

Парадигма развития науки

Идеологическое обеспечение

А. Е. Кононюк

ОБЩАЯ ТЕОРИЯ ПОНЯТИЙ

Книга 2

Теория образования понятий

**Киев
Освіта України
2014**

УДК 51 (075.8)

ББК В161.я7

К 213

Рецензент: *Н.К.Печурин* - д-р техн. наук, проф. (Национальный авиационный университет).

Кононюк А.Е.

К65 Общая теория понятий. К.2.

К.4:"Освіта України", 2014. - 512 с.

ISBN 978-966-7599-50-8

Освещены теоретические и практические аспекты организации понятий как процесса и как явления. Подробно рассмотрены математические средства описания моделей понятий, методы и принципы образования понятий. Изложены методы синтеза понятий и понятийных систем на основе наиболее распространенных формализованных языков. Особое внимание уделено процессам образования понятий как исходных условий для построения алгоритмов образования понятий. Рассмотрены разновидности процессов управления образованием понятий и принципы их реализации на основе различных моделей сетей Петри, E-сетей, секвенций и др.

Для магистров, аспирантов, докторантов, занимающихся теоретическими и практическими вопросами образования понятий и понятийных систем.

ББК В161.я7

ISBN 978-966-7599-50-8

©А.Е. Кононюк, 2014

Оглавление

| | |
|---|----|
| Введение в теорию образования понятий..... | 8 |
| 1. Методические средства образования понятий..... | 17 |
| 1.1. Определение базовых понятий..... | 17 |
| 1.2. Классификация понятий..... | 22 |
| 1.3. Основы формирования понятий..... | 24 |
| 1.3.1. Теории формирования понятий..... | 24 |
| 1.4. Методы исследования понятий..... | 27 |
| 1.4.1. Метод определения понятий..... | 27 |
| 1.4.2. Методы формирования искусственных понятий..... | 29 |
| 1.4.2.1. Методика Н. Аха..... | 30 |
| 1.4.2.2. Методика Выготского — Сахарова..... | 30 |
| 1.4.2.3. Методика Кларка Халла..... | 31 |
| 1.4.2.4. Методика Дж. Брунера..... | 32 |
| 1.4.2.5. Метод субъективного шкалирования..... | 32 |
| 1.4.2.6. Методика Э. Рош..... | 32 |
| 1.4.2.7. Ассоциативный эксперимент..... | 33 |
| 1.4.2.8. Метод семантического дифференциала..... | 35 |
| 1.4.2.9. Метод семантического радикала..... | 39 |
| 1.4.3. Метод классификации и кластерный анализ..... | 39 |
| 1.4.3.1. Кластерный анализ..... | 40 |
| 1.4.3.2. Факторный анализ..... | 56 |
| 1.5. Методы факторного анализа..... | 63 |
| 1.5.1. Метод главных компонент..... | 63 |
| 1.5.1.1. Формальная постановка задачи..... | 63 |
| 1.5.1.2. Диагонализация ковариационной матрицы..... | 70 |
| 1.5.1.3. Сингулярное разложение матрицы данных..... | 71 |
| 1.5.1.4. Матрица преобразования к главным компонентам..... | 75 |
| 1.5.1.5. Остаточная дисперсия..... | 76 |
| 1.5.1.6. Отбор главных компонент по правилу Кайзера..... | 78 |
| 1.5.1.7. Оценка числа главных компонент по правилу сломанной трости..... | 79 |
| 1.5.1.8. Нормировка..... | 81 |
| 1.5.1.9. Механическая аналогия и метод главных компонент для взвешенных данных..... | 82 |
| 1.5.1.10. Специальная терминология..... | 85 |
| 1.5.1.11. Пределы применимости и ограничения эффективности метода..... | 86 |
| 1.5.1.12. Примеры использования..... | 87 |

| | |
|---|-----|
| 1.5.1.13. Альтернативы и обобщения..... | 94 |
| 1.5.2. Корреляционный анализ..... | 104 |
| 1.5.2.1. Корреляция и взаимосвязь величин..... | 105 |
| 1.5.2.2. Показатели корреляции..... | 105 |
| 1.5.2.3. Корреляционный анализ..... | 113 |
| 1.5.3. Метод максимального правдоподобия..... | 123 |
| 1.5.3.1. Функция правдоподобия..... | 123 |
| 1.5.3.2. Сущность метода максимального правдоподобия..... | 126 |
| 1.5.3.3. Условный метод максимального правдоподобия..... | 132 |
| 1.5.3.4. Правдоподобие принятой последовательности | 134 |
| 1.6. Методы образования понятий..... | 136 |
| 1.6.1. Метод сравнения..... | 137 |
| 1.6.2. Модели сравнения..... | 138 |
| 1.6.3. Всеобщее в теории понятий..... | 143 |
| 1.6.4. Основные приемы образования понятий..... | 144 |
| 2. Признаки и свойства сущностей (предметов) как основа образования понятий..... | 148 |
| 2.1. Понятие «признак» | 150 |
| 2.2. Понятие «свойство» | 175 |
| 2.3. Семантические свойства понятийных единиц..... | 184 |
| 2.4. Классификации признаков..... | 193 |
| 2.4.1. Общие субстанциональные классификации | 197 |
| 2.4.2. Общие объемные классификации..... | 205 |
| 2.4.3. Общие функциональные классификации..... | 207 |
| 2.4.4. Объектовые классификации признаков..... | 209 |
| 2.5. Совокупности и системы признаков..... | 212 |
| 2.6. Метод выбора отличительных признаков понятий..... | 216 |
| 2.7. Признаки и критерии..... | 220 |
| 3. Введение в методы образования понятий | 225 |
| 3.1. Теории формирования понятий..... | 225 |
| 3.2. Методы исследования понятий..... | 228 |
| 3.2.1. Метод определения понятий..... | 228 |
| 3.2.2. Метод классификации..... | 229 |
| 3.2.3. Метод формирования искусственных понятий..... | 230 |
| 3.2.4. Метод субъективного шкалирования..... | 233 |
| 3.3. Лингвистический ассоциативный эксперимент..... | 234 |
| 3.3.1. История..... | 234 |
| 3.3.2. Использование метода..... | 235 |
| 3.4. Метод семантического дифференциала..... | 237 |
| 3.4.1. Семантический дифференциал..... | 237 |
| 3.4.2. Построение координат значения..... | 238 |
| 3.4.3. Приложения метода..... | 239 |

| | |
|--|-----|
| 3.5. Семантическое поле | 240 |
| 3.5.1. Доминанта..... | 240 |
| 3.5.2. Семантические признаки и семантическое ядро..... | 241 |
| 3.5.3. Метод семантического радикала..... | 243 |
| 3.5.4. Эмпирические методы исследования..... | 244 |
| 4. Аксиоматика теории образования понятий..... | 244 |
| 4.1. Определения..... | 246 |
| 4.2. Признаки и свойства порядковых чисел..... | 247 |
| 4.3. Логика первого порядка..... | 249 |
| 4.3.1. Основные определения логики первого порядка..... | 249 |
| 4.3.2. Определение формального языка..... | 250 |
| 4.3.3. Термины..... | 251 |
| 4.3.4. Операции..... | 252 |
| 4.3.5. Аксиоматика и доказательство формул и определений понятий..... | 255 |
| 4.3.6. Интерпретация..... | 257 |
| 4.3.7. Свойства и основные результаты логики первого порядка..... | 259 |
| 4.3.8. Логика первого порядка как средство формализации определений понятий..... | 259 |
| 4.4. Аксиомы теории образования понятий | 260 |
| 4.4.1. Аксиомы об образовании понятий..... | 260 |
| 4.4.2. Критерий равенства совокупности понятий, признаков, свойств, параметров и их значений в аксиомах образования понятий..... | 261 |
| 4.4.3. Аксиомы о существовании совокупностей..... | 263 |
| 4.4.4. Аксиомы об образовании совокупности понятий (признаков, свойств) | 264 |
| 4.5. Аксиомы об упорядоченности совокупностей | 273 |
| 5. Методы математического моделирования процессов образования понятий..... | 276 |
| 5.1. Матрицы и бинарные отношения как средства описания моделей понятий..... | 276 |
| 5.2. Графы и сети Петри как средства описания процессов образования понятий..... | 282 |
| 5.2.1. Основные понятия..... | 284 |
| 5.2.1.1. Процессные понятия, системы и сети понятий..... | 285 |
| 5.2.1.2. Формальное определение сети Петри..... | 292 |
| 5.2.2. Свойства предметов, отображаемых сетями Петри и их анализ..... | 299 |
| 5.2.2.1. Основные свойства сетей Петри..... | 300 |
| 5.2.2.2. Проблемы ограниченности..... | 300 |
| 5.2.2.3. Проблемы R -включения и R -эквивалентности..... | 309 |
| 5.2.2.4. Проблемы достижимости..... | 316 |

| | |
|--|-----|
| 6. Методы и средства образования понятий..... | 320 |
| 6.1. Метод формального образования понятий..... | 320 |
| 6.2. Методы визуального отображения понятий..... | 336 |
| 6.2.1. Структура и задачи визуального отображения понятий..... | 336 |
| 6.2.2. Формальное описание структуры понятия «сцена»..... | 339 |
| 6.2.2.1. Синтаксические описания. | 339 |
| 6.2.2.2. Семантические сети..... | 344 |
| 6.2.3. Модели понятий, представленные трехмерными моделями объектов (предметов) | 346 |
| 6.2.4. Разбиение сцены на отдельные объекты..... | 349 |
| 6.2.4.1. Семантика линий. | 349 |
| 6.2.4.2. Объединение областей в объекты. | 354 |
| 6.2.5. Монокулярное определение трехмерной структуры сцены..... | 361 |
| 6.2.6. Формирование моделей понятий, опознавание объектов и описание сцены..... | 367 |
| 6.3. Образовывающие операторы понятий..... | 376 |
| 7. Процессы образования понятий..... | 390 |
| 7.1. Задание условий работы ООП в виде процесса образования понятий..... | 390 |
| 7.1.1. Понятия о технологическом и управляющем процессах образования понятий..... | 391 |
| 7.1.2. Разновидности процессов образования понятий..... | 393 |
| 7.1.3. Этапы формирования алгоритма образования понятий..... | 397 |
| 7.2. Описание и преобразование управляющих процессов..... | 399 |
| 7.2.1. Сети Петри и их модификация..... | 399 |
| 7.2.2. Управляющие процессы и их формализованное описание..... | 407 |
| 7.2.3. Обобщенная сеть Петри для описания неавтономного управляющего процесса..... | 419 |
| 7.3. Формирование правильного управляющего процесса..... | 424 |
| 7.3.1. Граф достижимых маркировок сети Петри..... | 424 |
| 7.3.2. Влияние структуры процесса на наличие тупиковых состояний..... | 426 |
| 7.3.3. Тупиковые состояния, вызываемые разделением функциональных ресурсов..... | 432 |
| 7.4. Алгоритмы образования понятий и языки их описания..... | 438 |
| 7.4.1. Последовательный алгоритм образования понятий и его свойства..... | 438 |
| 7.4.1.1. Логические схемы алгоритмов..... | 439 |
| 7.4.1.2. Матричные схемы алгоритмов образования понятий и их связь с логическими схемами. Понятие о граф-схемах..... | 443 |
| 7.4.2. Преобразование логических схем алгоритмов образования понятий..... | 447 |

| | |
|--|-----|
| 7.4.2.1. Минимизация числа логических условий..... | 447 |
| 7.4.2.2. Учет распределения сдвигов при минимизации ЛСА..... | 450 |
| 7.4.3. Объединение ЛСА..... | 455 |
| 7.4.4. Описание параллельных алгоритмов образования понятий..... | 465 |
| 7.4.5. Переход от правильного процесса образования понятия к алгоритму образования понятия..... | 469 |
| 7.5. Реализация алгоритма образования понятий..... | 480 |
| 7.5.1. Принципы реализации параллельного алгоритма образования понятий..... | 480 |
| 7.5.2 Многопрограммное функционирование..... | 492 |
| 7.5.3. Преобразование алгоритма образования понятия при его реализации многопрограммным ООП..... | 497 |
| 7.5.4. Программно-аппаратурная реализация алгоритма образования понятия..... | 502 |
| Литература..... | 506 |

Введение в теорию образования понятий

Рассмотрим традиционные логические и философские подходы к образованию понятий, и выявим ряд трудностей при их образовании, разрешение которых может быть разрешено путем обращения к психологической науке. Данный материал базируется на работе Власова Д.В. «Логические и философские подходы к построению теоретической модели образования понятия»

Согласно позиции классического рационализма исходной единицей, «кирпичиком» рационального познания является *понятие*. Понятие является одной из универсальных, узловых категорий, связывающих воедино такие разнородные сферы научного дискурса, как философия и методология научного познания, исследования человеческого мышления, исследования языка, исследования коммуникации. По сути, мышление в понятиях отождествляется с рациональным мышлением.

Относительно процедуры образования понятия в логической науке не наблюдается серьезных разногласий. Рассматривая понятие как абстрактную информационную структуру, логика и процесс образования понятий моделируются в высшей степени абстрактно. Согласно логической теории образования понятия для того, чтобы выделить класс предметов по какой-то совокупности признаков, необходимо обобщить данные предметы по этим признакам. Обобщение состоит в том, что мы отвлекаемся от всех индивидуальных и иных различий внутри класса, пренебрегаем этими различиями, не принимаем их в расчет. В результате такой процедуры предметы мыслятся абстрактно, то есть как обладающие лишь указанной отличительной совокупностью признаков.

Схематизируя процесс образования понятий, отвлекаясь от тех реальных исторических процессов, которые протекают в естественном языке, логика образования понятий разделяет этот процесс на четыре основные фазы: анализ, синтез, сравнение и обобщение.

Анализ предметов, данных в представлении, — это разложение их на отдельные признаки, посредством выявления их связей и отношений с другими предметами. Синтез — это воспроизведение предмета, расчлененного в процессе анализа на отдельные признаки, в результате которого предмет предстает в виде системы выделенных свойств и отношений. Сравнение — это выявление сходств и различий между

предметами. Обобщение — это объединение под одной знаковой формой множества предметов, обладающих общими признаками. Обобщение связано, как уже отмечалось, с процессом абстрагирования. При этом в логике образования понятий выделяют три вида абстрагирования. Первый из них состоит в том, что в предмете выделяются какие-то определенные признаки, а все остальные признаки при этом остаются за пределами внимания. Результат применения такого приема есть абстрактно мыслимый предмет, характеризующийся лишь некоторой ограниченной совокупностью выделенных признаков, общих для некоторого класса. Этот прием может быть назван «обобщающее-различающим абстрагированием».

Второй вид — отождествляющее абстрагирование. Он состоит в том, что, выделяя некоторые признаки предмета, мы игнорируем все остальные не как несущественные, а как просто несуществующие. Это ведет к отождествлению всех предметов, обладающих выделенными признаками. Например, элементами понятия «федеральный закон», являются не различные экземпляры федеральных законов, а сами федеральные законы. Тот факт, что каждый федеральный закон публикуется, а, значит, существует во многих экземплярах, попросту игнорируется.

Третий вид абстрагирования — это так называемое изолирующее абстрагирование, состоящее в том, что отдельные признаки предметов или отношения между предметами мысленно отделяются от самих предметов и становятся самостоятельными предметами мысли. Результатом таких процессов являются так называемые абстрактные объекты и понятия: «невесомость», «высота», «безработица» и др.

Обобщающее абстрагирование имеет много общего с таким выделяемым в логике приемом познания как идеализация, который состоит в том, что, имея в виду некоторые предельные случаи проявления того или иного качества, мы либо мысленно наделяем предметы какими-то свойствами, которых они в действительности не имеют, либо лишаем их каких-то свойств, которыми они в действительности обладают. Обычно в качестве примеров результата идеализации приводят математические объекты. Можно в качестве примеров идеализации привести и такие понятия, как, например, «потребительская корзина», «прожиточный минимум» и т. п.

Логическая модель образования понятия, отличаясь высокой степенью абстрактности, не отражает в полной мере реальный процесс образования понятия, происходящий в человеческом сознании, как появление и результат определенной познавательной деятельности. Попытки воссоздать этот процесс, выделить его основные алгоритмы предпринимались в философии. Так, в рамках материалистической теории познания достаточно распространен был подход, в рамках которого эта проблема решалась в контексте проблемы восхождения в процессе познания от абстрактного к конкретному, в связи с проблемой конкретности истины. Характерным примером данного подхода является концепция А. П. Шептулина, который, рассматривая проблему единичных понятий в своем труде, посвященном диалектике единичного, особенного и общего, отмечает, что в ходе практической деятельности человек сталкивается прежде всего с единичными предметами: «В процессе производства человек имеет дело с отдельными, неповторимыми во всех своих подробностях предметами. Таким является и орудие, используемое им в процессе труда, и предмет, на который направлено воздействие орудия, и продукт, получающийся в результате труда. Иначе и не может быть, ибо в объективной действительности <...> самостоятельно, качественно, обособленно существуют лишь отдельные предметы».

Вместе с этим постоянно совершается и обратный переход от общего к единичному. Так, человек, имея знание о том, что палка может заполнить пространство, отделяющее его руку от плода, находящегося высоко на дереве, может использовать это знание и отыскивать необходимой длины палку. Тем самым он, «приспосабливаясь к специфическим условиям, совершает переход от общего к единичному, ибо имеющееся у него общее представление о ноже он преломляет через специфику данного камня, дает ему вещественную оболочку и тем самым превращает его в конкретный предмет (реализует его в отдельном предмете)».

При этом, как считает А. П. Шептулин, на ранних этапах своего развития человек не отделяет общее от единичного, не обладает способностью к абстрагированию: «Движение как от единичного к общему, так и от общего к единичному <...> еще не представляет собой движение абстракций, отвлеченных от предметов и мыслимых как таковых: это движение есть прежде всего движение самих предметов в практической деятельности и сопровождающее их движение чувственных данных, представлений. Здесь общее хотя и улавливается в отдельном, но не освобождается, не отделяется от

единичного. Оно (общее) хотя и мыслится самостоятельно, но лишь на фоне отдельного, лишь в том виде, в каком оно существует в действительности, т. е. как сторона отдельного. Примитивный ум хотя и отодвигает единичное на второй план, выделяя в предметах или явлениях ту или иную, имеющую значение для жизни человека, общую сторону, но еще не может оторваться от него. Оно (единичное) должно присутствовать при всех его мыслительных операциях, должно сопровождать их, так же как оно присутствует при всех практических операциях и сопровождает их».

Этой неразделенностью общего и единичного, несформированностью абстрактного мышления А. П. Шептулин объясняет тот факт, что в языках примитивных народов «отсутствуют общие отвлеченные понятия, хотя и имеется масса общих представлений, отражающих и фиксирующих те или иные предметы в том или ином их специфическом виде или в той или иной конкретной обстановке». Такие понятия, в частности, встречаются у туземцев островов Товарищества, которые «употребляют особые слова для обозначения собачьего хвоста, птичьего хвоста и т. п., названия же хвоста вообще у них нет. У могикиан есть слова, означающие разные способы резания, но нет глагола «резать», и есть готовые формы для выражения «я люблю его», «я люблю тебя», но нет глагола «любить». У эскимосов есть глаголы, означающие ловить кита, ловить тюленя и т. п., но нет, однако, слова для выражения ловить рыбу. Далее, у них нет даже глаголов «я хочу» или «я желаю», но есть особые глагольные формы для выражения «я хочу есть мясо», «я хочу есть похлебку»; нет у них также общего существительного для понятия «удар», но есть слова для обозначения ударов различными орудиями. На языке *cheroki* можно насчитать тридцать слов для обозначения различных видов мытья, но нет слова просто «мыть». У туземцев Тасмании для каждой разновидности каучукового дерева имелось особое название, но слова «дерево» у них не было. Индейцы-клататы не имеют родового термина для понятия лисицы, белки, бабочки и т. д., но каждая порода лисиц, белок и т. д. имеет у них свое особое имя».

В контексте проблемы выявления реальных алгоритмов образования понятия представляет интерес и работа А. А. Ветрова, автор которой поставил цель «выяснить отношение, существующее между представлением и понятием и оценить (исключительно с точки зрения этого отношения), насколько полно бытующее в литературе определение понятия как отражения существенных признаков предмета». Как показывает в данной работе А. А. Ветров, специфика

понятия как формы познания определяется не тем, что оно выражает общий признак, поскольку общее может выражаться не только в понятии, но и в представлении. Общее представление возникает в нашем воображении при упоминании класса предметов, имеющих определенные наглядно представимые признаки. «Так, например, услышав слово “овчарка”, мы воспринимаем образ овчарки. Конечно, может случиться, что в сознании появится образ какой-то определенной овчарки. Это будет единичное представление. Но чаще всего возникает такой образ, относительно которого мы не скажем, что это образ овчарки, которую мы раньше видели. В этом образе на первом плане признаки, общие ряду овчарок; признаки же, свойственные отдельным экземплярам, или совсем отсутствуют (например, белое пятно на черной шерсти), или отступают на задний план и не являются предметом нашего внимания (например, та или иная их величина и т. п.). Это и есть общее представление».

С другой стороны, далеко не всякому понятию соответствует какое-то представление. Так, вряд ли можно составить представление о собаке вообще, человеке вообще. Особенно это справедливо в тех случаях, когда вещь не доступна чувственному восприятию. Иными словами «общность представлений» имеет определенные границы, и когда этих границ оказывается недостаточно, человек переходит от наглядных форм познания к абстрактным.

Каковы же отличительные черты понятия как формы познания? Как считает А. А. Ветров, такой чертой понятия является его «расчленяющий» характер. Если в представлении нам дан целостный образ какого-то предмета или класса предметов, то **в понятии происходит аналитическое выделение ряда признаков, характеризующих этот предмет или класс. Именно благодаря аналитической, расчленяющей функции понятие выводит нас за пределы представлений и становится мощным орудием познания.** «Расчленяя предмет на признаки, выделяя их каждый в отдельности и познавая предмет через расчлененные признаки, мы получаем понятие, лишенное элемента чувственности. А последнее, в свою очередь, составляет основу для раскрытия нечувственных связей и отношений».

В то же время, как считает А. В. Ветров, в основе всякого понятия лежат элементарные представления: «Если за словом, обладающим определенным значением, стоит неразложимое на признаки образование, то очевидно, что последнее является не чем иным, как

представлением, — точнее, общим представлением, поскольку речь идет о раскрытии содержания общих понятий. Ведь никакая другая форма знания о предмете, кроме чувственного, не расчлененного на признаки образа и нечувственного понятия, предполагающего расчленение признаков, неизвестна. **Значение слова может раскрыться или через понятие, или через представление <...>.** Если поэтому **слово** обладает значением, а последнее **не может быть разложено на отдельные элементы, признаки**, то есть **не может быть понятием**, то остается одна-единственная возможность — это значение воплощается в представлении».

На наш взгляд, данный подход смешивает два вопроса: **вопрос о природе понятия как формы мысли и вопрос о реализации понятий в реальных эмпирических процессах мышления, речи, познания, коммуникации.** **Понятие как форма мысли представляет собой выраженную в языке интеллектуальную модель определенного предмета (физической, социальной, идеальной природы), построенную рационально мыслящим субъектом в процессе познания путем выявления существенных признаков этого предмета. Отличительными признаками этой модели являются ее идеальная природа и языковая форма выражения.**

Однако в реальных психических процессах данные процедуры могут быть заменены другими процедурами, в которых, наряду с рациональным мышлением, участвуют **воображение, эмоции, ощущения, представления.** Между тем **результаты этих процедур могут использоваться в роли понятия и выполнять функции понятия в мышлении, познании, коммуникации.** **Данные образования правильнее назвать квазипонятиями.** Природа квазипонятий — психическая, но не идеальная. И, несмотря на то, что они, как правило, всегда бывают представлены в виде тех или иных выражений языка, **нельзя сказать, что языковая форма полностью воплощает все их содержание.**

На наш взгляд, А. А. Ветров в своем подходе абсолютизирует роль психических функций, подменяющих рациональное мышление в процессе образования понятий, и неправомерно игнорирует различия между понятиями в строгом смысле и квазипонятиями. Такой вывод вытекает из анализа его утверждений о том, что, какую бы область знания мы ни взяли, мы всегда обнаружим те последние элементы

(общие представления), на которых все держится и к которым сводятся все более поздние мысленные образования. В обыденной жизни, например, мы не раскрываем посредством перечисления признаков содержания тех мысленных образований, в которых отражаются простые свойства вещей (белизна, твердость, сладость и т. п.). **Знание о них имеет поэтому форму общего представления, а не понятия.**

А. А. Ветров считает, что без опоры на общие представления люди не смогли бы уловить смысла используемых понятий, аргументируя это тем, что обыденный язык (а зачастую и язык науки) предполагает связь с определенными представлениями. При этом А. А. Ветров признает, что понятие о предмете А не является непосредственно общим представлением, ибо понятие имеет своей необходимой предпосылкой **мысленное расчленение предмета на признаки Б, В, Г и т. д., а общее представление (если только оно вообще возможно) такого мысленного расчленения не содержит, оно заключает в себе признаки Б, В и Г в форме слитного чувственного образа.** Однако из этого верного положения делается неправомерный, на наш взгляд, вывод о том, что понятие, в конечном счете, все же сводится при логическом анализе к общим представлениям, которые выступают в качестве последних элементов.

Причиной внутренней противоречивости данной концепции представляется недооценка различий между чувственным и рациональным уровнями познания, фактическое смешение этих двух уровней. По мнению В. М. Богуславского, оппонента А. А. Ветрова в дискуссии о природе понятия, которая развернулась в советской философии в 1960–1980-х гг., естественным следствием концепции А. А. Ветрова становится вывод о том, что «в отличие от представления, образующегося путем простого воспроизведения восприятия, понятие образуется путем сравнения различных представлений и восприятий путем их анализа и синтеза, путем отвлечения и обобщения».

Процесс образования понятий предстает как последовательный переход от индивида к виду и от вида к роду путем сравнения и выделения общего. Однако, как считает В. М. Богуславский, при этом теряется различие между переходом от представлений к понятию, с одной стороны, и от одних понятий к другим — с другой. По мнению Богуславского, **между понятием и представлением существует не количественное, а качественное различие.** «Отрицание этой качественной разницы — результат попытки объяснить образование

понятия, ограничившись сопоставлением готового понятия и готового представления».

В. М. Богуславский, подходя к проблеме образования понятия, считает, что важно исследовать само «движение, результатом которого является понятие», обратиться к самим процессам образования понятий и представлений, для чего исследовать связи между понятиями и их отличие от связей между представлениями.

Однако главным принципом связи между представлениями В. М. Богуславский, вслед за Аристотелем и Локком, считает ассоциацию по смежности, подчеркивая спонтанный характер ассоциативных связей между восприятиями и, следовательно, случайный, неуправляемый характер их появления в нашем сознании: «Связь представлений возникает лишь благодаря известному содержанию и известной последовательности восприятий, но ни содержание, ни последовательность восприятий от воли воспринимающего не зависят». Такая работа сознания, по сути, не отличается от представлений животного, который также «содержат определенные знания о действительности, помогают животному ориентироваться в окружающей его среде».

Рассматривая процесс образования связей между понятиями В. М. Богуславский останавливается на понятиях «движение» и «теплота» и отмечает, что связь между ними на протяжении тысячелетий не осознавалась. Это осознание стало результатом меняющейся практики и сопутствующего ей развития научных знаний, в результате чего происходит такое изменение содержания понятий о теплоте и движении, что между этими понятиями усматривается существенная связь, и, поскольку эти изменения носят существенный, качественный характер, возникают новые понятия движения и теплоты, обозначаемые теми же терминами, что и старые понятия. По мнению М. В. Богуславского, принципиальным моментом **понятийного постижения реальности является его активный характер**, который проявляется в том, что **понятия способны, с одной стороны, аккумулировать практический опыт, с другой стороны, выступают в роли некоего предзнания, направляющего новый опыт.**

Признавая активный характер рационального (понятийного) познания, все-таки трудно согласиться с тем, что в этом заключается

специфическое отличие понятийного познания от, скажем, художественного познания действительности или опытного познания. На наш взгляд, **специфика понятия как инструмента познания состоит в его способности структурировать реальность в соответствии с системой категориальных векторов, отражающей структуру жизненного мира субъекта.** В отличие от восприятия животного, человеческое восприятие является социально опосредованным. Очевидно, что необходим ряд новых исследований, направленных на изучение характера, особенностей и природу этой опосредованности.

В целом надо отметить, что многие философы связывают генезис понятия с человеческой деятельностью. При этом, однако, конкретное наполнение этой деятельности разные авторы интерпретируют по-разному. Так, С. И. Терентьев подчеркивает в качестве «главного момента» этой деятельности коммуникативный момент, связывая с ним «конституирование интересубъективного измерения понятия», которое, по его мнению, и составляет сущность понятия.

В целом, говоря о попытках построения **теоретической модели образования понятия**, приходится признать ограниченность этих подходов, вследствие чего возникающие модели страдают схематичностью и обладают невысокими объяснительными возможностями, а составляющие их теоретические положения во многих случаях являются самоочевидными. Для того, чтобы повысить информативность этих моделей, представляется целесообразным дополнить их психологическим подходом. Именно **психология, как наука, изучающая мышление и поведение человека** как эмпирический феномен, **способна дать конкретное знание** о специфических закономерностях и механизмах, которым подчиняется **процесс образования понятий**. С учетом этого, изучая структуры понятийного мышления и особенности процесса формирования понятий у человека, возникает настоятельная необходимость в обращении к результатам современных исследований когнитивных структур в рамках общей и социальной психологии.

1. Методические средства образования понятий

1.1. Определения базовых понятий

Сущность (лат. *essentia*) — смысл данной вещи, то, что она есть сама по себе, в отличие от всех других вещей и в отличие от изменчивых, под влиянием тех или иных обстоятельств, состояний вещи. Сущность собирательное понятие, некоторая абстрактность реально существующих объектов предметной области, процессов или явлений. В логике сущность (как существенный признак — лат. *essentialia constitutiva*) — это неотъемлемое качество, без которого предмет невозможно мыслить. Сущность предмета выражается в его определении.

Понятие — отображённое в мышлении единство существенных признаков, свойств, связей и отношений объектов, процессов или явлений; мысль или система мыслей, выделяющая и обобщающая предметы некоторого класса по определённым общим и в совокупности специфическим для них признакам.

Понятие – продукт (результат) процесса умственной деятельности, определяющий сущность по необходимой и достаточной совокупности ее отличительных признаков и свойств взятых в их единстве.

Элементарное понятие – это наименьшая единица определения понятия: «слово», которым можно оперировать в множестве слов и выполнять на их основе постоянное определение понятия.

Элемент понятия имеет **имя**. Именами в определении понятия могут быть, например, признак, свойство, параметр, значение параметра.

Объект – это материальная или абстрактная компонента разновидности сущности, которая имеет форму, обладает рядом (определенной совокупностью) признаков и свойств.

Явлéние — вообще всё, что чувственно воспринимаемо, особенно бросающееся в каком-то отношении в глаза (например, какое-либо явление природы).

С точки зрения теории познания явление есть выражение, свидетельство наличия чего-то другого; так, высокая температура есть явление болезни, то есть болезнь извещает о себе посредством высокой температуры, она проявляется через эту температуру.

Явление — совокупность процессов материально-информационного преобразования, обусловленных общими причинами. С точки зрения наблюдателя может быть:

- постоянным;
- периодическим;
- эпизодическим.

Признак в математике, логике, формальной теории понятий — то же, что и достаточное условие. В менее строгих науках слово «признак» употребляется, как описание фактов, позволяющих (согласно существующей теории и тому подобное) сделать вывод о наличии интересующего явления.

Необходимое условие и **достаточное условие** — виды условий связи суждений. Различие этих условий используется в логике, математике и формальной теории понятий для обозначения видов связи суждений.

Необходимое условие

Необходимыми условиями истинности утверждения А называются условия, без соблюдения которых А не может быть истинным.

Суждение Р является *необходимым условием* суждения Х, когда из (истинности) Х следует (истинность) Р. То есть, если Р ложно, то заведомо ложно и Х.

Для суждений Х типа «объект принадлежит классу М» такое суждение Р называется *свойством* (элементов) М.

Достаточное условие

Достаточными называются такие условия, при наличии (выполнении, соблюдении) которых утверждение A является истинным.

Суждение P является *достаточным условием* суждения X , когда из (истинности) P следует (истинность) X , то есть в случае истинности P проверять X уже не требуется.

Для суждений X типа «объект принадлежит классу M » такое суждение P называется *признаком* (элементов) M .

Необходимое и достаточное условие

Суждение K является *необходимым и достаточным условием* суждения X , когда K является как необходимым условием X , так и достаточным. В этом случае говорят ещё что K и X *равносильны*, или *эквивалентны*.

Для суждений X типа «объект принадлежит классу M » такое суждение K называется *критерием* принадлежности классу M .

Пример

Суждение X : «Вася получает стипендию».

Необходимое условие P : «Вася — студент».

Достаточное условие Q : «Вася учится в вузе без троек».

Из того, что Вася — студент, ещё не следует, что он получает стипендию. Но это условие необходимо, т. е. если Вася не студент, то он заведомо не получает стипендии.

Если же Вася учится в вузе без троек, то он заведомо получает стипендию. Тем не менее, студент Вася может получать стипендию (в виде пособия), если он учится с тройками, но, например, имеет хроническое заболевание.

В импликации $A \Rightarrow B$

A — это достаточное условие для B

B — это необходимое условие для A

Факт (лат. *Factum* — свершившееся) — термин, в широком смысле может выступать как синоним истины; событие или результат; реальное, а не вымышленное; конкретное и единичное в противоположность общему и абстрактному.

Вещь — многозначный термин, входящий в базовые понятия многих направлений науки и широко используемый в обыденной жизни. Понимание вещи как части материального мира и процесса его познания человеком с зарождения философии до наших дней находится в центре любой системы мировоззрения.

Свойство (в философии, математике, логике и теории понятий) — атрибут предмета (сущности) (объекта, процесса, явления). Например, о красном предмете говорится, что он обладает свойством «красноты». Свойство можно рассматривать как форму предмета самого по себе, притом, что он может обладать и другими свойствами.

По другому определению, свойство — сторона проявления качества. При этом не всякое свойство предмета (объекта, процесса, явления) должно рассматриваться при определении качества: свойство у предмета может иметься, но при сравнении предмета с другими оно может не быть отличительным или существенным.

Свойства объекта, процесса, явления зависят от вида взаимодействия объекта и субъекта, например: если на яблоко смотреть — оно имеет цвет и форму; если его откусить — имеет твёрдость и вкус; если его взвешивать — имеет вес; если оценивать его габариты — имеет размеры, если трогать — имеет шероховатость. Объект является своими свойствами не только субъекту, но и другим объектам, то есть свойства могут проявляться и в ходе взаимодействия объектов друг с другом.

Совокупность некоторых частных свойств предмета может проявляться в некотором обобщённом свойстве предмета (поглощаться обобщённым свойством). Например, «краснота» яблока — обобщённое свойство яблока, а процентные доли содержания отдельных химических веществ в кожуре яблока (характеризующие эту «красноту» яблока) — частные свойства яблока; «динамика» автомобиля — обобщённое свойство автомобиля, а мощность двигателя, снаряжённая масса, отношение главной передачи и др.

(характеризующие эту «динамику» автомобиля) — частные свойства автомобиля.

Свойство отличается от логического понятия класса тем, что не связано с понятием экстенциональности, а от философского понятия класса — тем, что свойство рассматривается в качестве отличного (отделённого) от предмета, который обладает им.

Кáчество — философская категория, выражающая совокупность существенных признаков, особенностей и свойств, которые отличают один предмет или явление от других и придают ему определённую. Качество предмета или явления, как правило, не сводится к отдельным его свойствам. Оно связано с предметом как целым, охватывает его полностью и неотделимо от него. Поэтому понятие качества связывается с бытием предмета. Предмет не может, оставаясь самим собой, потерять свое качество. Например, *переход в новое качество*.

Понятие есть результат применения категории к восприятию. Отсюда понятие в его отвлеченности противостоит конкретности восприятия. Также понятие противостоит слову, которое можно трактовать как знак понятия.

Категория (от греч. *katēgoría* — высказывание, обвинение, признак) — предельно общее понятие, выражающее наиболее существенные отношения действительности. Изучение категорий заключается в определении наиболее фундаментальных и широких классов сущностей.

Определение, дефиниция (лат. *definitio* — предел, граница) — логическая процедура придания строго фиксированного смысла терминам языка. Термин, над которым проводится операция дефиниции, называется **дефидентом**.

Понятие не только выделяет общее, но и расчленяет предметы, их свойства и отношения, классифицируя последние в соответствии с их различиями. Так, понятие «человек» отражает и существенно общее (то, что свойственно всем людям), и отличие любого человека от всего прочего.

1.2. Классификация понятий

В быту, да и в науке, значение слова «понятие» может отличаться от его значения в философии или формальной логике.

Понятие считается **составным**, если оно опирается на другие понятия, и **элементарным** в противном случае (например: «Элементарные понятия статистики»)

Понятия можно разделить на абстрактные и конкретные, и, в каждом из них, на эмпирические и теоретические.

Понятие называется **эмпирическим**, если оно выработано на основе непосредственного сравнения общих свойств некоторого класса наличествующих (доступных для изучения) объектов или явлений, и **теоретическим**, если оно выработано на основе опосредованного анализа некоторого класса явлений (или объектов) при помощи ранее выработанных понятий, концепций и формализмов.

Понятие называется **конкретным**, если оно относится к определённой объекту окружающего мира, и **абстрактным**, если оно относится к свойствам широкого класса объектов.

Название любого материального предмета одновременно является конкретным эмпирическим понятием. К конкретным теоретическим понятиям следует отнести, в частности, государственные законы.

Абстрактные эмпирические понятия отражают принятый стиль мышления или суждений, например: «В контексте логотерапии понятие *духовного* не имеет религиозной окраски и относится к собственно человеческому измерению существования».

К абстрактным эмпирическим понятиям можно отнести, в частности, неписаный и порой довольно расплывчатый кодекс поведения какой-либо социальной группы (зачастую прилатентной или даже уголовной), который в общих чертах определяет, какие действия считаются «правильными» или «неправильными»). Чтобы увидеть разницу между теоретическими и эмпирическими понятиями, сравните 2 фразы:

«Приговоры... выносились в соответствии с действовавшими в те времена законами»

«Приговоры... выносились в соответствии с действовавшими в те времена понятиями»

(по замыслу автора в последнем случае речь может идти, по существу, о беззакониях).

Абстрактные теоретические понятия приняты в физике, например: «Перейдем к изложению основных понятий классической механики. Для простоты, мы будем рассматривать только материальную точку, то есть тело, размером которого можно пренебречь...» (Классическая механика).

В более специфических случаях понятие считается конкретным (хотя может оставаться вполне теоретическим), например: "Электрон — стабильная элементарная частица с зарядом $-1.6021892(46) \times 10^{-19}$ Кл, массой $9.109554(906) \times 10^{-31}$ кг и спином $1/2$ ".

Понятия в широком смысле и научные понятия

Различают понятия в *широком смысле* и *научные понятия*. Первые формально выделяют общие (сходные) признаки предметов и явлений и закрепляют их в словах. Научные понятия отражают существенные и необходимые признаки и свойства, а слова и знаки (формулы), их выражающие, являются научными терминами. В понятии выделяют его содержание и объём. Совокупность предметов, обобщённых в понятии, называется **объёмом** понятия, а совокупность существенных признаков, по которым обобщаются и выделяются предметы в понятии, — его **содержанием**. Так, например, содержанием понятия «параллелограмм» является геометрическая фигура, плоская, замкнутая, ограниченная четырьмя прямыми, имеющая взаимно параллельные стороны, а объёмом — множество всех возможных параллелограммов. **Развитие понятия предполагает изменение его объёма и содержания.**

1.3. Основы формирования понятий

Переход от чувственной ступени познания к логическому мышлению характеризуется прежде всего как переход от восприятий, представлений к отражению в форме понятий. По своему происхождению **понятие является результатом длительного процесса развития познания, концентрированным выражением исторически достигнутого знания.**

Формирование понятий — усвоение или выработка человеком новых для него понятий на основе опыта.

Формирование понятий — это переход от единичных вещей и явлений, данных в чувственном опыте, к обобщению этого опыта в понятиях, фиксирующих существенные признаки этих вещей и явлений. Вещи даны в ощущениях и восприятиях, понятиями же оперирует мышление; вещи чувственны, а понятия представляют собой нечувственные сущности, доступные лишь разуму. Как заполняется этот по видимости непреодолимый разрыв между единичным и всеобщим, каким образом возникновение понятий, столь отличных по своей природе от вещей, вообще возможно и как именно протекает этот процесс, каковы его механизмы, — всё это составляет одну из сложнейших проблем теории познания.

Формирование понятий изучается теорией понятий. Если философия занимается общетеоретическими вопросами — объяснением связи между единичным и всеобщим, то теория понятий сосредоточивает внимание на вопросе о том, как именно происходит выявление признаков, составляющих некоторое понятие (класс), и правил, связывающих эти признаки.

1.3.1. Теории формирования понятий

Платон (теория припоминания) и Аристотель

Принимая во внимание пропасть, разделяющую единичное и общее, Платон отказывается допустить, что понятия могут быть получены, выведены из чувственного опыта. Мы никогда не смогли бы найти обобщающую идею, — говорит он, — если бы уже не имели ее. «Мы непременно должны знать равное само по себе ещё до того, как

впервые увидим равные предметы» («Федон»). Поэтому «знание — это припоминание» («Федон»). Платон постулирует существование самостоятельной сферы идей (эйдосов). Идеи существуют сами по себе, объективно, независимо от нашего познания и чувственного мира (более того, как раз вещи этого чувственного мира производны от идей, представляют собой их воплощения). (Следует отметить, что **понятия не тождественны идеям: идеи, в отличие от понятий, не в нас, не присутствуют в сознании; идеи — это то, что мыслится в понятиях.**) Далее, переходя в самый ответственный момент на язык мифа, Платон говорит, что душа некогда обитала в той небесной сфере, где существуют идеи, и там созерцала их; однако, пав на Землю, душа позабыла это знание. Но при виде вещей, являющихся тенью, несовершенным отражением идей, душа вспоминает и сами оригиналы. Вещи только помогают их вспомнить, «напоминая» об идеях, которые душа некогда непосредственно созерцала.

По сходному пути пошел ученик Платона Аристотель, утверждая, что знание общего не вырабатывается из знания единичного, а лишь *выявляется* благодаря ему. Согласно Аристотелю, все формы бытия уже существуют в душе потенциально, будучи заложены в пассивной части души (в пассивном уме); воздействие действительности на душу через ощущения, в сочетании с работой активной части ума, актуализирует их.

Закон диссоциации (У. Джеймс)

Философ и психолог У. Джеймс предлагает следующее объяснение механизма формирования понятий. «Мы бы никогда не смогли различить элементы абсолютно неизменяющейся группы, состоящей из свойств, нигде более порознь не встречающихся, — пишет Джеймс. — Если бы все холодное было мокро, а мокрое — холодно, если бы только твердые вещи были колючи, а остальные нет, то вероятно ли, чтобы мы различали холодное и влажное, твердое и колючее? ...Если бы теплота прямо зависела от высоты предмета над земной поверхностью... то для понятий „теплота“ и „высота“ у нас имелось бы одно слово».

Но если некий признак можно встретить и в составе других групп, вместе с другими признаками, то он начинает выделяться. Признак, который мы встречаем то в одном, то в другом объекте, вследствие этого отделяется и от того и от другого «и мало-помалу становится для

нашего сознания самостоятельным представлением — абстрактом». Джеймс называет это *законом диссоциации образа при изменении сопровождающих элементов*.

Ассоциативная теория

Ассоцианизм не видит принципиальных различий между понятиями и представлениями.

«Еще Дж. Локк сформулировал этот взгляд. Особенную наглядность придает ему коллективными фотографиями Ф. Гальтон, в которых он на одной и той же пленке делал один снимок поверх другого; накладывание их друг на друга приводило к тому, что индивидуальные признаки стирались и сохранялись лишь общие черты. По этому образцу мыслил ряд психологов, придерживавшихся этой концепции на природу понятий и процесс их образования».

Т. Циген полагал, что понятие — это ассоциация представлений.

В 1950-х годах Рестл и Бурн попытались свести формирование понятий к повторяющемуся совместному предъявлению признаков, сопровождающемуся подкреплением. Их взгляд состоял в том, что подкрепление правильного сочетания признаков ведёт к постепенному отсеву несущественных признаков и формированию понятия из существенных. Между существенными признаками и реакцией опознания их как понятия образуется ассоциация.

Теория выдвижения и проверки гипотез (Дж. Брунер)

Работа Джерома Брунера и его коллег *A Study of Thinking* (1956) оказала сильное влияние на формирующуюся когнитивную психологию в целом и исследования в области формирования понятий в частности.

Дж. Брунер предположил, что следует изучать различные *стратегии* формирования понятий и предложил для этого соответствующую методику). Брунер описал две стратегии: сканирование и сосредоточение (иначе: «целостная стратегия», «фокусировка»), каждая из которых также имеет по две разновидности.

1. *Одновременное сканирование.* Происходит одновременная проверка всех возможных гипотез (под гипотезами понимаются различные наборы признаков; один из этих наборов и представляет собой искомое понятие). Не выдержавшие проверки гипотезы отбрасываются по мере их опровержения. Особенность этой стратегии в том, что при этом необходимо помнить всё просмотренное в ходе проверки.
2. *Последовательное сканирование.* В этом случае гипотезы проверяются поочередно. Когда гипотеза оказывается опровергнутой, ее отбрасывают и переходят к другой с учетом всего предыдущего опыта.
3. *Консервативное сосредоточение.* Берётся положительный пример понятия (то есть то, о чём достоверно известно, что этот предмет подходит под искомое понятие), после чего его признаки по одному проверяются на существование. Заменяя проверяемый признак, но оставляя все остальные без изменения, можно определить, является ли этот признак существенным, то есть входит ли в искомое понятие. Эта стратегия выгоднее, так как уменьшает нагрузку на память.
4. *Рискованное сосредоточение* отличается от консервативного тем, что изменяются 2 или более признаков за раз.

1.4. Методы исследования понятий

Методы исследования понятий — группа психологических методов, направленных на изучение понятий.

1.4.1. Метод определения понятий

Метод определения понятий очень прост и состоит в том, что человека просят определить то или иное слово, т. е. сказать, что это такое, что оно значит.

Результаты применения (на детях)

Результаты применения этого метода таковы. Дошкольники и младшие школьники, получив такое задание, называют какие-нибудь признаки или функции определяемого предмета, или включают его в конкретные

ситуации («собака — она охраняет дом», «собака лает», «собака кусает», «молоко — оно вкусное, его кошка лакает, маленькие дети не любят пить»). У старших школьников и у людей с более высоким уровнем образования преобладают ответы иного типа: определяемое подводится под более общее понятие («собака — это животное» и т. п.).

Результаты применения (на неграмотных)

Сходные результаты получил А. Р. Лурия, применив этот метод при обследовании неграмотных и малограмотных (прослушавших кратковременные курсы) крестьян отдалённых районов Узбекистана в 1931—1932 годах.

Ответы крестьян очень напоминали ответы городских дошкольников и младших школьников. Неграмотные крестьяне часто вовсе отказывались отвечать на вопросы вроде «Объясните, что такое дерево», говоря в ответ: «Зачем я буду объяснять, ведь все и без того знают, что такое дерево» — «А всё-таки объясните мне, что это такое» — «У нас везде места, где есть деревья; вообще нет места, где не было бы деревьев, зачем же тогда объяснять?!»; либо же перечисляли какие-то внешние признаки или элементы предмета: «Если приеду, я так буду рассказывать: ходят автобусы, у них есть 4 ноги [колеса], передние стулья, чтобы сидеть, крыша для тени и машина... А вообще я скажу: если сядешь — узнаешь, что это такое» (в ответ на предложение объяснить что такое автомобиль тем, кто его никогда не видел).

Малограмотные крестьяне для определения предмета уже пользуются сравнением его с похожими вещами; кроме того, называемые признаки предмета становятся менее чувственными, более абстрактными. «Автомобиль — он так и называется автомобиль, а кукушка [вагонетка] — кукушка» — «Объясните, что это такое» — «Поменьше, чем комната, у неё огонь, внутри сидят люди... Есть ещё маленькие автомобили, кукушка, автобус». «Он по виду похож на арбу, но арба — простая вещь, а его строение очень сложное, всякий человек его не может сделать, он вырабатывается на заводе, он требует больших знаний». Но и малограмотные крестьяне почти никогда, определяя слово, не подвели его под более общее понятие («дерево — это растение» и т. п.).

