. 324.



$$0 = -D\,.\,x_3 + (p+m)(x_3+\lambda)$$

$$D = \frac{7p}{2} + \frac{7}{8}m$$

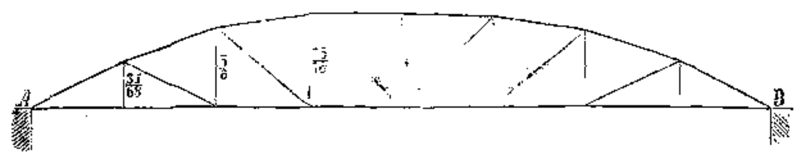
$$\text{III.}\quad x_3 = \frac{8(p+m)\lambda}{20p-m}$$

$$\text{III}_a.\quad \frac{h_3}{h_2} = \frac{x_3+\lambda}{x_3+2\lambda} = \frac{28p+7m}{48p+6m}.$$

Если во всѣхъ предъидущихъ уравненіяхъ положить $m = 0$, то они снова приведутъ насъ къ параболической фермѣ, потому что мы тогда получимъ $x_1 = 12\lambda$, $x_2 = 2\lambda$, $x_3 = 0{,}4\lambda$ и $\frac{h_1}{h} = \frac{15}{16}$, $\frac{h_2}{h_1} = \frac{4}{5}$, $\frac{h_3}{h_2} = \frac{7}{12}$, т. е. тѣ же величины, которыя были найдены въ предъидущемъ параграфѣ для параболической фермы.

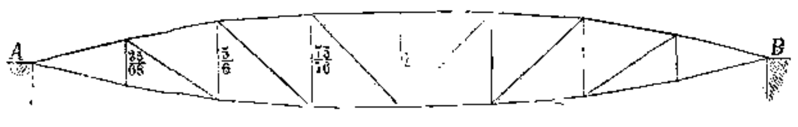
Если отношеніе $\frac{m}{p} = \frac{1}{2}$, то $\frac{x_1}{\lambda} = 72$, $\frac{x_2}{\lambda} = \frac{24}{7}$, $\frac{x_3}{\lambda} = \frac{24}{39}$ и $\frac{h_1}{h} = \frac{75}{76}$, $\frac{h_2}{h_1} = \frac{38}{45}$, $\frac{h_3}{h_2} = \frac{21}{34}$, такъ что, если напр. $h = 1$, то $h_1 = \frac{75}{76}$, $h_2 = \frac{5}{6}$, $h_3 = \frac{35}{68}$. Найденныя такимъ образомъ высоты можно отложить и вверхъ отъ горизонтали AB (черт. **325**) или

Черт. 325.



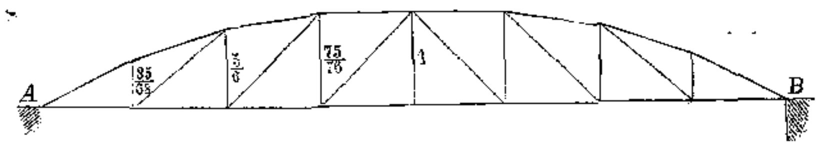
же пополамъ, вверхъ и внизъ (черт. **326**): во всякомъ случаѣ условіе, чтобы діагонали испытывали одни только **вытягиванія**, будетъ выполнено. Если же сдѣлать расположеніе діагоналей, показанное на черт. **327**, то діагонали будутъ испытывать только **сжатія**.

Черт. 326.



Если $\frac{m}{p} = \frac{2}{3}$, то $x_1 = \infty$, $\frac{h_1}{h} = 1$, а при $\frac{m}{p} > \frac{2}{3}$, x_1 получитъ отрицательное значеніе и $h_1 > h$. Итакъ, въ этомъ случаѣ слѣдуетъ сдѣлать высоту фермы на самой срединѣ пролета меньше

Черт. 327.

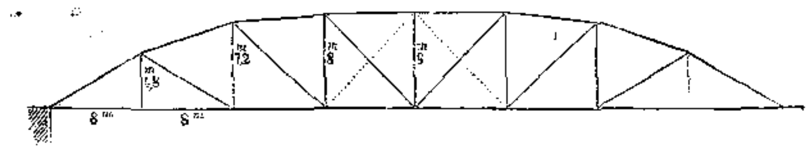


чѣмъ приближаясь нѣсколько къ опорамъ. Если бы по какимъ-либо другимъ причинамъ оказалось неудобнымъ исполнить это требованіе, то пришлось бы отказаться отъ рѣшенія задачи относительно двухъ среднихъ панелей и дать фермѣ въ этой части вездѣ одинаковую высоту; если помѣстить въ среднихъ панеляхъ обратные раскосы, то и въ нихъ діагонали снова будутъ подвержены только вытягиванію.

Положимъ напр., что отношеніе $\frac{m}{p} = \frac{4}{3}$, тогда (уравн. I_1). $\frac{h_1}{h} = \frac{50}{47}$, но вмѣсто этого мы примемъ $\frac{h_1}{h} = 1$. Уравненія для h_2 и h_3 останутся въ силѣ. Изъ уравненія II_1 мы получимъ $\frac{h_2}{h_1} = \frac{9}{10}$, а потому $h_2 = 0{,}9h$, а изъ уравненія III_1 $\frac{h_3}{h_2} = \frac{2}{3}$, откуда $h_3 = \frac{2}{3} \cdot 0{,}9 \cdot h = 0{,}6\, h$.

Такимъ образомъ мы нашли бы для фермы отверзтіемъ въ 64 метра, при высотѣ въ 8 метровъ, при постоянной нагрузкѣ $p = 12000$ кил., а временной $m = 16000$ кил., размѣры, выставленные на черт. **328**. Численныя значенія напряженій въ

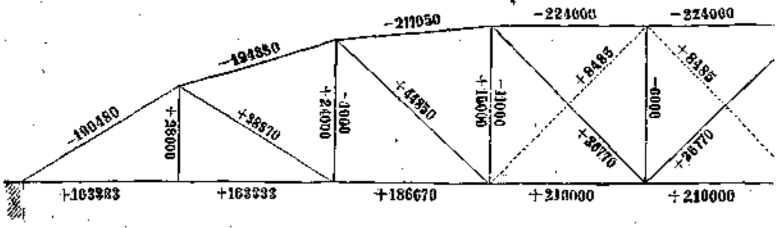
Черт. 328.



полосахъ можно опредѣлить совершенно такъ же, какъ и для параболической фермы, расчитанной во второй главѣ, и найти числа, выставленныя на черт. **329**. Если мостовое полотно расположено не на нижнихъ, а на верхнихъ узлахъ, то мы получимъ видъ фермы и напряженія полосъ, показанныя на черт. **330**.

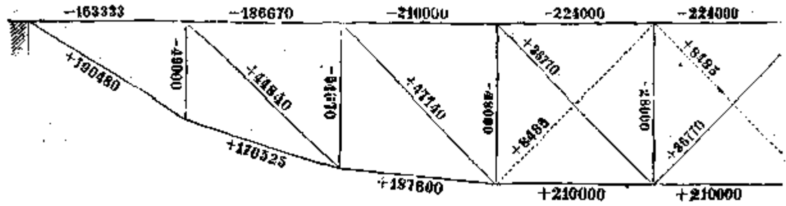
Оба расчета произведены въ предположеніи, что какъ временная, такъ и постоянныя нагрузки дѣйствуютъ исключительно на узлы, расположенные въ горизонтѣ мостового полотна. Если же, приближаясь къ дѣйствительности, предположить, что постоянная нагрузка

Черт. 329.



распредѣляется поровну на верхніе и на нижніе узлы, то на черт. **329** напряженія вертикалей измѣнятся и для полученія новыхъ,

Черт. 330.



истинныхъ напряженій придется къ найденнымъ выше числамъ (см. § 12) вездѣ прибавить — 6000; такимъ образомъ составится рядъ чиселъ, выражающихъ напряженія вертикалей (считая отъ средины къ опорамъ):

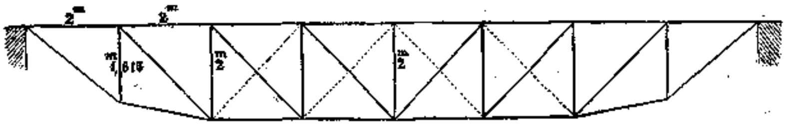
$$-12000, \begin{cases}-17000 \\ +\ 9000\end{cases}, \begin{cases}-10000 \\ +18000\end{cases}, +22000.$$

Что же касается схемы **330**, то для полученія истинныхъ напряженій вертикалей придется къ найденнымъ выше числамъ прибавить $+6000$ и такимъ образомъ составится рядъ чиселъ:

$$-22000, \quad -42000, \quad -48670, \quad -43000.$$

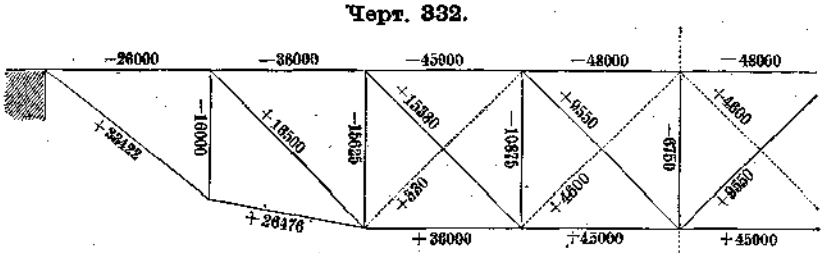
При $\frac{m}{p} = 4$, x_2 обратится въ безконечность (уравн. II), а при $\frac{m}{p} > 4$ (по тому же уравненію) x_2 обратится въ отрицательную величину и $h_2 > h_1$. Въ этомъ случаѣ кромѣ h_1 придется и h_2 приравнять h, т. е., придется придать четыремъ среднимъ панелямъ прямоугольную форму и помѣстить въ нихъ обратные раскосы. Если предположить (какъ и въ фермѣ, расчитанной въ § 6) $p = 1000$ кил., $m = 5000$ кил. и $\lambda = h = 2$ метр., то (уравн. III) $x_3 = 6{,}4$ метр. и (уравн. III$_a$) $h_3 = 1{,}615$ метр., то ферма получитъ размѣры, показанные на черт. **331**, а полосы ея будутъ испытывать наибольшія напряженія, показанныя на черт. **332**.

Черт. 331.



Напряженія полосъ среднихъ четырехъ панелей этой фермы совершенно согласны съ напряженіями тѣхъ же полосъ на схемы **61**.

Черт. 332.



Если бы, наконецъ, *m* было больше $20p$, то по вышеприведеннымъ уравненіямъ x_3 было бы отрицательнымъ и $h_3 > h_2$. Итакъ, въ этомъ случаѣ пришлось бы уменьшить нѣсколько высоту фермы къ срединѣ, если же это неудобно, то для фермы съ 8 панелями и съ показаннымъ выше расположеніемъ діагоналей, невозможно выполнить требуемаго условія (см. § 39).

§ 39.

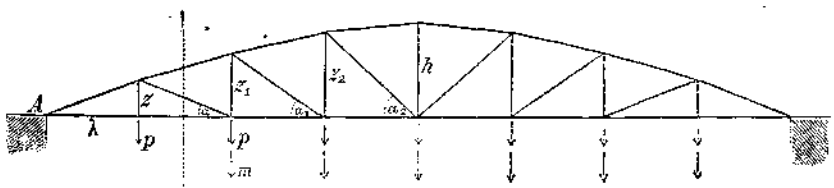
Ферма съ діагоналями, испытывающими одинаковыя наибольшія напряженія.

Задача, рѣшенная въ предъидущемъ параграфѣ, представляетъ частный случай болѣе общей задачи; въ разсмотрѣнной задачѣ требовалось найти видъ такой фермы, въ которой всѣ наименьшія напряженія діагоналей были бы равны нулю; очевидно, что можно задать себѣ болѣе общую задачу, а именно: найти видъ фермы, наименьшія напряженія діагоналей которой были бы равны одному и тому же, впрочемъ, **произвольно** выбранному числу.

Если повернуть ферму низомъ вверхъ, то всѣ положительныя напряженія обратятся въ отрицательныя, и обратно, поэтому при изложеніи рѣшенія даннаго вопроса можно безразлично принять, что одинаковыя напряженія будутъ maximum'ами или minimum'ами. Вообще говоря, minimum'ы суть числа отрицательныя, поэтому удобнѣе начать разсмотрѣніе съ maximum'овъ. Въ виду этого мы постараемся въ настоящемъ параграфѣ опредѣлить видъ фермы, для которой всѣ діагонали испытываютъ одинаковыя и равныя нѣкоторой опредѣленной величинѣ maximum'ы напряженій и изложимъ ходъ этого изслѣдованія на примѣрѣ, представляющемъ, какъ и въ предъидущемъ случаѣ, симметрическую ферму, раздѣленную на 8 панелей.

Въ предположеніи нагрузки, показанной на черт. **333**, діаго-

Черт. 333.



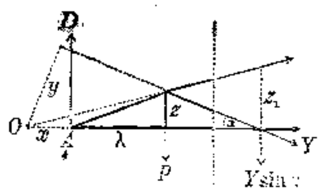
наль второй панели будетъ подвержена maximum'у напряженій, который опредѣлится по черт. **334** изъ уравненія:

$$0 = Y \,.\, y - D \,.\, x + p\,(x + \lambda),$$

которое, послѣ подстановки въ него вмѣсто y его значенія $y = (x + 2\lambda)\ sin.\ \alpha$, приметъ видъ:

$$0 = Y \,.\, sin.\ \alpha\ (x + 2\lambda) - D\, x + p\,(x + \lambda).$$

Черт. 334.



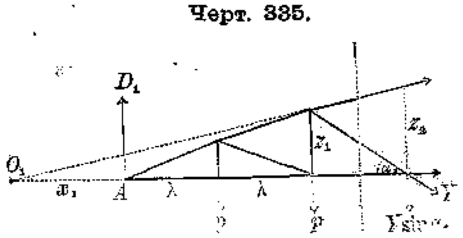
(Это уравненіе можно было бы получить, разлагая Y на его горизонтальную и вертикальную составляющія и взявъ вмѣсто статическаго момента самой силы Y сумму статическихъ моментовъ ея составляющихъ). Величина x должна быть такова, чтобы Y получила требуемое значеніе. Поэтому, подставляя въ наше уравненіе значеніе D, соотвѣтствующее предположенному способу нагрузки, а именно:

$$D=\tfrac{7}{2}p+(\tfrac{1}{8}+\tfrac{2}{8}+\tfrac{3}{8}+\tfrac{4}{8}+\tfrac{5}{8}+\tfrac{6}{8})m=3{,}5p+2{,}625\,m,$$

и рѣшая по x, получимъ:

$$\text{I.}\quad \frac{x}{\lambda}=\frac{p+2\,Y\,sin.\,\alpha}{2{,}5p+2{,}625m-Y\,sin.\,\alpha}.$$

Черт. 335.



Точно такимъ же образомъ, предполагая нагруженными 5 узловъ, лежащихъ справа отъ проведеннаго сѣченія, получимъ по чертежу **335** уравненія:

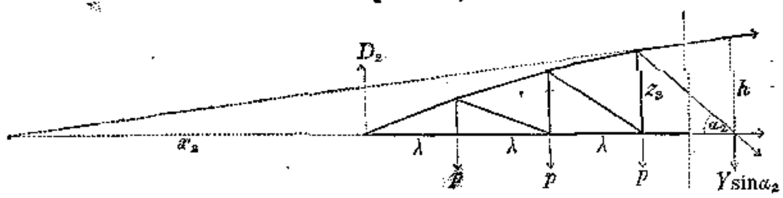
$$0=Y\,sin.\,\alpha_1\,(x_1+3\lambda)-D_1x_1+p\,\{(x_1+\lambda)+(x_1+2\lambda)\}$$

$$D_1=3.5p+1.875\,m$$

$$\text{II.}\quad \frac{x_1}{\lambda}=\frac{3p-3\,Y\,sin.\,\alpha_1}{1{,}5p-1{,}875m-Y\,sin.\,\alpha_1},$$

а по чертежу **336**, предполагая нагруженными 4 узловыя

Черт. 336.



точки, лежащія направо отъ проведеннаго сѣченія, получимъ уравненія:

$$0=Y\,sin.\,\alpha_2\,(x_2+4\lambda)-D_2x_2+p\,\{(x_2+\lambda)+(x_2+2\lambda)+(x_2+3\lambda)\}$$

$$D_2=3{,}5p+1{,}25m.$$

$$\text{III.}\quad \frac{x_2}{\lambda}=\frac{6p+4\,Y\,sin.\,\alpha_2}{0{,}5p+1{,}25m-Y\,sin.\,\alpha_2}.$$

Для опредѣленія вида фермы по этимъ тремъ уравненіямъ поступимъ слѣдующимъ образомъ: начнемъ съ конца A; дадимъ, предварительно, высотѣ фермы произвольную величину z, опредѣлимъ соотвѣтствующее этой величинѣ значеніе $sin. \alpha = \frac{z}{\sqrt{z^2+\lambda^2}}$ и, подставивъ его въ уравненіе I, опредѣлимъ x. Высоту z_1 можно теперь опредѣлить изъ слѣдующаго уравненія, составленнаго по чертежу **334**:

$$\text{IV.} \quad \frac{z_1}{z} = \frac{x+2\lambda}{x+\lambda};$$

теперь опредѣлимъ соотвѣтственное значеніе $sin. \alpha_1 = \frac{z_1}{\sqrt{z_1^2+\lambda^2}}$, подставимъ его въ уравненіе II и опредѣлимъ x_1. Затѣмъ по чертежу **335** составляемъ уравненіе

$$\text{V.} \quad \frac{z_2}{z_1} = \frac{x_1+3\lambda}{x_1+2\lambda},$$

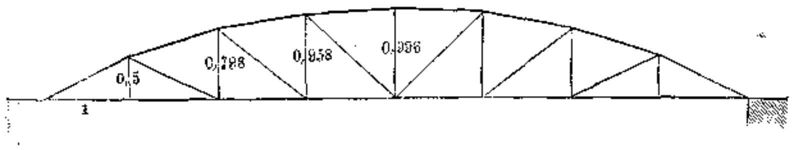
изъ котораго опредѣляемъ z_2; находимъ соотвѣтственное значеніе $sin. \alpha_2 = \frac{z_2}{\sqrt{z_2^2+\lambda^2}}$, подставляемъ его въ уравненіе III и находимъ соотвѣтственное значеніе x_2; наконецъ, высоту h можно опредѣлить изъ уравненія

$$\text{VI.} \quad \frac{h}{z_2} = \frac{x_2+4\lambda}{x_2+3\lambda},$$

составленнаго по чертежу **336**.

Въ параболической фермѣ каждая діагональ испытываетъ наибольшее сжатіе, численно равное ея наибольшему вытягиванію. Если бы мы пожелали дать фермѣ, разсмотрѣнной въ § 6, такую конструкцію, чтобы наибольшія вытягиванія въ ея діагоналяхъ увеличились на счетъ ихъ наибольшихъ сжатій и чтобы наибольшія вытягиванія были равны 8000 кил., то въ вышеприведенныя уравненія пришлось бы подставить $m = 5000$, $p = 1000$ и $Y = +8000$. Взявъ теперь, произвольно, $z = \frac{1}{2}$, принимая λ за единицу, мы получимъ по способу, показанному выше, слѣдующія значенія: $sin. \alpha = 0{,}447$, $x = 0{,}677$, $z_1 = 0{,}798$, $sin. \alpha_1 = 0{,}625$, $x_1 = 3{,}06$, $z_2 = 0{,}958$, $sin. \alpha_2 = 0{,}693$, $x_2 = 23{,}28$, $h = 0{,}996$ и

Черт. 337.



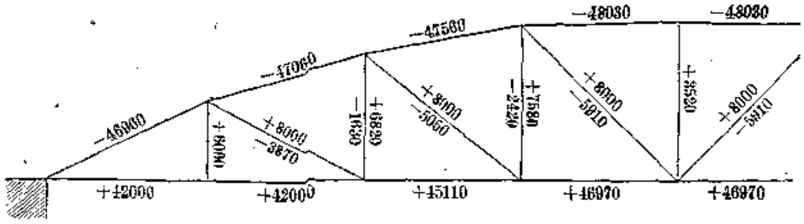
ферма приметъ размѣры, показанные на чертежѣ **337**, а напряженія ея полосъ—численныя значенія, показанныя на чертежѣ **338**.

Полагая $Y=0$, мы получимъ изъ предъидущихъ уравненій видъ фермы, діагонали которой испытываютъ только сжатія; полагая въ то же время $\frac{m}{p}=\frac{1}{2}$, получимъ:

$$\frac{x}{\lambda}=\frac{16}{61},\quad \frac{x_1}{\lambda}=\frac{16}{13},\quad \frac{x_2}{\lambda}=\frac{16}{3}\quad \text{и}$$

$$\frac{z_1}{z}=\frac{138}{77},\quad \frac{z_2}{z_1}=\frac{55}{42},\quad \frac{h}{z_2}=\frac{28}{25},$$

Черт. 338.

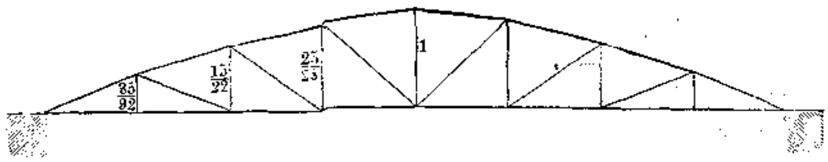


перемножая между собой послѣднія три равенства, получимъ:

$$\frac{h}{z}=\frac{28}{25}\cdot\frac{55}{42}\cdot\frac{138}{77}=\frac{92}{35},$$

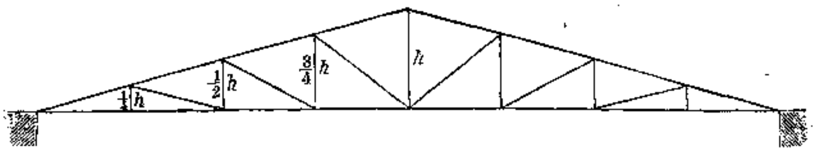
равенство, дающее возможность выбрать z такимъ образомъ, чтобы ферма имѣла на срединѣ требуемую высоту. Напрм. если желательно, чтобы $h=1$, то $z=\frac{35}{92}$, $z_1=\frac{138}{77}\cdot\frac{35}{92}=\frac{15}{22}$, $z_2=\frac{25}{28}$ (черт. **339**).

Черт. 339.



Фермы, представленныя на чертежахъ **327 и 339, обѣ** удовлетворяютъ, хотя и **различнымъ** образомъ, условію, чтобы діагонали ихъ испытывали только **сжатія**; при обратномъ положеніи обѣ фермы удовлетворяли бы условію, чтобы діагонали испытывали только **вытягиванія**, откуда видно, что предложенная въ предъидущемъ параграфѣ задача можетъ, смотря по расположенію діагоналей, быть рѣшена двоякимъ образомъ. Замѣтимъ, однако, что при томъ расположеніи, которое дано въ предъидущемъ параграфѣ, для нѣкоторыхъ значеній $\frac{m}{p}$, а именно, для $\frac{m}{p}$, заключающагося между $\frac{2}{3}$ и 20, высказанное выше условіе можетъ быть удовлетворено только съ нѣкоторыми ограниченіями, а при $\frac{m}{p} > 20$ это условіе и вовсе не можетъ быть выполнено, тогда какъ при расположеніи, показанномъ здѣсь, оно выполнено во **всякомъ случаѣ** и даже для крайняго предѣла, когда $\frac{m}{p} = \infty$ или $p = 0$, вышеозначенныя уравненія даютъ вполнѣ опредѣленный результатъ. Въ этомъ случаѣ x, x_1, x_2 обращаются въ нуль и ферма принимаетъ, показанную на чертежѣ **340**, треугольную форму (которая

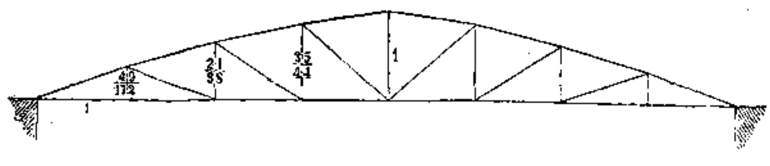
Черт. 340.



при обратномъ положеніи тоже удовлетворяетъ условію, что діагонали подвергаются въ ней только вытягиванію). Если же, напротивъ, положимъ, что $\frac{p}{m} = \infty$, т. е. $m = 0$, то получимъ второй предѣльный видъ фермы — параболическую ферму. Здѣсь, какъ и въ фермахъ схемы **325** и **326**, для соблюденія требуемаго условія безразлично, откладывать ли находимыя высоты въ одну сторону отъ горизонтали или же въ обѣ ея стороны, по извѣстной части въ каждую; во всякомъ случаѣ, при основномъ расположеніи фермы діагонали будутъ испытывать **сжатія**, при обратномъ — **вытягиванія**.

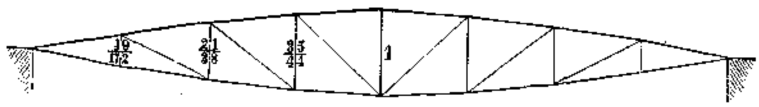
Въ заключеніе покажемъ, какое вліяніе оказываетъ подобная конструкція фермы на напряженія полосъ и для этого расчитаемъ ферму, въ которой полосы расположены такъ, какъ показано на черт. **338** (ферма съ одинаковыми наибольшими напряженіями діагоналей) или такъ, какъ на черт. **332** (системы Шведлера), или какъ на черт. **39** (параболическая ферма). Полагая $Y = 0$,

Черт. 341.



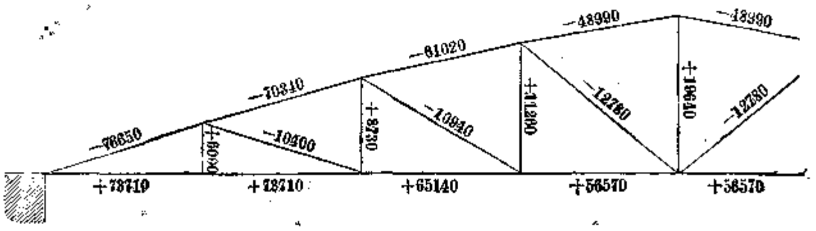
$p = 1000$, $m = 5000$ и $h = \lambda = 1$, мы получимъ изъ уравненій I. ... VI два вида фермъ: (черт. **341** и **342**). Сдѣлавъ расчетъ напряженій для вида **341**, найдемъ числа, показанныя на черт. **343**, а умноживъ эти числа на — 1, найдемъ числа, выражающія на-

Черт. 342.

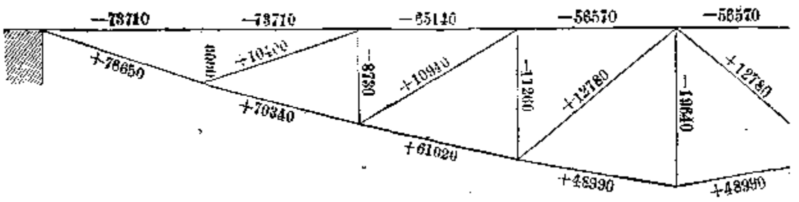


пряженія въ фермѣ, діагонали которой **всегда вытянуты** (черт. **344**). Обѣ схемы составлены въ предположеніи, что узловыя точки,

Черт. 343.



Черт. 344.



лежащія въ горизонтѣ мостоваго полотна, представляютъ собой точки приложенія всей постоянной нагрузки. Если бы мы желали сдѣлать поправку и предположить, что постоянная нагрузка распредѣляется поровну на верхніе и на нижніе узлы, то къ напряженіямъ стоекъ на черт. **343** слѣдовало бы прибавить по — 500, а къ напряженіямъ тѣхъ же частей на черт. **344** — по + 500.

Если на черт. **333** предположить, что нагрузки дѣйствуютъ на **верхніе** узлы, то величины $Y \sin. \alpha$ и $Y \sin. \alpha_1$, входящія въ уравненія I и II, взятыя съ обратнымъ знакомъ, представятъ напряженія вертикалей, примыкающихъ справа. Итакъ, данныя выше уравненія указываютъ вмѣстѣ съ тѣмъ какимъ образомъ слѣдуетъ искать видъ фермы, въ которой стойки испытываютъ одинаковыя наибольшія сжатія; въ этомъ случаѣ придется приравнять нѣкоторой опредѣленной величины не Y, а его вертикальную составляющую.

§ 40.

Ферма съ одинаковыми напряженіями въ частяхъ дуги.

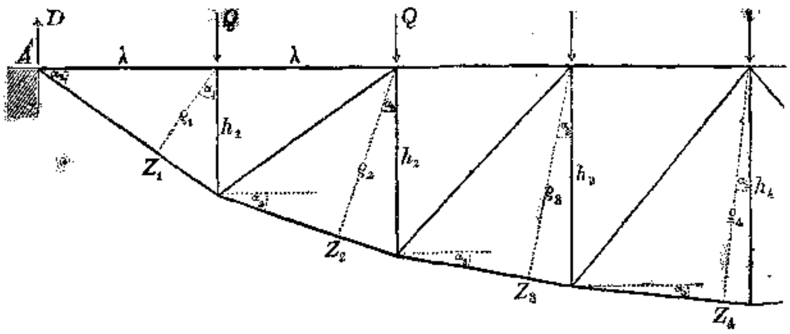
(Ферма Паули).

Въ симметрической параболической фермѣ (черт. **34**) напряженія нижняго пояса постепенно **возрастаютъ отъ** средины къ обѣимъ опорамъ; въ симметрической параллельной фермѣ (черт. **70**) напряженія эти, напротивъ, постепенно **убываютъ** въ томъ же направленіи.

Изъ этого слѣдуетъ, что между этими двумя видами фермъ есть переходный видъ, въ которомъ напряженія нижняго пояса во всѣхъ частяхъ одни и тѣ же.

Части нижняго пояса всегда испытываютъ наибольшія напряженія при полной нагрузкѣ; поэтому въ изслѣдованіи вида фермы, представляющей переходъ отъ параллельныхъ къ параболическимъ, незачѣмъ дѣлать различіе между **временной** и постоянной нагрузками, а потому, называя полную нагрузку на каждый узелъ фермы, раздѣленной на 8 панелей, чрезъ Q, мы

Черт. 345.



получимъ для опорныхъ сопротивленій, входящихъ въ послѣдующія вычисленія, значеніе: $D = \frac{7Q}{2} = 3{,}5 \,.\, Q$ (черт. **345**).

Для опредѣленія напряженія въ одной изъ полосъ нижняго пояса лѣвой половины фермы слѣдуетъ провести въ соотвѣтственной панели вертикальное сѣченіе и составить уравненіе статическихъ моментовъ всѣхъ силъ, дѣйствующихъ на часть фермы, лежащую слѣва отъ этого сѣченія; за центръ вращенія принимаемъ точку встрѣчи верхняго пояса съ пересѣченной діагональю; можно было бы также приравнять моментъ искомаго напряженія суммѣ моментовъ силъ, дѣйствующихъ на часть фермы, расположенную слѣва отъ проведеннаго сѣченія. Такимъ образомъ для четырехъ панелей лѣвой половины фермы можно будетъ получить по черт. **345** слѣдующія уравненія:

$$\begin{aligned} Z_1 \,.\, \rho_1 &= D \,.\, \lambda \\ Z_2 \,.\, \rho_2 &= D \,.\, 2\lambda - Q \,.\, \lambda \\ Z_3 \,.\, \rho_3 &= D \,.\, 3\lambda - Q\,(2\lambda + \lambda) \\ Z_4 \,.\, \rho_4 &= D \,.\, 4\lambda - Q\,(3\lambda + 2\lambda + \lambda). \end{aligned}$$

Обозначимъ суммы моментовъ, входящія въ правыя части этихъ уравненій, чрезъ $\mathfrak{M}_1 \ldots \mathfrak{M}_4$ и подставимъ сюда вмѣсто D найденное для него значеніе, тогда:

$$\mathfrak{M}_1 = 3{,}5\, Q\lambda,\ \ \mathfrak{M}_2 = 6\, Q\lambda,\ \ \mathfrak{M}_3 = 7{,}5\, Q\lambda,\ \ \mathfrak{M}_4 = 8\, Q\lambda.$$

По условію, всѣ напряженія $Z_1 \ldots Z_4$ должны быть равны одной и той же величинѣ Z, поэтому плечи рычаговъ $\rho_1 \ldots \rho_4$ должны удовлетворять условіямъ:

$$Z \,.\, \rho_1 = \mathfrak{M}_1,\ \ Z \,.\, \rho_2 = \mathfrak{M}_2,\ \ Z \,.\, \rho_3 = \mathfrak{M}_3,\ \ Z \,.\, \rho_4 = \mathfrak{M}_4.$$

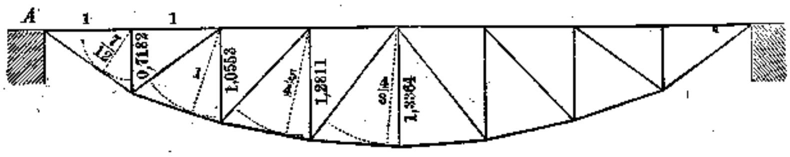
Полагая $\lambda = 1$ и $Q = 6000$ кил., получимъ $\mathfrak{M}_1 = 21000$, $\mathfrak{M}_2 = 36000$, $\mathfrak{M}_3 = 45000$, $\mathfrak{M}_4 = 48000$. Итакъ, если бы напр. мы пожелали, чтобы нижній поясъ испытывалъ во всѣхъ частяхъ напряженіе $Z = 36000$ кил., то для плечъ разныхъ рычаговъ получимъ числа:

$$\rho_1 = \tfrac{21000}{36000} = \tfrac{7}{12},\quad \rho_2 = \tfrac{36000}{36000} = 1,\quad \rho_3 = \tfrac{45000}{36000} = \tfrac{5}{4},\quad \rho_4 = \tfrac{48000}{36000} = \tfrac{4}{3}.$$

Для того, чтобы найти теперь видъ фермы помощью чертежа, слѣдуетъ изъ центровъ вращеній, соотвѣтствующихъ разнымъ плечамъ рычаговъ, описать этими плечами дуги круговъ и дать въ каждой панели нижнему поясу положеніе касательной къ проведенному кругу. Начавъ это построеніе съ точки A, мы найдемъ видъ фермы, показанный на чертежѣ **346**; *для полученія размѣ-*

ровъ этой фермы можно употребить въ дѣло масштабъ и найти такимъ образомъ, напр. для высотъ, числа, показанныя на чертежѣ.

Черт. 346.



Видъ фермы можетъ быть опредѣленъ еще и помощью расчета; для этого слѣдуетъ по черт. **345** составить величины: $Cos\ \alpha_1 \ldots Cos\ \alpha_4$ и приравнять ихъ попарно, тогда для первой панели мы получимъ уравненіе

$$1)\quad \frac{\rho_1}{h_1} = \frac{\lambda}{\sqrt{\lambda^2 + h_1^2}}\ (= cos.\, \alpha_1) \text{ или}$$

$$\text{I.}\quad \frac{h_1}{\lambda} = \frac{\rho_1}{\sqrt{\lambda^2 - \rho_1^2}},$$

изъ котораго можно опредѣлить h_1, ибо $\rho_1 = \frac{\mathfrak{M}_1}{Z}$ дано. Точно такимъ же образомъ для второй панели получимъ

$$2)\quad \frac{\rho_2}{h_2} = \frac{\lambda}{\sqrt{\lambda^2 + (h_2 - h_1)^2}}\ (= cos.\, \alpha_2),$$

рѣшая это квадратное уравненіе относительно h_2, получимъ

$$\text{II.}\quad \frac{h_2}{\lambda} = \frac{\rho_2^2}{\lambda^2 - \rho_2^2}\left\{-\frac{h_1}{\lambda} + \sqrt{\left(\frac{\lambda}{\rho_2}\right)^2 + \left(\frac{h_1}{\rho_2}\right)^2 - 1}\right\}.$$

Такимъ же образомъ для 3-й и 4-й панелей получимъ уравненія:

$$3)\quad \frac{\rho_3}{h_3} = \frac{\lambda}{\sqrt{\lambda^2 + (h_3 - h_2)^2}}\ (= cos.\, \alpha_3),$$

$$\text{III.}\quad \frac{h_3}{\lambda} = \frac{\rho_3^2}{\lambda^2 - \rho_3^2}\left\{-\frac{h_2}{\lambda} + \sqrt{\left(\frac{\lambda}{\rho_3}\right)^2 + \left(\frac{h_2}{\rho_3}\right)^2 - 1}\right\}.$$

$$4)\quad \frac{\rho_4}{h_4} = \frac{\lambda}{\sqrt{\lambda^2 + (h_4 - h_3)^2}}\ (= cos.\, \alpha_4),$$

$$\text{IV.}\quad \frac{h_4}{\lambda} = \frac{\rho_4^2}{\lambda^2 - \rho_4^2}\left\{-\frac{h_3}{\lambda} + \sqrt{\left(\frac{\lambda}{\rho_4}\right)^2 + \left(\frac{h_3}{\rho_4}\right)^2 - 1}\right\}.$$

Если, по условію Z таково, что плечо $\rho_1 = \frac{\mathfrak{M}_1}{Z} = \frac{D\lambda}{Z}$ обращается въ λ, то изъ уравненія I, $\frac{h_1}{\lambda} = \infty$, т. е. въ этомъ случаѣ рѣшеніе задачи невозможно (при $\frac{\mathfrak{M}_1}{Z} \geqq \lambda$ или $Z \leqq D$).

Въ предъидущемъ примѣрѣ $\frac{\mathfrak{M}_1}{\lambda} = D = 21000$, поэтому, въ предположеніи $Q = 6000$ кил., невозможно построить такой фермы, чтобы напряженія нижняго пояса были равны или меньше 21000 кил.

Если Z таково, что плечо $\rho_2 = \frac{\mathfrak{M}_2}{Z}$ обращается въ λ, то уравненіе II принимаетъ неопредѣленный видъ: $\frac{h_2}{\lambda} = \infty \, . \, 0$. Въ этомъ случаѣ для опредѣленія h_2 слѣдуетъ воспользоваться не уравненіемъ II, а уравненіемъ 2); подставивъ въ него $\rho_2 = \lambda$, найдемъ

$$\frac{1}{h_2} = \frac{1}{\sqrt{\lambda^2 + (h_2 - h_1)^2}},$$

откуда

$$\text{II}_a. \quad h_2 = \frac{\lambda^2 + h^2_1}{2\,h_1} \text{ или } \frac{h_2}{\lambda} = \frac{1}{2}\left(\frac{\lambda}{h_1} + \frac{h_1}{\lambda}\right).$$

Случай этотъ представился въ предъидущемъ численномъ примѣрѣ (черт. **346**), тамъ и Z и $\frac{\mathfrak{M}_2}{\lambda}$ были предположены равными 36000 кил., откуда $\rho_2 = \frac{\mathfrak{M}_2}{Z} = \lambda = 1$. Опредѣливъ предварительно h_1 изъ ур. I, мы получимъ $h_1 = 0{,}7182$; подставляемъ это въ уравненіе II_a и находимъ

$$h_2 = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{0{,}7182} + 0{,}7182\right) = 1{,}0553;$$

затѣмъ можно изъ уравненія III опредѣлить $h_3 = 1{,}2811$ и наконецъ, изъ уравненія IV, $h_4 = 1{,}3364$.

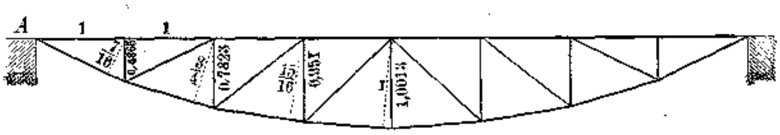
Подобнымъ же образомъ слѣдуетъ поступать и относительно каждой другой панели, если плечо рычага, соотвѣтствующее обусловленной величинѣ Z, приметъ значеніе равное λ.

Положимъ, напр., что $Z = 48000$ кил., а остальныя величины оставимъ тѣ же, что и въ предъидущемъ численномъ примѣрѣ, а именно $\lambda = 1$ и $Q = 6000$ кил. (очевидно, что и соотвѣтствующія этимъ величинамъ суммы моментовъ $\mathfrak{M}_1 = 21000$, $\mathfrak{M}_2 = 36000$, $\mathfrak{M}_3 = 45000$, $\mathfrak{M}_4 = 48000$ останутся безъ измѣненія), тогда для плечъ рычаговъ получимъ слѣдующія значенія: $\rho_1 = \frac{21}{48} = \frac{7}{16}$, $\rho_2 = \frac{36}{48} = \frac{3}{4}$, $\rho_3 = \frac{45}{48} = \frac{15}{16}$, $\rho_4 = \frac{48}{48} = 1$. Изъ уравненій I, II, III мы найдемъ послѣдовательно $h_1 = 0{,}4865$, $h_2 = 0{,}7823$, $h_3 = 0{,}951$, а изъ уравненія IV мы получили бы снова неопредѣленное выраженіе $\frac{h_4}{\lambda} = \infty \,.\, 0$, а потому приходится опредѣлить h_4 изъ уравненія

$$\frac{h_4}{\lambda} = \frac{1}{2}\left(\frac{\lambda}{h_3} + \frac{h_3}{\lambda}\right) = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{0{,}951} + 0{,}951\right) = 1{,}0013$$

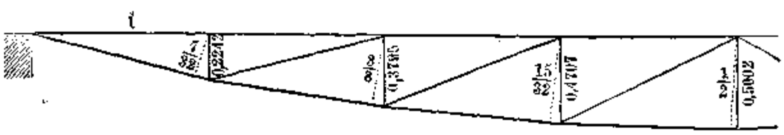
(см. черт. **347**).

Черт. 347.



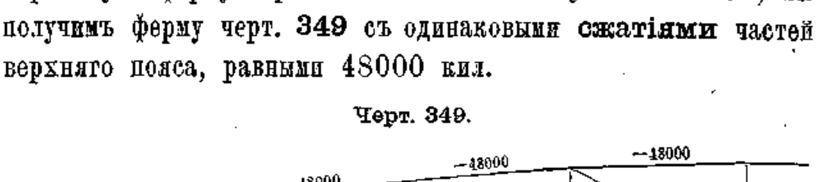
Если уменьшить плечи рычаговъ $\rho_1 \ldots \rho_4$ вдвое, то напряженіе Z вдвое увеличится, если же одновременно съ этимъ нагрузки Q тоже уменьшатся вдвое, то Z снова приметъ первоначальное значеніе. Такъ напр., на черт. **348** показаны раз-

Черт. 348.



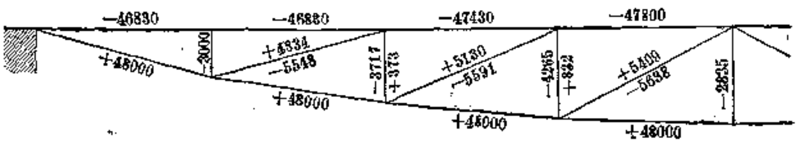
мѣры, соотвѣтствующіе какъ $Q = 6000$ кил. и $Z = 96000$ кил., такъ и $Q = 3000$ и $Z = 48000$ и, вообще, всѣмъ тѣмъ случаямъ, когда $Z = 16\ Q$. Если данная ферма приметъ обратное положеніе, то напряженія частей ея опредѣлятся изъ напряженій основной фермы простымъ умноженіемъ ихъ на -1; опрокинувъ ферму чертежа **348** и полагая $Q = 3000$ кил., мы получимъ ферму черт. **349** съ одинаковыми **сжатіями** частей верхняго пояса, равными 48000 кил.

Черт. 349.



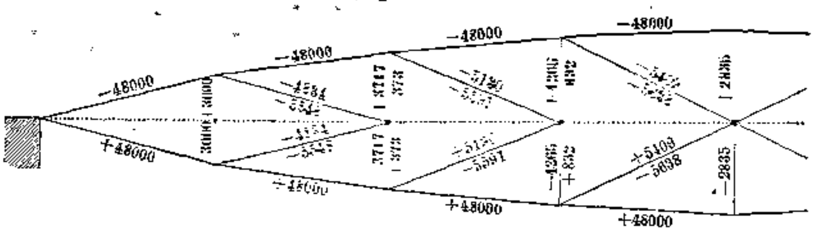
Означенныя на чертежахъ **349** и **350** напряженія частей вычислены въ предположеніи, что на каждую узловую точку этихъ двухъ фермъ дѣйствуетъ полная нагрузка въ 3000 кил., состоящая изъ постоянной $\frac{p}{2} = \frac{1000}{2}$ килогр. и временной $\frac{m}{2}$

Черт. 350.



$= \frac{5000}{2}$ кил. Положимъ, что обѣ фермы слились въ **одну**, тогда мы получимъ ферму, въ которой какъ сжатія верхняго, такъ и вытягиванія нижняго поясовъ равны постоянной величинѣ 48000 кил. (черт. **351**); здѣсь отношеніе высоты къ пролету

Черт. 351.



(1 : 8) и нагрузка (постоянная, $p = 1000$ кил., временная $m = 5000$ кил.) тѣ же, что и въ параболической фермѣ, расчитанной въ § 6. Напряженія каждыхъ двухъ совмѣщающихся горизонтальныхъ полосъ взаимно уничтожаются, а потому они и не выставлены на черт. **351.** Напряженія въ вертикаляхъ вычислены въ предположеніи, что горизонтальное мостовое полотно расположено на срединѣ высоты фермы.

Если бы въ каждой панели вмѣсто двухъ раскосовъ, стыкающихся въ концѣ каждой панели, были расположены два пересѣкающіеся раскоса, то хотя и пришлось бы нѣсколько измѣнить высоты $h_1 \ldots h_4$, но легко предвидѣть, что измѣненія эти, сравнительно, незначительны и что вышеозначенная форма можетъ остаться безъ измѣненія и для этой новой фермы. Для полученія вполнѣ точнаго вида этой фермы слѣдуетъ расчитать напряженія нижняго пояса по уравненіямъ моментовъ, составленнымъ по чертежу **352**, который представляетъ схему нижней половины фермы искомаго вида. Итакъ:

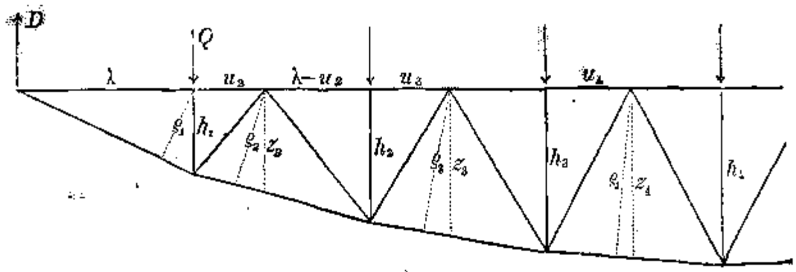
5) $Z\rho_1 = D\lambda$

6) $Z\rho_2 = D\,(\lambda + u_2) - Q u_2$

7) $Z\rho_3 = D\,(2\lambda + u_3) - Q\,\{(\lambda + u_3) + u_3)\}$

8) $Z\rho_4 = D\,(3\lambda + u_4) - Q\,\{(2\lambda + u_4) + (\lambda + u_4) + u_4\}$.

Черт. 352.

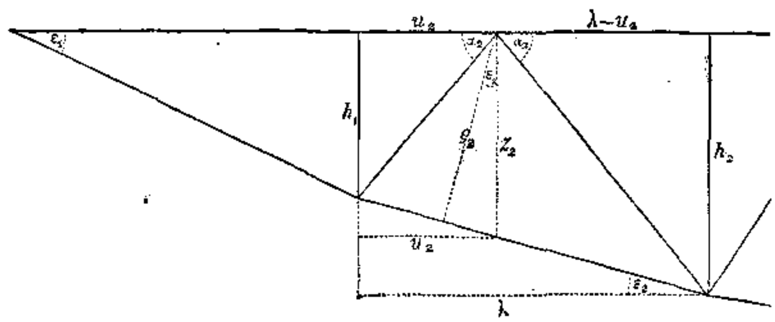


Первая панель на чертежѣ **352** ничѣмъ не отличается отъ первой же панели на черт. **345**, поэтому h_1 можетъ быть опредѣлено изъ уравненія I; подставляя въ него ϱ_1 изъ уравненія 5), получимъ

$$\text{V.}\quad \frac{h_1}{\lambda} = \frac{D}{\sqrt{Z^2 - D^2}}.$$

u_2 и ϱ_2 опредѣлятся изъ слѣдующихъ уравненій, составленныхъ по черт. **353**.

Черт. 353.



$$\frac{h_1}{u_2} = \frac{h_2}{\lambda - u_2} = tg\,\alpha_2$$

$$\frac{z_2 - h_1}{u_2} = \frac{h_2 - h_1}{\lambda} = tg\,\varepsilon_2.$$

Изъ перваго уравненія:

$$9) \quad u_2 = \frac{\lambda h_1}{h_1 + h_2},$$

подставляя это значеніе u_2 во второе уравненіе, получимъ

$$z_2 = \frac{2 h_1 h_2}{h_1 + h_2},$$

и затѣмъ

$$10) \quad \rho_2 = z_2 \,.\, cos.\, \varepsilon_2 = \frac{2 h_1 h_2 \, cos.\, \varepsilon_2}{h_1 + h_2}.$$

Подставляя эти величины u_2 и ρ_2 въ уравненіе 6), получимъ

$$\text{VI.} \quad \frac{h_2}{\lambda} = \frac{(2D - Q)\, h_1}{2 Z h_1 \, cos.\, \varepsilon_2 - D \lambda}.$$

Если бы уголъ ε_2 былъ извѣстенъ, то, опредѣливъ предварительно h_1 изъ уравненія V, мы могли бы опредѣлить h_2 изъ послѣдняго уравненія, но

$$11) \quad cos.\, \varepsilon_2 = \frac{\lambda}{\sqrt{\lambda^2 - (h_2 - h_1)^2}}$$

величина пока неизвѣстная и зависящая отъ h_2. Замѣтимъ, однако, что $\cos \varepsilon_2 \underset{<\,1}{\overset{>\,\cos \varepsilon_1}{}}$, поэтому можно расчитать h_2 слѣдующимъ образомъ: примемъ $\cos \varepsilon_2$ равнымъ нѣкоторой величинѣ, промежуточной между $\cos \varepsilon_1$ и 1 подставимъ эту величину въ уравненіе VI, опредѣлимъ приблизительное значеніе h_2, помощью котораго снова опредѣлимъ болѣе точное значеніе $\cos \varepsilon_2$ изъ уравненія 11), подставимъ это $\cos \varepsilon_2$ въ уравненіе VI, получимъ второе приближенное значеніе h_2 и т. д., пока ни получимъ h_2 съ достаточной степенью точности.

Если въ формулахъ 9), 10), 11) увеличить индексы на единицу, то получимъ новыя уравненія, относящіяся до 3-й панели, а именно:

$$12) \quad u_3 = \frac{\lambda h_2}{h_2 + h_3}, \qquad 13) \quad \rho_3 = \frac{2 h_2 h_3 \, cos.\, \varepsilon_3}{h_2 - h_3},$$

$$14) \quad cos.\, \varepsilon_3 = \frac{\lambda}{\sqrt{\lambda^2 + (h_3 - h_2)^2}}.$$

Подставляя эти значенія u_3 и ρ_3 въ уравненіе 7), мы получимъ слѣдующее уравненіе для опредѣленія отношенія $\frac{h_3}{\lambda}$:

$$\text{VII.} \quad \frac{h_3}{\lambda} = \frac{3 (D - Q)\, h_2}{2 Z h_2 \, cos.\, \varepsilon_3 - (2D - Q) \lambda}.$$

Увеличивъ индексы еще на одну единицу, получимъ уравненія, относящіяся къ четвертой панели, а именно:

$$15)\quad u_4 = \frac{\lambda h_3}{h_3 + h_4}, \qquad 16)\quad \rho_4 = \frac{2 h_3 h_4 \cos.\varepsilon_4}{h_3 + h_4},$$

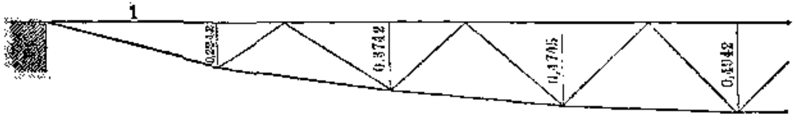
$$17)\quad \cos.\varepsilon_4 = \frac{\lambda}{\sqrt{\lambda^2 + (h_4 - h_3)^2}}.$$

Подставляя эти величины въ уравненіе 8) и рѣшая его относительно $\frac{h_4}{\lambda}$, получимъ

$$\text{VIII.}\quad \frac{h_4}{\lambda} = \frac{(4D - 6Q)\, h_3}{2 Z h_3 \cos.\varepsilon_4 - 3(D - Q)\lambda}.$$

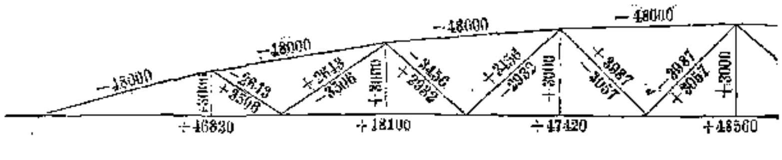
Если снова предположить, какъ и для черт. **348** (въ предъидущемъ численномъ примѣрѣ), что $\lambda = 1$ и $Z = 16\,Q$, то получимъ, какъ и тамъ (ур. V), $h_1 = 0{,}2242$. Подставляя это значеніе h_1 въ ур. VI и предполагая предварительно, что $\cos.\varepsilon_2 = 1$, мы получимъ, что первая приближенная величина $h_2 = 0{,}3661$; подставляя это въ уравненіе 11), получимъ новое значеніе для $\cos.\varepsilon_2$, а именно $\cos.\varepsilon_2 = 0{,}99$; подставляя его въ уравненіе VI, получимъ вторую приближенную величину $h_2 = 0{,}3734$; повторяя тотъ же рядъ дѣйствій снова, получаемъ еще болѣе приближенныя величины: $\cos.\varepsilon_2 = 0{,}9889$ и $h_2 = 0{,}3742$. Подобнымъ же образомъ мы получимъ изъ уравненій VII и 14) $h_3 = 0{,}4745$ и наконецъ изъ уравненій VIII и 17) $h_4 = 0{,}4942$ (см. черт. **354**).

Черт. 354.



Напряженія, означенныя на чертежахъ **355** и **356**, соотвѣтствуютъ тѣмъ же предположеніямъ, которыя были сдѣланы от-

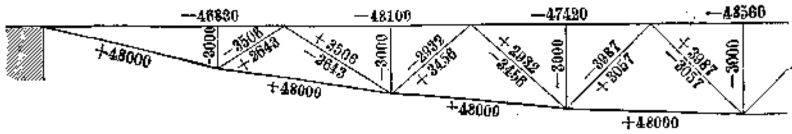
Черт. 355.



носительно фермъ **349** и **350**, а именно, что полная нагрузка

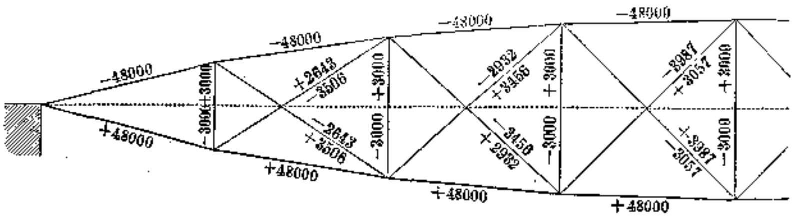
$\left(\frac{Q}{2}=\frac{6000}{2}\right.$ кил.$\left.\right)$ состоитъ изъ временной $\frac{p}{2}=\frac{1000}{2}$ и перемѣнной $\frac{m}{2}=\frac{5000}{2}$ кил.

Черт. 356.



Сливая эти двѣ фигуры, мы получимъ схему **357**, представляющую ферму, для которой нагрузка (постоянная, p=1000

Черт. 357.



кил. и временная, m=5000 кил.) и отношеніе высоты къ пролету (0,9884 : 8) оказались снова приблизительно равными тѣмъ величинамъ, которыя мы имѣли для черт. **351** и для параболической фермы, расчитанной въ § 6.

ОТДѢЛЪ ВТОРОЙ.

Опредѣленіе поперечныхъ сѣченій

и

изслѣдованія упругаго сопротивленія нагруженныхъ фермъ.

Глава двѣнадцатая.

§ 41.

Опредѣленіе поперечныхъ сѣченій главныхъ частей сооруженій.

Каждую часть сооруженія (каждую полосу) можно разсматривать какъ пучокъ полосъ, въ которомъ поперечное сѣченіе каждой полосы равно 1. **Итакъ, для полученія числа квадратныхъ единицъ, которыя должны заключаться въ поперечномъ сѣченіи данной полосы, слѣдуетъ раздѣлить число, выражающее напряженіе этой полосы, на число, выражающее напряженіе, которое можно допустить въ полосѣ съ поперечнымъ сѣченіемъ равнымъ единицѣ.**

Въ данной полосѣ возможно допустить только такія напряженія, которыя сопряжены съ измѣненіями длины, заключающимися въ предѣлахъ упругости. Такъ напр. для полосы изъ кованаго желѣза, имѣющей въ поперечномъ сѣченіи одинъ квадратный миллиметръ, возможно допустить напряженіе въ 15 кил. (среднимъ числомъ), потому что постоянное измѣненіе длины наступаетъ только при болѣе значительныхъ напряженіяхъ. Итакъ, если бы мы желали дойти до предѣла допускаемаго напряженія, то, для полученія поперечныхъ сѣченій въ квадратныхъ миллиметрахъ, пришлось бы раздѣлить напряженія на 15 кил. На практикѣ не допускаютъ такихъ напряженій и, въ виду бо́льшей безопасности, не допускаютъ напряженій, превышающихъ 6 или 8 кил. на одинъ квадр. миллим. и только въ исключительныхъ случаяхъ, когда оказывается возможность нѣсколько болѣе приблизиться къ предѣлу, увеличиваютъ этотъ коэфиціентъ.

На основаніи этого если предположить, что вычисленныя въ I части напряженія относятся къ сооруженіямъ изъ кованаго желѣза, то поперечныя сѣченія различныхъ частей фермъ получатся раздѣливъ эти напряженія, выраженныя въ килограммахъ, на 6.

Такимъ образомъ для фахверковой фермы (черт. 61) мы получимъ слѣдующія поперечныя сѣченія, выраженныя въ квадратныхъ миллиметрахъ:

1) Для верхнихъ горизонтальныхъ полосъ:

3500, 6000, 7500, 8000, 8000, 7500, 6000, 3500,

2) Для нижнихъ горизонтальныхъ полосъ:

0, 3500, 6000, 7500, 7500, 6000, 3500, 0,

3) Для стоекъ:

4000, 3500, 2604, 1813, 1125, 1813, 2604, 3500, 4000,

4) Для прямыхъ раскосовъ:

4950, 3683, 2567. 1592. 1592, 2567, 3683, 4950,

5) Для 4 обратныхъ раскосовъ:

88, 767, 767. 88.

Замѣтимъ, однако, что при этомъ расчетѣ нужно всегда принимать въ соображеніе 1) что не всегда можно допускать, что сопротивленіе вытягиванію равно сопротивленію сжатію, что во многихъ случаяхъ сопротивленіе сжатію значительно меньше сопротивленія вытягиванію, въ особенности въ длинныхъ полосахъ, въ которыхъ нужно принимать въ соображеніе и сопротивленіе продольному сгибанію при сжатіи (Zerknicken). Объ этомъ мы поговоримъ подробнѣе въ особомъ параграфѣ (см. „Сопротивленіе длинныхъ полосъ сгибанію при сжатіи“). 2) Эти поперечныя сѣченія относятся только до главныхъ частей фермъ и вовсе не представляютъ окончательныхъ поперечныхъ сѣченій сооруженія, такъ какъ главныя части фермъ скрѣплены еще съ второстепенными, которыя въ мѣстахъ, гдѣ онѣ сливаются съ главными, увеличиваютъ окончательныя поперечныя сѣченія этихъ послѣднихъ.

Дѣйствительно, въ I части этого сочиненія напряженія частей разныхъ фермъ были вычислены въ предположеніи, что, кромѣ сопротивленій опоръ и нагрузокъ, на ферму не дѣйствуютъ никакія другія **вертикальныя** силы, и 2) что эти силы дѣйствуютъ **исключительно** въ однѣхъ только узловыхъ точкахъ. Для осуществленія этого предположенія можно мысленно раздѣлить все сооруженіе на три группы частей: къ первой относятся тѣ части, которыя мы назвали главными и которымъ вполнѣ соотвѣтствуютъ напряженія, вычисленныя для нихъ въ первой части; вторая группа заключаетъ въ себѣ всѣ тѣ части, которыя увеличиваютъ жесткость всего сооруженія для сопротивленія дѣйствію вѣтра и другихъ боковыхъ усилій; третья группа состоитъ изъ системы промежуточныхъ фермъ, изъ которыхъ каждая, въ видѣ моста, покрываетъ пролетъ между двумя узловыми точками и передаетъ на эти послѣднія приходящуюся на нее нагрузку.

Для полученія окончательныхъ полныхъ поперечныхъ сѣченій слѣдуетъ представить себѣ, что послѣднія двѣ группы частей связаны съ главными частями и что каждыя двѣ части, покрывающія другъ друга, смотря по расположенію, или слились въ **одно цѣлое** или, просто, расположены рядомъ.

§ 42.

Части сооруженій, сопротивляющіяся боковому давленію вѣтра и горизонтальнымъ толчкамъ.

Во время прохода поѣзда по мосту боковыя качанія паровоза и вагоновъ, а частью и вѣтеръ, который случайно дуетъ въ то же время, дѣйствуя на увеличенную поѣздомъ боковую поверхность моста, могутъ дать горизонтальныя силы, которымъ кресты въ связи съ частями поясовъ должны оказывать достаточныя сопротивленія.

Такимъ образомъ пояса въ связи съ крестами представляютъ **горизонтальную** ферму совершенно аналогичную по конструкціи съ вертикальными; горизонтальныя силы, дѣйствующія на эту ферму, можно разсматривать какъ горизонтальную ея нагрузку. Такъ какъ вертикальныя фермы параллельны, то очевидно, что эта горизонтальная ферма имѣетъ видъ фахверковой фермы съ параллельными поясами, а потому расчетъ ея частей ничѣмъ не отличается отъ того, который былъ изложенъ въ главѣ третьей. Аналогія между вертикальными и горизонтальными фермами обнаруживается даже въ способѣ нагрузки въ томъ отношеніи, что и здѣсь приходится дѣлать различіе между постоянной (равномѣрно распредѣленной) и перемѣнной (неравномѣрно распредѣленной) нагрузками; по мѣрѣ того, какъ поѣздъ покрываетъ все бо̀льшую и бо̀льшую часть моста, дѣйствію вѣтра подвергается все бо̀льшая и бо̀льшая поверхность, такъ что здѣсь горизонтальныя давленія вліяютъ на кресты совершенно въ томъ же порядкѣ, въ какомъ нагрузки дѣйствуютъ на стойки и раскосы главныхъ фермъ.

Мы не сдѣлаемъ большой погрѣшности, допуская, что въ крестахъ отношеніе полной нагрузки къ временной и постоянной то же, что и въ вертикальныхъ фермахъ. Такъ, напримѣръ, если ширина горизонтальной фермы равна **высотѣ** вертикальной, то можно безъ всякихъ опасеній примѣнить къ расчету крестовъ правила, данныя въ седьмой главѣ относительно преобразованій напряженій.

Расчетъ горизонтальной фермы отличается отъ расчета вертикальной **только тѣмъ**, что горизонтальныя нагрузки могутъ дѣйствовать какъ справа налѣво, такъ и слѣва направо, вертикальная же — только сверху внизъ; поэтому въ вертикальной фермѣ **характеръ** и величина напряженія данной полосы зависятъ отъ ея положенія вверху или внизу сооруженія, въ горизонтальной же фермѣ этой разницы не существуетъ и ее приходится строить симметрично относительно продольной горизонтальной оси. На основаніи этого предъ напряженіями частей обоихъ поясовъ горизонтальной фермы слѣдуетъ ставить оба знака $\pm$, такъ какъ эта ферма изгибается то въ одну, то въ другую сторону и вслѣдствіе этого противоположныя части поясовъ, лежащія въ одной и той же панели, испытываютъ поперемѣнно одинаковыя сжатія и вытягиванія.

Далѣе, если, какъ напр. для черт. 61, допустить, что діагонали способны испытывать только вытягиванія, то для горизонтальной фермы въ **каждой** панели придется помѣстить обратный раскосъ, тогда какъ для вертикальной это оказалось необходимымъ только въ четырехъ среднихъ панеляхъ (черт. 61). Кромѣ того, въ горизонтальной фермѣ исчезаетъ разница въ напряженіяхъ прямыхъ и обратныхъ раскосовъ; ибо діагональ, которая при данномъ направленіи вѣтра играла роль обратнаго раскоса, будетъ прямымъ раскосомъ при обратномъ направленіи вѣтра.

Мы допустили, что полная нагрузка на погонный метръ фермы, поперечныя сѣченія частей которой мы опредѣлили въ § 41, равна

$$p + m = 6000 \text{ кил.}$$

Если теперь предположить, что полная горизонтальная нагрузка на погонный метръ горизонтальной фермы равна

$$p_1 + m_1 = 857 \text{ кил.}$$

и что высота моста равна его ширинѣ, то для полученія поперечныхъ сѣченій частей горизонтальной фермы умножаемъ числа, найденныя для вертикальной фермы въ § 41, на отношеніе

$$\frac{p_1 + m_1}{p + m} = \frac{857}{6000} = \frac{1}{7}.$$

Чтобы отобрать въ этомъ новомъ рядѣ числа, выражающія искомыя поперечныя сѣченія, сравниваемъ каждыя двѣ симметрически расположенныя части горизонтальной фермы и смотримъ какой изъ нихъ соотвѣтствуетъ бо́льшее поперечное сѣченіе, поперечное сѣченіе той и принимаемъ для обѣихъ. Такимъ образомъ получатся слѣдующія числа:

1) для поясовъ (съ каждой стороны)

500 857 1071 1143,

2) для поперечинъ

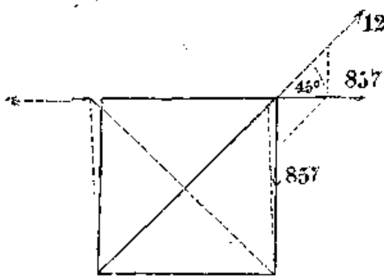
571 500 372 259 161,

3) для діагоналей (прямые и обратные раскосы)

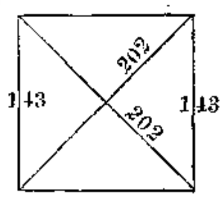
707 526 367 227.

Относительно напряженій и поперечныхъ сѣченій діагоналей, расположенныхъ **въ поперечномъ сѣченіи моста** и сопротивляющихся **перекашиванію** его **въ поперечномъ направленіи**, замѣтимъ, что если мостовое полотно расположено на верхнихъ узлахъ, то горизонтальныя давленія дѣйствуютъ **непосредственно**, главнымъ образомъ, на верхнюю горизонтальную ферму, и если бы не было поперечныхъ діагоналей, то **изгибалась бы одна верхняя горизонтальная ферма**, такъ что поперечныя діагонали заставляютъ нижнюю ферму тоже принять участіе въ этомъ прогибѣ. Можно допустить, что половина полной горизонтальной нагрузки дѣйствуетъ непосредственно на верхнюю ферму, а половина дѣйствіемъ поперечныхъ діагоналей передается на нижнюю ферму. На основаніи этого полагая, что каждая поперечная діагональ способна только вытягиваться, мы найдемъ помощью простого

Черт. 358.



Черт. 359.



разложенія силъ слѣдующія значенія напряженій и поперечныхъ сѣченій каждой изъ нихъ: для напряженій

$$857 \cdot \sqrt{2} = 1210 \text{ кил. (см. черт. 358)},$$

а для поперечныхъ сѣченій

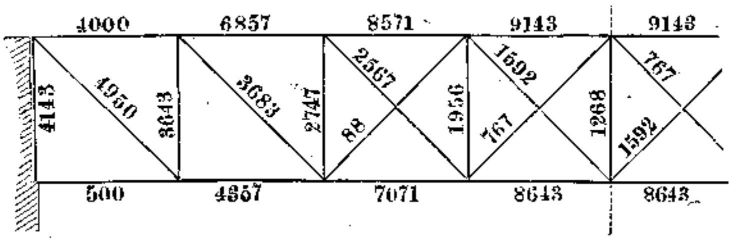
$$\frac{1210}{6} = 202.$$

Отсюда видно, что эта передача силъ увеличиваетъ напряженіе стойки вертикальной фермы на 857 кил.; поправку эту, хотя она и не имѣетъ никакого практическаго значенія, можно ввести въ полученныя выше числа и мы найдемъ, что поперечное сѣченіе каждой стойки увеличится вслѣдствіе этого на

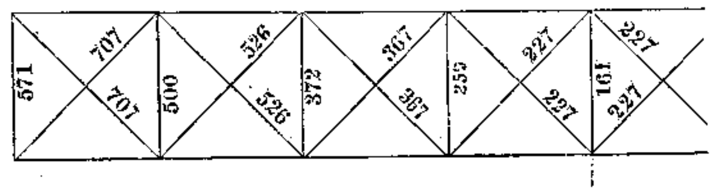
$$\frac{857}{6} = 143 \,\square \text{ миллим. (черт. 359).}$$

Представимъ себѣ теперь, что расчитанныя сейчасъ горизонтальныя фермы слились съ главными вертикальными фермами въ одно цѣлое и что поперечныя сѣченія двухъ совмѣстившихся полосъ сложились въ **одно** поперечное **сѣченіе**, мы получимъ поперечныя сѣченія, означенныя на чертежахъ **360** и **361** и представляющія собой окончательныя поперечныя сѣ-

Черт. 360. (Фасадъ).



Черт. 361. (Планъ).



ченія для частей даннаго моста, предполагая, конечно, что промежуточныя фермы (продольныя балочки) представляютъ собой части, независимыя отъ главныхъ фермъ.

§ 43.

Расчетъ промежуточныхъ фермъ.

Всѣ вычисленія, приведенныя въ первой части этого сочиненія, основаны на предположеніи, что нагрузки сосредоточиваются исключительно въ узловыхъ точкахъ сооруженія. Если условіе это невыполнено, если число узловъ мало и если для нагрузки необходимо бóльшее число точекъ ея приложенія, то промежутки между смежными двумя узлами слѣдуетъ покрыть промежуточными фермами.

Промежуточныя фермы находятся въ такихъ же условіяхъ относительно дѣйствующей на нихъ нагрузки, въ какихъ главныя находятся относительно нагруженныхъ промежуточныхъ фермъ, а потому имъ также, какъ и главнымъ, можно дать видъ системы связанныхъ между собой полосъ. Кромѣ того, если съ введеніемъ промежуточныхъ фермъ число точекъ приложенія нагрузки увеличится недостаточно, то слѣдуетъ ввести новыя промежуточныя фермы втораго порядка.

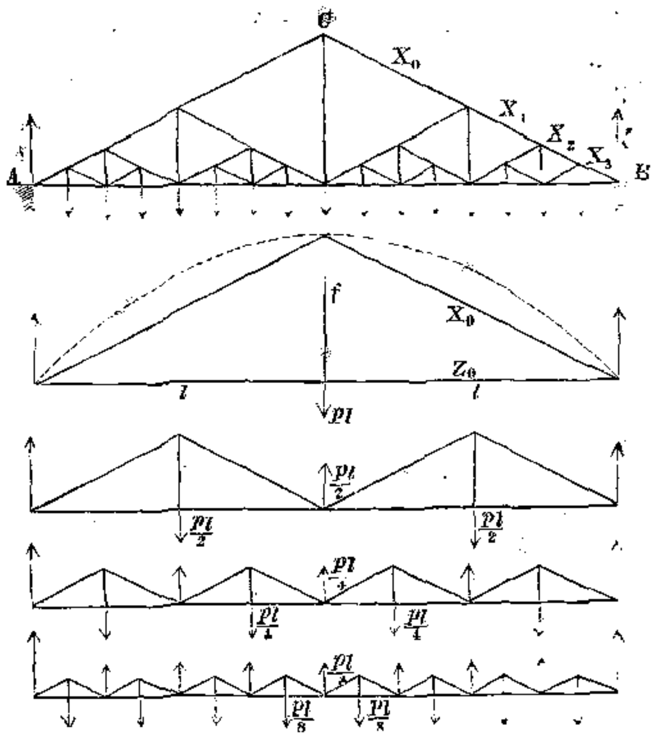
Этотъ пріемъ можно повторять до тѣхъ поръ, пока число точекъ дѣйствія нагрузокъ не окажется достаточнымъ, или же введеніе новыхъ промежуточныхъ фермъ сдѣлается невозможнымъ. Если въ промежуточныхъ панеляхъ высшаго порядка треугольныя панели уменьшатся до того, что стоимость матеріала, сберегаемаго въ пустотахъ между полосами, окажется меньше стоимости работы на сооруженіе сложной фермы, то мы сдѣлаемъ сплошную ферму и будемъ разсматривать ее какъ фахверковую, въ которой промежутки между полосами заполнены лишнимъ матеріаломъ.

Если теперь ввести всѣ промежуточныя фермы попорядку одну въ другую и всѣ вмѣстѣ въ главную ферму и предположить, что совмѣстившіяся полосы слились въ **одну**, то напряженіе такой составной полосы получится простымъ суммированіемъ напряженій составляющихъ полосъ.

Въ нѣкоторыхъ случаяхъ полезно и возможно давать промежуточнымъ фермамъ видъ, **геометрически подобный** виду главной фермы. Разлагая подобную ферму на составляющія ее системы, можно часто, несмотря на сложность сооруженія, расчитать ее просто—проще даже чѣмъ при помощи непосредственнаго приложенія способа моментовъ. Поянимъ это на слѣдующихъ примѣрахъ.

Ферма, представленная на чертежѣ **362**, можетъ быть разложена на четыре составляющія системы: чертежи **363**, **364**, **365** и **366**. Ферму черт. **363** можно разсматривать какъ пара-

Черт. 362. Черт. 363. Черт. 364. Черт. 365. Черт. 366.



болическую ферму простѣйшаго вида съ одной только узловой точкой; въ этомъ предположеніи мы ее и расчитаемъ (какъ мы уже доказали выше, законъ параболическихъ фермъ не зависитъ отъ числа узловыхъ точекъ). Итакъ. для опредѣленія вертикальной и горизонтальной составляющихъ напряженія въ цѣпи, которая въ данномъ случаѣ состоитъ только изъ двухъ звеньевъ, могутъ послужить формулы

$$H = \frac{pl^2}{2f}, \qquad V = px,$$

данныя въ § 8, *изъ которыхъ, при* $x = \frac{l}{2}$ *получатся слѣдующія* значенія для X_0 и Z_0

$$Z_0 = \frac{p}{2} \cdot \left(\frac{l}{f}\right) \cdot l$$

$$-X_0 = \sqrt{H^2 + V^2} = \frac{p}{2} \cdot \left(\frac{l}{f}\right) \cdot l \cdot \sqrt{1 + \left(\frac{f}{l}\right)^2}.$$

Такъ какъ всѣ промежуточныя фермы геометрически подобны главной, а потому отношеніе $\frac{f}{l}$ во всѣхъ одно и то же, то для полученія горизонтальныхъ и вертикальныхъ составляющихъ въ частяхъ промежуточныхъ фермъ I-го, II-го и III-го порядка слѣдуетъ раздѣлить найденныя выше величины на 2, на 4 и на 8. Представимъ себѣ теперь, что промежуточныя фермы послѣдовательно введены одна въ другую и всѣ вмѣстѣ въ главную (черт. **363**), тогда получимъ ферму (черт. **362**), для частей полосъ AC и BC которой мы получимъ напр. слѣдующія напряженія:

$$X_0 = -\frac{pl^2}{2f}\sqrt{1 + \left(\frac{f}{l}\right)^2}$$

$$X_1 = X_0\left(1 + \tfrac{1}{2}\right)$$

$$X_2 = X_0\left(1 + \tfrac{1}{2} + \tfrac{1}{4}\right)$$

$$X_3 = X_0\left(1 + \tfrac{1}{2} + \tfrac{1}{4} + \tfrac{1}{8}\right),$$

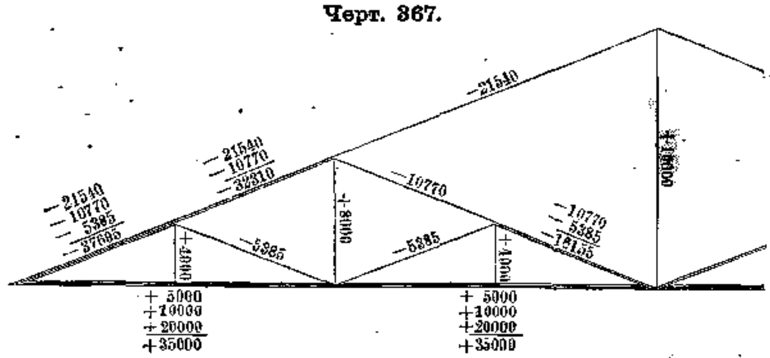
а для частей горизонтальной полосы AB—напряженіе

$$Z = Z_0\left(1 + \tfrac{1}{2} + \tfrac{1}{4} + \tfrac{1}{8}\right) = \frac{pl^2}{2f}\left(1 + \tfrac{1}{2} + \tfrac{1}{4} + \tfrac{1}{8}\right).$$

Для опредѣленія напряженій остальныхъ полосъ слѣдуетъ въ схему **365** вставить схему **366** и приложить къ ней тѣ же дѣйствія; затѣмъ обѣ эти схемы вставить въ схему **364** и повторить снова тѣ же дѣйствія для этой схемы.

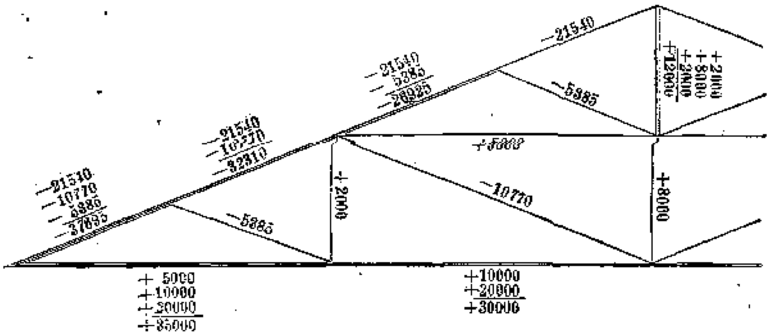
Положимъ, что $2l = 32$ метр.; $f = 6{,}4$ метр.; $2pl = 32000$ кил. и что послѣднія промежуточныя фермы (III-го порядка) отброшены, тогда въ предположеніи, что нагрузки дѣйствуютъ только на узловыя точки, расположенныя на горизонтальной полосѣ, мы получимъ напряженія, обозначенныя на чертежѣ **367**. Представимъ себѣ теперь, что точки приложенія нагру-

Черт. 367.



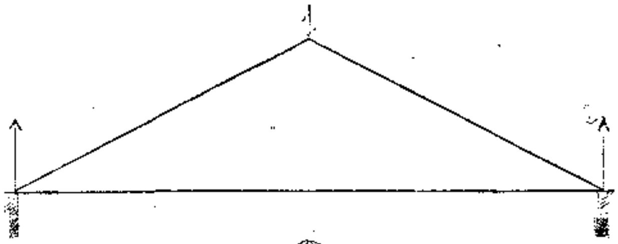
зокъ поднялись до высоты стропильныхъ ногъ *AC* и *BC*, тогда мы получимъ стропильную ферму, схема которой представлена на чертежѣ **368**.

Черт. 368.

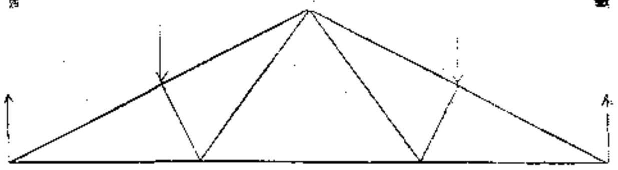


Въ обоихъ предъидущихъ примѣрахъ промежуточныя фермы были какъ по очертанію, такъ и по положенію подобны главной. Чертежи **369**, **370**, **371**, **372** представляютъ примѣръ такихъ стропилъ, въ которыхъ промежуточныя фермы хотя по очертанію и подобны главной фермѣ, но отличаются отъ нея своимъ положеніемъ въ томъ отношеніи, что здѣсь не бедра равнобедренныхъ треугольниковъ промежуточныхъ фермъ совпадаютъ съ стропильными ногами главной фермы, а основанія ихъ. За исключеніемъ разницы обусловленной этой перемѣной въ расположеніи, здѣсь расчетъ напряженій можетъ быть произведенъ совершенно такимъ же образомъ, какъ и въ предъидущемъ примѣрѣ.

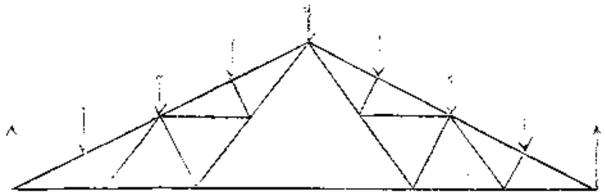
Черт. 369.



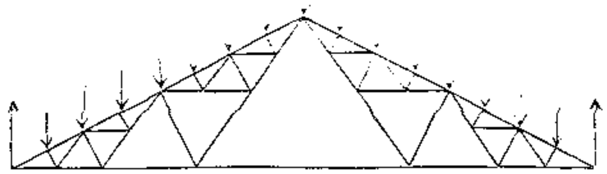
Черт. 370.



Черт. 371.



Черт. 372.



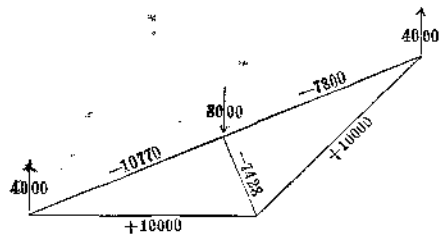
Такъ напр. данную въ § 4 стропильную ферму мы могли бы расчитать еще и слѣдующимъ образомъ: положимъ, какъ и тамъ, $2l=32$ метр. $f=6{,}4$ метр. полная нагрузка $2pl=32000$ кил., тогда, сохраняя обозначенія, относящіяся къ черт. **363**, мы получимъ по тѣмъ же уравненіямъ, что и тамъ, слѣдующія выраженія напряженій частей главной фермы (черт. **369**):

$$Z_0=\frac{pl^2}{2f}=\frac{1000\,.\,16^2}{2\,.\,6{,}4}=+20000 \text{ кил.}$$

$$X_0=-\frac{pl^2}{2f}\sqrt{1+\left(\frac{f}{l}\right)^2}=-20000\sqrt{1+\left(\frac{6{,}4}{16}\right)^2}=-21540 \text{ к.}$$

Теперь найдемъ по способу моментовъ напряженія, возбуждаемыя тремя внѣшними силами въ полосахъ промежуточной фермы (черт. **373**) перваго порядка и, раздѣливъ эти числа на 2, 4, 8 ..., найдемъ последовательно напряженія соотвѣтствующихъ полосъ промежуточныхъ фермъ втораго, третьяго и т. д. порядковъ. Если теперь ввести промежуточныя фермы въ главную и сложить

Черт. 373.



напряженія совмѣстившихся полосъ, то, смотря по тому, ограничимся ли мы промежуточными фермами втораго порядка или введемъ еще и промежуточныя фермы третьяго порядка, мы получимъ напряженія частей фермы, представленной на черт. **371** или на черт. **372**. Въ первомъ случаѣ для полосъ, исходящихъ отъ точекъ опоръ, мы получимъ (черт. **371**) слѣдующія численныя значенія напряженій:

$$20000 + 10000 + 5000 = + 35000 \text{ кил.}$$

$$-(21540 + 10770 + 5385) = - 37695 \text{ кил.}$$

во второмъ случаѣ (черт. **372**) для тѣхъ же полосъ получатся числа:

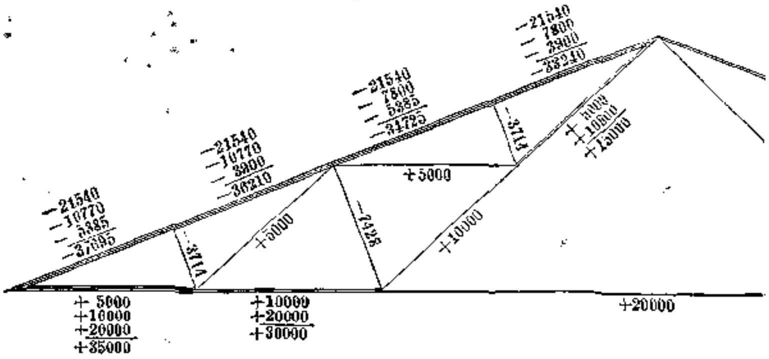
$$20000 + 10000 + 5000 + 2500 = + 37500 \text{ кил.}$$

$$-(21540 + 10770 + 5385 + 2692{,}5) = - 40387{,}5 \text{ кил.}$$

Итакъ, мы имѣемъ право предположить, что численныя значенія напряженій полосъ фермы, расчитанной въ § 4 (черт. **19**), составлены такъ, какъ показано на чертежѣ **374**.

Кромѣ симметрической формы равнобедреннаго треугольника, промежуточнымъ фермамъ можно давать еще видъ и несимметрическихъ фермъ; при этомъ поступаютъ слѣдующимъ образомъ: въ главную ферму вставляютъ данную промежуточную несимметрическую ферму, затѣмъ въ бо́льшую изъ панелей промежуточной фермы перваго порядка вставляютъ промежуточную ферму втораго порядка и т. д., пока вся главная ферма ни разобьется на равныя панели. Если представить себѣ, что помощью вертикальныхъ стоекъ полная нагрузка, поддерживаемая стропильной фермой, передается на нее отъ горизонтальнаго

Черт. 374.