1.4.2. Методы формирования искусственных понятий

Методы формирования искусственных понятий состоят в том, что испытуемому предъявляется ряд объектов, сходных по одним признакам и различающихся по другим. О каждом из предъявленных объектов испытуемый узнаёт, что он является (или, наоборот, не является) примером некоторого понятия, «задуманного» экспериментатором, определение (признаки) которого испытуемому неизвестно. Испытуемый вынужден судить о понятии лишь на основании того, какие предметы к нему относятся, а какие — нет.

Например, экспериментатор задумал (и, возможно, обозначил неким придуманным им искусственным словом) понятие, признаками которого являются «зелёный» и «круглый», т. е. всякий предмет, являющийся одновременно зелёным и круглым, будет подпадать под это понятие. Экспериментатор может ограничиться одним понятием или сконструировать и другие («зелёный и квадратный», «красный и круглый» и т. п.).

Далее экспериментатор предъявляет испытуемому несколько предметов, различающихся по форме и цвету, и о каждом из них испытуемый узнаёт, что данный предмет является (или, наоборот, не является) примером такого-то понятия.

Задача испытуемого — понять, какие признаки входят в задуманное экспериментатором понятие (либо в каждое из задуманных понятий, если их несколько) и, возможно, какие правила связывают эти признаки, — конъюнкция («зелёный» и «круглый»), дизъюнкция («зелёный» или «круглый»), условие (если «зелёный», то «круглый») и т. д.

Наиболее известные опыты с применением метода формирования искусственных понятий были проведены Н. Ахом, Л. С. Выготским с Л. С. Сахаровым, Кларком Халлом и Джеромом Брунером.

Особым влиянием в отечественной психологии пользуются эксперименты Выготского — Сахарова, в когнитивной психологии — подход Дж. Брунера.

1.4.2.1. Методика Н. Аха

Н. Ах (1921) стремился экспериментально показать, что для **возникновения понятий недостаточно установления механических ассоциативных связей слово-предмет, но необходимо наличие задачи, решение которой потребовало бы от человека образования понятия.** Сам Н. Ах коротко охарактеризовал свои эксперименты так: «Испытуемый получает задачи, которые он может решить только с помощью некоторых сначала бессмысленных знаков. **Знаки (слова)** служили испытуемому в качестве **средств** для достижения известной цели, а именно для решения поставленных экспериментальных задач, и благодаря тому, что они получили такое использование, они приобрели определённое значение. Они стали для испытуемого носителями понятий».

В методике Аха используются объёмные геометрические фигуры, различающиеся по форме (3 вида), цвету (4), размеру (2), весу (2), — всего 48 фигур. К каждой фигуре прикреплена бумажка с искусственным словом: большие тяжёлые фигуры обозначены словом «гацун», большие лёгкие — «рас», маленькие тяжёлые — «таро», маленькие лёгкие — «фал». Эксперимент начинается с 6-ти фигур, и от сеанса к сеансу их количество увеличивается, достигая в конце концов 48-ми. Каждый сеанс начинается с того, что фигуры расставляются перед испытуемым и он должен по очереди приподнять все фигуры, читая при этом их названия вслух; это повторяется несколько раз. После этого бумажки снимают, фигуры перемешиваются, и испытуемого просят отобрать фигуры, на которых была бумажка с одним из слов, а также объяснить, почему он выбрал именно эти фигуры; это также повторяется несколько раз. На последней стадии эксперимента проверяется, приобрели ли искусственные слова значение для испытуемого: ему задаются вопросы вроде «Чем отличается “гацун” от “рас”?»), просят придумать фразу с этими словами.

1.4.2.2. Методика Выготского — Сахарова

Л. С. Выготский и его сотрудник Л. С. Сахаров изменили методику Аха с целью более глубокого изучения значений слов и самого процесса их (значений) формирования. Методика Аха не позволяла изучать этот процесс поскольку слова были связаны с обозначаемыми ими фигурами с самого начала; «слова не выступают с самого начала в

роли знаков, они принципиально ничем не отличаются от другого ряда стимулов, выступающих в опыте, от предметов, с которыми они связываются». Поэтому в то время как в методике Аха названия всех фигур даны с самого начала, задача же даётся позже, после их заучивания, в методике Выготского-Сахарова, напротив, задача даётся испытуемому в самом начале, а названия фигур — нет.

Перед испытуемым в случайном порядке ставятся фигуры разной формы, цвета, плоскостных размеров, высоты; на нижней (невидимой) стороне каждой фигуры написано искусственное слово. Одна из фигур переворачивается и испытуемый видит её название. Эта фигура откладывается в сторону, а из остальных фигур испытуемого просят отобрать все, на которых по его мнению написано то же слово, а потом предлагают объяснить, почему он выбрал именно эти фигуры и что искусственное слово означает. Затем отобранные фигуры возвращаются к оставшимся (кроме отложенной), открывается и откладывается ещё одна фигура, давая испытуемому дополнительную информацию, и его снова просят отобрать из оставшихся фигур все, на которых написано слово. Эксперимент продолжается до тех пор, пока испытуемый правильно не отберёт все фигуры и не даст правильного определения слова.

1.4.2.3. Методика Кларка Халла

Кларк Халл (1920) изучал формирование понятий при решении задач на запоминание, когда формирование понятия могло бы облегчить выполнение этого задания. Он предъявлял испытуемым карточки с псевдокитайскими иероглифами; каждой карточке соответствовало определённое название (искусственное слово), при этом каждым словом было обозначено несколько разных карточек. Задача испытуемого заключалась в том, чтобы запомнить, каким словом обозначена каждая карточка. Каждые несколько иероглифов, обозначенные одним словом, имели общие признаки; испытуемому, однако, не говорили об этом заранее и он мог так и не догадаться об этом в ходе эксперимента и заучивать связи слово-иероглиф механически. Сформированность понятия определялась по тому, сможет ли испытуемый применить искусственное слово к новым иероглифам, — которые не предъявлялись в ходе эксперимента, но имеют те же признаки, что предъявлявшиеся иероглифы, обозначенные данным словом.

1.4.2.4. Методика Дж. Брунера

Джером Брунер (1956) отказался от использования искусственных слов. В его эксперименте непосредственной задачей испытуемых становится не определение того, какие объекты соответствуют тому или иному искусственному слову, а **определение содержания задуманного экспериментатором «понятия»**.

Брунер использовал набор объектов с 6-ю признаками (форма, цвет и число фигур на карточке, форма, цвет и число обрамляющих фигуры каёмки), каждый из которых мог принимать 3 значения. Испытуемым заранее объясняют, что их должны интересовать именно эти признаки, а также что под понятием следует понимать определённую комбинацию значений некоторых признаков, и что одни карточки являются положительными примерами данного понятия (т. е. содержат эту комбинацию), а другие — отрицательными (т. е. не содержат её). После этого экспериментатор начинает предъявлять испытуемому карточки по одной, всякий раз сообщая, является данная карточка положительным или отрицательным примером задуманного понятия. Карточки предъявляются в определённом, заранее избранном порядке. Каждая карточка предъявляется на 10 секунд, и после каждого такого предъявления испытуемый записывает своё предположение о задуманном понятии. Экспериментатор не отвечает на вопросы о предыдущих карточках, записывать что-либо кроме гипотез запрещено, и даже к записям своих предыдущих гипотез испытуемый не может возвращаться, т.к. его просят закрывать их картонкой. Предъявленных карточек по меньшей мере достаточно для исключения всех неверных гипотез.

1.4.2.5. Метод субъективного шкалирования

Метод субъективного шкалирования состоит в том, что испытуемым предлагается количественно оценить сходство предлагаемых им слов (значений) по заданной шкале.

1.4.2.6. Методика Э. Рош

Элеанор Рош, создательница теории прототипов, предлагала испытуемым оценить по 7-балльной шкале такие предметы (понятия),

как *шкаф, стул, стол* и многие другие, с точки зрения того, являются ли они хорошими примерами *мебели*.

Усредненные и выстроенные по рангу ответы большого числа испытуемых образовали последовательность, в которой первые места заняли *стул, стол* и некоторые другие понятия, которые испытуемые нашли типичными представителями *мебели*; в середине списка оказались менее типичные представители (*скамейка, лампа, табуретка, пианино*); в конце списка очутились *телевизор, полка, мусорная корзина, холодильник* и т. п.

1.4.2.7. Ассоциативный эксперимент

Ассоциативный эксперимент, распространившийся в психологии в начале XX в. благодаря его использованию в рамках психоанализа К. Г. Юнгом, заключается в том, что испытуемый должен на предъявляемые ему слова-стимулы как можно быстрее отвечать первыми приходящими ему на ум словами-ассоциациями. Возможен свободный или направленный ассоциативный эксперимент (во втором случае экспериментатор задаёт те или иные рамки возможных ответов).

Лингвистический ассоциативный эксперимент — один из методов психолингвистики. Берет своё начало в методе свободных ассоциаций, одном из первых проективных методов психологии. З. Фрейд и его последователи предполагали, что неконтролируемые ассоциации — это символическая или иногда даже прямая проекция внутреннего, часто неосознаваемого содержания сознания.

Сэр Фрэнсис Гальтон, английский учёный и двоюродный брат Чарльза Дарвина, первым попробовал провести ассоциативный эксперимент в 1879 году. Он выбрал 75 слов, написал каждое из них на отдельной карточке. Затем он брал карточки по одной и смотрел на них. Он записал эти мысли для каждого слова из списка, но отказался публиковать результаты. «Они обнажают, — писал Гальтон, — сущность человеческой мысли с такой удивительной отчетливостью, которые вряд ли удастся сохранить, если опубликовать их».

Использование метода

Цели метода: понимание ассоциативного ряда усредненного респондента; построение и анализ ассоциативных взаимосвязей между словами, поиск закономерностей; формирование прямого и обратного ассоциативного словаря.

Процедура эксперимента

Для массового эксперимента испытуемых собирают в одном помещении, инструктируют и мотивируют их. После этого раздают стимульный материал в виде анкет, содержащих список слов-стимулов. Затем протекает собственно эксперимент, в ходе которого испытуемые в течение 10-15 минут рядом с каждым словом-стимулом анкеты пишут одно слово-реакцию, которое первым пришло в голову испытуемому по прочтении слова-стимула. После этого заполненные испытуемыми анкеты собираются. Обычно каждому испытуемому даётся 100 слов и 7-10 минут на ответы. Нередко экспериментатор диктует стимулы.

Инструкция для испытуемого

Сейчас Вы получите список слов, Вы должны будете последовательно читать слово за словом и писать рядом с каждым словом первое слово, которое придет Вам в голову. При этом Вы должны писать предельно быстро, не раздумывая, быстрота Ваших реакций является обязательным условием работы в эксперименте.

Разновидности

1. Свободный ассоциативный эксперимент.
2. Направленный ассоциативный эксперимент.
3. Цепочечный ассоциативный эксперимент.

Интерпретация ответов

При анализе ответов ассоциативного эксперимента выделяют, прежде всего, синтагматические и парадигматические ассоциации. При классификации ассоциаций обычно рассматривают отношения, возникающие в паре стимул — реакция. Существует несколько приемов классификации.

Дж. Миллер классифицирует реакции с точки зрения выявления семантических признаков, или параметров:

1. контраст (мужчина — женщина),
2. сходство (скорый — быстрый),
3. подчинение (животное — собака),
4. соподчинение (собака — кошка),
5. обобщение (огурец — овощ),
6. ассонанс (рот — крот),
7. часть — целое (день — неделя),
8. дополнение (вперед — марш) и т. д.

Чарльз Осгуд выделяет ассоциации по созвучию и по значению, замечая при этом, что решающими должны быть именно семантические признаки. Той же точки зрения придерживается и А. П. Клименко. Она выделяет такие типы ассоциаций:

1. фонетические, в которых налицо созвучие между стимулом и реакцией, но не выражено (или очень слабо выражено) семантическое обоснование ассоциации (день — тень, лён — клён);
2. словообразовательные, основанные на единстве корня стимула и реакции, но не отражающие четких и однообразных для разных слов семантических отношений между стимулами и реакцией (жёлтый — желтуха, жёлтый — жёлчь);
3. парадигматические ассоциации, отличающиеся от стимула не более чем по одному семантическому признаку (стол — стул, высокий — низкий, достать — купить);
4. синтагматические ассоциации, составляющие вместе со стимулом подчинительное сочетание (небо — голубое, женщина — красивая, достать — билет, высокий — мужчина);
5. тематические (соль — земли, темно — ночь);
6. цитатные (старик — море, белый — пароход, дядя — Стёпа);
7. грамматические (стол — стола, бежать — бегать).

1.4.2.8. Метод семантического дифференциала

Метод семантического дифференциала (Ч. Осгуд, 1955) представляет собой сочетание методов шкалирования и ассоциативных методов.

Семантический дифференциал (англ. *semantic differential*) — метод построения индивидуальных или групповых *семантических пространств* (англ. *semantic space*). *Координатами объекта* в семантическом пространстве служат его оценки по ряду биполярных градуированных (трех-, пяти-, семибалльных) оценочных шкал (англ. *rate scale*), противоположные полюса которых заданы с помощью вербальных антонимов. Эти шкалы отобраны из множества пробных шкал методами факторного анализа.

Метод семантического дифференциала был введён в психологические исследования Чарльзом Осгудом (англ. *Charles E. Osgood*) в 1952 году. Ч. Осгуд обосновывал использование трёх базисных оценочных семибалльных шкал:

| | | | | | | | | | |
|---------------|-----------------|---|---|---|---|----|----|----|------------------|
| «оценка»: | <i>хороший</i> | 3 | 2 | 1 | 0 | -1 | -2 | -3 | <i>плохой</i> |
| «сила»: | <i>сильный</i> | 3 | 2 | 1 | 0 | -1 | -2 | -3 | <i>слабый</i> |
| «активность»: | <i>активный</i> | 3 | 2 | 1 | 0 | -1 | -2 | -3 | <i>пассивный</i> |

Семантическим дифференциалом (в узком смысле) называют также биполярную градуированную оценочную шкалу, используемую в методе семантического дифференциала.

Построение координат значения

Для построения семантического пространства группе испытуемых предлагается оценить некое множество объектов (понятий) по набору биполярных градуированных шкал. При построении таких оценок, по мнению Ч. Осгуда и последующих исследователей, существенную роль играет явление синестезии.

Синестезия — это основа метафорических переносов и оценок, позволяющая, например, оценивать голос как мягкий или жёсткий (то есть по биполярной шкале «мягкий-жёсткий»). Феномен синестезии, состоит в возникновении ощущения одной модальности под воздействием раздражителя другой модальности.

Оценки понятий по исходным шкалам, как правило, коррелируют друг с другом. С помощью факторного анализа удастся выделить главные, базисные шкалы. Оценки по остальным шкалам являются функциями от базисных оценок с точностью до сравнительно небольшой случайной ошибки.

Размеры групп испытуемых могут быть чрезвычайно различны: от одного человека (индивидуальное семантическое пространство) до репрезентативных выборок, представляющих большие социальные группы или целые нации. Число объектов и пробных шкал возможно в диапазоне от нескольких десятков до сотен.

В качестве полюсов для определения биполярных шкал возможно использование не только прилагательных. Например, в исследовании В. Ф. Петренко были использованы графические абстрактные изображения. Ранее графическими изображениями для обозначения полюсов шкал воспользовался Леон Джемс. Варианты таких полярных изображений: черный круг — белый круг; стрелка, направленная вверх, — стрелка, направленная вниз, и т. п.

Кроме того, в исследованиях часто используются монополярные шкалы, с помощью которых объекты оцениваются по выраженности одного свойства; применение факторного анализа для поиска базисных свойств не требует биполярности. Униполярные шкалы с использованием прилагательных в англоязычной литературе часто называют шкалами Стапеля или шкалами Ликерта по имени исследователей, впервые описавших применение такого типа шкал. В русскоязычной психологической литературе за всеми оценочными шкалами вообще с числом пунктов шкалы больше трёх закрепилось наименование «семантический дифференциал».

Также различными могут быть и методы обработки: от классического факторного анализа и метода главных компонент до нейронных сетей и многочисленных других нелинейных обобщений.

Базисные шкалы Ч. Осгуда далеко не всегда являются главными факторами, и размерность семантических пространств также не всегда равна 3. Так, в качестве основных координат в индивидуальном семантическом пространстве встречаются такие наборы, как

приятный — неприятный, опасный — безопасный
(размерность 2);

появляются также 6-7 мерные индивидуальные семантические пространства^[3].

В. Ф. Петренко были выделены следующие факторы: «оценка», «сила», «активность» (Осгудовский базис) и, кроме того, «упорядоченность», «сложность», и ещё один особенный фактор, названный «комфортность».

Независимо от Ч Осгуда, сходная методика была разработана в рамках психотерапевтической практики Джорджем А. Келли и его последователями.

Приложения метода

Метод семантического дифференциала позволяет ставить и решать следующие типовые вопросы:

1. различие в оценке одного понятия разными испытуемыми (или разными группами испытуемых в среднем по группе);
2. различие в оценке двух (или более) понятий одним и тем же испытуемым (или группой);
3. различие в оценке одного и того же понятия одним и тем же испытуемым (или группой) в разное время (то есть измерять изменения значений, которые возникают под воздействием средств массовой коммуникации, из-за изменения социальных или культурных контекстов, в результате обучения и т. д.).

Построение семантических пространств и анализ положения объектов в семантических пространствах — важный инструмент во многих практических приложениях:

- Для анализа восприятия рекламы и для её проектирования;
- Для сравнительного анализа различных групп — от групп потребителей в маркетинге до гендерных стереотипов;

- Для исследования экономического поведения;
- Для изучения важнейших процессов социальной самоидентификации и для решения многих других задач социологии
- в политических технологиях.
- в расстановке персонала

и во многих других областях.

1.4.2.9. Метод семантического радикала

Психофизиологический условно-рефлекторный метод семантического радикала разработан А. Р. Лурия и О. С. Виноградовой (1959). В эксперименте Лурия — Виноградовой (1971) предъявление испытуемым некоторого слова (например, слова «скрипка») сопровождалось ударом током, что вызывало у испытуемых оборонительную реакцию.

Лурия и Виноградова обнаружили, что после этого предъявление близких по значению слов (принадлежащих «близкой семантической зоне» — например, «скрипач», «смычок», «мандолина») также вызывало оборонительную реакцию, а предъявление слов из «далёкой семантической зоны» («аккордеон», «концерт», «соната») вызывало ориентировочную реакцию. Слова, не связанные с подкрепляемым, не вызывали ни оборонительной, ни ориентировочной реакции.

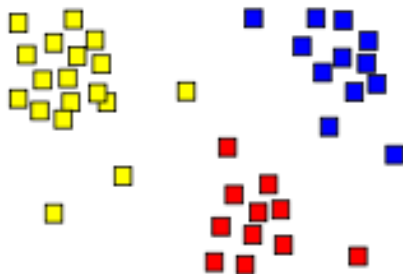
Реакции регистрировались с помощью прибора (плетизмографа), улавливающего сжатие и расширение кровеносных сосудов головы и пальца руки. Оборонительная реакция связана со сжатием сосудов конечностей и мозга, а ориентировочная — со сжатием сосудов конечностей и расширением сосудов мозга.

1.4.3. Метод классификации и кластерный анализ

Задача испытуемых — разбить предъявленные им слова на группы, причём группы, их количество и состав определяют сами испытуемые. Применение к полученному материалу кластерного (реже — факторного) анализа даёт дерево кластеризации.

1.4.3.1. Кластерный анализ

Результат кластерного анализа обозначен раскрашиванием точек в соответствии с принадлежностью к одному из трёх кластеров.



Кластерный анализ (англ. *cluster analysis*) — многомерная статистическая процедура, выполняющая сбор данных, содержащих информацию о выборке объектов, и затем упорядочивающая объекты в сравнительно однородные группы. Задача кластеризации относится к статистической обработке, а также к широкому классу задач обучения без учителя.

Большинство исследователей склоняются к тому, что впервые термин «кластерный анализ» (англ. *cluster* — гроздь, сгусток, пучок) был предложен математиком Р. Трионом. Впоследствии возник ряд терминов, которые в настоящее время принято считать синонимами термина «кластерный анализ»: автоматическая классификация, ботриология.

Спектр применений кластерного анализа очень широк: его используют в археологии, медицине, психологии, химии, биологии, государственном управлении, филологии, антропологии, маркетинге, социологии теории понятий и других дисциплинах. Однако универсальность применения привела к появлению большого количества несовместимых терминов, методов и подходов, затрудняющих однозначное использование и непротиворечивую интерпретацию кластерного анализа.

Задачи и условия

Кластерный анализ выполняет следующие основные задачи:

- Разработка типологии или классификации понятий.
- Исследование полезных концептуальных схем группирования понятий.
- Порождение гипотез на основе исследования данных.
- Проверка гипотез или исследования для определения, действительно ли типы (группы) понятий, выделенные тем или иным способом, присутствуют в имеющихся данных.

Независимо от предмета изучения применение кластерного анализа предполагает следующие этапы:

- Отбор выборки для кластеризации. Подразумевается, что имеет смысл кластеризовать только **количественные данные**.
- Определение множества переменных, по которым будут оцениваться объекты в выборке, то есть **признакового пространства**.
- Вычисление значений той или иной **меры сходства** (или **различия**) между объектами, процессами, явлениями.
- Применение метода кластерного анализа для создания групп сходных понятий.
- Проверка достоверности результатов кластерного решения.

Можно встретить описание двух фундаментальных требований предъявляемых к данным — **однородность и полнота**. Однородность требует, чтобы все кластеризуемые сущности (понятия) были одной природы, описываться сходным набором характеристик. Если кластерному анализу предшествует факторный анализ (см. ниже), то выборка не нуждается в «ремонте» — изложенные требования выполняются автоматически самой процедурой факторного моделирования (есть ещё одно достоинство — z-стандартизация без негативных последствий для выборки; если её проводить непосредственно для кластерного анализа, она может повлечь за собой уменьшение чёткости разделения групп). В противном случае выборку нужно корректировать.

Типология задач кластеризации

Типы входных данных

- Признаковое описание объектов. Каждый объект описывается набором своих характеристик, называемых *признаками*. Признаки могут быть числовыми или нечисловыми.
- Матрица расстояний между объектами. Каждый объект описывается расстояниями до всех остальных объектов метрического пространства.

Матрица расстояний — это квадратная матрица типа «объект-объект» (порядка n) содержащая в качестве элементов расстояния между объектами в метрическом пространстве.

Свойства

Свойства матрицы являются отражением свойств самих расстояний:

1. симметричность относительно диагонали, то есть $d_{ij} = d_{ji}$;
2. отражение свойства тождественности расстояния $d_{ij} = 0 \Leftrightarrow i = j$ в матрице расстояний проявляется в наличии 0 по диагонали матрицы, так как расстояние объекта с самим собой очевидно равно 0, а также в наличии нулевых значений для абсолютно сходных объектов;
3. значения расстояний в матрице всегда неотрицательны $d_{ij} \geq 0$
4. неравенство треугольника принимает форму $d_{ij} + d_{jk} \geq d_{ik}$ для всех i, j и k .

В общем виде матрица выглядит так:

$$\begin{bmatrix} 0 & \cdots & d_{1j} & \cdots & d_{1n} \\ \vdots & \cdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ d_{i1} & \cdots & d_{ij} & \cdots & d_{in} \\ \vdots & \cdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ d_{n1} & \cdots & d_{nj} & \cdots & 0 \end{bmatrix}$$

В широком смысле расстояния являются отражением такого понятия как **различие**, что двойственно понятию **сходства**, а элементы матрицы различия (в общем виде — матрицы дивергенций) двойственны элементам матрицы сходства (в общем виде — матрицы конвергенций). Связь между мерой сходства и мерой различия можно записать как: $F = 1 - K$, где F — мера различия; K — мера сходства. Следовательно, все свойства мер сходства можно экстраполировать на соответствующие им меры различия с помощью простого преобразования и наоборот. Визуально отношения между объектами можно представить с помощью графовых алгоритмов кластеризации. В общем, можно сказать, что расстояния используются намного чаще, чем меры сходства: их чаще реализуют в статистических программах (Statistica, SPSS и др.) в модуле кластерного анализа.

Расстояния

Известно, что существует обобщённая мера расстояний предложенная Германом Минковским:

$$d_{ij} = \left[\sum_{k=1}^n |x_{ik} - x_{jk}|^p \right]^{\frac{1}{p}}$$

В вышеуказанное семейство расстояний входит:

- при $p = 1$ — «манхэттенское расстояние» («расстояние городских кварталов», англ. *city-block*) или « l_1 -норма». Обобщённая мера Хэмминга в теоретико-множественной записи (после нормировки) может быть представлена как: $d_{ij} = n(A) + n(B) - 2n(A \cap B)$ и является двойственной мере абсолютного сходства.
- при $p = 2$ — расстояние Евклида. Часто используется и квадрат этого расстояния.
- при $p \rightarrow \infty$ — Sup-метрика или метрика «доминирования». Также известна как расстояние Чебышёва.

Существуют используемые расстояния и вне данного семейства. Наиболее известным является расстояние Махаланобиса. Также интересно, в качестве удачной иллюстрации связи мер сходства и различия, расстояние Юрцева, двойственное мере сходства Браун-Бланке:

$$F_{Y_u} = 1 - K_{B-B} = 1 - \frac{n(A \cap B)}{\max(n(A), n(B))} = \frac{n(A) + n(B) - 2n(A \cap B) + |n(A) - n(B)|}{n(A) + n(B) - |n(A) - n(B)|}$$

Метрическим пространством называется множество, в котором определено расстояние между любой парой элементов.

Определения

Метрическое пространство есть пара (X, d) , где X — множество, а d — числовая функция, которая определена на декартовом произведении $X \times X$, принимает значения в множестве вещественных чисел такая, что

1. $d(x, y) = 0 \Leftrightarrow x = y$ (аксиома тождества).
2. $d(x, y) = d(y, x)$ (аксиома симметрии).
3. $d(x, z) \leq d(x, y) + d(y, z)$ (аксиома треугольника или неравенство треугольника).

При этом

- множество X называется *подлежащим множеством* метрического пространства.
- элементы множества X называются *точками* метрического пространства.
- функция d называется *метрикой*.

Иерархическая кластеризация (также *графовые алгоритмы кластеризации*) — совокупность алгоритмов упорядочивания данных, визуализация которых обеспечивается с помощью графов.

Алгоритмы упорядочивания данных указанного типа исходят из того, что некое множество объектов характеризуется определённой степенью связности. Предполагается наличие вложенных групп (кластеров различного порядка). Алгоритмы, в свою очередь, подразделяются на агломеративные (объединительные) и дивизивные (разделяющие). По количеству признаков иногда выделяют монотетические и политетические методы классификации. Как и большинство визуальных способов представления зависимостей графы быстро теряют наглядность при увеличении числа объектов. Существует ряд специализированных программ для построения графов.

Матрица сходства между объектами.

Учитывается степень сходства объекта с другими объектами выборки в метрическом пространстве. Сходство здесь дополняет расстояние (различие) между объектами до 1.

Матрица мер конвергенции (матрица сходства)

Матрица мер конвергенции — матрица содержащая в качестве элементов меры сходства объектов. Матрица отражает попарное сходство объектов. Сходство является показателем, измеренном в порядковой шкале и, следовательно, возможно лишь определение отношений вида: «больше», «меньше» или «равно».

Матрица абсолютных мер конвергенции

На основе матрицы данных легко можно рассчитать матрицу абсолютных мер конвергенций, что, например, для конечных и

дескриптивных множеств соответствует **матрице пересечений** размером n^2 . Для вероятностей аналог этой матрицы носит название **матрицы совместных вероятностей**, а для информационной интерпретации это **матрица информационных функций**. Матрица симметрична относительно диагонали:

$$\begin{bmatrix} m_{11} & \cdots & m_{1j} & \cdots & m_{1n} \\ \vdots & \cdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ m_{i1} & \cdots & m_{ij} & \cdots & m_{in} \\ \vdots & \cdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ m_{n1} & \cdots & m_{nj} & \cdots & m_{nn} \end{bmatrix}$$

Этот тип матрицы является основным «документом» исследования (после первичной матрицы данных), так как матрица пересечений содержит информацию о числе признаков каждого объекта (по диагонали) и число признаков общих для каждой пары сравниваемых объектов (на пересечении соответствующих столбца и строки). Достоинство данной матрицы состоит в том, что по данным этой матрицы можно рассчитать другие типы матриц (матрицы включения, сходства, транзитивного замыкания и др.), то есть реализовать принцип воспроизводимости. Элементы матрицы пересечений определяются по формуле (известна как мера процентного сходства):

$$m_{ij} = \sum_{k=1}^r \min(a_{ik}, a_{jk})$$

где $a_{ik} \geq 0; a_{jk} \geq 0$ — элементы первичной матрицы данных. Если элементы матрицы нормировать, то получаем относительную матрицу мер конвергенции, которая очень легко вычисляется (в сравнении с другими матрицами конвергенции).

Матрица относительных несимметричных мер конвергенции

Данная матрица несимметрична относительно диагонали. Широко известна под названием **матрица включения**. Её можно получить

двумя способами: определить две несимметричные меры сходства для каждой пары объектов или получить матрицу из матрицы абсолютных мер конвергенции. Для второго варианта необходимо элементы каждой строки матрицы пересечения разделить на соответствующий этой строке диагональный элемент:

$$\begin{bmatrix} m_{11}/m_{11} & \cdots & m_{1j}/m_{11} & \cdots & m_{1n}/m_{11} \\ \vdots & \cdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ m_{i1}/m_{ii} & \cdots & m_{ij}/m_{ii} & \cdots & m_{in}/m_{ii} \\ \vdots & \cdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ m_{n1}/m_{nn} & \cdots & m_{nj}/m_{nn} & \cdots & m_{nn}/m_{nn} \end{bmatrix}$$

Для устранения неоднозначности необходимо указать направление включения одного объекта в другой. Обычно указывают стрелкой и определяют включение слева направо. Из этой матрицы можно получить ориентированные графы включения-сходства при определённом пороге близости. В указанной матрице хорошо видны отношения между объектами, у которых сильно различается число признаков (разновеликие объекты). Следует особо отметить, что меры несимметричные более информативны в общем и особенно для разновеликих по числу признаков объектов, чем меры симметричные, так как последние, по сути, представляют собой усреднённые показатели и, следовательно, теряют часть информации об объектах, а несимметричные меры (включения) адекватно оценивают более распространённые в природе нетранзитивные отношения. Например, первый объект может включаться на 100 % во второй объект, а второй список, в свою очередь, включается только на 10 %. При этом симметричная мера не сможет адекватно отразить эти отношения, так как, например, 10 общих признаков значительны для одного объекта с 10 признаками, но не столь значимы для большого объекта с 100 признаками. Мера сходства Сёрнсена в данном случае будет равна около 20 %.

Матрица относительных симметричных мер конвергенции

Более известна как **матрица сходства**. Данная матрица симметрична относительно диагонали. Её можно получить также двумя способами:

определить симметричную меру сходства для каждой пары объектов или рассчитать её из матрицы несимметричных мер конвергенции. Второй способ заключается в симметризации матрицы включения через осреднение двух несимметричных мер и требует согласованности мер в пределах одного класса эквивалентности. В общем виде матрица выглядит так:

$$\begin{bmatrix} 1 & \cdots & K_{1j} & \cdots & K_{1n} \\ \vdots & \cdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ K_{i1} & \cdots & K_{ij} & \cdots & K_{in} \\ \vdots & \cdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ K_{n1} & \cdots & K_{nj} & \cdots & 1 \end{bmatrix}$$

По диагонали стоят 1, так как сходство объекта с самим собой максимально. Наиболее информативна она для существенно равновеликих объектов, то есть для объектов, количество признаков которых несущественно различается. Графически отношения сходства обычно выражается через графовые алгоритмы кластеризации. Концептуально матрица является двойственной матрице расстояний и, соответственно, в матрице расстояний по диагонали стоят нули.

В современной науке применяется несколько алгоритмов обработки входных данных. Анализ путём сравнения объектов, исходя из признаков, (наиболее распространённый в биологических науках) называется *Q*-типом анализа, а в случае сравнения признаков, на основе объектов — *R*-типом анализа. Существуют попытки использования гибридных типов анализа (например, *RQ*-анализ), но данная методология ещё должным образом не разработана.

Цели кластеризации

- Понимание данных путём выявления кластерной структуры. Разбиение выборки на группы схожих объектов позволяет упростить дальнейшую обработку данных и принятия решений, применяя к каждому кластеру свой метод анализа (стратегия «разделяй и властвуй»).

- Сжатие данных. Если исходная выборка избыточно большая, то можно сократить её, оставив по одному наиболее типичному представителю от каждого кластера.
- Обнаружение новизны (англ. *novelty detection*). Выделяются нетипичные объекты, которые не удаётся присоединить ни к одному из кластеров.

В первом случае число кластеров стараются сделать поменьше. Во втором случае важнее обеспечить высокую степень сходства объектов внутри каждого кластера, а кластеров может быть сколько угодно. В третьем случае наибольший интерес представляют отдельные объекты, не вписывающиеся ни в один из кластеров.

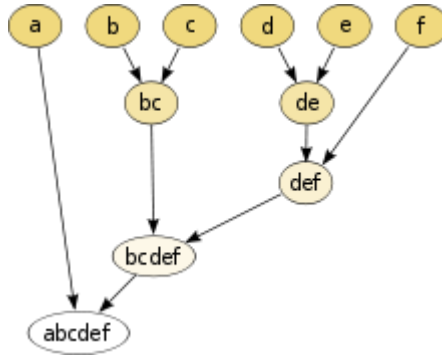
Во всех этих случаях может применяться иерархическая кластеризация, когда крупные кластеры дробятся на более мелкие, те в свою очередь дробятся ещё мельче, и т. д. Такие задачи называются задачами таксономии. Результатом таксономии является древообразная иерархическая структура. При этом каждый объект характеризуется перечислением всех кластеров, которым он принадлежит, обычно от крупного к мелкому.

Иерархическая кластеризация

Иерархическая кластеризация (также *графовые алгоритмы кластеризации*) — совокупность алгоритмов упорядочивания данных, визуализация которых обеспечивается с помощью графов.

Алгоритмы упорядочивания данных указанного типа исходят из того, что некое множество объектов характеризуется определённой степенью связности. Предполагается наличие вложенных групп (кластеров различного порядка). Алгоритмы, в свою очередь, подразделяются на агломеративные (объединительные) и дивизивные (разделяющие). По количеству признаков иногда выделяют монотетические и политетические методы классификации. Как и большинство визуальных способов представления зависимостей графы быстро теряют наглядность при увеличении числа объектов. Существует ряд специализированных программ для построения графов.

Дендрограмма



Дендрограмма

Под дендрограммой обычно понимается дерево, то есть граф без циклов, построенный по матрице мер близости. Дендрограмма позволяет изобразить взаимные связи между объектами из заданного множества. Для создания дендрограммы требуется матрица сходства (или различия), которая определяет уровень сходства между парами объектов. Чаще используются агломеративные методы.

Далее необходимо выбрать метод построения дендрограммы, который определяет способ пересчёта матрицы сходства (различия) после объединения (или разделения) очередных двух объектов в кластер.

В работах по кластерному анализу описан ряд способов построения (англ. *sorting strategies*) дендрограмм:

1. Метод одиночной связи (англ. *single linkage*). Также известен, как «метод ближайшего соседа».
2. Метод полной связи (англ. *complete linkage*). Также известен, как «метод дальнего соседа».
3. Метод средней связи (англ. *pair-group method using arithmetic averages*).
 - Невзвешенный (англ. *unweighted*).
 - Взвешенный (англ. *weighted*).
4. Центроидный метод (англ. *pair-group method using the centroid average*).
 - Невзвешенный.

- Взвешенный (медианный).
5. Метод Уорда (англ. *Ward's method*).

Для первых трёх методов существует общая формула, предложенная А. Н. Колмогоровым для мер сходства:

$$K_{\eta}([i, j], k) = \left[\frac{(n_i K(i, k)^{\eta} + (n_j K(j, k)^{\eta}))}{n_i + n_j} \right]^{\frac{1}{\eta}}, \quad -\infty \leq \eta \leq +\infty$$

где $[i, j]$ — группа из двух объектов (кластеров) i и j ; k — объект (кластер), с которым ищется сходство указанной группы; n_i — число элементов в кластере i ; n_j — число элементов в кластере j . Для расстояний имеется аналогичная формула Ланса — Вильямса.

Центроидный метод использует для пересчёта матрицы расстояний. В качестве расстояния между двумя кластерами в этом методе берётся расстояние между их центрами тяжести.

В методе Уорда в качестве расстояния между кластерами берётся прирост суммы квадратов расстояний объектов до центров кластеров, получаемый в результате их объединения. В отличие от других методов кластерного анализа, для оценки расстояний между кластерами здесь используются методы дисперсионного анализа. На каждом шаге алгоритма объединяются такие два кластера, которые приводят к минимальному увеличению целевой функции, то есть внутригрупповой суммы квадратов. Этот метод направлен на объединение близко расположенных кластеров.

Корреляционные плеяды

Широко применяются в геоботанике и флористике. Их часто называют **корреляционными плеядами**.

Частным случаем является метод, известный как метод построения *оптимальных деревьев (дендритов)*, который был предложен математиком львовской школы Гуго Штейнгаузом, впоследствии метод был развит математиками вроцлавской таксономической школы. Дендриты также не должны образовывать циклов. Можно частично

использовать направленные дуги графов при использовании дополнительно мер включения (несимметричных мер сходства).

Диаграмма Чекановского

Метод «диагонализации» матрицы различия и графическое изображение кластеров вдоль главной диагонали матрицы различия (диаграмма Чекановского) впервые предложен Яном Чекановским в 1909 году. Приведём описание методики:

Сущность этого метода заключается в том, что всю амплитуду полученных величин сходства разбивают на ряд классов, а затем в матрице величин сходства заменяют эти величины штриховкой, различной для каждого класса, причём обычно для более высоких классов сходства применяют более тёмную штриховку. Затем, меняя порядок описаний в таблице, добиваются того, чтобы более сходные описания оказались рядом.

Приведём гипотетический пример получения вышеуказанной диаграммы. Основой метода является построение матрицы транзитивного замыкания.

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|-----|-----|-----|-----|-----|
| 1 | 100 | 63 | 45 | 98 | 40 |
| 2 | 63 | 100 | 86 | 63 | 28 |
| 3 | 45 | 86 | 100 | 63 | 37 |
| 4 | 98 | 63 | 63 | 100 | 40 |
| 5 | 40 | 28 | 37 | 40 | 100 |

а

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|-----|-----|-----|-----|-----|
| 1 | 100 | 63 | 63 | 98 | 40 |
| 2 | 63 | 100 | 86 | 63 | 40 |
| 3 | 63 | 86 | 100 | 63 | 40 |
| 4 | 98 | 63 | 63 | 100 | 40 |
| 5 | 40 | 40 | 40 | 40 | 100 |

б

| | 1 | 4 | 3 | 2 | 5 |
|---|-----|-----|-----|-----|-----|
| 1 | 100 | 98 | 63 | 63 | 40 |
| 4 | 98 | 100 | 63 | 63 | 40 |
| 3 | 63 | 63 | 100 | 86 | 40 |
| 2 | 63 | 63 | 86 | 100 | 40 |
| 5 | 40 | 40 | 40 | 40 | 100 |

в

| | 1 | 4 | 3 | 2 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | | | | | |
| 4 | | | | | |
| 3 | | | | | |
| 2 | | | | | |
| 5 | | | | | |

г

Пример расчёта диаграммы Чекановского

Для построения матрицы транзитивного замыкания возьмём простую матрицу сходства и умножим её саму на себя:

$$K^{(2)}(i, j) = \max(\min(K(i, 1), K(1, j)), \dots, \min(K(i, q), K(q, j))),$$

где $K(i, j)$ — элемент, стоящий на пересечении i -ой строки и j -го столбца в новой (второй) матрице, полученной после первой итерации; Q — общее количество строк (столбцов) матрицы сходства. Данную процедуру необходимо продолжать, пока матрица не станет идемпотентной (то есть самоподобной):

$$K^{(n)}(i, j) = K^{(n-1)}(i, j), \text{ где } n \text{ — число итераций.}$$

Далее преобразовываем матрицу таким образом, чтобы близкие числовые значения находились рядом. Если каждому числовому значению присвоить какой-либо цвет или оттенок цвета (как в нашем случае), то получим классическую диаграмму Чекановского. Традиционно более тёмный цвет соответствует большему сходству, а более светлый — меньшему. В этом она схожа с теплокартой для матрицы расстояний.

Методы кластеризации

Общепринятой классификации методов кластеризации не существует, но можно выделить ряд групп подходов (некоторые методы можно отнести сразу к нескольким группам и потому предлагается рассматривать данную типизацию как некоторое приближение к реальной классификации методов кластеризации):

1. *Вероятностный подход.* Предполагается, что каждый рассматриваемый объект относится к одному из k классов. Некоторые авторы (например, А. И. Орлов) считают, что данная группа вовсе не относится к кластеризации и противопоставляют её под названием «дискриминация», то есть выбор отнесения объектов к одной из известных групп (обучающих выборок).

- К-средних (K-means)

- K-medians
 - EM-алгоритм
 - Алгоритмы семейства FOREL
 - Дискриминантный анализ
2. Подходы на основе систем искусственного интеллекта: весьма условная группа, так как методов очень много и методически они весьма различны.
- Метод нечеткой кластеризации C-средних (C-means)
 - Нейронная сеть Кохонена
 - Генетический алгоритм
3. Логический подход. Построение дендрограммы осуществляется с помощью дерева решений.
4. Теоретико-графовый подход.
- Графовые алгоритмы кластеризации
5. Иерархический подход. Предполагается наличие вложенных групп (кластеров различного порядка). Алгоритмы в свою очередь подразделяются на агломеративные (объединительные) и дивизивные (разделяющие). По количеству признаков иногда выделяют монотетические и политетические методы классификации.
- Иерархическая дивизивная кластеризация или таксономия. Задачи кластеризации рассматриваются в количественной таксономии.
6. Другие методы. Не вошедшие в предыдущие группы.
- Статистические алгоритмы кластеризации
 - Ансамбль кластеризаторов
 - Алгоритмы семейства KRAB
 - Алгоритм, основанный на методе просеивания
 - DBSCAN и др.

Подходы 4 и 5 иногда объединяют под названием структурного или геометрического подхода, обладающего большей формализованностью понятия близости. Несмотря на значительные различия между перечисленными методами все они опираются на исходную **«гипотезу компактности»**: в пространстве объектов все близкие объекты должны относиться к одному кластеру, а все различные объекты соответственно должны находиться в различных кластерах.

Формальная постановка задачи кластеризации

Пусть X — множество объектов, Y — множество номеров (имён, меток) кластеров. Задана функция расстояния между объектами $\rho(x, x')$. Имеется конечная обучающая выборка объектов $X^m = \{x_1, \dots, x_m\} \subset X$. Требуется разбить выборку на непересекающиеся подмножества, называемые *кластерами*, так, чтобы каждый кластер состоял из объектов, близких по метрике ρ , а объекты разных кластеров существенно отличались. При этом каждому объекту $x_i \in X^m$ приписывается номер кластера y_i .

Алгоритм кластеризации — это функция $a: X \rightarrow Y$, которая любому объекту $x \in X$ ставит в соответствие номер кластера $y \in Y$. Множество Y в некоторых случаях известно заранее, однако чаще ставится задача определить оптимальное число кластеров, с точки зрения того или иного *критерия качества* кластеризации.

Кластеризация (обучение без учителя) отличается от классификации (обучения с учителем) тем, что метки исходных объектов y_i изначально не заданы, и даже может быть неизвестно само множество Y .

Решение задачи кластеризации принципиально неоднозначно, и тому есть несколько причин (как считает ряд авторов):

- не существует однозначно наилучшего критерия качества кластеризации. Известен целый ряд эвристических критериев, а также ряд алгоритмов, не имеющих чётко выраженного критерия, но осуществляющих достаточно разумную кластеризацию «по построению». Все они могут давать разные результаты. Следовательно, для определения качества кластеризации требуется эксперт предметной области, который бы мог оценить осмысленность выделения кластеров.
- число кластеров, как правило, неизвестно заранее и устанавливается в соответствии с некоторым субъективным критерием. Это справедливо только для методов дискриминации, так как в методах кластеризации выделение

кластеров идёт за счёт формализованного подхода на основе мер близости.

- результат кластеризации существенно зависит от метрики, выбор которой, как правило, также субъективен и определяется экспертом. Но стоит отметить, что есть ряд рекомендаций к выбору мер близости для различных задач.

1.4.3.2. Факторный анализ

Факторный анализ — многомерный метод, применяемый для изучения взаимосвязей между значениями переменных. Предполагается, что известные переменные зависят от меньшего количества неизвестных переменных и случайной ошибки.

Факторный анализ впервые возник в психометрике и в настоящее время широко используется не только в психологии, но и в нейрофизиологии, социологии, политологии, в экономике, статистике, теории понятий и других науках. Основные идеи факторного анализа были заложены английским психологом и антропологом, основателем евгеники Гальтоном Ф. (1822—1911), внесшим также большой вклад в исследование индивидуальных различий. Но в разработку Факторного анализа внесли вклад многие ученые. Разработкой и внедрением факторного анализа в психологию занимались такие ученые как Спирмен Ч. (1904, 1927, 1946), Терстоун Л. (1935, 1947, 1951) и Кеттел Р. (1946, 1947, 1951). Также нельзя не упомянуть английского математика и философа Пирсона К., в значительной степени развившего идеи Ф. Гальтона, американского математика Хотеллинга Г., разработавшего современный вариант метода главных компонент. Внимания заслуживает и английский психолог Айзенк Г., широко использовавший Факторный анализ для разработки психологической теории личности. Математически факторный анализ разрабатывался Хотеллингом, Харманом, Кайзером, Терстоуном, Такером и др. Факторный анализ включён во все пакеты статистической обработки данных — R, SAS, SPSS, Statistica и т. д.

Задачи и возможности факторного анализа

В основе факторного анализа лежат различные методы корреляции.

Корреляция (от лат. *correlatio* — соотношение, взаимосвязь), **корреляционная зависимость** — статистическая взаимосвязь двух

или нескольких случайных величин (либо величин, которые можно с некоторой допустимой степенью точности считать таковыми). При этом изменения значений одной или нескольких из этих величин сопутствуют систематическому изменению значений другой или других величин. Математической мерой корреляции двух случайных величин служит **корреляционное отношение** η , либо коэффициент корреляции **R** (или **G**). В случае, если изменение одной случайной величины не ведёт к закономерному изменению другой случайной величины, но приводит к изменению другой статистической характеристики данной случайной величины, то подобная связь не считается корреляционной, хотя и является статистической.

Некоторые виды коэффициентов корреляции могут быть положительными или отрицательными. **В первом случае предполагается, что мы можем определить только наличие или отсутствие связи, а во втором — также и её направление.** Если предполагается, что на значениях переменных задано отношение строгого порядка, то *отрицательная корреляция* — корреляция, при которой увеличение одной переменной связано с уменьшением другой. При этом коэффициент корреляции будет отрицательным. *Положительная корреляция* в таких условиях — это такая связь, при которой увеличение одной переменной связано с увеличением другой переменной. Возможна также ситуация отсутствия статистической взаимосвязи — например, для независимых случайных величин.

Факторный анализ позволяет решить две важные проблемы исследователя: описать объект измерения *всесторонне* и в то же время *компактно*. С помощью факторного анализа возможно выявление скрытых переменных факторов, отвечающих за наличие линейных статистических корреляций между наблюдаемыми переменными.

Таким образом можно выделить 2 цели Факторного анализа:

- определение взаимосвязей между переменными, (классификация переменных), т. е. «объективная R-классификация»;
- сокращение числа переменных необходимых для описания данных.

При анализе в один фактор объединяются сильно коррелирующие между собой переменные, как следствие происходит

перераспределение дисперсии между компонентами и получается максимально простая и наглядная структура факторов. После объединения коррелированность компонент внутри каждого фактора между собой будет выше, чем их коррелированность с компонентами из других факторов. Эта процедура также позволяет выделить латентные переменные, что бывает особенно важно при анализе социальных представлений и ценностей. Например, анализируя оценки, полученные по нескольким шкалам, исследователь замечает, что они сходны между собой и имеют высокий коэффициент корреляции, он может предположить, что существует некоторая латентная переменная, с помощью которой можно объяснить наблюдаемое сходство полученных оценок. Такую латентную переменную называют *фактором*. Данный фактор влияет на многочисленные показатели других переменных, что приводит к возможности и необходимости выделить его как наиболее общий, более высокого порядка. Для выявления наиболее значимых факторов и, как следствие, факторной структуры, наиболее целесообразно применять **метод главных компонент** (МГК) (см. ниже). Суть данного метода состоит в замене коррелированных компонентов некоррелированными факторами. Другой важной характеристикой метода является возможность ограничиться наиболее информативными главными компонентами и исключить остальные из анализа, что упрощает интерпретацию результатов. Достоинство МГК также в том, что он — единственный математически обоснованный метод факторного анализа. По утверждению ряда исследователей МГК не является методом факторного анализа, поскольку не расщепляет дисперсию индикаторов на общую и уникальную. Основным смыслом факторного анализа заключается в выделении из всей совокупности переменных только небольшого числа латентных независимых друг от друга группировок, внутри которых переменные связаны сильнее, чем переменные, относящиеся к разным группировкам.

Факторный анализ может быть:

- *разведочным* — он осуществляется при исследовании скрытой факторной структуры без предположения о числе факторов и их нагрузках;
- *конфирматорным*, предназначенным для проверки гипотез о числе факторов и их нагрузках (примечание 2).

Условия применения факторного анализа

Практическое выполнение факторного анализа начинается с проверки его условий. В обязательные условия факторного анализа входят:

- Все **признаки** должны быть **количественными**.
- Число наблюдений должно быть не менее чем в два раза больше числа переменных.
- Выборка должна быть однородна.
- Исходные переменные должны быть распределены симметрично.
- Факторный анализ осуществляется по коррелирующим переменным.

Основные понятия факторного анализа

- Фактор — скрытая переменная
- Нагрузка — корреляция между исходной переменной и фактором

Процедура вращения. Выделение и интерпретация факторов

Сущностью факторного анализа является процедура вращения факторов, то есть перераспределения дисперсии по определённом методу. Цель ортогональных вращений — определение простой структуры факторных нагрузок, целью большинства косоугольных вращений является определение простой структуры вторичных факторов, то есть косоугольное вращение следует использовать в частных случаях. Поэтому ортогональное вращение предпочтительнее. Согласно определению Мюльека простая структура соответствует требованиям:

- в каждой строке матрицы вторичной структуры V должен быть хотя бы один нулевой элемент;
- Для каждого столбца k матрицы вторичной структуры V должно существовать подмножество из g линейно-независимых наблюдаемых переменных, корреляции которых с k -м вторичным фактором — нулевые. Данный критерий сводится к тому, что каждый столбец матрицы должен содержать не менее g нулей.

- У одного из столбцов каждой пары столбцов матрицы V должно быть несколько нулевых коэффициентов (нагрузок) в тех позициях, где для другого столбца они ненулевые. Это предположение гарантирует различимость вторичных осей и соответствующих им подпространств размерности $g-1$ в пространстве общих факторов.
- При числе общих факторов больше четырех в каждой паре столбцов должно быть некоторое количество нулевых нагрузок в одних и тех же строках. Данное предположение дает возможность разделить наблюдаемые переменные на отдельные скопления.
- Для каждой пары столбцов матрицы V должно быть как можно меньше значительных по величине нагрузок, соответствующих одним и тем же строкам. Это требование обеспечивает минимизацию сложности переменных.

(В определении Мьюлейка через g обозначено число общих факторов, а V — матрица вторичной структуры, образованная координатами (нагрузками) вторичных факторов, получаемых в результате вращения.) Вращение бывает:

- *ортогональным*
- *косоугольным.*

При первом виде вращения каждый последующий фактор определяется так, чтобы максимизировать изменчивость, оставшуюся от предыдущих, поэтому факторы оказываются независимыми, некоррелированными друг от друга (к этому типу относится МГК). Второй вид — это преобразование, при котором факторы коррелируют друг с другом. Преимущество косоугольного вращения состоит в следующем: когда в результате его выполнения получаются ортогональные факторы, можно быть уверенным, что эта ортогональность действительно им свойственна, а не привнесена искусственно. Существует около 13 методов вращения в обоих видах, в статистической программе SPSS 10 доступны пять: три ортогональных, один косоугольный и один комбинированный, однако из всех наиболее употребителен ортогональный метод «варимакс». Метод «варимакс» максимизирует разброс квадратов нагрузок для каждого фактора, что приводит к увеличению больших и уменьшению малых значений факторных нагрузок. В результате простая структура получается для каждого фактора в отдельности.

Главной проблемой факторного анализа является выделение и интерпретация главных факторов. При отборе компонент исследователь обычно сталкивается с существенными трудностями, так как не существует однозначного критерия выделения факторов, и потому здесь неизбежен субъективизм интерпретаций результатов. Существует несколько часто употребляемых критериев определения числа факторов. Некоторые из них являются альтернативными по отношению к другим, а часть этих критериев можно использовать вместе, чтобы один дополнял другой:

- *Критерий Кайзера* или *критерий собственных чисел*. Этот критерий предложен Кайзером, и является, вероятно, наиболее широко используемым. Отбираются только факторы с собственными значениями равными или большими 1. Это означает, что если фактор не выделяет дисперсию, эквивалентную, по крайней мере, дисперсии одной переменной, то он опускается.
- *Критерий каменистой осыпи* или *критерий отсеивания*. Он является графическим методом, впервые предложенным психологом Кэттелом. Собственные значения возможно изобразить в виде простого графика. Кэттел предложил найти такое место на графике, где убывание собственных значений слева направо максимально замедляется. Предполагается, что справа от этой точки находится только «факториальная осыпь» — «осыпь» является геологическим термином, обозначающим обломки горных пород, скапливающиеся в нижней части скалистого склона. Однако этот критерий отличается высокой субъективностью и, в отличие от предыдущего критерия, статистически необоснован. Недостатки обоих критериев заключаются в том, что первый иногда сохраняет слишком много факторов, в то время как второй, напротив, может сохранить слишком мало факторов; однако оба критерия вполне хороши при нормальных условиях, когда имеется относительно небольшое число факторов и много переменных. На практике возникает важный вопрос: когда полученное решение может быть содержательно интерпретировано. В этой связи предлагается использовать ещё несколько критериев.
- *Критерий значимости*. Он особенно эффективен, когда модель генеральной совокупности известна и отсутствуют второстепенные факторы. Но критерий непригоден для поиска изменений в модели и реализуем

только в факторном анализе по методу наименьших квадратов или максимального правдоподобия.

- *Критерий доли воспроизводимой дисперсии.* Факторы ранжируются по доле детерминируемой дисперсии, когда процент дисперсии оказывается несущественным, выделение следует остановить. Желательно, чтобы выделенные факторы объясняли более 80 % разброса. Недостатки критерия: во-первых, субъективность выделения, во-вторых, специфика данных может быть такова, что все главные факторы не смогут совокупно объяснить желательного процента разброса. Поэтому главные факторы должны вместе объяснять не меньше 50,1 % дисперсии.
- *Критерий интерпретируемости и инвариантности.* Данный критерий сочетает статистическую точность с субъективными интересами. Согласно ему, главные факторы можно выделять до тех пор, пока будет возможна их ясная интерпретация. Она, в свою очередь, зависит от величины факторных нагрузок, то есть если в факторе есть хотя бы одна сильная нагрузка, он может быть интерпретирован. Возможен и обратный вариант — если сильные нагрузки имеются, однако интерпретация затруднительна, от этой компоненты предпочтительно отказаться.

Практика показывает, что если вращение не произвело существенных изменений в структуре факторного пространства, это свидетельствует о его устойчивости и стабильности данных. Возможны ещё два варианта: 1). сильное перераспределение дисперсии — результат выявления латентного фактора; 2). очень незначительное изменение (десятые, сотые или тысячные доли нагрузки) или его отсутствие вообще, при этом сильные корреляции может иметь только один фактор, — однофакторное распределение. Последнее возможно, например, когда на предмет наличия определённого свойства проверяются несколько понятийных групп, однако искомое свойство есть только у одной из них.

Факторы имеют две характеристики: объём объясняемой дисперсии и нагрузки. Если рассматривать их с точки зрения геометрической аналогии, то касательно первой отметим, что фактор, лежащий вдоль оси ОХ, может максимально объяснять 70 % дисперсии (первый главный фактор), фактор, лежащий вдоль оси ОУ, способен детерминировать не более 30 % (второй главный фактор). То есть в

идеальной ситуации вся дисперсия может быть объяснена двумя главными факторами с указанными долями. В обычной ситуации может наблюдаться два или более главных факторов, а также остаётся часть неинтерпретируемой дисперсии (геометрические искажения), исключаемая из анализа по причине незначимости. Нагрузки, опять же с точки зрения геометрии, есть проекции от точек на оси ОХ и ОУ (при трёх- и более факторной структуре также на ось ОZ). Проекции — это коэффициенты корреляции, точки — наблюдения, таким образом, факторные нагрузки являются мерами связи. Так как сильной считается корреляция с коэффициентом Пирсона $R \geq 0,7$, то в нагрузках нужно уделять внимание только сильным связям. Факторные нагрузки могут обладать свойством *биполярности* — наличием положительных и отрицательных показателей в одном факторе. Если биполярность присутствует, то показатели, входящие в состав фактора, дихотомичны и находятся в противоположных координатах.

1.5. Методы факторного анализа

1.5.1. Метод главных компонент

Метод главных компонент (англ. *principal component analysis, PCA*) — один из основных способов уменьшить размерность данных, потеряв наименьшее количество информации. Изобретён Карлом Пирсоном в 1901 году. Применяется во многих областях, в том числе, в эконометрике, биоинформатике, обработке изображений, теории понятий, для сжатия данных

Вычисление главных компонент сводится к вычислению собственных векторов и собственных значений ковариационной матрицы исходных данных. Иногда метод главных компонент называют *преобразованием Кархунена — Лоэва* или *преобразованием Хотеллинга* (англ. *Hotelling transform*).

1.5.1.1. Формальная постановка задачи

Задача анализа главных компонент имеет, как минимум, четыре базовых версии:

- аппроксимировать данные линейными многообразиями меньшей размерности;

- найти подпространства меньшей размерности, в ортогональной проекции на которые разброс данных (то есть среднеквадратичное отклонение от среднего значения) максимален;
- найти подпространства меньшей размерности, в ортогональной проекции на которые среднеквадратичное расстояние между точками максимально;
- для данной многомерной случайной величины построить такое ортогональное преобразование координат, в результате которого корреляции между отдельными координатами обратятся в ноль.

Первые три версии оперируют конечными множествами данных. Они эквивалентны и не используют никакой гипотезы о статистическом порождении данных. Четвёртая версия оперирует случайными величинами. Конечные множества появляются здесь как выборки из данного распределения, а решение трёх первых задач — как приближение к разложению по теореме Кархунена — Лозва («истинному преобразованию Кархунена — Лозва»). При этом возникает дополнительный и не вполне тривиальный вопрос о точности этого приближения.

Аппроксимация данных линейными многообразиями

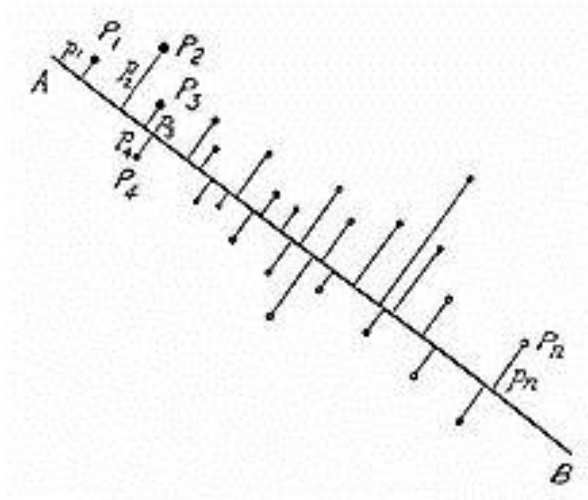


Иллюстрация к работе Пирсона (1901): даны точки P_i на плоскости, p_i — расстояние от P_i до прямой AB . Ищется прямая AB , минимизирующая сумму $\sum_i p_i^2$

Метод главных компонент начинался с задачи наилучшей аппроксимации конечного множества точек прямыми и плоскостями. Дано конечное множество векторов $x_1, x_2, \dots, x_m \in \mathbb{R}^n$, для каждого $k = 0, 1, \dots, n - 1$ среди всех k -мерных линейных многообразий в \mathbb{R}^n найти такое $L_k \subset \mathbb{R}^n$, что сумма квадратов уклонений x_i от L_k минимальна:

$$\sum_{i=1}^m \text{dist}^2(x_i, L_k) \rightarrow \min$$

где $\text{dist}(x_i, L_k)$ — евклидово расстояние от точки до линейного многообразия. Всякое k -мерное линейное многообразие в \mathbb{R}^n может быть задано как множество линейных комбинаций $L_k = \{a_0 + \beta_1 a_1 + \dots + \beta_k a_k \mid \beta_i \in \mathbb{R}\}$, где параметры β_i пробегают вещественную прямую \mathbb{R} , $a_0 \in \mathbb{R}^n$ а $\{a_1, \dots, a_k\} \subset \mathbb{R}^n$ — ортонормированный набор векторов

$$\text{dist}^2(x_i, L_k) = \|x_i - a_0 - \sum_{j=1}^k a_j (a_j, x_i - a_0)\|^2$$

где $\|\cdot\|$ евклидова норма, (a_j, x_i) — евклидово скалярное произведение, или в координатной форме:

$$\text{dist}^2(x_i, L_k) = \sum_{l=1}^n \left(x_{il} - a_{0l} - \sum_{j=1}^k a_{jl} \sum_{q=1}^n a_{jq} (x_{iq} - a_{0q}) \right)^2$$

Решение задачи аппроксимации для $k = 0, 1, \dots, n - 1$ даётся набором вложенных линейных многообразий

$$L_0 \subset L_1 \subset \dots \subset L_{n-1},$$

$L_k = \{a_0 + \beta_1 a_1 + \dots + \beta_k a_k \mid \beta_i \in \mathbb{R}\}$. Эти линейные многообразия определяются ортонормированным набором векторов $\{a_1, \dots, a_{n-1}\}$ (векторами главных компонент) и вектором a_0 .

Вектор a_0 ищется как решение задачи минимизации для L_0 :

$$a_0 = \underset{a_0 \in \mathbb{R}^n}{\text{argmin}} \left(\sum_{i=1}^m \text{dist}^2(x_i, L_0) \right),$$

то есть

$$a_0 = \underset{a_0 \in \mathbb{R}^n}{\text{argmin}} \left(\sum_{i=1}^m \|x_i - a_0\|^2 \right).$$

$$a_0 = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m x_i = \bar{X}$$

Это — выборочное среднее:

Фреше в 1948 году обратил внимание, что вариационное определение среднего (как точки, минимизирующей сумму квадратов расстояний до точек данных) очень удобно для построения статистики в произвольном метрическом пространстве, и построил обобщение классической статистики для общих пространств (обобщённый метод наименьших квадратов).

Векторы главных компонент могут быть найдены как решения однотипных задач оптимизации:

1. Централизуются данные (вычитанием среднего):

$$x_i := x_i - \bar{X}. \quad \sum_{i=1}^m x_i = 0;$$

2. Отыскивается первая главная компонента как решение задачи:

$$a_1 = \operatorname{argmin}_{\|a_1\|=1} \left(\sum_{i=1}^m \|x_i - a_1(a_1, x_i)\|^2 \right).$$

если решение не единственно, то осуществляется выбор одного из них.

3. Из данных вычитается проекция на первую главную компоненту:

$$x_i := x_i - a_1(a_1, x_i);$$

4. Отыскивается вторая главная компонента как решение задачи:

$$a_2 = \operatorname{argmin}_{\|a_2\|=1} \left(\sum_{i=1}^m \|x_i - a_2(a_2, x_i)\|^2 \right).$$

Если решение не единственно, то выбирается одно из них.

Далее процесс продолжается, то есть на шаге $2k - 1$ вычитается проекция на $(k - 1)$ -ю главную компоненту (к этому моменту проекции на предшествующие $(k - 2)$ главные компоненты уже вычтены):

$$x_i := x_i - a_{k-1}(a_{k-1}, x_i);$$

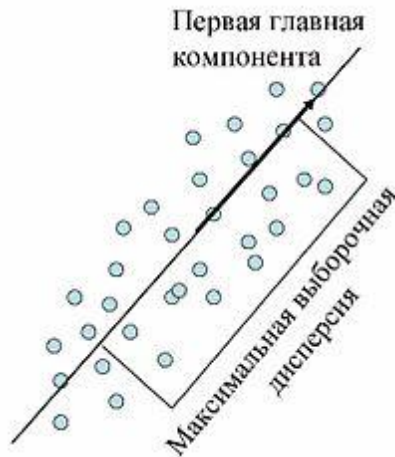
и на шаге k определяется k -я главная компонента как решение задачи:

$$a_k = \operatorname{argmin}_{\|a_k\|=1} \left(\sum_{i=1}^m \|x_i - a_k(a_k, x_i)\|^2 \right) \quad (\text{если решение не единственно, то выбирается одно из них}).$$

На каждом подготовительном шаге $(2k - 1)$ вычитается проекция на предшествующую главную компоненту. Найденные векторы $\{a_1, \dots, a_{n-1}\}$ ортонормированы просто в результате решения описанной задачи оптимизации, однако чтобы не дать ошибкам вычисления нарушить взаимную ортогональность векторов главных компонент, можно включать $a_k \perp \{a_1, \dots, a_{k-1}\}$ в условия задачи оптимизации.

Неединственность в определении a_k помимо тривиального произвола в выборе знака (a_k и $-a_k$ решают ту же задачу) может быть более существенной и происходить, например, из условий симметрии данных. Последняя главная компонента a_n — единичный вектор, ортогональный всем предыдущим a_k .

Поиск ортогональных проекций с наибольшим рассеянием



Первая главная компонента максимизирует выборочную дисперсию проекции данных.

Пусть нам дан центрированный набор векторов данных $x_i \in \mathbb{R}^n$ ($i = 1, \dots, m$) (среднее арифметическое значение x_i равно нулю). Задача — найти такое ортогональное преобразование в новую систему координат, для которого были бы верны следующие условия:

- Выборочная дисперсия данных вдоль первой координаты максимальна (эту координату называют первой *главной компонентой*);
- Выборочная дисперсия данных вдоль второй координаты максимальна при условии ортогональности первой координате (вторая главная компонента);
- ...
- Выборочная дисперсия данных вдоль значений k -ой координаты максимальна при условии ортогональности первым $k - 1$ координатам;
- ...

Выборочная дисперсия данных вдоль направления, заданного нормированным вектором a_k , это

$$S_m^2 [(X, a_k)] = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m (a_k, x_i)^2 = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \left(\sum_{j=1}^n x_{ij} a_{kj} \right)^2$$

(поскольку данные центрированы, выборочная дисперсия здесь совпадает со средним квадратом отклонения от нуля).

Решение задачи о наилучшей аппроксимации даёт то же множество главных компонент $\{a_i\}$, что и поиск ортогональных проекций с наибольшим рассеянием, по очень простой причине: $\|x_i - a_k(a_k, x_i)\|^2 = \|x_i\|^2 - (a_k, x_i)^2$, и первое слагаемое не зависит от a_k .

Поиск ортогональных проекций с наибольшим среднеквадратичным расстоянием между точками

Ещё одна эквивалентная формулировка следует из очевидного тождества, верного для любых m векторов x_i :

$$\frac{1}{m(m-1)} \sum_{i,j=1}^m (x_i - x_j)^2 = \frac{2m^2}{m(m-1)} \left[\frac{1}{m} \sum_{i=1}^m x_i^2 - \left(\frac{1}{m} \sum_{i=1}^m x_i \right)^2 \right].$$

В левой части этого тождества стоит среднеквадратичное расстояние между точками, а в квадратных скобках справа — выборочная дисперсия. Таким образом, в методе главных компонент ищутся подпространства, в проекции на которые среднеквадратичное расстояние между точками максимально (или, что то же самое, его искажение в результате проекции минимально). Такая переформулировка позволяет строить обобщения с взвешиванием различных парных расстояний (а не только точек).

Аннулирование корреляций между координатами

Для заданной n -мерной случайной величины X найти такой ортонормированный базис, $\{a_1, \dots, a_n\}$, в котором коэффициент ковариации между различными координатами равен нулю. После преобразования к этому базису

$$\text{cov}(X_i, X_j) = 0 \text{ для } i \neq j.$$

Здесь $\text{cov}(X_i, X_j) = E[(X_i - \bar{X}_i)(X_j - \bar{X}_j)]$ — коэффициент ковариации.

1.5.1.2. Диагонализация ковариационной матрицы

Все задачи о главных компонентах приводят к задаче диагонализации ковариационной матрицы или выборочной ковариационной матрицы. Эмпирическая или выборочная ковариационная матрица, это

$$C = [c_{ij}], \quad c_{ij} = \frac{1}{m-1} \sum_{l=1}^m (x_{li} - \bar{X}_i)(x_{lj} - \bar{X}_j).$$

Ковариационная матрица многомерной случайной величины X , это

$$\Sigma = [\sigma_{ij}], \quad \sigma_{ij} = \text{cov}(X_i, X_j) = E[(X_i - EX_i)(X_j - EX_j)].$$

Векторы главных компонент для задач о наилучшей аппроксимации и о поиске ортогональных проекций с наибольшим рассеянием — это ортонормированный набор $\{a_1, \dots, a_n\}$ собственных векторов эмпирической ковариационной матрицы C , расположенных в порядке убывания собственных значений $\lambda: \lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_n \geq 0$. Эти векторы служат оценкой для собственных векторов ковариационной матрицы $\text{cov}(X_i, X_j)$. В базисе из собственных векторов ковариационной матрицы она, естественно, диагональна, и в этом базисе коэффициент ковариации между различными координатами равен нулю.

Если спектр ковариационной матрицы вырожден, то выбирают произвольный ортонормированный базис собственных векторов. Он существует всегда, а собственные числа ковариационной матрицы всегда вещественны и неотрицательны.

1.5.1.3. Сингулярное разложение матрицы данных

Идея сингулярного разложения

Математическое содержание метода главных компонент — это *спектральное разложение* ковариационной матрицы C , то есть представление пространства данных в виде суммы взаимно ортогональных собственных подпространств C , а самой матрицы C — в виде линейной комбинации ортогональных проекторов на эти подпространства с коэффициентами λ_i . Если

$X = \{x_1, \dots, x_m\}^T$ — матрица, составленная из векторов-строк $C = \frac{1}{m-1} X^T X$

(размерности n) центрированных данных, то и задача о спектральном разложении ковариационной матрицы C превращается в задачу о сингулярном разложении матрицы данных X .

Число $\sigma \geq 0$ называется сингулярным числом матрицы X тогда и только тогда, когда существуют **правый и левый сингулярные векторы**: такие m -мерный вектор-строка b_σ и n -мерный вектор-столбец a_σ (оба единичной длины), что выполнено два равенства:

$$X a_{\sigma} = \sigma b_{\sigma}^T; \quad b_{\sigma} X = \sigma a_{\sigma}^T.$$

Пусть $p = \text{rang } X \leq \min\{n, m\}$ — ранг матрицы данных. Сингулярное разложение матрицы данных X — это её представление в виде

$$X = \sum_{l=1}^p \sigma_l b_l^T a_l^T; \quad X^T = \sum_{l=1}^p \sigma_l a_l b_l \left(x_{ij} = \sum_{l=1}^p \sigma_l b_{li} a_{lj} \right),$$

где $\sigma_l > 0$ — сингулярное число, $a_l = (a_{li}), i = 1, \dots, n$ — соответствующий правый сингулярный вектор-столбец, а $b_l = (b_{li}), i = 1, \dots, m$ — соответствующий левый сингулярный вектор-строка ($l = 1, \dots, p$). Правые сингулярные векторы-столбцы a_l , участвующие в этом разложении, являются векторами главных компонент и собственными векторами эмпирической ковариационной

матрицы $C = \frac{1}{m-1} X^T X$, отвечающими положительным собственным числам $\lambda_l = \frac{1}{m-1} \sigma_l^2 > 0$.

Хотя формально задачи сингулярного разложения матрицы данных и спектрального разложения ковариационной матрицы совпадают, алгоритмы вычисления сингулярного разложения напрямую, без вычисления ковариационной матрицы и её спектра, более эффективны и устойчивы.

Простой итерационный алгоритм сингулярного разложения

Основная процедура — поиск наилучшего приближения произвольной $m \times n$ матрицы $X = (x_{ij})$ матрицей вида $b \otimes a = (b_i a_j)$ (где b — m -мерный вектор, а a — n -мерный вектор) методом наименьших квадратов:

$$F(b, a) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n (x_{ij} - b_i a_j)^2 \rightarrow \min$$

Решение этой задачи дается последовательными итерациями по явным формулам. При фиксированном векторе $a = (a_j)$ значения $b = (b_i)$, доставляющие минимум форме $F(b, a)$, однозначно и явно определяются из равенств $\partial F / \partial b_i = 0$:

$$\frac{\partial F}{\partial b_i} = - \sum_{j=1}^n (x_{ij} - b_i a_j) a_j = 0; \quad b_i = \frac{\sum_{j=1}^n x_{ij} a_j}{\sum_{j=1}^n a_j^2}.$$

Аналогично, при фиксированном векторе $b = (b_i)$ определяются значения $a = (a_j)$:

$$a_j = \frac{\sum_{i=1}^m b_i x_{ij}}{\sum_{i=1}^m b_i^2}.$$

В качестве начального приближения вектора a берётся случайный вектор единичной длины, вычисляем вектор b , далее для этого вектора b вычисляем вектор a и т. д. Каждый шаг уменьшает значение $F(b, a)$. В качестве критерия остановки используется малость относительного уменьшения значения минимизируемого функционала $F(b, a)$ за шаг итерации ($\Delta F / F$) или малость самого значения F .

В результате для матрицы $X = (x_{ij})$ получается наилучшее приближение матрицей P_1 вида $b^1 \otimes a^1 = (b_i^1 a_j^1)$ (здесь верхним индексом обозначен номер приближения). Далее, из матрицы X вычитается полученная матрица P_1 , и для полученной матрицы уклонений $X_1 = X - P_1$ вновь ищется наилучшее приближение P_2 этого же вида и т. д., пока, например, норма X_k не станет

достаточно малой. В результате получили итерационную процедуру разложения матрицы X в виде суммы матриц ранга 1, то есть $X = P_1 + P_2 + \dots + P_q$ ($P_l = b^l \otimes a^l$).

Полагаем $\sigma_l = \|a^l\| \|b^l\|$ и нормируем векторы a^l, b^l : $a^l := a^l / \|a^l\|$; $b^l := b^l / \|b^l\|$. В результате получена аппроксимация сингулярных чисел σ_l и сингулярных векторов (правых — a^l и левых — b^l).

К достоинствам этого алгоритма относится его простота и возможность почти без изменений перенести его на данные с пробелами, а также взвешенные данные.

Существуют различные модификации базового алгоритма, улучшающие точность и устойчивость. Например, векторы главных компонент a^l при разных l должны быть ортогональны «по построению», однако при большом числе итераций (большая размерность, много компонент) малые отклонения от ортогональности накапливаются и может потребоваться специальная коррекция a^l на каждом шаге, обеспечивающая его ортогональность ранее найденным главным компонентам.

Для квадратных симметричных положительно определённых матриц описанный алгоритм превращается в метод прямых итераций для поиска собственных векторов.

Сингулярное разложение тензоров и тензорный метод главных компонент

Часто вектор данных имеет дополнительную структуру прямоугольной таблицы (например, плоское изображение) или даже многомерной таблицы — то есть тензора: $x_{i_1 i_2 \dots i_q}$, $1 \leq i_j \leq n_j$. В этом случае также эффективно применять сингулярное разложение. Определение, основные формулы и алгоритмы переносятся практически без изменений: вместо матрицы данных имеем $q + 1$ -индексную величину $X = (x_{i_0 i_1 i_2 \dots i_q})$, где первый индекс i_0 -номер точки (тензора) данных.

Основная процедура — поиск наилучшего приближения тензора $x_{i_0 i_1 i_2 \dots i_q}$ тензором вида $a_{i_0}^0 a_{i_1}^1 a_{i_2}^2 \dots a_{i_q}^q$ (где $a^0 = (a_{i_0}^0)$ — m -мерный вектор (m — число точек данных), $a^l = (a_{i_l}^l)$ — вектор размерности n_l при $l > 0$) методом наименьших квадратов:

$$F = \frac{1}{2} \sum_{i_0=1}^m \sum_{i_1=1}^{n_1} \dots \sum_{i_q=1}^{n_q} (x_{i_0 i_1 \dots i_q} - a_{i_0}^0 a_{i_1}^1 \dots a_{i_q}^q)^2 \rightarrow \min$$

Решение этой задачи дается последовательными итерациями по явным формулам. Если заданы все векторы-сомножители кроме одного $a_{i_k}^k$, то этот оставшийся определяется явно из достаточных условий минимума.

$$a_{i_k}^k = \frac{\sum_{i_0=1}^m \sum_{i_1=1}^{n_1} \dots \sum_{i_{k-1}=1}^{n_{k-1}} \sum_{i_{k+1}=1}^{n_{k+1}} \dots \sum_{i_q=1}^{n_q} x_{i_0 i_1 \dots i_{k-1} i_{k+1} \dots i_q} a_{i_0}^0 a_{i_1}^{k-1} a_{i_{k+1}}^{k+1} \dots a_{i_q}^q}{\prod_{j \neq k} \|a^j\|^2}$$

В качестве начального приближения векторов $a^l = (a_{i_l}^l) (l > 0)$ берутся случайные векторы единичной длины, вычислим вектор a^0 , далее для этого вектора a^0 и данных векторов a^2, a^3, \dots вычисляется вектор a^1 и так далее (циклически перебирая индексы). Каждый шаг уменьшает значение $F(b, a)$. Алгоритм сходится. В качестве критерия остановки используется малость относительного уменьшения значения минимизируемого функционала F за цикл или малость самого значения F . Далее, из тензора X вычитается полученное приближение $a_{i_0}^0 a_{i_1}^1 a_{i_2}^2 \dots a_{i_q}^q$ и для остатка вновь ищется наилучшее приближение этого же вида и т. д., пока, например, норма очередного остатка не станет достаточно малой.

Это многокомпонентное сингулярное разложение (тензорный метод главных компонент) успешно применяется при обработке изображений, видеосигналов, и, шире, любых данных, имеющих табличную или тензорную структуру в формализованных понятиях.

1.5.1.4. Матрица преобразования к главным компонентам

Матрица A преобразования данных к главным компонентам состоит из векторов главных компонент, расположенных в порядке убывания собственных значений:

$$A = \{a_1, \dots, a_n\}^T \quad (T \text{ означает транспонирование}),$$

причём

$$AA^T = 1.$$

То есть, матрица A является ортогональной.

Ортогональная матрица — квадратная матрица A с вещественными элементами, результат умножения которой на A^T равен единичной матрице:^[1]

$$AA^T = A^T A = E,$$

или, что эквивалентно, её обратная матрица равна транспонированной матрице:

$$A^{-1} = A^T.$$

Большая часть вариации данных будет сосредоточена в первых координатах, что позволяет перейти к пространству меньшей размерности.

1.5.1.5. Остаточная дисперсия

Пусть данные центрированы, $\bar{X} = 0$. При замене векторов данных x_i на их проекцию на первые k главных компонент

$$x_i \mapsto \sum_{j=1}^k a_j(a_j, x_i)$$

вносится средний квадрат ошибки в расчете на один вектор данных:

$$\frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \left\| x_i - \sum_{j=1}^k a_j(a_j, x_i) \right\|^2 = \sum_{l=k+1}^n \lambda_l,$$

где $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_n \geq 0$ собственные значения эмпирической ковариационной матрицы C , расположенные в порядке убывания, с учетом кратности.

Эта величина называется *остаточной дисперсией*. Величина

$$\frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \left\| \sum_{j=1}^k a_j(a_j, x_i) \right\|^2 = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^k (a_j, x_i)^2 = \sum_{l=1}^k \lambda_l$$

называется *объяснённой дисперсией*. Их сумма равна выборочной дисперсии. Соответствующий квадрат относительной ошибки — это отношение остаточной дисперсии к выборочной дисперсии (то есть *доля необъяснённой дисперсии*):

$$\delta_k^2 = \frac{\lambda_{k+1} + \lambda_{k+2} + \dots + \lambda_n}{\lambda_1 + \lambda_2 + \dots + \lambda_n}.$$

По относительной ошибке δ_k оценивается применимость метода главных компонент с проецированием на первые k компонент.

Замечание: в большинстве вычислительных алгоритмов собственные числа λ_i с соответствующими собственными векторами — главными компонентами a_i вычисляются в порядке «от больших λ_i — к меньшим». Для вычисления δ_k достаточно вычислить первые k собственных чисел и след эмпирической ковариационной матрицы C ,

$\text{tr } C$ (сумму диагональных элементов C , то есть дисперсий по осям).
Тогда

$$\delta_k^2 = \frac{1}{\text{tr } C} \left(\text{tr } C - \sum_{i=1}^k \lambda_i \right).$$

1.5.1.6. Отбор главных компонент по правилу Кайзера

Целевой подход к оценке числа главных компонент по необходимой доле объяснённой дисперсии формально применим всегда, однако неявно он предполагает, что нет разделения на «сигнал» и «шум», и любая заранее заданная точность имеет смысл. Поэтому часто более продуктивна иная эвристика, основывающаяся на гипотезе о наличии «сигнала» (сравнительно малая размерность, относительно большая амплитуда) и «шума» (большая размерность, относительно малая амплитуда). С этой точки зрения метод главных компонент работает как фильтр: сигнал содержится, в основном, в проекции на первые главные компоненты, а в остальных компонентах пропорция шума намного выше.

Вопрос: как оценить число необходимых главных компонент, если отношение «сигнал/шум» заранее неизвестно?

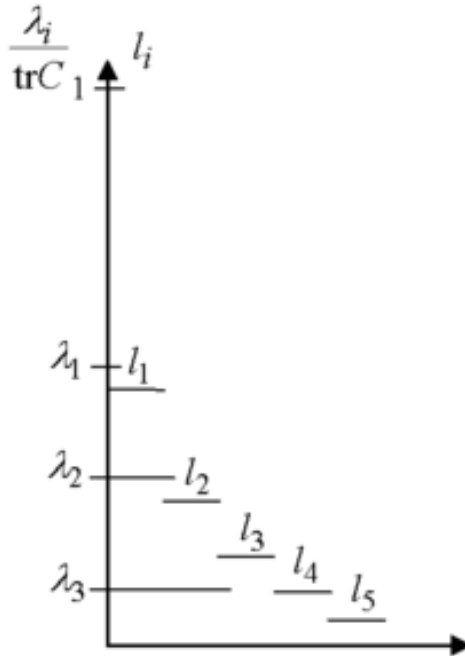
Простейший метод отбора главных компонент даёт **правило Кайзера** (англ. *Kaiser's rule*): значимы те главные компоненты, для которых

$$\lambda_i > \frac{1}{n} \text{tr } C,$$

то есть λ_i превосходит среднее значение λ (среднюю выборочную дисперсию координат вектора данных). Правило Кайзера хорошо работает в простых случаях, когда есть несколько главных компонент с λ_i , намного превосходящими среднее значение, а остальные собственные числа меньше него. В более сложных случаях оно может давать слишком много значимых главных компонент. Если данные нормированы на единичную выборочную дисперсию по осям, то

правило Кайзера приобретает особо простой вид: значимы только те главные компоненты, для которых $\lambda_i > 1$.

1.5.1.7. Оценка числа главных компонент по правилу сломанной трости



Пример: оценка числа главных компонент по правилу сломанной трости в размерности 5.

Одним из наиболее популярных эвристических подходов к оценке числа необходимых главных компонент является **правило сломанной трости** (англ. *Broken stick model*). Набор нормированных на единичную сумму собственных чисел ($\lambda_i / \text{tr}C$, $i = 1, \dots, n$) сравнивается с распределением длин обломков трости единичной длины, сломанной в $n - 1$ -й случайно выбранной точке (точки разлома выбираются независимо и равномерно распределены по длине трости). Пусть L_i

$(i = 1, \dots, n)$ — длины полученных кусков трости, занумерованные в порядке убывания длины: $L_1 \geq L_2 \geq \dots L_n$. Нетрудно найти математическое ожидание L_i :

$$l_i = E(L_i) = \frac{1}{n} \sum_{j=i}^n \frac{1}{j}.$$

По правилу сломанной трости k -й собственный вектор (в порядке убывания собственных чисел λ_i) сохраняется в списке главных компонент, если

$$\frac{\lambda_1}{\text{tr } C} > l_1 \text{ and } \frac{\lambda_2}{\text{tr } C} > l_2 \text{ and } \dots \frac{\lambda_k}{\text{tr } C} > l_k.$$

На Рис. приведён пример для 5-мерного случая:

$$l_1=(1+1/2+1/3+1/4+1/5)/5; \quad l_2=(1/2+1/3+1/4+1/5)/5;$$

$$l_3=(1/3+1/4+1/5)/5; \quad l_4=(1/4+1/5)/5; \quad l_5=(1/5)/5.$$

Для примера выбрано

$$\frac{\lambda_1}{\text{tr } C}=0.5; \quad \frac{\lambda_2}{\text{tr } C}=0.3; \quad \frac{\lambda_3}{\text{tr } C}=0.1; \quad \frac{\lambda_4}{\text{tr } C}=0.06; \quad \frac{\lambda_5}{\text{tr } C}=0.04.$$

По правилу сломанной трости в этом примере следует оставлять 2 главных компоненты:

$$\frac{\lambda_1}{\text{tr } C} > l_1; \quad \frac{\lambda_2}{\text{tr } C} > l_2; \quad \frac{\lambda_3}{\text{tr } C} < l_3.$$

По оценкам пользователей, правило сломанной трости имеет тенденцию занижать количество значимых главных компонент.

1.5.1.8. Нормировка

Нормировка после приведения к главным компонентам

После проецирования на первые k главных компонент с $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_k > 0$ удобно произвести нормировку на единичную (выборочную) дисперсию по осям. Дисперсия вдоль i -й главной компоненты равна $\lambda_i > 0$ ($1 \leq i \leq k$), поэтому для нормировки надо разделить соответствующую координату на $\sqrt{\lambda_i}$. Это преобразование не является ортогональным и не сохраняет скалярного произведения. Ковариационная матрица проекции данных после нормировки становится единичной, проекции на любые два ортогональных направления становятся независимыми величинами, а любой ортонормированный базис становится базисом главных компонент (напомним, что нормировка меняет отношение ортогональности векторов). Отображение из пространства исходных данных на первые k главных компонент вместе с нормировкой задается матрицей

$$K = \left\{ \frac{a_1}{\sqrt{\lambda_1}}, \frac{a_2}{\sqrt{\lambda_2}}, \dots, \frac{a_k}{\sqrt{\lambda_k}} \right\}^T.$$

Это преобразование чаще всего называется преобразованием Кархунена — Лозва. Здесь a_i — векторы-столбцы, а верхний индекс T означает транспонирование.

Нормировка до вычисления главных компонент

Замечание: не следует путать нормировку, проводимую после преобразования к главным компонентам, с нормировкой и «обезразмериванием» при *предобработке данных*, проводимой до вычисления главных компонент. Предварительная нормировка нужна для обоснованного выбора метрики, в которой будет вычисляться наилучшая аппроксимация данных, или будут искаться направления наибольшего разброса (что эквивалентно). Например, если данные представляют собой трёхмерные векторы из «метров, литров и

килограмм», то при использовании стандартного евклидова расстояния разница в 1 метр по первой координате будет вносить тот же вклад, что разница в 1 литр по второй, или в 1 кг по третьей. Обычно системы единиц, в которых представлены исходные данные, недостаточно точно отображают наши представления о естественных масштабах по осям, и проводится «обезразмеривание»: каждая координата делится на некоторый масштаб, определяемый данными, целями их обработки и процессами измерения и сбора данных.

Есть три существенно различных стандартных подхода к такой нормировке: на *единичную дисперсию* по осям (масштабы по осям равны средним квадратичным уклонениям — после этого преобразования ковариационная матрица совпадает с матрицей коэффициентов корреляции), на *равную точность измерения* (масштаб по оси пропорционален точности измерения данной величины) и на *равные требования* в задаче (масштаб по оси определяется требуемой точностью прогноза данной величины или допустимым её искажением — уровнем толерантности). На выбор предобработки влияют содержательная постановка задачи, а также условия сбора данных (например, если коллекция данных принципиально не завершена и данные будут ещё поступать, то нерационально выбирать нормировку строго на единичную дисперсию, даже если это соответствует смыслу задачи, поскольку это предполагает перенормировку всех данных после получения новой порции; разумнее выбрать некоторый масштаб, грубо оценивающий стандартное отклонение, и далее его не менять).

Предварительная нормировка на единичную дисперсию по осям разрушается поворотом системы координат, если оси не являются главными компонентами, и нормировка при предобработке данных не заменяет нормировку после приведения к главным компонентам.

1.5.1.9. Механическая аналогия и метод главных компонент для взвешенных данных

Если сопоставить каждому вектору данных единичную массу, то эмпирическая ковариационная матрица C совпадёт с тензором инерции этой системы точечных масс (делённым на полную массу m), а задача о главных компонентах — с задачей приведения тензора инерции к главным осям. Можно использовать дополнительную свободу в выборе значений масс для учета важности точек данных или надежности их

значений (важным данным или данным из более надежных источников приписываются бóльшие массы). Если **вектору данных x_l придаётся масса w_l** , то вместо эмпирической ковариационной матрицы C получим

$$C^w = [c_{ij}^w], \quad c_{ij}^w = \frac{1}{\sum_l w_l} \sum_{l=1}^m w_l (x_{li} - \bar{X}_i)(x_{lj} - \bar{X}_j).$$

Все дальнейшие операции по приведению к главным компонентам производятся так же, как и в основной версии метода: ищется ортонормированный собственный базис C^w , упорядочивается по убыванию собственных значений, оценивается средневзвешенная ошибка аппроксимации данных первыми k компонентами (по суммам собственных чисел C^w), проводится нормировка и так далее.

Более общий способ взвешивания даёт **максимизация взвешенной суммы попарных расстояний** между проекциями. Для каждой двух точек данных, x_l, x_q вводится вес d_{lq} ; $d_{lq} = d_{ql}$ и $d_l = \sum_{q=1}^m d_{lq}$. Вместо эмпирической ковариационной матрицы C используется

$$C^d = [c_{ij}^d], \quad c_{ij}^d = \sum_{l=1}^m d_l (x_{li} - \bar{X}_i)(x_{lj} - \bar{X}_j) - \sum_{l \neq q, l, q=1}^m d_{lq} (x_{li} - \bar{X}_i)(x_{qj} - \bar{X}_j).$$

При $d_{lq} > 0$ симметричная матрица C^d положительно определена, поскольку положительна квадратичная форма:

$$\sum_{ij} c_{ij}^d a_i a_j = \frac{1}{2} \sum_{lq} d_{lq} \left(\sum_i a_i (x_{li} - x_{qi}) \right)^2.$$

Далее ищем ортонормированный собственный базис C^d , упорядочиваем его по убыванию собственных значений, оцениваем средневзвешенную ошибку аппроксимации данных первыми k компонентами и т. д. — в точности так же, как и в основном алгоритме.

Этот способ применяется при наличии классов: для x_l, x_q из разных классов вес d_{lq} вес выбирается бóльшим, чем для точек одного класса. В результате, в проекции на взвешенные главные компоненты различные классы «раздвигаются» на большее расстояние.

Другое применение — снижение влияния больших уклонений, так называемых аутлайеров (англ. *outlier*), которые могут исказить картину из-за использования среднеквадратичного расстояния: если выбрать $d_{lq} = 1/\|x_l - x_q\|$, то влияние больших уклонений будет уменьшено. Таким образом, описанная модификация метода главных компонент является более робастной, чем классическая.

Понятие робастности

Под робастностью в статистике понимают *нечувствительность* к различным отклонениям и неоднородностям в выборке, связанным с теми или иными, в общем случае неизвестными, причинами. Это могут быть ошибки детектора, регистрирующего наблюдения, чьи-то добросовестные или намеренные попытки «подогнать» выборку до того, как она попадёт к статистику, ошибки оформления, вкравшиеся опечатки и многое другое. Например, наиболее робастной оценкой параметра сдвига закона распределения является медиана, что на интуитивном уровне вполне очевидно (для строгого доказательства следует воспользоваться тем, что медиана является усечённой М-оценкой). Помимо непосредственно «бракованных» наблюдений также может присутствовать некоторое количество наблюдений, подчиняющихся другому распределению. Ввиду условности законов распределений, а это не более, чем модели описания, сама по себе выборка может содержать некоторые расхождения с идеалом.

Тем не менее, параметрический подход настолько вжился, доказав свою простоту и целесообразность, что нелепо от него отказываться. Поэтому и возникла необходимость приспособить старые модели к новым задачам.

Стоит отдельно подчеркнуть и не забывать, что отбракованные наблюдения нуждаются в отдельном, более пристальном внимании. Наблюдения, кажущиеся «плохими» для одной гипотезы, могут вполне соответствовать другой. Наконец, отнюдь не всегда резко выделяющиеся наблюдения являются «браком». Одно такое

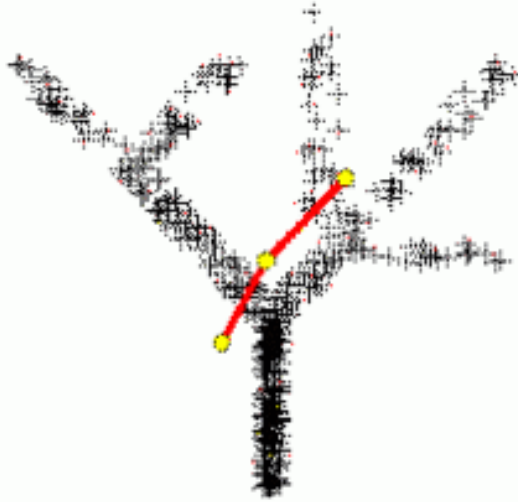
наблюдение для геномной инженерии, к примеру, стоит миллионов других, мало отличающихся друг от друга.

1.5.1.10. Специальная терминология

В теории понятий при использовании метода главных компонент будем использовать несколько специальных терминов.

- *Матрица данных* — $\mathbf{X} = \{x_1, \dots, x_m\}^T$; каждая строка — вектор *предобработанных данных (центрированных и правильно нормированных)*, число строк — m (число векторов данных), число столбцов — n (размерность пространства данных);
- *Матрица нагрузок* (англ. *loadings*) — $\mathbf{P} = \{a_1, \dots, a_k\}$; каждый столбец — вектор главных компонент, число строк — n (размерность пространства данных), число столбцов — k (число векторов главных компонент, выбранных для проецирования);
- *Матрица счетов* (англ. *scores*) — $\mathbf{T} = [t_{ij}]; t_{ij} = (x_i, a_j)$; каждая строка — проекция вектора данных на k главных компонент; число строк — m (число векторов данных), число столбцов — k (число векторов главных компонент, выбранных для проецирования);
- *Матрица Z-счетов* ({{lang-en|Z-scores}) $\mathbf{Z} = [z_{ij}]; z_{ij} = \frac{(x_i, a_j)}{\sqrt{\lambda_j}}$; каждая строка — проекция вектора данных на k главных компонент, нормированная на единичную выборочную дисперсию; число строк — m (число векторов данных), число столбцов — k (число векторов главных компонент, выбранных для проецирования);
- *Матрица ошибок (или остатков)* (англ. *errors* или *residuals*) - $\mathbf{E} = \mathbf{X} - \mathbf{TP}^T$.
- Основная формула: $\mathbf{X} = \mathbf{TP}^T + \mathbf{E}$.

1.5.1.11. Пределы применимости и ограничения эффективности метода



Построение ветвящихся главных компонент методом топологических грамматик. Крестики — точки данных, красное дерево с желтыми узлами — аппроксимирующий дендрит.