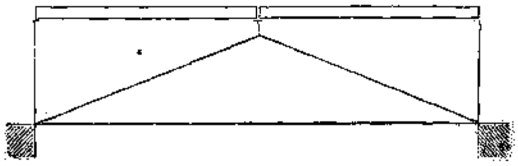
бруса, расположеннаго надъ фермой и перерѣзаннаго надъ каждой точкой приложенія нагрузокъ, то мы найдемъ, что въ каждую узловую точку передается половина суммы нагрузокъ, приходящихся на двѣ смежныя части горизонтальнаго бруса, а потому напряженія, возбуждаемыя нагрузкой въ полосахъ каждой промежуточной фермы, могутъ быть расчитаны такъ же, какъ и для черт. **373**.

Такимъ образомъ помощью переходныхъ формъ черт. **376** *и черт.* **377** *можно отъ основной формы черт.* **375** перейти къ окончательной (черт. **378**). Если снова предположить, какъ и въ предъидущихъ численныхъ примѣрахъ, $2l = 32$ метр., $f = 6{,}4$ метр., $2pl = 32000$ кил., то получимъ напряженія, показанныя на черт. **379**.

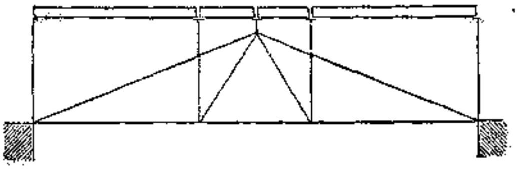
Точно такимъ же образомъ мы могли бы расчитать стропильную ферму, разсмотрѣнную въ § 3 и представленную на чертежѣ **14**. Изъ этого новаго расчета оказалось бы, что числа, данныя на черт. **14**, могутъ быть разсматриваемы какъ составленныя изъ напряженій промежуточныхъ фермъ (черт. **380**).

Во всѣхъ приведенныхъ случаяхъ мы видѣли, что, вводя въ главную ферму промежуточныя, мы тѣмъ самымъ увеличиваемъ поперечныя сѣченія частей фермы, такъ какъ напряженія совмѣщающихся частей **одного и того же характера**, поэтому же не представлялось надобности дѣлать различіе

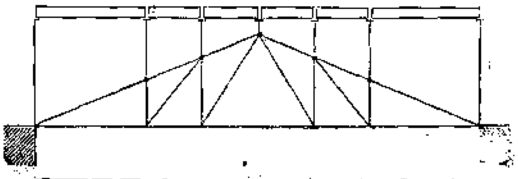
Черт. 375.



Черт. 376.



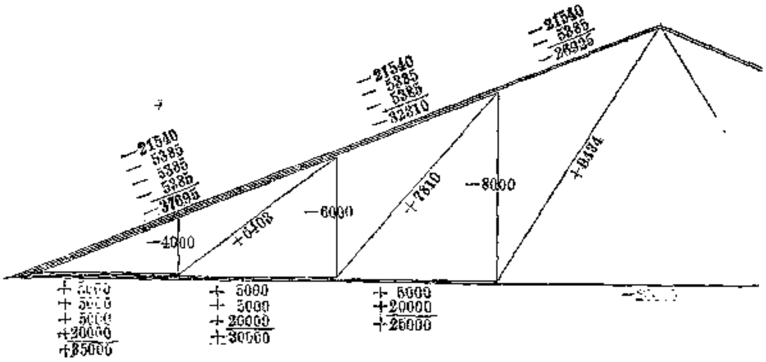
Черт. 377.



Черт. 378.

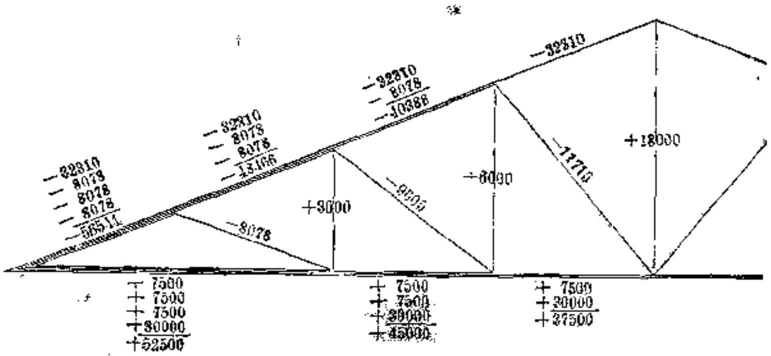
между постоянной и перемѣнной нагрузками. Гораздо выгоднѣе въ тѣхъ случаяхъ, когда это не противорѣчитъ назначенію

Черт. 379.



сооруженія располагать промежуточныя фермы такимъ образомъ, чтобы совмѣщающіяся полосы главной и промежуточныхъ фермъ испытывали противоположныя напряженія, такъ какъ въ этомъ случаѣ, при сліяніи совмѣстившихся частей, напряженія ихъ

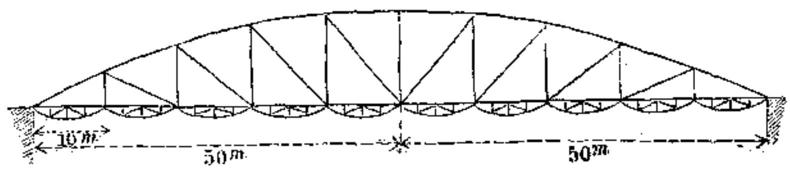
Черт. 380.



частью нейтрализуются, и при этомъ вполнѣ сберегается матеріалъ въ соотвѣтственныхъ частяхъ промежуточныхъ фермъ.

Такъ напр. въ трехпролетномъ балочномъ мостѣ, разсмотрѣнномъ въ десятой главѣ, промежуточнымъ фермамъ главныхъ параболическихъ покрытій отверстіемъ въ 100 м., расположенныхъ между быками, раціональнѣе всего дать видъ параболическихъ фермъ черт. 381, такъ какъ въ этомъ случаѣ совмѣ-

Черт. 381.



щается вытянутый поясъ главной фермы съ сжатымъ поясомъ промежуточной фермы. При полной нагрузкѣ напряженіе пояса главной фермы равно

$$H = \frac{(p+q)\,l^2}{2f} = \frac{(4+2)\,50^2}{2 \cdot 12{,}5} = +600 \text{ т.}$$

Промежуточныя фермы представляютъ собой меньшіе мосты отверстіемъ въ 10 метровъ, поддерживающіе, кромѣ полной временной нагрузки, приблизительно, половину постоянной. Если предположить, что эти мостики имѣютъ видъ параболическихъ фермъ и что въ нихъ отношеніе

$$\frac{\text{высоты}}{\text{къ пролету}} = \frac{1}{2\lambda} = \frac{1}{5},$$

то напряженіе въ ихъ горизонтальномъ поясѣ выразится формулой

$$\mathfrak{H} = -\frac{\left(\frac{p}{2}+q\right)\lambda^2}{2f} = -\frac{(2+2)\,5^2}{2\,.\,2} = -25 \text{ т.}$$

Итакъ, послѣ слiянія главной фермы съ промежуточной въ горизонтальномъ поясѣ вмѣсто прежняго напряженія 600 проявится напряженіе

$$H + \mathfrak{H} = 600 - 25 = 575 \text{ тоннъ.}$$

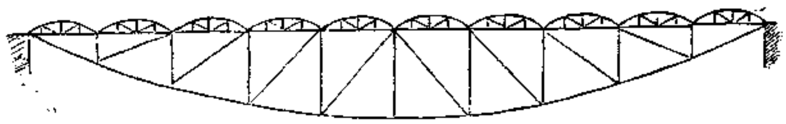
Хотя обстоятельство это и не можетъ послужить поводомъ къ тому, чтобы уменьшить поперечное сѣченіе горизонтальнаго пояса главной фермы, такъ какъ этотъ (самый благопріятный) случай совпаденія наибольшаго сжатія и наибольшаго вытягиванія не представится въ той же степени, если одна какая-либо промежуточная ферма не будетъ нагружена, тѣмъ не менѣе количество матеріала, потребное на горизонтальную балку промежуточной фермы можетъ быть вполнѣ сбережено. Съ другой стороны дуга промежуточной фермы требуетъ только немногимъ больше матеріала, чѣмъ горизонтальная ея балка, поэтому количество затрачиваемаго въ этомъ случаѣ въ промежуточныхъ фермахъ матеріала находится въ такомъ же отношеніи къ количеству матеріала, затрачиваемаго на все сооруженіе, въ какомъ горизонтальное напряженіе промежуточной фермы находится къ удвоенному напряженію нижняго пояса главной фермы, а именно:

$$\frac{25}{2\,.\,600} = \frac{1}{48}.$$

Если параболическая ферма имѣетъ обратное положеніе, то для достиженія тѣхъ же преимуществъ слѣдуетъ опрокинуть и промежуточныя фермы и дать всему сооруженію видъ, показанный на черт. 382.

Едва-ли необходимо обратить вниманіе читателя на то, что параболическая система промежуточной фермы была здѣсь вы-

Черт. 382.



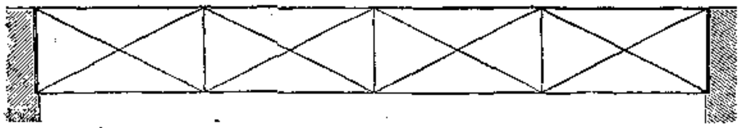
брана только въ видѣ примѣра, что, кромѣ ея, къ промежуточнымъ фермамъ можетъ быть приложена фахверковая система съ параллельными поясами или, наконецъ, балочная, если промежутки между полосами фахверковой фермы будутъ слишкомъ малы и придется заполнить ихъ лишнимъ матеріаломъ. Въ послѣднемъ случаѣ промежуточныя фермы принимаютъ видъ укрѣпляющихъ реберъ, предохраняющихъ горизонтальныя балки мостоваго полотна отъ прогиба. Относительно выгоднѣйшаго расположенія этихъ реберъ полезно всегда имѣть въ виду слѣдующее правило: при ѣздѣ по верху укрѣпляющія ребра слѣдуетъ располагать, повозможности, надъ балками полотна, а при ѣздѣ по низу — подъ ними.

Въ фахверковыхъ фермахъ съ скрещивающимися діагоналями первый рядъ промежуточныхъ точекъ приложенія нагрузокъ можно было бы получить, воспользовавшись пересѣченіями раскосовъ; для этого закрѣпляютъ въ нихъ стойки, которыя передаютъ на главную ферму нагрузки, лежащія на верхнихъ концахъ ихъ. (Если мостовое полотно расположено внизу, то слѣдуетъ всей конструкціи дать обратное положеніе).

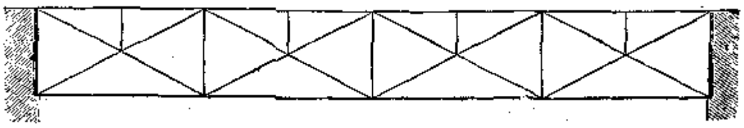
Вставляя затѣмъ рядъ треугольныхъ промежуточныхъ фермъ, можно еще разъ удвоить или утроить число промежуточныхъ точекъ приложенія нагрузокъ; и если бы оказалась надобность еще больше увеличить это число, то можно было бы повторить то же дѣйствіе произвольное число разъ—словомъ, поступать совершенно такимъ же образомъ, какъ было показано въ предъидущихъ примѣрахъ треугольныхъ стропильныхъ фермъ. Такимъ образомъ помощью переходной формы (черт. 384) можно отъ основной формы черт. **383** перейти къ формамъ мостовыхъ фермъ (черт. **385** и **386**).

Расчетъ переходныхъ формъ можно произвести непосредственно по способу моментовъ (черт. **384**), принимая при опре-

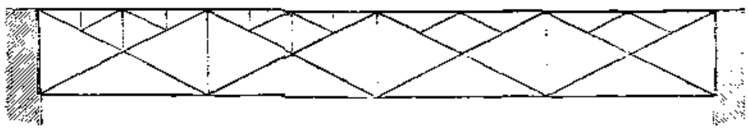
Черт. 383.



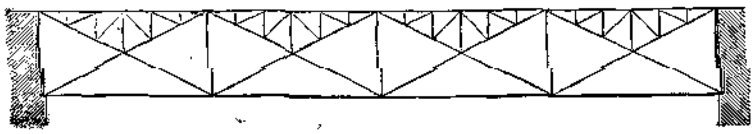
Черт. 384.



Черт. 385.



Черт. 386.



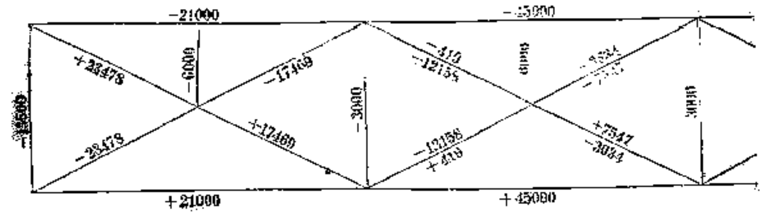
дѣленіи напряженій въ горизонтальныхъ полосахъ за центры вращеній точки пересѣченій діагоналей; при опредѣленіи же напряженій въ діагоналяхъ слѣдуетъ принять въ соображеніе, **что вертикальное усиліе, проявляющееся въ данномъ вертикальномъ сѣченіи, равно удвоенной вертикальной составляющей напряженія каждой изъ діагоналей.**

Расчитывая ферму (черт. **385**), слѣдуетъ обратить вниманіе на то, что въ силу предположенія, которое мы сдѣлали или, вѣрнѣе, защищали въ концѣ § 12, не все равно разсматривать ли это сооруженіе какъ ферму, имѣющую 17 точекъ приложенія дѣйствій нагрузокъ (что вполнѣ согласно съ дѣйствительностью) или какъ ферму, имѣющую только 9 такихъ точекъ, прибавляя при этомъ къ нагрузкѣ главной фермы нагрузку отъ промежуточныхъ фермъ.

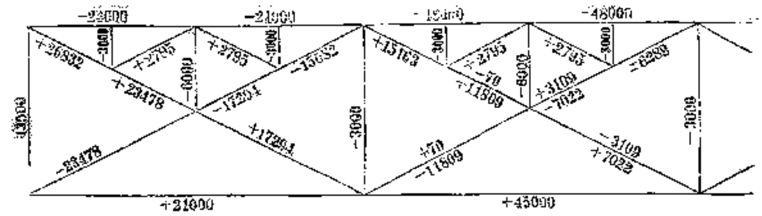
Дѣло въ томъ, что предположеніе, положенное въ основу всѣхъ предъидущихъ вычисленій (что узелъ фермы, находящійся въ вершинѣ поѣзда, испытываетъ полную нагрузку въ то время, какъ непосредственно слѣдующій за нимъ вовсе ненагруженъ), не можетъ быть никогда выполнено; поэтому если, несмотря на это, допустить такую неточность предположенія, то происходящая отсюда невѣрность результатовъ должна оказаться тѣмъ значительнѣе, чѣмъ меньше число узловыхъ точекъ.

Итакъ, смотря по тому, предположимъ ли мы, что ферма (черт. 385) имѣетъ 17 или 9 точекъ приложенія нагрузокъ, мы получимъ различныя численныя значенія напряженій, причемъ болѣе точныя числа будутъ соотвѣтствовать первому предположенію. Въ послѣднемъ случаѣ слѣдуетъ принять во вниманіе, что если вершина поѣзда совмѣстилась съ срединой данной промежуточной фермы, то передній узелъ главной фермы

Черт. 387.



Черт. 388.



уже испытываетъ часть приходящагося на него давленія, такъ какъ точка эта служитъ опорой для промежуточной фермы; напротивъ, если вершина поѣзда совпадаетъ съ концомъ промежуточной фермы, то точка эта не испытываетъ, въ качествѣ узла главной фермы, своей полной нагрузки, такъ какъ она вмѣстѣ съ тѣмъ есть опора слѣдующей ненагруженной еще промежуточной фермы. Если для сравненія съ фахверковой фермой, расчитанной въ § 10, дать фермамъ черт. **384** и черт. **385** тѣ же размѣры и допустить ту же нагрузку, что и тамъ, а именно: высота=2 метр., длина=16 метр., полная нагрузка всей фермы=48000 кил., постоянная нагрузка=8000 кил., а временная=40000 кил., то получимъ числа, выставленныя на чертежахъ **387** и **388**.

Сравнивая послѣдніе чертежи съ чертежами § 14, мы увидимъ, что въ фахверковой фермѣ простой системы, какъ напр. черт. **383**, число точекъ приложенія нагрузокъ можетъ быть увеличено двоякимъ образомъ: во-первыхъ, можно, какъ было объяснено въ § 14, вмѣсто **одной** системы раскосовъ, состоящей изъ вертикалей и діагоналей, сдѣлать **нѣсколько** системъ скрещивающихся стоекъ и раскосовъ, образующихъ рѣшетку, и во-вторыхъ, можно, какъ мы только-что изложили, ввести въ главную ферму систему промежуточныхъ.

Очевидно, что если бы одинаковыя сжимающія и вытягивающія усилія обусловливали одинаковыя поперечныя сѣченія, то первый изъ этихъ методовъ былъ бы болѣе выгоденъ, потому что въ этомъ случаѣ, не затрачивая лишняго матеріала, можно было бы при помощи начала многораскосной системы увеличить число точекъ приложенія нагрузокъ до произвольнаго предѣла, тогда какъ второй способъ обусловливаетъ, при введеніи каждой промежуточной фермы высшаго порядка, новую затрату матеріала.

Преимущество это ослабляется, однако, тѣмъ неудобствомъ рѣшетчатыхъ фермъ, что въ нихъ сжатые раскосы при, относительно, значительной длинѣ и многократномъ расчлененіи, находятся въ гораздо менѣе выгодныхъ условіяхъ, относительно сопротивленія продольному изгибу, чѣмъ сжатые раскосы въ простой фахверковой системѣ и поэтому на нихъ идетъ гораздо больше матеріала. Подробнѣе мы поговоримъ объ этомъ въ статьѣ подъ заглавіемъ: „Теорія сопротивленія продольному изгибу".

Въ каждомъ частномъ случаѣ необходимо взвѣсить всѣ преимущества и недостатки каждой изъ этихъ системъ, общаго же правила относительно этого дать нельзя.

Глава тринадцатая.

§ 44.

Прогибъ нагруженныхъ фермъ.

Измѣненіе длины данной полосы пропорціонально ея напряженію.

Обозначая чрезъ $\frac{1}{E}$ отношеніе удлинненія къ первоначальной длинѣ въ данной полосѣ, съ поперечнымъ сѣченіемъ 1 кв. мм. и подверженной вытягивающему дѣйствію 1 кил., найдемъ, что при дѣйствіи S кил. на ту же полосу отношеніе это равно

$$\text{I.} \quad \delta = \frac{S}{E}.$$

Число E называется модулемъ (коефиціентомъ) упругости и равно для кованаго желѣза 20000. Итакъ, если на квадратный миллиметръ поперечнаго сѣченія полосы произвольной длины и произвольнаго поперечнаго сѣченія дѣйствуетъ вытягивающее усиліе, равное 1 килогр., то полоса эта удлиннится на $\frac{1}{20000}$ первоначальной своей длины. Если на каждый квадратный миллиметръ той же полосы дѣйствуетъ вытягивающее усиліе въ 6 кил., то относительное удлинненіе ея будетъ равно

$$\delta = \frac{6}{20000},$$

т. е. полоса удлиннится, приблизительно, на $\frac{1}{3333}$ первоначальной длины.

Для полученія абсолютнаго удлинненія слѣдуетъ эту дробь умножить на первоначальную длину полосы, другими словами, удлинненіе это получится изъ уравненія

$$\text{II.} \quad \lambda = l \,.\, \delta.$$

Итакъ, полоса изъ кованаго желѣза, длиной въ 10 метровъ, при дѣйствіи нагрузки въ 6 кил. на квадратный миллим. ея поперечнаго сѣченія, удлиннится на

$$\lambda = 10000 \,.\, \tfrac{6}{20000} = 3 \text{ миллим.}$$

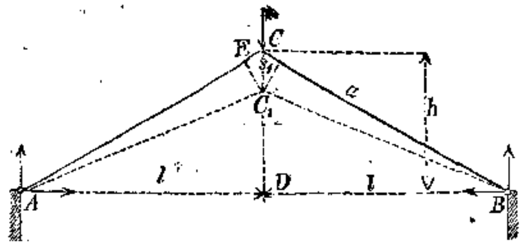
Отрицательныя напряженія производятъ отрицательныя удлинненія, т. е. укороченія того же отношенія; итакъ, вышеприведенныя уравненія I и II остаются въ полной силѣ какъ при положительныхъ, такъ и при отрицательныхъ напряженіяхъ.

Зная напряженія частей нагруженной фермы, можно при помощи простого построенія рѣшить задачу относительно измѣненія ея формы (ея прогиба), для этого слѣдуетъ представить себѣ, что система полосъ разобрана и затѣмъ вычертить ее снова, предполагая, что полосы приняли измѣненную длину.

Въ нѣкоторыхъ случаяхъ, а именно, въ сооруженіяхъ, представляющихъ комбинацію нѣсколькихъ системъ, интересно бываетъ изслѣдовать прогибъ фермы при данной нагрузкѣ, такъ какъ въ этомъ случаѣ представляется возможность изучить распредѣленіе нагрузокъ и напряженій на отдѣльныя системы. Покажемъ на нѣсколькихъ простыхъ примѣрахъ какимъ образомъ рѣшается задача эта, которая въ силу предъидущихъ теоремъ приняла чисто-геометрическій характеръ. Во всѣхъ послѣдующихъ примѣрахъ предполагается, что поперечное сѣченіе каждой части сооруженія пропорціонально проявляющемуся въ ней напряженію, такъ что относительное удлинненіе и укороченіе каждой полосы одно. и то же и равно δ.

Если дѣйствіемъ нагрузки на точку C фермы (черт. **389**) каждая изъ полосъ укоротится на $a\delta$, то точка C приметъ новое положеніе C_1, находящееся въ пересѣченіи двухъ круговъ, описанныхъ изъ точекъ A и B радiусами $a - a\delta$. Вслѣдствiе малости этихъ дугъ ихъ можно принять за прямыя перпендикулярныя къ прямымъ $\overline{AC}$ и $\overline{BC}$.

Черт. 389.

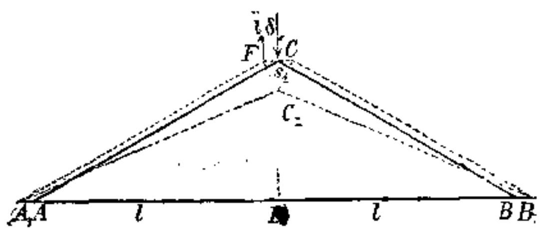


Изъ подобiя треугольниковъ CEC_1 и CDA слѣдуетъ, что $\frac{\overline{CC_1}}{\overline{CE}} = \frac{s_1}{a\delta} = \frac{a}{h}$ или

$$1)\quad s_1 = \delta\frac{a^2}{h}.$$

Если уничтожить горизонтальный распоръ, дѣйствующiй на опоры A и B помощью горизонтальной затяжки, то затяжка эта удлиннится на $l\delta$ и точка C опустится еще ниже, на s_2; для опредѣленiя этого новаго пониженiя слѣдуетъ предположить, что стороны AC и BC сохранили свою первоначальную длину a, затяжка удлиннилась на $2l\delta$ и изъ точекъ A_1 и B_1 описать радiусами a дуги круговъ, въ пересѣченiи которыхъ получится точка C_2.

Черт. 390.



Изъ подобiя треугольниковъ CFC_2 и CDA получится пропорцiя

$$\frac{\overline{CC_2}}{\overline{CF}} = \frac{s_2}{l\delta} = \frac{l}{h},$$

изъ которой опредѣлится и самое пониженiе

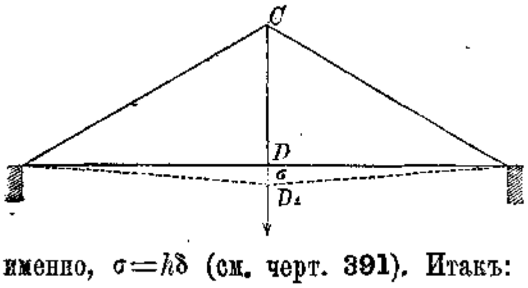
$$2)\quad s_2 = \delta\frac{l^2}{h}.$$

Полное пониженiе s вершины C фермы будетъ равно суммѣ $s_1 + s_2$, т. е.

$$3)\quad s = s_1 + s_2 = \delta\left(\frac{a^2 + l^2}{h}\right).$$

Если нагрузка дѣйствуетъ на точку C не непосредственно, а помощью подвѣсной струны, будучи приложена въ точкѣ D,

Черт. 391.

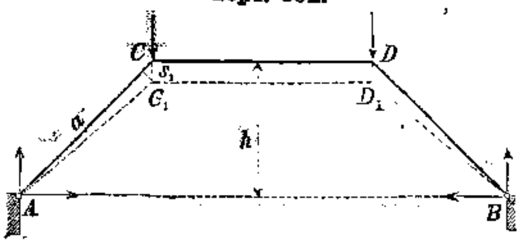


то для полученія полнаго пониженія этой точки слѣдуетъ къ найденному выше пониженію s точки C прибавить удлинненіе σ струны CD, а именно, $\sigma = h\delta$ (см. черт. 391). Итакъ:

$$4)\quad s' = s_1 + s_2 + \sigma = \delta\left(\frac{a^2+l^2}{h} + h\right) = 2\delta\,\frac{a^2}{h}.$$

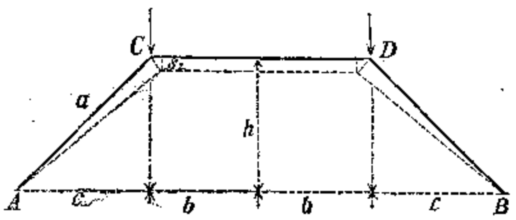
Тѣ же уравненія имѣютъ мѣсто въ случаѣ опрокинутаго положенія фермы.

Черт. 392.



Подобнымъ же образомъ можно опредѣлить пониженія точекъ C и D фермы, представленной на черт. 392. Для этого слѣдуетъ опредѣлить пониженіе s_1 точекъ C и D, зависящее отъ измѣненій длинъ сторонъ AC и BD, изъ уравненія

Черт. 393.



$$s_1 = \delta\,\frac{a^2}{h},$$

затѣмъ изъ уравненія

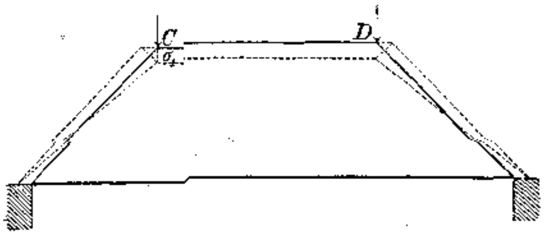
$$s_2 = \delta\,.\,\frac{bc}{h}$$

опредѣлить пониженія s_2 тѣхъ же точекъ отъ укороченія $2\delta b$ распорки CD (черт. 393) и, наконецъ, сложить эти два пониженія.

$$5)\quad s = s_1 + s_2 = \delta\left(\frac{a^2+bc}{h}\right).$$

Если точки A и B соединены затяжной (черт. 394), то къ найденному выше пониженію слѣдуетъ прибавить пониженіе σ_1, зави-

Черт. 394.



сящее отъ удлиненія $2(b+c)\delta$ затяжки:

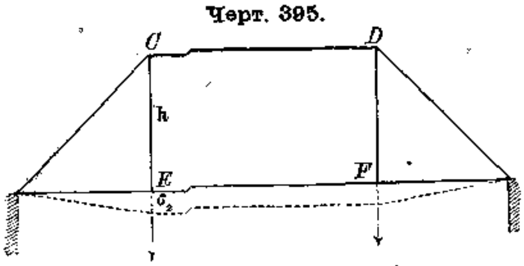
$$\sigma_1 = \delta \frac{(b+c)c}{h}.$$

Полное пониженіе s точекъ C и D равно суммѣ $s_1+s_2+\sigma_1$, т. е.

$$6) \quad s = s_1 + s_2 + \sigma_1 = \delta\left(\frac{a^2+bc+(b+c)c}{h}\right).$$

Если, наконецъ, нагрузки подвѣшены снизу и дѣйствіе ихъ передается въ точки C и D струнами CE и CF (черт. **395**), то для полученія окончательныхъ пониженій точекъ E и F слѣдуетъ къ найденному выше выраженію прибавить еще пониженіе σ_2 этихъ точекъ, зависящее отъ удлиненія полосъ CE и DF, а именно:

Черт. 395.



$$\sigma_2 = h\delta.$$

Окончательное пониженіе точекъ E и F выразится такъ:

$$7) \quad s = s_1 + s_2 + \sigma_1 + \sigma_2 = \frac{\delta}{h}\left[a^2 + bc + (b+c)c + h^2\right]$$

$$= 2\frac{\delta}{h}(a^2 + bc).$$

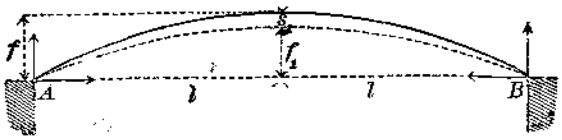
§ 45.

Пониженіе вершины въ параболическихъ фермахъ.

Въ предъидущемъ параграфѣ было показано какимъ образомъ понижаются точки приложенія нагрузокъ въ цѣпи, состоящей изъ двухъ или изъ трехъ звеньевъ; тотъ же методъ можетъ быть приложенъ къ опредѣленію пониженія точекъ приложенія нагрузокъ въ многоколѣнчатой цѣпи.

Если съ возрастаніемъ числа звеньевъ ломанный многоугольникъ обратится въ непрерывную кривую параболической цѣпи, то при укороченіи ея вслѣдствіе сжатія, стрѣла f этой параболы укоротится, сдѣлается равной f_1 и пониженіе вершины параболы выразится разностью $f-f_1$ (черт. 396).

Черт. 396.



$$8)\quad s_1 = f - f_1.$$

Если отношеніе стрѣлы къ пролету $\frac{f}{2l}$ мало, то длина неукороченной параболы получится изъ уравненія

$$B = 2l\left(1 + \tfrac{2}{3}\frac{f^2}{l^2}\right) \text{ *)},$$

поэтому длина дуги параболы, уменьшенной въ δ разъ, будетъ

$$B(1-\delta) = 2l\left(1 + \tfrac{2}{3}\frac{f_1^2}{l^2}\right)$$

или, подставляя сюда вмѣсто B его величину,

$$2l\left(1 + \tfrac{2}{3}\frac{f^2}{l^2}\right)(1-\delta) = 2l\left(1 + \tfrac{2}{3}\frac{f_1^2}{l^2}\right),$$

---

*) Продифференцировавъ уравненіе параболы $\frac{y}{f} = \frac{x^2}{l^2}$ по x, получимъ

$$\frac{dy}{dx} = 2f\,\frac{x}{l^2}.$$

Дифференціалъ дуги выражается такъ:

$$dB = dx\sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2} = dx\sqrt{1 + \frac{4f^2x^2}{l^4}}$$
$$= dx\left(1 + \frac{2f^2x^2}{l^4} - \frac{2f^4x^4}{l^8}\ldots\right)$$

или, приблизительно, отбрасывая всѣ члены, кромѣ первыхъ двухъ,

$$dB = dx\left(1 + \frac{2f^2}{l^4}x^2\right).$$

Проинтегрировавъ это выраженіе, получимъ

$$B = \int_{-l}^{+l} dx\left(1 + \frac{2f^2}{l^4}x^2\right) = 2l\left(1 + \frac{2}{3}\frac{f^2}{l^2}\right).$$

получимъ

$$f_1=f\sqrt{1-\delta\left(1+\frac{3}{2}\frac{l^2}{f^2}\right)}.$$

δ весьма малая величина, и хотя, по предположенію, $\frac{l}{f}$ величина большая, членъ въ скобкахъ, подъ знакомъ корня останется все-таки весьма малымъ, а потому, развертывая выраженіе для f_1 по биному Ньютона, можно ограничиться первыми двумя членами. Итакъ,

$$f_1=f\left[1-\frac{\delta}{2}\left(1+\frac{3}{2}\frac{l^2}{f^2}\right)\right].$$

Подставляя это значеніе f_1 въ уравненіе 8), мы получимъ слѣдующее выраженіе для s_1:

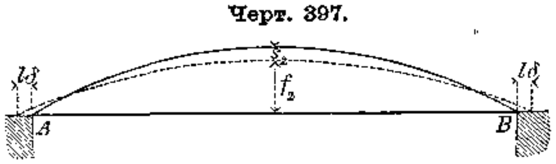
$$9)\quad s_1=\frac{f\delta}{2}\left(1+\frac{3}{2}\frac{l^2}{f^2}\right)=\frac{3}{4}\frac{\delta l^2}{f}\left(1+\frac{2}{3}\frac{f^2}{l^2}\right).$$

Положимъ, что l=20000 миллиметрамъ, f=5000 миллиметрамъ, $\delta=\frac{6}{20000}$, тогда $s_1=18\ (1+\frac{1}{24})=18{,}75$ миллим. будетъ величиной осадки замка́ арочнаго моста, расчитаннаго въ § 22, причемъ предполагается, что нагрузка возбуждаетъ въ дугѣ (изъ кованаго желѣза) напряженіе въ 6 кил. на 1 квадр. миллим. поперечнаго сѣченія.

(То же самое уравненіе въ предположеніи, что δ есть коэфиціентъ удлинненія, даетъ величину осадки вершины висячей параболической цѣпи).

Если точки A и B соединены затяжкой, т. е., если опорныя точки A и B производятъ на ферму только вертикальныя давленія, то, вслѣдствіе удлинненія затяжки, вершина параболы осядетъ еще ниже — на величину s_2. Чтобы найти эту осадку слѣдуетъ, какъ и въ предъидущихъ примѣрахъ, предположить, что длина дуги параболы не измѣнилась и опредѣлить уменьшеніе стрѣлы ея вслѣдствіе того, что пролетъ увеличился на $2l\delta$ (черт. 397).

Черт. 397.



Для опредѣленія новой стрѣлы f_2 слѣдуетъ первоначальную длину дуги параболы, соотвѣтствующую стрѣлѣ f, приравнять длинѣ дуги параболы, стрѣла которой равна f_2, а хорда $2l\,(1+\delta)$, т. е. составить уравненіе

$$2l\left(1+\frac{2}{3}\frac{f^2}{l^2}\right)=2l\,(1+\delta)\left(1+\frac{2}{3}\frac{f_2^2}{l^2(1+\delta)^2}\right).$$

и рѣшить его относительно f_2:

$$f_2=f\left[1+\frac{\delta}{2}\left(1-\frac{3}{2}\frac{l^2}{f^2}\right)\right].$$

откуда укороченіе стрѣлы или осадка вершины будетъ:

$$10)\quad s_2=f-f_2=\frac{f\delta}{2}\left(\frac{3}{2}\frac{l^2}{f^2}-1\right)=\frac{3}{4}\frac{\delta l^2}{f}\left(1-\frac{2}{3}\frac{f^2}{l^2}\right).$$

Окончательная осадка будетъ равна суммѣ частныхъ осадокъ, а именно:

$$11)\quad s=s_1+s_2=\frac{3}{2}\delta\frac{l^2}{f}.$$

Если мостовое полотно подвѣшено къ цѣпи помощью струнъ, то, вслѣдствіе удлинненія ихъ, произойдетъ новая осадка точекъ приложенія нагрузокъ, которая для средины фермы будетъ равна δf.

Такъ какъ вышеприведенное вычисленіе сдѣлано въ предположеніи незначительной длины стрѣлы, то поправка эта окажется незначительной и ее можно отбросить, тѣмъ болѣе, что наибольшее напряженіе въ вертикаляхъ существующихъ мостовъ проявляется не при полной, а при односторонней нагрузкѣ.

Уравненіе 11) остается вѣрнымъ и въ томъ случаѣ, если ферма будетъ опрокинута низомъ вверхъ.

Такъ, напримѣръ, предполагая $\delta=\frac{6}{20000}$, мы получимъ слѣдующую осадку для параболической фермы отверстіемъ 16 метровъ при высотѣ въ 2 метра (расчитанной во второй главѣ),

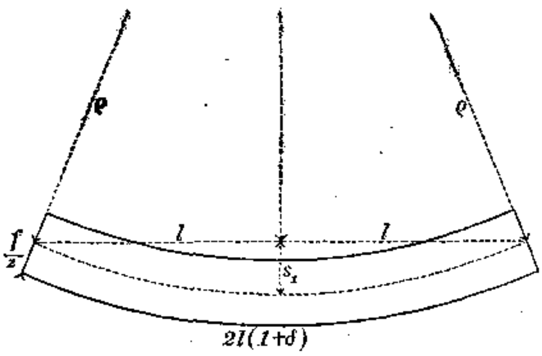
$$s=\frac{3}{2}\cdot\frac{6}{20000}\cdot\frac{8000^2}{2000}=14{,}4 \text{ мм.}$$

§ 46.

Прогибъ фахверковыхъ и рѣшетчатыхъ фермъ.

Въ фахверковыхъ фермахъ съ параллельными поясами полная осадка средины фермы s тоже равна суммѣ двухъ осадокъ. Одна изъ этихъ составляющихъ осадокъ (s_1) есть результатъ измѣненія длины поясовъ, а другая (s_2) результатъ измѣненія длины вертикалей и діагоналей.

Черт. 398.



Для опредѣленія s_1 слѣдуетъ предположить, что послѣ прогиба ось фермы приняла видъ дуги круга, описаннаго радіусомъ ρ, и пренебрегая разностью между хордой и дугой, составить по черт. 398 уравненіе

$$l^2 = 2\rho s_1 - s_1^2.$$

Такъ какъ здѣсь s_1^2, сравнительно съ членомъ $2\rho s_1$, величина весьма малая, то ею можно пренебречь, а тогда

$$12) \quad s_1 = \frac{l^2}{2\rho}.$$

Далѣе, принимая во вниманіе, что дуги нижняго пояса и оси фермы относятся какъ соотвѣтственные радіусы, получимъ слѣдующую зависимость:

$$\frac{\rho + \frac{f}{2}}{\rho} = \frac{2l(1+\delta)}{2l}$$

откуда:

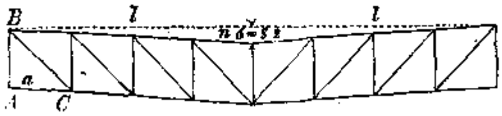
$$13) \quad \rho = \frac{f}{2\delta},$$

подставляя въ уравненіе 12) это значеніе ρ, получимъ

$$14) \quad s_1 = \frac{l^2\delta}{f}.$$

Для опредѣленія второй осадки (s_2) слѣдуетъ разсмотрѣть какъ измѣнится форма прямоугольнаго треугольника, составленнаго изъ діагонали, изъ вертикали и изъ горизонтали; если первая удлиннится, вторая укоротится, а третья останется безъ измѣненія (черт. 399). Для части ABC напр. это измѣненіе вида будетъ состоять въ томъ, что точка C опустится на длину σ, состоящую изъ двухъ слѣдующихъ частей: первая, ε, есть слѣдствіе удлинненія діагонали на $c\delta$ и можетъ быть опредѣлена изъ пропорціи (черт. 400)

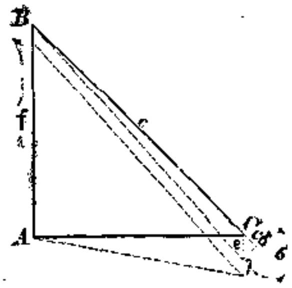
Черт. 399.



$$\frac{\varepsilon}{c\,.\,\delta}=\frac{c}{f};$$

вторая (λ) есть слѣдствіе укороченія вертикали на $f.\delta$ и равна ему. Складывая эти два укороченія, получимъ слѣдующее выраженіе для σ:

Черт. 400.



$$\sigma=\varepsilon+\lambda=\delta f\left(\frac{c^2}{f^2}+1\right)$$

или, такъ какъ $c^2=f^2+a^2$,

$$\sigma=\delta.a.\frac{f}{a}\left(\frac{a^2}{f^2}+2\right).$$

Если между опорой и срединой фермы находится n панелей, то осадка s_2 будетъ въ n разъ больше σ, итакъ,

$$s_2=n.\sigma=na.\delta.\frac{f}{a}\left(\frac{a^2}{f^2}+2\right)$$

но $na=l$, поэтому

$$15)\quad s_2=l\delta.\frac{f}{a}\left(\frac{a^2}{f^2}+2\right),$$

Для полученія полной осадки слѣдуетъ сложить уравненія 14) и 15), поэтому

$$16)\quad s=l\delta\left[\frac{l}{f}+\frac{f}{a}\left(\frac{a^2}{f^2}+2\right)\right].$$

Если панели квадратны, то $\frac{f}{a}=1$ и

$$s=l\delta\left(\frac{l}{f}+3\right).$$

Если, кромѣ того, половина числа панелей равна 4 или $\frac{l}{f}=4$, то

$$s=7\,l\delta.$$

Полагая, что для всѣхъ частей $\delta=\frac{6}{20000}$, мы найдемъ такимъ образомъ, что ферма отверстіемъ въ 16 метровъ (расчитанная въ третьей главѣ) дастъ осадку

$$s=7.8000.\frac{6}{20000}=16{,}8 \text{ миллим.}$$

Если предположить, что діагонали и вертикали весьма толсты, такъ что измѣненія ихъ длинъ, сравнительно съ измѣненіями длинъ поясовъ, незначительны, то осадкой s_2 можно пренебречь и, принимая, что кривая изгиба есть дуга круга, опредѣлить s по чертежу **398** изъ уравненія 12) (такъ какъ прогибъ фермы весьма малъ, то безъ значительной погрѣшности можно допустить, что эта дуга круга совпадаетъ съ дугой параболы). Обстоятельство, о которомъ мы сейчасъ упомянули, оправдывается до нѣкоторой степени въ балочныхъ мостахъ, гдѣ промежутки между раскосами заполнены лишнимъ матеріаломъ, поэтому въ такихъ мостахъ осадка опредѣлится съ достаточной точностью изъ уравненія 14).

Если въ это уравненіе подставить δ, соотвѣтствующее предѣлу упругости (уравненіе I), то оно выразитъ вмѣстѣ съ тѣмъ законъ изгибаемости сплошныхъ фермъ постоянной высоты и симметричнаго поперечнаго сѣченія; дѣйствительно, осадка средины фермы достигаетъ maximum'а тогда, когда искривленіе фермы достигнетъ во всѣхъ ея частяхъ maximum'а, т. е., когда искривленіе приметъ видъ дуги круга; и въ самомъ дѣлѣ, когда изгибающія усилія вызываютъ во всѣхъ поперечныхъ сѣченіяхъ балки одинаковыя наибольшія напряженія на единицу площади, то кривая изгиба дѣлается дугой круга.

Глава четырнадцатая.

§ 47.

Теорія сочетаній различныхъ системъ.