Метод главных компонент применим всегда. Однако метод не всегда эффективно снижает размерность при заданных ограничениях на точность δ_k . Прямые и плоскости не всегда обеспечивают хорошую аппроксимацию. Например, данные могут с хорошей точностью следовать какой-нибудь кривой, а эта кривая может быть сложно расположена в пространстве данных. В этом случае метод главных компонент для приемлемой точности потребует нескольких компонент (вместо одной), или вообще не даст снижения размерности при приемлемой точности. Для работы с такими «кривыми» главными компонентами изобретен **метод главных многообразий** и различные версии **нелинейного метода главных компонент**. Больше неприятностей могут доставить данные сложной топологии. Для их аппроксимации также изобретены различные методы, например самоорганизующиеся карты Кохонена, нейронный газ или топологические грамматика. Если данные статистически порождены с

распределением, сильно отличающимся от нормального, то для аппроксимации распределения полезно перейти от главных компонент к *независимым компонентам*, которые уже не ортогональны в исходном скалярном произведении. Наконец, для изотропного распределения (даже нормального) вместо эллипсоида рассеяния получаем шар, и уменьшить размерность методами аппроксимации невозможно.

1.5.1.12. Примеры использования

Визуализация данных в понятиях

Визуализация данных в понятиях — представление в наглядной форме данных эксперимента или результатов теоретического исследования при образовании понятий.

Первым выбором в визуализации множества данных является ортогональное проецирование на плоскость первых двух главных компонент (или 3-мерное пространство первых трёх главных компонент). Плоскость проектирования является, по сути плоским двумерным «экраном», расположенным таким образом, чтобы обеспечить «картинку» данных с наименьшими искажениями. Такая проекция будет оптимальна (среди всех ортогональных проекций на разные двумерные экраны) в трех отношениях:

1. Минимальна сумма квадратов расстояний от точек данных до проекций на плоскость первых главных компонент, то есть экран расположен максимально близко по отношению к облаку точек.
2. Минимальна сумма искажений квадратов расстояний между всеми парами точек из облака данных после проецирования точек на плоскость.
3. Минимальна сумма искажений квадратов расстояний между всеми точками данных и их «центром тяжести».

Визуализация данных является одним из наиболее широко используемых приложений метода главных компонент и его нелинейных обобщений.

Компрессия изображений и видео

Для уменьшения пространственной избыточности пикселей при кодировании (моделировании) изображений и видео используется линейные преобразования блоков пикселей. Последующие квантования полученных коэффициентов и кодирование без потерь позволяют получить значительные коэффициенты сжатия. Использование преобразования PCA в качестве линейного преобразования является для некоторых типов данных оптимальным с точки зрения размера полученных данных при одинаковом искажении.

Подавление шума на изображениях

Основная суть метода — при удалении шума из блока пикселей представить окрестность этого блока в виде набора точек в многомерном пространстве, применить к нему PCA и оставить только первые компоненты преобразования. При этом предполагается, что в первых компонентах содержится основная полезная информация, оставшиеся же компоненты содержат ненужный шум. Применив обратное преобразование после редукции базиса главных компонент, мы получим изображение без шума.

Индексация видео

Основная идея — представить при помощи PCA каждый кадр видео несколькими значениями, которые в дальнейшем будут использоваться при построении базы данных и запросам к ней. Столь существенная редукция данных позволяет значительно увеличить скорость работы и устойчивость к ряду искажений в видео.

Биоинформатика

Метод главных компонент интенсивно используется в биоинформатике для сокращения размерности описания, выделения значимой информации, визуализации данных и др. Один из распространённых вариантов использования — анализ соответствий. На иллюстрациях (Рис. А, Б) *генетический текст* представлен как множество точек в 64-мерном пространстве частот триплетов.

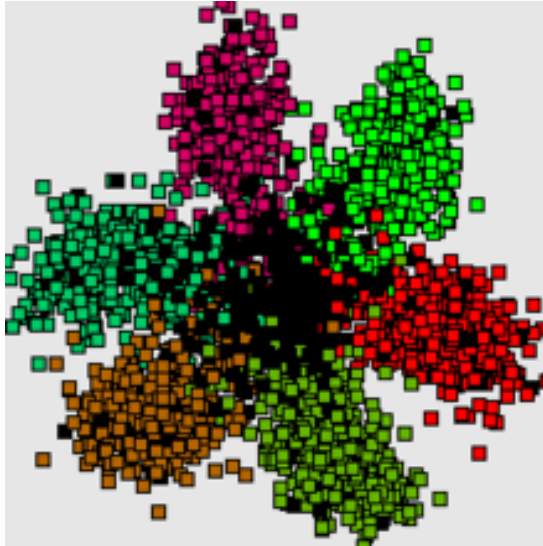


Рис. А. Проекция ДНК-блуждания на первые 2 главные компоненты для генома бактерии *Streptomyces coelicolor*

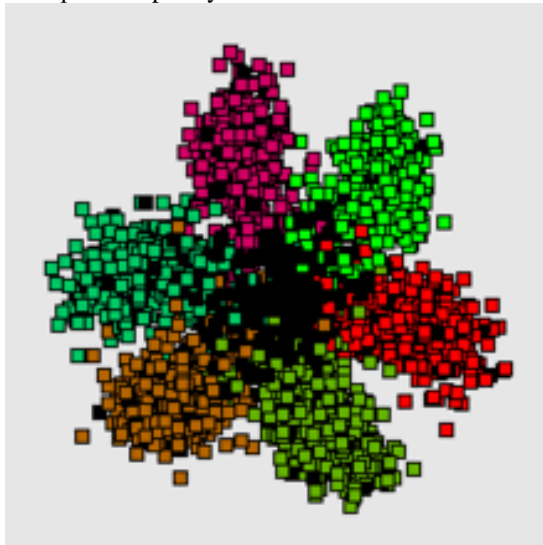


Рис. Б. Проекция ДНК-блуждания на первые 3 главные компоненты для генома бактерии *Streptomyces coelicolor*. Вращение применяется для визуализации трехмерной конфигурации

Каждая точка соответствует фрагменту ДНК в скользящем окне длиной 300 нуклеотидов (ДНК-блуждание). Этот фрагмент разбивается на неперекрывающиеся триплеты, начиная с первой позиции. Относительные частоты этих триплетов в фрагменте и составляют 64-мерный вектор. На Рис. А представлена проекция на первые 2 главные компоненты для генома бактерии *Streptomyces coelicolor*. На Рис. Б представлена проекция на первые 3 главные компоненты. Оттенками красного и коричневого выделены фрагменты кодирующих последовательностей в прямой цепи ДНК, а оттенками зелёного выделены фрагменты кодирующих последовательностей в обратной цепи ДНК. Чёрным помечены фрагменты, принадлежащие некодирующей части. Анализ методом главных компонент большинства известных бактериальных геномов представлен на специализированном сайте^[20].

Хеометрика

Метод главных компонент — один из основных методов в хеометрике. Позволяет разделить матрицу исходных данных X на две части: «содержательную» и «шум».

Хеометрика (от англ. *chemistry* — «химия», и *-metrics* как в «эконометрике» или «психометрии») — раздел аналитической химии, ставящий целью получение химических данных с помощью математических методов обработки и добычи данных.

Хеометрический подход к анализу данных все активнее применяется для решения различных задач. Основанная изначально для использования математических методов в химии, сейчас хеометрика широко используется и в смежных областях науки: физике, биологии, медицине, везде, где есть необходимость в анализе большого количества данных и поиске различного рода закономерностей.

Варианты определений

Однозначного определения что же такое хеометрика на сегодняшний момент нет и вряд ли когда появится.

- Одно из наиболее популярных принадлежит Д. Массарту (D.L. Massart: *Chemometrics: a textbook*, Elsevier, NY, 1988) и звучит как:

«**Хеометрика** — это химическая дисциплина, применяющая математические, статистические и другие методы, основанные на формальной логике, для построения или отбора оптимальных методов измерения и планов эксперимента, а также для извлечения наиболее важной информации при анализе экспериментальных данных»

- В проекте Устава Российского хеометрического общества даётся следующее определение хеометрики:

«**Хеометрика** — это научная дисциплина, находящаяся на стыке химии и математики, предметом которой являются математические методы изучения химических явлений»

- В Aberystwyth Chemometrics предлагается более широкое определение:

«**Chemometrics** is the discipline concerned with the application of statistical and mathematical methods to chemical data (Martens & Næs, 1989)»

- На WEB-site School of Chemistry at the University of Bristol имеется следующее определение:

Chemometrics which is «the application of computational and mathematical methods to the solution of problems in chemical data analysis»

- Web-site Pacific Northwest Laboratories даёт другое определение хеометрики:

«**Chemometrics** is the science of relating measurements made on a chemical system or process to the state of the system via application of mathematical or statistical methods»

Психодиагностика

Психодиагностика (от греч. ψυχή — душа, и греч. διαγνωστικός — способный распознавать) — отрасль психологии, разрабатывающая теорию, принципы и инструменты оценки и измерения индивидуально-психологических особенностей личности.

Психодиагностика является одной из наиболее разработанных областей приложения метода главных компонент. Стратегия использования основывается на гипотезе об *автоинформативности* экспериментальных данных, которая подразумевает, что **диагностическую модель (модель понятия) можно создать путем аппроксимации геометрической структуры множества объектов в пространстве исходных признаков**. Хорошую линейную диагностическую модель удастся построить, когда значительная часть исходных признаков внутренне согласованна (хорошо скоррелирована). Если эта внутренняя согласованность отражает искомый *психологический конструкт*, то параметры линейной диагностической модели (веса признаков) дает метод главных компонент.

Эконометрика

Эконометрика — наука, изучающая количественные и качественные экономические взаимосвязи с помощью математических и статистических методов и моделей. Современное определение предмета эконометрики было выработано в уставе Эконометрического общества, которое главными целями назвало использование статистики и математики для развития экономической теории. Теоретическая эконометрика рассматривает статистические свойства оценок и испытаний, в то время как прикладная эконометрика занимается применением эконометрических методов для оценки экономических теорий. Эконометрика даёт инструментарий для экономических измерений, а также **методологию оценки параметров моделей** микро- и макроэкономики. Кроме того, эконометрика активно используется для прогнозирования экономических процессов как в масштабах экономики в целом, так и на уровне отдельных предприятий. При этом эконометрика является частью экономической теории, наряду с макро- и микроэкономикой.

Термин «эконометрика» состоит из двух частей: «эконо» — от «экономика» и «метрика» — от «измерение». Эконометрика входит в обширное семейство дисциплин, посвящённых измерениям и применению статистических методов в различных областях науки и практики. К этому семейству относятся, в частности, биометрия, технометрика, наукометрия, психометрия, хемометрия, квалиметрия. Особняком стоит социометрия — этот термин закрепился за статистическими методами анализа взаимоотношений в малых группах, то есть за небольшой частью такой дисциплины, как статистический анализ в социологии и психологии.

Метод главных компонент — один из ключевых инструментов эконометрики, он применяется для наглядного представления данных, обеспечения лаконизма моделей, упрощения счёта и интерпретации, сжатия объёмов хранимой информации. Метод обеспечивает максимальную информативность и минимальное искажение геометрической структуры исходных данных.

Социология

В социологии метод необходим для решения первых двух основных задач:

1. анализ данных (описание результатов опросов или других исследований, представленных в виде массивов числовых данных);
2. описание социальных явлений (построение моделей явлений, в том числе и математических моделей).

Политология

В политологии метод главных компонент был основным инструментом проекта «Политический атлас современности» для линейного и нелинейного анализа рейтингов 192 стран мира по пяти специально разработанным интегральным индексам (уровня жизни, международного влияния, угроз, государственности и демократии). Для картографии результатов этого анализа разработана специальная геоинформационная система, **объединяющая географическое пространство с пространством признаков**. Также созданы карты данных политического атласа, использующие в качестве подложки двумерные главные многообразия в пятимерном пространстве стран.

Отличие карты данных от географической карты заключается в том, что на географической карте рядом оказываются объекты, которые имеют сходные географические координаты, в то время как на карте данных рядом оказываются объекты (страны) с похожими признаками (индексами).

Сокращение размерности динамических моделей

Проклятие размерности затрудняет моделирование сложных систем. **Сокращение размерности модели — необходимое условие успеха моделирования.** Для достижения этой цели создана разветвленная математическая технология. Метод главных компонент также используется в этих задачах (часто под названием *истинное* или *собственное ортогональное разложение* — англ. *proper orthogonal decomposition (POD)*). Например, при описании динамики турбулентности динамические переменные — поле скоростей — принадлежат бесконечномерному пространству (или, если представлять поле его значениями на достаточно мелкой сетке, — конечномерному пространству большой размерности). Можно набрать большую коллекцию мгновенных значений полей и применить к этому множеству многомерных «векторов данных» метод главных компонент. Эти главные компоненты называются также *эмпирические собственные векторы*. В некоторых случаях (*структурная турбулентность*) метод дает впечатляющее сокращение размерности. Другие области применения этой техники сокращения динамических моделей чрезвычайно разнообразны — от теоретических основ понятий до химической технологии, океанологии и климатологии.

1.5.1.13. Альтернативы и обобщения

Метод главных компонент — наиболее распространённый подход к снижению размерности^[en], однако существуют и другие способы, в частности, метод независимых компонент, многомерное шкалирование, а также многочисленные нелинейные обобщения: метод главных кривых и многообразий, метод упругих карт, поиск наилучшей проекции (англ. *Projection Pursuit*), нейросетевые методы «узкого горла», самоорганизующиеся карты Кохонена.

Многомерное шкалирование

Многомерное шкалирование - метод анализа данных, позволяющий располагать точки, соответствующие изучаемым объектам (шкалируемые объекты), в некотором (как правило, евклидовом) многомерном "признаковом" пространстве, так, чтобы попарные расстояния между точками в этом пространстве как можно меньше отличались от эмпирически измеренных попарных мер "близости" этих изучаемых объектов. Каждой оси этого пространства соответствует шкала, например интервальная. Критерий отличия этих двух величин называется функцией стресса. Если элементы матрицы близостей получены по интервальным шкалам, метод многомерного шкалирования называется метрическим. Когда аналогичные шкалы являются порядковыми, метод многомерного шкалирования называется неметрическим.

Области применения

- Поиск скрытых переменных, объясняющих полученную из опыта структуру попарных расстояний между изучаемыми явлениями.
- Проверка гипотез о расположении изучаемых объектов, процессов, явлений в пространстве скрытых переменных.
- Сжатие полученного опытным путем массива данных путём использования небольшого числа скрытых переменных.
- Наглядное представление данных.

Функция расстояния

Функцией расстояния называется функция от двух аргументов, которая двум шкалируемым объектам ставит в соответствие расстояние $d(a_i, a_j)$ между ними так, что выполняются следующие аксиомы:
 $d(a_i, a_j) = 0$ в том и только том случае, когда объекты a_i и a_j совпадают (рефлексивность расстояния), $d(a_i, a_j) = d(a_j, a_i)$ (симметричность расстояния),
 $d(a_i, a_j) + d(a_j, a_k) \geq d(a_i, a_k)$ (правило треугольника).

Функция близости как средство оценки совокупности признаков при образовании понятия

Функция близости менее формализована, так как она является опытной величиной, например, получаемой в ходе социологического опроса.

Это функция $s(a_i, a_j)$ от двух аргументов, которая двум шкалируемым объектам ставит в соответствие расстояние $s(a_i, a_j)$ между ними так, что выполняются следующие аксиомы: $s(a_i, a_j) \geq s(a_i, a_i)$ (объект ближе к самому себе, чем к любому другому объекту), $s(a_i, a_j) = s(a_j, a_i)$ (симметричность близости), для больших значений $s(a_i, a_j)$ и $s(a_j, a_k)$ величина $s(a_i, a_k)$ имеет по крайней мере тот же порядок (ослабленное правило треугольника).

Старшие размерности

Старшие размерности или **пространства старших размерностей** — термин, используемый в топологии многообразий для многообразий размерности ≥ 5 .

В старших размерностях работают важные технические приёмы, связанные с трюком Уитни (например теорема об h -кобордизме), которые значительно упрощают теорию.

Теорема Уитни о вложении утверждает что

Произвольное гладкое m -мерное многообразие со счётной базой допускает гладкое вложение в $2m$ -мерное евклидово пространство.

Этот результат оптимален, например, если m — степень двойки, то m -мерное проективное пространство невозможно вложить в $(2m - 1)$ -мерное евклидово пространство.

Трюк Уитни

Пусть $p \in \mathbb{R}^{2m}$ есть точка самопересечения и $x, y \in M$ такие, что $f(x) = f(y) = p$. Соединим x и y гладкой кривой $c: [0, 1] \rightarrow M$. Тогда $f \circ c$ есть замкнутая кривая в \mathbb{R}^{2m} . Построим отображение $h: D^2 \rightarrow \mathbb{R}^{2m}$ с границей $f \circ c$.

В общем положении, h является вложением (как раз здесь мы используем то, что $m \geq 3$). Тогда можно продеформировать многообразие M вдоль вложенного диска так, чтобы точка самопересечения исчезла. В последнее утверждение легко поверить, представив картинку.

Топология многообразий размерности 3 и 4 значительно сложнее. В частности, обобщённая гипотеза Пуанкаре была доказана сначала в старших размерностях, потом в размерности 4 и только в 2002 году — в размерности 3.

Частный случай пространства большой размерности — N -мерное евклидово пространство.

Многомерность пространства

Теодор Калуца впервые предложил ввести в математическую физику пятое измерение, послужившее основой для Теории Калуцы—Клейна. Эта теория — одна из теорий гравитации, модель, позволяющая объединить два фундаментальных физических взаимодействия: гравитацию и электромагнетизм — была впервые опубликована в 1921 году математиком Теодором Калуцей, который расширил пространство Минковского до 5-мерного пространства и получил из уравнений общей теории относительности классические уравнения Максвелла.

В теории струн используются трёхмерные (имеющие вещественную размерность 6) многообразия Калаби — Яу, выступающие как слой компактификации пространства-времени, так что каждой точке четырёхмерного пространства-времени соответствует пространство Калаби — Яу.

Одна из основных проблем при попытке описать процедуру редукции струнных теорий из размерности 26 или 10 в низкоэнергетическую физику размерности 4 заключается в большом количестве вариантов компактификаций дополнительных измерений на многообразия Калаби — Яу и на орбифолды, которые, вероятно, являются частными предельными случаями пространств Калаби — Яу. Большое число возможных решений с конца 1970-х и начала 1980-х годов создало проблему, известную под названием «проблема ландшафта».

На сегодняшний день множество ученых физиков-теоретиков по всему миру исследуют вопрос многомерности пространства. В середине 1990-х Эдвард Виттен и другие физики-теоретики обнаружили веские доказательства того, что различные суперструнные теории представляют собой различные предельные случаи неразработанной пока 11-мерной М-теории.

Как правило, классическая (не квантовая) релятивистская динамика п-бран строится на основе принципа наименьшего действия для многообразия размерности $n+1$ (n пространственных измерений плюс временное), находящегося в пространстве высшей размерности. Координаты внешнего пространства-времени рассматриваются как поля, заданные на многообразии браны. При этом группа Лоренца становится группой внутренней симметрии этих полей.

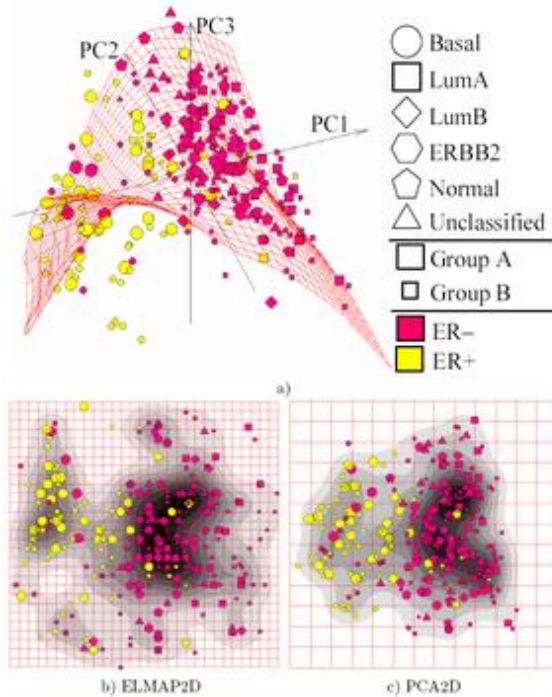
А что, если и в самом деле мы воспринимаем всего 3 из 11 существующих измерений (М-теория)? В таком случае мы просто обречены на поедание крошек со стола космологии. Однако, всегда есть возможность описать то, что мы не можем воспринять непосредственно, с помощью математики. Например, четвертое измерение можно попытаться представить исходя из логики, что три воспринимаемых нами измерения являются относительно четвертого тем же, что и два измерения плоскости относительно объемного восприятия.

Существует множество чисто практических применений теории многомерности пространства. Например, задача об упаковке шаров в n -мерном пространстве стала ключевым звеном в разработке радиокодирующих устройств.

Естественным развитием идеи многомерного пространства является концепция бесконечномерного пространства (Гильбертово пространство).

Упругая карта

Сравнение нелинейного метода главных многообразий и линейного метода главных компонент (МГК) для визуализации данных генетических чипов по экспрессии генов в раке груди: а) Расположение узлов карты и двумерная главная поверхность, спроектированная на трехмерное линейное многообразие первых трех главных компонент. Распределение точек данных искривлено и не может быть адекватно аппроксимировано двумерной главной плоскостью; б) Распределение проекций точек данных во внутренние координаты двумерной нелинейной главной поверхности (ELMap2D) вместе с оценкой плотности точек; в) То же, что и б), но для линейного двумерного главного многообразия (PCA2D).



«Базальный» («basal») подтип рака груди визуализируется более адекватно на нелинейном отображении ELMap2D, а также некоторые

особенности распределения точек данных (такие как, небольшие локальные сгущения плотности) лучше отражены в сравнении с PCA2D. Главные многообразия построены с использованием метода упругих карт.

Упругая карта служит для нелинейного сокращения размерности данных. В многомерном пространстве данных располагается поверхность, которая приближает имеющиеся точки данных и при этом является, по возможности, не слишком изогнутой. Данные проецируются на эту поверхность и потом могут отображаться на ней, как на карте. Ее можно представлять себе как упругую пластину, погруженную в пространство данных и прикрепленную к точкам данных пружинками. Служит обобщением метода главных компонент (в котором вместо упругой пластины используется абсолютно жесткая плоскость).

По построению, упругая карта представляет собой систему упругих пружин, вложенную в многомерное пространство данных. **Эта система аппроксимирует двумерное многообразие.** Изменение коэффициентов упругости системы позволяет пользователю переключаться от совершенно неструктурированной кластеризации методом К-средних (в пределе нулевой упругости) к многообразиям близким к линейным многообразиям главных компонент (в пределе очень больших модулей изгиба и малых модулей растяжения). В промежуточном диапазоне значений коэффициентов упругости, система эффективно аппроксимирует некоторое нелинейное многообразие. Данный подход основывается на аналогии с механикой: главное многообразие, проходящее через «середину» данных, может быть представлено как упругая мембрана или пластинка. Метод был разработан проф., д.ф.-м.н. А. Н. Горбанем, к.т.н. А. Зиновьевым и к.т.н А. Питенко в 1996—2001 гг.

Упругая энергия карты

Пусть набор данных будет представлен множеством векторов S в конечномерном Евклидовом пространстве. «Упругая карта» представлена набором её узлов W_j в том же пространстве. Для каждой точки данных $s \in S$, определяется узел-«хозяин» (host) как ближайший к точке узел карты W_j (если окажется, что ближайших узлов несколько, то выбирается попросту узел с наименьшим

порядковым номером). Набор данных \mathcal{S} делится на классы-таксоны $K_j = \{s \mid W_j \text{ is a host of } s\}$.

Энергия аппроксимации есть попросту среднеквадратичное отклонение от узлов карты

$$D = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^k \sum_{x \in K_j} \|x - W_j\|^2,$$

или, другими словами, есть суммарная упругая энергия пружинок с единичным коэффициентом упругости, соединяющих каждую точку данных с её узлом-«хозяином».

Необходимо ввести следующую дополнительную структуру на множестве узлов. Некоторые пары узлов, (W_i, W_j) , соединены упругими связями-ребрами. Обозначим набор ребер графа как E . Кроме того, будем объединять некоторые тройки узлов, (W_i, W_j, W_k) в «ребра жесткости». Обозначим набор ребер жесткости как G .

Энергия растяжения упругой карты определяется как

$$U_E = \frac{1}{2} \lambda \sum_{(W_i, W_j) \in E} \|W_i - W_j\|^2;$$

Энергия сгиба упругой карты определяется как

$$U_G = \frac{1}{2} \mu \sum_{(W_i, W_j, W_l) \in G} \|W_i - 2W_j + W_l\|^2;$$

где λ и μ являются коэффициентами упругости на растяжение и изгиб соответственно.

Например, в случае двумерной прямоугольной сетки узлов, упругие связи являются вертикальными и горизонтальными ребрами решетки (пары ближайших вершин), в то время как ребра жесткости есть

вертикальные и горизонтальные тройки последовательных (ближайших) узлов.

Энергия упругой карты определена как

$$U = D + U_E + U_G.$$

Мы требуем от вложения карты того, чтобы карта находилась бы в механическом равновесии: карта должна минимизировать энергию упругости U .

Алгоритм максимизации ожидания (EM-алгоритм)

Для заданного разбиения набора данных S на классы K_j , минимизация квадратичного функционала U сводится к задаче решения системы линейных уравнений с разреженной матрицей коэффициентов. Вполне аналогично итеративному алгоритму построения главных компонент или алгоритму метода К-средних, может быть использован прием «расщепления»:

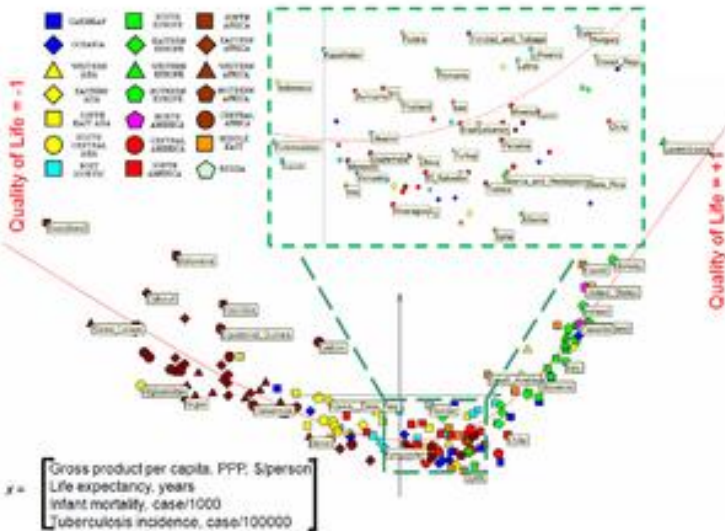
- Для заданного положения узлов $\{W_j\}$ находим $\{K_j\}$;
- Для заданного разбиения $\{K_j\}$ минимизируем U и находим $\{W_j\}$;
- Если конфигурация узлов мало меняется, завершить процесс, иначе повторить итерацию.

Подобный алгоритм максимизации ожидания гарантирует сходимость к локальному минимуму U . Для того, чтобы улучшить аппроксимацию, могут быть использованы различные дополнительные методы: например, стратегия «размягчения». Согласно этому приему, мы должны начать построение карты с очень жесткой системы (малые длины ребер, малые изгибы и большие значения коэффициентов упругости λ и μ), а завершать построение «гибкой» системой (малые значения λ и μ). Обучение карты проходит в несколько этапов, причем каждый этап характеризуется своей упругостью.

Другой вариант стратегии оптимизации может быть назван «растущей сеткой»: построение карты начинается с небольшого числа узлов, и продолжается постепенным добавлением новых узлов, с последующей оптимизацией положения системы на каждом этапе.

Применение

Пример использования главной кривой, построенной методом упругих карт: Нелинейный индекс качества жизни.



Здесь точки представляют собой данные о 171 странах в 4-мерном пространстве сформированном значениями четырёх показателей: валовый доход на душу населения, ожидаемая продолжительность жизни, детская смертность, заболеваемость туберкулезом. Различные формы и цвета точек отображают разные географические местоположения. Толстая красная линия изображает «главную кривую», аппроксимирующую набор данных.

Главные применения метод нашёл в биоинформатике, для разведочного анализа и визуализации многомерных данных, для визуализации данных в экономике, социологии и политологии, как вспомогательный метод для визуализации данных различной природы, привязанных к географической сетке. Метод адаптирован как средство

для систем поддержки принятия решений для отбора, оптимизации и организации биржевых корзин.

1.5.2. Корреляционный анализ

Корреляция (от лат. *correlatio* — соотношение, взаимосвязь), **корреляционная зависимость** — статистическая взаимосвязь двух или нескольких случайных величин (либо величин, которые можно с некоторой допустимой степенью точности считать таковыми). При этом изменения значений одной или нескольких из этих величин сопутствуют систематическому изменению значений другой или других величин. Математической мерой корреляции двух случайных величин служит **корреляционное отношение** η , либо коэффициент корреляции **R** (или **Г**). В случае, если изменение одной случайной величины не ведёт к закономерному изменению другой случайной величины, но приводит к изменению другой статистической характеристики данной случайной величины, то подобная связь не считается корреляционной, хотя и является статистической.

Впервые в научный оборот термин «корреляция» ввёл французский палеонтолог Жорж Кювье в XVIII веке. Он разработал «закон корреляции» частей и органов живых существ, с помощью которого можно восстановить облик ископаемого животного, имея в распоряжении лишь часть его останков. В статистике слово «корреляция» первым стал использовать английский биолог и статистик Фрэнсис Гальтон в конце XIX века.

Некоторые виды коэффициентов корреляции могут быть положительными или отрицательными. В первом случае предполагается, что мы можем определить только наличие или отсутствие связи, а во втором — также и её направление. Если предполагается, что на значениях переменных задано отношение строгого порядка, то *отрицательная корреляция* — корреляция, при которой увеличение одной переменной связано с уменьшением другой. При этом коэффициент корреляции будет отрицательным. *Положительная корреляция* в таких условиях — это такая связь, при которой увеличение одной переменной связано с увеличением другой переменной. Возможна также ситуация отсутствия статистической взаимосвязи — например, для независимых случайных величин.

1.5.2.1. Корреляция и взаимосвязь величин

Значительная корреляция между двумя случайными величинами всегда является свидетельством существования некоторой статистической связи в данной выборке, но эта связь не обязательно должна наблюдаться для другой выборки и иметь причинно-следственный характер. Часто заманчивая простота корреляционного исследования подталкивает исследователя делать ложные интуитивные выводы о наличии причинно-следственной связи между парами признаков, в то время как коэффициенты корреляции устанавливают лишь статистические взаимосвязи. Например, рассматривая пожары в конкретном городе, можно выявить весьма высокую корреляцию между ущербом, который нанёс пожар, и количеством пожарных, участвовавших в ликвидации пожара, причём эта корреляция будет положительной. Из этого, однако, не следует вывод «увеличение количества пожарных приводит к увеличению причинённого ущерба», и тем более не будет успешной попытка минимизировать ущерб от пожаров путём ликвидации пожарных бригад.^[5] В то же время, отсутствие корреляции между двумя величинами ещё не значит, что между ними нет никакой связи. Например, зависимость может иметь сложный нелинейный характер, который корреляция не выявляет.

1.5.2.2. Показатели корреляции

Параметрические показатели корреляции

Ковариация

Ковариация (корреляционный момент, ковариационный момент) в теории вероятностей и математической статистике мера линейной зависимости двух случайных величин.

Важной характеристикой совместного распределения двух случайных величин является **ковариация** (или **корреляционный момент**). Ковариация является совместным центральным моментом второго порядка. Ковариация определяется как математическое ожидание произведения отклонений случайных величин:

$$\text{cov}_{XY} = \mathbf{E} [(X - \mathbf{E}(X))(Y - \mathbf{E}(Y))] = \mathbf{E}(XY) - \mathbf{E}(X)\mathbf{E}(Y),$$

где \mathbf{E} — математическое ожидание.

Свойства ковариации:

- Ковариация двух независимых случайных величин \mathbf{X} и \mathbf{Y} равна нулю.

Доказательство

Так как \mathbf{X} и \mathbf{Y} — независимые случайные величины, то и их отклонения $\mathbf{X} - \mathbf{M}(X)$ и $\mathbf{Y} - \mathbf{M}(Y)$ также независимы. Пользуясь тем, что математическое ожидание произведения независимых случайных величин равно произведению математических ожиданий сомножителей, а математическое ожидание отклонения равно нулю, имеем

$$\text{cov}_{XY} = \mathbf{M}[(X - \mathbf{M}(X))(Y - \mathbf{M}(Y))] = \mathbf{M}(X - \mathbf{M}(X))\mathbf{M}(Y - \mathbf{M}(Y)) = 0.$$

- Абсолютная величина ковариации двух случайных величин \mathbf{X} и \mathbf{Y} не превышает среднего геометрического их дисперсий: $|\text{cov}_{XY}| \leq \sqrt{D_X D_Y}$ ^[9].

Доказательство

Введём в рассмотрение случайную величину $\mathbf{Z}_1 = \sigma_Y \mathbf{X} - \sigma_X \mathbf{Y}$ (где σ — среднеквадратическое отклонение) и найдём её дисперсию $D(\mathbf{Z}_1) = \mathbf{M}[\mathbf{Z} - m_{Z_1}]^2$. Выполнив выкладки получим:

$$D(\mathbf{Z}_1) = 2\sigma^2_X \sigma^2_Y - 2\sigma_X \sigma_Y \text{cov}_{XY}.$$

Любая дисперсия неотрицательна, поэтому

$$2\sigma^2_X \sigma^2_Y - 2\sigma_X \sigma_Y \text{cov}_{XY} \geq 0$$

Отсюда

$$\text{COV}_{XY} \leq \sigma_X \sigma_Y.$$

Введя случайную величину $Z_2 = \sigma_Y X + \sigma_X Y$, аналогично

$$\text{COV}_{XY} \geq -\sigma_X \sigma_Y.$$

Объединив полученные неравенства имеем

$$-\sigma_X \sigma_Y \leq \text{COV}_{XY} \leq \sigma_X \sigma_Y.$$

Или

$$|\text{COV}_{XY}| \leq \sigma_X \sigma_Y.$$

Итак,

$$|\text{COV}_{XY}| \leq \sqrt{D_X D_Y}.$$

- Ковариация имеет размерность, равную произведению размерности случайных величин, то есть величина ковариации зависит от единиц измерения независимых величин. Данная особенность ковариации затрудняет её использование в целях корреляционного анализа.

Линейный коэффициент корреляции

Для устранения недостатка ковариации был введён **линейный коэффициент корреляции** (или **коэффициент корреляции Пирсона**). Коэффициент корреляции рассчитывается по формуле:

$$r_{XY} = \frac{\text{COV}_{XY}}{\sigma_X \sigma_Y} = \frac{\sum(X - \bar{X})(Y - \bar{Y})}{\sqrt{\sum(X - \bar{X})^2 \sum(Y - \bar{Y})^2}}.$$

$$\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n X_t, \quad \bar{Y} = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n Y_t$$

где
выборки. — среднее значение

Коэффициент корреляции изменяется в пределах от минус единицы до плюс единицы.

Доказательство

Разделив обе части двойного неравенства $-\sigma_X \sigma_Y \leq \text{COV}_{XY} \leq \sigma_X \sigma_Y$ на $\sigma_X \sigma_Y$ получим

$$-1 \leq r_{XY} \leq 1.$$

Линейный коэффициент корреляции связан с коэффициентом

$$r_{XY} = a_i \frac{\sigma_{Xi}}{\sigma_Y},$$

регрессии в виде следующей зависимости:

— коэффициент регрессии, σ_{Xi} — среднеквадратическое отклонение соответствующего факторного признака.

Для графического представления подобной связи можно использовать прямоугольную систему координат с осями, которые соответствуют обоим переменным. Каждая пара значений маркируется при помощи определенного символа. Такой график называется «диаграммой рассеяния».

Метод вычисления коэффициента корреляции зависит от вида шкалы, к которой относятся переменные. Так, для измерения переменных с интервальной и количественной шкалами необходимо использовать коэффициент корреляции Пирсона (корреляция моментов произведений). Если по меньшей мере одна из двух переменных имеет порядковую шкалу, либо не является нормально распределённой, необходимо использовать ранговую корреляцию Спирмена или T (тау) Кендалла. В случае, когда одна из двух переменных является дихотомической, используется точечная двухрядная корреляция, а если обе переменные являются дихотомическими: четырёхполевая корреляция. Расчёт коэффициента корреляции между двумя

недихотомическими переменными не лишён смысла только тогда, когда связь между ними линейна (однонаправлена).

Непараметрические показатели корреляции

Коэффициент ранговой корреляции Кендалла

Применяется для выявления взаимосвязи между количественными или качественными показателями, если их можно ранжировать. Значения показателя X выставляются в порядке возрастания и присваивают им ранги. Ранжируют значения показателя Y и рассчитывают коэффициент корреляции Кендалла:

$$\tau = \frac{2S}{n(n-1)},$$

где $S = P - Q$.

P — суммарное число наблюдений, следующих за текущими наблюдениями с **большим** значением рангов Y .

Q — суммарное число наблюдений, следующих за текущими наблюдениями с **меньшим** значением рангов Y . (**равные ранги не учитываются!**)

$$\tau \in [-1; 1]$$

Если исследуемые данные повторяются (имеют одинаковые ранги), то в расчетах используется скорректированный коэффициент корреляции Кендалла:

$$\tau = \frac{S}{\sqrt{\left[\frac{n(n-1)}{2} - U_x\right]\left[\frac{n(n-1)}{2} - U_y\right]}}$$

$$U_x = \frac{\sum t(t-1)}{2}$$

$$U_y = \frac{\sum t(t-1)}{2}$$

t — число связанных рангов в ряду X и Y соответственно.

Коэффициент ранговой корреляции Спирмена

Степень зависимости двух случайных величин (признаков) X и Y может характеризоваться на основе анализа получаемых результатов $(X_1, Y_1), \dots, (X_n, Y_n)$. Каждому показателю X и Y присваивается ранг. Ранги значений X расположены в естественном порядке $i=1, 2, \dots, n$. Ранг Y записывается как R_i и соответствует рангу той пары (X, Y), для которой ранг X равен i . На основе полученных рангов X_i и Y_i рассчитываются их разности d и вычисляется коэффициент корреляции Спирмена:

$$\rho = 1 - \frac{6 \sum d^2}{n(n^2 - 1)}$$

Значение коэффициента меняется от -1 (последовательности рангов полностью противоположны) до $+1$ (последовательности рангов полностью совпадают). *Нулевое значение показывает, что признаки независимы.*

Коэффициент корреляции знаков Фехнера

Подсчитывается количество совпадений и несовпадений знаков отклонений значений показателей от их среднего значения.

$$i = \frac{C - H}{C + H}$$

C — число пар, у которых знаки отклонений значений от их средних совпадают.

H — число пар, у которых знаки отклонений значений от их средних не совпадают.

Коэффициент множественной ранговой корреляции (конкордации)

$$W = \frac{12S}{m^2(n^3 - n)}$$

$$S = \sum_{i=1}^n \left(\sum_{j=1}^m R_{ij} \right)^2 - \frac{(\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m R_{ij})^2}{n}$$

m — число групп, которые ранжируются.

n — число переменных.

R_{ij} — ранг i -фактора у j -единицы.

Значимость:

$$\chi^2 = m(n - 1) * W$$

$$\chi^2_{кр} = (\alpha; (n - 1)(m - 1))$$

$\chi^2 > \chi^2_{кр}$, то гипотеза об отсутствии связи отвергается.

В случае наличия связанных рангов:

$$W = \frac{12S}{m^2(n^3 - n) - m \sum_{j=1}^m (t_j^3 - t_j)}$$

$$\chi^2 = \frac{12S}{mn(n+1) - \frac{\sum_{j=1}^m (t_j^3 - t_j)}{n-1}}$$

Свойства коэффициента корреляции

- Неравенство Коши — Буняковского:

если принять в качестве скалярного произведения двух случайных величин ковариацию $\langle X, Y \rangle = \text{cov}(X, Y)$, то норма случайной величины будет равна $\|X\| = \sqrt{D[X]}$, и следствием неравенства Коши — Буняковского будет:

$$-1 \leq \mathbb{R}_{X,Y} \leq 1.$$

- Коэффициент корреляции равен ± 1 тогда и только тогда, когда X и Y линейно зависимы (исключая события нулевой вероятности, когда несколько точек «выбиваются» из прямой, отражающей линейную зависимость случайных величин):

$$\mathbb{R}_{X,Y} = \pm 1 \Leftrightarrow Y = kX + b, k \neq 0,$$

где $k, b \in \mathbb{R}$. Более того в этом случае знаки $\mathbb{R}_{X,Y}$ и k совпадают:

$$\text{sgn } \mathbb{R}_{X,Y} = \text{sgn } k.$$

Доказательство

Рассмотрим случайные величины X и Y с нулевыми средними, и дисперсиями, равными, соответственно, $\overline{X^2} = \sigma_{X\text{и}}^2$ $\overline{Y^2} = \sigma_Y^2$. Подсчитаем дисперсию случайной величины $\xi = aX + bY$:

$$\sigma_\xi^2 = \overline{(aX + bY)^2} = a^2 \overline{X^2} + b^2 \overline{Y^2} + 2ab \overline{XY}.$$

Если предположить, что коэффициент корреляции

$$\mathbb{R}_{X,Y} = \frac{\overline{XY}}{\sigma_X \sigma_Y} = \pm 1,$$

то предыдущее выражение переписывается в виде

$$\sigma_\xi^2 = a^2 \sigma_X^2 + b^2 \sigma_Y^2 \pm 2ab \sigma_X \sigma_Y = (a\sigma_X \pm b\sigma_Y)^2.$$

Поскольку всегда можно выбрать числа a и b так, чтобы $a\sigma_X \pm b\sigma_Y = 0$ (например, если $\sigma_Y \neq 0$, то берём

$$b = \mp \frac{\sigma_X}{\sigma_Y} a$$

произвольное a и

$\sigma_\xi^2 = 0$, и значит $\xi = aX + bY = 0$ почти наверное. Но это

и означает линейную зависимость между X и Y . Доказательство очевидным образом обобщается на случай величин X и Y с ненулевыми средними, только в вышеприведённых выкладках надо будет X заменить на $X - \overline{X}$, и Y — на $Y - \overline{Y}$.

- Если X, Y независимые случайные величины, то $\mathbb{R}_{X,Y} = 0$. Обратное в общем случае неверно.

1.5.2.3. Корреляционный анализ

Корреляционный анализ — метод обработки статистических данных, с помощью которого измеряется теснота связи между двумя или более переменными. Корреляционный анализ тесно связан с регрессионным анализом (также часто встречается термин «*корреляционно-регрессионный анализ*», который является более общим статистическим понятием), с его помощью определяют необходимость включения тех или иных факторов в уравнение множественной регрессии, а также оценивают полученное уравнение регрессии на соответствие выявленным связям (используя коэффициент детерминации).

Коэффициент детерминации (R^2 — *R-квадрат*) — это доля дисперсии зависимой переменной, объясняемая рассматриваемой моделью

зависимости, то есть объясняющими переменными. Более точно — это единица минус доля необъяснённой дисперсии (дисперсии случайной ошибки модели, или условной по факторам дисперсии зависимой переменной) в дисперсии зависимой переменной. Его рассматривают как универсальную меру зависимости одной случайной величины от множества других. В частном случае линейной зависимости R^2 является квадратом так называемого **множественного коэффициента корреляции** между зависимой переменной и объясняющими переменными. В частности, для модели парной линейной регрессии коэффициент детерминации равен квадрату обычного коэффициента корреляции между y и x .

Определение и формула

Истинный коэффициент детерминации модели зависимости случайной величины y от факторов x определяется следующим образом:

$$R^2 = 1 - \frac{V(y|x)}{V(y)} = 1 - \frac{\sigma^2}{\sigma_y^2},$$

где $V(y|x) = \sigma^2$ — условная (по факторам x) дисперсия зависимой переменной (дисперсия случайной ошибки модели).

В данном определении используются истинные параметры, характеризующие распределение случайных величин. Если использовать выборочную оценку значений соответствующих дисперсий, то получим формулу для выборочного коэффициента детерминации (который обычно и подразумевается под коэффициентом детерминации):

$$R^2 = 1 - \frac{\hat{\sigma}^2}{\hat{\sigma}_y^2} = 1 - \frac{ESS/n}{TSS/n} = 1 - \frac{ESS}{TSS},$$

$$ESS = \sum_{t=1}^n e_t^2 = \sum_{t=1}^n (y_t - \hat{y}_t)^2$$

где — сумма квадратов остатков регрессии, y_t, \hat{y}_t — фактические и расчётные значения объясняемой переменной.

$$TSS = \sum_{t=1}^n (y_t - \bar{y})^2 = n\hat{\sigma}_y^2$$

— общая сумма квадратов.

$$\bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i$$

В случае линейной регрессии с константой $TSS = RSS + ESS$,

где

$$RSS = \sum_{t=1}^n (\hat{y}_t - \bar{y})^2$$

— объяснённая сумма квадратов, поэтому получаем более простое определение в этом случае — коэффициент детерминации — это доля объяснённой суммы квадратов в общей:

$$R^2 = \frac{RSS}{TSS}$$

Необходимо подчеркнуть, что эта формула справедлива только для модели с константой, в общем случае необходимо использовать предыдущую формулу.

Интерпретация

1. Коэффициент детерминации для модели с константой принимает значения от 0 до 1. Чем ближе значение коэффициента

к 1, тем сильнее зависимость. **При оценке регрессионных моделей это интерпретируется как соответствие модели данным.** Для приемлемых моделей предполагается, что коэффициент детерминации должен быть хотя бы не меньше 50 % (в этом случае коэффициент множественной корреляции превышает по модулю 70 %). Модели с коэффициентом детерминации выше 80 % можно признать достаточно хорошими (коэффициент корреляции превышает 90 %). Значение коэффициента детерминации 1 означает функциональную зависимость между переменными.

2. При отсутствии статистической связи между объясняемой переменной и факторами, статистика nR^2 для линейной регрессии имеет асимптотическое распределение $\chi^2(k-1)$, где $k-1$ — количество факторов модели. В случае линейной регрессии с нормально распределёнными случайными ошибками статистика

$$F = \frac{R^2 / (k - 1)}{(1 - R^2) / (n - k)}$$

имеет точное (для выборок любого объёма) распределение Фишера. Информация о распределении этих величин позволяет проверить статистическую значимость регрессионной модели исходя из значения коэффициента детерминации. Фактически в этих тестах проверяется гипотеза о равенстве истинного коэффициента детерминации нулю.

Недостаток R^2 и альтернативные показатели

Основная проблема применения (выборочного) R^2 заключается в том, что его значение увеличивается (*не* уменьшается) от добавления в модель новых переменных, даже если эти переменные никакого отношения к объясняемой переменной не имеют! Поэтому **сравнение моделей с разным количеством факторов с помощью коэффициента детерминации, вообще говоря, некорректно.** Для этих целей можно использовать альтернативные показатели.

Скорректированный (adjusted) R^2

Для того, чтобы была возможность сравнивать модели с разным числом факторов так, чтобы число регрессоров (факторов) не влияло на статистику R^2 обычно используется *скорректированный коэффициент детерминации*, в котором используются несмещённые оценки дисперсий:

$$R_{adj}^2 = 1 - \frac{s^2}{s_y^2} = 1 - \frac{ESS/(n-k)}{TSS/(n-1)} = 1 - (1 - R^2) \frac{(n-1)}{(n-k)} \leq R^2$$

который даёт штраф за дополнительно включённые факторы, где n — количество наблюдений, а k — количество параметров.

Данный показатель всегда меньше единицы, но теоретически может быть и меньше нуля (только при очень маленьком значении обычного коэффициента детерминации и большом количестве факторов). Поэтому теряется интерпретация показателя как «доли». Тем не менее, применение показателя в сравнении вполне обоснованно.

Для моделей с одинаковой зависимой переменной и одинаковым объёмом выборки сравнение моделей с помощью скорректированного коэффициента детерминации эквивалентно их сравнению с помощью остаточной дисперсии $s^2 = ESS/(n-k)$ или стандартной ошибки модели S . Разница только в том, что последние критерии чем меньше, тем лучше.

Информационные критерии

AIC — информационный критерий Акаике — применяется исключительно для сравнения моделей. Чем меньше значение, тем лучше. Часто используется для сравнения моделей временных рядов с разным количеством лагов.