Найденныя въ предъидущей главѣ уравненія могутъ послужить для рѣшенія слѣдующихъ двухъ задачъ: 1) какимъ образомъ слѣдуетъ сочетать двѣ различныя системы въ одну, чтобы онѣ дѣйствовали согласно, и 2) какъ въ подобной фермѣ распредѣляются нагрузки на каждую изъ простыхъ составляющихъ системъ.

Если общія узловыя точки двухъ простыхъ системъ, составляющихъ сооруженіе, вслѣдствіе увеличенія нагрузки осядутъ, то одновременно съ этимъ постепенно увеличится напряженіе частей каждой простой системы и возрастетъ измѣненіе длинъ этихъ частей; если въ то же время напряженія частей одной системы достигнутъ предѣла упругости, то мгновенно прекратится дѣйствіе всего сооруженія, хотя бы во второй системѣ напряженіе еще далеко не достигло предѣла упругости. Итакъ, не уменьшая сопротивленія фермы, можно сдѣлать эту вторую систему изъ болѣе слабаго и менѣе упругаго матеріала, достигающаго предѣла упругости при болѣе слабыхъ напряженіяхъ, или же, еще лучше, можно было бы вовсе сократить лишній матеріалъ, заключающійся во второй системѣ, и распредѣлить полученное сбереженіе болѣе цѣлесообразно такимъ образомъ, чтобы обѣ системы достигали предѣла упругости одновременно. Весь сбереженный при этомъ матеріалъ былъ въ первомъ случаѣ лишней, даже вредной нагрузкой на все сооруженіе.

Итакъ, при проектированіи фермы составной системы всегда слѣдуетъ придерживаться правила, **чтобы всѣ простыя составляющія системы давали одинъ и тотъ же прогибъ.**

Кромѣ того, будетъ ли выполнено вышеприведенное условіе или нѣтъ, во всякомъ случаѣ, при помощи метода, изложеннаго въ предъидущей главѣ, можно будетъ опредѣлить какимъ образомъ распредѣляется нагрузка всего сооруженія на каждую изъ составляющихъ системъ въ отдѣльности. Для рѣшенія этой задачи слѣдуетъ приравнять осадки узловыхъ точекъ одной системы осадкамъ узловыхъ точекъ другой; такимъ образомъ мы получимъ одно уравненіе для отношенія измѣненій длинъ $\frac{\delta_1}{\delta_2}$ въ обѣихъ системахъ, откуда уже легко будетъ опредѣлить отношеніе $\frac{Q_1}{Q_2}$ соотвѣтствующихъ нагрузокъ.

Изъ предъидущихъ изслѣдованій видно, что осадка данной узловой точки опредѣляется слѣдующимъ общимъ уравненіемъ:

$$s = A\delta,$$

гдѣ A выражаетъ постоянный коефиціентъ, зависящій отъ конструкціи и размѣровъ фермы и который для частныхъ случаевъ, разобранныхъ въ предъидущей главѣ, можетъ быть опредѣленъ изъ уравненій 1) ... 16).

Итакъ, изъ уравненія осадокъ

$$A_1\delta_1 = A_2\delta_2$$

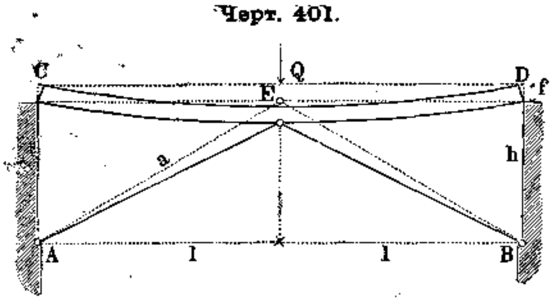
мы получимъ уравненіе

$$\text{III.} \quad \frac{\delta_1}{\delta_2} = \frac{A_2}{A_1}.$$

Если теперь помощью метода моментовъ, изложеннаго въ первой части этого сочиненія, опредѣлить какія нагрузки способны вызвать въ частяхъ фермы такія напряженія, чтобы они произвели въ одной системѣ удлинненія δ_1, а въ другой — δ_2, то, разсматривая полную нагрузку какъ величину данную, можно будетъ вычислить распредѣленіе ея на каждую изъ системъ.

Если, напр. соединить двѣ простыя системы одну вида черт. **389**, а другую вида **398** въ одну ферму смѣшанной системы (черт. **401**), то, приравнивая коефиціенты A_1 и A_2 (см. уравненія 1) и 12)), получимъ слѣдующее уравненіе, выражающее согласное дѣйствіе обѣихъ системъ:

Черт. 401.



$$\frac{a^2}{h} = \frac{l^2}{f},$$

откуда получимъ и условіе наивыгоднѣйшаго отношенія высотъ

$$17) \quad \frac{f}{h} = \frac{l^2}{a^2}.$$

Если условіе это невыполнено и если, кромѣ того, обѣ системы сдѣланы изъ различнаго матеріала, то изъ уравненія III, которое въ этомъ случаѣ принимаетъ видъ

$$18)\quad \frac{\delta_1 a^2}{h} = \frac{\delta_2 l^2}{f} \text{ или } \frac{\delta_1}{\delta_2} = \frac{\frac{l^2}{f}}{\frac{a^2}{h}}:$$

можно слѣдующимъ образомъ опредѣлить отношеніе $\frac{Q_1}{Q_2}$:

Обозначимъ площади поперечныхъ сѣченій полосъ AE и BE чрезъ F_1; грузъ Q_1 вызываетъ въ нихъ напряженіе S_1 на квадратную единицу поперечнаго сѣченія, т. е.

$$S_1 = \frac{Q_1 a}{2F_1 h},$$

поэтому измѣненіе длины каждой изъ этихъ полосъ будетъ

$$19)\quad \delta_1 = \frac{S_1}{E_1} = \frac{Q_1 a}{2F_1 h E_1}.$$

Далѣе, если поперечное сѣченіе каждаго изъ поясовъ фермы CD въ точкѣ E равно F_2, то напряженіе S_2, вызываемое въ этой фермѣ нагрузкой Q_2, будетъ

$$S_2 = \frac{Q_2 l}{2F_2 f},$$

а потому измѣненіе длины δ_2 въ этой системѣ будетъ

$$20)\quad \delta_2 = \frac{S_2}{E_2} = \frac{Q_2 l}{2F_2 f E_2}.$$

Подставляя найденныя для δ_1 и для δ_2 значенія въ уравненіе 18), получимъ

$$21)\quad \frac{Q_1}{Q_2} = \frac{l^3}{a^3} \cdot \frac{h^2}{f^2} \cdot \frac{F_1}{F_2} \cdot \frac{E_1}{E_2},$$

Такъ какъ $Q_1 + Q_2 = Q$ можно разсматривать какъ величину данную, то послѣднее уравненіе даетъ выраженіе распредѣленія нагрузокъ въ самомъ общемъ видѣ. Такъ напр. если условіе, выражаемое уравненіемъ 17), будетъ выполнено, то для сооруженія, построеннаго изъ одного и того же матеріала, мы получимъ слѣдующее уравненіе, опредѣляющее распредѣленіе нагрузокъ:

$$22)\quad \frac{Q_1}{Q_2} = \frac{a}{l} \cdot \frac{F_1}{F_2}.$$

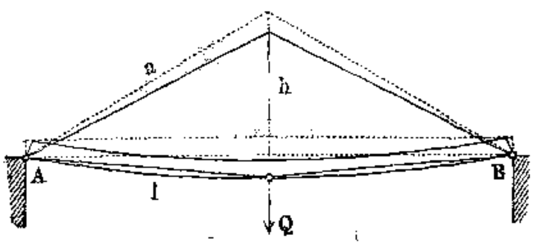
Если ферма (черт. 402) сложная изъ системъ (черт. 391) и (черт. 398) построена изъ одного и того же матеріала, то для нея получимъ такимъ же точно образомъ уравненіе

$$23)\quad \frac{f}{h} = \frac{l^2}{2a^2},$$

выражающее отношеніе высотъ системъ, и уравненіе

$$24)\quad \frac{Q_1}{Q_2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{l^3}{a^3} \cdot \frac{h^2}{f^2} \cdot \frac{F_1}{F_2} \cdot \frac{E_1}{E_2},$$

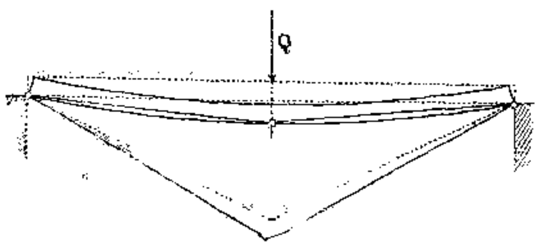
Черт. 402.



выражающее общее условіе распредѣленія нагрузки. Въ частномъ случаѣ, соотвѣтствующемъ уравненію 23), уравненіе 25) принимаетъ видъ

$$25)\quad \frac{Q_1}{Q_2} = 2 \cdot \frac{a}{l} \cdot \frac{F_1}{F_2} = \frac{h}{f} \cdot \frac{l}{a} \cdot \frac{F_1}{F_2}.$$

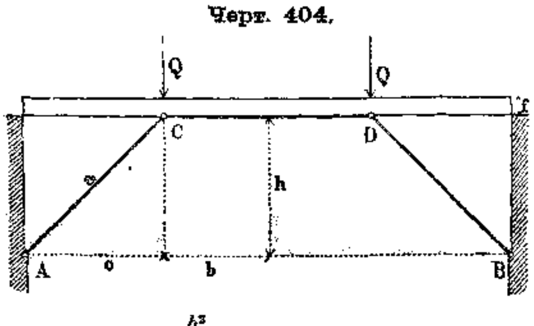
Черт. 403.



Послѣднія три уравненія остаются безъ измѣненія и въ томъ случаѣ, если ферма приняла обратное положеніе (см. черт. **403**).

Для того, чтобы вывести аналогическія три уравненія, соотвѣтствующія черт. **404**, слѣдуетъ обратиться къ уравненіямъ 5) и 14) и воспользоваться ими подобнымъ же образомъ;

Черт. 404.



но при этомъ слѣдуетъ только умножить осадку средней точки, полученную изъ послѣдняго изъ этихъ уравненій, на $1 - \frac{b^2}{l^2}$, такъ какъ въ данномъ случаѣ требуется опредѣлить осадки точекъ C и D и такъ какъ осадки убываютъ пропорціонально квадратамъ разстояній отъ средины фермы. Предполагая затѣмъ, что все сооруженіе сдѣлано изъ одного матеріала, мы получимъ слѣдующее выраженіе для наивыгоднѣйшаго отношенія высотъ составляющихъ системъ:

$$26)\quad \frac{f}{h} = \frac{l^2 - b^2}{a^2 + bc}$$

Общее уравненіе, выражающее законъ распредѣленія нагрузокъ, приметъ видъ

$$27)\quad \frac{Q_1}{Q_2} = \frac{h^2}{f^2} \cdot \frac{(l^2 - b^2)c}{a(a^2 + bc)} \cdot \frac{F_1}{F_2} \cdot \frac{E_1}{E_2},$$

Въ частномъ случаѣ, соотвѣтствующемъ уравненію 26), это послѣднее уравненіе перейдетъ въ

$$28)\quad \frac{Q_1}{Q_2} = \frac{c}{a} \cdot \frac{h}{f} \cdot \frac{F_1}{F_2}.$$

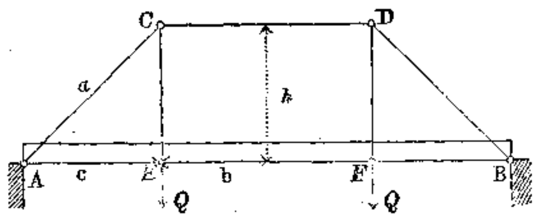
Точно такимъ же образомъ при помощи уравненій 7) и 14) мы получимъ для фермъ черт. **405** и черт. **406** аналогическія уравненія:

$$29)\quad \frac{f}{h} = \frac{l^2 - b^2}{2(a^2 + bc)}$$

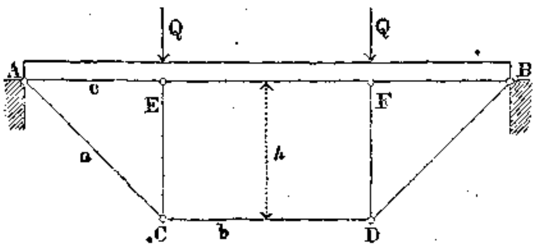
$$30)\quad \frac{Q_1}{Q_2} = \frac{h^2}{2f^2} \cdot \frac{(l^2 - b^2)c}{a(a^2 + bc)} \cdot \frac{F_1}{F_2} \cdot \frac{E_1}{E_2}$$

$$31)\quad \frac{Q_1}{Q_2} = \frac{c}{a} \cdot \frac{h}{f} \cdot \frac{F_1}{F_2}.$$

Черт. 405.



Черт. 406.



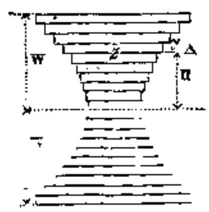
Во всѣхъ этихъ случаяхъ предполагалось, что для частей одной и той же фермы величина единичнаго удлинненія неизмѣнно одна и та же, другими словами, что поперечныя сѣченія полосъ вездѣ пропорціональны напряженіямъ.

Если нѣсколько простыхъ системъ

различной гибкости слиты въ одну ферму, то съ возрастаніемъ нагрузки напряженія частей распредѣлятся во всей фермѣ неравномѣрно и тѣ простыя системы, которыя, вслѣдствіе большей гибкости, достигаютъ предѣла упругости послѣ другихъ; во всякомъ случаѣ будутъ состоять изъ слишкомъ толстыхъ полосъ, ибо, не нарушая прочности всего сооруженія, можно сдѣлать ихъ изъ болѣе слабаго матеріала.

Итакъ, тотъ же самый недостатокъ (несогласное дѣйствіе всѣхъ составляющихъ системъ), о которомъ мы говорили въ началѣ настоящаго параграфа, присущъ и сплошной массивной фермѣ, такъ какъ подобную ферму можно разсматривать какъ комбинацію безчисленнаго множества раскосныхъ или балочныхъ фермъ неравной высоты (а поэтому и неодинаковой гибкости). Въ подобной массивной фермѣ можно разсматривать два симметрично расположенные слоя какъ два пояса составляющей системы, вертикальную, сплошную или раскосную стѣнку которой замѣняетъ лишнее количество матеріала, заключающагося въ промежуточныхъ слояхъ (черт. 407).

Черт. 407.



Изъ уравненія 14) явствуетъ, что при одинаковомъ прогибѣ измѣненія длинъ, а поэтому и напряженія поясовъ, пропорціональны высотѣ фермы; поэтому мы можемъ допустить, что въ массивной балкѣ съ симметричнымъ, относительно горизонтальной оси, поперечнымъ сѣченіемъ измѣненія длинъ и напряженія слоевъ пропорціональны ихъ разстояніямъ отъ средины сѣченія; такимъ образомъ, если въ слоѣ, удаленномъ отъ средины на разстояніе w, напряженіе на единицу площади равно S, то слой, лежащій на разстояніи u, будетъ испытывать только напряженіе

$$s = \frac{u}{w} S.$$

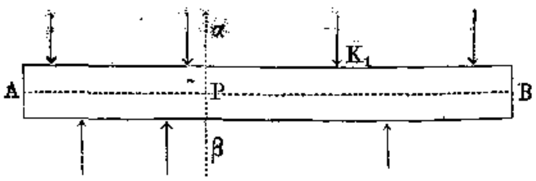
Итакъ, зная S, напряженіе въ данномъ слоѣ, можно изъ этого уравненія опредѣлить напряженіе въ каждомъ другомъ слоѣ того же поперечнаго сѣченія; при этомъ для симметрически противоположныхъ слоевъ слѣдуетъ брать обратные знаки. На основаніи этого, обозначая чрезъ Δ высоту, а чрезъ z ширину подобнаго слоя, мы найдемъ, что напряженіе въ немъ будетъ

$$\frac{u}{w} S \,.\, z \,.\, \Delta.$$

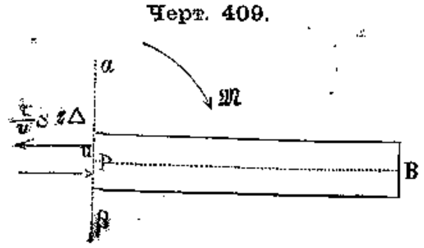
Если на нашу сплошную балку дѣйствуютъ вертикальныя силы,

$K_1, K_2 \ldots$, изгибающія ее, то можно при помощи метода статическихъ моментовъ опредѣлить наибольшее напряженіе S въ данномъ мѣстѣ P произвольнаго поперечнаго сѣченія. Для этого представимъ себѣ, что часть балки по одну сторону сѣченія $\alpha\beta$ (черт. 408) замѣнена ея напряженіями, и составимъ для другой $B\alpha\beta$ уравненіе статическихъ моментовъ (черт. 408 и черт. 409). Для равновѣсія этой части, относительно вращенія около точки P, сумма моментовъ внѣшнихъ силъ $\mathfrak{M}$, дѣйствующихъ на $B\alpha\beta$, должна быть равна суммѣ моментовъ всѣхъ напряженій.

Черт. 408.



Черт. 409.



Итакъ,

$$\mathfrak{M} = \Sigma \left(\frac{u}{w} S z \Delta u\right),$$

Здѣсь знакъ суммированія Σ выражаетъ, что для напряженій всѣхъ слоевъ моменты составляются совершенно одинаковымъ образомъ и что потомъ берется сумма нихъ.

Отношеніе $\frac{S}{w}$ есть общій множитель всѣхъ членовъ этой суммы, поэтому вышеприведенное уравненіе можетъ быть представлено въ видѣ

$$\mathfrak{M} = \frac{S}{w} \Sigma (z \Delta u^2).$$

Здѣсь $\Sigma (z \Delta u^2)$ зависитъ только отъ размѣровъ и формы поперечнаго сѣченія балки, а поэтому представляетъ собой чисто-геометрическую величину; ей дано названіе моментъ инерціи поперечнаго сѣченія; обозначимъ ее чрезъ $\mathfrak{T}$, тогда предъидущее уравненіе приметъ видъ:

$$\mathfrak{M} = \frac{S}{w} \mathfrak{T},$$

откуда

$$S = \frac{w}{\mathfrak{T}} \mathfrak{M}.$$

Для каждаго поперечнаго сѣченія существуетъ особенное значеніе $\mathfrak{T}$, для опредѣленія котораго слѣдуетъ разбить все поперечное сѣченіе на чрезвычайно малыя части, помножить площади этихъ частей на квадраты разстояній ихъ центровъ тяжестей отъ горизонтальной оси, проходящей черезъ центръ тяжести всего поперечнаго сѣченія и затѣмъ сложить всѣ эти произведенія.

По даннымъ размѣрамъ поперечнаго сѣченія и внѣшнимъ силамъ можно при помощи предъидущаго уравненія опредѣлить наибольшія напряженія въ каждомъ поперечномъ сѣченіи *).

§ 48.

Фахверковыя фермы безъ діагоналей.

Въ теоріи параболическихъ и серповидныхъ фермъ мы уже видѣли, что діагональныя системы подобныхъ фермъ испытываютъ напряженія только при неравномѣрной нагрузкѣ, но въ этомъ послѣднемъ случаѣ онѣ составляютъ необходимую составную часть сооруженія, если самое сооруженіе состоитъ изъ соединенныхъ по концамъ шарнирами полосъ, способныхъ испытывать только продольныя напряженія. Если же діагональная система отброшена, то, въ избѣжаніе разрушенія фермы, одну изъ цѣпей необходимо замѣнить непрырывной сплошной балкой, способной сопротивляться изгибу.

Слѣдствіемъ такого измѣненія будетъ измѣненіе въ распредѣленіи напряженій и самая ферма, въ которой прежде эта полоса могла и не быть жесткой, уже не будетъ простой фермой, а будетъ комбинаціей двухъ фермъ простыхъ системъ, распредѣленіе нагрузокъ на которыя можно опредѣлить на основаніи началъ, изложенныхъ въ предъидущей главѣ.

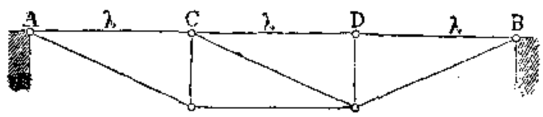
Хотя подобное отступленіе отъ теоретически вѣрныхъ правилъ конструкціи вполнѣ неосновательно, тѣмъ не менѣе, принимая во вниманіе, что въ практикѣ весьма часто встрѣчаются такія теоретически неправильно построенныя фермы безъ діагоналей,

*) Продолженіе теоріи изгибанія массивныхъ балокъ будетъ изложено въ пятнадцатой главѣ.

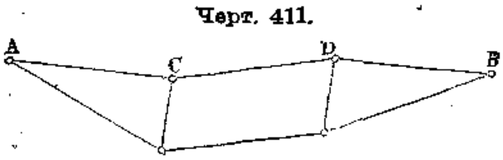
мы покажемъ на нѣсколькихъ простыхъ примѣрахъ какое вліяніе можетъ произвести подобное отступленіе.

Правильно построенная параболическая ферма о трехъ панеляхъ должна имѣть въ средней панели (по крайней мѣрѣ) одну діагональ (черт. 410), въ противномъ случаѣ могла бы

Черт. 410.

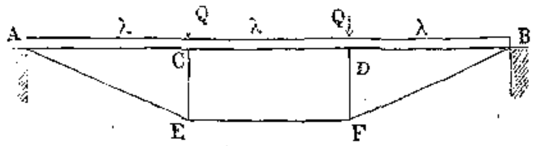


Черт. 411.

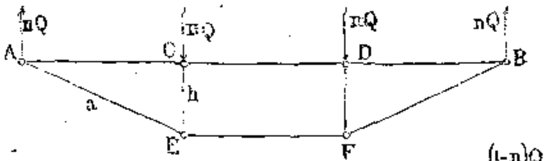


произойти деформація, показанная на черт. 411. Для предупрежденія ея можно было бы замѣнить три сочлененныя горизонтальныя полосы одной жесткой непрерывной полосой, или же рядомъ съ этими тремя полосами помѣстить одну непрерывную жесткую балку (черт. 412). Но этимъ самымъ мы

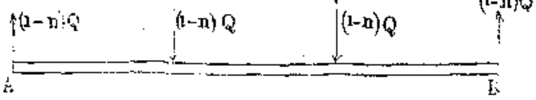
Черт. 412.



Черт. 413.



Черт. 414.



исключаемъ нашу ферму изъ разряда простыхъ, потому что даже при полной нагрузкѣ въ побочной балкѣ проявятся изгибающія напряженія: одна часть нагрузки будетъ поддерживаться этой послѣдней, а другая, которая помощью стоекъ передается на цѣпь (состоящую изъ трехъ полосъ AE, EF, FB), будетъ тѣмъ меньше, чѣмъ больше жесткость прибавочной балки.

Для опредѣленія напряженій, проявляющихся при подобныхъ условіяхъ въ отдѣльныхъ полосахъ, слѣдуетъ представить себѣ, что ферма составлена изъ двухъ отдѣльныхъ системъ (черт. 413) и (черт. 414) и затѣмъ расчитать по формулѣ

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{n\,Q}{(1-n)\,Q},$$

данной въ предъидущемъ параграфѣ, отношеніе нагрузокъ, которыя слѣдуетъ ввести въ расчетъ для каждой изъ системъ. Зная число n, нетрудно опредѣлить напряженія всѣхъ полосъ при неравномѣрной нагрузкѣ, такъ какъ число n не измѣнится, если нагрузка изъ равномѣрной сдѣлается неравномѣрной. Положимъ, что нагружена только точка C грузомъ Q (черт. 415); нагрузка эта разлагается на двѣ части, изъ которыхъ первая состоитъ изъ двухъ грузовъ

$$\frac{n}{2}\,Q \text{ и } \frac{n}{2}\,Q,$$

дѣйствующихъ на систему черт. 416, а вторая — изъ двухъ грузовъ

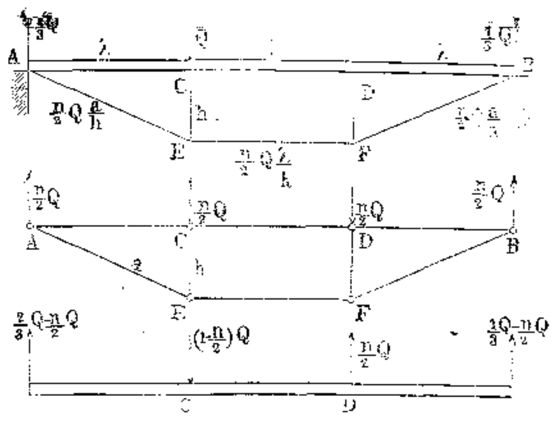
$$\left(1-\frac{n}{2}\right)Q \text{ и } -\frac{n}{2}\,Q,$$

дѣйствующихъ на систему черт. 417.

Черт. 415.

Черт. 416.

Черт. 417.



Что распредѣленіе нагрузки дѣйствительно таково, въ этомъ легко убѣдиться на основаніи слѣдующихъ соображеній. Очевидно, что нагрузка, приложенная въ точкѣ D, произведетъ на точку

C такое же дѣйствіе, какое нагрузка, приложенная въ C, произведетъ на точку D (вслѣдствіе симметричности конструкціи). Разсматривая схему **416**, мы видимъ, что вертикальныя полосы DF и CE испытываютъ одинаковыя напряженія, потому что горизонтальныя составляющія напряженій полосъ AE и BF равны и что если въ фермѣ (черт. **415**) прибавить еще одну нагрузку Q въ точкѣ D, то на каждую изъ узловыхъ точекъ фермы (черт. **416**) будетъ дѣйствовать нагрузка nQ; поэтому, если ферма (черт. **415**) будетъ нагружена только въ одной точкѣ однимъ грузомъ Q, то на каждую узловую точку фермы (черт. **416**) передастся вдвое меньше чѣмъ nQ, т. е. $\frac{nQ}{2}$.

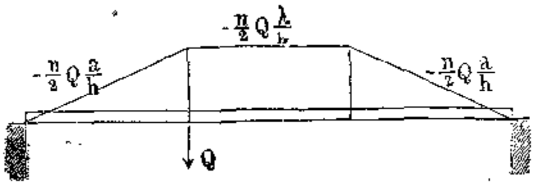
Для полученія теперь нагрузокъ системы (черт. **417**) слѣдуетъ изъ полной нагрузки каждаго узла схемы **415** вычесть нагрузки, приходящіяся на узлы схемы **416**.

Зная внѣшнія силы, дѣйствующія на сооруженіе, можно при помощи метода статическихъ моментовъ опредѣлить напряженіе каждой полосы. Такимъ образомъ опредѣлены напр. напряженія полосъ AE, EF и FB, проявляющіяся при односторонней нагрузкѣ фермы въ точкѣ C. Числа эти выставлены на черт. **415**; они не измѣнятся, если вмѣсто точки C будетъ нагружена точка D и удвоятся, если одновременно будутъ нагружены обѣ точки.

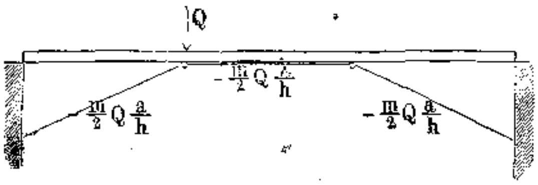
Отсюда видно, что напряженія, проявляющіяся въ полосахъ шпренгельной фермы, относятся къ напряженіямъ, проявляющимся въ соотвѣтственныхъ полосахъ параболической фермы того же очертанія какъ $n:1$. Число n зависитъ существенно отъ отношенія изгибаемости взятыхъ системъ, т. е. отъ степени жесткости балки AB, и обращается въ 1 только въ томъ случаѣ, когда балка состоитъ изъ звеньевъ, соединенныхъ шарнирами. Итакъ, ошибка, которую мы сдѣлаемъ, расчитывая шпренгельную ферму какъ простую параболическую, будетъ тѣмъ значительнѣе, чѣмъ меньше число n, или чѣмъ жестче балка AB.

Едва-ли необходимо обратить вниманіе читателя на то, что, на основаніи тѣхъ же соображеній, можно расчитать ферму (черт. **418**). То же самое можно сказать и относительно фермы (черт. **419**), стоитъ только найти для нея по формулѣ, данной для этого случая въ предъидущемъ параграфѣ, число m, такимъ же образомъ, какимъ число n было расчитано для предъидущаго примѣра.

Черт. 418.



Черт. 419.



§ 49.

Вліяніе колебаній температуры.

Такъ какъ при выводѣ результатовъ, найденныхъ въ предъидущемъ §, не было принято въ расчетъ вліяніе колебаній температуры, то результаты эти не могутъ имѣть непосредственнаго практическаго примѣненія къ фермамъ составныхъ системъ. Колебанія температуры необходимо принять въ расчетъ какъ при вычисленіяхъ распредѣленій нагрузокъ между составляющими системами, такъ и при опредѣленіи наивыгоднѣйшаго отношенія высотъ этихъ системъ.

Коефиціентъ расширенія кованаго желѣза равенъ

$$32)\quad \alpha = 0{,}000\,012\,2,$$

т. е. полоса изъ кованаго желѣза удлиннится при нагрѣваніи на 1° (Цельзія) на 0,000 012 2 первоначальной длины. Относительное удлинненіе пропорціонально возвышенію температуры; такимъ образомъ при возвышеніи температуры на $t°$ (Ц.) относительное удлинненіе выразится числомъ

$$33)\quad \Delta = \alpha \,.\, t.$$

Напр. при возвышеніи температуры на 41° (Ц.) желѣзная полоса удлиннится на $41 \,.\, 0{,}000\,012\,2 = \frac{1}{2000}$ первоначальной своей длины. Вообще говоря, въ такомъ же отношеніи удлиннится и всякое другое измѣреніе даннаго желѣзнаго тѣла, такъ что треугольникъ, образуемый тремя точками желѣзнаго тѣла, останется послѣ расширенія подобнымъ самому себѣ. Если возвышеніе температуры будетъ вдвое меньше, то каждое измѣреніе удлиннится на $\frac{1}{4000}$ часть первоначальной длины; при пониженіи температуры на то же число градусовъ всѣ размѣры укоротятся на ту же долю длины.

Эти измѣненія формъ, происходящія отъ колебаній температуры, происходятъ независимо отъ **упругихъ** измѣненій формы.

Итакъ, для опредѣленія полнаго измѣненія длины полосъ, при одновременномъ дѣйствіи напряженій и измѣненія температуры, слѣдуетъ сложить эти частныя удлинненія. **Пониженіе** температуры можетъ быть разсматриваемо какъ отрицательное **возвышеніе** ея, а **сжатіе**—какъ отрицательное **вытягиваніе**, поэтому предъидущее правило относится нетолько **къ положительнымъ**, но и къ **отрицательнымъ** удлинненіямъ; такъ напр., для полученія окончательнаго измѣненія длинъ полосъ слѣдуетъ при одновременномъ дѣйствіи **пониженія** температуры и **вытягиванія**, или **возвышенія** температуры и **сжатія**, брать разность измѣненій длинъ отъ той и отъ другой причины.

Въ фермѣ, изображенной на черт. **389**, возвышеніе температуры на t° (Ц.) повлекло бы за собой [на основаніи уравненій 1) и 33)] **поднятіе** точки C на величину

$$34) \quad \sigma = \Delta \frac{a^2}{h}$$

при пониженіи температуры на t° (Ц.) точка C опустилась бы на ту же величину.

Относительно вліянія колебаній температуры на положеніе шарнира S арочный мостъ (черт. **173**), расчитанный въ § 22, можетъ быть разсматриваемъ какъ простая система двухъ полосъ. Если, сообразно съ данными намъ размѣрами, положить $h=5000$, $a^2=20000^2+5000^2$, то при $\Delta=\frac{1}{4000}$.

$$\sigma=\frac{1}{4000}\cdot\left(\frac{20000^2+5000^2}{5000}\right)=21{,}25 \text{ миллим.}$$

Итакъ, если бы температура **поднялась** на 20,5⁰, то шарниръ S **поднялся бы** на 21,25 миллиметра, если бы температура **понизилась** на 20,5⁰, то шарниръ S долженъ былъ бы на столько же **опуститься**. При колебаніяхъ температуры вдвое большихъ, т. е. при $t=41^0$ пониженія и поднятія точки S были бы тоже вдвое больше и равнялись бы 42,5 миллим. Если бы одновременно съ пониженіемъ температуры, равнымъ 41 градусу, дѣйствовала нагрузка, для которой въ § 45 была найдена по формулѣ 9) осадка $s_1=18{,}75$ миллим., то полная осадка шарнира равнялась бы $18{,}75+42{,}5=61{,}25$ миллим.

Обозначимъ относительное укороченіе полосъ AC и BC фермы (черт. **401**), зависящее отъ **упругости** и происходящее вслѣдствіе нагрузки, дѣйствующей въ точкѣ C, чрезъ δ_1, относительное укороченіе вслѣдствіе пониженія температуры, которое можетъ произойти одновременно съ пониженіемъ температуры, обозначимъ чрезъ Δ, пониженіе точки C будетъ равно [формула 1)].

$$35)\quad s=(\delta_1+\Delta)\,\frac{a^2}{h}.$$

Приравнивая эту величину той, которая найдена по уравненію 18) для осадки горизонтальной балки, получимъ уравненіе

$$36)\quad \frac{(\delta_1+\Delta)\,a^2}{h}=\frac{\delta_2\,l^2}{f}.$$

Подставляя сюда вмѣсто a^2 его величину l^2+h^2 и рѣшая это уравненіе относительно $\frac{f}{h}$, получимъ

$$37)\quad \frac{f}{h}=\left(\frac{\delta_2}{\delta_1+\Delta}\right)\cdot\left(\frac{1}{1+\frac{h^2}{l^2}}\right).$$

Положимъ, что обѣ системы построены изъ желѣза, для котораго коефиціентъ относительнаго измѣненія длины, соотвѣтствующій предѣлу упругости, равенъ $\frac{15}{20000}$, т. е., что $\delta_1=\delta_2=\frac{15}{20000}$; положимъ, что $\frac{h}{l}=\frac{1}{2}$ и $\Delta=\frac{1}{4000}$ (наибольшее пониженіе температуры равно 20,5⁰), тогда $\frac{f}{h}=\frac{3}{5}$ $\left(\text{или } \frac{f}{2l}=\frac{3}{20}\right)$. Если $\Delta=-\frac{1}{4000}$, то, сохраняя тѣ же прочія обозначенія, найдемъ $\frac{f}{h}=\frac{6}{5}$ $\left(\text{или } \frac{f}{2l}=\frac{3}{10}\right)$. Итакъ, наивыгоднѣйшее отношеніе высотъ при сдѣланныхъ предположеніяхъ колеблется, смотря по отношенію жесткости одной системы къ жесткости другой, въ предѣлахъ $\frac{3}{5}$ и $\frac{6}{5}$. Это отношеніе приближается къ первому предѣлу, если поперечныя сѣченія подкосовъ значительны сравнительно съ поперечнымъ сѣченіемъ горизонтальной балки и если, вслѣдствіе этого, часть нагрузки, поддерживаемая балкой, невелика; оно приближается ко второму предѣлу, если поперечныя сѣченія подкосовъ малы сравнительно съ поперечнымъ сѣченіемъ горизонтальной балки и если, вслѣдствіе этого, часть полной нагрузки, поддерживаемая горизонтальной балкой, значительна. При $\Delta=0$, т. е. при постоянной температурѣ, наивыгоднѣйшее отношеніе высотъ было бы равно $\frac{f}{h}=\frac{4}{5}$ $\left(\text{или } \frac{f}{2l}=\frac{1}{5}\right)$.

Для опредѣленія вліянія колебаній температуры на распредѣленіе нагрузки слѣдуетъ предварительно расчитать какія напряженія вызываетъ въ обѣихъ системахъ эта причина, независимо отъ какой бы то ни было нагрузки.

Положимъ, что температура понизилась на t° и что относительное укороченіе подкосовъ равно Δ, вслѣдствіе этой причины шарниръ C (черт. **401**), если бы онъ не былъ наглухо соединенъ съ горизонтальной балкой, опустился бы на $\frac{\Delta a^2}{h}$. Балка своей жесткостью оказываетъ этой осадкѣ нѣкоторое сопротивленіе P, которое дѣйствуетъ на подкосы какъ вертикальная, направленная вверхъ и приложенная въ C сила, вытягивающая подкосы на извѣстную длину, которую слѣдуетъ вычесть изъ сокращеній, произведенныхъ въ нихъ пониженіемъ температуры. Итакъ, называя упругое относительное удлинненіе, вызываемое силой P чрезъ δ_1, мы найдемъ, что истинное пониженіе точки C будетъ

$$38) \quad s=(\Delta-\delta_1)\frac{a^2}{h}.$$

Подставляя сюда изъ уравненія 19) $\delta_1=\frac{Pa}{2.E_1.F_1 h}$, получимъ

$$39) \quad s=\left(\Delta-\frac{Pa}{2E_1 F_1 h}\right)\frac{a^2}{h}.$$

Вслѣдствіе той же причины горизонтальная балка прогнется на величину $s = \frac{\delta_2 l^2}{f}$ (уравн. 14), а подставляя сюда изъ уравненія 20) $\delta_2 = \frac{P l}{2 E_2 F_2 f}$, получимъ

$$40) \quad s = \frac{P l^2}{2 E_2 F_2 f^2}.$$

Приравнивая эти два значенія s, найдемъ уравненіе

$$41) \quad \left(\Delta - \frac{P a}{2 E_1 F_1 h}\right) \frac{a^2}{h} = \frac{P l^2}{2 E_2 F_2 f^2},$$

откуда

$$42) \quad P = \frac{2 \Delta E_1 F_1 \frac{h}{a}}{1 + \frac{l^2}{a^2} \cdot \frac{E_1}{E_2} \cdot \frac{F_1}{F_2} \cdot \frac{h^2}{f^2}}.$$

Если рядомъ съ этимъ пониженіемъ температуры на ферму дѣйствуетъ въ точкѣ C нагрузка, распредѣляющаяся на составляющія системы по закону, выражаемому уравненіемъ 21), то оба дѣйствія складываются въ одно, т. е. **пониженіе** температуры увеличиваетъ нагрузку на подкосы и уменьшаетъ ее на горизонтальную балку на величину P. **Возвышеніе** температуры, напротивъ, повлечетъ за собой увеличеніе части нагрузки, приходящейся на раскосы, на P, причемъ нагрузка на балку на столько же уменьшится.

Положимъ, что $\frac{h}{a} = 0{,}6$, $\frac{l}{a} = 0{,}8$, $\frac{h}{f} = 3$, $E_1 = E_2 = 2000$ (причемъ обѣ системы построены изъ желѣза), положимъ затѣмъ, что $F_1 = F_2 = 10000$ кв. миллим. и, наконецъ, что $\Delta = \frac{1}{4000}$ (колебаніе температуры $= 20{,}5^0$), тогда $P = 10700$ кил. Для этого случая изъ уравненія 21) найдемъ $\frac{Q_1}{Q_2} = 4{,}608$, такъ что, если $Q = 80000$ кил., то $Q_1 = \frac{4{,}608}{5{,}608} \cdot 80000 = 65740$ кил. и $Q_2 = \frac{80000}{5{,}608} = 14260$ кил. Итакъ, при пониженіи температуры на $20{,}5^0$ распредѣленіе нагрузки измѣнится слѣдующимъ образомъ: на каждый подкосъ придется всего $65740 - 10700 = 55040$ кил., а на балку $14260 + 10700 = 24960$ кил. Если бы температура поднялась на $20{,}5^0$, то на каждый подкосъ передавалось бы $65740 + 10700 = 76440$ кил., а на балку $14260 - 10700 = 3560$ кил.

(Дальнѣйшія приложенія начала, лежащаго въ основѣ теоріи фермъ составныхъ системъ, будутъ изложены въ пятнадцатой и шестнадцатой главахъ).

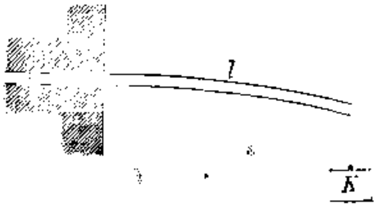
Глава пятнадцатая.

§ 50.

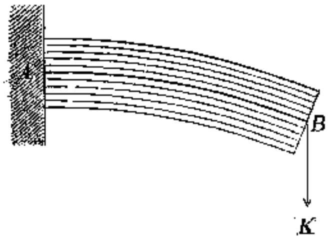
Сопротивленіе призматической балки изгибу.

Если одинъ конецъ призматической балки задѣлать горизонтально въ стѣну, а на другой дѣйствуетъ грузъ, то балка **согнется**; если она прежде имѣла видъ прямолинейнаго бруса, то послѣ изгиба она искривится, причемъ выпуклость кривизны будетъ обращена вверхъ (черт. **420**). Разсматривая балку какъ пучокъ параллельныхъ волоконъ, немогущихъ скользить одно по другому, мы найдемъ, что послѣ изгиба **верхнія** волокна **удлиннятся**, а **нижнія укоротятся**. Очевидно, что между верхнимъ и нижнимъ слоями волоконъ *долженъ находиться такой, который ни укоротится, ни* удлиннится; этотъ промежуточный слой AB (черт. **421**) называется **нейтральнымъ слоемъ**.

Черт. 420.

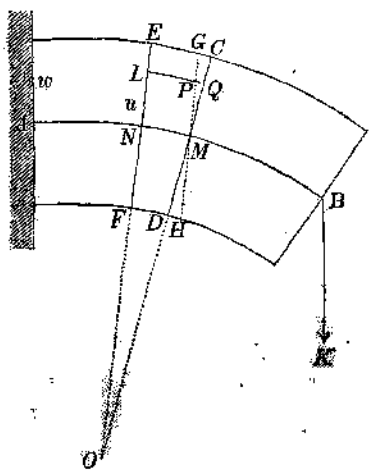


Черт. 421.



Удлинненія верхнихъ и укороченія нижнихъ волоконъ тѣмъ больше, чѣмъ больше разстояніе ихъ отъ нейтральнаго слоя. Можно допустить, что плоскія прямоугольныя сѣченія бруса, перпендикулярныя къ оси бруса до изгиба, будутъ плоски, прямоугольны и перпендикулярны и къ искривленной изгибомъ оси его. Два смежныя и параллельныя до изгиба сѣченія M и N примутъ послѣ изгиба сходящіяся въ точкѣ O (черт. **422**) направленія EF и CD. До изгиба части волоконъ, заключающіяся между этими сѣченіями, были всѣ равны MN. Для полученія измѣненія длины въ разныхъ волокнахъ этого отрѣзка бруса слѣдуетъ отложить длину MN отъ одного изъ сѣченій по направленію разсматриваемаго волокна или, проще, провести черезъ M плоскость GH параллельную EF. Отрѣзки волоконъ, заключающіеся между сѣченіями CD и GH представятъ обусловленныя изгибомъ измѣненія длинъ соотвѣтствующихъ отрѣзковъ. Изъ чертежа 422 видно, что

Черт. 422.

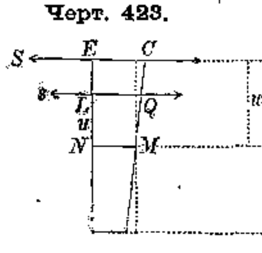


$$\frac{PQ}{GC} = \frac{u}{w}.$$

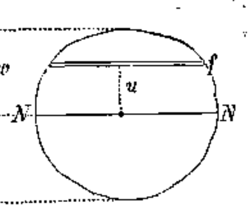
Итакъ, на основаніи предъидущаго предположенія измѣненія длинъ пропорціональны разстояніямъ волоконъ отъ нейтральной оси; а такъ какъ, въ силу закона упругости, напряженія пропорціональны этимъ измѣненіямъ, то **напряженія** въ волокнахъ изгибаемаго бруса пропорціональны разстояніямъ ихъ отъ нейтральной оси.

Если напряженіе на квадратный миллиметръ поперечнаго сѣченія въ слоѣ, удаленномъ отъ нейтральной оси на u, обозначить чрезъ s (черт. 423), а напряженіе (на квадратный миллиметръ поперечнаго сѣченія) въ слоѣ EC, отстоящемъ отъ нейтральной оси на разстояніи w, чрезъ S, то

Черт. 423.



Черт. 424.



$$43) \quad \frac{s}{S} = \frac{u}{w} \text{ и } s = S\frac{u}{w}.$$

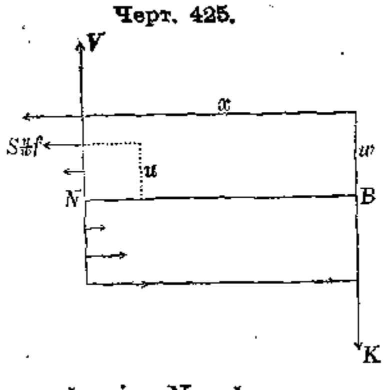
Чтобы получить полное напряженіе въ данномъ слоѣ, слѣдуетъ умножить напряженіе, приходящееся на квадратный миллиметръ поперечнаго сѣченія его, на число квадратныхъ миллиметровъ, заключающихся въ поперечномъ сѣченіи этого слоя. Представимъ себѣ, что поперечное сѣченіе бруса раздѣлено горизонтальными линіями на безконечно узкія полоски, представляющія собой поперечныя сѣченія безконечно узкихъ слоевъ, составляющихъ брусъ, тогда полное напряженіе въ слоѣ поперечнаго сѣченія f, отстоящемъ отъ нейтральной оси на разстояніи u (черт. **424**), будетъ

$$44)\quad s\,.\,f = S\,\frac{u}{w}\,.\,f\,.$$

Итакъ, если u будетъ **больше нуля**, то напряженіе будетъ положительнымъ, т. е. оно будетъ **вытягиваніемъ** и оно будетъ **отрицательнымъ** или **сжатіемъ**; если u будетъ **меньше нуля**, откуда видно, что вышеприведенное выраженіе есть общее выраженіе для напряженія слоя волоконъ, отстоящаго отъ нейтральной оси на разстояніи u (независимо отъ того, будетъ ли u больше или меньше нуля).

Положимъ, что сѣченіе, проходящее черезъ N, отдѣляетъ часть бруса BN; очевидно, что для поддержанія равновѣсія отрѣзанной части необходимо, вопервыхъ, приложить къ сѣченію каждаго отдѣльнаго слоя волоконъ силу, совпадающую съ направленіемъ самаго волокна и равную проявившемуся въ немъ прежде напряженію (черт. **425**); полагая, что изгибъ незначителенъ, можно допустить, что напряженія эти горизонтальны; вовторыхъ, такъ какъ для уравновѣшенія вертикальной силы K, дѣйствующей внизъ, однѣ эти горизонтальныя силы недостаточны, то къ сѣченію N слѣдуетъ, кромѣ того, приложить еще и вертикальную силу V, дѣйствующую вверхъ. Вслѣдствіе незначитель-

Черт. 425.



ности уклоненія плоскости сѣченія отъ вертикальнаго положенія, можно разсматривать V какъ вертикальное сопротивленіе, дѣйствующее въ плоскости сѣченія и препятствующее скольженію части бруса NB вдоль плоскости сѣченія. Сила эта называется сопротивленіемъ **перерѣзыванію**. На часть бруса BN дѣйствуютъ только двѣ вертикальныя силы V и K, поэтому для равновѣсія необходимо, чтобы

$$45) \quad V = K.$$

Итакъ, въ поперечномъ сѣченіи, кромѣ напряженій горизонтальныхъ волоконъ, дѣйствуетъ еще и вертикальное сопротивленіе перерѣзыванію, равное силѣ K, безъ котораго сила K сколола бы брусъ по плоскости сѣченія.

Въ горизонтальномъ направленіи на отрѣзокъ бруса дѣйствуютъ одни только напряженія горизонтальныхъ волоконъ; надъ нейтральнымъ слоемъ они дѣйствуютъ справа налѣво, а подъ нимъ — слѣва направо. Алгебраическая сумма моментовъ этихъ силъ должна быть равна нулю, откуда, согласно уравненію 44),

$$46) \quad \Sigma\left(\frac{S}{w}\,u\,f\right) = 0.$$

Сокращая обѣ части этого уравненія на общій множитель $\frac{s}{w}$, получимъ

$$47) \quad \Sigma(f\,u) = 0.$$

Отсюда видно, что сумма моментовъ всѣхъ элементовъ площади поперечнаго сѣченія (черт. **424**) относительно горизонтальнаго поперечника, лежащаго въ нейтральномъ слоѣ и называемаго **нейтральной осью**, равна нулю. Въ теоріи центра тяжести доказывается, что вмѣсто этой суммы можно взять произведеніе изъ всей площади на разстояніи ея центра тяжести отъ нейтральной оси; а такъ какъ, съ другой стороны, произведеніе это равно нулю, то и самая нейтральная ось проходитъ черезъ центръ тяжести. Итакъ, уравненіе 46) опредѣляетъ положеніе нейтральной оси и выражаетъ, что **нейтральный слой волоконъ проходитъ черезъ центры тяжестей поперечныхъ сѣченій бруса.**

Для равновѣсія части NB, кромѣ того, необходимо, чтобы алгебрическая сумма моментовъ всѣхъ силъ относительно произвольной оси, напр. относительно нейтральной оси N (черт. **425**), перпендикулярной къ плоскости чертежа, была равна нулю. Итакъ, статическій моментъ силы K, которая сама по себѣ произвела бы вращеніе **слѣва направо**, долженъ быть равенъ суммѣ статическихъ моментовъ всѣхъ напряженій, изъ которыхъ каждое, взятое въ отдѣльности, стремится произвести вращеніе **справа налѣво**. Статическій моментъ напряженія волокна, отстоящаго отъ нейтральной оси на разстояніи u, равенъ $\frac{Suf}{w} \cdot u$, а потому

$$48) \quad \Sigma\left(\frac{Suf}{w} \cdot u\right) = K \cdot x.$$

т. е. моментъ сопротивленія напряженій волоконъ равенъ моменту изгибающей силы.

Общій всѣмъ слагаемымъ множитель $\frac{S}{w}$ можно здѣсь вывести за знакъ суммированія, и тогда

$$49) \quad \frac{S}{w} \Sigma (fu^2) = Kx.$$

Множитель $\Sigma\ (fu^2)$ выражаетъ сумму произведеній элементовъ площади поперечнаго сѣченія на квадраты разстояній ихъ отъ нейтральной оси, т. е. **моментъ инерціи поперечнаго сѣченія**, взятый относительно горизонтальной оси, проходящей черезъ центръ тяжести поперечнаго сѣченія. Обозначая моментъ инерціи чрезъ $\mathfrak{T}$, мы получимъ

$$50) \quad \frac{S}{w} \mathfrak{T} = Kx.$$

Если бы, кромѣ силы K, на брусъ дѣйствовали еще нѣсколько силъ, то вмѣсто Kx слѣдовало бы взять сумму моментовъ этихъ силъ. Итакъ, обозначая эту сумму чрезъ $\mathfrak{M}$, мы можемъ дать предъидущему уравненію болѣе простой и общій видъ

$$51) \quad \frac{S}{w} \mathfrak{T} = \mathfrak{M}.$$

Здѣсь S выражаетъ напряженіе, отнесенное къ квадратному миллиметру площади поперечнаго сѣченія въ волокнѣ, отстоящемъ отъ нейтральной оси на разстояніи w, поэтому, подразумѣвая подъ w, какъ въ данномъ случаѣ, разстояніе отъ нейтральной оси волокна, **наиболѣе удаленнаго** отъ нея, мы получимъ, что S вмѣстѣ съ тѣмъ выражаетъ и **наибольшее** напряженіе (отнесенное къ кв. мм.), проявляющееся въ поперечномъ сѣченіи. Итакъ, если предъидущее уравненіе представить въ видѣ

$$52)\quad S = \frac{w}{\mathfrak{T}}\mathfrak{M},$$

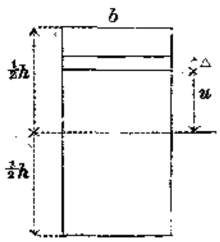
то оно можетъ послужить для опредѣленія напряженія въ наиболѣе напряженномъ волокнѣ; для этого слѣдуетъ предварительно опредѣлить моментъ инерціи соотвѣтствующаго сѣченія

$$53)\quad \mathfrak{T} = \Sigma\,(f u^2)$$

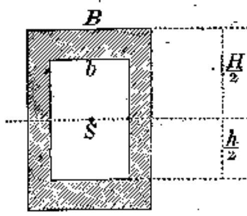
Для прямоугольнаго сѣченія (черт. **426**) площадь элемента, лежащаго на разстояніи u отъ нейтральной оси, равна $f = b\Delta$, т. е. $\mathfrak{T} = b\,\Sigma\ (\Delta u^2)$ или, согласно съ обозначеніями интегральнаго исчисленія,

$$54)\quad \mathfrak{T} = b\int_{-\frac{1}{2}h}^{+\frac{1}{2}h} u^2\,du = \frac{b\,h^3}{12}.$$

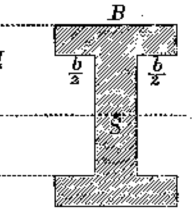
Черт. 426.



Черт. 427.



Черт. 428.



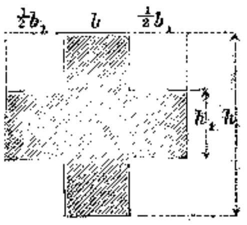
Поперечное сѣченіе, представленное на черт. **427**, можно разсматривать какъ разность площадей BH и bh, а потому моментъ инерціи такого поперечнаго сѣченія, относительно горизонтальной оси, проходящей черезъ центръ тяжести, будетъ

$$55)\quad \mathfrak{T} = \frac{B\,H^3}{12} - \frac{b\,h^3}{12}.$$

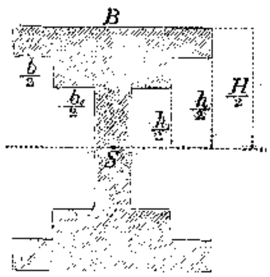
То же уравненіе даетъ моментъ инерціи поперечнаго сѣченія, представленнаго на черт. **428**.

Подобнымъ же образомъ можно опредѣлить моменты инерцій другихъ поперечныхъ сѣченій, которыя сводятся къ основнымъ формамъ прямоугольника; нужно только, чтобы поперечныя сѣченія эти были симметричны относительно горизонтальной оси, проходящей через центръ тяжести. Такъ напр. для поперечнаго сѣченія (черт. **429**), которое можно разсматривать какъ сумму двухъ прямоугольниковъ, мы найдемъ

Черт. 429.



Черт. 430.



$$56)\quad \mathfrak{T} = \frac{bh^3}{12} + \frac{b_1h_1^3}{12},$$

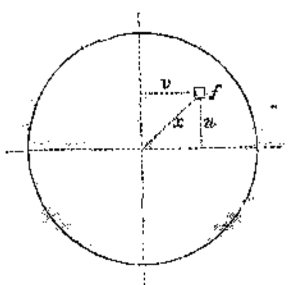
а для поперечнаго сѣченія черт. **430**

$$57)\quad \mathfrak{T} = \frac{BH^3}{12} - \frac{bh^3}{12} - \frac{b_1h_1^3}{12}.$$

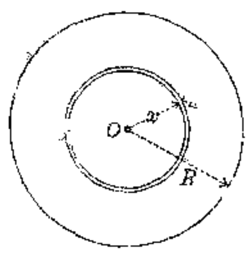
Для круглаго поперечнаго сѣченія (черт. **431**) $\Sigma\,(fu^2) = \Sigma\,(fv^2)$, и такъ какъ $u^2 + v^2 = x^2$, то $\Sigma\,(fu^2) + \Sigma\,(fv^2) = \Sigma\,(fx^2)$, а потому

$$\mathfrak{T} = \tfrac{1}{2}\Sigma(fx^2).$$

Черт. 431.



Черт. 432.



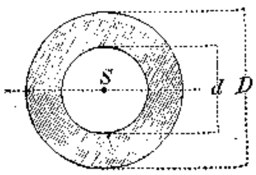
Для полученія послѣдняго выраженія положимъ, что f есть безконечно узкое кольцо, шириной Δ (черт. **432**), площадь этого кольца $= 2\pi x\Delta$, откуда $\Sigma\,(fx^2) = 2\pi\,\Sigma\,(x^3\Delta)$ или, согласно съ обозначеніями интегральнаго исчисленія,

$$\Sigma(fx^2) = 2\pi \int_0^R x^3\,dx = \frac{\pi}{2} R^4.$$

Итакъ, обозначая діаметръ круга чрезъ D, получимъ

$$58)\quad \mathfrak{T} = \frac{\pi}{4} R^4 = \frac{\pi}{64} D^4.$$

Черт. 433.



Кольцевая площадь представляетъ собой (черт. **433**) разность двухъ круговъ: одного — діаметра D, а другого — діаметра d, поэтому моментъ инерціи ея площади равенъ

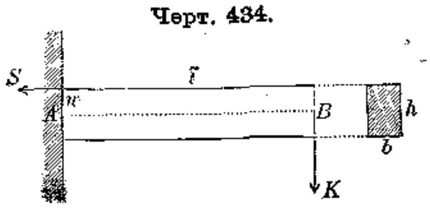
$$59)\quad \mathfrak{T} = \frac{\pi}{64}(D^4 - d^4).$$

Изъ уравненія 50) видно, что наибольшее напряженіе, проявляющееся въ поперечномъ сѣченіи бруса, различно для разныхъ мѣстъ его, ибо напряженіе S зависитъ отъ момента изгибающей силы, а моментъ этотъ возрастаетъ вмѣстѣ съ своимъ плечомъ, которое достигаетъ наибольшаго значенія для поперечнаго сѣченія въ плоскости задѣлки. Приравнивая $x = l$, получимъ

$$60)\quad \frac{S}{w}\mathfrak{T} = Kl,$$

гдѣ S выражаетъ наибольшее напряженіе, проявляющееся во всемъ брусѣ.

Черт. 434.



Для бруса прямоугольнаго поперечнаго сѣченія (черт. **434**) $w = \frac{h}{2}$; изъ уравненія **54**) получаемъ $\mathfrak{T} = \frac{bh^3}{12}$. Подставляя эти значенія въ предъидущее уравненіе, получимъ

$$61)\quad \frac{Sbh^2}{6} = Kl.$$

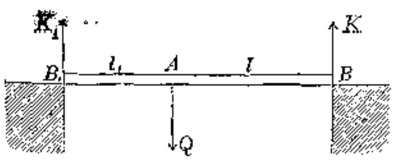
Такъ напр., полагая $K = 125$ кил., $l = 800$ миллим., $b = 20$ миллим., $h = 100$ миллим., мы найдемъ для наибольшаго проявляющагося въ брусѣ напряженія

$$S = \frac{6Kl}{bh^2} = \frac{6\,.\,125\,.\,800}{20\,.\,100^2} = 3 \text{ кил.}$$

Это значеніе не зависитъ отъ свойствъ матеріала и, сравнивая его съ напряженіемъ, допускаемымъ въ данномъ матеріалѣ, мы узна́емъ, достаточно ли сопротивленіе балки сравнительно съ изгибающимъ усиліемъ, или же опредѣлимъ какимъ сопротивленіемъ долженъ обладать брусъ, чтобы выдержать данное изгибающее усиліе. Такъ напр. для той же балки изъ **кованаго желѣза** мы нашли бы, что, не выходя за предѣлъ допускаемаго (для желѣза) напряженія въ 6 кил. на кв. миллим., можно увеличить ея нагрузку до 250 кил.

Наибольшее напряженіе, проявляющееся въ брусѣ, лежащемъ свободно на двухъ опорахъ B и B_1 и подверженномъ дѣйствію сосредоточенной силы, приложенной въ произвольной точкѣ между этими опорами (черт. **435**), можетъ быть опредѣлено помощью того же уравненія 60); для этого слѣдуетъ обозначить чрезъ K сопротивленіе одной изъ опоръ, а чрезъ l разстояніе этой опоры отъ точки приложенія нагрузки. Если представить себѣ, что часть AB неподвижно задѣлана въ стѣну, то нетрудно замѣтить, что мы тѣмъ самымъ переходимъ къ случаю, разобранному нами на черт. **434**; вся разница заключается въ томъ, что изгибающее усиліе здѣсь направлено вверхъ и, поэтому, наиболѣе вытягивающее напряженіе проявляется здѣсь не въ верхнихъ, а въ **нижнихъ** волокнахъ; поэтому, подставляя въ вышеприведенную формулу вмѣсто K его значеніе, изъ уравненія рычага: $K\ (l+l_1) = Q\,l_1$ получимъ

Черт. 435.

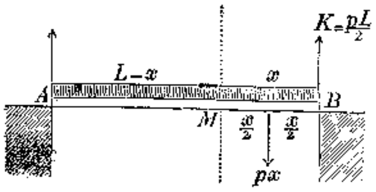


$$62)\quad \frac{S}{w}\,\mathfrak{T} = \frac{Q\,l\,l_1}{l+l_1}.$$

(Такъ какъ $K_1 l_1 = K l$, то можно получить то же самое уравненіе изъ разсмотрѣнія наибольшаго напряженія, проявляющагося въ части бруса AB_1).

Если на брусъ, лежащій свободно на двухъ опорахъ, дѣйствуетъ равномѣрная нагрузка, равная p на погонную единицу длины бруса, то $K = \frac{pL}{2}$ будетъ сопротивленіе каждой опоры, а px нагрузкой на часть $BM = x$ (черт. **436**). Положимъ, что часть бруса AB задѣлана неподвижно въ стѣну; очевидно, что выступающую за плоскость задѣлки часть бруса можно разсматривать какъ брусъ, подверженный дѣйствію **двухъ** изгибающихъ силъ: одной, K, дѣйствующей вверхъ, и другой, px, дѣйствующей внизъ. Итакъ, напряженія, проявляющіяся въ поперечномъ сѣченіи M, соотвѣтствуютъ разности моментовъ этихъ двухъ силъ и въ общее уравненіе 51) слѣдуетъ въ этомъ случаѣ подставить вмѣсто $\mathfrak{M}$

Черт. 436.



$$\mathfrak{M} = Kx - px\frac{x}{2} = \frac{pL}{2} \cdot x - \frac{px^2}{2}.$$

Такимъ образомъ для наибольшаго напряженія, проявляющагося въ поперечномъ сѣченіи, отстоящемъ отъ опоры на разстояніи x, мы получимъ уравненіе

$$63) \quad \frac{S}{w}\mathfrak{T} = \frac{p}{2}x(L - x).$$

Произведеніе отрѣзковъ x и $L - x$ достигаетъ наибольшей *величины при* $x = L - x = \frac{L}{2}$, *т. е. наибольшее напряженіе* проявляется на срединѣ бруса и опредѣляется изъ уравненія

$$64) \quad \frac{S}{w}\mathfrak{T} = \frac{pL^2}{8}.$$

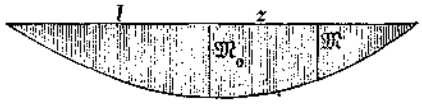
Полагая $L = 2l$ и $x = l - z$, мы получимъ общее выраженіе для напряженія въ поперечномъ сѣченіи, отстоящемъ на разстояніи z отъ средины, а именно:

$$65) \quad \mathfrak{M} = p\left(\frac{l^2 - z^2}{2}\right);$$

при $z = 0$ уравненіе это принимаетъ видъ

$$66) \quad \mathfrak{M}_0 = \frac{pl^2}{2}.$$

Черт. 437.



Графически законъ измѣняемости $\mathfrak{M}$ въ зависимости отъ z изображается параболой (черт. **437**).

§ 51.

Кривая изгиба (Elastische Linie).

Кривая, по которой изгибается нейтральный слой волоконъ AB (черт. **422**) изгибаемаго бруса, называется **кривой изгиба** (Elastische Linie). Безконечно малая часть дуги этой кривой MN есть дуга круга, центръ котораго находится въ O, на пересѣченіи нормалей CD и EF, а радіусъ равенъ $ON = \rho$ $=$ радіусу кривизны кривой въ разсматриваемомъ мѣстѣ.

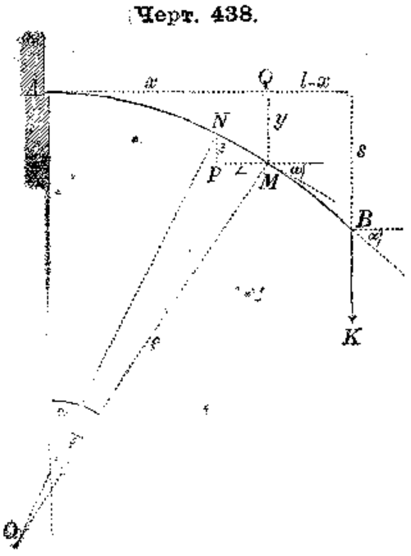
Изъ подобія треугольниковъ CGM и MNO

$$\frac{CG}{MN} = \frac{MG}{ON}.$$

Лѣвая часть этого равенства есть относительное удлинненіе того волокна, напряженіе котораго (на квадратный миллиметръ) было обозначено буквой S, а потому (см. уравненіе I) она равна $\frac{S}{E}$. Далѣе, приравнивая $MG = w$ и $ON = \rho$, получимъ

$$67)\quad \frac{S}{E} = \frac{w}{\rho} \text{ или } \frac{S}{w} = \frac{E}{\rho}.$$

Черт. 438.



Подставляя это значеніе $\frac{S}{w}$ въ уравненіе 51), мы получимъ

$$68)\quad \frac{E\mathfrak{T}}{\rho} = \mathfrak{M}.$$

Изъ этого уравненія мы получимъ слѣдующее выраженіе для радіуса кривизны безконечно малой дуги $\widehat{MN}$ кривой изгиба $\widehat{AB}$ (черт. **438**):

$$69)\quad \rho = \frac{E\mathfrak{T}}{\mathfrak{M}} = \frac{E\mathfrak{T}}{K(l-x)}.$$

Въ предположеніи, что изгибъ бруса незначителенъ, можно допустить, что въ уравненіи

$$\widehat{MN} = \rho\varphi \text{ или } \varphi = \frac{\widehat{MN}}{\rho}$$

вмѣсто дуги $\widehat{MN}$ можно взять горизонтальную ея проекцію $MP = \Delta$; подставляя сюда, кромѣ того, найденное для ρ выраженіе, мы получимъ уравненіе

$$70)\quad \varphi = \frac{K(l-x)\Delta}{E\mathfrak{T}}.$$

Розобьемъ горизонтальную проекцію $AQ = x$ всей дуги AM на безконечно малые элементы; каждое значеніе x выразится нѣкоторымъ кратнымъ отъ Δ; вотъ это-то кратное отъ Δ подставимъ теперь послѣдовательно въ натуральномъ порядкѣ въ уравненіе 70) и просуммируемъ затѣмъ всѣ полученныя такимъ образомъ выраженія для безконечно малыхъ дугъ; въ результатѣ получимъ уравненіе

$$71)\quad \Sigma(\varphi) = \Sigma\left(\frac{K(l-x)\Delta}{E\mathfrak{T}}\right).$$

Лѣвая часть этого уравненія представляетъ уголъ ω, образуемый радіусомъ кривизны OM съ вертикалью (или уголъ кривой изгиба въ точкѣ M съ горизонталью). Въ предположеніи призматичности бруса, множитель $\frac{K}{E\mathfrak{T}}$, входящій подъ знакъ Σ во второй половинѣ уравненія, есть общій множитель для всѣхъ слагаемыхъ этой части уравненія, поэтому

$$72)\quad \omega = \frac{K}{E\mathfrak{T}}\Sigma[(l-x)\Delta] = \frac{K}{E\mathfrak{T}}[l\Sigma(\Delta) - \Sigma(x\Delta)].$$

Здѣсь $\Sigma(\Delta) = x$ и $\Sigma(x\Delta) = \frac{x^2}{2}$, а потому

$$73)\quad \omega = \frac{K}{E\mathfrak{T}}\left(lx - \frac{x^2}{2}\right).$$

Подставляя сюда l вмѣсто x, мы получимъ выраженіе для угла α, образуемаго кривой изгиба въ точкѣ B, съ горизонталью:

$$74)\quad \alpha = \frac{Kl^2}{2E\mathfrak{T}}.$$

Въ безконечно маломъ прямоугольномъ треугольникѣ MNP вертикальный катетъ $\varepsilon = \Delta\, tg\,\omega$, но вслѣдствіе незначительности прогиба вмѣсто $tg\,\omega$ можно взять самый уголъ ω, поэтому

$$75)\quad \varepsilon = \omega\,.\,\Delta.$$

Подставляя сюда вмѣсто ω найденное въ уравненіи 73) значеніе, мы получимъ

$$76) \quad \varepsilon = \frac{K}{E\mathfrak{T}}\left(lx - \frac{x^2}{2}\right)\Delta.$$

Разобьемъ горизонтальную проекцію AQ дуги AM на безконечно малые элементы; при помощи вышеприведеннаго общаго уравненія можно опредѣлить вертикальныя проекціи соотвѣтственныхъ элементовъ, для чего достаточно подставить въ это уравненіе подходящее значеніе x. Просуммировавъ полученный такимъ образомъ рядъ уравненій, мы получимъ новое уравненіе

$$77) \quad \Sigma(\varepsilon) = \frac{K}{E\mathfrak{T}}\left[l\,\Sigma(x\Delta) - \tfrac{1}{2}\Sigma(x^2\Delta)\right].$$

Лѣвая часть этого равенства, какъ сумма вертикальныхъ проекцій всѣхъ частей дуги AM, равна y; $\Sigma(x\Delta) = \frac{x^2}{2}$, а $\Sigma\ (x^2\Delta) = \frac{x^3}{3}$, итакъ:

$$78) \quad y = \frac{K}{E\mathfrak{T}}\left(\frac{l\,x^2}{2} - \frac{x^3}{6}\right).$$

Если, согласно съ обозначеніями дифференціальнаго исчисленія, положить $\Delta = dx$, $\varepsilon = dy$ $\omega = \frac{dy}{dx}$, далѣе $\varphi = d\omega = d\left(\frac{dy}{dx}\right)$, то вышеприведенныя уравненія примутъ видъ:

$$E\mathfrak{T}\frac{d^2 y}{d x^2} = K(l - x).$$

$$E\mathfrak{T}\left(\frac{dy}{dx}\right) = K\left(l\,x - \frac{x^2}{2}\right).$$

$$E\mathfrak{T}\,y = K\left(\frac{l\,x^2}{2} - \frac{x^3}{6}\right).$$

При $x = l$, y, равное s, представитъ стрѣлу прогиба въ концѣ бруса B, а потому

$$79) \quad s = \frac{K l^3}{3 E \mathfrak{T}}.$$

Раздѣлавъ это уравненіе почленно на уравненіе 60), получимъ

$$\frac{s\,w}{S} = \frac{l^2}{3E},$$

а если въ этомъ уравненіи подставить $\frac{S}{E} = \delta$ и $2w = h$, то оно приметъ видъ

$$s = \tfrac{2}{3}\,\delta\,\frac{l^2}{h}.$$

Если бы грузъ Q дѣйствовалъ на средину бруса, то вышеприведенное уравненіе осталось бы безъ измѣненія и для этого случая. Итакъ, это уравненіе можно было бы примѣнить и къ тому, чтобы опредѣлить какой видъ примутъ уравненія, найденныя для составной системы (черт. **401**), если бы брусъ вездѣ имѣлъ одинаковыя поперечныя сѣченія. Дѣйствительно, замѣняя въ уравненіи 18) δ_2 на $\frac{2}{3}\,\delta_2$, мы получимъ для этого случая

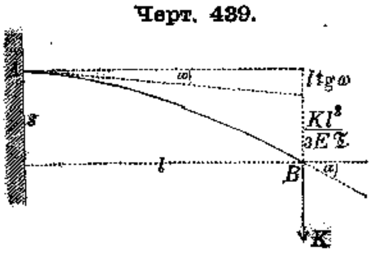
$$\frac{\delta_1\, a^2}{h} = \tfrac{2}{3}\,\delta_2\,\frac{l^2}{f}.$$

Такимъ же точно образомъ мы найдемъ, что уравненіе 21) приметъ видъ

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \tfrac{2}{3}\cdot\frac{l^3}{a^3}\cdot\frac{h^2}{f^2}\cdot\frac{E_1}{E_2}\cdot\frac{F_1}{F_2}.$$

Если брусъ задѣланъ въ стѣну не горизонтально, а съ нѣкоторымъ безконечно малымъ уклономъ, уголъ котораго равенъ ω (черт. **439**), то уголъ уклона кривой изгиба въ концѣ бруса B можно разложить на двѣ части: одна изъ нихъ равна ω и есть уголъ, образуемый несогнутой осью бруса, другая зависитъ отъ изгиба и опредѣляется по формулѣ 74). Итакъ, для этого случая

Черт. 439.



$$80)\quad \alpha = \omega + \frac{K l^2}{2E\mathfrak{T}}.$$

Точно также величина s въ этомъ случаѣ состоитъ изъ двухъ частей: одна $l\,tg\omega$ (вмѣсто которой, за малостью угла ω можно взять $l\omega$) выражаетъ разность высотъ концовъ несогнутаго бруса, а другая зависитъ отъ прогиба бруса и опредѣляемой по формулѣ 79). Итакъ, въ этомъ случаѣ

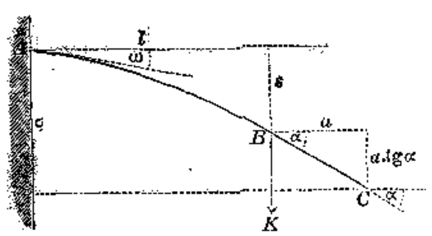
$$81)\quad s = l\omega + \frac{K l^3}{3E\mathfrak{T}}.$$

Мы пришли бы къ тому же уравненію, если бы предположили, что часть бруса AM неподвижно задѣлана въ стѣну, обозначили бы затѣмъ, какъ для бруса, наклонно задѣланнаго въ стѣну, длину $l-x$ чрезъ l, а разность высотъ $s-y$ чрезъ s и, наконецъ, подставили эти величины въ уравненія 78) и 79).

Вышеприведенныя уравненія, опредѣляющія положеніе точки B и направленіе кривой изгиба въ этомъ мѣстѣ, остаются безъ измѣненія и въ томъ случаѣ, если брусъ не оканчивается въ точкѣ B, а продолжается за нее на длину $BC=a$ (черт. **440**).

Если на эту часть бруса, какъ мы предполагаемъ, не дѣйствуютъ внѣшнія силы, то она сохраняетъ свой прямолинейный видъ.

Черт. 440.



Итакъ уголъ, образуемый горизонталью съ направленіемъ кривой изгиба въ точкѣ C, тоже равенъ α. Для полученія ординаты точки C слѣдуетъ къ найденной для s величинѣ прибавить $a\,tg\,\alpha$, или $a.\alpha$. Итакъ

$$82)\quad \sigma = l\omega + \frac{K l^3}{3 E \mathfrak{T}} + a\,.\,\alpha.$$

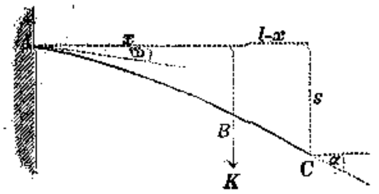
Подставляя сюда найденное для α выраженіе, получимъ

$$83)\quad \sigma = (l + a)\,\omega + \frac{K(2 l^3 + 3 a l^2)}{6 E \mathfrak{T}}.$$

Подставляя сюда обозначенія, показанныя на черт. **441**, т. е. x вмѣсто l и $l - x$ вмѣсто a, и наконецъ, s вмѣсто σ, найдемъ

$$84)\quad \alpha = \omega + \frac{K x^2}{2 E \mathfrak{T}}.$$

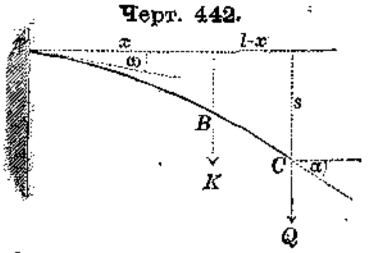
Черт. 441.



$$85)\quad s = l\omega + \frac{K(3 l x^2 - x^3)}{6 E \mathfrak{T}}.$$

Если кромѣ силы K, приложенной въ точкѣ B, на брусъ дѣйствуетъ еще и сила Q, приложенная въ точкѣ C, то къ найденнымъ сейчасъ величинамъ α и s слѣдуетъ еще прибавить по одному слагаемому, опредѣляемому по уравненіямъ 74) и 79) и зависящему отъ дѣйствія силы Q. Итакъ, для случая распредѣленія нагрузки, показаннаго на черт. **442**, мы получимъ уравненія

Черт. 442.



$$86)\quad \alpha = \omega + \frac{K x^2}{2 E \mathfrak{T}} + \frac{Q l^2}{2 E \mathfrak{T}}.$$

$$87)\quad s = l\omega + \frac{K(3lx^2 - x^3)}{6E\mathfrak{T}} + \frac{Ql^3}{3E\mathfrak{T}}.$$

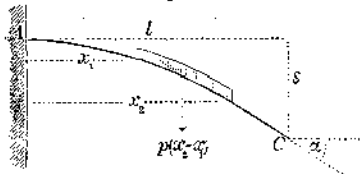
Уравненія эти остаются безъ измѣненій не только для положительныхъ, но и для отрицательныхъ значеній величинъ K и Q, т. е. для тѣхъ случаевъ, когда силы эти направлены вертикально вверхъ.

Подставляя въ вышеприведенныя уравненія $\omega = 0$, $Q = 0$ и и pdx вмѣсто K; далѣе, $d\alpha$, вмѣсто α и ds вмѣсто s, мы получимъ новый видъ ихъ:

$$88)\quad d\alpha = \frac{px^2\,dx}{2E\mathfrak{T}},$$

$$89)\quad ds = \frac{p(3lx^2 - x^3)\,dx}{6E\mathfrak{T}},$$

Черт. 443.



Проинтегрировавъ эти выраженія въ предѣлахъ x_1 и x_2, найдемъ для случая, представленнаго на черт. **443**,

$$90)\quad \alpha = \frac{p(x_2^3 - x_1^3)}{6E\mathfrak{T}}.$$

$$91)\quad s = \frac{p[l(x_2^3 - x_1^3) - \frac{1}{4}(x_2^4 - x_1^4)]}{E6\mathfrak{T}}.$$

Если брусъ покрытъ по всей своей длинѣ равномѣрной нагрузкой p, то слѣдуетъ предположить, что $x_1 = 0$, а $x_2 = l$, а тогда

$$92)\quad \alpha = \frac{pl^3}{6E\mathfrak{T}}.$$

$$93)\quad s = \frac{pl^4}{8E\mathfrak{T}}.$$

Если при подобной нагрузкѣ брусъ задѣланъ въ точкѣ A съ уклономъ подъ угломъ ω и если на него, кромѣ того, дѣйствуетъ въ точкѣ C грузъ Q, то

$$94)\quad \alpha = \omega + \frac{pl^3}{6E\mathfrak{T}} + \frac{Ql^2}{2E\mathfrak{T}}.$$

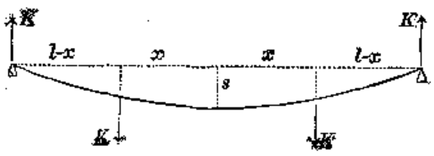
$$95)\quad s = l\omega + \frac{pl^4}{8E\mathfrak{T}} + \frac{Ql^3}{3E\mathfrak{T}}.$$

Предполагая въ уравненіи 87) $\omega = 0$ и подставляя въ него $-K$, вмѣсто Q и $-s$ вмѣсто s, найдемъ

$$96)\quad s = \frac{K(2l^3 - 3lx^2 + x^3)}{6E\mathfrak{T}}.$$

Если предположить (черт. **444**), что лѣвая половина бруса задѣлана неподвижно въ стѣну, то окажется, что правая его половина будетъ находиться, относительно изгиба, въ такихъ точно условіяхъ, какъ и брусъ, изображенный на черт. **442**, для котораго $\omega = 0$ и $Q = -K$. Итакъ, для бруса (черт. **444**) слѣдуетъ опредѣлять стрѣлу прогиба по формулѣ 96).

Черт. 444.



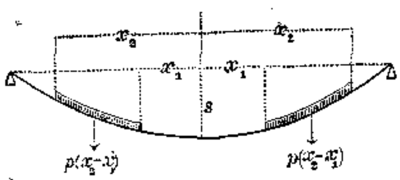
Далѣе, если въ это уравненіе подставить ds вмѣсто s и pdx вмѣсто K, то оно приметъ видъ

$$97)\quad ds = \frac{p\,(2\,l^3 - 3\,l\,x^2 + x^3)\,dx}{6\,E\,\mathfrak{T}},$$

откуда, проинтегрировавъ правую часть равенства въ предѣлахъ x_1 и x_2, мы получимъ для случая, представленнаго на чертежѣ **445**, уравненіе

$$98)\quad s = \frac{p\,[2\,l^3(x_2 - x_1) - l\,(x_2^3 - x_1^3) + \frac{1}{4}(x_2^4 - x_1^4)]}{6\,E\,\mathfrak{T}}.$$

Черт. 445.

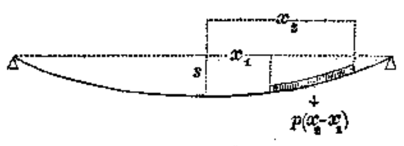


Для случая, когда брусъ покрытъ нагрузкой по всей длинѣ, слѣдуетъ предположить $x_1 = 0$ и $x_2 = l$ и тогда

$$99)\quad s = \frac{5}{24}\,\frac{p\,l^4}{E\,\mathfrak{T}}.$$

Такъ какъ нагрузка, лежащая на правой половинѣ балки, даетъ такую же составляющую осадки средины ея, какъ и нагрузка лѣвой, то очевидно, что если одну изъ этихъ нагрузокъ снять, прогибъ сдѣлается вдвое меньше. Такимъ образомъ стрѣла прогиба въ случаѣ, показанномъ на чертежѣ **446**, опредѣлится изъ уравненія

Черт. 446.



$$100)\quad s = \frac{p\,[2\,l^3(x_2 - x_1) - l\,(x_2^3 - x_1^3) + \frac{1}{4}(x_2^4 - x_1^4)]}{12\,E\,\mathfrak{T}}.$$

Подставляя въ уравненіе 87) $\omega = 0$ и $s = 0$, далѣе, $-Q$ вмѣсто $+Q$, мы найдемъ

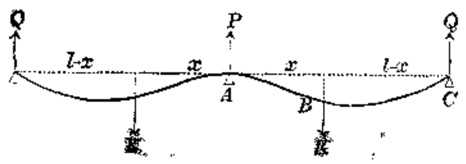
$$0 = \frac{K(3\,l\,x^2 - x^3)}{6\,E\,\mathfrak{T}} - \frac{Q\,l^3}{3\,E\,\mathfrak{T}},$$

откуда

$$101) \quad Q = \frac{K}{2}\left(3\,\frac{x^2}{l^2} - \frac{x^3}{l^3}\right).$$

По этому уравненію можно опредѣлить сопротивленіе каждой изъ оконечныхъ опоръ бруса (черт. **447**). Дѣйствительно, если бы лѣвая половина бруса была задѣлана въ стѣну, тогда правая его половина оказалась бы буквально въ тѣхъ же условіяхъ, какъ и брусъ (черт. **442**) (при $\omega = 0$, $s = 0$ и если Q величина отрицательная). Такъ какъ сумма сопротивленій опоръ равна $2K$, то сопротивленіе средней опоры будетъ

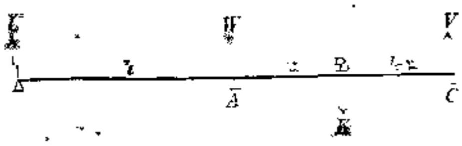
Черт. 447.



$$102) \quad P = 2\,K - 2\,Q.$$

Нагрузка на правый пролетъ даетъ такую же составляющую этого сопротивленія, какъ и нагрузка на лѣвый, поэтому для случая, представленнаго на черт. **448**, сопротивленіе средней опоры будетъ

Черт. 448.



$$103) \quad W = \tfrac{1}{2}\,P = K - Q.$$

Подставляя сюда найденное для Q значеніе, получимъ

$$104) \quad W = K\left\{1 - \tfrac{3}{2}\,\frac{x^2}{l^2} + \tfrac{1}{2}\,\frac{x^3}{l^3}\right\}.$$

Что касается сопротивленій оконечныхъ опоръ, то ихъ въ этомъ случаѣ можно опредѣлить на основаніи закона рычага совершенно такъ же, какъ и для бруса, лежащаго на двухъ опорахъ, а именно, изъ формулъ

$$V = K\left(\frac{l + x}{2\,l}\right) - \frac{W}{2} \text{ и } U = K\left(\frac{l - x}{2\,l}\right) - \frac{W}{2},$$

которыя, послѣ подстановки вмѣсто W найденнаго для него значенія, принимаютъ видъ:

$$105)\quad V=\frac{K}{4}\left\{2\frac{x}{l}+3\frac{x^2}{l^2}-\frac{x^3}{l^3}\right\}.$$

$$106)\quad U=-\frac{K}{4}\left\{2\frac{x}{l}-3\frac{x^2}{l^2}+\frac{x^3}{l^3}\right\};$$

Изгибающій моментъ въ сѣченіи N, отстоящемъ на право отъ A на разстояніи z, будетъ равенъ

$$107)\quad \mathfrak{M}=K(x-z)-V(l-z).$$

Полагая въ этой формулѣ $\mathfrak{M}=0$ и подставляя въ него V изъ уравненія 105), мы найдемъ для z уравненіе

$$108)\quad \frac{z}{l}=\frac{2\frac{x}{l}-\frac{x^2}{l^2}}{4+2\frac{x}{l}-\frac{x^2}{l^2}},$$

которое послѣ подстановокъ $\frac{l-x}{l}=u$ и $\frac{l-z}{l}=v$ принимаетъ болѣе простой видъ

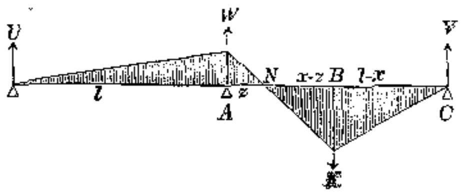
$$109)\quad v=\frac{4}{5-u^2}.$$

Это уравненіе даетъ возможность опредѣлить мѣсто N, въ которомъ изгибающій моментъ равенъ нулю, и изобразить графически, какъ показано на черт. **449**, законъ измѣняемости изгибающихъ моментовъ вдоль всего бруса. Кромѣ того, то же уравненіе, если его рѣшить относительно u и представить въ видѣ

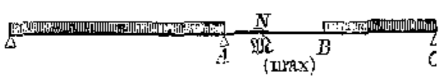
$$110)\quad u=\sqrt{5-\frac{4}{v}},$$

можетъ послужить для того, чтобы опредѣлить какія нагрузки вызываютъ въ данномъ мѣстѣ N наибольшіе и какія наименьшіе изгибающіе моменты.