$AIC = \frac{2k}{n} + \ln \frac{ESS}{n}$, где k — количество параметров модели.

BIC или SC — байесовский информационный критерий Шварца — используется и интерпретируется аналогично AIC .

$BIC = \frac{k \ln n}{n} + \ln \frac{ESS}{n}$. Даёт больший штраф за включение лишних лагов в модель, чем АИС.

R^2 -обобщённый (extended)

В случае отсутствия в линейной множественной МНК регрессии константы свойства коэффициента детерминации могут нарушаться для конкретной реализации. Поэтому модели регрессии со свободным членом и без него нельзя сравнивать по критерию R^2 . Эта проблема решается с помощью построения обобщённого коэффициента детерминации $R^2_{extended}$, который совпадает с исходным для случая МНК регрессии со свободным членом, и для которого выполняются четыре свойства, перечисленные выше. Суть этого метода заключается в рассмотрении проекции единичного вектора на плоскость объясняющих переменных.

Для случая регрессии без свободного члена:

$$R^2_{extended} = 1 - \frac{Y' * (I - P(X)) * Y}{Y' * (I - \pi(X)) * Y},$$

где X — матрица $n \times k$ значений факторов,

$P(X) = X * (X' * X)^{-1} * X'$ — проектор на плоскость

$\pi(X) = \frac{P(X) * i_n * i_n' * P(X)}{i_n' * P(X) * i_n}$, где i_n — единичный вектор $n \times 1$.

$R^2_{extended}$ с условием **небольшой модификации**, также подходит для сравнения между собой регрессий, построенных с помощью: МНК, обобщённого метода наименьших квадратов (ОМНК), условного метода наименьших квадратов (УМНК), обобщённо-условного метода наименьших квадратов (ОУМНК).

Замечание

Высокие значения коэффициента детерминации, вообще говоря, не свидетельствуют о наличии причинно-следственной зависимости между переменными (также как и в случае обычного коэффициента корреляции). Например, если объясняемая переменная и факторы, на самом деле не связанные с объясняемой переменной, имеют возрастающую динамику, то коэффициент детерминации будет достаточно высок. Поэтому логическая и смысловая адекватность модели имеют первостепенную важность. Кроме того, необходимо использовать критерии для всестороннего анализа качества модели.

Множественный коэффициент корреляции

Характеризует тесноту линейной корреляционной связи между одной случайной величиной и некоторым множеством случайных величин. Более точно, если $(\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_k)$ - случайный вектор из \mathbf{R}^k , тогда коэффициент множественной корреляции $\rho_{\xi_1 \bullet \xi_2, \dots, \xi_k}$ между ξ_1 и ξ_2, \dots, ξ_k численно равен коэффициенту парной линейной корреляции между величиной ξ_1 и её наилучшей линейной аппроксимацией $M(\xi_1 | \xi_2, \dots, \xi_k)$ по переменным ξ_2, \dots, ξ_k , которая представляет собой линейную регрессию ξ_1 на ξ_2, \dots, ξ_k .

Свойства

Множественный коэффициент корреляции обладает тем свойством, что при условии

$$M\xi_1 = M\xi_2 = \dots = M\xi_k = 0$$

когда

$$\xi_1^* = \beta_2 \xi_2 + \beta_3 \xi_3 + \dots + \beta_k \xi_k$$

- это регрессия ξ_1 на ξ_2, \dots, ξ_k , среди всех линейных комбинаций переменных ξ_2, \dots, ξ_k переменная ξ_1 будет иметь максимальный коэффициент корреляции с ξ_1^* , совпадающий с $\rho_{\xi_1 \bullet \xi_2, \dots, \xi_k}$. В этом смысле множественный коэффициент корреляции является частным случаем канонического коэффициента корреляции. При $k = 2$

множественный коэффициент корреляции по абсолютной величине совпадает с коэффициентом парной линейной корреляции ρ_{12} между ξ_1 и ξ_2 .

Вычисление

Множественный коэффициент корреляции вычисляется с помощью корреляционной матрицы $\mathbf{R} = \{\rho_{i,j}\}, i, j = 1, \dots, k$ по формуле

$$\rho_{\xi_1 \bullet \xi_2, \dots, \xi_k}^2 = 1 - \frac{|R|}{R_{11}},$$

где $|R|$ - это определитель корреляционной матрицы, а R_{11} - это алгебраическое дополнение элемента $\rho_{11}=1$; здесь $0 \leq \rho_{\xi_1 \bullet \xi_2, \dots, \xi_k} \leq 1$. Если $\rho_{\xi_1 \bullet \xi_2, \dots, \xi_k} = 1$, тогда с вероятностью 1 значения ξ_1 совпадают с линейной комбинацией ξ_2, \dots, ξ_k , следовательно, совместное распределение $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_k$ лежит на гиперплоскости в пространстве \mathbf{R}^k . С другой стороны, при $\rho_{\xi_1 \bullet \xi_2, \dots, \xi_k} = 0$ все парные коэффициенты корреляции $\rho_{12} = \rho_{13} = \dots = \rho_{1k} = 0$ равны нулю, следовательно, значения ξ_1 не коррелируют с величинами ξ_2, \dots, ξ_k . Верно и обратное утверждение. Множественный коэффициент корреляции можно, также, вычислить по формуле

$$\rho_{\xi_1 \bullet \xi_2, \dots, \xi_k}^2 = 1 - \frac{\sigma_{\xi_1 \bullet \xi_2, \dots, \xi_k}^2}{\sigma_1^2},$$

где σ_1^2 - это дисперсия ξ_1 , а $\sigma_{\xi_1 \bullet \xi_2, \dots, \xi_k}^2 = M(\xi_1 - (\beta_2 \xi_2 + \beta_3 \xi_3 + \dots + \beta_k \xi_k))^2$ - дисперсия ξ_1 относительно регрессии.

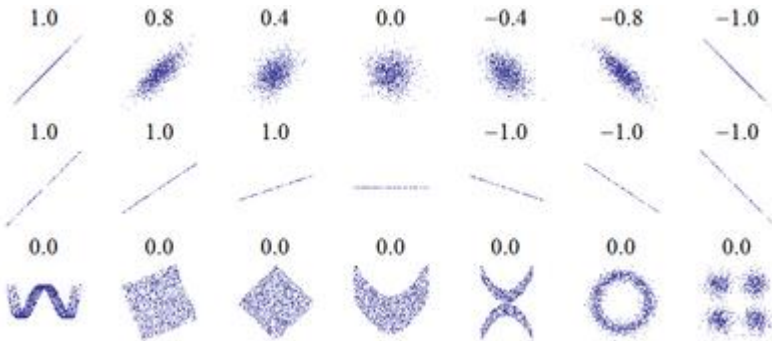
Выборочный множественный коэффициент корреляции

Выборочным аналогом множественного коэффициента корреляции

$$r_{1 \bullet 2, \dots, k} = \sqrt{1 - \frac{s_{1 \bullet 2, \dots, k}^2}{s_1^2}}, \text{ где } s_{1 \bullet 2, \dots, k}^2$$

служит величина s_1^2 — это оценки для $\sigma_{\xi_1 \bullet \xi_2, \dots, \xi_k}^2$ и σ_1^2 , полученные по выборке объема n . Для проверки нуль-гипотезы об отсутствии взаимосвязи используется распределение статистики $r_{1 \bullet 2, \dots, k}^2$. При условии, что выборка взята из многомерного нормального распределения, величина $r_{1 \bullet 2, \dots, k}^2$ будет обладать бета-распределением с параметрами $\frac{k-1}{2}$, $\frac{n-k}{2}$, если $\rho_{\xi_1 \bullet \xi_2, \dots, \xi_k} = 0$. Для случая $\rho_{\xi_1 \bullet \xi_2, \dots, \xi_k} \neq 0$ тип распределения $r_{1 \bullet 2, \dots, k}^2$ известен, но практически не используется ввиду его громоздкости.

Ограничения корреляционного анализа



Множество корреляционных полей.

Распределения значений (x, y) с соответствующими коэффициентами корреляций для каждого из них. Коэффициент корреляции отражает «зашумлённость» линейной зависимости (верхняя строка), но не описывает наклон линейной зависимости

(средняя строка), и совсем не подходит для описания сложных, нелинейных зависимостей (нижняя строка). Для распределения, показанного в центре рисунка, коэффициент корреляции не определен, так как дисперсия у равна нулю.

1. Применение возможно при наличии достаточного количества наблюдений для изучения. На практике считается, что число наблюдений должно не менее чем в 5-6 раз превышать число факторов (также встречается рекомендация использовать пропорцию, не менее чем в 10 раз превышающую количество факторов). В случае если число наблюдений превышает количество факторов в десятки раз, в действие вступает закон больших чисел, который обеспечивает взаимопогашение случайных колебаний.
2. Необходимо, чтобы совокупность значений всех факторных и результирующего признаков подчинялась многомерному нормальному распределению. В случае если объём совокупности недостаточен для проведения формального тестирования на нормальность распределения, то закон распределения определяется визуально на основе **корреляционного поля**. Если в расположении точек на этом поле наблюдается линейная тенденция, то можно предположить, что совокупность исходных данных подчиняется нормальному закону распределения.
3. Исходная совокупность значений должна быть качественно однородной.
4. Сам по себе факт корреляционной зависимости не даёт основания утверждать, что одна из переменных предшествует или является причиной изменений, или то, что переменные вообще причинно связаны между собой, а не наблюдается действие третьего фактора.

Область применения

Данный метод обработки статистических данных весьма популярен в экономике и социальных науках (в частности в психологии и социологии), хотя сфера применения коэффициентов корреляции обширна: контроль качества промышленной продукции, металлургия, агрохимия, гидробиология, биометрия, теория понятий и прочие. В различных прикладных отраслях приняты разные границы интервалов для оценки тесноты и значимости связи.

Популярность метода обусловлена двумя моментами: коэффициенты корреляции относительно просты в подсчете, их применение не требует специальной математической подготовки. В сочетании с простотой интерпретации, простота применения коэффициента привела к его широкому распространению в сфере анализа статистических данных.

1.5.3. Метод максимального правдоподобия

Метод максимального правдоподобия или **метод наибольшего правдоподобия** (ММП, ML, MLE — Maximum Likelihood Estimation) в математической статистике — это метод оценивания неизвестного параметра путём максимизации функции правдоподобия. Основан на предположении о том, что вся информация о статистической выборке содержится в функции правдоподобия. Метод максимального правдоподобия был проанализирован, рекомендован и значительно популяризирован Р. Фишером между 1912 и 1922 годами (хотя ранее он был использован Гауссом, Лапласом и другими).

1.5.3.1. Функция правдоподобия

Функция правдоподобия в математической статистике — это совместное распределение выборки из параметрического распределения, рассматриваемое как функция параметра. При этом используется совместная функция плотности (в случае выборки из непрерывного распределения) либо совместная вероятность (в случае выборки из дискретного распределения), вычисленные для данных выборочных значений.

Понятия вероятности и правдоподобия тесно связаны. Сравните два предложения:

- «Какова вероятность выпадения 12 очков в каждом из ста бросков двух костей?»
- «Насколько правдоподобно, что кости не шулерские, если из ста бросков в каждом выпало 12 очков?»

Если распределение вероятности зависит от параметра, то с одной стороны можно рассматривать вероятность некоторых событий при заданном параметре, а с другой стороны — вероятность заданного

события при различных значениях параметра. То есть в первом случае имеем функцию, зависящую от события (свойство), а во втором — от параметра (признак) при фиксированном событии. Последний вариант является функцией правдоподобия и показывает, насколько правдоподобен выбранный параметр при заданном событии. Неформально: если вероятность позволяет нам предсказывать неизвестные результаты, основанные на известных параметрах, то правдоподобие позволяет нам оценивать неизвестные параметры, основанные на известных результатах.

$$L(\theta | x) = p_\theta(x) = P_\theta(X = x),$$

Важно понимать, что по абсолютному значению правдоподобия нельзя делать никаких вероятностных суждений. Правдоподобие позволяет сравнить несколько вероятностных распределений с разными параметрами и оценить в контексте какого из них наблюдаемые события наиболее вероятны.

Определение

Пусть есть параметрическое семейство распределений вероятности $\{\mathbb{P}_\theta\}_{\theta \in \Theta}$. Пусть дана выборка $X_1, \dots, X_n \sim \mathbb{P}_\theta$ для некоторого $\theta \in \Theta$. Предположим, что совместное распределение этой выборки задаётся функцией $f_{\mathbf{X}}(\mathbf{x} | \theta)$, $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$, где $f_{\mathbf{X}}$ является либо плотностью вероятности, либо функцией вероятности случайного вектора $\mathbf{X} = (X_1, \dots, X_n)^\top$.

Для фиксированной реализации выборки $\mathbf{X} = \mathbf{x}_f$ функция $f_{\mathbf{X}}(\mathbf{x} | \theta): \Theta \rightarrow \mathbb{R}$ называется функцией правдоподобия.

Логарифмическая функция правдоподобия

Во многих приложениях необходимо найти максимум функции правдоподобия, что связано с вычислением производной. Логарифм — монотонно возрастающая функция, поэтому логарифм от функции достигнет максимума в той же точке, что и сама функция. С другой стороны, логарифм произведения является суммой, что упрощает

дифференцирование. Поэтому для практических вычислений предпочитают использовать логарифм функции правдоподобия.

- Функция $L(\mathbf{x} | \theta)$, где

$$L(\mathbf{x} | \theta) = \ln f_{\mathbf{X}}(\mathbf{x} | \theta),$$

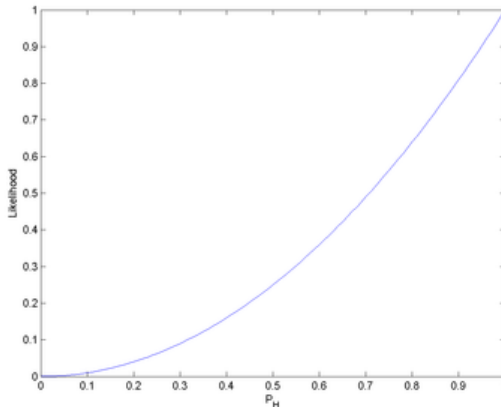
называется **логарифмической функцией правдоподобия**.

- Если выборка независима, то

$$f_{\mathbf{X}}(\mathbf{x} | \theta) = \prod_{i=1}^n f_X(x_i | \theta),$$

где $f_X(\cdot | \theta)$ — плотность или функция вероятности распределения \mathbb{P}_{θ} . Логарифмическая функция правдоподобия в этом случае имеет вид:

$$L(\mathbf{x} | \theta) = \sum_{i=1}^n \ln f_X(x_i | \theta).$$



Функция правдоподобия для оценки вероятности выпадения двух орлов, в зависимости от вероятности выпадения одного

Нельзя путать правдоподобие с вероятностью появления распределения с выбранным параметром. Как минимум, интеграл от функции плотности вероятности по параметру, не обязан быть единицей. Рассмотрим вероятность последовательного выпадения орла в двух бросках одной монеты. Вероятность $OO = p_0^2$. Если $p_0 = 0,5$, то

$$P(OO | p_0 = 0,5) = 0,25.$$

Правдоподобность того, что вероятность выпадения одного орла равна 0,5, при условии того, что два выпадают с вероятностью 0,25.

$$L(p_0 = 0,5 | OO) = P(OO | p_0 = 0,5) = 0,25.$$

Но это не тоже самое, что «вероятность того, что $p_0 = 0,5$, если выпало подряд два орла, равна 0,25». Заметьте, правдоподобность утверждения $p_0 = 1$ равна единице.

1.5.3.2. Сущность метода максимального правдоподобия

Оценка максимального правдоподобия является популярным статистическим методом, который используется для создания статистической модели на основе данных, и обеспечения оценки параметров модели.

Метод максимального правдоподобия соответствует многим известным методам оценки в области статистики. Например, вы интересуетесь таким антропометрическим параметром, как рост жителей Украины. Предположим, у вас имеются данные о росте некоторого количества людей, а не всего населения. Кроме того предполагается, что рост является нормально распределенной величиной с неизвестной дисперсией и средним значением. Среднее значение и дисперсия роста в выборке являются максимально правдоподобными к среднему значению и дисперсии всего населения.

Для фиксированного набора данных и базовой вероятностной модели, используя метод максимального правдоподобия, мы получим значения

параметров модели, которые делают данные «более близкими» к реальным. Оценка максимального правдоподобия дает уникальный и простой способ определить решения в случае нормального распределения.

Метод оценки максимального правдоподобия применяется для широкого круга статистических моделей, в том числе:

- линейные модели и обобщенные линейные модели;
- факторный анализ;
- моделирование структурных уравнений;
- многие ситуации, в рамках проверки гипотезы и доверительного интервала формирования;
- дискретные модели выбора.

Пусть есть выборка X_1, \dots, X_n из распределения \mathbb{P}_θ , где $\theta \in \Theta$ — неизвестные параметры. Пусть $L(\mathbf{x} | \theta): \Theta \rightarrow \mathbb{R}$ — функция правдоподобия, где $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$. Точечная оценка

$$\hat{\theta}_{\text{МП}} = \hat{\theta}_{\text{МП}}(X_1, \dots, X_n) = \arg \max_{\theta \in \Theta} L(X_1, \dots, X_n | \theta)$$

называется **оцёнкой максимального правдоподобия** параметра θ . Таким образом оценка максимального правдоподобия — это такая оценка, которая максимизирует функцию правдоподобия при фиксированной реализации выборки.

Часто вместо функции правдоподобия L используют логарифмическую функцию правдоподобия $l = \ln L$. Так как функция $x \rightarrow \ln x$, $x > 0$ монотонно возрастает на всей области определения, максимум любой функции $L(\theta)$ является максимумом функции $\ln L(\theta)$, и наоборот. Таким образом,

$$\hat{\theta}_{\text{МП}} = \arg \max_{\theta \in \Theta} l(X_1, \dots, X_n | \theta)$$

Если функция правдоподобия дифференцируема, то необходимое условие экстремума — равенство нулю ее градиента:

$$g(\theta) = \frac{\partial l(\mathbf{x}, \theta_0)}{\partial \theta} = 0$$

Градиент (от лат. *gradiens*, род. падеж *gradientis* — шагающий, растущий) — вектор, своим направлением указывающий направление наискорейшего возрастания некоторой величины φ , значение которой меняется от одной точки пространства к другой (скалярного поля), а по величине (модулю) равный скорости роста этой величины в этом направлении.

Например, если взять в качестве φ высоту поверхности земли над уровнем моря, то её градиент в каждой точке поверхности будет показывать «направление самого крутого подъёма», и своей величиной характеризовать крутизну склона.

С математической точки зрения градиент — это производная скалярной функции, определенной на векторном пространстве.

Пространство, на котором определена функция и её градиент, может быть, вообще говоря, как обычным трёхмерным пространством, так и пространством любой другой размерности любой физической природы или чисто абстрактным.

Термин впервые появился в метеорологии, а в математику был введён Максвеллом в 1873 г. Обозначение *grad* тоже предложил Максвелл.

Стандартные обозначения:

$$\text{grad } \varphi$$

или, с использованием оператора набла,

$$\nabla \varphi$$

— вместо Ψ может быть любое скалярное поле, обозначенное любой буквой, например $\text{grad } V, \nabla V$ — обозначения градиента поля V .

Достаточное условие экстремума может быть сформулировано как отрицательная определенность гессиана — матрицы вторых производных:

$$H = \frac{\partial^2 l(\mathbf{x}, \theta_0)}{\partial \theta \partial \theta^T}$$

Важное значение для оценки свойств оценок метода максимального правдоподобия играет так называемая информационная матрица, равная по определению:

$$I(\theta) = E[g(\theta)g(\theta)^T]$$

В оптимальной точке информационная матрица совпадает с математическим ожиданием гессиана, взятым со знаком минус:

$$I = -E(H_0)$$

Свойства

- Оценки максимального правдоподобия, вообще говоря, могут быть смещёнными (см. примеры), но являются состоятельными, *асимптотически эффективными и асимптотически нормальными* оценками. Асимптотическая нормальность означает, что

$$\sqrt{n}(\hat{\theta} - \theta) \xrightarrow{d} N(0, \mathbf{I}_{\infty}^{-1})$$

где $\mathbf{I}_{\infty} = - \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \mathbf{E}(\mathbf{H})$ - асимптотическая информационная матрица

Асимптотическая эффективность означает, что асимптотическая ковариационная матрица I_{∞}^{-1} является нижней границей для всех состоятельных асимптотически нормальных оценок.

- Если $\hat{\theta}$ — оценка метода максимального правдоподобия, параметров θ , то $g(\hat{\theta})$ является оценкой максимального правдоподобия для $g(\theta)$, где g -непрерывная функция (функциональная инвариантность). Таким образом, законы распределения данных можно параметризовать различным образом.

Примеры

- Пусть $X_1, \dots, X_n \sim U[0, \theta]$ — независимая выборка из непрерывного равномерного распределения на отрезке $[0, \theta]$, где $\theta > 0$ — неизвестный параметр. Тогда функция правдоподобия имеет вид

$$f(\mathbf{x} | \theta) = \begin{cases} \frac{1}{\theta^n}, & \mathbf{x} \in [0, \theta]^n \subset \mathbb{R}^n \\ 0, & \mathbf{x} \notin [0, \theta]^n \end{cases}.$$

Последнее равенство может быть переписано в виде:

$$f(\mathbf{x} | \theta) = \begin{cases} \frac{1}{\theta^n}, & \theta \geq \max(x_1, \dots, x_n) \\ 0, & \theta < \max(x_1, \dots, x_n) \end{cases},$$

где $\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_n)^T$, откуда видно, что своего максимума функция правдоподобия достигает в точке $\theta = \max(x_1, \dots, x_n)$. Таким образом

$$\hat{\theta}_{\text{МП}} = \max(X_1, \dots, X_n).$$

Такая оценка будет смещенной:

$$P\{\max(X_1, \dots, X_n) \leq x\} = \left(\frac{x}{\theta}\right)^n, \quad \text{откуда}$$

$$E\hat{\theta}_{\text{МП}} = \int_0^\theta x d\left(\frac{x}{\theta}\right)^n = \frac{n}{n+1}\theta$$

• Пусть $X_1, \dots, X_n \sim N(\mu, \sigma^2)$ — независимая выборка из нормального распределения с неизвестными средним и дисперсией. Построим оценку максимального правдоподобия $(\hat{\mu}_{\text{МП}}, \hat{\sigma}^2_{\text{МП}})^\top$ для неизвестного вектора параметров $(\mu, \sigma^2)^\top$.
Логарифмическая функция правдоподобия принимает вид

$$L(\mathbf{x} | \mu, \sigma^2) = -\frac{n}{2} \ln(2\pi\sigma^2) - \frac{1}{2\sigma^2} \sum_{i=1}^n (X_i - \mu)^2$$

Чтобы найти её максимум, приравняем к нулю частные производные:

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial \mu} L(\mathbf{x} | \mu, \sigma^2) = 0 \\ \frac{\partial}{\partial \sigma^2} L(\mathbf{x} | \mu, \sigma^2) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{\sum_{i=1}^n X_i - n\mu}{\sigma^2} = 0 \\ -\frac{n}{2\sigma^2} + \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \mu)^2}{2(\sigma^2)^2} = 0 \end{cases},$$

откуда

$$\begin{aligned} \hat{\mu}_{\text{МП}} &= \bar{X} \text{ — выборочное среднее, а} \\ \hat{\sigma}^2_{\text{МП}} &= S_n^2 \text{ — выборочная дисперсия.} \end{aligned}$$

1.5.3.3. Условный метод максимального правдоподобия

Условный метод максимального правдоподобия (*Conditional ML*) используется в регрессионных моделях. Суть метода заключается в том, что используется не полное совместное распределение всех переменных (зависимой и регрессоров), а только *условное* распределение зависимой переменной по факторам, то есть фактически распределение случайных ошибок регрессионной модели. Полная функция правдоподобия есть произведение «условной функции правдоподобия» и плотности распределения факторов. Условный ММП эквивалентен полному варианту ММП в том случае, когда распределение факторов никак не зависит от оцениваемых параметров. Это условие часто нарушается в моделях временных рядов, например в авторегрессионной модели. В данном случае, регрессорами являются прошлые значения зависимой переменной, а значит их значения также подчиняются той же AR-модели, то есть распределение регрессоров зависит от оцениваемых параметров. В таких случаях результаты применения условного и полного метода максимального правдоподобия будут различаться.

Авторегрессионная модель

Авторегрессионная (AR-) модель (англ. *Autoregressive model*) — модель временных рядов, в которой значения временного ряда в данный момент линейно зависят от предыдущих значений этого же ряда. Авторегрессионный процесс порядка p (AR(p)-процесс) определяется следующим образом

$$X_t = c + \sum_{i=1}^p a_i X_{t-i} + \varepsilon_t,$$

где a_1, \dots, a_p — *параметры* модели (коэффициенты авторегрессии), c — постоянная (часто для упрощения предполагается равной нулю), а ε_t — белый шум.

Простейшим примером является авторегрессионный процесс первого порядка -AR(1)-процесс:

$$X_t = c + rX_{t-1} + \varepsilon_t$$

Для данного процесса коэффициент авторегрессии совпадает с коэффициентом автокорреляции первого порядка.

Другой простой процесс — процесс Юла — AR(2)-процесс:

$$X_t = c + a_1X_{t-1} + a_2X_{t-2} + \varepsilon_t$$

Операторное представление

Если ввести лаговый оператор $L : Lx_t = x_{t-1}$, то авторегрессионную модель можно представить следующим образом

$$X_t = c + \sum_{i=1}^p a_i L^i X_t + \varepsilon_t,$$

или

$$a(L)X_t = \left(1 - \sum_{i=1}^p a_i L^i\right)X_t = c + \varepsilon_t$$

Стационарность авторегрессионного процесса зависит от корней

$$a(z) = 1 - \sum_{i=1}^n a_i z^i$$

характеристического полинома . Для того, чтобы процесс был стационарным, достаточно, чтобы *все корни характеристического полинома лежали вне единичного круга в комплексной плоскости* $|z| > 1$

В частности, для AR(1)-процесса $a(z) = 1 - rz$, следовательно корень этого "полинома" $z = 1/r$, поэтому условие стационарности $|r| < 1$, то есть коэффициент авторегрессии (он же в данном случае

коэффициент автокорреляции) должен быть строго меньше 1 по модулю.

Для AR(2)-процесса можно показать, что условия стационарности имеют вид: $|a_2| < 1, a_2 \pm a_1 < 1$.

Стационарные AR-процессы допускают разложение Вольда - представление в виде бесконечного MA-процесса:

$$X_t = a^{-1}(L)c + a^{-1}(L)\varepsilon_t = \frac{c}{1 - \sum_{i=1}^p a_i} + \sum_{j=0}^{\infty} b_j \varepsilon_{t-j}$$

Первое слагаемое представляет собой математическое ожидание AR-процесса. Если $c=0$, то математическое ожидание процесса также равно нулю.

1.5.3.4. Правдоподобие принятой последовательности

Правдоподобие принятой последовательности — в теории образования понятий, оценка вероятности $P(\vec{r}|\vec{v})$ того, что принятая последовательность \vec{r} является результатом передачи последовательности \vec{v} и определяется как

$$P(\vec{r}|\vec{v}) = \prod_i P(r_i, v_i)$$

Для двоично симметричного канала правдоподобие принятой последовательности равна

$$P(\vec{r}|\vec{v}) = \prod_i (1 - p) \left(\frac{p}{1 - p} \right)^{d(r_i, v_i)}$$

где P — характеристика двоично симметричного канала, $d(r_i, v_i)$ — расстояние Хемминга между битами потенциально переданной и принятой последовательности.

Для канала с аддитивным белым гауссовским шумом:

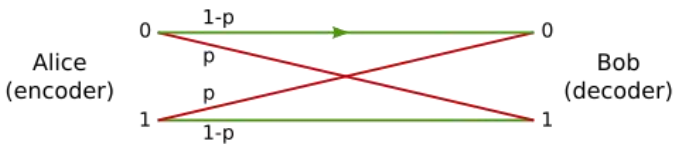
$$P(\vec{r}|\vec{v}) = \prod_i \frac{1}{\sqrt{\pi N_0}} \exp\left(-\frac{1}{N_0} (r_i - m(v_i))^2\right)$$

где $m(\cdot)$ — двоичная модуляция сигнала, при которой биты $\{0, 1\}$ отображаются в вещественные числа $\{+E, -E\}$.

Двоичный симметричный канал

Двоичный симметричный канал (ДСК) — это простейший канал связи, на вход которого подаются двоичные символы с предположением, что данные всегда будут передаваться корректно. Этот канал часто используется в теории образования понятий, как один из самых простейших для анализа каналов связи моделирования понятий.

Описание



ДСК - это *двоичный канал*, по которому можно передать один из двух символов (обычно это 0 или 1). Передача не идеальна, поэтому принимающий в некоторых случаях получает другой символ.

ДСК часто употребляется теоретиками как простейший канал с шумом. В теории образования понятий множество проблем сводится к ДСК.

Определение

Двоичным симметричным каналом с переходной вероятностью называют канал с двоичным входом, двоичным выходом и вероятностью ошибки p_0 . Канал характеризуется следующими условными вероятностями:

$$\begin{aligned}\mathbb{P}(x | x) &= p_0 \\ \mathbb{P}(x | \bar{x}) &= 1 - p_0\end{aligned}$$

Первый аргумент условной вероятности соответствует случайному передаваемому символу, второй полученному значению.

Вероятность p_0 называют **переходной вероятностью** или **вероятностью ошибки одного символа**.

Пропускная способность ДСК

Пропускная способность канала \mathbb{C} вычисляется формулой:

$$\mathbb{C} = 1 - \mathbb{H}(p_0),$$

где

$$\mathbb{H}(x) = -x \log_2 x - (1 - x) \log_2 (1 - x).$$

функция, называемая двоичной энтропией.

1.6. Методы образования понятий

Образование понятия — сложный диалектический процесс, который осуществляется с помощью таких методов, как сравнение, анализ, синтез, абстрагирование, идеализация, обобщение, эксперимент и др. **Понятие** — это **необразное, выраженное в слове отражение действительности**. Оно обретает своё реальное мыслительно-речевое

бытие лишь в развёртывании определений, в суждениях, в составе теории понятий.

1.6.1. Метод сравнения

Сравнение — многозначный термин.

- **Сравнение** — процесс количественного или качественного сопоставления разных свойств (сходств, отличий, преимуществ и недостатков) двух объектов.
- **Сравнение** — выяснение, какой из двух объектов лучше в целом («интегральное сопоставление»).
- **Сравнение** (разг.) — утверждение, что данные объекты равны или подобны, приравнивание, уподобление.
- **Сравнение** в ряде социальных наук (психологии, социологии и др.) и в философии — познавательная операция, лежащая в основе суждений о сходстве или различии объектов. С помощью сравнения выявляются качественные и количественные характеристики предметов, явлений и процессов.
- **Сравнение** в математике. Сравнение формализовано в математике с помощью понятия «отношение».
 - Над двумя числами можно произвести:
 - сравнение на равенство, то есть выяснить равны ли числа;
 - сравнение на неравенство, то есть выяснить, какое из чисел больше.
 - Сравнение по модулю натурального числа (сравнение по модулю) в теории чисел — понятие, на котором основана модулярная арифметика, применяющаяся во многих областях науки.
- **Сравнение** в стилистике и литературе — фигура речи, в которой происходит уподобление одного предмета или явления другому по какому-либо общему для них признаку.
- **Сравнение** в лингвистике — синтаксическая конструкция, используемая для выражения сравнения.

Сравнение в ряде социальных наук (психологии, социологии и др.) и в философии — 1) научно-философский метод, направленный на способ познания единичного, особенного и всеобщего; играет роль в познании движения и изменения вещей, а также в раскрытии причин отдельных

явлений; является способом классификации и систематизации предметов и явлений, необходимой составляющей любого умозаключения, одним из средств доказательства 2) предмет исследования конкретных дисциплин (в логике, лингвистике, теории понятий, психологии, социологии и др.). Так, в логике, сравнение - это установление сходства и различий объектов и явлений действительности. В лингвистике, сравнение (компаративность) - это, факт языка - в большинстве случаев - синтаксическая или стилистическая категория, а в более общем смысле - определённое, сформированное в конкретной культуре языковое средство, в котором отразились, в ходе исторического развития, некоторые результаты познавательной деятельности людей. В психологии, сравнение - это одна из ключевых *операций* осуществляемых человеком при познании окружающего мира, себя самого и других людей, а также в ситуациях решения разнообразных, в частности, когнитивно-коммуникативных задач, находящаяся в зависимости от условий (контекста), в котором она совершается, которая не может быть понята, вне единство процесса, в ходе которого она осуществляется, результата, к которому приводит и субъекта, который её осуществляет.

Сравнение лежит в основе любого оценочного суждения; рассматривается в качестве условия процессов субъективного измерения, эмпирического обобщения, категоризации и идентификации объектов и явлений; служит средством формирования представлений человека, элементарных понятий, системы знаний; играет важную роль в мнемических процессах; является одной из важных составляющих процесса познавательного развития.

Сравнение может рассматриваться как познавательная операция, лежащая в основе суждений о сходстве или различии объектов. С помощью сравнения выявляются качественные и количественные характеристики предметов (объектов), явлений и процессов.

1.6.2. Модели сравнения

В когнитивных науках, в рамках моделей распознавания сложных конфигураций, выделяется целый ряд таких моделей:

- теория сопоставления с шаблоном (Solso)
- модели сопоставления с прототипом

- модели сопоставления по отличительным признакам (опираются на идеи Э. Гибсона), например, модель пандемониума Сэлфриджа
- компьютерные модели к распознаванию конфигураций (модели сравнения с прототипом и модели сопоставления по отличительным / признакам) (Matlin). Например, теория геонів - распознавание по компонентам (Biederman)

Сравнению придаётся большая роль в рамках процессов категоризации и формирования понятий.

Также, в рамках когнитивной науки рассматриваются и другие модели сравнения:

- Модель сравнения по сходным признакам (модель контраста А. Тверски)
- Теория сравнения как структурного взаимоотношения (Д. Гентнер и др.)

В понятии выделяется и фиксируется прежде всего общее, которое достигается за счёт отвлечения от всех особенностей отдельных предметов данного класса. Но оно не исключает единичное и особенное. На основе общего только и возможно выделение и познание особенного и единичного. **Научное понятие является единством общего, особенного и единичного, то есть конкретно-всеобщим** (см. Всеобщее). При этом общее в понятии относится не просто к числу экземпляров данного класса, обладающих общими свойствами, не только к множеству однородных предметов и явлений, а к самой природе содержания понятия, выражающего нечто существенное в предмете.

Особенное — философская категория. Она выражает реальный предмет как целое в единстве и соотношении единичного и общего (всеобщего) — его противоположных моментов.

Если не углубляться в рассмотрение категории, «особенное» — это что-то, что лишь выражает опосредованным образом взаимную связь между единичным и общим.

Предмет:

- *Вещь*, конкретный материальный объект.
- В науке *предмет* — часть объекта, определённый его аспект, исследуемый в каком-либо конкретном случае. Например: антропология, психология, социология (и многие другие науки) имеют общий объект изучения (человека), но различаются *предметом* своего изучения.
- В философии — то, на что направлены мысль или действие субъекта.
- В школе — то же, что *учебный предмет* (*учебная дисциплина*) — определённый круг знаний и умений, обычно содержательно включающий базовые сведения по какой-либо науке, преподаваемый учащимся в рамках системы образования.
- В лингвистике некоторых языков — то же, что *дополнение*.

Вещь — многозначный термин, входящий в базовые понятия многих направлений науки и широко используемый в обыденной жизни. Понимание вещи как части материального мира и процесса его познания человеком с зарождения философии до наших дней находится в центре любой системы мировоззрения.

Вещь — одна из основных онтологических категорий, отдельный объект материального мира, обладающий относительной независимостью, объективностью и устойчивостью существования. В общем понимании вещь характеризует количественную характеристику материи. Определённость вещи задаётся её структурными, функциональными, качественными и количественными характеристиками. Наиболее общим выражением собственных характеристик вещи являются её свойства, а место и роль данной вещи в определённой системе выражаются через её отношения с другими вещами.

Объект (от лат. *objectum* — предмет):

- **Объект (философия)** — философская категория, выражающая нечто, существующее в реальной действительности.

- **Объект исследования** — главное поле приложения сил учёных, работающих в некоторой сфере науки.
- **Объект категории** — термин, используемый для обозначения элементов произвольной категории, играющих роль множеств, групп, топологических пространств и тому подобного.

Структура (от лат. *structūra* — «строение»), или **строение** — внутреннее устройство чего-либо. В своём основном значении, структура есть *внутреннее устройство* чего-либо. Внутреннее устройство связано с категориями целого и его частей. Выявление связей, изучение взаимодействия и соподчиненности составных частей различных по своей природе объектов позволяет выявить аналогии в их организации и изучать структуры абстрактно без связи с реальными объектами. Например, мы говорим об иерархической структуре объектов безотносительно к их природе и выявляем и исследуем в этой структуре общие свойства.

Функция — многозначный термин, который означает такое отношение между элементами, в котором изменение в одном влечёт изменение в другом:

- **Функция (философия)** — обязанность, круг деятельности.

Функция (работа) (лат. *functio* — совершение, исполнение) — деятельность, роль объекта в рамках некоторой системы, работа производимая органом, организмом; роль, значение (назначение, предназначение) чего-либо.

В технике и в области психологии, выражаясь обычным языком, **функция** обозначает принадлежность к чему-либо, что используется/применяется для устремлений, решения задач, намерений, достижения цели. Фактически это может быть реализовано использованием различных физических процессов, и один процесс может реализовывать множество функций (Adam Maria Gadomski, 1987). Например, основная функция часов - "показывать время", может быть реализована различными физическими процессами, такими как атомный, электронный или механический процесс.

Во многих случаях это понятие может быть использовано в переносном смысле, например, отнесением цели к процессам природного естественного отбора.

- В физике, функции в техническом смысле не существует, потому что понятие цели не определено.

Кáчество — философская категория, выражающая совокупность существенных признаков, особенностей и свойств, которые отличают один предмет или явление от других и придают ему определённую сущность. Качество предмета или явления, как правило, не сводится к отдельным его свойствам. Оно связано с предметом как целым, охватывает его полностью и неотделимо от него. Поэтому понятие качества связывается с бытием предмета. Предмет не может, оставаясь самим собой, потерять свое качество. Например, *переход в новое качество*.

Качество, как определение предмета, противопоставляют предмету, как носителю качества; противоположность эта обозначается терминами «субстанция» и «атрибут», причём первая мыслится как неизменная, единая, "бескачественная" вечная основа различных между собой и характеризующих эту основу атрибутов. В самих атрибутах различают две степени: качества необходимые и существенные, характеризующие субстанцию, и свойства, принадлежащие предмету в данный момент и изменчивые.

Ко́личество — категория, выражающая внешнее, формальное взаимоотношение предметов или их частей, а также свойств, связей: их величину, число, степень проявления того или иного свойства.

Характеристика (от др.-греч. χαρακτηριστικός «отличительный») — совокупность отличительных свойств кого-либо или чего-либо.

- **Характеристика** — официальный документ, содержащий оценку деловых и личных качеств человека.
- **Характеристика** — понятие в теории дифференциальных уравнений с частными производными.
- **Характеристика** (в технике) — графическое, или табличное выражение зависимости одного параметра от другого.

Парáметр (от др.-греч. *παράμετρος* — соразмеряю) — величина, значения которой служат для различения групп элементов некоторого множества между собой. (Следует отличать от идентификатора *отдельного* элемента.)

Например, уравнение $y = kx + b$ задаёт множество прямых на плоскости, k и b в данном случае — параметры прямой, то есть, если положить, допустим, $k = 2$ и $b = 7$, мы получим конкретную прямую $y = 2x + 7$: один из элементов множества.

1.6.3. Всеобщее в теории понятий

Всеобщее (нем. *Allgemeinheit*) — абстрактное единство предметов согласно определенному свойству или отношению, благодаря которому они мысленно объединяются в некоторое множество, класс, род или вид. Термин введен Гегелем и использовался преимущественно гегельянцами, однако он имеет древнюю историю.

Всеобщее в истории философии

По мнению Ильенкова, проблема всеобщего поднимается еще в античной философии. Всеобщее усматривалось в первоначале. В классической философии всеобщее отождествлялось одновременно с абстракцией и сущностью вещей (например, идеи Платона или рода сущего у Аристотеля). В средневековой философии проблема всеобщего раскрывалась в спорах об универсалиях. Британские философы усматривали во всеобщем чистую абстракцию и игру воображения. Кант отождествлял всеобщее и априорное.

Всеобщее в философии Гегеля

В философии Гегеля всеобщее рассматривается в соотношении с *единичным* и *особенным*. Все единичное конечно и познается опытным путем. Сфера особенного - это законы явлений. Гегель утверждает, что если нет всеобщего, то не может быть ни чувственно-воспринимаемого единичного, ни одного особенного закона естествознания. Без всеобщего вообще не может быть ни одной мысли. Но всеобщее в опыте не дано. Высшим содержанием понятия всеобщего является

единство мышления и бытия, природы и духа, которое составляет предмет философии.

Гегель отличал *подлинно всеобщее* (идею) от *просто общего* или *абстрактно всеобщего* (формы человеческого представления). Абстрактно всеобщее есть словесно зафиксированное тождество ряда явлений друг другу, совпадающее с тем, что у Канта называется «понятием рассудка». Подлинное (конкретное) всеобщее есть прежде всего закон существования и изменения бесконечного ряда единичных и особенных явлений. Такое всеобщее уже нельзя понимать как простое сходство и тождество ряда явлений друг другу. В качестве закона, управляющего процессом превращения единичных и особенных явлений друг в друга, конкретное всеобщее есть «душа единичного». Всеобщее есть субстанция единичного.

Всеобщее в диалектике

Отвергнув гегелевское толкование всеобщего как порождение абсолютной идеи, классики марксизма-ленинизма показали, что категория всеобщего есть отражение *реально всеобщего*, т.е. объективного единства многообразных явлений природы и общества, в сознании человека. Объективно всеобщее отражается в мышлении в форме системы понятий, определений.

1.6.4. Основные приемы образования понятий

Сам процесс образования понятий сложный, он требует больших умственных, эмоциональных, чувствительных напряжений.

Чтобы правильно сформировать то или иное понятие о предмете, нужно из бесконечного количества признаков этого предмета определить те, которые составляют его сущность, то есть важные (отличительные) признаки. Такое определение человек осуществляет с помощью логических приемов: *сравнения, анализа, синтеза, абстрагирования* и *обобщения*.

Перечисленные приемы часто используются при формировании понятий в научной деятельности, при овладении знаниями в процессе обучения.

СРАВНЕНИЯ

Сравнения — это логический прием, с помощью которого на основе определенных (отличительных) признаков устанавливается сходство или отличие предметов действительности.

Сравнение один из самых важных логических приемов, оно присуще всем формам человеческого мышления.

Рассмотрим пример. В практике международного бизнеса сложились четыре основных стратегических профиля международных компаний: этноцентризм, полицентризм, региоцентризм и геоцентризм. Чтобы отличить один профиль от другого, надо найти признак, по которому их можно отличить. Этим признаком является их политика по отношению к внешнему рынку, уровень их восприятия своей международной активности.

Этноцентризм внешний рынок воспринимает как второстепенное по отношению к внутреннему рынку, внешний рынок для таких предприятий выступает «поглотителем» излишка продукции и имеет тенденцию воссоздавать на внешних рынках политику и процедуры, которые вначале использовались на внутреннем рынке.

Полицентризм признает международную деятельность и воспринимает ее как таковую, которая влияет на обращение капитала и рентабельность.

Региоцентризм рассматривает мир как определенную совокупность рынков, которые имеют некоторые общие характеристики.

Геоцентризм воспринимает мир как единый рынок.

Для того, чтобы в результате сравнения получить достоверную информацию, надо придерживаться правил сравнения:

1. Сравнить надо такие предметы, которые в действительности имеют какие-то связи друг с другом.
2. Правильность любого сравнения определяется тем, что взято за основу сравнения. Сравнить необходимо важнейшие, наиболее существенные признаки, или такие, которые хотя и не являются важными, но следуют из существенных или предопределяют их.

Сравнение, как и любой другой прием, само собой не может дать исчерпывающей информации о предмете. Сравнение осуществляется на основе взаимодействия анализа и синтеза.

АНАЛИЗ

Предметы действительности встают перед человеком во всей своей сложности и таинственности. Для того, чтобы раскрыть эти сложности,

познать неизвестные свойства предмета, человек должен подойти к познанию его отдельных частей, элементов.

Анализ (от греч. analysis, что означает *разложение, расчленение*) — это мысленное расчленение предмета, выделение отдельных его частей, свойств (признаков) для исследования их как определенных элементов целого.

Анализ в познании и созидании — это прием мышления, который имеет абстрактный характер, и его нельзя путать с механическим, физическим или химическим разложением предмета. Анализ в познании и созидании предусматривает определенную практическую и теоретическую подготовленность человека к его осуществлению. Такой анализ опирается на определенную сумму знаний о предмете или даже о множестве предметов, к которой данный предмет принадлежит, на правильное использование приемов познания и созидания, в частности деления, классификации, определения и др. Примером анализа в познании и созидании есть анализ ситуаций или результатов действий, анализ условий разнообразных задач при их решении.

В теории познания и созидания, в зависимости от специфики исследуемого объекта, выделяют разные виды анализов. Наиболее распространенным среди них есть системный, где объект рассматривается как структурно-организованная система, в которой все элементы взаимосвязаны и следуют друг из друга. Например, в любом предприятии как целостной системе можно выделить экономический, юридический или социальный аспект и исследовать их в отдельности. Но какой бы вид анализа не использовался, познавательному и созидательному должна отводиться ведущая роль.

СИНТЕЗ

Извлеченных в процессе анализа знаний об отдельных признаках предмета недостаточно для получения полного понятия о предмете как о едином целом. Рассмотрение предмета в его единстве достигается человеком с помощью синтеза.

Синтез (от греч. synthesis, что означает *соединения, сложение, сочетание*) — это мысленное объединение тех частей целого, которые были вычленены и изучены в процессе анализа, установление взаимодействия и связи их и исследование предмета как единого целого.

Анализ и синтез — это два неразрывно связанных между собой логических приема, это две стороны одного и того же процесса. Синтез

невозможен, если предмет не был проанализирован, а любой анализ должен проводиться на основе познания предмета как целого.

Кроме того, синтез, на основе осмысленного объединения отдельных, уже проанализированных частей, дает возможность создавать, конструировать новые предметы, модели. Таким образом, синтез выступает не только как прием познания и созидания, но и как форма отображения, моделирования предметов, процессов.

АБСТРАГИРОВАНИЕ

Анализ и синтез сами по себе еще не являются достаточными для формирования понятия о предмете. Познание является более сложным. В каждом предмете много признаков, свойств. Одни из них существенные, более важные, а другие менее существенны, менее важные. Поэтому, чтобы образовать понятие, необходимо отобрать из массы выделенных признаков важные, определяющие. Это достигается в процессе абстрагирования.

Абстрагирование (от латин. abstractio, что означает отвлечения) — это мысленное отделение наиболее существенных, наиболее характерных признаков предмета от самого предмета и превращение их в объект самостоятельного рассмотрения.

Результат абстрагирования называется абстракцией.

Без абстракции невозможны ни психические акты, ни процессы коммуникации и познания, ни процессы созидания. В процессе познания и созидания люди оперируют с абстрактными понятиями так, словно они существуют независимо от материальных носителей, от которых эти понятия отделены.

ОБОБЩЕНИЯ

При образовании понятия изучаются не все предметы (элементы) множества, а лишь некоторые. Потом эти знания распространяются на все последующие предметы множества, на множество в целом. Продолжением и вместе с тем завершением процесса формирования понятия являются обобщения.

Обобщения — это мысленное распространение существенных признаков части предметов определенного класса, выделенных в процессе абстрагирования, на каждый предмет этого класса. В процессе обобщения осуществляется переход от единичного, частного к общему. С помощью обобщения предметы, на основе их общих признаков, объединяются в классы, множества. Обобщение выступает как высший уровень абстракции на основе

выявления общих для этих предметов признаков, свойств, отношений, тенденций развития и т.п.. Так, изучив результаты деления и специализации управленческой деятельности на определенном множестве организаций, исследователями было сделано обобщение, что всем организациям присущи такие основные функции менеджмента, как планирование, организация взаимодействий, мотивация, контроль.