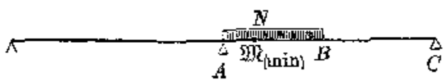
Черт. 449.



Черт. 450.

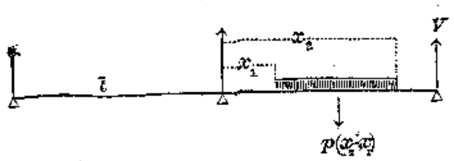


Черт. 451.



Уравненія 104), 105), 106) даютъ возможность опредѣлить сопротивленія опоръ, вызываемыя сосредоточеннымъ грузомъ K, дѣйствующимъ на брусъ. Теперь нетрудно опредѣлить какія сопротивленія со стороны опоръ вызоветъ равномѣрная нагрузка, покрывающая часть бруса длиной $x_2 - x_1$; для этого достаточно въ вышеприведенныя уравненія подставить $p\,dx$ вмѣсто K и проинтегрировать результатъ этой подстановки въ предѣлахъ x_1 и x_2. Такъ напр., для давленія опоры V, въ случаѣ нагрузки, показанной на черт. **452**, мы найдемъ изъ уравненія 105) слѣдующую величину:

Черт. 452.



$$V = \int_{x_1}^{x_2} \frac{p\,dx}{4} \left\{ 2\frac{x}{l} + 3\frac{x^2}{l^2} - \frac{x^3}{l^3} \right\} \text{ или}$$

111) $$V = \frac{p}{4\,l^3} \left\{ l^2 (x_2^2 - x_1^2) + l\,(x_2^3 - x_1^3) - \tfrac{1}{4}\,(x_2^4 - x_1^4) \right\}.$$

Если одновременно будутъ дѣйствовать нѣсколько подобныхъ нагрузокъ, то придется опредѣлить сопротивленіе опоръ отъ каждой нагрузки въ отдѣльности и взять сумму этихъ давленій.

Подставляя въ уравненіе 101) $p\,dx$ вмѣсто K и проинтегрировавъ его въ предѣлахъ 0 и l, мы получимъ для сопротивленій оконечныхъ опоръ значеніе $Q = \frac{3}{8}\,pl$. Итакъ, если постоянная нагрузка на погонную единицу, дѣйствующая вдоль всего пролета, равна p, а временная, дѣйствующая только на длину $x_2 - x_1$, равна m, то для сопротивленія опоры V бруса (черт. **452**) мы получимъ

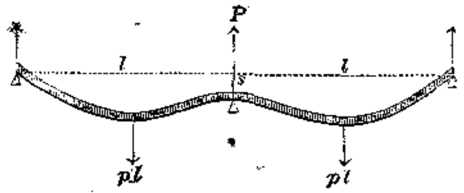
112) $$V = \tfrac{3}{8}pl + \frac{m}{4\,l^3} \left\{ l^2(x_2^2 - x_1^2) + l(x_2^3 - x_1^3) - \tfrac{1}{4}(x_2^4 - x_1^4) \right\}.$$

Если бы брусъ (черт. **453**) лежалъ не на трехъ, а только на **двухъ** опорахъ, то для него, какъ для бруса на **двухъ** опорахъ, пришлось бы опредѣлить осадку средины по уравненію 96) и мы получили бы въ этомъ случаѣ

113) $$s_1 = \frac{5}{24}\,\frac{p\,l^4}{E\mathfrak{T}}.$$

Разсматривая тотъ же брусъ (черт. 453) какъ **ненагруженную балку**, подверженную изгибающему усилію P, направленному **вверхъ**, мы найдемъ для него стрѣлу прогиба s_2 изъ уравненія 96), *подставляя въ него* $x=0$ и $2K=P$:

Черт. 453.



$$114)\quad s_2=\frac{P\,l^3}{6\,E\,\mathfrak{T}}.$$

Истинная стрѣла прогиба равна разности этихъ двухъ выраженій, а именно:

$$115)\quad s=s_1-s_2=\frac{5}{24}\,\frac{p\,l^4}{E\,\mathfrak{T}}-\frac{P\,l^3}{6\,E\,\mathfrak{T}}.$$

Этимъ уравненіемъ можно воспользоваться для того, чтобы расчитать распредѣленіе нагрузки въ составной системѣ (черт. 401) въ томъ случаѣ, когда нагрузка распредѣляется по длинѣ горизонтальнаго бруса равномѣрно и когда поперечныя сѣченія бруса одинаковы по всей длинѣ. Дѣло въ томъ, что сила P, взятая въ обратномъ направленіи, представляетъ собой то давленіе, которое сообщаетъ стыку обоихъ подкосовъ осадка

$$116)\quad s=\frac{P\,a^3}{2\,E_1\,F_1\,h_1^2},$$

поэтому, приравнивая снова другъ другу оба значенія s, мы получимъ уравненіе вида

$$117)\quad \frac{P\,a^3}{2\,E_1\,F_1\,h_1^2}=\frac{5}{24}\,\frac{p\,l^4}{E_2\,\mathfrak{T}_2}-\frac{P\,l^3}{6\,E_2\,\mathfrak{T}_2}.$$

Если поперечное сѣченіе бруса есть прямоугольникъ площади F_2 и высоты h_2, то (уравненіе 54) $\mathfrak{T}_2=\frac{F_2\,h_2^2}{12}$, поэтому

$$118)\quad P=\frac{5\,p\,l}{4+\frac{a^3}{l^3}\cdot\frac{h_2^2}{h_1^2}\cdot\frac{E_2}{E_1}\cdot\frac{F_2}{F_1}}.$$

По этой формулѣ опредѣляется часть нагрузки, дѣйствующая на подкосы; при этомъ, конечно, предполагается, что температура постоянна и что до начала дѣйствія нагрузки три точки C, E, D находились на одной высотѣ.

Если напр. $\frac{a}{l}=\frac{5}{4}$, $\frac{h_2}{h_1}=\frac{1}{3}$, $\frac{E_2}{E_1}=1$ и $\frac{F_2}{F_1}=2$, то $P=1{,}128\;pl$.

При $\frac{F_2}{F_1} = 0$, $P = \frac{5}{4}\,p\,l$, т. е. P будетъ равно сопротивленію средней опоры бруса, лежащаго на трехъ опорахъ, расположенныхъ на одной и той же высотѣ.

Если въ уравненіи 115) положить $p = 0$ и замѣнить $+P$ на $-P$, то для s получимъ

$$119)\quad s = \frac{P\,l^3}{6\,E\,\mathfrak{T}}.$$

Уравненіе это можетъ послужить для того, чтобы опредѣлить вліяніе колебаній температуры на распредѣленіе нагрузки въ фермѣ (черт. **401**). Приравнивая другъ другу (какъ въ уравненіи 41) оба значенія s, соотвѣтствующія пониженію температуры, мы получимъ уравненіе

$$\left(\Delta - \frac{P\,a}{2\,E_1\,F_1\,h_1}\right)\frac{a^2}{h_1} = \frac{P\,l^3}{6\,E_2\,\mathfrak{T}_2}.$$

Подставляя въ это уравненіе вмѣсто $\mathfrak{T}_2$ его значеніе $\mathfrak{T}_2 = \frac{F_2 h_2^2}{12}$ и рѣшая его относительно P, получимъ

$$120)\quad P = \frac{2\,\Delta\,E_1\,F_1\,\frac{h_1}{a}}{1 + 4\cdot\frac{E_1}{E_2}\cdot\frac{F_1}{F_2}\cdot\frac{l^3}{a^3}\cdot\frac{h_1^2}{h_2^2}}.$$

Подставляя сюда $E_1 = E_2 = 20000$, $F_1 = 10000$, $F_2 = 20000$, $\frac{l}{a} = 0{,}8$, $\frac{h_1}{a} = 0{,}6$, $\frac{h_1}{h_2} = 3$ и $\Delta = \frac{1}{4000}$ (что соотвѣтствуетъ пониженію температуры на 20,5 град. Цельзія), найдемъ $P = 5873$ кил. Если, кромѣ того, дѣйствуетъ нагрузка $2\,p\,l$, то при пониженіи температуры на 20,5 град. Цельзія $P = 1{,}128\,pl + 5873$ кил., а при возвышеніи температуры на 20,5 град. Цельзія $P = 1{,}128\,p\,l - 5873$.

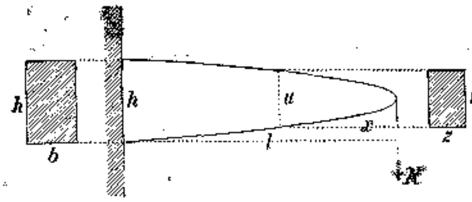
Мы получили (уравненіе 68) (черт. **438**) слѣдующее общее выраженіе для радіуса кривизны кривой изгиба

$$121)\quad \rho = \frac{E\,\mathfrak{T}}{\mathfrak{M}};$$

ρ выражаетъ здѣсь радіусъ кривизны въ томъ мѣстѣ бруса, гдѣ изгибающій моментъ равенъ $\mathfrak{M}$, а моментъ инерціи поперечнаго сѣченія равенъ $\mathfrak{T}$. Если отношеніе $\frac{\mathfrak{T}}{\mathfrak{M}}$ сохраняетъ одну и ту же величину для всѣхъ точекъ бруса, то радіусъ кривизны тоже будетъ постоянной величиной и поэтому кривая изгиба будетъ **дугой круга.**

Въ брусѣ, поперечныя сѣченія котораго одинаковы, моменты инерцій ихъ одинаковы. Итакъ, **призматическій** брусъ только въ томъ случаѣ изогнется по дугѣ круга, когда изгибающій моментъ $\mathfrak{M}$ для всѣхъ его сѣченій будетъ величиной постоянной, какъ напр. въ томъ случаѣ, когда на свободный конецъ бруса (черт. **422**) вмѣсто одной силы дѣйствуетъ пара силъ. Если же съ удаленіемъ отъ концовъ бруса величины $\mathfrak{T}$ и $\mathfrak{M}$ измѣняются и для нѣкотораго произвольнаго мѣста (напр. для конца) принимаютъ значенія $\mathfrak{T}_1$ и $\mathfrak{M}_1$, то общее условіе, чтобы кривая изгиба была дугой круга, выразится уравненіемъ

Черт. **454.**

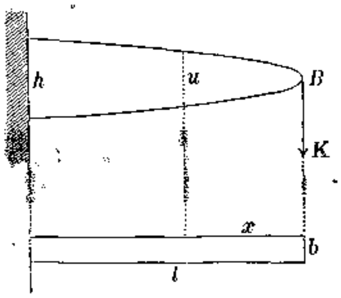


$$122)\quad \frac{\mathfrak{T}}{\mathfrak{M}} = \frac{\mathfrak{T}_1}{\mathfrak{M}_1}$$

или $\frac{\mathfrak{T}}{\mathfrak{T}_1} = \frac{\mathfrak{M}}{\mathfrak{M}_1}$.

Для бруса, представленнаго на черт. **454,** общее уравненіе 122) приметъ видъ

$$123)\quad \frac{z\,u^3}{b\,h^3} = \frac{x}{l}.$$



Черт. **455.**

Черт. **456.**

Если $z=b$, то для бруса постоянной ширины, представленнаго на черт. **455** и **456,**

$$124)\quad \frac{u^3}{h^3} = \frac{x}{l},$$

а при $u=h$,

$$125)\quad \frac{z}{b} = \frac{x}{l},$$

т. е. мы получимъ брусъ, черт. **457** и **458,** имѣющій въ планѣ видъ треугольника, а въ фасадѣ видъ прямоугольника.

Стрѣла прогиба можетъ быть опредѣлена для бруса постоянной кривизны (черт. **459**) изъ уравненія круга

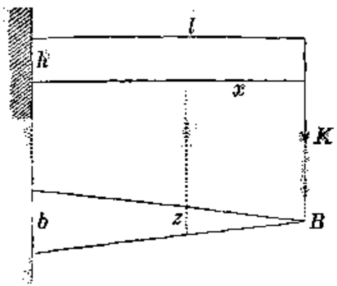
$$l^2 = 2\,\varrho\,s - s^2.$$

Такъ какъ стрѣла прогиба величина весьма малая, то въ послѣднемъ уравненіи можно опустить членъ s^2 и принять что длина бруса $= l$, а тогда

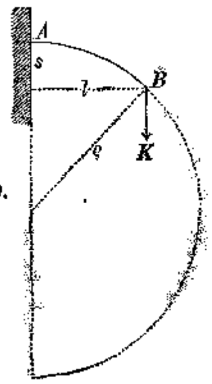
$$126)\quad s = \frac{l^2}{2\rho}.$$

Черт. 457.

Черт. 458.



Черт. 459.



Подставляя сюда вмѣсто ρ его значеніе изъ уравненія 67), мы получимъ

$$127)\quad s = \frac{l^2 S}{2 w E}.$$

Если поперечное сѣченіе симметрично относительно нейтральной оси и высота h постоянна, то $2w = h$, а тогда, обозначая отношеніе $\frac{S}{E}$ чрезъ δ, получимъ

$$128)\quad s = \delta \frac{l^2}{h}.$$

Если грузъ Q дѣйствуетъ на средину бруса (черт. **435**) и каждая половина бруса имѣетъ видъ брусьевъ черт. **457** и черт. **458**, то окажется, что и этотъ брусъ изогнется по дугѣ круга. Итакъ, если брусъ (черт. **401**) отъ дѣйствія нагрузки согнется по дугѣ круга, то и брусъ, каждая половина котораго имѣетъ видъ черт. **457** и **458**, тоже согнется по дугѣ круга.

Если вмѣсто ρ подставить въ уравненіе 126) его значеніе изъ уравненія 121) и вмѣсто постояннаго отношенія $\frac{\mathfrak{T}}{\mathfrak{M}}$ величину $\frac{\mathfrak{T}_1}{Kl}$, которую оно принимаетъ для плоскости задѣлки A, то мы получимъ уравненіе

$$s = \frac{K l^3}{2 E \mathfrak{T}_1}.$$

Итакъ, въ брусѣ постоянной кривизны осадка точки приложенія груза въ 1,5 раза больше чѣмъ въ призматическомъ брусѣ (уравненіе 79).

§ 52.

Сопротивленіе изгибу при сжатіи (Knickfestigkeit).

Если призматическій брусъ *сжатъ* двумя силами K, распредѣленными равномѣрно на его оконечныя поперечныя сѣченія F, то въ поперечныхъ сѣченіяхъ этого бруса проявится напряженіе

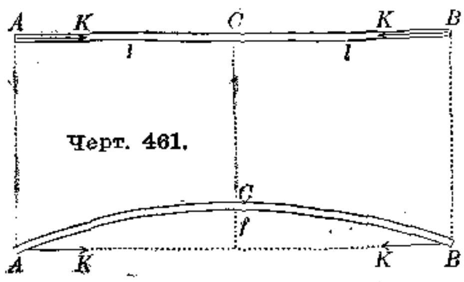
$$129)\quad S_1 = \frac{K}{F}$$

на единицу площади; напряженіе это одно и то же какъ по всей длинѣ бруса, такъ и во всѣхъ точкахъ каждаго поперечнаго сѣченія (черт. **460**).

Допустимъ, что вслѣдствіе какой-либо причины брусъ искривился и что стрѣла искривленія сдѣлалась равной f (черт. **461**); допустимъ далѣе, что брусъ въ этомъ состояніи подверженъ дѣйствію обѣихъ силъ K, которыя постепенно возрастаютъ до тѣхъ поръ, пока ни окажутся вполнѣ достаточными, чтобы самимъ, независимо отъ первоначальной причины, согнувшей брусъ, удержать его въ этомъ изогнутомъ положеніи, и постараемся опредѣлить наибольшее сжатіе, *проявляющееся* въ брусѣ при подобныхъ условіяхъ.

Черт. 460.

Черт. 461.



Напряженіе въ произвольномъ мѣстѣ даннаго сѣченія *составляется,* вопервыхъ, изъ *сжатія,* распредѣленнаго равномѣрно по всей площади *поперечнаго сѣченія;* это сжатіе можно опредѣлить, какъ и въ предъидущемъ случаѣ, по уравненію 129) и изъ напряженія отъ изгиба, которое зависитъ отъ момента изгибающей силы; съ вогнутой стороны бруса сила эта тоже возбуждаетъ въ брусѣ сжатіе. Моментъ изгибающей силы достигаетъ наибольшей своей величины въ точкѣ C и равенъ въ этомъ мѣстѣ

$$130) \quad \mathfrak{M} = Kf,$$

поэтому наибольшее сжатіе, проявляющееся въ брусѣ, достигнетъ наибольшей своей величины тоже въ поперечномъ сѣченіи C (а именно съ вогнутой стороны). Подставляя въ общее уравненіе 52) вмѣсто $\mathfrak{M}$ вышеозначенное значеніе, мы получимъ слѣдующее выраженіе для наибольшаго сжатія S_2, зависящаго исключительно отъ изгиба

$$131) \quad S_2 = \frac{w}{\mathfrak{T}} \cdot Kf.$$

Итакъ, **вообще говоря**, наибольшее сжатіе, проявляющееся въ брусѣ, слѣдуетъ расчитывать по формулѣ

$$132) \quad S = S_1 + S_2.$$

Отсюда видно, что силы K могутъ уравновѣсить упругое сопротивленіе бруса или такъ, какъ показано на черт. **460**, причемъ сжатіе не превышаетъ S_1, или такъ, какъ показано на черт. **461**, причемъ наибольшее сжатіе равно $S_1 + S_2$. Итакъ, опредѣляя поперечное сѣченіе F, при которомъ брусъ представляетъ достаточное сопротивленіе сжимающимъ усиліямъ, слѣдуетъ предварительно рѣшить вопросъ: будутъ ли эти сжатія возбуждать въ брусѣ напряженія **перваго** или **втораго** рода? Въ первомъ случаѣ придется подставить въ уравненіе 129) вмѣсто S_1 напряженіе, **допускаемое** при сжатіи и изъ него непосредственно опредѣлить F; во второмъ случаѣ, напротивъ, придется дать поперечному сѣченію такую величину, чтобы **сумма** напряженій S_1 и S_2 не превышала **напряженія, допускаемыя** при **сжатіи.**

Въ длинныхъ и тонкихъ полосахъ достаточно самаго незначительнаго бокового искривленія, чтобы сжимающія силы искривили ихъ окончательно и возбудили въ нихъ соотвѣтственныя напряженія. Итакъ, во всѣхъ тѣхъ случаяхъ, когда полоса, подверженная сжатію, не находится въ особенно выгодныхъ условіяхъ, устраняющихъ всякую возможность уклоненія ея отъ прямолинейнаго направленія, что можетъ случиться, напр. если она задѣлана въ жесткія стѣны, при опредѣленіи поперечнаго сѣченія слѣдуетъ предпочитать второй случай, исходя изъ того, что всякое сжимающее усиліе, кромѣ **непосредственнаго** сжатія S_1, возбуждаетъ еще и напряженіе при изгибѣ, причемъ въ соотвѣтственное уравненіе 131) слѣдуетъ вмѣсто f подставить ту величину, которую плечо момента достигаетъ при самыхъ неблагопріятныхъ условіяхъ.

Займемся теперь опредѣленіемъ такого значенія f, относительно котораго можно съ увѣренностью сказать, что, при **достаточной величинѣ поперечнаго сѣченія** полосы, изгибъ никогда не достигнетъ на практикѣ такой величины, чтобы плечо силы K было равно этому предѣлу. Положимъ, что искривленіе бруса во всѣхъ его точкахъ одно и то же, т. е., что кривая изгиба есть **дуга круга**; положимъ, кромѣ того, что искривленіе столь значительно, что возбуждаемое имъ напряженіе само по себѣ достигаетъ предѣла упругости, очевидно, что если къ этому напряженію присовокупится напряженіе отъ равномѣрно распредѣленнаго сжатія, то предѣлъ упругости будетъ перейденъ. Если бы сжимающія силы могли какимъ-либо образомъ вызвать подобныя условія, то пришлось бы придти къ заключенію, что поперечное сѣченіе полосы **недостаточно велико.** Отсюда видно, что если въ уравненіе 131) подставить вмѣсто f **такую** стрѣлу прогиба и опредѣлить затѣмъ S_2, то полученное отсюда значеніе S_2 во всякомъ случаѣ будетъ больше напряженія при изгибѣ, возбуждаемаго силой K, при **достаточной** толщинѣ полосы, а поперечное сѣченіе полосы, обусловливаемое этимъ допущеніемъ, окажется нѣсколько больше необходимаго.

Если въ уравненіи I (§ 44) предположить, что S выражаетъ **напряженіе при сжатіи въ предѣлѣ упругости**, то δ выразитъ единичное укороченіе, соотвѣтствующее предѣлу упругости. Итакъ, искомую величину можно найти изъ уравненія

127); для этого въ него слѣдуетъ вмѣсто $\frac{S}{E}$ подставить δ и f вмѣсто s, откуда

$$133) \quad f = \frac{l^2\, \delta}{2\, w}.$$

Подставляя теперь въ уравненіе 131) вмѣсто f это значеніе, а вмѣсто K его значеніе изъ уравненія 129), мы получимъ

$$134) \quad S_2 = \frac{\delta\, l^2\, F}{2\, \mathfrak{T}} \cdot S_1.$$

Связывая это уравненіе съ уравненіемъ 132), найдемъ слѣдующее выраженіе для полнаго наибольшаго сжатія, проявляющагося въ брусѣ:

$$135) \quad S = S_1 \left(1 + \frac{\delta}{2}\, \frac{F\, l^2}{\mathfrak{T}}\right).$$

Положимъ, что $2l = L$ и обозначимъ отношеніе $\frac{S}{S_1}$ чрезъ n, тогда уравненіе 135) приметъ видъ

$$136) \quad n = \frac{S}{S_1} = 1 + \frac{\delta}{8}\, \frac{F\, L^2}{\mathfrak{T}}.$$

Въ уравненіи этомъ S_1 обозначаетъ напряженіе, возбуждаемое въ полосѣ однимъ только сжатіемъ, независимо отъ изгиба, число же n показываетъ, во сколько разъ можетъ увеличиться это напряженіе, если къ сжатію присоединится изгибъ.

Итакъ, число n въ то же время показываетъ какую часть допускаемаго вообще напряженія при сжатіи на квадратную единицу можно допустить, не опасаясь, чтобы полоса изогнулась.

Подставляя въ предъидущее уравненіе вмѣсто δ значенія его, соотвѣтствующія предѣламъ упругости разныхъ матеріаловъ, мы получимъ слѣдующія значенія:

для чугуна	$\delta = \frac{15}{10000}$,	137) $n = 1 + \frac{1}{5333}\, \frac{F\, L^2}{\mathfrak{T}}$,
для кованаго желѣза	$\delta = \frac{15}{20000}$,	138) $n = 1 + \frac{1}{10666}\, \frac{F\, L^2}{\mathfrak{T}}$,
для дерева	$\delta = \frac{1{,}8}{1000}$,	139) $n = 1 + \frac{1}{4444}\, \frac{F\, L^2}{\mathfrak{T}}$.

Въ этихъ уравненіяхъ $\mathfrak{T}$ выражаетъ моментъ инерціи поперечнаго сѣченія относительно оси центра тяжести, перпендикулярной къ плоскости изгиба, т. е. къ той плоскости, въ которой легче всего можетъ произойти изгибъ.

Напр. если поперечное сѣченіе есть прямоугольникъ высоты H и основанія B; то $\mathfrak{T} = \frac{HB^3}{12}$ (H больше B), и $\mathfrak{T} = \frac{BH^3}{12}$ (B больше H), въ послѣднемъ случаѣ $\frac{F}{\mathfrak{T}} = \frac{BH}{\frac{1}{12}BH^3} = \frac{12}{H^2}$, и если это значеніе $\frac{F}{\mathfrak{T}}$ подставить въ предъидущія уравненія, то они примутъ видъ:

для чугуна . . . . 140) $n = 1 + 0{,}002\ 25\ \left(\frac{L}{H}\right)^2$

для кованаго желѣза 141) $n = 1 + 0{,}001\ 125\ \left(\frac{L}{H}\right)^2$

для дерева . . . . 142) $n = 1 + 0{,}002\ 7\ \left(\frac{L}{H}\right)^2$,

откуда можно составить слѣдующую табличку:

	$\frac{L}{H} =$ 10	20	30	40	50
чугунъ	$n =$ 1,225	1,9	3,025	4,6	6,625
кованое желѣзо	$n =$ 1,1125	1,45	2,0125	2,8	3,8125
дерево	$n =$ 1,27	2,08	3,43	5,32	7,75

Принимая для желѣза $S = 6$ кил., мы найдемъ, что для параллелипипедальнаго желѣзнаго бруса, **меньшее** измѣреніе поперечнаго сѣченія котораго H, составляетъ двадцатую часть его длины Z; наибольшая нагрузка на квадратный миллиметръ поперечнаго сѣченія не должна превышать

$$S_1 = \frac{S}{n} = \frac{6}{1{,}45} = 4{,}14 \text{ кил.},$$

и если бы напр. $H = 10$ миллим., а $B = 40$ миллим., то сжимающее усиліе K не могло бы превышать

$$K = F \,.\, S_1 = 400 \,.\, 4{,}14 = 1656 \text{ кил.}$$

Если поперечное сѣченіе имѣетъ видъ, показанный на черт. **427**, и представляетъ собой разность площадей двухъ прямоугольниковъ, то

$$\frac{F}{\mathfrak{T}} = \frac{BH - bh}{\frac{1}{12}BH^3 - \frac{1}{12}bh^3}$$

и найденное выше для **кованаго желѣза** уравненіе приметъ въ этомъ случаѣ видъ

$$143)\quad n = 1 + 0{,}001\ 125\ \frac{(BH - bh)\,L^2}{BH^3 - bh^3}.$$

На основанiи этого для квадратной трубы изъ кованаго желѣза, толщина стѣнокъ которой равна $\frac{1}{20}$ внѣшней стороны квадрата, мы получимъ уравненiе

$$144)\quad n = 1 + 0{,}00062\left(\frac{L}{H}\right)^2$$

если, кромѣ того, внѣшняя сторона квадрата равна $\frac{1}{20}$ длины, то

$$n = 1{,}248.$$

Итакъ, при вышеозначенныхъ условiяхъ допускаемая въ подобной трубѣ нагрузка на квадратный миллиметръ поперечнаго сѣченiя не должна превосходить

$$S_1 = \frac{6}{1{,}248} = 4{,}8 \text{ кил.}$$

Для круглой трубы изъ кованаго желѣза, внѣшнiй дiаметръ которой равенъ D, а внутреннiй d,

$$\frac{F}{\mathfrak{T}} = \frac{\frac{\pi}{4}(D^2 - d^2)}{\frac{\pi}{64}(D^4 - d^4)} = \frac{16}{D^2 + d^2},$$

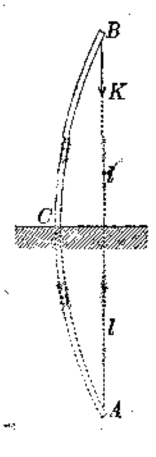
и изъ уравненiя 138) мы найдемъ

$$145)\quad n = 1 + 0{,}0015\left(\frac{L^2}{D^2 + d^2}\right).$$

Подставляя сюда $\frac{d}{D} = 0{,}9$ и $\frac{L}{D} = 20$, найдемъ $n = 1{,}3315$ и $S_1 = 4{,}5$ кил.

При $d = 0$ и $\frac{L}{D} = 20$, $n = 1{,}6$ и $S_1 = 3{,}75$ кил.

Черт. 462.



Положимъ, что половина полосы (черт. 461) задѣлана неподвижно въ стѣну, очевидно, что отъ этого не измѣнятся ни напряженiе въ свободной части бруса, ни наибольшее сжатiе, проявляющееся въ сѣченiи C; итакъ, къ брусу, представленному на черт. 462, можно тоже приложить общую формулу 136). Подставляя сюда снова $L = 2l$, мы найдемъ слѣдующее общее уравненiе:

$$146)\quad n = 1 + \frac{\delta}{2}\,\frac{F l^2}{\mathfrak{T}}.$$

Итакъ, для сплошного, круглаго, желѣзнаго бруса, высота котораго въ двадцать разъ больше дiаметра, мы нашли бы въ этомъ случаѣ: $n = 3{,}4$ и $S_1 = \frac{6}{3{,}4} = 1{,}76$ кил., такъ что, если бы площадь поперечнаго сѣченiя такого бруса, при показанной задѣлкѣ была равна 100 квадратнымъ миллиметрамъ, то брусъ можно было бы нагрузить 176 кил. (въ случаѣ же, показанномъ на черт. **461**, на тотъ же брусъ можно было бы дѣйствовать сжатіемъ въ 375 кил.).

Принимая во вниманіе все сказанное сейчасъ относительно сопротивленія длинныхъ полосъ сжатію, слѣдуетъ сообразно съ этимъ измѣнить правила, данныя въ двѣнадцатой главѣ для опредѣленія поперечныхъ сѣченій сжатыхъ полосъ и помнить, что найденныя въ этой главѣ числа относятся только къ такимъ формамъ поперечныхъ сѣченій, для которыхъ число n весьма мало отличается отъ единицы.

Изъ выведенныхъ нами уравненій можно вывести слѣдующіе общія правила и законы: вопервыхъ, сжатія полосы при одинаковыхъ напряженіяхъ съ вытягиваемыми требуютъ больше матеріала; вовторыхъ, поперечное сѣченіе сжатой полосы должно быть тѣмъ больше, чѣмъ больше отношеніе ея длины къ наименьшему измѣренію поперечнаго сѣченія и чѣмъ менѣе благопріятно выбрана въ этомъ отношеніи форма поперечнаго сѣченія; въ третьихъ, при одинаковыхъ длинахъ сжатыхъ полосъ, относительное увеличеніе поперечныхъ сѣченій будетъ тѣмъ больше, чѣмъ меньше напряжена полоса и чѣмъ больше, вслѣдствіе этого, отношеніе длины ея къ наименьшему измѣренію.

Отсюда можно вывести слѣдующее конструктивное правило: слѣдуетъ по возможности избѣгать разбивку сжатыхъ полосъ на нѣсколько отдѣльныхъ, меньшихъ поперечныхъ сѣченій. Въ этомъ отношеніи представляютъ преимущества самыя простыя формы конструкцій; такъ напр., однораскосныя представляютъ преимущества предъ многораскосными, большія панели представляютъ преимущества предъ малыми, такъ какъ число n быстро возрастаетъ съ увеличеніемъ числа сжатыхъ частей. Съ другой стороны, малыя панели представляютъ, сравнительно съ большими, то преимущество, что, какъ было уже замѣчено въ § 43, онѣ даютъ возможность сберечь матеріалъ, необходимый на промежуточныя фермы, такъ какъ фермы съ малыми панелями имѣютъ больше узловыхъ точекъ приложенія нагрузокъ. Равнымъ образомъ вышеизложенныя соображенія указываютъ на то, что при выборѣ наивыгоднѣйшаго отношенія высоты фермы къ пролету слѣдуетъ принять во вниманіе, что съ возрастаніемъ высоты сопротивленіе сжатыхъ полосъ быстро убываетъ.

Нельзя дать общаго правила для опредѣленія наивыгоднѣйшаго, относительно сбереженія матеріала, числа панелей и отношенія высоты фермы къ длинѣ — вопросъ этотъ рѣшается ощупью для каждаго частнаго случая.

Глава шестнадцатая.

Расчетъ моста составной рѣшетчатовисячей системы отверзтіемъ 60 метровъ *).

§ 53.

Предварительное изъисканіе наивыгоднѣйшаго отношенія высотъ составляющихъ системъ.

Предполагается, что каждая часть фермы испытываетъ, при невыгоднѣйшихъ для ея прочности словіяхъ, наибольшее допускаемое въ матеріалѣ напряженіе. Итакъ, задача состоитъ въ опредѣленіи такой величины отношенія

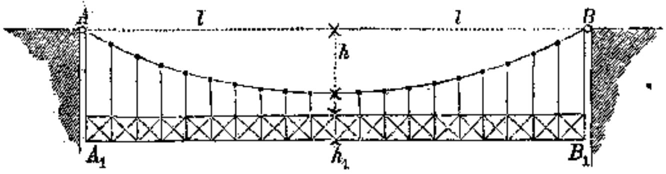
$$\frac{h_1}{h} = \frac{\text{высота рѣшетчатой балки}}{\text{къ стрѣлѣ провѣса цѣпи}},$$

чтобы при постепенномъ возрастаніи нагрузки, наибольшее напряженіе въ цѣпи достигло бы допускаемаго предѣла одновре-

*) Мостъ этотъ былъ построенъ на одномъ изъ германскихъ заводовъ для Бразиліи; проектъ и расчетъ въ томъ видѣ, въ какомъ онъ изложенъ здѣсь, принадлежатъ автору, который исполнилъ ихъ по просьбѣ заводчика.

менно съ наибольшимъ напряженіемъ въ рѣшетчатой балкѣ (черт. 463). Что касается цѣпи, то, относительно ея, слѣдуетъ принять еще во вниманіе вліяніе колебаній температуры.

Черт. 463.



Если наибольшее единичное удлинненіе, вызываемое въ параболической цѣпи одной только нагрузкой, равно δ, то соотвѣтствующая осадка вершины параболы выразится (§ 45) формулой

$$147)\quad \sigma = \tfrac{3}{4}\,\delta\,\frac{l^2}{h}\left(1 + \tfrac{2}{3}\,\frac{h^2}{l^2}\right)$$

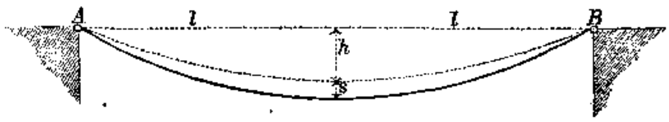
или, такъ какъ отношеніе $\frac{h}{l}$ весьма мало,

$$148)\quad \sigma = \tfrac{3}{4}\,\delta\,\frac{l^2}{h}.$$

Обозначимъ теперь единичное удлинненіе цѣпи, зависящее отъ наибольшаго возвышенія температуры, чрезъ Δ, тогда наибольшая возможная осадка вершины параболы выразится формулой (черт. 464)

$$149)\quad s = \tfrac{3}{4}\,(\delta + \Delta)\,\frac{l^2}{h}.$$

Черт. 464.



Осадка средины призматической балки, лежащей на двухъ опорахъ и подверженной дѣйствію нагрузки, равномѣрно распредѣленной по длинѣ, выражается формулой (§ 51)

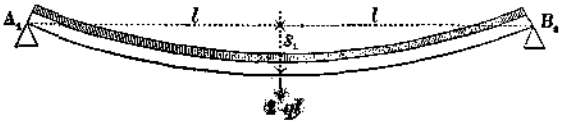
$$150)\quad s_1 = \tfrac{5}{24}\,\frac{q\,l^4}{E_1\,\mathfrak{T}_1},$$

Здѣсь q — равномѣрная нагрузка на единицу длины, а $\mathfrak{T}_1$ — моментъ инерціи площади поперечнаго сѣченія (которое предполагается симметричнымъ относительно нейтральной оси), E_1 есть коэфиціентъ упругости матеріала (черт. 465).

Наибольшее напряженіе при изгибѣ балки (S_1) выражается (§ 50) формулой

$$151)\ \frac{S_1}{\frac{1}{2} h_1} \mathfrak{T}_1 = \frac{q\, l^2}{2}.$$

Черт. 465.



Подставляя въ формулу 150) значеніе $\mathfrak{T}_1$ изъ формулы 151), мы получимъ

$$152)\quad s_1 = \tfrac{5}{6} \frac{S_1}{E_1} \frac{l^2}{h_1};$$

$\frac{S_1}{E_1}$ выражаетъ въ этой формулѣ наибольшее единичное удлинненіе, которое проявляется въ балкѣ; обозначая его чрезъ δ_1, мы получимъ

$$153)\quad s_1 = \tfrac{5}{6} \delta_1 \frac{l^2}{h_1}.$$

Приравнивая другъ другу выраженія для s и s_1, мы получимъ уравненіе *)

$$154)\quad \tfrac{3}{4}(\delta + \Delta) \frac{l^2}{h} = \tfrac{5}{6} \delta_1 \frac{l^2}{h_1},$$

откуда получимъ выраженіе наивыгоднѣйшаго отношенія стрѣлы провѣса цѣпи къ высотѣ балки въ видѣ

$$155)\quad \frac{h_1}{h} = \frac{\frac{5}{6} \delta_1}{\frac{3}{4}(\delta + \Delta)}.$$

Предполагая, что ферма собирается при средней температурѣ, слѣдуетъ расчитать Δ на разность между этой температурой и наивысшей, какая только можетъ случиться на мѣстѣ сборки. При наибольшемъ возвышеніи температуры въ 41° (Цельзія) относительное удлинненіе для кованаго желѣза, $\Delta = \frac{1}{2000}$; при $t = 20{,}5°$ слѣдовало бы предположить $\Delta = \frac{1}{4000}$; далѣе, модуль упругости для желѣза, $E = 20000$ кил. (на квадр. миллиметръ), а допускаемое напряженіе измѣняется между 5 и 10 кил. (на квадратный мм.), итакъ, величины δ и δ_1, входящія

*) См. § 49.

въ уравненіе 155), колеблятся въ предѣлахъ $\frac{5}{20000}$ и $\frac{10}{20000}$. Принимая за данное стрѣлу провѣса цѣпи и полагая ее равной 4 метрамъ, составлены числа слѣдующей таблички:

δ (цѣпь)	δ_1 (рѣшетчатая балка)	Δ (удлинненіе отъ температуры)	$\frac{h_1}{h}$	h_1
$\frac{6}{20000}$	$\frac{6}{20000}$	$\frac{1}{4000}$ (20,5° Ц.)	$\frac{20}{33}$	2,424 м.
		$\frac{1}{2000}$ (41° Ц.)	$\frac{5}{12}$	1,66… м.
$\frac{8}{20000}$	$\frac{6}{20000}$	$\frac{1}{4000}$ (20,5° Ц.)	$\frac{20}{39}$	2,051 м.
		$\frac{1}{2000}$ (41° Ц.)	$\frac{10}{27}$	1,48 м.
$\frac{8}{20000}$	$\frac{5}{20000}$	$\frac{1}{4000}$ (20,5° Ц.)	$\frac{50}{117}$	1,71 м.
		$\frac{1}{2000}$ (41° Ц.)	$\frac{25}{81}$	1,234 м.
$\frac{10}{20000}$	$\frac{5}{20000}$	$\frac{1}{4000}$ (20,5° Ц.)	$\frac{10}{27}$	1,48 м.
		$\frac{1}{2000}$ (41° Ц.)	$\frac{5}{18}$	1,111 м.

Пользуясь этой табличкой, слѣдуетъ имѣть въ виду, что, хотя цѣпь и рѣшетчатая балка сдѣланы изъ одного и того же матеріала, тѣмъ не менѣе величина δ_1 должна быть меньше чѣмъ величина δ; причина этого кроется 1) въ томъ, что величина δ_1 для напряженія при изгибѣ рѣшетчатой балки измѣряется наибольшимъ допускаемымъ **сжатіемъ**, тогда какъ части цѣпи испытываютъ только **вытягиванія**; 2) въ томъ, что напряженія, проявляющіяся въ рѣшетчатой балкѣ при полной нагрузкѣ и наибольшемъ возвышеніи температуры, не достигаютъ еще, вообще говоря, наибольшаго напряженія, могущаго проявиться въ балкѣ, такъ какъ напряженія эти могутъ еще больше увеличиться отъ горизонтальнаго давленія вѣтра и неравномѣрности распредѣленія временной нагрузки; 3) въ томъ, что точки подвѣса цѣпи, которыя по первоначальному предположенію неподвижны, въ дѣйствительности могутъ нѣсколько сблизиться вслѣдствіе вытягиванія затяжной цѣпи (обстоятельство это имѣетъ то же вліяніе, что и увеличеніе растяжимости главной цѣпи).

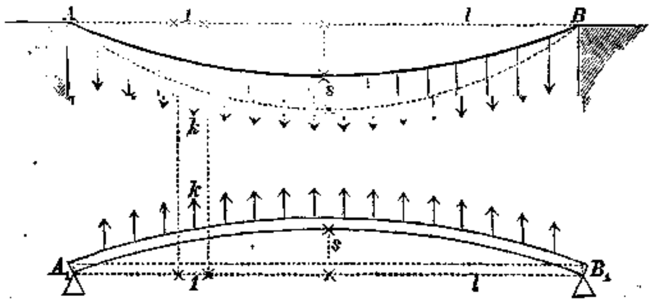
Отсюда видно, что если стрѣлу провѣса цѣпи принять равной $h=4$ м., то за высоту рѣшетчатой балки можно принять $h_1=1,5$ м., такъ какъ величина эта есть среднее ариѳметическое изъ чиселъ послѣдней колонны, въ которой пропущены первыя два числа.

§ 54.

Расчетъ напряженій, вызываемыхъ колебаніями температуры.

Съ пониженіемъ температуры цѣпь укорачивается и вершина параболы возвышается; вслѣдствіе этого какъ въ цѣпи, такъ и въ балкѣ проявляются напряженія, которыя слагаются съ напряженіями, возбуждаемыми нагрузкой, но расчитывать которыя слѣдуетъ такъ, какъ будто бы никакихъ нагрузокъ не существовало и какъ будто вся ферма была невѣсома; далѣе, мы должны допустить, что опоры рѣшетчатой балки представляютъ неподвижныя точки A_1 и B_1 (черт. **466**), которыя обнаруживаютъ со-

Черт. 466.



противленіе не только вертикальнымъ силамъ, направленнымъ **внизъ**, но и вертикальнымъ силамъ, направленнымъ **вверхъ** *).

Итакъ, охлажденіе цѣпи связано съ прогибомъ рѣшетчатой балки вверхъ; горизонтальная рѣшетчатая балка, вслѣдствіе своей жесткости, сопротивляется этому прогибу и сопротивленіе это дѣйствуетъ на параболическую цѣпь какъ равномѣрная на-

*) Въ § 66 мы докажемъ полную основательность этого допущенія.