2. Признаки и свойства сущностей (предметов) как основа образования ПОНЯТИЙ

Основой образования понятий служат выявленные (абстрагированные) признаки и свойства сущностей, выраженные в обобщенном виде, т.е. без указания на конкретные черты той сущности, в которой мы усмотрели общее, что свойственно множеству сущностей. *Мысли о свойствах и отношениях предметов называются признаками.* Признаки предмета, т.о., определяют признаки самого понятия. Признаки могут быть определены также как черты сходства или различия предметов. Сходные признаки называются *общими* – в них выражается тождество предметов в определенном отношении. Признаки, которыми предметы отличаются друг от друга, называются *отличительными*. И те, и другие признаки могут фиксировать *существенные* и *несущественные* свойства предметов. Что значит «существенные свойства»? *Во-первых*, за критерий различения берется важность, значимость свойства одного предмета для другого предмета (для удовлетворения потребностей, например; или для самого существования предмета). Существенным свойством фруктовых соков является наличие в них витаминов и полезных человеку микроэлементов, прежде всего; тогда как цвет соков следует считать несущественным свойством. *Во-вторых*, свойство, определяющее характер, природу и направление развития предмета безотносительно к тому, какое значение имеет данное свойство для других предметов. Например, для осуществления общественного прогресса необходимы такие условия, в которых раскрепощается творческая энергия членов общества. Существование предмета как предмета определенного рода, определенной категории невозможно, если отсутствует хотя бы один такой существенный признак.

Существенные признаки второго рода, вместе взятые, достаточны для того, чтобы выразить сущность предмета, а каждый из них необходим для этого. Понятие существенного признака первого рода, в свою очередь, является относительным, т.е. в одном отношении существенными будут одни признаки, в другом – другие и т.д. (Наш пример с соками: для коммерческой выставки цвет сока приобретает важное значение). Признаки предметов подразделяются еще на основные и производные, случайные и необходимые.

Основные признаки – это те существенные признаки, из которых выводятся как необходимое следствие другие существенные признаки, а производные – те признаки, которые выводятся из основных. Например, понятие «либерализм» содержит в себе возможность вывода следующих существенных признаков: «рыночная экономика», «свобода личности», «партийный плюрализм», «разделение власти» и т.п. Каждый из признаков содержит свои производные, как то «рыночная экономика» предполагает движение капиталов, товаров и услуг как в пределах государства, так и за ними; «свобода личности» – правовую защиту граждан, их корпоративные и личные свободы, доступ к информации и т.п.

Необходимые признаки – это те же существенные признаки, без которых, однако, не может существовать ни один индивидуум данного класса предметов.

Случайные же признаки принадлежат либо некоторым представителям класса, либо всем его представителям, но не являются при этом необходимым следствием основных признаков. Например: все птицы имеют перья определенного окраса (необходимые признаки); но среди птиц встречаются альбиносы, несущие случайные признаки отсутствия характерной цветовой окраски (белая ворона). Какое же отношение понятия к вышеуказанным признакам? **Понятие фиксирует существенные признаки в предмете. Сущность предмета как представителя определенного класса отражает только одно понятие.** Но если требуется охарактеризовать конкретный предмет в его индивидуальности, то надо указать связь сущности с разного рода случайными признаками. Конкретность характеризуется полнотой, но полнота относительна в каждый данный момент; для **полного изображения предмета необходимо бесконечное множество понятий**, что практически недостижимо.

В зависимости от количества существенных признаков предметов, фиксируемых в понятиях, их принято делить на *простые* и *сложные*. В пределе число элементов содержания понятия может быть равно единице (например, в понятии «существование»), но в понятии меньшей степени абстракции их всегда больше, и они составляют единое логическое целое, соответствующее единству признаков в предмете. (Понятие «вещество» будет включать такие элементы, как «твердое», «жидкое», «газообразное», «химическое», «биологическое», «легкое» и пр., пр.). Понятия, имеющие в своем содержании более одного элемента, различаются как более простые и менее простые (более сложные и менее сложные). Эти определения относительны, т.к. одно понятие может быть более простым по сравнению с другим и более сложным по сравнению с третьим. Так, понятие «человек» есть сложное по сравнению с понятиями «молодой человек» или «пожилой человек», или «мужчина» («женщина») и т.д. Более сложные понятия содержат больше информации по сравнению с менее сложными понятиями.

Содержание всякого сложного понятия представляет собой синтез элементов, их единство. Особенность этого единства характеризует *структуру понятия*, в которой существенным является различие между родовым признаком, который часто называют *главной частью* содержания понятия, и видовой разницей, которая называется обычно *побочной частью* содержания понятия. Главная часть отвечает на вопрос: «кто или что?», а побочная – на вопрос: «какой?». Например, в понятии «квадрат» главной частью является понятие «прямоугольник», а побочной – понятие «имеющий равные стороны». Побочная часть может быть ближайшей и отдаленной в зависимости от того, примыкают ли соответствующие признаки к главной части содержания понятия непосредственно или посредством других признаков. Например, в понятии «участник мирового чемпионата по футболу» ближайшая побочная часть содержания понятия выражена словом «чемпионата по футболу», а самая отдаленная – словом «мирового».

Поэтому символически содержание какого-либо понятия N может быть выражено формулой: $N = Aabcd$, где каждый из символов A, в, с, d обозначает один из рассматриваемых в совокупности мыслимых признаков предметов, которая представляет возможный ответ на вопрос «что это?» и не содержит в себе ни утверждения, ни отрицания о каких-либо предметах.

2.1. Понятие признака

Как мы уже говорили, человек все и всегда считает, интуитивно ли или специально, используя особый математический аппарат, начиная с какой-либо покупки в магазине и кончая статическим частотным анализом каких-либо действий своих собственных или же других, с кем входим в контакт в процессе взаимодействия. Ибо только в этом случае, т.е. частотном распределении признаков можно определить сущность объекта и объект сущности.

Но, как мы уже говорили, статистический анализ подразумевает только количественное выражение некоего признака в его физическом выражении. Ибо подсчитывать, складывать, умножать и пр. то есть производить какие-то количественные операции можно только с физическими объектами как единицами статистического распределения. Ни с какими другими формами выражения мысли, т.е. содержания или смысла частотный анализ дела не имеет и не может иметь по определению.

В качестве такого физического носителя смысла в тексте может выступать что-то написанное в различных формах выражения. Это может быть **слово, словосочетание, иероглиф, рисунки, графика** и пр. и пр., лишь бы только имело под собой общепризнанный в данной социальной совокупности смысл. Но чаще всего в текстах такой физической основой выступает слово (словосочетание), которым и оперирует система частотного распределения и смыслового определения. Ничто иное не может выступать в качестве физической основы статистического частотного анализа проявления признака в тексте.

Но слово, (далее под словом «слово» будет пониматься и «словосочетание»), как физический носитель смысла, имеет две формы выражения смысла. С одной стороны выступает как **признак**, который **обозначает**, указывает на некое **понятийное поле** или класс **однотипных объектов**. В данном случае слово выступает только неким отвлеченным иероглифом, по которому сознание сразу же определяет интересующий его класс смыслов. Как офицерский погон, по которому сразу же выделяется группа людей, как субъектов, с которыми надо выстраивать в различных ситуациях специальные

отношения. Но поскольку данное понятийное поле или класс однотипных объектов имеет свое некое общее содержание, то **слово-признак, включает в себя определенное понятийное содержание и превращается в слово-понятие.** С ним и оперирует частотный анализ, если исследователя интересует только данное понятийное содержание. Так слово офицер содержит в себе много различных объектов, например, по признаку звание, но исследователя может интересовать только общее его понятийное содержание, как класс субъектов с определенными характеристиками.

С другой стороны тоже самое слово выступает или точнее может выступать, как обозначение части понятийного поля, одного из его объектов, как частное понятие, которое содержит в себе некий свой особый смысл. Этот смысл, содержание признака так же может быть объектом статистического частотного анализа, посредством своего физического носителя слова, как признака, но уже в данном случае частного смысла. Правда, надо иметь ввиду, что данный конкретный смысл может выражаться другим словом-признаком, например, синонимом, но обязательно находящимся в рамках основного слова-признака и слова-понятия.

Так слово-признак «Сократ», обозначает некоего человека как физического существа, содержащий в себе практически всегда ограниченное, но потенциально безграничное множество своих собственных объектов (философ, семьянин, муж, отец и пр. и пр.). Данное множество определяется словом-понятием «Сократ». В свою очередь, внутренние объекты так же имеют свой физический носитель, например, философские сочинения или наличие ребенка, выступающие в свою очередь как смысловые понятия.

Таким образом человек всегда обращается сначала к физическому носителю смысла и имеющий свое обозначение так же в физической форме (слово, рисунок, жест, звук), а затем уже к его, (признака), смыслу, соответственно имеющий свое обозначение, совпадающее с обозначением признака или имеющий свой собственное обозначение, но в обязательном порядке посредством обозначения признака. Так, «погон» на кителе офицера, как признак определенной профессиональной группы, не совпадает с ее обозначением по смыслу – офицер или солдат.

Посредством слова как признака, исследователь фактически подсчитывает частотное распределение того или иного понятия как смысла. А поскольку смыслов может быть бесконечное множество, то и признаков для частного анализа может быть так же бесконечное, (правда, на практике, всегда ограниченное), множество. Но точнее будет сказать, что **в качестве признака может выступать бесконечное множество видов и форм выражения смысла.**

Будучи сам по себе самостоятельным объектом со своими собственными законами существования и взаимодействия с другими объектами, тем не менее основная задача любого признака, как свойства объекта, это только указание, как мы уже говорили, на то, что под этим признаком содержится какой-то определенный смысл или некая область существования других, как правило, однотипных, одного класса объектов или субъектов.

Но признак это не какой-то особый класс объектов, свойство которого только указание. **В качестве признака может выступать любой объект, если он рассматривается в таком качестве.** Поэтому можно сказать, что **признак это особый класс свойств объектов или даже функций объектов при решении данной (указательной) функции или задачи.** Так слово стол, кроме прочих своих свойств как понятия, может иметь и такое свойство как указатель на какую-то область данного класса объектов. При этом данное особое свойство или функция, (признак), становятся самостоятельным объектом, если в качестве такого его воспринимает сознание. Поэтому важно понять и его природу как отдельного самостоятельного объекта.

Признак безусловно указывает на особый характер или свойство исследуемого объекта, но не сам по себе, а только как результат взаимодействия людей. Другими словами, **признак как объект получает свое содержание только в результате конвенциональной деятельности.** **Признак сам по себе ровным счетом не имеет и не может иметь никакого смысла.** И только некая и определенная социальная совокупность взаимодействующих субъектов наделяет его смыслом, что бы можно было им оперировать как иероглифом при решении своих специальных задач. Так поступают люди, так поступают животные, так поступают растения и возможно любые объекты физического и смыслового мира, т.е. сознания в широком смысле его понимания.

Так слово «авторитет» как признак обозначения физического носителя, соотносится со своим понятием, обозначаемый конвенциональное соглашение широкой или узкой социальной группы. Другими словами, **люди наделили смыслом данный признак и данную социальную совокупность**. Но обязательно в рамках решаемой задачи, т.е. в зависимости от задачи вводится в оборот тот или иной аспект данного понятия, хотя слово как признак остается неизменным. Написанное или сказанное слово «авторитет» уже есть признак какого-то содержания. И только потом уточняется, что речь идет, например, не об уголовном авторитете, а об авторитете политика. Последнее словосочетание так же есть признак, но уже другого смысла.

Можно сказать, что **понятие признак есть переходная зона от мира физического, как носителя скрытого смысла, к миру мыслительного и концептуального построения, к миру сознания. Признак обозначает то, что мы или видим или слышим, (в рамках контекста исследования) или ощущаем какими-то другими специальными органами.** И это видение или слышание, ощущение передаются в мозг, а затем перерабатываются сознанием в некое сырье для концептуальных операций, т.е. что и как надо делать, как поступить, что сказать или написать. Тем самым осуществить обратный переход в мир физических объектов, опять же посредством признаков, но уже иных, отличных от начальных.

Теперь надо понять, почему употребление признака–слова и слова–понятия в некотором частотном распределении, т.е. несколько раз, и обязательно в каком-то контексте приобретает уже свой особый самостоятельный смысл. И чем чаще оно употребляется, тем большее значение оно приобретает, тем важнее становится при решении той или иной задачи. И почему употребление разового, хотя и обращает на себя внимание, но становится чаще всего не значимым или не очень важным явлением.

По всей видимости и в первую очередь это связано с двумя принципиально важными для человека свойствами объектного мира. Так, определенное количество проявления в контексте какого-то объекта может нести в себе опасность. Если на территории животного стал часто появляться другой зверь, то это может нести в себе опасность ее потери. Человек не далеко ушел. Так, если у вашего дома будет изо дня в день бродить какой-то подозрительный тип, то первое,

что приходит на ум: от него может исходить какая-то опасность, лучше с этим заранее разобраться.

Или же большое число проявления в определенном контексте какого-то объекта можно использовать при решении своих специальных задач. Так, если на территории охраняемой животным появилась самочка, то это уже совсем другой, как говорится, «коленкор». И с этих позиций человек может рассматривать, правда уже во вторую очередь, данный объект. Если он не опасен, то чем интересен, коль попал в область внимания и интересов человека.

И в том и в другом случае именно факт **«количественного проявления признака объекта»** выступает уже самостоятельным объектом, с которым приходится так или иначе человеку считаться при решении своих задач. И лучше всего иметь полное и предварительное представление об этом объекте, что в свою очередь требует другого, углубленного и в различных аспектах исследования данного объекта и опять же в его частотном выражении.

Так, если в лексиконе представителей власти, стало чаще употребляться слова из воровского или бандитского лексикона, то это сразу же настораживает общество. Ибо показывает, что в структуре власти появились нежелательные моменты и сама власть при этом приобретает определенную характеристику, а именно ту, которая может быть опасна для общества или для отдельных социальных образований.

И наоборот, если чаще употребляется слово демократия, то как бы власти его не интерпретировали, тем не менее, демонстрирует обнадеживающие тенденции, которые позволят широким слоям населения предположить, что они смогут благополучно решить свои и общие задачи. Слово-признак понятия «демократия» предполагает хотя и не очень строго, но описание определенного класса актов поведения, как со стороны власти относительно общества, так и со стороны общества относительно власти. Слово-признак понятия «демократия» представляет ту область за Рубиконом, перейдя который жизнь может быть справедливой и счастливой.

Именно поэтому, собственно признаку, как основному носителю не востребовавшей информации, необходимо уделять самое пристальное внимание. Признак, взятый произвольно, становится

точкой отсчета для неправильной интерпретации, искажения авторского смысла, а соответственно и не возможности решить поставленной задачи. Признак, который не отвечает задачам исследователя, не может выполнить возлагаемую на него роль и не имеет того значения, которое ему приписывается сознанием.

Ибо надо помнить, что понятие признак имеет целый ряд специальных значений:

во-первых, как мы уже говорили, выступает физической формой восприятия смысла, т.е. признак (знак) в обязательном порядке должен **иметь свое физическое выражение и в этом плане его нельзя смешивать с содержанием;**

во-вторых, признак выступает носителя основного смысла, конечно, в рамках решения исследовательской задачи и только в результате определения основного смысла, можно проводить интерпретацию текста;

в третьих, выполняет **функцию доминанты**, которая ограничивает возможности вариаций и интерпретаций смысла.

Признак это качественная черта, особенность данного явления, то, что характеризует его в той или иной степени, становится выражением сущности. Если признак проявляется часто, то можно смело утверждать, что он с большой вероятностью отражает именно сущность данного явления. И никаким другим способом, как только его частотное выражение относительно установленной генеральной совокупности, (в данном случае множества слов в тексте), сущность не будет и не может быть установлена.

И когда человек внимательно читает текст, то он старается, чаще всего интуитивно, установить частотное распределение того или иного признака и тем самым сделать вывод о каком сущностном явлении в тексте идет речь. Идет ли, в основном, речь о политике, работе или любви. Потом уже, отталкиваясь от авторского смыслового определения, как точки отсчета, можно проводить собственную смысловую интерпретацию, введя в оборот иной признак или признаки-слова и их частотное распределение во всем тексте или его части.

Теперь давайте посмотрим структуру понятия «признак». Поскольку слово, как мы уже говорили, в обязательном порядке понятийно описывает какую-то ситуацию, и обозначает ее символом, то можно говорить о структуре этого понятия, а соответственно и о структуре самого признака как понятия. Выписав таким образом структуру, можно говорить и важности того или иного вкладываемого в текст смысла.

Структуру понятия «признак» можно определить относительно просто, (или точнее упрощенно), в частности, посредством или через синонимы, как это мы делали ранее, первого, т.е. непосредственного уровня, синонимами второго, а при необходимости и третьего уровня. Тем самым, устанавливается достаточно хорошая связь с общей, т.е. контекстуальной понятийной тканью.

Синонимы слова «признак» выступают: свойство, качество, черта, особенность, примета, знак, симптом, доминанта, основание, отличие, показатель, метка, мерило, атрибут. Здесь можно выделить три группы синонимов по их смысловому содержанию относительно его сущностного выражения, точнее степени сущностного выражения.

Первая группа: доминанта, свойство, качество, основание, которая описывает, так скажем, **основные сущностные особенности признака в явлении.** Другими словами, признак описывает такие сущностные черты понятия, которые сами по себе и каждый отдельно выступает или могут выступать доминантой в случае специальной интерпретации текста.

Вторая группа: особенность, показатель, мерило, атрибут, – описывает **свойства и особенности,** но, по всей видимости, не самые главные, но тем не менее остающиеся существенными. Каждый из них так же может выступать основой для той или иной специальной интерпретации. Так, слово атрибут, взятый в качестве самостоятельного признака какого-то значения, позволит в некоторых случаях провести весьма интересную смысловую интерпретацию, которая может, в свою очередь, предложить иной взгляд, другой аспект в содержательном анализе текста.

И третья группа: черта, примета, знак, симптом, отличие, метка, – описывает только характерные отличительные признаки, но не основные, данного явления в тексте. Но и они могут выступать

основой для интерпретации при решении тех или иных частных задач. Правда, в этом случае ими надо пользоваться очень аккуратно, что бы за частными признаками не потерять главные, и тем самым основной смысл текста. И тем более недопустимо на их основе подменять понятия, что впрочем делается специально или не намеренно, но довольно и довольно часто.

Соответственно каждый из этих синонимов имеет свою сущность и особые черты и описывает свое понятийное поле, особую частную ситуацию. Но только в рамках общего для них смыслового определения, каждый из этих синонимов приобретает свое особое содержание, а именно, которое полно или частично описывает данное смысловое пространство. Точнее, только часть, большая или меньшая, синонима включается в смысловой контекст, другая, чаще всего, остается вне его границ.

Так, слово «черта» имеет свои синонимы: качество, свойство, особенность, симптом, граница, грань, рубез, водораздел. Понятно, что к слову «признак» имеет отношение только первые четыре синонима: качество, свойство, особенность, симптом. Остальные: граница, грань, рубез, водораздел, к понятию «признак» собственно отношения не имеют. Подробнее мы об этом говорили выше.

Бывает так, что для анализа основного смысла текста или признака берутся, в качестве смысловых понятия, (нередко синонимы второго и третьего уровня), которые описывают совсем иное пограничное, как правило, понятийное поле. Понятно, что в этом случае можно получить, хотя и весьма интересные интерпретации, но в тоже время и весьма далекие от того смысла, который закладывал автор в свой текст. Считается, что так поступать, по меньшей мере не корректно, если только это не делается преднамеренно для решения какой-то специальной задачи.

Все понятия и понятийные образования в обязательном порядке тесно связаны между собой и обуславливают друг друга. Разрыва между понятийными образованиями не может быть по своей природе, по определению. Понятийные разрывы и провалы образуются в сознании исключительно по не пониманию, не знанию, не четкости логического построения и оперирования с понятиями и т.д.

Понятийное поле содержит ключевое слово со своим понятийным контекстом, и который представлен в форме синонимов первого и второго круга. Понятно, что чем дальше понятийные образования от ключевого слова, тем больше они теряют с ним связь, у них все реже и реже встречаются общие с ключевым словом понятийные признаки, (элементы). (В качестве таких элементов в текстовом анализе выступают чаще всего синонимы ключевых понятий). И естественно, наоборот, чем ближе к основному понятийному слову, тем больше у них общих свойств, сильнее понятийная связь. В частности, именно этим определяется группа синонимы первого круга и второго уровня.

Благодаря взаимосвязи, посредством общих свойств, различных понятийных образований, можно относительно просто переходить из одного понятийного поля или круга в другое и таким образом безмятежно путешествовать по всему понятийному пространству, достигая, таким образом, самых отдаленных закоулков понятийной вселенной. Так, например, можно перейти от понятийного поля «Египетские пирамиды» к понятийному полю современных космических кораблей, компьютеров и пр.

При необходимости такой переход можно смоделировать, просчитать, в том числе математически, на том же самом персональном компьютере, просчитать сложный и длинный путь перехода посредством связанных и сквозных признаков. На этом основаны принципы любого моделирования, проектирования, планирования, прогнозирования, предугадывания и даже гадание на кофейной гуще. Математика, в данном случае, выступает только как цифровой аппарат, который проверяет типовыми методами (различными формулами, в частности), предложенные исследователем гипотезы.

Но, говоря о признаке, как **отражающий основной смысл текста, надо иметь в виду, что основным признаком становится только тот, который решает задачу интерпретатора.** При этом он может быть не основным для любого другого исследователя, и даже не быть основным для автора текста. **Он становится основным только для того человека, который по каким-то причинам поставил выбранный им признак на первое место, сделал его ключевым, превратил в доминанту и посредством него, точнее посредством его частотного распределения, провел успешное или не очень успешное, но собственный анализ текст.** В этом случае говорят:

провел оригинальное исследование, хотя таковым оно может быть и не является.

Другое дело, что частотного распределения признака может не хватить для толкового и убедительного анализа, слишком мало оказалось соответствующих слов в ткани текста, что бы провести квалифицированную интерпретацию. Но это уже другой вопрос, и он не касается, как правило, принципов частотного анализа текста. Как мы уже говорили, даже единичное упоминание какого-то слова или словосочетания, может быть предметом пристального внимания исследователя в контексте предложенного текста и при этом получить необходимую информацию и знание. Но это уже тема особого разговора и особого исследования, использующая иные принципы смыслового анализа.

Но и при отсутствие необходимого количества слов или словосочетаний, тем не менее, частотный анализ может дать интересную информацию, и новый взгляд на текст автора, его основной смысл, т.е. получить иной и возможно любопытный поворот в интерпретации содержания текста. То, что требуемая или необходимая информация отсутствует есть так же информация. Главное, какую задачу решает интерпретатор.

Надо так же помнить и то, что ключевое слово поставленное в иное понятийное поле, даже близкое по смыслу, как мы уже говорили, неизбежностью в большей или меньшей степени, но искажает содержание ключевого слова и может придать ему иной смысл. В этом плане любой текст не только многообразен, но безграничен в возможностях интерпретации. И то, что не обратило сегодня на себя внимания, в следующем прочтении, (в иной, например, исторической ситуации), может оказаться в центре внимания читателя или исследователя.

Но все-таки именно частотное распределение признака чаще всего становится основным инструментом определения смысла текста. Это определяется прежде всего тем, что смысл может быть проявлен только в относительных характеристиках, в соотношении с иным позиционированием интересующего признака. Например, в случае, если признак относительно хорошо вписывается в определенную смысловую зону и т.д.

Кроме всего прочего, о чем говорилось в данном параграфе, частотное распределение позволяет определить одну из важнейших характеристики текста – его **пространственно-временной континуум**. Это означает, что **текст в обязательном порядке в явной или не явной форме должен быть определен как в пространстве, так и во времени. Другими словами, текст должен быть иметь свои пространственные и временные характеристики.**

Именно позиционирование данного признака относительно какого-либо другого признака и относительно самого себя, определяет его пространственное положение и в обязательном временном континууме. И наоборот, определение его пространственно-временного положения, позволяет определить его смысловое положение в тексте. Позиция признака в пространственном расположении, т.е. в физическом поле и его временные параметры выступают фактически физическими носителями смысла признака

В свою очередь это можно осуществить, как мы уже неоднократно говорили, только посредством своих других и особых физических носителей, т.е. слов и словосочетаний и обязательно в их частотном распределении. **Частотное выражение распределения признака в тексте, таким образом, являются важнейшими характеристики движения объекта.** Речь в данном случае идет об изменении, о развитии, в с самым широким смысле, о движения объекта в пространстве и во времени.

Но это уже возможно только в широком контексте, т.е. во всем многообразии исследовательских акцентов в анализе многомерных связей и сложных интерпретаций. Пространственно-временные показатели выступают в свою очередь важнейшими характеристиками категории единства места, времени и действия, в рамках которых в обязательном порядке интерпретируется любое явление, естественно, это относится и к тексту

Понятие признака является одним из фундаментальных понятий теории понятий. Его значение обусловлено той ролью, которую играют признаки вещей, явлений, событий в научных исследованиях и в установлении истины в процессе научной деятельности. Наука изучает явления через их признаки: чем более однородна совокупность, тем больше общих признаков имеют ее единицы и меньше варьируют их значения.

Признак - это знак, метка, “показатель” или “примета” вещи, по которым ее можно узнать и т. п.

По определению Н. И. Кондакова, **признак** - это “показатель, сторона предмета или явления, по которой можно узнать, определить или описать предмет или явление”.

Признак отражает сторону предмета и несет, таким образом, порцию информации. Поэтому **признак можно рассматривать как сигнал информации**. Признаки объекта могут быть познаны как непосредственно, так и опосредованно. “Поэтому, - пишет М. В. Салтевский, показания приборов и приспособлений о признаках изучаемого объекта, а также измененное состояние предметов вследствие отображения на них признаков изучаемого объекта есть не что иное, как сигналы информации... Сигналом является не только отображение признака, но и сам признак материального объекта”.

Сигналом информации являются именно признаки, а источником информации - свойства, выражающиеся в признаках.

В семиотике **знак** определяется как всякий “чувственно воспринимаемый предмет, указывающий на другой предмет, отсылающий к нему организм или машину”. Знаком, таким образом, является и признак, и математический символ, и звуковой сигнал, и др. Знак может быть абстрактным, не связанным со свойствами обозначаемого им предмета; признак всегда конкретен и всегда выражает свойство вещи, которой принадлежит.

По нашему мнению, информация, которую несут признаки отображаемого объекта, переносится на отображение этих признаков. По этому отображению мы судим не о свойствах, а о признаках отображаемого, а уже через них - о его свойствах.

Сущности как единицы некой совокупности обладают определенными свойствами, качествами. Эти свойства будем называть признаками. Например, признаки человека: возраст, образование, занятие, рост, вес, семейное положение и т.д.; признаки предприятия: форма собственности, специализация (отрасль), численность работников, величина уставного фонда, экономическая эффективность его деятельности и т. д.

Сфера использования понятия «признак» охватывает как мыслительные процедуры (построение гипотез, анализ и оценку научной информации и т. п.), так и действия (поиск информации, экспертное исследование, следственные действия и др.)

Уяснение значения понятия признака требует рассмотрения этого понятия в философском, семиотическом и информационном аспектах.

Философское понятие признака неразрывно связано с понятиями вещи и свойства.

С пространственно-количественной точки зрения вещь - это всякое материальное тело, занимающее определенное пространство. Однако только такое понимание вещи приводит к серьезным противоречиям и логическим парадоксам, имеющим существенное значение в теории понятий, в чем можно убедиться на примере парадокса Гоббса. Рассматривая пространственно-количественное понимание вещи, Т. Гоббс рассуждает: “Если в этом корабле (имеется в виду корабль Тезея) все доски будут постепенно заменены новыми, то корабль останется численно тем же самым, но если кто-нибудь сохранил бы вынутые старые доски и, соединив их наконец в прежнем порядке, построил бы из них корабль, то и этот корабль был бы несомненно количественно тем же самым, что первоначальный. Мы имели бы в этом случае два численно идентичных корабля, что является абсурдом”.

А. И. Уемов формулирует этот парадокс в общей форме: “...останется ли вещь той же самой, если последовательно изменить все свойства, отличающие ее от других вещей”. Для того чтобы разрешить этот парадокс, необходимо сочетать пространственно-количественный подход к определению вещи с качественным ее пониманием: вещь представляет собой систему качеств. Вещь остается той же самой вещью, пока не изменится вся система качеств.

Вещь обладает определенными свойствами. Свойство - — характеристика, присущая вещам и явлениям, позволяющая отличать или отождествлять их. Каждому предмету присуще бесчисленное количество свойств, которые делятся на существенные и несущественные, необходимые и случайные, общие и специфические и т. д. В логике свойством называют то, что обозначается одноместным предикатом, например,: «... есть человек», «... есть зеленый» и т. п. При

постановке на пустое место имени какого-либо объекта мы получаем истинное или ложное высказывание: «Сократ есть человек», «Снег зеленый».

Свойства вещи - это то, что характеризует какую-либо ее сторону и что выявляется в ее взаимоотношениях с другими вещами или явлениями. Как указывает А. И. Уемов, **свойства в их отношении к вещам подразделяются на две группы. Свойства одной группы образуют границу данной вещи, ибо с исчезновением их данная вещь превращается в другую; их А. И. Уемов именует качествами вещи**. Таким образом, **качество - это существенное свойство**. Свойства другой группы, не определяющие границ данной вещи, он называет **просто свойствами**.

Свойства вещи существуют объективно, независимо от сознания субъекта. Они не могут быть отождествлены с ощущениями, ибо, как утверждает А.Е. Кононюк, “ощущение есть восприятие (результат восприятия) некоторого процесса воздействия материи и/или энергии на органы чувств живых особей”. Свойства могут быть внешними, поверхностными, отражающими объекты, процессы и явление данной вещи, т.е. внешность, форму обнаружения сущности; свойства могут относиться и к внутреннему содержанию вещи, его сущности, внутренним связям его элементов. Качество выражается и во внешних, и во внутренних свойствах вещи, и в ее сущности, и в ее явлениях. “В этом смысле, - справедливо замечает Н. К. Вахтомин, - качество и есть та незримая граница, которая всей совокупностью свойств (и, прежде всего, признаками (А.Кононюк)), которыми обладает предмет, отличает его от других предметов”.

Качественная определенность вещи заключается в том, что она обладает свойствами, позволяющими ей проявлять себя в отношении других вещей своеобразно. “Обладание свойствами есть неотъемлемый момент самого существования какой бы то ни было вещи. Вещей, не обладающих свойствами, не существует”.

Мы уже отмечали, что когда мы говорим о вещах как источниках доказательств, то подразумеваем, что эти вещи обладают такими свойствами, которые служат фактическими данными, имеющими значение для дела, т.е. доказательствами. Доказательством, таким образом, строго говоря, является не сама вещь, а ее свойства. Однако, если эти “свойства-доказательства” составляют сущность вещи, ее

качество, то они неотделимы от вещи и сама вещь выступает как носитель этих фактических данных, доказательств. Если же “свойства-доказательства” не относятся к числу существенных свойств, не определяют качества вещи, могут быть отделены от нее без изменения ее сущности, а будучи отделены, образуют сущность новой вещи, тогда в качестве носителя доказательства выступит эта новая вещь.

Предложенная нами концепция вещественного доказательства и его источника позволяет объяснить и возможность получения производных вещественных доказательств.

Производное вещественное доказательство может быть получено только в том случае, если требуется копия, слепок “свойств-доказательств”, относящихся к категории внешних, поверхностных, поддающихся воспроизведению в силу своего содержания, ибо нельзя получить адекватную копию вещи, тождественной только самой себе, но можно воспроизвести некоторые ее свойства как элементы общности нескольких материальных тел. Логически это выглядит следующим образом: есть вещь А со свойством Б, имеющим доказательственное значение, и есть вещь В тоже со свойством Б. Совпадение двух свойств вовсе не означает тождественности вещи А вещи В. Но так как у А и В имеется одинаковое свойство, то достаточно изучить это свойство у одной вещи, чтобы иметь о нем представление и применительно к другой. Если мы можем создать вещь В, обладающую таким же свойством Б, что и вещь А, являющаяся первоначальным вещественным доказательством, то это будет означать, что мы создали производное вещественное доказательство, не повторяющее самой вещи А, но дающее возможность исследовать опосредствованно ее свойства.

Еще Гегель отмечал, что вещь может в известных пределах варьировать свои свойства, оставаясь той же самой вещью. Но причиной изменения свойств является изменение качества. Возникает логическое противоречие: изменение свойств есть следствие изменения качества и в то же время не всякое изменение свойств означает изменение качества вещи. Нам представляется правильным путь разрешения этого противоречия, предложенный И. Д. Панцхава и Д. Я. Пахомовым. В этих целях они вводят понятия качественного превращения вещи и качественного изменения состояния вещи. Они пишут: “Качественное превращение есть особый случай изменения вещи, при котором данная определенная вещь становится другой вещью во всех отношениях

(кроме, может быть, незначительной части менее существенных с некоторой определенной точки зрения отношений). Качественное изменение состояния вещи означает, что мы имеем дело с той же самой вещью, испытывающей, однако, качественные изменения, не затрагивающие ту инвариантную часть качественной определенности (или инвариантную часть совокупности свойств), которая делает эту вещь данной вещью”. Мы полагаем, что различие между качественным превращением вещи и качественным изменением состояния вещи и лежит в основе обоснования возможности ее идентификации в тех пространственно-временных границах, с которыми обычно приходится иметь дело в процессе доказывания.

Свойства выражаются в признаках; признак есть проявление свойства. Каждая вещь обладает множеством свойств, каждое свойство может выражаться во множестве признаков. В логике признак - это “все то, в чем предметы, явления сходны друг с другом или в чем они отличаются друг от друга; показатель, сторона предмета или явление”.

В системе “свойство - признак” свойство играет роль сущности, признак - явления. Являясь выражением свойства, признак, как и свойство, объективен по своей природе. Несмотря на то, что одни и те же признаки могут выражать разные свойства, в конкретной системе “свойство - признак” **признак неотделим от свойства.** В силу этого мы считаем, что признак именно выражает, а не отражает свойство.

Между терминами “выражение свойства” и “отражение свойства” мы усматриваем существенное различие. Когда мы говорим, что **признак есть выражение свойства,** мы тем самым подчеркиваем его репрезентативность по отношению к выражаемому свойству, их неразрывную связь. Свойство проявляется вовне через признаки, самовыражается в них, не может существовать без них.

Считая признак отражением свойства, мы неизбежно вступаем в противоречие с этими положениями. Если признак - отражение свойства, то следует допустить, что:

а) признак может неадекватно отражать свойство и, как таковой, не будет служить “показателем, стороной предмета или явления”;

б) свойство может существовать без признаков и независимо от них (вспомним положение о независимости отражаемого от отражения);

в) признак может быть отделен от свойства, ибо отражение в принципе может быть оделено от отражаемого. Но в этом случае возникает по крайней мере два вопроса: каким образом будет выражаться свойство, от которого отделены признаки, и чем оно будет отличаться при этом от других свойств.

Этот перечень допущений, противоречащих природе и свойства и признака, можно было бы продолжить, но, на наш взгляд, сказанного достаточно, чтобы отдать предпочтение определению **признака как выражения или проявления свойства**. Между тем в большинстве источников этой внутренней противоречивости определения признака как отражения свойства не отмечается. Так, В. Я. Колдин пишет, что “под признаком следует понимать объективное отражение свойства объекта, являющееся первоначальным материалом исследования”. Аналогично определяют признак А. Р. Шляхов и Р. А. Алимова. На основе такого общего определения признака конструируются определения признаков отдельных свойств объектов.

Не усмотрев различия между отражением и выражением свойства, И.М. Лузгин в своем определении признака употребляет оба эти термина как равнозначные. Он пишет: “Под признаком понимают объективное отражение свойств предмета, выражение его реальных свойств, позволяющих отличить данный предмет от всех других”. Из числа известных авторов лишь М. Я. Сегай определяет признак как выражение реальных свойств объекта.

Определение признака как выражения (или отражения) свойства не является единственным в науке. Ему предшествовало разделяемое до сих пор некоторыми авторами мнение о том, что признак и свойство суть понятия идентичные, что признак является свойством объекта.

С определением признака как свойства объекта мы встречаемся уже в первых работах по теории идентификации. Так, в 1940 г. С. М. Потапов писал: “Свойства объекта являются его объективными признаками, устойчивостью которых определяется “устойчивое наличие” и самого объекта”. В 1946 г. он повторил это положение.

На ошибочность подобного понимания признака указал А. И. Винберг, который отметил, что “данное проф. С. М. Потаповым определение признаков является весьма широким и в то же время неточным... Здесь смешивается понятие свойства предмета с понятием признака предмета”. Однако это замечание было воспринято не всеми. Н. В. Терзиев продолжал считать, что “слово “признак” тоже обозначает свойство, но рассматриваемое под углом зрения узнавания с предмета”, а Н. А. Новоселова прямо называла свойства идентификационными признаками. А.Е.Кононюк в своем первом определении признака писал: “В науке признаком надо считать выделение субъектом сообразно целям исследования тех свойств предмета, явления, которые объективно возникли в результате наступления события или присущи предметам независимо от наступления события и использование которых способствует установлению истины”. Наконец, А. А. Эйсман попытался обосновать определение признака как свойства различием между онтологическим и гносеологическим понятиями. По мнению А. А. Эйсмана, понятие свойства “является онтологическим понятием, т.е. понятием, характеризующим вещи, явления сами по себе, с отвлечением от способа их познания, от их “мысленной обработки”... Напротив, **признак** - понятие, которым оперирует логика - наука о законах и формах мышления. Это и подобные ему логические понятия формируются с учетом способов и средств познания действительности... Поскольку вещам “самим по себе” присущи свойства и только через них они взаимодействуют между собой и с изучающим их человеком, то **признаками могут быть только свойства вещей**”.

Начнем с того, что неправомерно делить понятия на онтологические и логические, поскольку, во-первых, само определение понятия есть логическая операция, а, во-вторых, применительно к предмету нашего рассмотрения следует принять во внимание, что логика оперирует не только понятием признака, но и понятием свойства. Далее, и это, пожалуй, главное, нельзя рассматривать признак как категорию только гносеологическую, лишенную онтологической основы. Как и **свойство, признак существует объективно, независимо от познающего субъекта**. Связь признака с процессом познания, на которую ссылается А. А. Эйсман в доказательство его логической природы, вовсе не означает зависимости признака от познавательной деятельности. В противном случае следует признать, что признаки существуют лишь постольку, поскольку они наличествуют в наших представлениях, а если признаки - это свойства, то и свойства

существуют только тогда, когда они являются предметом нашей мысли.

Не следует смешивать онтологической сущности признака с его функциональным значением в логике, семиотике, теории информации. Там признак - это знак, метка, “показатель” или “примета” вещи, по которым ее можно узнать и т. п. Действительно, неизвестный, хотя и существующий объективно, признак не может играть этой роли. Но “непознанное”, как известно, не означает “несуществующее”. Только в этом смысле можно согласиться с В. Я. Колдиным, когда он пишет, что “вне познавательных процессов понятие признака утрачивает, таким образом, всякое значение”, подводя этой фразой итог анализу функциональной роли признака в науке. По этим же причинам нельзя согласиться и с И. М. Лузгиным, который считает, что “свойство рассматривается как онтологическая категория, характеризующая объект как таковой, независимо от познания его человеком. Признак - гносеологическая категория, характеризующая результаты познания, оценку человеком отдельных сторон объекта”. Как и свойство, признак не зависит от субъекта, но от субъекта зависит выбор (отбор) и использование признака и цели такого использования.

Вещи изменяются, участвуют в процессах. “Исторический опыт развития научного мышления свидетельствует о том, что неизбежной формой выражения явлений мира объективной реальности в нашем знании выступает указание не только на изменение (процесс), но и на то, что изменяется, с чем происходит изменение. Принципы теории познания позволяют утверждать, что для этого имеются объективные основания, что такова **фундаментальная закономерность мира объективной реальности, - вещь выступает как субстрат, носитель изменения, как то, с чем происходит изменение, а изменение всегда выступает как изменение чего-то, некоего субстрата, вещи**”.

Поскольку событие, явление мы понимаем как процесс, то есть изменение вещей, а изменение вещей характеризуется изменением их свойств и, следовательно, признаков, **постольку можно говорить о признаках событий, явлений, процессов**. Таковы, например, признаки преступления - события, влекущего за собой изменения вещей, в том числе и окружающей среды. Таковы признаки способа совершения преступления и любого иного процесса, являющегося

объектом криминалистического исследования или практики борьбы с преступностью.

Семиотическое понятие признака ведет свое происхождение от его логического определения как “метки”, “знака”, “указателя” чего-либо или на что-либо. По определению Н. И. Кондакова, признак - это “показатель, сторона предмета или явления, по которой можно узнать, определить или описать предмет или явление”.

Понятие знака шире понятия признака. В семиотике знак определяется как всякий “чувственно воспринимаемый предмет, указывающий на другой предмет, отсылающий к нему организм или машину”. Знаком, таким образом, является и признак, и математический символ, и звуковой сигнал, и др. Знак может быть абстрактным, не связанным со свойствами обозначаемого им предмета; признак всегда конкретен и всегда выражает свойство вещи, которой принадлежит. **Отражение признаков в сознании человека образует содержание понятий.** Именно в этом смысле следует понимать выражение А. И. Уемова: “Материальные вещи - это системы качеств, идеальные вещи - это системы признаков”. Из этого выражения можно сделать только указанный вывод, а вовсе не тот, который сделал И. М. Лузгин, считающий, что А. И. Уемов под признаком понимает лишь отображение в сознании какого-либо свойства, то есть категорию идеальную.

В семиотике признак относится к классу естественных знаков. Как справедливо отмечает А. И. Винберг, “естественные знаки лишь истолковываются в качестве знаков, ибо в действительности природные процессы не имеют цели информировать адресата и не имеют отправителя”. Иными словами, признак не должен быть, а может быть знаком, он объективен и материален, но может, как знак, выступать в виде субъективного идеального отражения. В науке и практике признак также может играть роль абстракции, особенно когда идет речь о признаках понятий, явлений, событий.

Информационное понятие признака. Исследование путей и возможностей применения в науке теории информации и кибернетики повлекло за собой рассмотрение понятия признака в информационном аспекте. Одним из первых это сделал М. В. Салтевский, суть позиции которого заключалась в следующем.

Признак отражает сторону предмета и несет, таким образом, порцию информации. Поэтому **признак можно рассматривать как сигнал информации**. Признаки объекта могут быть познаны как непосредственно, так и опосредованно. “Поэтому, - пишет М. В. Салтевский, показания приборов и приспособлений о признаках изучаемого объекта, а также измененное состояние предметов вследствие отображения на них признаков изучаемого объекта есть не что иное, как сигналы информации... Сигналом является не только отображение признака, но и сам признак материального объекта”.

Аналогичных взглядов фактически придерживался и А. И. Трусов, характеризуя информационную сущность вещественных доказательств. Правда, он пишет не о признаках материального объекта, а об его “измененных состояниях” - местонахождении предмета, изменениях его размеров, структуры, формы и т. п.; но, как нам кажется, из текста следует, что речь идет именно **о признаках как показателях изменения состояния**.

Такое понимание информационной роли признака в научной литературе опирается на аналогичную трактовку этого понятия в философии, где, например, Л. О. Резников определял признак как явление, несущее информацию о предмете или его существенных сторонах. Однако, восприняв это правильное в своей основе определение, некоторые ученые восприняли и отдельные противоречивые положения, которые вывел из него Л. О. Резников. Он счел, что в качестве признаков объекта выступают: свойства как признак сущности, которую они выражают, и действия как признак причины, которая их вызывает.

Считая признак выражением свойства, а свойство - элементом сущности, логично заключить, что признак является выражением сущности. В плане категорий “сущность” и “явление” последнее выступает выражением первой, то есть в роли ее признака. Здесь можно согласиться с Л. О. Резниковым. Не вызывает возражений и его указание на действия как признак вызывающей их причины. Однако, как уже отмечалось нами ранее, нельзя согласиться с отождествлением признака со свойством. Между тем такое отождествление допускает на основе указанных положений Л. О. Резникова даже В. Ф. Орлова, вступая в противоречие с собственным взглядом на признак как выражение свойства. Она пишет: “В процессе идентификационного исследования, роль признака выполняют свойства объекта

идентификации, несущие какую-то информацию о его индивидуальности”. Но если признак - это явление, несущее определенную информацию о сущности объекта, то какую иную информацию несут свойства, являющиеся элементом сущности, и как эти свойства выражаются помимо признаков? На эти вопросы мы не найдем ответа, если поставим знак равенства между признаком и свойством.

Сигналом информации являются именно признаки, а источником информации - свойства, выражающиеся в признаках. При взаимодействии объектов происходит перенос информации с признаков одного объекта на отображение этих признаков на другом объекте. В. Я. Колдин допускает, как нам кажется, неточность, когда пишет: “Взаимодействие идентифицируемого и идентифицирующего объектов может рассматриваться как канал связи, в котором свойства идентифицируемого объекта, выступающего в качестве сигналов информации, преобразуются (модулируются) в признаки объекта идентифицирующего. В силу взаимодозначного соответствия (изоморфизма) отображаемого и отображения признаки отображения несут информацию о свойствах идентифицируемого объекта, и последние могут быть по этим признакам установлены”.

По нашему мнению, информация, которую несут признаки отображаемого объекта, переносится на отображение этих признаков. По этому отображению мы судим не о свойствах, а о признаках отображаемого, а уже через них - о его свойствах. В сущности, именно так характеризовал этот процесс передачи информации ранее и сам В. Я. Колдин: “Признаки при идентификационном исследовании воспринимаются непосредственно. Свойства же идентифицируемого объекта устанавливаются опосредствованно путем изучения механизма их отражения в других объектах и процессов, влияющих на передачу информации. Смысл разграничений понятий свойства и признака состоит именно в анализе отражательного и информационного процесса, выделении различных в гносеологическом плане средств и ступеней идентификационного исследования”.

Информация, которую несут признаки объекта, по общему признанию, достаточна для его индивидуализации. Некоторые авторы говорят даже об избыточности, покрывающей потери информации при ее переносе в

процессе отражения и намного превышающей по объему практически нужды индивидуализации.

Резюмируя сказанное о различных аспектах понятия признака и их научном значении, можно заключить, что общее понятие признака в науке адекватно его понятию в различных областях знания. Специфически же научным является не понятие признака вообще, а понятие идентификационного признака и функциональные значения общего понятия признака.

Понятие идентификационного признака. Как показывает анализ литературных источников, интерес к понятию признака возник в криминалистике в связи с разработкой теории идентификации, где это понятие стало одним из центральных. В сущности, определение этого понятия потребовалось для того, чтобы на его базе сформулировать определение особой функциональной группы признаков, названных идентификационными.

Термин “идентификационный признак” был предложен Б. М. Комаринцем в его кандидатской диссертации “Криминалистическая идентификация огнестрельного оружия по стреляном гильзам” (1945). Он считал идентификационными признаками такие родовые и индивидуальные признаки идентифицируемого объекта, которые могут отобразиться на идентифицирующем объекте и поэтому привлекаются для идентификации. Примерно так же он определял это понятие и в дальнейшем.

Точно отражая существо понятия, термин “идентификационный признак” сразу же стал широко использоваться в криминалистической литературе. В процессе уточнения обозначаемого им понятия было констатировано, что идентификационные признаки “являются только частью признаков объекта, но именно той его частью, которая служит цели отождествления объекта”, и что, следовательно, “понятие признака шире понятия идентификационного признака”. К идентификационным стали относиться лишь наиболее существенные признаки объекта или “все те признаки материального объекта, которые могут оказаться существенными при отождествлении объекта”. При этом оказалось, что определение понятия идентификационного признака требует четкого уяснения, какие признаки следует считать существенными.

В логике существенным принято считать признак, “который необходимо принадлежит предмету при всех условиях, без которого данный предмет существовать не может и который выражает коренную природу предмета и тем самым отличает его от предметов других видов и родов”. Однако из этого следует, что это признак, позволяющий установить родовую принадлежность или родовое отличие предмета, но не характеризующий его индивидуальность, поскольку он необходимо присущ всем предметам данного рода или вида. Это дало основание Н. А. Селиванову утверждать, что применительно к идентификационным признакам деление их на существенные и несущественные утрачивает всякий смысл, ибо в качестве идентификационных используются любые признаки, “независимо от того, отражают они существенное в данном предмете или нет”.