грузка k на погонную единицу горизонтальной проекціи цѣпи, покрывающая весь пролетъ и препятствующая вершинѣ параболы подняться на ту высоту, на которую она поднялась бы безъ этой нагрузки. Итакъ, истинное поднятіе вершины параболы есть разность между **поднятіемъ** s_1, зависящимъ отъ одного только пониженія температуры и **осадки** той же точки, при дѣйствіи на цѣпь одной только равномѣрной нагрузки k.

Обозначая единичное укороченіе отъ пониженія температуры чрезъ Δ (при $t = 41°$ Цельзія $\Delta = \frac{1}{2000}$), мы найдемъ

$$156)\quad s_1 = \tfrac{3}{4}\Delta\frac{l^2}{h}.$$

Горизонтальное натяженіе цѣпи, зависящее отъ нагрузки k (§ 8), равно

$$157)\quad H = \frac{k\,l^2}{2\,h}.$$

Итакъ, если модуль упругости матеріала цѣпи обозначить чрезъ E, а поперечное сѣченіе цѣпи въ нижней ея точкѣ (или сумму поперечныхъ сѣченій, если вмѣсто одной взято нѣсколько цѣпей, расположенныхъ рядомъ) обозначить чрезъ F, то единичное удлинненіе цѣпи, производимое нагрузкой k, выразится формулой

$$158)\quad \delta = \frac{H}{F}\,\frac{1}{E} = \frac{k\,l^2}{2\,E\,F\,h}.$$

Этому удлинненію соотвѣтствуетъ осадка вершины цѣпи

$$159)\quad s_2 = \tfrac{3}{4}\delta\,\frac{l^2}{h} = \tfrac{3}{8}\,\frac{k\,l^4}{E\,F\,h^2}.$$

Истинное поднятіе вершины цѣпи будетъ

$$160)\quad s = s_1 - s_2 = \tfrac{3}{4}\Delta\,\frac{l^2}{h} - \tfrac{3}{8}\,\frac{k\,l^4}{E\,F\,h^2}.$$

Прогибъ рѣшетчатой балки вверхъ равенъ той же величинѣ, а такъ какъ прогибъ этотъ есть слѣдствіе равномѣрной нагрузки k, дѣйствующей **вверхъ**, то

$$161)\quad s = \tfrac{5}{24}\,\frac{k\,l^4}{E_1\,\mathfrak{T}_1}.$$

Приравнивая другъ другу эти два выраженія для s, найдемъ

$$162)\quad \tfrac{3}{4}\,\Delta\,\frac{l^2}{h} - \tfrac{3}{8}\,\frac{k\,l^4}{E\,F\,h^2} = \tfrac{5}{24}\,\frac{k\,l^4}{E_1\,\mathfrak{T}_1},\ \text{откуда}$$

$$163)\quad k=\frac{\frac{3}{4}\,\frac{\Delta}{h}}{\frac{3}{8}\,\frac{l^2}{EFh^2}+\frac{5}{24}\,\frac{l^2}{E_1\mathfrak{T}_1}}.$$

Обозначимъ сумму поперечныхъ сѣченій четырехъ поясовъ рѣшетчатой балки (черт. **467**) чрезъ F_1, тогда

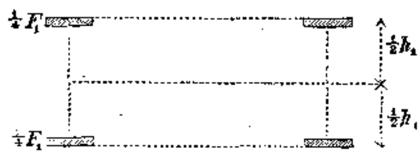
$$164)\quad \mathfrak{T}_1=4\left(\tfrac{1}{4}F_1\right)\left(\tfrac{1}{2}h_1\right)^2=\frac{F_1h_1^2}{4}.$$

Подставляя это значеніе Δ_1 въ уравненіе 163), получимъ

$$165)\quad k=\frac{2\Delta EFh}{l^2\left(1+\frac{20}{9}\cdot\frac{E}{E_1}\cdot\frac{F}{F_1}\cdot\frac{h^2}{h_1^2}\right)}.$$

Если предположить, что $\Delta=\frac{1}{2000}$, $E=E_1=20000$, $h=4000$ мм., $F=7500$ кв. мм., $F_1=15000$ кв. мм., $l=30000$ мм., то $k=0{,}074896$ кил. на погонн. мм. или 75 кил. на погонный метръ.

Черт. 467.



Если Δ меньше нуля, то k величина отрицательная, т. е. **возвышеніе** температуры разгружаетъ цѣпь и нагружаетъ балку опять-таки нагрузкой k на погонный метръ. Итакъ, если мостъ собранъ при средней температурѣ, а затѣмъ температура **поднимется** или **понизится** на 41° (Цельзія), то въ первомъ случаѣ 75 кил. нагрузки на погонный метръ передается съ цѣпи на многораскосную балку, а во второмъ, столько же съ балки на цѣпь. Нагрузка k, которой можно дать названіе **температурной** нагрузки, дѣйствующей охлажденіемъ на цѣпь и нагрѣваніемъ на балку, вызываетъ такимъ образомъ въ балкѣ и въ цѣпи **температурныя** напряженія. Отсюда видно, что для полученія полныхъ напряженій въ частяхъ балки и цѣпи слѣдуетъ къ напряженіямъ, возбуждаемымъ нагрузкой, прибавить температурныя напряженія. Для цѣпи температурное напряженіе опредѣляется при помощи уравненія 257) и равно

$$166)\quad S=\frac{k\,l^2}{2Fh}=1{,}1234 \text{ кил. на 1 кв. мм.},$$

для балки оно опредѣляется при помощи уравненій 151) и 164) и равно

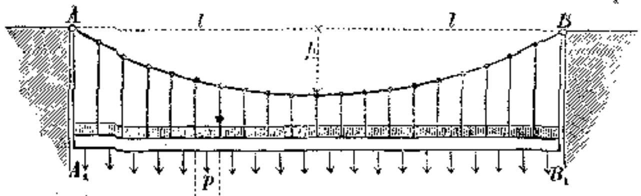
$$167)\quad S_1 = \frac{k\,l^2}{F_1 h_1} = 2{,}996 \text{ кил. на 1 кв. мм.}$$

§ 55.

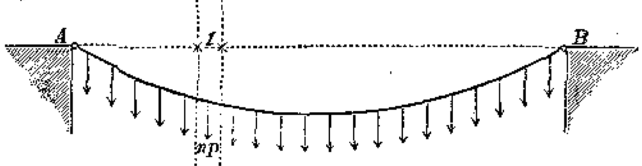
Расчетъ напряженій, возбуждаемыхъ постоянной нагрузкой.

Обозначимъ равномѣрную нагрузку на погонный метръ моста чрезъ p, часть ея, приходящуюся на цѣпь, чрезъ np, а часть, приходящуюся на балку, чрезъ $(1-n)\,p$ (см. черт. **468**, **469**

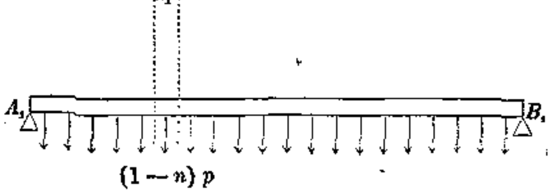
Черт. 468.



Черт. 469.



Черт. 470.



и **470**), тогда вершина параболической цѣпи понизится вслѣдствіе такой нагрузки (ур. 159) на

$$168)\quad s = \tfrac{3}{8}\,\frac{n\,p\,l^4}{E F h^2},$$

а середина рѣшетчатой балки осядетъ (уравненія 161 и 164) на

$$169)\quad s = \tfrac{5}{6}\,\frac{(1-n)\,p\,l^4}{E_1 F_1 h_1^2}.$$

Приравнивая другъ другу эти два выраженія для s, найдемъ коефиціентъ n распредѣленія нагрузокъ

$$170)\quad \frac{3}{8}\frac{n\,p\,l^4}{E\,F\,h^2}=\frac{5}{6}\frac{(1-n)\,p\,l^4}{E_1\,F_1\,h_1^{\,2}},\ \text{откуда}$$

$$171)\quad n=\frac{1}{1+\frac{9}{20}\cdot\frac{E_1}{E}\cdot\frac{F_1}{F}\cdot\frac{h_1^{\,2}}{h^2}}.$$

Положимъ, что $\frac{E_1}{E}=1, \frac{F_1}{F}=2, \frac{h_1}{h}=\frac{1{,}5}{4}$, тогда

$$172)\quad n=\frac{1}{1+\frac{81}{640}}=0{,}887656.$$

Итакъ, если постоянная нагрузка равна 375 кил. на погонный метръ (или $p=0{,}375$), то она распредѣлится между цѣпью и балкой слѣдующимъ образомъ: на цѣпь придется

173) $np=0{,}33287$ кил. на 1 погонн. мм. (= 332,87 кил. на погонн. метръ),

а на балку придется

174) $(1-n)p=0{,}04213$ кил. на 1 погонн. мм. (= 42,13 кил. на погонн. метръ),

Нагрузки эти возбуждаютъ въ цѣпи и въ балкѣ слѣдующія напряженія

$$175)\quad S=\frac{n\,p\,l^2}{2Fh}=4{,}993 \text{ кил. на 1 кв. мм.}$$

$$176)\quad S_1=\frac{(1-n)\,p\,l^2}{F_1 h_1}=1{,}685 \text{ кил. на 1 кв. мм.}$$

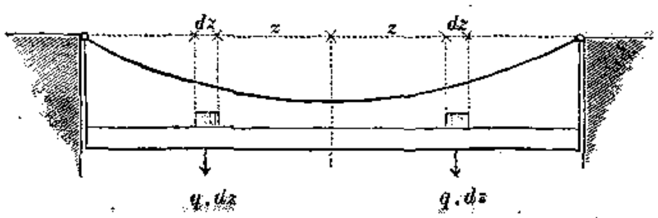
§ 56.

Расчетъ напряженій, возбуждаемыхъ нагрузкой, неравномѣрно распредѣленной по длинѣ моста.

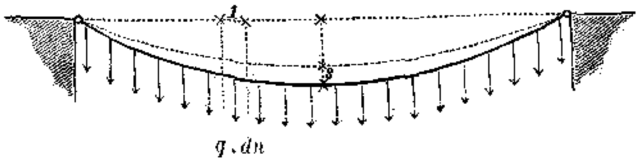
Кривая равновѣсія цѣпи будетъ параболой только при равномѣрной нагрузкѣ, покрывающей весь пролетъ; съ другой стороны, цѣпь связана съ жесткой балкой, незначительная изгибаемость которой не можетъ измѣнить параболическаго вида ея, а потому мы въ правѣ допустить, что цѣпь всегда поддерживаетъ равномѣрную нагрузку; другими словами, что даже какой-нибудь сосредоточенный грузъ, привѣшенный въ произвольномъ мѣстѣ моста, можетъ повлiять на цѣпь только въ видѣ нагрузки, распредѣленной по длинѣ ея горизонтальной проекцiи равномѣрно.

Допустимъ, что на разстоянiяхъ z въ обѣ стороны отъ средины пролета расположены двѣ равномѣрныя нагрузки q, покрывающiя безконечно малыя пространства dz (черт. **471**); цѣпь

Черт. 471.



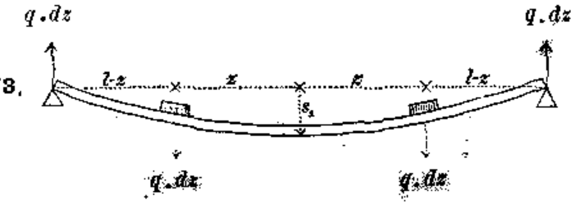
при этомъ будетъ испытывать нѣкоторую нагрузку, распредѣленную равномѣрно по длинѣ ея горизонтальной проекцiи; обозначимъ ее чрезъ $q\,dn$ (черт. **472**). Для опредѣленiя dn приЧерт. 472.



равняемъ осадку вершины цѣпи стрѣлѣ прогиба балки. Осадка вершины цѣпи (уравн. 159) равна

$$177)\quad s = \frac{3}{8}\,\frac{q.dn.l^4}{EFh^2}\,.$$

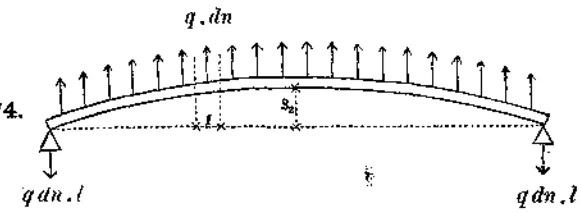
Стрѣла прогиба балки равна разности стрѣлы прогиба s_1, проЧерт. 473.



изводимой нагрузками $q.dz$ (черт. **473**) и стрѣлы прогиба вверхъ, s_2, обусловливаемой равномѣрной нагрузкой $q.dn$ (на погонную единицу), направленной **вверхъ** (черт. **474**). Стрѣла s_1 опредѣлится по уравненію 97) и равна

$$178) \quad s_1 = \frac{q\,dz}{6E_1\mathfrak{T}_1}(2l^3 - 3lz^2 + z^3),$$

Черт. 474.



стрѣла s_2 опредѣлится по уравненію 99) и равна

$$179) \quad s_2 = \frac{5}{24}\,\frac{q\,dn.\,l^4}{E_1\mathfrak{T}_1},$$

откуда истинный прогибъ рѣшетчатой балки равенъ

$$180) \quad s = s_1 - s_2 = \frac{q\,dz}{6E_1\mathfrak{T}_1}(2l^3 - 3lz^2 + z^3) - \frac{5}{24}\,\frac{q\,dn.\,l^4}{E_1\mathfrak{T}_1}.$$

Приравнивая другъ другу оба выраженія для s, получимъ

$$181) \quad \frac{3}{8}\,\frac{q\,dn.\,l^4}{EFh^2} = \frac{q\,dz}{6E_1\mathfrak{T}_1}(2l^3 - 3lz^2 + z^3) - \frac{5}{24}\,\frac{q\,dn.\,l^4}{E_1\mathfrak{T}_1},$$

откуда

$$182) \quad dn = \frac{(2l^3 - 3lz^2 + z^3)\,dz}{\frac{5}{4}l^4\left(1 + \frac{9}{5}\,\frac{E_1\mathfrak{T}_1}{EFh^2}\right)}.$$

Предполагая снова уравн. 164) $\mathfrak{T}_1 = \frac{F_1 h_1^2}{4}$ проинтегрируемъ это уравненіе, слѣва—въ предѣлахъ n_1 и n_2, а справа—въ предѣлахъ z_1 и z_2, тогда мы получимъ новое уравненіе

$$183) \quad \int_{n_1}^{n_2} dn = \int_{z_1}^{z_2} \frac{(2l^3 - 3lz^2 + z^3)\,dz}{\frac{5}{4}l^4\left(1 + \frac{9}{20}\cdot\frac{E_1}{E}\cdot\frac{F_1}{F}\cdot\frac{h_1^2}{h^2}\right)}, \text{ откуда}$$

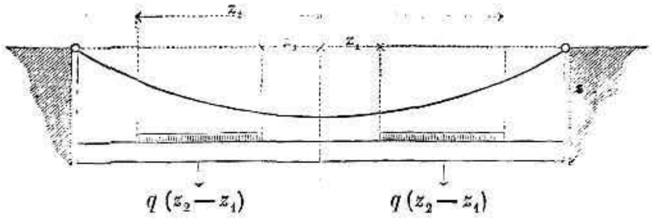
$$184) \quad n_2 - n_1 = \frac{2l^3(z_2 - z_1) - l(z_2^3 - z_1^3) + \frac{1}{4}(z_2^4 - z_1^4)}{\frac{5}{4}l^4\left(1 + \frac{9}{20}\cdot\frac{E_1}{E}\cdot\frac{F_1}{F}\cdot\frac{h_1^2}{h^2}\right)}.$$

Итакъ, въ предположеніи нагрузки, показанной на чертежѣ **475**, цѣпь испытываетъ равномѣрную нагрузку $(n_2 - n_1)\,q$ на погонную единицу своей горизонтальной проекціи.

При $z_1 = 0$, $z_2 = l$ и $n_1 = 0$, $n_2 = n$, откуда по этому уравненію

$$185)\quad n = \frac{1}{1 + \frac{9}{20} \cdot \frac{E_1}{E} \cdot \frac{F_1}{F} \cdot \frac{h_1^2}{h^2}} = \frac{640}{721} = 0{,}887656\,,$$

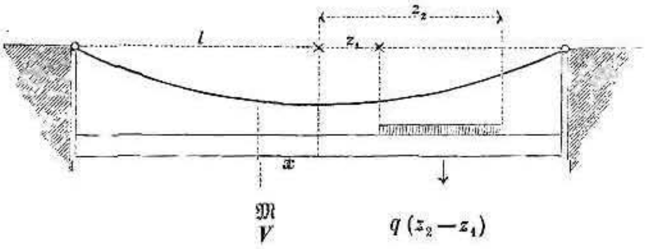
Черт. 475.



т. е. ту же величину, которая была получена для n изъ уравненія **172)** при полной равномѣрной нагрузкѣ всего пролета.

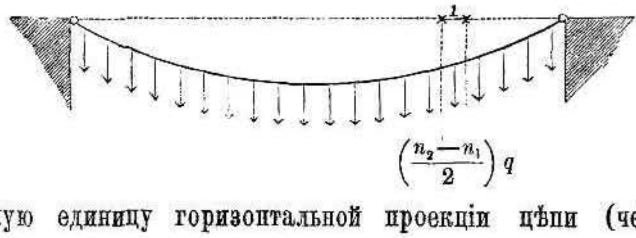
Очевидно, что часть нагрузки, лежащая на **лѣвой** половинѣ моста, даетъ такую же часть составляющей всей нагрузки цѣпи $(n_2 - n_1)\,q$ (на погонную единицу горизонтальной проекціи), какъ и часть нагрузки, лежащая на **правой** половинѣ моста, т. е. каждая изъ этихъ нагрузокъ даетъ половину на-

Черт. 476.



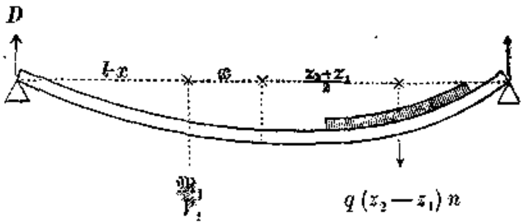
грузки цѣпи. Итакъ, въ случаѣ нагрузки, представленной на чертежѣ **476**, на цѣпь придется равномѣрная нагрузка $\left(\frac{n_2 - n_1}{2}\right) q$

Черт. 477.



на погонную единицу горизонтальной проекціи цѣпи (черт. **477**), а рѣшетчатая балка будетъ подвержена изгибу, который можно разсматривать какъ результатъ дѣйствія двухъ нагрузокъ: одной $q\,(z_2 - z_1)$, дѣйствующей **внизъ** (черт. **478**) и другой равномѣрной, покрывающей весь пролетъ, равной $\left(\frac{n_2-n_1}{2}\right)q$ на погонную единицу и направленной **вверхъ** (черт. **479**).

Черт. 478.

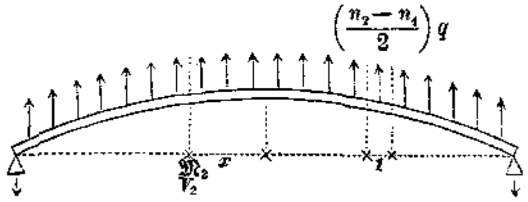


На основанiи этого изгибающiй моментъ $\mathfrak{M}$ въ сѣченiи, отстоящемъ отъ средины балки влѣво на x, равенъ избытку изгибающаго момента

$$186)\quad \mathfrak{M}_1 = D\,(l-x)\,,$$

получаемаго изъ разсмотрѣнiя чертежа **478**, надъ изгибающимъ моментомъ

Черт. 479.



$$187)\quad \mathfrak{M}_2 = \left(\frac{n_2-n_1}{2}\right) q \left(\frac{l^2-x^2}{2}\right),$$

получаемымъ изъ разсмотрѣнiя чертежа **479**, т. е. моментъ этотъ будетъ разностью

$$188)\quad \mathfrak{M}=\mathfrak{M}_1-\mathfrak{M}_2=D\,(l-x)-\left(\frac{n_2-n_1}{2}\right) q \left(\frac{l^2-x^2}{2}\right).$$

Такимъ же точно образомъ найдемъ и вертикальное перерѣзывающее усилiе V въ томъ же сѣченiи

$$189)\quad V=V_1-V_2=D-\left(\frac{n_2-n_1}{2}\right) q\,x\,.$$

Въ уравненiя эти, согласно съ чертежомъ **478**, слѣдуетъ вмѣсто D подставить его величину

$$190)\quad D=q\left(\frac{z_2-z_1}{2}\right)\left[1-\left(\frac{z_2+z_1}{2l}\right)\right].$$

Положительныя направленiя $\mathfrak{M}$ и V соотвѣтствуютъ здѣсь тѣмъ направленiямъ, которыя получаются для этихъ величинъ при полной нагрузкѣ моста.

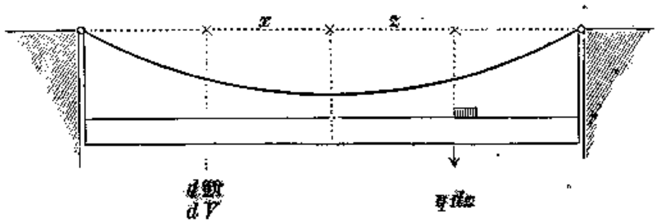
§ 57.

Опредѣленіе невыгоднѣйшаго положенія нагрузки относительно рѣшетчатой балки.

Для опредѣленія способа нагрузки, при которой изгибающій моментъ $\mathfrak{M}$ или перерѣзывающее усиліе V достигаютъ въ данномъ сѣченіи maximum'а, слѣдуетъ предварительно опредѣлить такую точку на фермѣ, чтобы приложенная въ ней нагрузка вызвала въ разсматриваемомъ сѣченіи $\mathfrak{M}=0$ или $V=0$. Точки эти отдѣляютъ нагрузки, возбуждающія **положительныя** значенія $\mathfrak{M}$ или V отъ нагрузокъ, возбуждающихъ **отрицательныя** значенія $\mathfrak{M}$ или V. Можно допустить, что величины $\mathfrak{M}$ и V, опредѣляемыя уравненіями 188) и 189), составляются изъ частей, вызываемыхъ безконечно малыми нагрузками $q\ (z_2-z_1)$.

Обозначимъ чрезъ $d\mathfrak{M}$ и dV безконечно малыя слагаемыя $\mathfrak{M}$ и V, возбуждаемыя нагрузкой $q\,dz$, расположенной на разстояніи z **справа** отъ средины фермы (черт. **480**), тогда нетрудно со-

Черт. 480.



ставить, какъ и для нагрузки, покрывающей конечное протяженіе z_2-z_1, уравненія

$$191)\quad d\mathfrak{M}=\frac{q\,dz\,(l-z)(l-x)}{2l}-\frac{q\,dn\,(l^2-x^2)}{4}.$$

$$192)\quad dV=\frac{q\,dz\,(l-z)}{2l}-\frac{q\,dn}{2}\cdot x.$$

Подставимъ въ эти уравненія вмѣсто dn его значеніе изъ уравненія 182) и выведемъ съ правой стороны общій множитель $(l-z)$ за скобки, тогда уравненія эти примутъ видъ

$$193)\quad d\mathfrak{M} = \frac{q\,dz\,(l-z)\,(l-x)}{2l}\left\{1 - \frac{2(l+x)\,(2l^2+2lz-z^2)}{l^3\left(5+9\,\frac{E_1\mathfrak{T}_1}{EFh^2}\right)}\right\}$$

$$194)\quad dV = \frac{q\,dz\,(l-z)}{2l}\left\{1 - \frac{4x\,(2l^2+2lz-z^2)}{l^3\left(5+9\,\frac{E_1\mathfrak{T}_1}{EFh^2}\right)}\right\}.$$

Приравняемъ теперь нулю найденное нами для $d\mathfrak{M}$ выраженіе и мы получимъ квадратное уравненіе, корень котораго $z = u$ опредѣлитъ на **правой** половинѣ фермы такую точку, что приложенная въ ней нагрузка не вызоветъ **никакого** изгибающаго момента въ сѣченіи балки, отстоящемъ на x **влѣво** отъ средины. Уравненіе, о которомъ мы говоримъ, есть

$$195)\quad \frac{l^3\left(5+9\,\frac{E_1\mathfrak{T}_1}{EFh^2}\right)}{2(l+x)} = 2l^2 + 2lu - u^2.$$

Подставляя сюда снова $\mathfrak{T}_1 = \frac{F_1 h_1^2}{4}$, мы получимъ

$$196)\quad \frac{u}{l} = 1 - \sqrt{\frac{6x + l\left(1 - \frac{9}{4}\cdot\frac{E_1}{E}\cdot\frac{F_1}{F}\cdot\frac{h_1^2}{h^2}\right)}{2(l+x)}}.$$

Поступая точно такъ же съ уравненіемъ 192), мы получимъ уравненіе, корень котораго $z = v$ опредѣлитъ на **правой** половинѣ фермы такую точку, что приложенная въ ней нагрузка не вызоветъ **никакого** перерѣзывающаго усилія въ сѣченіи балки, отстоящемъ на x отъ средины **влѣво**. Уравненіе, о которомъ мы говоримъ, есть

$$197)\quad \frac{l^3}{4x}\left(5+9\,\frac{E_1\mathfrak{T}_1}{EFh^2}\right) = 2l^2 + 2lv - v^2, \text{ откуда}$$

$$198)\quad \frac{v}{l} = 1 - \sqrt{3 - \frac{l}{4x}\left(5 + \frac{9}{4}\cdot\frac{E_1}{E}\cdot\frac{F_1}{F}\cdot\frac{h_1^2}{h^2}\right)}.$$

Полагая снова $\frac{E_1}{E} = 1$, $\frac{F_1}{F} = 2$, $\frac{h_1}{h} = \frac{1{,}5}{4}$, мы найдемъ для u и для v упрощенныя выраженія

$$199)\quad \frac{u}{l} = 1 - \sqrt{\frac{768x + 47l}{256(l+x)}},$$

$$200)\quad \frac{v}{l} = 1 - \sqrt{3 - \frac{721.l}{512.x}}.$$

Уравненія эти соотвѣтствуютъ тому случаю, когда нагрузки расположены справа отъ даннаго сѣченія. Если нагрузка, которая должна возбуждать въ сѣченіи, отстоящемъ отъ средины фермы на x влѣво, моментъ $\mathfrak{M} = 0$ или перерѣзывающее усиліе $V = 0$, сама приложена слѣва отъ этого сѣченія, то разстояніе ея u_1 или v_1 **влѣво** отъ средины опредѣлится изъ уравненія

$$201)\quad \frac{u_1}{l} = 1 - \sqrt{\frac{47 \, . \, l - 768 \, . \, x}{256 \, . \, (l - x)}}\,,$$

или изъ уравненія

$$202)\quad \frac{v_1}{l} = 1 - \sqrt{3 + \frac{721}{512} \cdot \frac{l}{x}}\,.$$

Эти уравненія получаются изъ предъидущихъ при помощи простой замѣны $+x$ на $-x$. Изъ 4-хъ вышеозначенныхъ уравненій можно получить числа слѣдующей таблички:

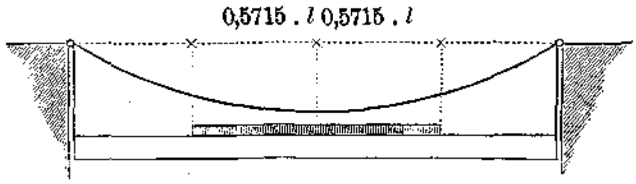
$\frac{x}{l}$	$\frac{u}{l}$	$\frac{u_1}{l}$	$\frac{v}{l}$	$\frac{v_1}{l}$
− 1	....	+ 0,2616	....	− 0,2616
− 0,75	....	− 0,18	....	− 0,0594
− 0,7041	....	....	....	0
− 0,5	....	− 0,0594	....	+ 0,5715
− 0,4694	....	....	....	+ 1
− 0,4082	....	0		
− 0,25	....	+ 0,1358		
− 0,24	....	+ 0,1464		
− 0,2	....	+ 0,1919		
− 0,125	....	+ 0,29535		
− 0,0612	+ 1	+ 0,4118		
0	+ 0,5715	+ 0,5715		
+ 0,0612	+ 0,4118	+ 1		
+ 0,125	+ 0,29535			
+ 0,2	+ 0,1919			
+ 0,24	+ 0,1464			
+ 0,25	+ 0,1358			
+ 0,4082	0			
+ 0,4694	....	....	+ 1	
+ 0,5	− 0,0594	....	+ 0,5715	
+ 0,7041	....	....	0	
+ 0,75	− 0,18	....	− 0,0594	
+ 1	− 0,2616	....	− 0,2616	

§ 58.

Расчетъ напряженій, возбуждаемыхъ временной нагрузкой въ поясахъ рѣшетчатой балки.

Назовемъ нулевой точкой ту точку, въ которой должна находиться нагрузка, чтобы вызвать въ сѣченіи, расположенномъ на x влѣво отъ средины фермы, моментъ равный нулю. Предъидущая табличка доказываетъ, что въ предѣлахъ $x = +0{,}0612 \,.\, l$ и $x = -0{,}0612 \,.\, l$ для каждаго поперечнаго сѣченія существуютъ, относительно моментовъ, **двѣ** нулевыя точки.

При $x = 0$, т. е. для средины балки, обѣ нулевыя точки лежатъ по разныя стороны отъ средины на равныхъ отъ нея разстояніяхъ $u = u_1 = 0{,}5715 \,.\, l$. Точки эти отдѣляютъ нагрузки, возбуждающія въ средней части положительные моменты, отъ нагрузокъ, возбуждающихъ въ той же части отрицательные моменты. Итакъ, для опредѣленія **наибольшаго** изгибающаго момента въ срединѣ слѣдуетъ предположить, что дѣйствуетъ первая группа нагрузокъ, а для опредѣленія **наименьшаго** момента въ томъ же сѣченіи предположить, что дѣйствуетъ вторая группа нагрузокъ. Такимъ образомъ въ случаѣ, изображенномъ на чертежѣ **481**, рѣшетчатая балка испытываетъ наибольшій положительный моментъ.



Черт. 481.

Постараемся опредѣлить напряженіе, соотвѣтствующее этому изгибу.

Обратимся къ уравненію 183) и, проинтегрировавъ лѣвую часть его въ предѣлахъ $n_1 = 0$ и $n_2 = n$, а правую въ предѣлахъ $z_1 = 0$ и $z_2 = 0{,}5715 \,.\, l$, получимъ

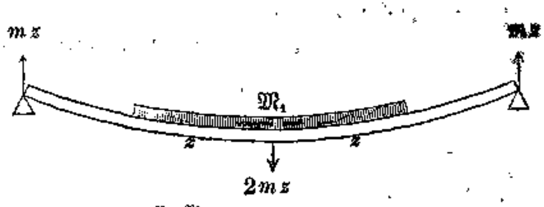
$$203)\quad n=\frac{2l^3z-lz^3+\frac{1}{4}z^4}{\frac{5}{4}l^4\left(1+\frac{9}{20}\cdot\frac{E_1}{E}\cdot\frac{F_1}{F}\cdot\frac{h_1^2}{h^2}\right)}=0{,}6983.$$

Если полная нагрузка всего моста, равная 0,575 кил. на погонный мм., состоитъ изъ постоянной $p = 0{,}375$ кил. на погонн. мм. и изъ временной $m = 0{,}2$ кил. на погонн. мм., то для полученія наибольшихъ напряженій въ срединѣ фермы необходимо предположить, что временная нагрузка $m = 0{,}2$ кил. на погонный мм. покрываетъ только ту часть пролета, которая показана на чертежѣ **481**; цѣпь выдерживаетъ при этомъ нагрузку $n\,.\,m = 0{,}6983\,.\,0{,}2 = 0{,}1396$ кил. на погонный мм. Изгибающій моментъ на срединѣ будетъ

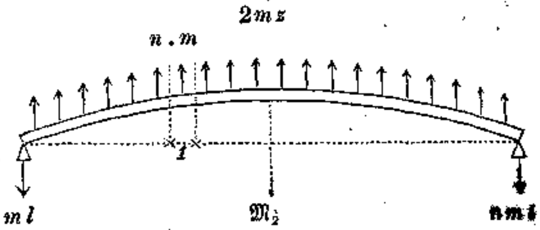
$$204)\quad \mathfrak{M}=\mathfrak{M}_1-\mathfrak{M}_2\,,$$

гдѣ $\mathfrak{M}_1$ и $\mathfrak{M}_2$ представляютъ собой моменты, соотвѣтствующіе изгибаніямъ, показаннымъ на чертежахъ **482** и **483**. Первый изъ нихъ равенъ

Черт. 482.



Черт. 483.



$$205)\quad \mathfrak{M}_1=mzl-\frac{mz^2}{2}\,,$$

а второй

$$206)\quad \mathfrak{M}_2=\frac{nml^2}{2}\,.$$

Напряженіе S_m опредѣлится изъ уравненія

$$207)\quad \frac{S_m\,.\,\mathfrak{T}_1}{\frac{1}{2}h_1}=\mathfrak{M}=\frac{S_m\,.\,F_1\,h_1}{2},\quad \text{откуда}\quad S_m=\frac{2\mathfrak{M}}{F_1h_1}\,,$$

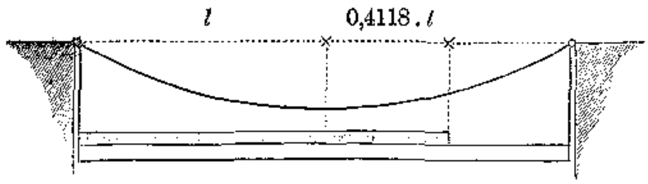
а подставляя сюда вышеозначенныя численныя значенія,

$$208)\quad S_m=\frac{0{,}0237\,.\,l^2}{F_1h_1}=0{,}948\ \text{кил. на 1 кв. мм.}$$

Изъ уравненія 176) явствуетъ, что эта нагрузка дѣйствуетъ на рѣшетчатую балку совершенно такъ, какъ будто она одна только была по всей своей длинѣ покрыта равномѣрной нагрузкой въ **23,7** кил. на погонный метръ (при нагрузкѣ всего моста на балку пришлось бы всего только 23,7 кил. равномѣрной нагрузки).

Для сѣченія, расположеннаго влѣво отъ средины фермы на разстояніи $x = + 0{,}0612 \, . \, l$, изгибающій моментъ достигаетъ maximum'а при нагрузкѣ, показанной на чертежѣ **484** (см. табличку)

Черт. 484.

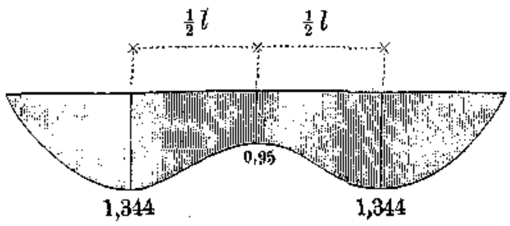


Проинтегрировавъ уравненіе 183) разъ въ предѣлахъ $z = 0$ и $z = 0{,}4118 \, . \, l$ и въ другой разъ въ предѣлахъ $z = 0$ и $z = l$ и сложивъ полученные такимъ образомъ результаты, мы получимъ $n = 0{,}714$, а затѣмъ такъ же точно, какъ было объяснено на чертежахъ **482** и **483**, мы получимъ напряженія въ поясахъ

$$209) \quad S_m = \frac{0{,}0245 \, . \, l^2}{F_1 \, . \, h_1} = 0{,}95 \text{ кил. на 1 кв. мм.}$$

Если такимъ образомъ расчитать всѣ значенія S_m, соотвѣтствующія всевозможнымъ значеніямъ x, и изобразить графически законъ измѣняемости S_m въ зависимости отъ x, то получимъ кривую, представленную, приблизительно, на чертежѣ **485**. Изъ

Черт. 485.



чертежа этого видно, что изгибающій моментъ достигаетъ maximum'а при $x = \frac{1}{2} l$.

§ 59.

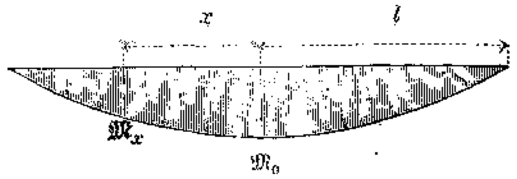
Расчетъ maximum'овъ напряженій въ поясахъ рѣшетчатой балки.

При опредѣленіи наибольшихъ изгибающихъ моментовъ, проявляющихся въ рѣшетчатой балкѣ, необходимо обратить вниманіе на то, что изгибающій моментъ, зависящій отъ постоянной нагрузки, измѣняется по совершенно **иному** закону. Дѣйствительно, если изгибающій моментъ, соотвѣтствующій $x = 0$, вызываемый постоянной нагрузкой, обозначить чрезъ $\mathfrak{M}_0$, то изгибающій моментъ, соотвѣтствующій абсциссѣ x (считая отъ средины), выразится уравненіемъ

$$210) \quad \mathfrak{M}_x = \mathfrak{M}_0 \left(1 - \frac{x^2}{l^2}\right),$$

геометрическое мѣсто котораго есть парабола, изображенная на чертежѣ **486**. По тому же закону измѣняется и соотвѣт-

Черт. 486.



ствующее этому моменту напряженіе S_p^x, и такъ какъ для средины бруса напряженіе это равно 1,685 кил. (см. уравн. 176), то для S_p мы получимъ уравненіе

$$211) \quad S_p = 1{,}685 \left(1 - \frac{x_2}{l_2}\right).$$

Температурное напряженіе S_t измѣняется по тому же закону, и такъ какъ для средины оно равно 2,996 кил. (см. уравн. 167), то для S_t мы получимъ слѣдующее уравненіе

$$212) \quad S_t = 2{,}996 \left(1 - \frac{x^2}{l^2}\right).$$

Нетрудно составить теперь слѣдующую табличку maximum'овъ напряженій въ разныхъ точкахъ балки:

Численныя значенія отношенія $\frac{x}{l}$	Напряженія въ поясахъ рѣшетчатой балки, вызываемыя			
	перемѣнной нагрузкой S_m	постоянной нагрузкой S_p	колебаніями температуры S_t	одновр. дѣйств. всѣхъ трехъ $S_m+S_p+S_t$
0	0,95	1,685	2,996	5,63
0,0612	0,98	1,68	2,98	5,64
0,125	1,07	1,66	2,95	5,68
0,2	1,15	1,62	2,88	5,64
0,24	1,20	1,59	2,82	5,61
0,25	1,22	1,58	2,81	5,61
0,408	1,34	1,40	2,48	5,24
0,5	1,344	1,26	2,25	4,85
0,6	1,28	1,08	1,92	4,28
0,75	1,0	0,74	1,31	3,05
1	0	0	0	0

Табличка эта доказываетъ, что напряженіе въ поясахъ достигаетъ maximum'а въ разстояніи $x = \frac{1}{8} l$ отъ средины и равно 5,68 кил. на квадратный миллиметръ. Замѣтимъ, однако, что оно можетъ еще возрасти частью отъ бокового давленія вѣтра, а частью отъ растяжимости затяжной цѣпи. Подробнѣе мы поговоримъ объ этихъ двухъ причинахъ въ §§ 62 и 63.

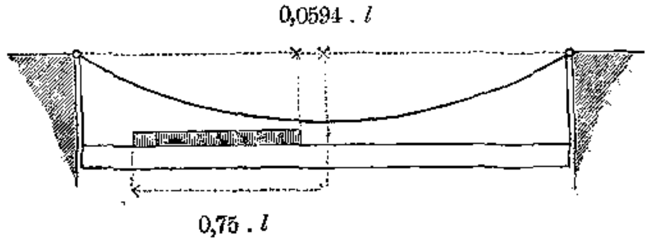
§ 60.

Расчетъ наибольшаго перерѣзывающаго усилія, возбуждаемаго перемѣнной нагрузкой.

Разсматривая табличку, помѣщенную въ концѣ § 57, мы видимъ, что, относительно перерѣзывающихъ усилій, каждому значенію x соотвѣтствуетъ только **одна** нулевая точка, другими словами, каждому значенію x соотвѣтствуетъ только одна точка, нагрузка въ которой не возбуждаетъ въ сѣченіи съ абсциссой x никакого перерѣзывающаго усилія. Эта нулевая точка есть **одна** изъ точекъ раздѣла грузовъ, другая такая точка опредѣляется **самымъ** *поперечнымъ сѣченіемъ, для котораго вычисляется* перерѣзывающее усиліе.

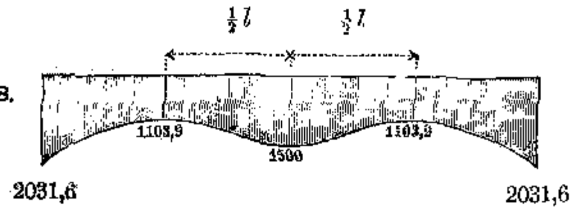
Такъ напр. для сѣченія, абсцисса коего равна $x = 0,75 \,.\, l$ (налѣво отъ средины), *вертикальное перерѣзывающее усиліе* V_m достигло бы maximum'а при нагрузкѣ, представленной на чертежѣ **487,** причемъ мы изъ уравненія 183) получимъ

Черт. 487.



$n = 0,3688$, а изъ уравненія 184) $V_m = D - nmx = 1250,8$ кил. Если расчитать точно такимъ же образомъ V_m для всѣхъ остальныхъ значеній x, то законъ измѣняемости V_m въ зависимости отъ x выразится графически кривой, представленной на чертежѣ **488.**

Черт. 488.



Кривая эта показываетъ, что на каждой половинѣ моста есть два maximum'а и одинъ minimum перерѣзывающаго усилія, вызываемаго временной нагрузкой. Большій maximum соотвѣтствуетъ концамъ фермы и равенъ 2031,6 *кил.*, меньшій maximum соотвѣтствуетъ срединѣ фермы и равенъ 1500 кил., minimum равенъ 1103,9 кил. и соотвѣтствуетъ $x = \frac{1}{2}\, l$.

§ 61.

Расчетъ наибольшихъ напряженій въ раскосахъ.

Изъ полной постоянной нагрузки на долю рѣшетчатой балки (см. уравн. 174) приходится 42,13 кил. на погонный метръ. Перерѣзывающее усиліе V_p, зависящее отъ постоянной нагрузки, равно для средины нулю и, возрастая отсюда по направленіямъ къ концамъ пропорціонально абсциссамъ, достигаетъ 1263,9 кил. Итакъ, для абсциссы x

$$213)\quad V_p = 1263{,}9 \cdot \frac{x}{l}\,.$$

Температурная нагрузка на рѣшетчатую балку (уравн. 165) равна 75 кил. на погонный метръ; перерѣзывающее усиліе V_t, зависящее отъ этой нагрузки, измѣняется по тому же закону и равно для концовъ $30 \,.\, 75 = 2250$ кил., а потому

$$214)\quad V_t = 2250 \cdot \frac{x}{l}\,.$$

Нетрудно составить теперь слѣдующую табличку:

Численныя значенія отношенія $\frac{x}{l}$	Вертикальное перерѣзывающее усиліе, вызываемое			
	перемѣнной нагрузкой V_m	постоянной нагрузкой V_p	колебаніями температуры V_t	одновременн. дѣйств. всѣхъ трехъ $V_m + V_p + V_t$
0	1500	0	0	1500
0,25	1419,5	316,0	562,5	2298,0
0,5	1103,9	631,9	1125,0	2860,8
0,75	1250,8	947,9	1687,5	3886,2
1	2031,6	1263,9	2250	5545,5

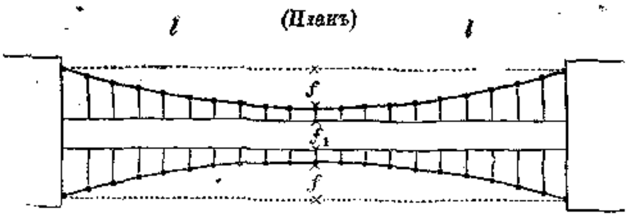
Итакъ, если рѣшетчатая стѣнка раздѣлена вертикальными стойками на квадратныя панели, въ которыхъ расположены по двѣ скрещивающіяся діагонали, способныя испытывать только вытягиванія, то стойки въ каждой панели будутъ сжаты и сжатіе это для концовъ каждой стѣнки будетъ равно $\frac{5545{,}5}{2} = 2772{,}75$ кил.; къ срединѣ сжатіе это уменьшится до $\frac{1500}{2} = 750$ кил. Напряженія діагоналей на концахъ равны $\frac{5545{,}5}{\sqrt{2}} = 3921{,}3$ кил. и уменьшаются къ срединѣ до $\frac{1500}{\sqrt{2}} = 1060{,}7$ кил.

§ 62.

Расчетъ напряженій въ цѣпяхъ и раскосахъ, принимающихъ дѣйствіе вѣтра.

Для опредѣленія наивыгоднѣйшей стрѣлы f каждой изъ цѣпей, принимающихъ дѣйствіе вѣтра, обратимся къ уравненію 155) и подставимъ въ него f вмѣсто h и $f_1 = 2,25$ м., ширину рѣшетчатой балки, вмѣсто h_1, тогда

$$215) \quad \frac{f}{f_1} = \frac{\frac{3}{4}(\delta + \Delta)}{\frac{5}{6}\delta_1}.$$



Черт. 489.

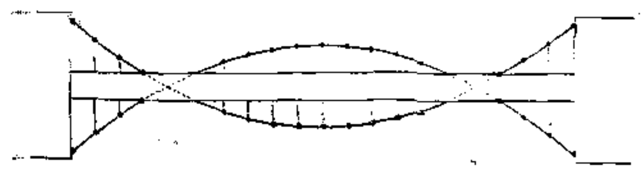
Здѣсь δ коефиціентъ допускаемаго упругаго удлинненія цѣпи, Δ коефиціентъ ея линейнаго расширенія отъ колебаній температуры и δ_1 коефиціентъ допускаемаго для поясовъ рѣшетчатой балки удлинненія, за вычетомъ значенія коефиціента удлинненія, соотвѣтствующаго вертикальной нагрузкѣ. Если предположить $f_1 = 2,25$ метр., то при помощи вышеприведеннаго уравненія можно составить слѣдующую табличку:

δ_1	δ	Δ	f
$\frac{6}{20000}$	$\frac{6}{20000}$	$\frac{1}{4000}$	3,7125 м.
$\frac{6}{20000}$	$\frac{6}{20000}$	$\frac{1}{2000}$	5,4 м.
$\frac{6}{20000}$	$\frac{8}{20000}$	$\frac{1}{4000}$	4,3875 м.
$\frac{6}{20000}$	$\frac{9}{20000}$	$\frac{1}{4000}$	4,725 м.
$\frac{6}{20000}$	$\frac{9}{20000}$	$\frac{1}{2000}$	6,4125 м.
$\frac{5}{20000}$	$\frac{10}{20000}$	$\frac{1}{4000}$	6,075 м.
$\frac{5}{20000}$	$\frac{10}{20000}$	$\frac{1}{2000}$	8,1 м.

Выборъ подходящаго значенія f зависитъ отъ того, на сколько возможно или вѣроятно одновременное совпаденіе всѣхъ неблагопріятнѣйшихъ условій. Если бы при опредѣленіи f мы руководствовались этимъ самымъ неблагопріятнымъ случаемъ, то для него пришлось бы взять одно изъ послѣднихъ наибольшихъ значеній; принимая, однако, во вниманіе, что одновременное дѣйствіе урагана и наибольшаго возвышенія температуры, едва-ли, могутъ совпасть, что самое $\Delta = \frac{1}{4000}$ (соотвѣтствующее возвышенію температуры на $20{,}5^\circ$ Цельзія), величина, далеко превосходящая необходимый предѣлъ, можно съ полной безопасностью принять $f=4$ метр., хотя въ видахъ обезпеченія устойчивости было бы желательно увеличить стрѣлу f, если только ширина устоевъ этому не препятствуетъ. Замѣтимъ, кромѣ того, что, не измѣняя ничего въ распредѣленіи давленій вѣтра на цѣпи, можно приблизить ихъ другъ къ другу такъ, что половина стрѣлы можетъ заходить за средину плана моста; въ этомъ случаѣ мостъ имѣетъ въ планѣ видъ, показанный на чертежѣ **490**.

(Планъ)

Черт. 490.



Распредѣленіе давленія вѣтра на цѣпь можетъ быть опредѣлено по формулѣ 171); для этого слѣдуетъ въ него подставить f вмѣсто h и f_1 вмѣсто h_1; далѣе φ вмѣсто F и $\frac{1}{2} F_1$ вмѣсто F_1; послѣдняя подстановка объясняется тѣмъ, что только оба нижніе пояса главныхъ фермъ составляютъ горизонтальную ферму, сопротивляющуюся давленію вѣтра.

На основаніи этого мы получимъ для n уравненіе

$$216)\quad n = \frac{1}{1 + \frac{9}{40} \cdot \frac{E_1}{E} \cdot \frac{F_1}{\varphi} \cdot \frac{f_1^2}{f^2}}\ .$$

Предполагая $E = E_1$, $F_1 = 15000$ кв. мм., $\varphi = 1250$ кв. мм. $f = 4000$ мм. $f_1 = 2250$ мм., мы найдемъ для n

$$217)\quad n = 0{,}5393 .$$

Итакъ, если на погонный миллиметръ дѣйствуетъ давленіе вѣтра $w = 0{,}2$ кил. на погонн. мм., то изъ уравненія 175) мы получимъ для напряженія цѣпи въ вершинѣ

$$218)\quad S = \frac{n\,w\,l^2}{2\varphi f} = 9{,}7 \text{ кил. на 1 кв. мм.}$$

Напряженіе, возбуждаемое въ нижнихъ поясахъ рѣшетчатой балки, опредѣляется изъ формулы 176) и равно

$$219)\quad S_1 = \frac{(1-n)\,w\,l^2}{\frac{1}{2}F_1 f_1} = 4{,}9 \text{ кил. на 1 кв. мм.}$$

Итакъ, при постоянной температурѣ отъ давленія вѣтра передается на цѣпь горизонтальная нагрузка

$$220)\quad n\,.\,w = 0{,}10786 \text{ кил.},$$

а на горизонтальную балку

$$221)\quad (1-n)\,w = 0{,}09214 \text{ кил.}$$

на погонный миллиметръ длины моста.

При одновременномъ съ вѣтромъ дѣйствіи перемѣны температуры на 41° Цельзія къ этой нагрузкѣ прибавится еще и *температурная нагрузка, которая опредѣлится, какъ и прежде,* по уравненію 165), и равна

$$222)\quad k = 0{,}0512 \text{ кил.},$$

другими словами, при **возвышеніи** температуры на 41° Цельзія съ цѣпи передается на балку, а при такомъ же **пониженіи** температуры съ балки передается на цѣпь нагрузка въ 51,2 кил. на погонный метръ. Этимъ перемѣнамъ въ распредѣленіяхъ нагрузокъ соотвѣтствуютъ измѣненія напряженій

для цѣпи . . . . 223) $S' = 4{,}608$ кил. на 1 кв. мм.,

а для рѣшетчатой балки 224) $S'_1 = 2{,}73$ кил. на 1 кв. мм.

Maximum нагрузки на рѣшетчатую балку, обусловливаемый одновременнымъ дѣйствіемъ вѣтра и возвышенія температуры, равенъ

$$225)\quad (1-n)\,w + k = 0{,}14334 \text{ кил. на погонн. мм.}$$

Такимъ образомъ maximum перерѣзывающаго усилія, обусловливаемый этой нагрузкой, равенъ для горизонтальной фермы

$$226)\quad [(1-n)\,w+k]\,l = 4300 \text{ кил.}$$

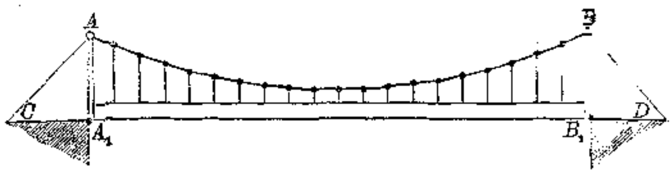
Maximum вертикальнаго перерѣзывающаго усилія для каждой изъ **вертикальныхъ** стѣнокъ, по табличкѣ § 61 равенъ $\frac{5545{,}5}{2} = 2773$ кил. Итакъ, при одинаковомъ съ вертикальными стѣнками распредѣленіи раскосовъ, въ рѣшетчатой балкѣ, образуемой крестами, діагонали испытываютъ въ $\frac{4300}{2773}$ раза большія напряженія и, сообразно съ этимъ, должны быть больше поперечныя сѣченія ихъ.

§ 63.

Вліяніе растяжимости затяжной цѣпи.

Расчитывая напряженія въ главныхъ цѣпяхъ и въ рѣшетчатыхъ фермахъ, мы предполагали, что цѣпь подвѣшена въ абсолютно неподвижныхъ точкахъ; если, напротивъ, точками привѣса служатъ вершины стоекъ, упирающихся нижними концами A_1 и B_1 на устои, если стойки могутъ свободно вращаться около своихъ опоръ и поддерживаются въ вертикальномъ положеніи только помощью затяжныхъ цѣпей (черт. 491), то при

Черт. 491.

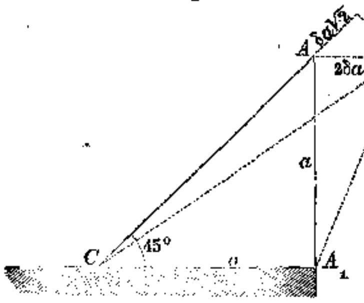


вытягиваніи этихъ послѣднихъ точки A и B сойдутся и вершина параболической цѣпи осядетъ на извѣстную величину. Осадка эта обусловливаетъ въ распредѣленіи нагрузокъ дальнѣйшія измѣненія, которыми мы теперь и займемся.

Если уголъ наклоненія затяжной цѣпи къ горизонту равенъ $45°$, а единичное удлинненіе ея равно δ, то горизонтальное перемѣщеніе точки привѣса цѣпи A будетъ равно $AF = 2\,\delta a$

(черт. **492**). Этому перемѣщенію соотвѣтствуетъ (см. § 45) осадка вершины цѣпи

Черт. 492.



$$227) \quad s = \tfrac{3}{4}(2\delta a)\frac{l}{h}.$$

Если чрезъ Δ обозначить единичное удлинненіе главной цѣпи, при которомъ она дала бы **такую же** осадку, то

$$228) \quad s = \tfrac{3}{4}\Delta\frac{l^2}{h}.$$

Приравнивая другъ другу эти два выраженія для s, получимъ

$$229) \quad \frac{\Delta}{\delta} = 2\frac{a}{l}.$$

Если $a = 4$ метр., а $l = 30$ метр., то

$$230) \quad \frac{\Delta}{\delta} = \tfrac{4}{15}.$$

Итакъ, желая принять въ расчетъ вліяніе растяжимости цѣпи на увеличеніе нагрузки, приходящейся на рѣшетчатую ферму, слѣдуетъ найденное прежде увеличеніе этой нагрузки, зависящее отъ равносильнаго удлинненія главной цѣпи, умножить на $1 + \frac{4}{15}$. Правило это относится какъ къ положительнымъ, такъ и къ отрицательнымъ значеніямъ δ.

При помощи уравненія 165) мы нашли, что при возвышеніи температуры на 41° Цельзія на рѣшетчатую балку передается нагрузка въ 75 кил. на погонный метръ. Затяжная цѣпь, расширяясь дѣйствіемъ такого же возвышенія температуры, увеличиваетъ ее на $\frac{4}{15} \cdot 75 = 20$ кил., такъ что окончательно температурная нагрузка будетъ равна $(1 + \frac{4}{15}) \cdot 75 = 95$ кил. на погонный метръ рѣшетчатой балки. Прежде мы нашли, что напряженіе отъ температурной нагрузки равно въ поясахъ (для средины пролета) 3 кил.; дѣйствіемъ расширенія затяжной цѣпи напряженіе это увеличится на $\frac{4}{15} \cdot 3 = 0{,}8$, такъ что окончательное напряженіе въ поясахъ, зависящее отъ температурной нагрузки, будетъ равно

$$231)\quad S'_t = (1 + \tfrac{4}{15}) \,.\, 3 = 3{,}8 \text{ кил.}$$

Прежде мы нашли, что температурная нагрузка вызываетъ на концахъ рѣшетчатой балки вертикальное перерѣзывающее усиліе, равное 2250 кил.; дѣйствіемъ расширенія затяжной цѣпи оно увеличится на $\frac{4}{15} \,.\, 2250 = 600$ кил., т. е. обратится въ

$$232)\quad V'_t = (1 + \tfrac{4}{15}) \,.\, 2250 = 2850 \text{ кил.}$$

Натяженіе затяжной цѣпи при данномъ уклонѣ въ 45° всегда въ $\sqrt{2}$ разъ больше горизонтальнаго распора главной цѣпи. Итакъ, если бы поперечное сѣченіе затяжной цѣпи было тоже въ $\sqrt{2}$ разъ больше поперечнаго сѣченія главной цѣпи въ вершинѣ ея, то и напряженіе на квадратную единицу поперечнаго сѣченія въ затяжной и въ главной цѣпяхъ, а потому и упругое единичное удлинненіе въ нихъ было бы одно и то же. Итакъ, при напряженіи $S = 10$ кил., на квадратный миллиметръ—что соотвѣтствуетъ единичному удлинненію $\frac{S}{E} = \frac{10}{20000}$, равному принятому нами выше линейному расширенію отъ возвышенія температуры—вытягиваніе затяжной цѣпи повлечетъ за собой дальнѣйшее увеличеніе напряженій въ поясахъ на 0,8 кил., другими словами, такое упругое удлинненіе затяжной цѣпи соотвѣтствуетъ увеличенію температурной нагрузки еще на 20 кил. на погонный метръ.

Между вліяніемъ **температурнаго** расширенія цѣпи и вліяніемъ ея упругаго удлинненія существуетъ важное различіе; maximum увеличенія нагрузки, зависящій отъ первой причины, взята ли она съ знакомъ + или съ знакомъ —, можетъ быть при какомъ угодно расположеніи нагрузки на мостѣ, упругое же удлинненіе затяжной цѣпи, вопервыхъ, можетъ имѣть только знакъ +, а вовторыхъ, maximum увеличенія нагрузки рѣшетчатой балки, обусловливаемый этой причиной, совпадаетъ всегда съ **maximum'омъ** напряженія главной цѣпи, а это бываетъ всегда при наибольшемъ пониженіи температуры. Итакъ, то увеличенiе нагрузки рѣшетчатой балки, зависящее отъ упругаго удлинненiя затяжной цѣпи, которое слѣдуетъ ввести въ вычисленiя, меньше 20 кил. на погонный метръ; болѣе точное значенiе этой величины опредѣляется слѣдующимъ образомъ:

Выше было доказано, что упругое удлинненiе затяжныхъ цѣпей производитъ такое же дѣйствiе, какъ и **увеличенiе** удлинненiя главныхъ цѣпей въ $1 : 1 + \frac{4}{15}$ разъ, или какъ **уменьшенiе** модуля упругости въ $1 + \frac{4}{15} : 1$ разъ; на основанiи этого, чтобы узнать распредѣленiе нагрузки, зависящее отъ удлинненiя затяжныхъ цѣпей, слѣдуетъ во всѣхъ прежнихъ уравненiяхъ замѣнить E на $\frac{15}{19}$ E. Такимъ образомъ для модуля распредѣленiя постоянной нагрузки мы получимъ изъ уравненiя 171)

$$233) \quad n_1 = 0{,}86184 \text{ (прежде } n = 0{,}887656);$$

итакъ, часть нагрузки, поддерживаемая балкой, увеличится въ

$$234) \quad \frac{1-n_1}{1-n} = \frac{0{,}13816}{0{,}11234} = 1{,}23$$

раза или на 23 процента; во столько же разъ увеличатся напряженiя въ поясахъ и вертикальныя перерѣзывающiя усилiя. Мы нашли прежде, что для средины пролета напряженiе въ поясахъ S_p было равно 1,685 кил., теперь мы найдемъ

$$235) \quad S'_p = 1{,}685 \,.\, 1{,}23 = 2{,}07 \text{ кил.}$$

Вертикальное перерѣзывающее усилiе для концовъ было равно $V_p = 1263{,}9$ кил., теперь мы найдемъ

$$236) \quad V'_p = 1263{,}9 \,.\, 1{,}23 = 1554{,}3 \text{ кил.}$$

Чтобы ввести поправку въ напряженiяхъ, вызываемыхъ перемѣнной нагрузкой, нужно тоже въ соотвѣтственныхъ уравненiяхъ замѣнить E на $\frac{15}{19}$ E, но при этомъ слѣдуетъ принять во вниманiе, что условiя невыгоднѣйшаго расположенiя нагрузокъ измѣнятся. Вмѣсто нагрузки, представленной на черт. **481** (она соотвѣтствуетъ $u = 0{,}5715 \,.\, l$), мы найдемъ, что напряженiе S_m достигаетъ для средины фермы наибольшаго своего значенiя при той нагрузкѣ, которая соотвѣтствуетъ $u = 0{,}685 \,.\, l$. Для этого случая $n_1 = 0{,}7609$ и

237) $S'_m = 1{,}12$ кил. (прежде $S_m = 0{,}95$ кил.).

Такимъ же точно образомъ можно получить значенія $n_1 = 0{,}4082$ и $S'_m = 1{,}445$ кил., соотвѣтствующія $x = \frac{1}{2}\,l$. Наибольшее вертикальное перерѣзывающее усиліе V_m (см. табличку § 61) было найдено равнымъ 2031,6 кил. и соотвѣтствовало нагрузкѣ, для которой $v = -0{,}2616\,.\,l$, теперь мы получимъ $v = -0{,}245\,.\,l$ и

238) $V'_m = 2373$ кил.

§ 64.

Общій сводъ результатовъ вычисленія.

Мы допустили нижеслѣдующія нагрузки, поперечныя сѣченія и прочіе размѣры:

$p = 375$ кил. на погонн. метръ (постоянная нагрузка)
$m = 200$ „ „ „ (временная нагрузка)
$w = 200$ „ „ „ (давленіе вѣтра)
$F = 7500$ квадр. мм. (сумма поперечныхъ сѣченій главныхъ цѣпей)
$F.\sqrt{2} = 10600$ „ (сумма поперечныхъ сѣченій затяжныхъ цѣпей)
$\varphi = 1250$ „ (поперечное сѣченіе каждой изъ цѣпей, сопротивляющихся давленію вѣтра)
$F_1 = 15000$ „ (сумма поперечныхъ сѣченій четырехъ поясовъ рѣшетчатой балки)
$h = 4$ метрамъ (стрѣла провѣса главной цѣпи)
$h_1 = 1{,}5$ „ (высота рѣшетчатой балки)
$f = 4$ „ (стрѣла цѣпи, сопротивляющейся давленію вѣтра)
$f_1 = 2{,}25$ „ (ширина рѣшетчатой балки)
$2l = 60$ „ (отверстіе моста)

Вытягиваніе нижняго пояса рѣшетчатой балки достигаетъ для средины наибольшаго значенія при самой неблагопріятной нагрузкѣ, при самомъ значительномъ возвышеніи температуры и самомъ сильномъ вѣтрѣ (со стороны противоположной давленію его). Этотъ maximum слагается изъ слѣдующихъ элементовъ (уравненія 235, 237, 231, 219, 224)

$S'_p = 2,07$ кил. на кв. мм. (постоянная нагрузка)
$S'_m = 1,12$ „ „ (временная нагрузка)
$S'_t = 3,8$ „ „ (температурная нагрузка)
$S'_w = 4,9 + 2,73$ „ (давленіе вѣтра при наибольшемъ возвышеніи температуры).

Складывая эти числа, мы получимъ наибольшее напряженіе

$$239) \quad S_{(\max.)} = 14,62 \text{ кил. на кв. мм.}$$

Одновременно съ этимъ верхній поясъ будетъ испытывать сжатіе, величина котораго равна суммѣ первыхъ трехъ изъ выписанныхъ нами чиселъ, а именно, 7 кил. на кв. мм.

Maximum перерѣзывающаго усилія, проявляющійся въ концахъ рѣшетчатой балки, составляется изъ слѣдующихъ элементовъ (уравненія 236, 238, 232)

$V'_p = 1554$ кил. (постоянная нагрузка)
$V'_m = 2373$ „ (временная нагрузка)
$V'_t = 2850$ „ (температурная нагрузка).

Складывая эти числа, мы получимъ наибольшее перерѣзывающее усиліе, выдерживаемое рѣшетчатой балкой

$$240) \quad V_{(\max.)} = 6777 \text{ кил.}$$

То же число выражаетъ сумму наибольшихъ напряженій, выдерживаемыхъ подвѣсными струнами (AA_1 и BB_1 черт. 463), на которыхъ висятъ концы рѣшетчатой балки.

При полной нагрузкѣ, временная, сама по себѣ, произвела бы въ концахъ рѣшетчатой балки перерѣзывающее усиліе, равное $\frac{200}{375} \cdot 1554 = 829$ кил.; вычитая отсюда V'_m, мы получимъ, что minimum перерѣзывающаго усилія, производимаго одной только временной нагрузкой, равенъ $829 - 2373 = -1544$ кил., откуда minimum полнаго перерѣзывающаго усилія на концахъ равенъ

$$241) \quad V_{(\min.)} = +1554 - 1544 - 2850 = -2840 \text{ кил.}$$

Итакъ, подвѣсныя струны должны имѣть такое поперечное сѣченіе, чтобы онѣ могли при извѣстныхъ условіяхъ выдержать **сжимающее** усиліе въ 2840 кил.

Цѣпь испытываетъ наибольшее напряженіе при полной нагрузкѣ и при самомъ значительномъ пониженіи температуры. Полная нагрузка всего моста равна $375 + 200 = 575$ кил. на погонный метръ, изъ коихъ на цѣпь приходится $0,862 . 575 = 495,56$ кил. на погонный метръ. Складывая эту нагрузку съ температурной, равной 95 кил. на погонный метръ, мы найдемъ, что при самыхъ неблагопріятныхъ условіяхъ цѣпь поддерживаетъ 590,56 кил. на погонный метръ ея горизонтальной проекціи. Этой нагрузкѣ (уравн. 166) соотвѣтствуетъ напряженіе цѣпи въ вершинѣ ея

$$242)\qquad S = \frac{0,59056 . 30000^2}{2 . 4000 . 7500} = 8,86 \text{ кил. на кв. мм.}$$

Если поперечное сѣченіе цѣпи вездѣ одинаково, то напряженіе въ ней возрастаетъ по направленіямъ къ точкамъ привѣса до

$$243)\qquad 8,86 . \sqrt{1 + (\tfrac{8}{30})^2} = 9,13 \text{ кил. на кв. мм.}$$

Затяжныя цѣпи тоже испытываютъ напряженіе въ 8,86 кил. на кв. мм.

Принимая собственный вѣсъ цѣпи равнымъ 4500 кил., мы найдемъ, что всѣ струны вмѣстѣ выдерживаютъ наибольшую нагрузку въ $590,56 . 60 - 4500 = 30934$ кил., или если число всѣхъ подвѣсныхъ струнъ N, то на каждую придется $\frac{30934}{N}$.

При помощи уравненій 218) и 223) нетрудно найти наибольшее напряженіе въ вершинѣ цѣпи, сопротивляющейся давленію вѣтра; напряженіе это бываетъ при самомъ сильномъ вѣтрѣ и при пониженіи температуры на 41° Цельзія.

$$9,7 + 4,6 = 14,3 \text{ кил. на кв. мм.}$$

Что касается раскосовъ, принимающихъ наибольшее горизонтальное перерѣзывающее усиліе отъ давленія вѣтра, то для нихъ мы нашли (уравн. 226) maximum перерѣзывающаго усилія равнымъ 4300 кил.

Если числю струнъ, соединяющихъ горизонтальную цѣпь съ горизонтальной рѣшетчатой балкой, равно N_1, то при помощи уравненій 220) и 222) найдемъ, что наибольшее напряженіе каждой изъ нихъ равно

$$\frac{(107{,}86+51{,}2)\,.\,60}{N_1}=\frac{9540}{N_1}$$

§ 65.

Наивыгоднѣйшій способъ подвѣски рѣшетчатой балки.

Расчитывая модуль n распредѣленія постоянной нагрузки, мы сдѣлали, относительно дѣйствія постоянной нагрузки, такое предположеніе, которое оправдывается только при извѣстномъ устройствѣ моста.

Мы допустили, что разгруженный мостъ, т. е. когда съ него снятъ даже его собственный вѣсъ, не испытываетъ никакого напряженія, а собственный вѣсъ начинаетъ дѣйствовать только впослѣдствіи, какъ совершенно посторонняя нагрузка. Въ дѣйствительности вліяніе собственнаго вѣса начинается вмѣстѣ съ началомъ сборки и сдѣланное нами предположеніе будетъ выполнено только въ томъ случаѣ, когда разность высотъ средины мостового полотна и обоихъ его концовъ уже съ самаго начала будетъ та, которая необходима для выполненія сдѣланнаго предположенія.

Несмотря на это, выведенные выше результаты останутся въ силѣ, хотя бы условіе, о которомъ мы сейчасъ упомянули, и не было выполнено, если только ввести въ расчетъ напряженій это отступленіе отъ правильности сборки какъ новую причину увеличенія напряженій. Такимъ образомъ вопросъ сводится къ тому, чтобы опредѣлить измѣненія въ напряженіяхъ, вызываемыхъ извѣстной нагрузкой и извѣстными колебаніями температуры, если мы станемъ подвинчивать гайки на струнахъ, на которыхъ рѣшетчатая балка подвѣшена къ цѣпи. Это изслѣдованіе нетрудно свести затѣмъ и къ слѣдующему вопросу: насколько слѣдуетъ во время сборки подвинтить гайки для того, чтобы при самыхъ неблагопріятныхъ условіяхъ наибольшее напряженіе не достигло извѣстнаго предѣла или было minimum'омъ?

Осадка средины полотна отъ дѣйствія постоянной нагрузки опредѣляется при помощи уравненія 169); если же мы, кромѣ того, желаемъ принять во вниманіе вліяніе растяжимости затяжной цѣпи, то въ этомъ уравненіи слѣдуетъ замѣнить n на n_1, опредѣляемое изъ уравненія 233). Итакъ, осадка средины полотна будетъ

$$244)\quad s = \frac{5}{6} \cdot \frac{0{,}13816 \,.\, 0{,}375 \,.\, 30000^4}{20000 \,.\, 15000 \,.\, 1500^2} = 51{,}81 \text{ миллим.},$$

а напряженіе въ поясахъ S'_p, соотвѣтствующее этому прогибу, было равно $S'_p = 2{,}07$ кил. на кв. мм. (уравн. 235). Отсюда видно, что въ фермѣ тогда только проявятся выведенныя выше напряженія, когда непосредственно послѣ сборки рѣшетчатая балка дастъ найденную сейчасъ осадку. Предположимъ теперь, что, подвинчивая гайки на струнахъ, мы снова сообщили рѣшетчатой балкѣ горизонтальное положеніе, которое соотвѣтствуетъ состоянію ненапряженности частей ея, понятно, что этимъ самымъ уничтожается часть полнаго напряженія въ поясахъ, равная 2,07 кил. (уравн. 239), и напряженіе это изъ 14,62 кил. обратится въ 12,55 кил. Вмѣстѣ съ тѣмъ часть постоянной нагрузки въ 51,81 кил. на метръ, которая до того поддерживалась рѣшетчатой балкой, теперь всецѣло будетъ дѣйствовать на цѣпь.

Если еще сильнѣе подвинтить гайки до того, что рѣшетчатая балка прогнулась бы на 51,81 мм. **вверхъ**, то полное напряженіе въ поясахъ уменьшилось бы еще на 2,07 кил. и сдѣлалось бы равнымъ 10,46 кил.; въ то же время цѣпь получила бы приращеніе нагрузки въ 2 . 51,81 = 103,62 кил. на погонный метръ своей горизонтальной проекціи.

Для того, чтобы узнать предѣлъ, до котораго можно довести это искусственное измѣненіе въ распредѣленіи нагрузокъ, изслѣдуемъ предварительно наибольшее численное значеніе **отрицательнаго** момента, проявляющагося при самыхъ неблагопріятныхъ условіяхъ въ рѣшетчатой балкѣ, если она при сборкѣ получитъ начальный прогибъ вверхъ. Моментъ этотъ мы опредѣлимъ для средины пролета, основываясь на томъ, что, хотя временная нагрузка и обнаруживаетъ наибольшее свое вліяніе при $x = \frac{1}{2} l$, тѣмъ не менѣе, какъ видно изъ таблички § 59, прочія изгибающія причины поглощаютъ собой это вліяніе и даютъ возможность принять во вниманіе изгибающій моментъ только для средины пролета.

Уравненіе 235) даетъ для напряженія въ нижнемъ поясѣ, *возбуждаемаго при полной нагрузкѣ всего моста* **одной только** временной нагрузкой, слѣдующее значеніе

$$245) \quad \mathfrak{S} = \tfrac{200}{375} \cdot 2{,}07 = 1{,}105 \text{ кил.}$$

Вычитая отсюда значеніе $S'_m = 1{,}12$, данное уравненіемъ 237), получимъ

$$246) \quad \mathfrak{S}_{(\min.)} = -0{,}015 \text{ кил.}$$

численное значеніе наименьшаго **вытягивающаго** или наибольшаго сжимающаго напряженія, вызываемаго одной только временной нагрузкой. (При $x = \frac{1}{2} l \quad \mathfrak{S}_{(\min.)} = -0{,}616$). Температурное напряженіе, вызываемое наибольшимъ пониженіемъ температуры, равно $-3{,}8$ кил., напряженіе, вызываемое давленіемъ вѣтра при самомъ значительномъ пониженіи температуры равно $-(4{,}9 - 2{,}73) = -2{,}17$ кил., наибольшее положительное напряженіе равно $S'_p = +2{,}07$ кил.; складывая всѣ эти числа, мы получимъ наибольшее отрицательное напряженіе, проявляющееся въ нижнемъ поясѣ въ случаѣ, если мостъ будетъ собранъ такъ, какъ сказано выше. Итакъ,

$$247) \quad S_{(\min.)} = +2{,}07 - 0{,}015 - 3{,}8 - 2{,}17 = -3{,}915 \text{ кил.}$$

Отсюда видно, что весьма полезно произвести искусственное измѣненіе въ распредѣленіи нагрузокъ, подвинтивъ гайки такъ, чтобы рѣшетчатая балка имѣла прогибъ вверхъ въ 51,81 мм.

Дѣйствительно, такимъ приспособленіемъ мы достигаемъ того, что напряженія въ нижнемъ поясѣ, которыя при первоначальной сборкѣ заключались въ предѣлахъ $+14{,}62$ кил. и $-3{,}915$ кил., теперь будетъ колебаться между $+10{,}48$ кил. и $-8{,}055$ кил., въ цѣпи же напряженіе въ срединѣ увеличится всего на $+10{,}41$, а на концахъ на $+10{,}73$ кил., причемъ наибольшая нагрузка на погонный метръ горизонтальной проекціи будетъ равна $590{,}56+103{,}62=694{,}18$ кил. Наибольшая нагрузка на струны будетъ такимъ образомъ доведена до $30934+60.103{,}62$ $=37151$ кил., а напряженіе каждой изъ нихъ до $\frac{37151}{N}$.

Перерѣзывающее усиліе, дѣйствующее на концы рѣшетчатой балки, уменьшится на $30.103{,}62=3109$ кил. и при помощи уравненій 240) и 241) мы получимъ

$$248)\quad V_{max.}=+6777-3109=+3668 \text{ кил.}$$

$$249)\quad V_{min.}=-2840-3109=-5949 \text{ кил.}$$

Отсюда видно, что подвѣсныя струны AA_1 и BB_1 должны имѣть такое поперечное сѣченіе, чтобы быть въ состояніи выдержать сжатіе въ 5949 кил.

Прогибъ въ 51,81 миллиметра соотвѣтствуетъ нагрузкѣ рѣшетчатой балки въ 51,81 кил. на погонн. метръ или нагрузкѣ всего моста въ 375 кил. на погонный метръ, поэтому, прибавляя къ существующей нагрузкѣ моста 375 кил. на погонный метръ, мы можемъ уничтожить этотъ прогибъ. На основаніи этого инструкція сборки можетъ быть формулирована слѣдующимъ образомъ: „при дѣйствіи посторонней нагрузки, равной 375 кил. на погонный метръ горизонтальной проекціи, мостъ долженъ принять естественный свой видъ, т. е. такой, какой онъ принялъ бы если бы при средней температурѣ положить его на горизонтальную плоскость.

Эта посторонняя нагрузка можетъ быть представлена въ видѣ температурной нагрузки. Возвышеніе температуры на 41° Цельзія имѣло слѣдствіемъ, какъ мы видѣли, то, что на рѣшетчатую балку какъ бы дѣйствовала прибавочная нагрузка въ 95 кил.

на потонн. метръ, откуда возвышеніе температуры, соотвѣтствующей нагрузкѣ въ 51,01 кил., будетъ равно

$$250)\quad t = 41 \cdot \frac{51{,}81}{95} = 21{,}24^{\circ} \text{ Цельзія}.$$

Итакъ, той же цѣли можно достигнуть, исполняя сборку такимъ образомъ, чтобы ненагруженная балка приняла свой естественный видъ при возвышеніи температуры на 21,24° Цельзія.

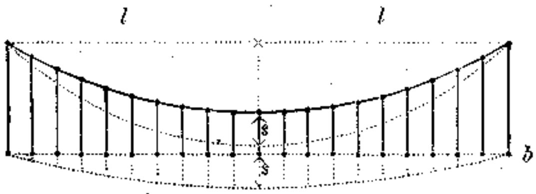
§ 66.

Степень точности произведеннаго расчета.

Противъ принятаго нами хода расчета можно сдѣлать слѣдующія возраженія: опредѣляя модуль распредѣленія нагрузокъ, мы допустили нѣкоторыя невполнѣ точныя предположенія, вслѣдствіе чего и въ самые результаты вкрались нѣкоторыя ошибки и неточности. Нетрудно, однако, доказать, что ошибки эти, съ одной стороны, весьма малы, а съ другой, что почти всѣ онѣ взаимно уничтожаются такъ, что окончательныя погрѣшности лишены всякаго практическаго значенія. Докажемъ это для самаго простого случая, представленнаго на чертежѣ **463**, причемъ точки подвѣса цѣпи неподвижны; мѣриломъ вліянія допущенныхъ ошибокъ будетъ разность значенія n, данная уравненіемъ 172), и того значенія n, которое освобождено отъ всякихъ погрѣшностей.

Чтобы найти распредѣленія нагрузки, мы приравнивали осадки срединъ составляющихъ системъ, другими словами, мы приравнивали осадку средины цѣпи, подверженной дѣйствію при-

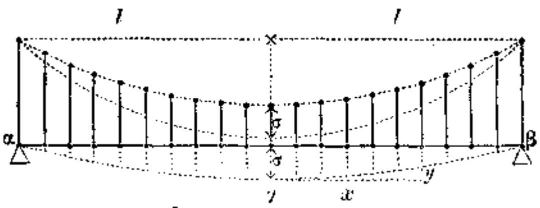
Черт. **493**a.



ходящейся на нее нагрузки, осадкѣ балки, подверженной дѣйствію своей нагрузки. Если бы рѣшетчатой балки не

было, то, при вытягиваніи цѣпи отъ нагрузки, нижніе концы струнъ расположились бы по параболѣ (черт. **493**); если бы не было цѣпи, а изгибалась бы одна только балка, то тѣ же точки расположились бы **по кривой изгиба** (Elastische Linie) (черт. **494**). Очевидно, что обѣ кривыя не могутъ совмѣститься,

Черт. 494.



поэтому слѣдуетъ, собственно говоря, приравнять другъ другу не ординаты s и σ **вершинъ** обѣихъ кривыхъ, а **среднія** ординаты обѣихъ кривыхъ и изъ этого уже уравненія опредѣлить модуль распредѣленія нагрузокъ.

Среднее значеніе ординатъ подобной кривой есть высота прямоугольника, имѣющаго одинаковую площадь и одинаковое основаніе съ площадью, ограниченной разсматриваемой кривой. Такъ какъ основанія прямоугольниковъ въ нашихъ обѣихъ фигурахъ одни и тѣ же и равны $2l$, то вмѣсто среднихъ ординатъ можно приравнять другъ другу самыя площади. Параболическая площадь abc (черт. **493**) равна

$$251)\quad J = \tfrac{2}{3} \,.\, s \,.\, 2l;$$

подставляя сюда s изъ уравненія 168), мы получимъ

$$252)\quad J = \frac{n\,p\,l^5}{2E\,F\,h^2}\,.$$

Стрѣла кривой изгиба $\alpha\gamma\beta$ (черт. **494**) по уравненію 169) равна

$$253)\quad \sigma = \tfrac{5}{6}\,\frac{(1-n)\,p\,l^4}{E_1\,F_1\,h_1^{\,2}}\,,$$

а изъ теоріи кривой изгиба для точки, абсцисса которой x, ордината равна

$$254)\quad y = \frac{(1-n)\,p}{E_1 F_1 h_1^{\,2}}\left(l^2 x^2 - \frac{x^4}{6}\right),$$

откуда площадь параболическаго отрѣзка получится изъ уравненія

$$255)\quad J=2\int_{x=0}^{x=l}(\sigma-y)\,dx=\tfrac{16}{15}\,\frac{(1-n)pl^5}{E_1F_1h_1^2}.$$

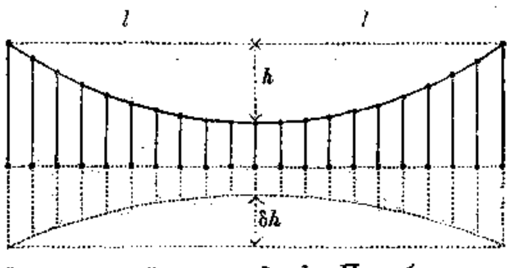
Приравнивая другъ другу оба выраженія для J, мы получимъ новое уравненіе, изъ котораго

$$256)\quad n=\frac{1}{1+\frac{15}{32}\cdot\frac{E_1}{E}\cdot\frac{F_1}{F}\cdot\frac{h_1^2}{h^2}}.$$

Если расчитать n не по уравненію 171), а по этому послѣднему, то вмѣсто $n=0{,}887656$ мы получимъ $n=0{,}88352$ и вмѣсто $1-n=0{,}112344$; $1-n=0{,}11648$. Эта поправка, какъ оказывается, приводитъ къ нѣсколько **меньшему** значенію n; но даже для $1-n$ погрѣшность не превышаетъ 3,7 процента.

Обратимъ, однако, вниманіе на то, что одновременно съ разобранной нами погрѣшностью мы допускаемъ еще одну, которая приводитъ насъ къ нѣсколько большему значенію n и такимъ образомъ исключаетъ всякое сомнѣніе насчетъ основательности расчета, произведеннаго во всѣхъ предъидущихъ параграфахъ.

Ошибка, о которой мы здѣсь говоримъ, заключается въ томъ, что мы не приняли въ расчетъ измѣненія длинъ подвѣсныхъ струнъ. Если модуль упругаго удлиненія струнъ равенъ δ, то, предполагая, что цѣпь сохранила первоначальную длину, мы найдемъ, что нижніе концы удлиненныхъ струнъ расположатся



Черт. 495.

по параболѣ, стрѣла которой равна $\delta\,.\,h$. Паробола эта обращена выпуклостью вверхъ, а потому изъ осадки средины полотна s, полученной вслѣдствіе вытягиванія цѣпи, слѣдуетъ вычесть $\delta\,.\,h$. Такимъ образомъ, полагая, что коефиціентъ удлинненія цѣпи равенъ δ, мы получимъ для истиннаго пониженія средины полотна

$$257)\quad s-\delta h=\tfrac{3}{4}\delta\frac{l^2}{h}-\delta h$$

или, вводя сюда снова членъ $\frac{2}{3}\frac{h^2}{l^2}$, пропущенный въ уравненіи 147),

$$258)\quad s-\delta h=\tfrac{3}{4}\delta\frac{l^2}{h}\left(1+\tfrac{2}{3}\frac{h^2}{l^2}\right)-\delta h.$$

Подставляя сюда $\delta=\frac{H}{FE}=\frac{n\,p\,l^2}{2\,EFh}$, мы получимъ

$$259)\quad s-\delta h=\tfrac{3}{8}\frac{n\,p\,l^4}{EFh^2}\left(1+\tfrac{2}{3}\frac{h^2}{l^2}\right),$$

а подставляя въ уравненіе 170) вмѣсто s, полученнаго изъ уравненія 168), это послѣднее выраженіе, найдемъ

$$260)\quad n=\frac{1}{1+\frac{9}{20}\cdot\frac{E_1}{E}\cdot\frac{F_1}{F}\cdot\frac{h_1^2}{h^2}\cdot\left(1-\frac{2}{3}\frac{h^2}{l^2}\right)}.$$

Это уравненіе даетъ для n **большее** значеніе чѣмъ уравненіе 171), а именно $n=0{,}88884$ (прежде было найдено $n=0{,}887656$). Отсюда видно, что послѣдняя ошибка, хотя отчасти покрываетъ собой первую.

Введемъ теперь обѣ поправки, тогда для модуля распредѣленія нагрузокъ n получится болѣе точное выраженіе

$$261)\quad n=\frac{1}{1+\frac{15}{32}\cdot\frac{E_1}{E}\cdot\frac{F_1}{F}\cdot\frac{h_1^2}{h^2}\cdot\left(1-\frac{2}{3}\frac{h^2}{l^2}\right)},$$

изъ котораго $n=0{,}88474$ (прежде $n=0{,}887656$), т. е. что найденное прежде значеніе n отличается отъ его точнаго значенія всего на $\frac{1}{3}$ процента, а прежнее значеніе $1-n$ отъ его точнаго значенія только на 2,6 процента. Такимъ образомъ обнаруживается, что принятый нами упрощенный способъ расчета достаточно точенъ.