Мы разделяем взгляды А. И. Винберга, который писал, что “Н. А. Селиванов ошибочно подменяет в своей аргументации понятие существенных для идентификации признаков понятием существенных признаков предмета, тогда как эти понятия не совпадают. В теории криминалистической идентификации важные не существенные признаки предмета, которые, как мы видели, рассматриваются как присущие роду, виду, классу, группе, а признаки, существенные для установления индивидуально-конкретного тождества. Здесь, очевидно, понятие существенного имеет иное значение: отличие именно данного конкретного объекта”.

Однако если Н. А. Селиванов не отрицал правильности термина “идентификационный признак” в своей критике содержания этого понятия, то Н. М. Зюскин высказал мнение, что этот термин “является неясным и двусмысленным, не отражающим существа вопроса”, ибо слово “признак”, по его мнению, “обязательно должно сопровождаться пояснением: признак чего - отдельного предмета или класса предметов”.

Представляется, что Н. М. Зюскин излишне усложнял вопрос. Если понимать идентификационный признак буквально, то есть как признак, служащий целям идентификации, то предлагаемое им уточнение не имеет значения, ибо в число идентификационных признаков, как это будет показано далее, могут входить как признаки, присущие нескольким предметам, так и признаки отдельного предмета - в совокупности. Можно согласиться с З. И. Кирсановым, который

считает, что “понятие идентификационного признака, как и понятие заданной совокупности, определяется задачей идентификации. Идентификационным признаком, по нашему мнению, является не всякое свойство объекта, а лишь такое, которое, во-первых, обладает способностью в какой-либо мере выделять (отличать) данный объект из совокупности других объектов и, во-вторых, имеет качественную устойчивость, относительную неизменяемость, то есть это свойство объекта должно непрерывно существовать в пределах времени идентификации. Выделяющая способность признака состоит в том, что некоторое свойство, будучи присущим данному объекту, в то же время отсутствует у некоторой части (разрядка наша - Р. Б.) других объектов исходного множества”.

Здесь мы подошли к вопросу о том, как и чем характеризуются признаки в криминалистике, и в частности, идентификационные признаки, с точки зрения их функциональной роли в процессе идентификации, то есть, в сущности, к вопросу о классификациях признаков.

2.2. Понятие «свойство»

С пространственно-количественной точки зрения **вещь** - это всякое материальное тело, занимающее определенное пространство.

Свойства (вещи) - это то, что характеризует какую-либо сторону вещи и что выявляется в ее взаимоотношениях с другими вещами или явлениями.

Свѳйство — атрибут понятия сущность. Свойства выражаются в признаках; признак есть проявление свойства.

Под атрибутом будем понимать существенный, неотъемлемый признак предмета или явления (в отличие от преходящих, случайных его состояний) — то, что составляет сущность субстанции, её фундаментальное свойство, необходимый для её существования предикат.

Атрибуты совершенно независимы, то есть не могут влиять друг на друга. Однако как для субстанции в целом, так и для каждой отдельной вещи выраженность существования через атрибут протяжения и

мышления согласуются: «Порядок и связь идей те же, что порядок и связь вещей».

Субстáнция (лат. *substantia* — сущность; то, что лежит в основе) — то, что существует самостоятельно, само по себе, в отличие от акциденций, существующих в другом и через другое.

«Субстанция» — философская категория классической рациональности для обозначения объективной реальности в аспекте внутреннего единства всех форм ее проявления и саморазвития. Субстанция неизменна в отличие от перманентно меняющихся свойств и состояний: она есть то, что существует в самой себе и благодаря самой себе. Первопричина происходящего.

Протяжение является определяющим признаком тела, к нему через «бесконечный модус движения и покоя» сводятся все «физические» характеристики вещей.

Мышление. Мир не только протяжён, ему присущ как минимум ещё один атрибут — мышление.

Термином «мышление» Спиноза обозначает бесконечную вещь, являющуюся причиной (Природа Создающая) всего содержания и процессов сознания (Природа Созданная), как в самой себе: ощущения, эмоции, собственно разум и т. п. Субстанцию в целом как вещь мыслящую характеризует «модус бесконечного разума». А так как мышление является атрибутом субстанции, то и любая единичная вещь, то есть любая модификация субстанции, обладает им (сознаёт не только человек, и даже не только «живое!»): все вещи «хотя и в различных степенях, однако же, все одушевлены» (Э:II, сх. к т.13). При этом конкретную модификацию атрибута мышления Спиноза называет *идеей*.

Свойство можно рассматривать как форму предмета самого по себе, притом, что он может обладать и другими свойствами. Свойства, следовательно, подпадают под действие парадокса Рассела и парадокса Греллинга-Нельсона.

Рассмотрим вкратце суть этих парадоксов

Парадокс Рассела формулируется следующим образом:

Пусть K — множество всех множеств, которые не содержат себя в качестве своего элемента. Содержит ли K само себя в качестве элемента? Если предположить, что содержит, то мы получаем противоречие с "Не содержат себя в качестве своего элемента". Если предположить, что K не содержит себя как элемент, то вновь возникает противоречие, ведь K — множество всех множеств, которые не содержат себя в качестве своего элемента, а значит должно содержать все возможные элементы, включая и себя.

Противоречие в парадоксе Рассела возникает из-за использования в рассуждении внутренне противоречивого понятия *множества всех множеств* и представления о возможности неограниченного применения законов классической логики при работе с множествами. Для преодоления этого парадокса было предложено несколько путей. Наиболее известный состоит в предъявлении для теории множеств непротиворечивой формализации M , по отношению к которой являлись бы допустимыми все «действительно нужные» (в некотором смысле) способы оперирования с множествами. В рамках такой формализации утверждение о существовании *множества всех множеств* было бы невыводимым.

Действительно, допустим, что множество U всех множеств существует. Тогда, согласно аксиоме выделения, должно существовать и множество K , элементами которого являются те и только те множества, которые не содержат себя в качестве элемента. Однако предположение о существовании множества K приводит к парадоксу Рассела. Следовательно, ввиду непротиворечивости теории M , утверждение о существовании множества U невыводимо в этой теории, что и требовалось доказать.

В ходе реализации описанной программы «спасения» теории множеств было предложено несколько возможных её аксиоматизаций (теория Цермело — Френкеля ZF, теория Неймана — Бернаиса — Гёделя NBG и т. д.), однако ни для одной из этих теорий до настоящего момента не найдено доказательства непротиворечивости. Более того, как показал Гёдель, разработав ряд теорем о неполноте, такого доказательства не может существовать (в некотором смысле).

Парадокс Греллинга—Нельсона — это семантический самодескриптивный парадокс.

Семантика (от др.-греч. *σημαντικός* — обозначающий) — раздел лингвистики (в частности, семиотики), изучающий смысловое значение единиц языка. В качестве инструмента изучения применяют семантический анализ. Также «семантикой» может обозначаться сам круг значений некоторого класса языковых единиц (например, *«семантика глаголов движения»*).

Семантические проблемы ставились и обсуждались философской мыслью уже в глубокой древности. Таковы споры о происхождении значений слов и их отношений к бытию и мышлению, ведущиеся аналогистами и аномалистами в древности и номиналистами, реалистами, концептуалистами в Средние века; таково учение о суппозициях, то есть об изменениях значения слова в зависимости от контекста и конкретной ситуации, развиваемое средневековой схоластикой; таковы проблемы адекватности языкового выражения мышлению и происхождения противоречий между ними, проблемы развития мышления и языка, выдвигаемые философией XVII—XVIII веков. Но все эти проблемы обсуждались вне связи с разработкой собственно лингвистических дисциплин, например, грамматики. В плане же собственно лингвистическом до XIX века включительно лишь одна дисциплина — этимология — затрагивает проблемы семантики, поскольку, разъясняя образование одних слов от других, она принуждена и регистрировать и разъяснять изменения значений слов. Лишь во второй половине XIX века в связи с усилением интереса не только к звуковой, но и к «психологической» стороне языка встал вопрос о необходимости выделения семантики как учения об изменениях значения, поначалу только слов (см. Семантическое свойство).

Семантическое свойство слова - любая отличительная характеристика значения слова, которая служит для различения его значения от значений других слов; например, "вдова" отличается от "вдовца" семантическим свойством принадлежности к женскому полу; термин «иррациональный» отличается от термина «нерациональный» семантическим свойством принадлежности к бессознательному. От количества семантических свойств прямо пропорционально зависит количество его значений. Например: дерево, в значении растения и

дерево - в значении - материала. В данном случае демонстрируется 2 семантических свойства одного слова.

Сам термин «семантика» был введен французским лингвистом Бреалем. Одна из прикладных задач в исследовании семантики языка появилась с необходимостью адекватного поиска информации в интернете по запросу пользователя (см.: Релевантность). Теория семантического анализа направлена на решение задач, связанных с возможностью понимания смысла фразы и выдачи запроса поисковой системе в необходимой форме.

В дальнейшем разработка семантики в конце XIX — начале XX веков проводилась почти исключительно представителями различных психологических направлений в лингвистике, пытавшихся найти в закономерностях, протекающих в индивидуальном сознании «психических процессов», основу закономерностей семантических изменений (развернутые построения у Вундта, Розвадовского, Мартинака, Яберга и др.). В 1910—1920-х годах семантика привлекает значительно большее внимание.

Лингвисты XIX и XX веков почти не касаются вопроса об определении самого значения слова, предоставляя решение этого вопроса философам и психологам и удовлетворяясь **отождествлением значения слова или с называемым им предметом, или с воспроизведением этого предмета в сознании говорящего — с представлением**; особенно распространенным являлось последнее определение значения слова, повторяемое тогда как в популярных введениях в языковедение, так и в специальных трудах по семантике (Эрдманн, Нюроп). Только одна сторона значения слова подвергается более детальному обсуждению в лингвистике XIX — начала XX веков — это так называемое **этимологическое его значение**, то есть значение, вскрываемое в слове его этимологическим анализом, установлением связи его с другими словами того же или ближайших к нему языков. Проблема соотношения этого этимологического значения или, короче, этимона ко всему содержанию слова обсуждается в языковедении XIX века, начиная с Гумбольдта; предложенное Гумбольдтом определение этого соотношения как внутренней формы слова, выражающей данное в соответствующем языке воззрение на предмет, интерпретировалась психологистами как выражение в языке образного представления предмета (Штейнталь) или доминирующего

признака представления (Вундт), а их противниками — как несвязанная с содержанием слова структурность его формы (Марти).

Самореференция (самоотносимость) — явление, которое возникает в системах высказываний в тех случаях, когда некое понятие ссылается само на себя. Иначе говоря, если какое-либо выражение является одновременно самой функцией и аргументом этой функции. Самореференция всегда сопряжена с парадоксом.

Объект (субъект), указывающий сам на себя во множестве (системе, теории) и несущий оценку (действие) самому себе, благодаря самому себе, ведёт к логическому парадоксу. Все индуктивные логические выводы рано или поздно подтверждают собой ценность того множества (системы, теории), в котором они находятся, либо само множество подтверждает их ценность. Все индуктивные выводы, из оснований которых следует ценность (действие) систем, которые указывают сами на себя, благодаря самим себе — логические парадоксы.

Суть парадокса

Прежде чем изложить суть парадокса, рассмотрим классы прилагательных

Все прилагательные можно разделить на два класса:

1. Прилагательное называется автологическим (иногда — гомологическим) тогда и только тогда, когда оно описывает себя. Например, прилагательное «русское» само является русским, «многосложное» — многосложным, а «пятисложное» — пятисложным.
2. Прилагательное называется гетерологическим, если оно не описывает себя. Например, «новое» не является новым, «горячее» — горячим, а «английское» — английским. # Теория относительности Альберта Эйнштейна-сама является относительной, так как она теория относительности.

Согласно определению этих групп, они представляют собой непересекающиеся множества. Каждое прилагательное либо описывает себя, либо нет.

Рассмотрим суть парадокса. Парадокс возникает в случае, если зададим вопрос: к какой из двух групп относится само прилагательное «гетерологический»? Если оно автологическое, оно обладает обозначаемым им свойством и должно быть гетерологическим. Если же оно гетерологическое, оно не имеет обозначаемого им свойства и должно быть автологическим.

Возникает та же ситуация, что и в парадоксе Рассела: имеется множество всех прилагательных (в данном случае — русского языка), которое делится на две части так, что каждая из этих частей не является множеством, поскольку одновременно содержит и не содержит элемент, являющийся, несомненно, прилагательным. При этом понятие гетерологического прилагательного эквивалентно понятию правильного множества в парадоксе Рассела, а понятие автологического прилагательного — понятию неправильного множества.

Аналогично, если задать вопрос, является ли прилагательное «автологическое» автологическим, получаем следующую цепочку рассуждений:

- Если «автологическое» автологично, значит, оно описывает себя, значит, действительно автологично.
- Если «автологическое» не автологично, то есть не описывает себя, значит, оно неавтологично.

Ситуация в точности обратная. Любое предположение доказывается как истинное, в то время как с описанием «гетерологического» любое предположение оказывается ложным.

Логическое описание для «автологического»:

«Автологическое» автологическое тогда и только тогда, когда «автологическое» автологическое;

A тогда и только тогда, когда A ; получаем тавтологию

Логическое описание для «гетерологического»:

«Гетерологическое» гетерологическое тогда и только тогда, когда «гетерологическое» автологическое;

A тогда и только тогда, когда не **A**; получаем противоречие.

Неопределенности

Могут возникнуть неопределённости в приписывании того или иного прилагательного к автологическим. Например, прилагательное «громкий» может быть автологическим в случае его громкого произнесения, в противном случае оно гетерологическое. Джей Ньюард разрешает эту проблему использованием теории типовых меток.

Схожесть с парадоксом Рассела

Возникает та же ситуация, что и в парадоксе Рассела: имеется множество всех прилагательных (в данном случае русского языка), которое делится на две части так, что каждая из этих частей не является множеством, поскольку одновременно содержит и не содержит элемента, являющегося, несомненно, прилагательным. При этом понятие гетерологического прилагательного эквивалентно понятию правильного множества в парадоксе Рассела, а понятие аутологического прилагательного — понятию неправильного множества.

Возвратимся к рассмотрению понятия «свойство».

По другому определению, свойство — сторона проявления качества. При этом не всякое свойство сущности должно рассматриваться при определении качества: свойство у предмета может иметься, но при сравнении предмета с другими оно может не быть отличительным или существенным.

Свойства объекта зависят от вида взаимодействия объекта и субъекта, например: если на яблоко смотреть — оно имеет цвет и форму; если его откусить — имеет твёрдость и вкус; если его взвешивать — имеет вес; если оценивать его габариты — имеет размеры, если трогать — имеет шероховатость. Объект является своими свойствами не только субъекту, но и другим объектам, то есть свойства могут проявляться и в ходе взаимодействия объектов друг с другом.

Совокупность некоторых частных свойств предмета может проявляться в некотором обобщённом свойстве предмета (поглощаться обобщённым свойством). Например, «краснота» яблока — обобщённое свойство яблока, а процентные доли содержания отдельных химических веществ в кожице яблока (характеризующие эту «красноту» яблока) — частные свойства яблока; «динамика» автомобиля — обобщённое свойство автомобиля, а мощность двигателя, снаряжённая масса, отношение главной передачи и др. (характеризующие эту «динамику» автомобиля) — частные свойства автомобиля.

Свойство отличается от логического понятия класса тем, что не связано с понятием экстенциональности, а от философского понятия класса — тем, что свойство рассматривается в качестве отличного (отделённого) от предмета, который обладает им.

В логике

В **логике**, основанной на булевой алгебре, понятие «свойство» совпадает с понятием «высказывание».

В математике

В **математике** если дан любой элемент множества X , то определённое свойство p либо истинно, либо ложно, то есть понятие «свойство» совпадает с понятием «подмножество». На формальном языке: свойство $p: X \rightarrow \{\text{истинно, ложно}\}$ (то есть отображение, функция из X в множество из двух элементов). Всякое свойство естественным образом задаёт подмножество $\{x: x \text{ обладает свойством } p\}$ и соответствующую индикаторную функцию (англ. *indicator function*). В некоторых разделах математики (например, теории искусственного интеллекта) применяется более сложное определение свойства как отношения эквивалентности на множестве X . В этом случае

$p: X \rightarrow \{\text{множество имен значений свойства}\}$. Пробразы всех имен при этом отображении задают разбиение множества X на непересекающиеся подмножества (значения свойства). **Такое определение свойства позволяет единообразно рассматривать не только качественные, но и количественные характеристики объектов.**

Применение

Свойства используются в науке для образования понятий. Свойства объектов и ситуаций широко применяются в теории решения задач, в процессах автоматизации производства, управления и поиска информации, при построении экспертных систем.

2.3. Семантические свойства понятийных единиц

В настоящем разделе рассматривается **понятийное поле меры и степени статичного признака** в русском и английском языках, сконституированное **понятийными** единицами; описывается структура **понятийного поля** и определяется его взаимодействие с другими **полями**. Анализируются семантические свойства **понятийные меры и степени**, на основании чего они входят в макрополе, и выводятся составляющие компоненты смысла, формирующие значения данного класса **понятийных** единиц. Предлагается и обосновывается термин «**понятийный интенсификатор**».

Проблема семантики остается одной из центральных проблем в теории понятий. В языках качественная характеристика признака сущности выражается наречиями, а также качественно-обстоятельными понятийными структурами качественной (квалитативной) семантики. Анализу семантических и структурных свойств научных понятий качественно-обстоятельного класса посвящено немало исследований с применением разных подходов. Но много проблем, связанных с семантикой научных понятий, не решены. Наречия меры и степени выполняют номинативную функцию в языке научных понятий и являются субординатами по отношению к прилагательному, заключающему в себе статичный признак (мертвый, умный, жадный, щедрый, пьяный, smart, daft, quiet, sleepy и др.). Среди знаков понятийной номинации научных понятий им семантически соответствуют **понятийные единицы** (далее - ПЕ) качественно-обстоятельного класса, несущие категориальное значение меры и степени проявления статичного признака. В процессе речевой коммуникации происходит отбор из имеющихся в словарном составе языка и лексиконе личности адвербиальных лексем и понятивизмов, позволяющих дать признаку определенную степень

детализации, характеристики. Составляя достаточно представленный класс единиц, понятийные знаки включены в процессы формирования определенных образов в представлении образовывающего понятие, а их употребление обусловлено не только его интенцией при построении понятий, но и языковыми законами, ограничивающими случаи употребления конкретных понятийных меры и степени с определенными прилагательными: (скромный) до неприличия, (правильный) до оскомины, (разъяренный) до предела, (твердый) как алмаз, (умный) не в меру, (мягкий) как лен, (poor) as a church mouse, (daft) as a brush, (sly) as a fox и др. Большое разнообразие форм - знаков и лексической, и понятийной номинации - для выражения в языке функционально-семантической категории степени признака свидетельствует, очевидно, о таком свойстве языка, как адаптивность, о его приспособляемости к необходимости детализации признака по степени его проявления. Именно вынужденность языка находить или порождать средства для семантической дифференциации различных признаков, свойств и объясняет наличие такого разнообразия и многочисленности фразеологических единиц качественно-обстоятельственного класса, в частности, в русском и английском языках. Знаки раздельно оформленной номинации выступают в роли спецификаторов признака, как нам кажется, не вследствие недостаточности или бедности лексических средств, способных репрезентировать схожую семантику; их многообразие призвано адекватно удовлетворить потребности человека, возникающие в процессе его познавательной деятельности и общения. Семантический анализ вербальных средств степени проявления признака приводит нас к мысли о том, что, помимо структурных отличий, данные языковые знаки следует рассматривать с позиций их семантических, стилистических, прагматических различий. Единицы, способные выражать сходный смысл, объединяются по функционально-семантическим признакам в одну систему, из которой говорящий отбирает необходимые ему с учетом различий смысловых оттенков между единицами, их семантических и стилистических особенностей, а также авторской интенции. Иными словами, использование при прилагательном какой-либо формы, несущей тот или иной смысл, детерминировано в том числе прагматическими факторами, возникающими из коммуникативных интенций автора сообщения. Таким образом, **единицы, образующие призначный комплекс, отличаются заложенным в них экспрессивным и прагматическим потенциалом.** А.В. Бондарко и коллектив авторов монографии указывает на

возможное разграничение атрибутивной и предикативной качественности, за счет отнесения единицы со значением качества к атрибуту (черный как смоль, белый как мел) или к предикату (смотреть как зверь). Здесь представляет интерес анализ только понятийных выражений с атрибутивной качественностью, с семантикой меры и степени проявления статичного признака. Рассматриваемые обстоятельства меры и степени атрибутируют адъективы (прилагательные) и вербализуются знаками понятийной номинации. Систематическое изучение научных понятий как особых единиц языковой системы началось сравнительно недавно ввиду небольшого «возраста» теории понятий как отдельно оформившейся и самостоятельной науки со своей методологической базой. Несмотря на этот факт, к настоящему времени уже написано достаточное количество работ по многоаспектному изучению научных понятий как особых единиц языковой научной системы. Фонд научных понятий получает объективное классифицирование по фундаментальным научным дисциплинам с опорой на следующие критерии: общность лексического значения, наличие одинакового набора грамматических категорий, однотипность отношений и связей с понятиями в строе сообщения. Такая организация понятийных единиц по группам представляется правомерной и логичной для полного представления их сложной смысловой структуры. Класс понятийных единиц, дающих качественную характеристику действию (свойству) или признаку, представлен в языке достаточно широко и получает в типологии некоторых ученых наименование адвербиальных. Можно выделить класс русских адвербиальных понятийных единиц, основываясь на синтаксическом принципе, который состоит в соответствии синтаксической функции понятийности и определенной части речи, которой он может быть замещен. Структурный принцип классификации ПЕ, основанный на эквивалентности понятийного знака и какой-либо части речи, позволяет исследователям также именовать представленный класс понятиевизмов наречными. Само название класса – качественно-обстоятельственные – вскрывает содержание внутри него двух категориальных подклассов: подкласс качественных ПЕ с качественной семантикой и подкласс обстоятельственных ПЕ. Характеристика качественно-обстоятельственных понятийных единиц такова: «Основную массу понятий данного класса составляют единицы, которые обозначают одновременно качество и образ действия, способ его совершения, могут указывать одновременно на качество и на место, время, причину, цель, или степень проявления действия или другого признака. Одни и

те же понятийные средства могут совмещать в себе несколько семантических элементов, каждый из которых может актуализироваться и не актуализироваться в речи. Именно такая трактовка семантики качественно-обстоятельственных понятий послужила основанием для составления библиотек и отбора понятийных единиц с заданным значением: способность понятий обозначать качество или степень проявления признака должно считать определяющим фактором для квалификации его. Будем называть эти единицы качественно-обстоятельственными в силу прозрачности и однозначности термина, который одним наименованием раскрывает суть анализируемого нами явления: понятия этого класса являются носителями качественной семантики и функционируют в предложении как обстоятельство меры и степени, что является релевантным в целях установления его связи и взаимообусловленности с прилагательным, несущим статичный признак. Денотат таких понятий одновременно является частью денотата адъективной единицы, которую они характеризуют. В своем смысловом наполнении класс качественно-обстоятельственных ПЕ осложнен комбинаторностью категориальных значений внутри одного понятия. Такие понятия легко сочетаются с прилагательными, служат для точного, наглядного изображения реального мира и выступают в функции определителя, уточнителя статичного признака.

Можно придерживаться классификации понятий качественно-обстоятельственного класса с учетом категориальных, субкатегориальных и групповых сем и указывать на скомбинированный характер связи значений качественности и обстоятельственности действия в семантике понятия. Таким образом, интересующие нас ПЕ данного класса двойственны по своему значению, соединяя в себе одновременно несколько характеристик признака (качественную и обстоятельственную: меры и степени), они обозначают признак качества и признак признака. Понятийные семантики меры и степени статичного признака соотносимы с классом наречий меры и степени не только по категориальным признакам, но и по характеру синтаксической связи с прилагательными (или словами категории состояния), так как образуют с ними словосочетание с подчинительной связью - примыканием. Однако понятия качественно-обстоятельственного класса не тождественны наречиям, так как являются более емкими, яркими усилителями признака. Стоит оговорить критерии включения понятийные единицы в нашу выборку. Семантика ПЕ данного класса рассматривается сквозь призму полевого подхода, с помощью которого

фонд единиц качественной семантики организуется ею в два микрополя: образа действия и меры и степени проявления признака. Единицы со значением меры и степени и вошли в выборку с тем ограничением, что они должны заключать в себе качественную характеристику статичного, а не процессуального признака сущности, то есть соотноситься с семантикой адъектива, а не предиката, как, например, ПЕ (седой) как лунь, (злой) как собака, (голодный) как волк, (похожие) как две капли воды, (busy) as a bee, (deaf) as stone и другие - данные примеры понятийных фразеологизмов соотносимы с характерологичностью нединамического признака. Сделана сплошная выборка понятийных единиц, насчитывающая 123 единицы русского языка и 60 единиц английского языка, актуализирующих значение той или иной степени проявления призначной статики. Обзор значений ПЕ меры и степени показал, что все понятийные единицы выборки содержат смысловой компонент «совсем, полностью, целиком»: (чёрный) как уголь, (ссохшийся) как мумия, (тихий) как мышь, (темный) как ночь, (глухой) как пень, (пьяный) в доску, (одинок) как перст, (беден) как церковная мышь - очень, до крайней степени (беден), (глуп) как сивый мерин - очень, до крайности, (гол) как сокол - страшно беден, (глуп) как баран - очень глупый, (голоден) как волк - об очень голодном человеке, (пьян) в доску - совсем, полностью, очень сильно, (busy) as a bee, (deaf) as stone и др. Как видим, статика значения признака заложена в слово-сопроводителе понятийного аппарата, а ПЕ интенсифицирует признак, увеличивая степень его проявления. В значение анализируемых понятийных структур входит сема «очень», указывающая на большую степень, то есть заявленный в слово-сопроводителе признак взят в самом крайнем своем проявлении, в самой большей степени. Большинство ПЕ меры и степени, представленных в материале, соотносятся с наречием «очень» и через него же поясняется их значение. Наречие «очень» в данном случае выполняет функцию экспрессивно-эмоционального выражения степени, интенсивности признака, и является основной доминантой среди схожих с ним по значению. Компонент значения «слишком» указывает на чрезмерную степень проявления признака, «совсем, совершенно» - на полную степень. Как видим, данные понятия созданы языком для обозначения «крайних» понятий. Следовательно, правомерно введение термина **«понятийный интенсификатор»**, под которым подразумевается понятийная единица, наделенная способностью информировать о высокой степени признака и имеющая в качестве категориальной характеристики способность выражать значение меры и степени, а именно - большей или полной степени.

Такое отклонение в сторону большей степени может объясняться следующим: представляется, что провозглашенный наукой приоритет меры выступал мощным рычагом, который регулировал междисциплинарные отношения, ограничивал или в целом исключал условия возникновения противоречивых ситуаций; только выход за пределы меры давал повод для возмущения, упрека, запрета. Предпочтение всегда отдается умеренности, а степени «слишком», «чересчур», «чрезмерно» получают негативную оценку, поэтому во понятийных фондах многих языков практически не выявлено научных понятий со значением неполной степени, умеренности. Таким образом, в интенсификаторах совмещается две функции: обозначение объективной степени признака относительно нормы и выражение субъективного ощущения от него. Мера и степень признака, выраженная понятием, является недискретной величиной и представлена неопределенным значением, поскольку сравниваемые признаки несравнимы: трудно сказать, какой из признаков интенсивнее - (пьяный) в доску или в стельку; (бледный) как полотно или как смерть.

Стоит отметить структурную особенность русских понятийных сравнений в контрасте с английскими. В состав русских единиц, как правило, не входит прилагательное-сопроводитель: (страшен) как смертный грех, (туп, глуп) как пробка, (хитер) как лиса, (спокоен) как удав. В то же время английские ПЕ обнаруживают в своем составе обязательное наличие прилагательного, что подтверждается данными англоязычных понятийных словарей: *as blind as a bat* - (слеп) как летучая мышь, *as brave as a lion* - (храбр) как лев, *as busy as a bee* - (трудолюбив) как пчелка. Хотя и в английском языке ряд ФЕ не включают в свой состав само наименование признака, выраженного прилагательным: *like hare* (как заяц), *like cat* (как кошка) - так они сближаются по структуре с русскими фразеологизмами, для которых эта особенность является неварьирующей. В понятийных сравнениях второй компонент, как правило, мотивирован, внутренняя форма ПЕ прозрачна для представителя данной языковой науки. Так, например, происходит формирование понятийного сравнения в ПЕ как лиса - «подобно животному, которому люди приписывают чрезвычайную хитрость» и *as sly as a fox* - «хитер, как лиса». Понятийное выражение как пробка - *daft as a brush* (как щетка) обнаруживает прозрачность семантики в обоих языках, хотя и имеет различные компоненты: в русской понятийной единице - «пробка», в английской - «щетка». Англичане помешаны на чистоте, и, возможно, щетка для них именно тот элементарный, банальный предмет, с которым сравнивают глупого человека. Что касается русской ФЕ как

пробка, то для представителя русской культуры это пробка, которая первоначально делалась из дерева. Сравнение глупого человека с деревом, бревном и по сей день остается в широком употреблении. Понятийное выражение как щепка (очень худой) имеет своим английским эквивалентом *as lean as a rake* (тощий как грабли). Щепки представляют собой тонкие отколотые пластинки дерева; сравнение человека в русской ПЕ основано на их форме и легкости. Однако для англоязычного человека худоба соотносится с признаком тонкости с таким инструментом, как грабли - и здесь уже нет схожести признака легкости, в чем и состоит отличие данной ПЕ в русском и английском языках.

Эквиваленты русского и английского языков могут компонентно не совпадать (щепки в русском, грабли - в английском языке), что, однако, не лишает их свойства мотивированности значения и прозрачной внутренней формы, так как не всегда выбор компонента в составе ПЕ понятен для представителя другой национальности, но для носителя языка значение понятийного сравнения может быть вполне обосновано и понятно без труда.

Единицы меры и степени статичного признака принимают участие в репрезентации концептов русской и английской языковых картинах мира, объективация которых носит ярко выраженный антропоцентрический характер. **Анализ понятийных единиц позволяет сделать вывод о том, что в русском и английском когнитивном сознании «оценивание» меры и степени статичного признака носит преимущественно оценочный характер.** Выделение и описание понятий о мере и степени как фрагмента коллективного языкового сознания дает возможность проследить, каким образом мировоззрение и уровень развития определенной нации получили отражение во понятийных выражениях, сгенерированных ее языком. В настоящее время в теории понятий отсутствует единая концепция в интерпретации понятия «интенсивность». Можно согласиться с мнением И.В. Ревенко, что «интенсивность не следует определять как синоним меры, поскольку интенсивность демонстрирует уровень развития признака в рамках конкретной меры, не влекущего за собой изменения качества». Анализируя понятийные единицы меры и степени признака, мы используем термин «интенсивный» признак, поскольку этот термин составляет содержательную сущность категории интенсивности. И.И. Туранский трактует интенсивность как признак второго уровня, или признак признака. Через интенсификацию, по мнению ученого, осуществляется усиление выразительности, экспрессивности, т. е. повышение ее количественной характеристики.

Пласт понятийных единиц с категориальным значением интенсивности образуют номинации, демонстрирующие разную степень выраженности семантического признака, представляющего некий инвариант. С точки зрения полевого подхода, понятийная единица может быть отнесена к ядерной или периферийной зоне в зависимости от полноты отражения ею инвариантного признака. Ядерным средством выражения инварианта является лексема, в то время как единицы фонетического, словообразовательного, синтаксического уровней образуют периферийную зону. В отличие от ядерных, периферийные единицы лишь усиливают значение за счет наложения на интенсивность, уже присутствующую в семантической структуре лексемы.

Свойство предмета, номинированное через обозначение его качества, может проявляться с большей или меньшей интенсивностью, т. е. характеризоваться большей или меньшей мерой своего проявления. Поскольку мы рассматриваем **интенсивность как понятие о количестве признака**, то правомерно утверждать, что она неизменно связана с категорией качества. Выборка понятийных единиц показывает, что в семантической структуре понятийных выражений качественно-обстоятельственного класса усиление статичного признака происходит через добавление компонентов значения «очень», «слишком», «чрезмерно», «много», что также свидетельствует о пересекающемся характере взаимоотношения категорий качества и количества. Интенсивный (напряженный) признак содержится в любом предмете, которому придали качественную характеристику, признак. Этот признак имеет статичный характер, он внешне характеризует качественно определенные единицы языка, фиксируя факт проявления разного статичного качества, и раскрывается наиболее ярко в системных отношениях языковых единиц: в антонимических (быстрый как молния - медленный как черепаха), синонимических (глуп как пень - как пробка). Анализ лексических и понятийных средств выражения информации об интенсивности проявления статичного признака позволяет заключить, что именно знание о том, чем объекты могут отличаться один от другого, выявляемое в результате процедуры сравнения объектов, и легло в основу формирования самого понятия «признак». На соместные отношения качества и количества указывает и И.И. Туранский: «Как в природе всякий предмет характеризуется размерами, как нет качества вне количества, так и в речевой деятельности экспрессивность - это качественная сторона речи, а интенсивность - количественная характеристика качества (т. е.

экспрессивности)».

Целям выражения интенсивности в языке подчинены также и фонетика, морфология, лексикология, синтаксис. Особое внимание в исследованиях, посвященных понятийной репрезентации интенсивности, уделяется изучению лексических средств интенсификации, в том числе и раздельно оформленных понятийных единиц.

Проблема интенсивности в теории понятий остается наименее изученной в лингвистике, хотя в ряде исследований затрагивались вопросы интенсивности на фразеологическом материале различных языков. Полученные научные результаты показывают, что значение высокой степени статичного признака в понятиях реализуются через сравнение (так называемые компаративные понятийные выражения, или понятийные выражения с понятиеобразующим компонентом «как»), либо через гиперболизацию признака с указанием на следствие, к которому приводит необычная интенсивность в проявлении этого действия или признака. Понятийные единицы, наделенные способностью информировать о высокой степени признака, будем называть **интенсификаторами.**

Единицы-интенсификаторы подвергаются экспрессивному переосмыслению, и в большинстве случаев их компоненты полностью утрачивают свои буквальные значения, в результате чего понятийные выражения приобретают целостное интенсифицирующее значение. В поле нашего зрения оказываются лишь интенсификаторы статичного признака, к которым относятся интенсификаторы прилагательных и наречий, а также слов категории состояния (жарко, трудно): до безумия, до краев, до боли, as anything, as blazes, as hell, as the devil («адски, дьявольски, чертовски»): He was busy as hell making money (W. Saroyan) - Он был чертовски занят зарабатыванием денег; I'm hungry as all get-out, girls (E. Caldwell) -Я жутко голоден, девчата. Понятие степени предполагает возможность сравнения свойств и качеств предметов, а также градуального расположения их на шкале от меньшей степени к большей. Посредством градации можно количественно определить и измерить процесс качественных изменений. К концепциям определения градации, существующим в современной науке теории понятий, относится и «Теория функциональной грамматики» А.В. Бондарко, в которой представлена семантическая категория компаративности, синтезирующая семантику категорий качества и количественности. Качество в его количественном проявлении и заключено в интенсификаторе. По мнению Н.Д. Арутюновой, «попадая

на градуированную линейку, точечное значение растягивается и само становится измеримым».

Итак, **категория степени** связана с процессом изменения количества признака в одном или нескольких подобных предметах и с помощью языковых средств - интенсификаторов - может характеризовать степень проявления абстрактной, ассоциативной величины, параметрических данных. Но также в интенсификаторах возможно наличие дополнительных экспрессивно-эмоциональных значений, таких как «необычайно, необыкновенно, на редкость», обозначающих необычно, исключительно высокую степень признака; «безумно, поразительно, удивительно» эмоционально выражающих высокую степень признака.

2.4. Классификации признаков

Признаки различаются способами их измерения и другими особенностями, влияющими на приемы статистического изучения. Это дает основание для классификации признаков (табл. 1). Классификации признаков составляют один из видов частных научных классификаций.

Таблица 1

Классификация признаков

Основная классификация

| по характеру их выражения | по способу измерения | по отношению к характеризующему объекту | по характеру вариации | по отношению ко времени |
|---------------------------|------------------------------|---|-----------------------|-------------------------|
| 1. Описательные | 1. Первичные или учитываемые | 1. Прямые (непосредственные) | 1. Альтернативные | 1. Моментные |

| | | | | |
|----------------------|-------------------------------|--------------|-------------------|-------------------|
| 2. Количественные | 2. Вторичные или расчетные | 2. Косвенные | 2. Дискретные | 2. Интервалные |
| | | | 3. Непрерывные | |

Описательные признаки выражаются словесно: национальность человека, разновидность почв, материал стен здания. Описательные признаки подразделяются на номинальные и порядковые. Эти термины взяты из теории измерений. Отличия между ними в том, что номинальные это описательные признаки, по которым нельзя ранжировать данные, а порядковые это признаки, по которым можно ранжировать, упорядочивать данные. Например, пользуясь оценками экспертов, ранжируют фигуристов по технике и артистичности исполнения программы или работников по мастерству и т. д.

Количественные признаки выражены числами. Они играют преобладающую роль в науке. Таковы возраст человека, площадь пашни, заработная плата рабочих, население города, доход кооператива и т. д.

Первичные признаки характеризуют единицу совокупности в целом. Это абсолютные величины. Они могут быть измерены, сосчитаны, взвешены и существуют сами по себе, независимо от их статистического изучения. Например, площадь пашни, мощность двигателей на предприятии, численность населения города, число автомобилей, произведенных в стране.

Вторичные, или расчетные, признаки не измеряются непосредственно, а рассчитываются. Они являются продуктами человеческого сознания, результатом познания изучаемого объекта. Например, себестоимость единицы продукции, производительность труда, рентабельность, урожайность и т. п. Вторичные признаки представляют собой соотношения первичных признаков: деление объема выпущенной продукции на численность работников дает показатель производительности труда; деление суммы затрат на произведенную продукцию на число единиц данной продукции дает себестоимость и т. д. Несмотря на расчетный характер признаков, они тоже имеют

объективный характер. Процесс познания есть отражение объективных свойств явлений и процессов, и расчеты, научные методы познания являются таким же необходимым средством отражения объективных свойств совокупности, как измерение, взвешивание. Вторичный не означает второстепенный. Термин определяет только путь познания: сначала надо измерить значения первичных признаков, а уже потом, во вторую очередь, на основе первичных признаков рассчитать значения вторичных.

Прямые (непосредственные) признаки это свойства, непосредственно присущие тому объекту, который ими характеризуется.

Таковы возраст человека, поголовье коров на ферме, объем продукции завода, численность его рабочих.

Косвенные признаки являются свойствами, присущими не самому объекту, а другим совокупностям, относящимся к объекту, входящим в него. Например, продуктивность коров как косвенный признак фермы. Хотя продуктивность не фермы, а коров это их прямой признак, но ведь продуктивность характеризует и ферму, которой принадлежат эти коровы (или даже целую область). Такова и оплата труда рабочих по отношению к заводу. Это косвенный признак завода, но очень важный для того, кто собирается поступать на работу и выбирает предприятие.

Практически деление признаков на прямые и косвенные совпадает с их делением на первичные и вторичные. Признаки различаются в науке и по характеру их вариации, т.е. по различиям их значений у разных единиц совокупности. Выделяются альтернативные признаки, которые могут принимать только два значения. Таковыми являются признаки обладания или необладания чем-то. Например, все садовые участки по признаку наличия посадок вишни можно разделить на имеющие посадки вишни и не имеющие их. Альтернативным признаком являются пол человека, место проживания (город, село), двигатель трактора (гусеничный или колесный).

К дискретным относятся количественные признаки, которые могут принимать только отдельные значения, без промежуточных значений между ними. Дискретные признаки, как правило, целочисленные. Это число членов семьи, количество этажей здания, комнат в квартире.

Непрерывные, точнее, непрерывно варьирующие признаки способны принимать любые значения, конечно, в определенных границах. К непрерывным относятся расчетные вторичные признаки. Ведь их значения результат деления, а оно может приводить к любым числам целым, дробным, иррациональным. На практике значения непрерывных признаков округляют с конечной степенью точности, так что они становятся квазидискретными. С другой стороны, дискретные по существу признаки, например число работников предприятия на 1 января, поголовье коров на ту же дату, имеют такое громадное число возможных значений, что на практике статистика вынуждена обращаться с ними, как с квазинепрерывными.

Моментные признаки характеризуют изучаемый объект в какой-то момент времени, установленный планом научного исследования. Они существуют на любой момент времени и характеризуют наличие чего-либо: численность населения, стоимость фондов, количество скота, размеры жилой площади.

К интервальным относятся признаки, характеризующие результаты процессов. Поэтому их значения могут возникать только за интервал времени: год, месяц, сутки, но не на момент времени. Таковы число родившихся, умерших, объем промышленной продукции, надой молока, сумма полученной прибыли. Различие между моментными и интервальными признаками существенно при изучении динамики.

Единицы измерения моментных признаков относятся только к характеризваемым ими свойствам объектов, а единицы измерения интервальных признаков содержат еще и указание того отрезка времени, за который определено значение признака. Так, стоимость основных производственных фондов предприятия на 1 января выражается в миллионах рублей, а объем продукции за январь в тысячах или миллионах рублей за месяц.

Классификации признаков составляют один из видов частных научных классификаций. В рамках этого вида они могут быть, в свою очередь, подразделены на общие классификации признаков, где признаки распределяются по группам вне зависимости от того, свойства какого объекта они выражают, и частные, или объектовые, классификации признаков. По нашему мнению, общими классификациями признаков могут быть:

- а) субстанциональные, принимающие за основание деления то или иное свойство, выражаемое признаком или характеризующее признак;
- б) объемные, в которых признаки различаются в зависимости от объема выражаемых ими свойств или группы объектов, которым они принадлежат;
- в) функциональные, содержащие распределение признаков в зависимости от их функционального назначения и использования в криминалистике и практике борьбы с преступностью.

2.4.1. Общие субстанциональные классификации

Основаниями общих субстанциональных классификаций считаются существенность и необходимость признаков, а также их устойчивость, специфичность и т. п. Ранее мы коснулись вопроса о существенных признаках применительно к процессу идентификации и характеристике идентификационных признаков. Но этот аспект рассмотрения не исчерпывает проблемы. Понятию существенности может быть придано более широкое значение, нежели то, которым оно характеризуется с точки зрения акта идентификации. В этом случае **толкование понятия опирается на его логический смысл.**

Признак является существенным, если он выражает существенное свойство объекта, то есть свойство, относящееся к его качеству. По этому основанию признаки могут быть разделены на существенные и несущественные. Л. А. Винберг считает, что группа существенных признаков по своему значению неоднородна. Он разделяет мнение Е. К. Войшвилло, который по этому поводу замечает: “В истории логики и философии неоднократно высказывалась мысль о том, что правомерно говорить о сущности или существенных признаках лишь предметов того или иного класса, но что для отдельных предметов эти понятия вообще лишены смысла”. Руководствуясь этим соображением, Л. А. Винберг использует деление существенных признаков на безотносительно существенные и относительно существенные. К числу первых он относит те, “по которым заранее можно отнести объекты к определенным классификациям... Относительно существенными можно считать признаки, с помощью которых устанавливается тождество индивидуально-определенного объекта. Эти признаки в той

или иной связи, в том или ином отношении в каждом конкретном случае будут различны”.

С мнением Л. А Винберга едва ли можно согласиться. Представляется, что в своей классификации он смешивает два основания:

существенность свойства, выражаемого признаком, и функциональное значение признака (его существенность или несущественность для процесса идентификации). Мы не можем разделить и взгляды Е. К. Войшвилло, потому что, по нашему мнению, объединение объектов в классы (роды, виды) осуществляется при наличии у каждого из них общего для всех существенного свойства (а следовательно, и соответствующего существенного признака). Ясно, что при этом мы исходим из того, что свойство имеется у отдельного объекта и что оно для него существенно, то есть определяет его качество. Свойство же, присущее только совокупности объектов и не присущее в то же время каждому из них в отдельности, - это уже свойство совокупности, понятие которого отличается от рассматриваемого понятия существенного свойства объекта.

Важен в теоретическом и практическом отношениях вопрос о соотношении понятий существенности, необходимости и случайности признаков. У Е. К. Войшвилло мы читаем: “Среди всех известных признаков некоторого рода имеются: 1) основные, существенные признаки, 2) производные (обусловленные первыми, выводимые из них) признаки и 3) случайные признаки (признаки, обусловленные внешними обстоятельствами)”. Из этой классификации можно сделать вывод, что первая и вторая группы признаков относятся к числу существенных признаков; что существенные признаки - это необходимые признаки, поскольку им противопоставлены признаки случайные; что случайные признаки не могут быть существенными.

Эти положения вызывают серьезные возражения. Существенное нельзя ни противопоставлять, ни отождествлять с необходимым или случайным. Нужно помнить, что Энгельс рассматривал случайность как форму проявления необходимости, как ее дополнение, одну из ее сторон. “То, что утверждается как необходимое, - писал Энгельс, - складывается из чистых случайностей, а то, что считается случайным, представляет собой форму, за которой скрывается необходимость, и т. д.”. Следовательно, необходимость и случайность не изолированы друг от друга, находятся в диалектическом единстве, переплетаются. То, что в одном ряду отношений выступает как необходимое, в другом может

быть случайным. Поэтому и существенное - в нашем случае существенное свойство или существенный признак - может быть и необходимым, и случайным; а случайное соответственно - и существенным, и несущественным. Все зависит от аспекта рассмотрения и оценки свойств и признаков объекта.

Путаница в понятиях, отождествление существенного и необходимого приводят иногда к фактическим ошибкам. Так, Е. И. Сташенко писал, что, “большинство идентификационных исследований завершается установлением тождества только посредством необходимых признаков. К таким исследованиям следует отнести отождествление личности по следам папиллярных узоров рук и по чертам внешности, идентификацию оружия по выстреленным пулям”. Но известно, что необходимым является наличие папиллярного узора, но не его рисунок, наличие определенного комплекса признаков внешности, но не данная характеристика каждого из них, наличие в канале ствола нарезного оружия полей нарезков, но не данная характеристика их микрорельефа. Эти признаки или сочетания признаков случайны, и в то же время существенны в аспекте их идентификационной значимости.

К рассматриваемой классификации примыкает деление признаков на собственные и привнесенные. Характеризуя эту классификацию, И. М. Лузгин считает, что “собственные признаки выражают существенные свойства самого объекта, определяют его качественную характеристику. Таковы, например признаки почерка, сравнительное исследование которых позволяет отождествить исполнителя документа. Привнесенные признаки возникают в связи с воздействием на объект других предметов. Внешние воздействия могут существенно изменить собственные свойства объекта, в результате чего изменится и его качественная характеристика (например, в результате автоаварии может измениться форма транспортного средства), но могут и не затронуть этих существенных свойств”. Позднее И. М. Лузгин несколько изменил свои взгляды, так что эта классификация в его представлении состояла из трех звеньев: собственные признаки объекта, характеризующие присущие объекту свойства (о существенности свойств не говорится), случайно привнесенные признаки, отображающие постороннее воздействие на объект, и признаки маскировки, “с помощью которой лицо намеренно стремится видоизменить объект, исказить его действительное состояние или свойство”. Эта классификация представляется нам практически важной, но требует, с нашей точки зрения, некоторых уточнений.

Следует согласиться с поправкой, внесенной И. М. Лузгиным в определение собственных признаков. Эти признаки, разумеется, выражают не только существенные свойства объекта, но и иные его свойства. Среди этих признаков могут быть как необходимые, так и случайные для данного объекта в данных условиях. Вторым звеном классификации являются привнесенные признаки. Эта группа признаков по своей природе и распознавательной характеристике представляется неоднородной. Привнесенные признаки могут выражать свойства объекта, изменившиеся в результате небрежного обращения с объектом при его упаковке или транспортировке. Привнесенные признаки могут являться признаками действий и представлять интерес именно как таковые. Привнесенные признаки могут выражать и свойства другого объекта, участвовавшего в акте взаимодействия. Строго говоря, и те и другие, будучи привнесены извне, становятся собственными признаками объекта, отличаясь от его изначальных признаков по источнику происхождения. Однако этого отличия достаточно для выделения их в распознавательных целях в самостоятельную группу. Именно по этому основанию классифицируют образцы для сравнительного исследования, различая среди них образцы, несущие на себе фиксированное отражение признаков другого объекта, и образцы, признаки которых выражают их собственные свойства.

По нашему мнению, не следует противопоставлять случайно привнесенным признакам признаки маскировки. Признаки маскировки - это тоже привнесенные признаки. Различие между первыми и вторыми - в отношении к их возникновению со стороны субъекта воздействия. В первом случае субъект либо относится безразлично к возникновению, "привнесению" признаков, либо не предполагает возможности их возникновения, поэтому не предпринимает мер к тому, чтобы они не возникли, либо не желает их возникновения, но не в силах помешать этому. Таковы в своем большинстве идентификационные признаки: например, след от бойка на капсуле, воспроизводящий особенности поверхности бойка, возникшие при изготовлении и во время эксплуатации оружия.

Во втором случае субъект намеренно стремится к возникновению привнесенных признаков с целью изменения объекта, искажения представления о его свойствах, создания ложного впечатления о характере взаимодействия и т. п. Типичными признаками такой маскировки являются признаки искажения лицом собственного почерка, признаки подделки подписи другого лица, признаки

инсценировки события, маскировки способа совершения события и др. Степень маскировки может быть различной, но практически она не может быть полной, совершенно заслоняющей от субъекта исследования как собственные признаки объекта, так и привнесенные признаки первого рода. Так, применительно к признакам маскировки почерка, А. И. Манцветова, например, указывает, что “наличие сознательного выбора расширяет возможности искажения почерка, поскольку исполнитель может изменить именно те признаки, которые, по его мнению, идентифицируют его. Но это не означает, что пишущий в состоянии полностью замаскировать свой почерк и сделать невозможным его установление как исполнителя текста. При искажении почерка у пишущего имеется определенный предел, который он не может перейти. Этот предел обусловлен особенностями контроля за процессом письма со стороны самого пишущего... В рукописях, выполненных с искажением почерка, всегда имеются две основные группы признаков: а) оставшиеся без изменения; б) искаженные”.

Резюмируя, мы можем представить рассматриваемую классификацию признаков следующим образом:

Собственные признаки объекта;

Привнесенные признаки:

- а) возникшие помимо или против воли субъекта взаимодействия (“случайные” признаки);
- б) возникшие по воле субъекта и в его интересах (признаки маскировки).

В известной степени близка изложенным классификация признаков, предложения Н. А. Селивановым. По его мнению, имеет смысл различать внешние и внутренние признаки. К числу первых он отнес признаки внешнего строения объектов, фиксируемые в следах и иных материальных отображениях. Внутренними он называет признаки химического состава и физической структуры материала объектов. Первые, по его мнению, служат основой для идентификации, вторые - для определения групповой принадлежности веществ. Он справедливо указывает, что новейшие достижения технических наук, высокоточные методы анализа вещества позволяют глубже

проникнуть в его природу, предельно сузить объем устанавливаемых групп. Отсюда повышение значения внутренних признаков в распознавании.

Взгляды Н. А. Селиванова и его аргументация нам представляются вполне убедительными. Разумеется, употребляемые им термины носят, в известной степени, условный характер, так как и внешние признаки, например, могут отражать физическую структуру материала объекта, но такими нюансами на практике можно пренебречь и использовать эту классификацию, придерживаясь буквального смысла терминов.

Возвращаясь к вопросу о классификациях признаков, заметим, что к числу наиболее значимых в распознавательном плане субстанциональных классификаций признаков относятся классификации, в основе которых лежат устойчивость и специфичность признаков. Об устойчивости как основании классификации признаков в распознавании упоминают многие авторы, исследовавшие эту проблематику. Различают относительно неизменяемые, или устойчивые признаки, и изменяемые, или неустойчивые признаки.

Когда мы говорим об относительной неизменяемости, устойчивости признака, мы имеем в виду устойчивость свойства, которое он выражает, во-первых, а во-вторых, определенные временные границы устойчивости, в пределах которых признак не претерпевает существенных изменений. “Постоянство, устойчивость признаков не являются абсолютными, - справедливо пишет А. А. Эйман. - Два отображения одной и той же детали не совпадают полностью не только потому, что меняются условия слеодообразования, но и потому еще, что за время, прошедшее между их появлениями, сам объект претерпевает некоторые изменения. Мы вправе говорить об одном и том же признаке лишь до тех пор, пока эти изменения несущественны, носят характер небольших колебаний размера или формы”.

Существенным в распознавании является мнение, что изменение признака всегда связано с изменением свойства, ибо **признак есть выражение свойства**. Этот тезис подтвержден рядом исследований. Так, например, И. М. Можар пришла к нему в результате изучения рукописных текстов и подписей, выполненных со значительным разрывом во времени, П. Г. Кулагин - на основе анализа признаков подделки документов, В. А. Снетков - по данным о признаках внешности и др. В аспекте практического применения учения о

признаках это положение не вызывает возражений, в принципе, оно верно, ибо опирается на общее философское понятие признака. Однако при этом, как нам кажется, нужно иметь в виду следующее.

Свойство может быть выражено множеством признаков. Движение объекта - изменение его места в системе, возникновение новых связей с другими объектами, влияние взаимодействия и т. д. - все это может привести к тому, что свойство станет проявляться по-новому, то есть приведет к изменению признаков, к **появлению новых признаков, хотя свойство при этом не изменится.** Таким образом, **изменение признака не обязательно свидетельствует об изменении свойства и может быть следствием изменения формы или способа его проявления.**

Описанная **зависимость признака от свойства** не препятствует, как нам представляется, изучению изменений признаков как таковых. Это бывает оправданно и с методической, и с практической точек зрения, и поэтому мы не разделяем отрицательного отношения к подобным исследованиям З. И. Кирсанова, выражавшего сожаление, что часто употребляется такое понятие, как “изменяемость признаков”, и ведутся исследования изменений признаков в зависимости от тех или иных факторов. По его мнению, “данные взгляды нельзя признать методически правильными, так как в них обычно понятие свойства подменяется понятием признака или исчезновение одних признаков и появление других трактуется как изменение одного и того же признака”. Здесь следует, к тому же, заметить, что, выступая в предыдущем параграфе за чистоту и строгость гносеологического понятия признака, мы вместе с тем учитываем и **относительную условность размежевания понятий признака и свойства**, особенно в практическом словоупотреблении. Диалектичность связи этих понятий и указанную условность их деления убедительно показала В. Ф. Орлова на примере выработанности почерка: “Так, выработанность - проявление качества, а следовательно, и свойство почерка. Отображенная в рукописи и доступная для изучения степень выработанности выступает как признак почерка. В то же время степень выработанности проявляется через другие свойства, которые в процессе исследования играют роль признаков... В сложных системах познания, в частности, таких, как почерк, свойства настолько многоопосредствованы, что их выделение, а равно и изучение признаков осуществляются на различных уровнях познания, проникая все более в сущность явления. При этом **многоступенчатый, опосредствованный характер признаков, по которым выявляется**

какое-то сложное свойство, которое, в свою очередь, будучи изученным, используется как признак почерка, не лишает такие признаки их качества. В то же время свойства не перестают быть свойствами”. Иными словами, **признак может быть выражением свойства, которое само в другой системе выступает как признак иного, скажем, более “глубинного” свойства.**

Устойчивость признака еще не означает его необходимого характера. В литературе по этому вопросу иногда допускается такое же смешение понятий, какое мы отмечали применительно к понятиям существенных, необходимых и случайных признаков. Так, М. Я. Сегай писал, что «в процессе идентификации изучаются не только устойчивые свойства объекта. В ряде случаев **существенными, а потому идентификационными признаками** могут оказаться случайные признаки, индивидуализирующие отождествляемый объект... Поэтому из общего определения идентификационного признака должен быть исключен термин “устойчивый”». Из приведенной цитаты видно, что М. Я. Сегай связывал **понятие устойчивости признака с его необходимостью и существенностью**. На основании того, что случайные признаки (по смыслу его рассуждений - неустойчивые, изменяемые) могут играть важную роль в идентификации, предложено отказаться от термина “устойчивый”. Здесь допущено, как нам кажется, две ошибки. Во-первых, случайный вовсе не означает обязательно неустойчивый; во-вторых, устойчивость признака, как уже отмечалось, понимается относительно, в пределах времени, необходимого для решения конкретной задачи. Именно в этом смысле мы и характеризуем признак как устойчивый, а следовательно, и нет необходимости отказываться от этого термина.

По определению А. А. Эйсмана, **“под специфичностью признака следует понимать меру его способности выделять, отграничивать данный предмет от других”**. Выделяющая способность признака зависит от его выраженности и частоты встречаемости. Признаки, обладающие особой специфичностью и редко встречаемые, обычно выделяются в объектовых классификациях в особую группу. Так, в системе признаков внешности человека они получили наименование “особых примет”, а те из признаков, которые явно бросаются в глаза, - “броских примет”.

Л. А. Винберг вслед за М. С. Шехтером вводит понятие “отличительный признак”, употребляя его взамен термина “специфичность”.

Он различает отличительные постоянные и непостоянные признаки, понимая под отличительным признаком, имеющийся у объектов какого-либо конкретного класса. Такими отличительными постоянными признаками Л. А. Винберг считает общие классификационные признаки, например, тип папиллярного узора, а отличительными непостоянными - особые приметы внешности, наличие коррозии на стенках канала ствола и другие случайные признаки. Поскольку специфичность и есть мера способности признака отличать объект от других, то принципиальных возражений употребление в этом смысле термина “отличительный” не вызывает. Однако, как показывает предлагаемый им перечень, в своем определении круга отличительных непостоянных признаков он не выдерживает единого критерия оценки. Здесь термин “непостоянный” употребляется им как “не принадлежащий всем предметам данного класса”, ибо иначе вряд ли можно назвать шрамы, рубцы, родимые пятна и т. д. непостоянными признаками.

С устойчивостью и специфичностью признаков связано представление об их вариационности. Ее изучение позволяет полнее познать свойства объекта, хотя едва ли можно согласиться с В. Я. Колдиным, считающим, что “исследование вариационности признаков - единственный путь к установлению свойств отождествляемых объектов”. **Познание свойства, в принципе, возможно на основе изучения самого признака как такового вне его вариационных изменений.** Это, разумеется, не означает отрицания необходимости в определенных условиях при решении конкретной задачи изучить все доступные вариации признака.

2.4.2. Общие объемные классификации

Наиболее распространенной классификацией этого вида является деление признаков на общие и частные.

Первоначально эта классификация выглядела несколько иначе. С. М. Потапов различал общие признаки, то есть признаки, принадлежащие однородным предметам, и особенные, относящиеся к данному объекту. А. И. Винберг писал об общих и индивидуальных признаках, а Н. В. Терзиев употреблял как равнозначные оба термина - особенные и индивидуальные. Но уже в 50-х годах XX в. в работах А. И. Винберга

говорится об общих и частных признаках. “Общие признаки, - писал он, - выражают наиболее общие черты, свойства, присущие всем однородным объектам (по форме, цвету, размеру, весу, сорту, классу и т. п.). Частные признаки (детальные) - это наименее повторяемые в своей совокупности конкретно-индивидуальные признаки, выделяющие данный объект из ряда ему подобных по групповой принадлежности”. В этом же смысле употребляли эти термины в работах того времени В. Я. Колдин, А. Р. Шляхов и некоторые другие авторы.

С течением времени понятие “общие признаки” приобрело и другой смысл. **Под общими стали понимать признаки, характеризующие объект в целом. Общие же признаки в первоначальном их значении стали именовать признаками группового значения**. Так возникла вторая общая объемная классификация признаков - деление их на признаки группового и индивидуального значения.

Смысловая неоднозначность употребляемой классификационной терминологии явилась поводом для дискуссии. А. А. Эйсман отметил, что обе системы деления признаков общеприняты и нет оснований ими пренебрегать, но следует более строго определить их значение. По его мнению, деление на общие и частные признаки весьма относительно и носит вспомогательный и утилитарный характер, так как то, что в одном случае является общим признаком, в другом выступает в качестве признака частного. Н. А. Селиванов пришел к выводу, что, несмотря на относительный характер деления признаков на общие и частные, эта классификация себя практически полностью оправдывает, и отметил неточность классификации С. М. Потапова: “Если термин “особенные” указанный автор применил в общефилософском смысле, имея в виду свойственное отдельным группам предметов, то данная классификация не отличается от вышеизложенного деления признаков на общие и частные. Если же особенное мыслится как противопоставление групповому, то перед нами другой аспект систематизации. Это - разграничение групповых признаков (родовых, видовых и т. д.) и индивидуальных. Но в таком случае термин “особенные” здесь не на месте”.

Не оспаривая в принципе допустимость обеих приведенных классификаций, мы полагаем, что как для научных, так и для практических целей вполне достаточно первой из них - **деления признаков на общие и частные**. К такому выводу можно прийти по следующим основаниям.

Ни один признак не может характеризовать лишь какую-то сторону объекта, по которой мы можем судить лишь о принадлежности объекта к какой-нибудь группе, классу. Те, кто именуется подобными признаками общими в отличие от признаков группового значения, обычно относят к ним такие, как размер, вес, форма, цвет, способ изготовления и т. п. Однако совершенно очевидно, что на основании подобных характеристик можно судить только о том, что предмет имеет квадратную форму, или он белого цвета, или обладает шероховатой поверхностью и т. д., то есть только о том, что он принадлежит к классу “квадратных, белых, шероховатых” предметов. Иными словами, общие признаки, как и признаки группового значения, служат одной и той же цели. Не случайно об этом вынуждены говорить и сторонники различения двух рассматриваемых классификаций. А если это так, то **лишается смысла существование двух разных терминов для обозначения одного и того же понятия.**

Признаки индивидуального значения фактически являются также групповыми. Один из инициаторов этой классификации - Н. В. Терзиев пишет о них: “Признаками индивидуального значения называются такие, которые могут принадлежать, но могут и не принадлежать объектам данной группы”. Таким образом, их отличает от признаков группового значения только объем группы объектов, которым они принадлежат. Но если это так, то нет оснований, во-первых, для наименования их индивидуальными и, во-вторых, для противопоставления групповым. Классификация лишается основания.

2.4.3. Общие функциональные классификации

Смысл подобных классификаций заключается в распределении признаков в зависимости от той функциональной нагрузки, которую они несут при решении определенных задач. Строго говоря, это не классификации в точном смысле этого слова, а выделение из множества признаков какого-то подмножества, предназначенного для решения данной задачи. В качестве таких подмножеств могут быть названы:

идентификационные признаки - признаки, используемые в конкретном акте идентификации;

регистрационные признаки - признаки, фиксируемые при постановке на криминалистический учет объектов данного вида;

поисковые признаки - признаки конкретного поискового объекта;

моделируемые признаки - признаки, обеспечивающие достижение требуемого сходства модели с оригиналом.

Каждому из этих подмножеств противостоит подмножество, которое можно обозначить как “иные признаки”, то есть признаки, не используемые в данном действии, процессе. В литературе мы не встречали упоминания об антиподах перечисленных групп. Исключение составляет лишь группа идентификационных признаков.

И. Д. Кучеров противопоставил идентификационным признакам **признаки**, которые он назвал **дифференцирующими**. Это признаки, “которые позволяют исключить принадлежность объектов к одному и тому же роду, виду, классу, группе или вообще разграничить не менее двух объектов. **Ими могут быть обычные родовые, видовые, групповые и индивидуальные признаки объектов**”. Правда, он тут же оговорился, что один и тот же признак может выступать и в качестве идентифицирующего и в качестве дифференцирующего. Нам представляется, что понятие дифференцирующих признаков носит искусственный характер, как и стремление автора выделить в качестве самостоятельной исследовательской процедуры, отличной от процедуры идентификации, процедуру дифференциации. Этот вопрос следует отдельного рассмотрения. Здесь же мы ограничимся тем, что присоединимся к словам Н. А. Селиванова и А. А. Эйсмана, которые писали: “**Ни один специалист в какой-то конкретной научной области не считает, что идентификация направлена только на установление тождества и базируется только на совпадении признаков. Напротив, всегда подчеркивается, что *цель ее - либо установление, либо отрицание тождества*. Стремясь разграничить идентификацию и дифференциацию, автор, не замечая того, вводит в определение идентификации в качестве одной из ее целей установление различия, а в определение дифференциации установление тождества узкой группы, то есть признает тем самым, что отождествление и различение суть две стороны одного и того же процесса познания. Таким образом, **новое название дифференциация обозначает старое, хорошо известно понятие различия, отсутствие тождества**”.**

И. А. Журавлева, рассматривая проблемы распознавания, отмечает, что классификация признаков, используемых в целях распознавания, обладает определенной спецификой: "...для описания объектов в этом процессе используются логические и вероятностные признаки. К первым относятся те, которые обозначают качественные характеристики свойств. Вероятностными являются признаки, обозначающие систематические закономерности распределения тех или иных характеристик свойств в группах однородных объектов. **Эти группы признаков по своей функциональной роли в процессе распознавания подразделяются на атрибутивные, классификационные и диагностические**". В подобной классификации явно нарушено правило единства основания, не говоря о том, что вызывает недоумение термин "логические признаки", поскольку он никак не раскрывает содержание обозначаемого им понятия.

Уже отмечалось, что понятие идентификационных признаков имеет смысл лишь применительно к конкретному акту идентификации. В связи с этим нам представляется, что употребляемые иногда в литературе термины "признаки сходства" и "признаки различия" безотносительно к конкретным процессам сравнения не являются точными. **Правильнее говорить о совпадающих и различающихся признаках, так как при этом подразумевается не какая-то априорная характеристика признака, а результат его сравнения с признаками другого объекта.**

2.4.4. Объектовые классификации признаков

Это наиболее разработанный и многочисленный вид классификаций. К нему относятся классификации признаков материальных объектов, навыков и процессов. С ним связаны и классификации признаков, принятые в различных научных дисциплинах. По своему содержанию объектовые классификации не однотипны, обладают различной степенью детализации и унификации. Примером наиболее детальных объектовых классификаций являются классификации признаков человека и некоторых его навыков: признаки внешности, папиллярных узоров, зубов, почерка как проявления письменно-двигательного навыка, походки. Все эти классификации при единстве исходных посылок в виде определенной общей объемной классификации существенно отличаются друг от друга по характеру и основаниям распределения классифицируемого материала.

Исторически наиболее ранними объектовыми классификациями признаков являются классификации признаков внешности и папиллярных узоров (конец XIX - начало XX вв.). В Советском Союзе эта проблематика наиболее плодотворно разрабатывалась применительно к признакам внешности Н. В. Терзиевым, В. А. Снетковым, А. Ю. Пересункиным, а в отношении папиллярных узоров - П. С. Семеновским, Г. Данилевским, Б. М. Комаринцем, Г. Л. Грановским, Г. А. Самойловым, Г. П. Давыдовым, А. П. Моисеевым, В. А. Андриановой и др..

По мере развития теории почерковедения совершенствовалась система и классификация признаков почерка. В этой области наиболее значительными были исследования А. И. Винберга, С. И. Тихенко, А. А. Елисеева, В. Ф. Орловой, А. И. Манцветовой, Э. Б. Мельниковой, Л. Е. Ароцкера, П. Г. Кулагина и ряда других авторов.

Наиболее значимой для теории понятий классификацией признаков процессов, с нашей точки зрения, является классификация признаков способа совершения события. Здесь, пожалуй, как и в случае с общими функциональными классификациями признаков, точнее говорить о выделении определенного подмножества признаков, характеризующих тот или иной способ события как вид или его специфическую разновидность. Эта объектовая классификация признаков тесно соприкасается с соответствующими классификациями признаков в различных науках. Так, к признакам способа совершения события относятся содержание события, его время, место, предмет совершения события и др. Эти признаки являются элементами классификаций признаков состава события, признаков объективной стороны события.

Объектовые классификации признаков, - как правило, качественные классификации, то есть распределение признаков по классификационным группам в них производится на основе качества признаков. Количественный критерий может выступать при этом как дополнительное основание классификации подобно тому, как это наблюдается в классификации признаков внешности человека. З. И. Кирсанов даже предложил для этой классификации понятия **качественных и количественных признаков**. Качественным признаком он называет “выделяемое для целей идентификации определенное качественное состояние конкретной черты внешности отождествляемого человека”, а “количественные идентификационные признаки выражают такие особенности

отождествляемого объекта, которые характеризуют его измеримость”. В результате использования в классификации не только качественных, но и количественных признаков степень детализации классификации повышается, а ее практическая значимость увеличивается.

Среди объектовых классификаций признаков существует такая, в которой количественный критерий служит основанием для характеристики не единичного объекта, а целого класса объектов. Мы имеем в виду класс микрообъектов, роль которого в последние годы существенно возросла.

В практике микрообъекты по их морфологическим признакам обычно подразделяют на микроследы, микрочастицы и микроколичества вещества. По предложению Г. Л. Грановского к этому классу объектов относят такие, которые во всех трех измерениях не превышают 2 мм. Однако не все специалисты признают этот критерий. А. А. Кириченко считает, что “предложение Г. Л. Грановского об установлении нижнего предела размерных характеристик микрообъектов на уровне порога зрительного восприятия человека не имеет практического значения” и предложил другую градацию микрообъектов. По его мнению, **“микрообъекты согласно их детальной видовой классификации могут выражаться в виде:**

объектов, представляющих собой нечто единое целое (микротела);

отдельных частей объектов (микрочастицы);

объектов или их частей, не поддающихся в отдельности в силу их мизерных размерных характеристик микроскопическому морфологическому анализу и представляющих поэтому интерес для исследователя морфологическими и субстанциональными свойствами лишь их совокупностей (микровещества);

перечисленных объектов, включившихся в массу (структуру) их объекта-носителя, а поскольку их невозможно в силу этого механически разделить, то они изучаются как единое целое (микровключения);

материально-фиксированных отображений признаков внешнего строения слеодообразующего объекта, дающих возможность его идентификации (микроотображения) или лишь диагностирования общего характера внешнего воздействия (микроотражения);

всех указанных объектов, изучаемых в качестве элементов или деталей иных материальных отображений, представленных единым объектом (микродетали)”.

Можно усомниться в практическом значении столь дробной классификации микрообъектов, тем более, что, например, микровключение может выступать в качестве микроотражения или микродетали, микроотображение и микроотражение различимы лишь в результате исследования, когда такое различие уже не имеет практического значения, и т. п.

Помимо приведенной классификации, А. А. Кириченко вводит и классификацию по размерным характеристикам микрообъектов: те из них, размерные характеристики которых позволяют непосредственно работать с ними при помощи внелабораторной увеличительной техники, именуется парамикрообъектами; если для работы с ними необходимы стационарные увеличительные средства, то это - ультрамикрообъекты; если же их невозможно увидеть даже в микроскоп, то это - субмикрообъекты. Эта классификация приводит автора к странному выводу: он считает, что вещественными доказательствами могут стать только объекты первой группы, а объекты второй и третьей групп следует признавать “микроматериальными доказательствами”. Вообще следует заметить, что сложившаяся в трасологии система количественных и качественных признаков микрообъектов более проста и практически более удобна.

2.5. Совокупности и системы признаков

Признаки как объект исследования рассматриваются теорией образования понятий не изолированно друг от друга, а во взаимосвязи и зависимости. **Признаки любого объекта - человека, предмета, процесса - образуют систему, в рамках которой может быть выделена любая их совокупность, соответствующая функциональному назначению такого подмножества.** Эта совокупность может представлять собой подсистему, то есть

организованное подмножество, если она обладает необходимыми для этого качествами, и может выступать именно как совокупность, группа признаков, объединяемых только функциональным назначением и не связанных на своем уровне с другими признаками иными, кроме функциональной, связями. Когда мы употребляем выражение “не связанные на своем уровне”, мы имеем в виду, что признаки, входящие в совокупность, непосредственно между собой не связаны, взаимно независимы, что связи их друг с другом носят опосредствованный характер либо через общее свойство, либо через общую систему свойств объекта. Взаимонезависимость признаков подразумевает такое “их взаимоотношение при котором наличие одного из них не обусловлено неизменным наличием другого”. Естественно, что совокупность таких признаков повышает, например, их идентификационную значимость, что неоднократно отмечалось в литературе.

Разумеется, - и мы считаем нужным подчеркнуть это еще раз - взаимонезависимость признаков следует понимать как отсутствие непосредственной взаимообусловленности, а не абсолютное отсутствие между ними всяких связей. А. А. Старченко совершенно прав, когда отмечает, что **“каждый конкретный предмет и явление, обладая множеством качеств и свойств, представляет собой не случайную комбинацию признаков, не имеющих внутренней связи, а их определенное единство... Каким бы малозначительным ни был тот или иной признак, его существование всегда обусловлено другими сторонами предмета.**

При этом как существенные, так и несущественные и случайные для данного предмета признаки никогда не возникают самопроизвольно, их изменение всегда предопределяется соответствующими изменениями других его свойств и качеств, а также изменением внешних условий его существования”. **В этом плане представляется весьма важной проблема исследования корреляционных зависимостей между признаками, определение степени их интенсивности.**

Корреляционная связь есть результат взаимодействия множества необходимых и случайных причин. Для установления корреляционных зависимостей В. Я. Колдин рекомендовал методы исследования происхождения свойств, структурные и статистические методы. Именно здесь открываются широкие перспективы для применения **математических методов**

исследования в целях объективизации выводов научной экспертизы.

От совокупности признаков следует отличать признаки совокупности. Понятие признаков совокупности может иметь двоякий смысл. Это могут быть признаки, общие для всех объектов, составляющих данную совокупность, то есть по принятой терминологии - общие признаки. Это могут быть и признаки, характеризующие совокупность в целом и отсутствующие у входящих в нее элементов - признаки интегративного характера, возникающие именно у совокупности как таковой.

При рассмотрении вопроса о совокупности признаков следует остановиться на проблеме “отрицательных” признаков. Эту проблему можно сформулировать примерно следующим образом: **признак есть выражение свойства**; может ли признак выражать отсутствующее свойство или, иными словами, может ли отсутствие свойства играть роль признака и этот, так сказать, “отрицательный” признак входить в совокупность признаков, выражающих существующие свойства?

И. М. Лузгин считал, что “в качестве признака может быть использовано как объективно существующее свойство (предмет, явление), так и отсутствующее свойство (предмет, явление), негативное обстоятельство”. В этом положении, видимо, есть неточность. Мы уже отмечали, что негативное обстоятельство это не только “обстоятельство отсутствия”, негативный характер могут иметь и наличествующие факты - предметы, явления, если они противоречат объективной картине события, то есть если они являются отрицательными фактами. По точному смыслу понятия признака в последнем находит свое выражение лишь объективно существующее свойство. **Но отрицательные факты - это объективно существующая реальность**, ее выражение - это такие же **признаки**, которые гносеологически не отличаются от иных и поэтому могут входить наравне с последними в любую функциональную совокупность признаков. Таким образом, следует сделать вывод, что тезис И. М. Лузгина правилен, хотя и терминологически несколько неточен.

Совокупность признаков с точки зрения системного подхода может быть охарактеризована двояко. Если она выступает как **система**, то ее характеризует целостное единство при разнообразии отношений и связей элементов, ее составляющих, хотя это разнообразие, разумеется, ограничено. Если совокупность признаков выступает как **функциональное объединение** (например, совокупность собственных и сопутствующих признаков внешности), то ее можно охарактеризовать как **организацию**, то есть как **разнообразие отношений, связей и элементов множества при определенной целостности (различии организации и внешней среды)**. Степень упорядоченности совокупности признаков имеет не абстрактное, априорное, а сугубо конкретное значение. Это вопрос факта. В одном случае именно системность признаков, их связь и взаимообусловленность, их детерминированность приобретает решающее значение, как это можно проследить на примере признаков способа события. В другом случае, как это нередко бывает при распознавании, на первый план сначала выступают отдельные признаки, затем часть их совокупности, а уже потом вся совокупность признаков, объединяемых функциональным назначением. Именно с такой ситуацией мы сталкиваемся при практическом использовании распознавательных таблиц, составленных по признакам почерка, при распознавании по признакам внешности, при составлении синтетических портретов распознаваемых лиц. Авторы, исследующие проблему распознавания (людей, предметов, животных) по признакам, обычно обращают внимание на такую последовательность использования признаков: **сначала отдельных наиболее выраженных признаков, затем групп признаков, а потом уже максимально полной их совокупности.**

Здесь следует, на наш взгляд, специально отметить, что учение о признаках составляет существенный элемент научных основ распознавания. Рассматривая содержание и организацию действий распознавания, П. Е. Титов отмечал, что для распознавания, например, людей необходимы сведения о признаках внешности, привычках, склонностях и т. д., для распознавания предметов - об отличительных признаках этих предметов. Об использовании в целях распознавания признаков внешности, почерка, индивидуальных признаков разыскиваемых предметов писал Б. Е. Богданов, а С. П. Митричев и И. М. Лузгин специально подчеркивали решающее для распознавания значение информации о признаках распознаваемых объектов. Собираение такой информации, ее систематизация и использование -

необходимые условия эффективного распознавания, независимо от того, какими методами и средствами оно (собрание) ведется.

2.6. Метод выбора отличительных признаков понятий

В процессе образования понятия, состоящего из нескольких различных по своему функциональному назначению отличительных признаков, возникает задача оптимального выбора этих признаков из числа однотипных. Обычно такая задача решается самостоятельно при образовании каждого конкретного понятия.

Ниже в общем виде описывается процесс решения этой задачи и приводится алгоритм выбора оптимальной конфигурации отличительных признаков на основании обобщенного критерия эффективности.

Конфигурация отличительных признаков определяется набором признаков из множества A . Количества разнотипных по своему функциональному назначению групп отличительных признаков определяются H подмножествами однотипных признаков множества A : $A = \{A_1, A_2, \dots, A_L, \dots, A_H\}$.

Каждое подмножество A_L состоит из nL однотипных признаков, из числа которых выбирается L -й признак:

$$A_1 = \{a_{11} \dots a_{j1} \dots a_{n1}\},$$

$$A_2 = \{a_{12} \dots a_{j2} \dots a_{n2}\},$$

$$\dots \dots \dots$$

$$A_L = \{a_{1L} \dots a_{jL} \dots a_{nL}\},$$

$$\dots \dots \dots$$

$$A_H = \{a_{1H} \dots a_{jH} \dots a_{nH}\}.$$

Каждый вариант конфигурации отличительных признаков можно представить в виде выражения

$$A(jL) = \{a_{j1}, \dots, a_{jL}, \dots, a_{jH}\}.$$

Всего возможно $n_1 + n_2 + \dots + n_L + \dots + n_H$ вариантов образования понятия.

Каждая группа однотипных признаков $A(jL)$ характеризуется рядом параметров BL :

$$B_1 = b_{11} \dots b_{i1} \dots b_{k1},$$

$$B_2 = b_{12} \dots b_{i2} \dots b_{k2},$$

$$\dots \dots \dots$$

$$B_L = b_{1L} \dots b_{iL} \dots b_{kL},$$

$$\dots \dots \dots$$

$$B_H = b_{1H} \dots b_{iH} \dots b_{kH}.$$

Каждому признаку a_{jL} подмножества AL соответствует вполне определенная группа параметров BL_j :

$$BL_j = b_{1L_j} \dots b_{iL_j} \dots b_{kL_j}.$$

Все параметры B_{L_j} объединены в множество параметров B . Множество B содержит $n1 \cdot k2 + n2 \cdot k2 + \dots + nL \cdot kL + \dots + nH \cdot kH$ признаков.

Выбор оптимальной конфигурации отличительных признаков определяется из следующих условий:

$$A_{\text{оп}}(jL) = \max_{\substack{j=1\dots nL, \\ L=1\dots H}} \pi[A(jL)] = \max_{\substack{j=1\dots nL, \\ L=1\dots H}} \prod_{i=1}^r \pi_i[A(jL)]C_i,$$

$$m_i[A(jL)] \geq m_{i\text{доп}} \quad \text{при } i \leq s,$$

$$m_i[A(jL)] \leq m_{i\text{доп}} \quad \text{при } i > s,$$

$$i = 1, 2, \dots, s, \dots, r,$$

где $m_i[A(jL)]$ — значение i -го системного параметра, по которому оценивается эффективность отличительных признаков, полученное для варианта конфигурации отличительных признаков $A(jL)$;

$m_{i\text{доп}}$ — предельно допустимое значение i -го системного параметра, заданное в условиях на образование понятия;

r — количество параметров, по которым производится оценка эффективности отличительных признаков (параметры $\{m_1 \dots m_s\}$ относятся к группе повышающих, параметры $\{m_{s+1} \dots m_r\}$ — к группе понижающих параметров);

$\pi_i[A(jL)]$ — значение частного нормированного показателя эффективности, полученное для i -го параметра варианта конфигурации отличительных признаков $A(jL)$;

C_i — весовой коэффициент, характеризующий значимость i -го параметра признака в образываемом понятии;

$\pi[A(jL)]$ — значение обобщенного показателя эффективности, полученное для варианта конфигурации отличительных признаков $A(jL)$;

$A_{\text{оп}}(jL)$ — вариант оптимальной конфигурации отличительных признаков.

Системные параметры $m_i[A(jL)]$ определяются как некоторая функция элементов множества B :

$$m_1[A(jL)] = f_1(b_{1L_j}),$$

$$m_2[A(jL)] = f_2(b_{2L_j}),$$

$$\dots \dots \dots$$

$$m_i[A(jL)] = f_i(b_{iL_j}),$$

$$\dots \dots \dots$$

$$m_r[A(jL)] = f_r(b_{rL_j}).$$

Частный нормированный показатель эффективности $\pi_i[A(jL)]$ качественно характеризует степень выполнения предъявляемых к

понятию требований по i -му системному параметру путем нормирования параметра $m_i[A(jL)]$ в интервале от 0 до 1. Нормирование производится по формулам

$$\pi_1[A_{\text{оп}}(jL)] = \frac{m_i[A(jL)]}{\max_{\substack{j=1\dots nL, \\ L=1\dots H}} m_i[A(jL)]} \quad \text{при } i \leq s,$$

$$\pi_1[A_{\text{оп}}(jL)] = \frac{\min_{\substack{j=1\dots nL, \\ L=1\dots H}} m_i[A(jL)]}{m_i[A(jL)]} \quad \text{при } i > s.$$

Весовые коэффициенты C_i также нормируются от 0 до 1. Нормирование показателей эффективности позволяет автоматизировать процесс выбора оптимального состава отличительных признаков. На рисунке приведена схема алгоритма выбора оптимальной конфигурации отличительных признаков.

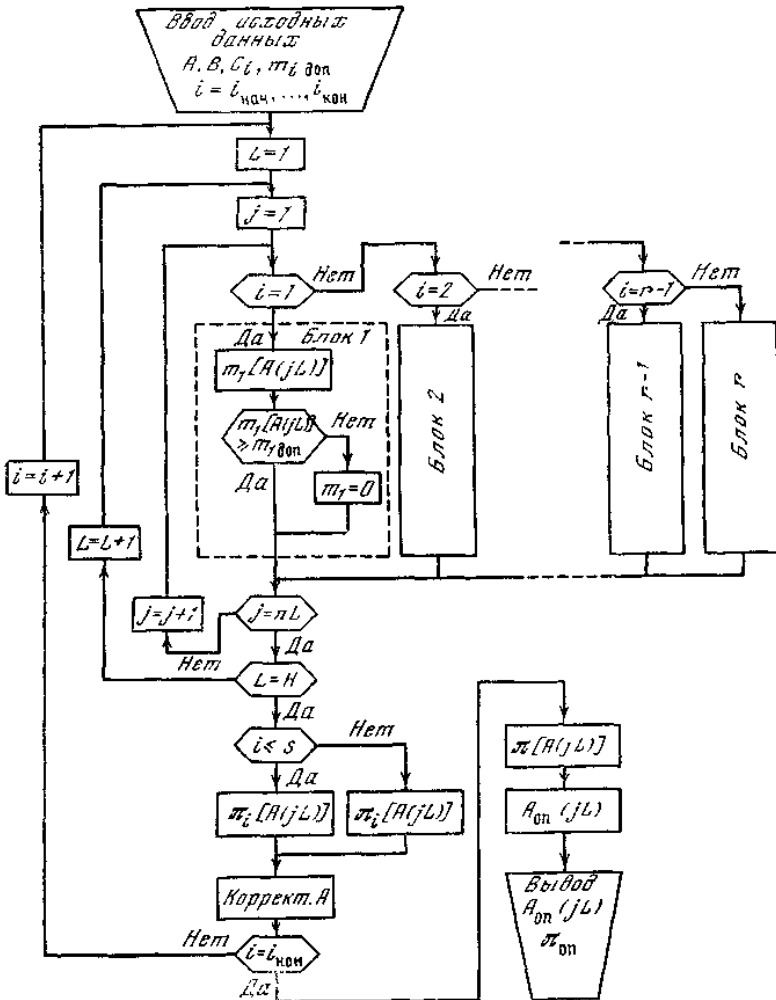


Схема алгоритма выбора оптимальной конфигурации отличительных признаков

Исходными данными алгоритма являются: группы однотипных признаков AL ($L = 1 \dots H$) множества A и однотипные признаки a_{jL} , входящие в состав каждой группы; параметры BLj из множества B , определяющие каждый признак a_{jL} ; ряд системных параметров m_j , по которым производится оценка эффективности отличительных

признаков; весовые коэффициенты C_i ; предельно допустимые значения системных параметров m_i доп.

Схема алгоритма состоит из r вычислительных блоков, в каждом из которых определяется значение параметра m_i . Блоки с номерами от 1 до s предназначены для вычисления повышающих параметров системы, блоки с номерами $s+1$ до r — для понижающих. Номера вычислительных блоков, необходимых для решения конкретной задачи, задаются рядом номеров системных параметров: $i = i_{\text{нач}} \dots i_{\text{кон}}$. Вычислительные блоки включаются в работу по очереди в соответствии с рядом номеров системных параметров начиная с блока с номером $i_{\text{нач}}$.

После вычисления параметра $m_{i_{\text{нач}}}$ для всех элементов множества A определяются значения частных нормированных показателей эффективности $\pi_{i_{\text{нач}}}$ и производится корректировка элементов множества A . В результате корректировки элементы a_{jL} , для которых $\pi_{i_{\text{нач}}} = 0$, в дальнейшем не рассматриваются. После корректировки исходных данных включается в работу вычислительный блок с номером, следующим за номером $i_{\text{нач}}$ в ряде номеров системных параметров и вычисляется очередной показатель эффективности.

Процесс выбора оптимального варианта отличительных признаков заканчивается вычислением обобщенных нормированных показателей системы $\pi [A (jL)]$. Наибольший показатель эффективности определяет оптимальный вариант конфигурации отличительных признаков.

Приведенный алгоритм позволяет ускорить процесс выбора составных отличительных признаков различных по составу и назначению использования понятия, базирующихся на использовании известных технических средств. Алгоритм реализуется составлением рабочих программ функционирования вычислительных блоков и картотеки параметров составных отличительных признаков. Количество вычислительных блоков и объем картотеки параметров отличительных признаков определяют возможности применения алгоритма для выбора конфигурации различных отличительных признаков вновь образываемых понятий.

2.7. Признаки и критерии

Определимся с понятиями. Что такое критерий и чем он отличается от признака?

Итак, признак это показатель, примета, знак, характеристика предмета или явления, по которой его отличают от других предметов или явлений.

Критерий - это признак, на основании которого происходит оценка, определение или классификация чего-либо; мерило оценки.

На первый взгляд получается масло масляное. Критерий это признак, а признак это показатель. Ну и чем они могут отличаться?

Начнем по порядку. Что такое показатель? Это обобщенная характеристика свойств объекта, процесса или явления, выступающая инструментом, обеспечивающим возможность проверки теоретических положений с помощью эмпирических данных.

Следовательно, признаки, как и критерии в первую очередь являются свойствами, присущими какому-либо объекту и пусть хотя бы и частично характеризующие его (выделяющие в окружающей среде). При этом это не просто какое-то свойство, а свойство или характеристика явления, выраженное в совокупности переменных, которые могут быть подвергнуты наблюдению и измерению. А иначе, каким образом, можно проверить теоретические положения с помощью эмпирических данных?

Окинув неискушенным взглядом окружающий мир, мы легко увидим, что выделить можно всего два вида показателей:

- качественные показатели, фиксирующие наличие или отсутствие у рассматриваемого объект а определенного свойства;
- количественные показатели, фиксирующие меру выраженности, развития определенного свойства.

Теперь начинается прояснение. Признаки являются показателями, позволяющими качественно оценить (есть или нет) и выделить из окружающей действительности рассматриваемые объекты. То, чем мы, собственно говоря, и занимались в предыдущих выпусках. То есть искали качественное отличие человека от животного. И в этом смысле, любой признак, является отличительным. Он качественно выделяет

объект (отличает его от других аналогичных предметов, явлений) из окружающей действительности.

В свою очередь критерий по определению, это признак являющийся мериллом оценки, составляющей основу какой-либо классификации. Не будем здесь приводить определение классификации, а примем априори, что реальная классификация возможна, только среди множества объектов, изначально обладающих каким-либо свойством, выраженном в том или ином виде. И оценивать это свойство можно количественно. Например, партии представленные в думе. Пять процентов, проходной бал. Пятнадцать, совещательный голос. Пятьдесят плюс один – решающий голос.

Конечно, возможен частный случай классификации на основе отличительных признаков. Но это качественная классификация, не представляющая для нас интереса. Животные могут быть двуногими, а могут быть четвероногими, с хвостом и без, с крыльями и без оных. Повторимся, такая классификация возможна, но она нам не интересна.

Мы рассмотрим классификацию объектов, у которых выражен какой-либо количественный признак. Приведем еще один пример. Крылья у птицы. Все птицы имеют крылья. И в этом отношении, крылья являются одним из отличительных (качественных) признаков птиц. Но мы также можем рассматривать и количественный показатель этих же самых крыльев (например, их размер) и на его основе осуществить классификацию. У пингинов маленькие крылья, и они не летают, у кур побольше, но они не летают далеко, а у гусей большие, и они способны перемещаться на большие расстояния. Следовательно, мы можем говорить о размере крыльев, как о критерии, на основе которого проведена наша условная классификация дальности полета птиц.

Вывод: в отличие от признаков, фиксирующих факт наличия или отсутствия какого-либо выраженного свойства у рассматриваемого объекта, критерии являются количественными показателями, фиксирующими меру выраженности того или иного свойства у множества рассматриваемых объектов. Но это свойство обязательно выражено в той или иной мере у всего множества явлений, предметов или процессов, подлежащих классификации.

Определение критерия

Критерий это количественный показатель, присущий всем элементам какого-либо множества объектов (явлений), позволяющий осуществить их классификацию. Следовательно, прежде всего, необходимо выделить само это рассматриваемое множество из окружающей среды. Это возможно сделать на основе каких-либо отличительных признаков. То есть объекты, классифицируемые по одному признаку, ранее должны быть выделены, среди себе подобных, по каком-либо другому. Например, с птицами. Что бы рассматривать крылья как критерий способности птиц к перемещению по воздуху, они должны быть первоначально выделены из класса всех существ как животные, по какому-либо другому признаку. Ну, скажем, по наличию лап. То есть размер крыльев является критерием, по которому можно классифицировать птиц, ранее выделенных из мира животных по признаку наличия лап. К бабочкам этот критерий уже не подходит.

После того, как мы выделили рассматриваемое множество из окружающей среды, необходимо найти свойство, присущее в той или иной мере всем рассматриваемым объектам, имеющее количественное выражение и определить меру этой выраженности. После этого мы сможем сказать, что такое-то свойство является критерием рассматриваемого множества по такой-то мере. Например, само по себе наличие крыльев у птиц, как мы уже говорили, не может являться критерием, так как, не понятна мера, по которой мы хотим осуществить классификацию. Мерой в данном случае может быть размер крыльев, частота их взмахов, форма, или характер размаха. Выбрав меру, например частота движения крыльев, мы можем уже их классифицировать: колибри, воробьи, голуби, утки, орлы. Я не претендую на точность классификации пернатых. Эти примеры необходимы для понимания сути критерия.

Количественная оценка выраженного свойства, позволяет вывести некую градацию или его оценочную лестницу. На нижней ступеньке этой лестницы минимальное проявление свойства (показателя), а на верхней его максимальная выраженность. Все промежуточные ступеньки являются как бы переходными состояниями. Следовательно, что бы определить какой-либо критерий, необходимо кроме прочего разобрать следующие понятия:

1. Верхняя и нижняя границы, в чем их отличие.

2. Возможные переходные состояния (качественная оценка).

3. Сами ступеньки. То есть меру (количественная оценка), соответствующую переходам по этим ступенькам.

Таким образом, с помощью критерия осуществляется связь количественной выраженности рассматриваемого свойства, и качественного состояния самого объекта.

Как пример вспомним определение отличия человека от животного на основе критерия сознательности. Больше 50 процентов сознательных действий - человек, меньше - животное. Чем плох этот критерий? Полная путаница понятий. Не определены ни верхняя, ни нижняя границы. Что такое 100 процентов сознательных или бессознательных действий? А как их оценить? Кроме того, сравниваются не сравнимые объекты (мера, ступеньки лестницы). Животное разве может мыслить сознательно, а человек может ли существовать полностью на бессознательном уровне. Конечно, нет. Да и вообще, а что такое сознательное действие? Что автор вкладывает в это понятие? Остановим критику на этом. На мой взгляд, это был пример огульного использования терминов. Вернемся к нашей теме.

Мы выяснили, для того чтобы определить критерий чего-либо, необходимо разобраться со следующими категориями:

1. Множество объектов, подлежащих классификации.

2. Свойство, присущее всем элементам выбранного множества, выраженное как параметр, или другими словами, подлежащее количественной оценке.

3. Возможные верхняя и нижняя границы оцениваемого параметра.

4. Мера количественной оценки выбранного параметра

5. Возможные состояния критерия, соответствующие классификационной лестнице

3. Введение в методы образования понятий

Образование понятий — процесс выработки субъектом новых понятий на основе решения некоторой научно- практической проблемы.

Образование понятий — это переход от единичных вещей и явлений, данных в чувственном (осмысленном) опыте, к обобщению этого опыта в понятиях, фиксирующих существенные признаки этих вещей и явлений. Вещи даны в ощущениях и восприятиях, понятиями же оперирует мышление; вещи чувственны, а понятия представляют собой нечувственные сущности, доступные лишь разуму. Как заполняется этот по видимости непреодолимый разрыв между единичным и всеобщим, каким образом возникновение понятий, столь отличных по своей природе от вещей, вообще возможно и как именно протекает этот процесс, каковы его механизмы, — всё это составляет одну из сложнейших проблем теории познания, теории понятий и теории образования понятий.

Образование понятий изучается различными научными дисциплинами. Например, теория познания занимается общетеоретическими вопросами — объяснением связи между единичным и всеобщим; психология сосредоточивает внимание на вопросе о том, как именно происходит выявление признаков, составляющих некоторое понятие (класс), и правил, связывающих эти признаки и т.д..

3.1. Теории формирования понятий

Платон (теория припоминания) и Аристотель

Принимая во внимание пропасть, разделяющую единичное и общее, Платон отказывается допустить, что понятия могут быть получены, выведены из чувственного опыта. Мы никогда не смогли бы найти обобщающую идею, — говорит он, — если бы уже не имели ее. «Мы непременно должны знать равное само по себе ещё до того, как впервые увидим равные предметы» («Федон»). Поэтому «знание — это припоминание» («Федон»). Платон постулирует существование самостоятельной сферы идей (эйдосов). Идеи существуют сами по себе, объективно, независимо от нашего познания и чувственного мира (более того, как раз вещи этого чувственного мира производны от

идей, представляют собой их воплощения). (Следует отметить, что **понятия не тождественны идеям: идеи, в отличие от понятий, не в нас, не присутствуют в сознании; идеи — это то, что мыслится в понятиях.**) Далее, переходя в самый ответственный момент на язык мифа, Платон говорит, что душа некогда обитала в той небесной сфере, где существуют идеи, и там созерцала их; однако, пав на Землю, душа позабыла это знание. Но при виде вещей, являющихся тенью, несовершенным отражением идей, душа вспоминает и сами оригиналы. Вещи только помогают их вспомнить, «напоминая» об идеях, которые душа некогда непосредственно созерцала.

По сходному пути пошел ученик Платона Аристотель, утверждая, что знание общего не вырабатывается из знания единичного, а лишь *выявляется* благодаря ему. Согласно Аристотелю, все формы бытия уже существуют в душе потенциально, будучи заложены в пассивной части души (в пассивном уме); воздействие действительности на душу через ощущения, в сочетании с работой активной части ума, актуализирует их.

Закон диссоциации (У. Джеймс)

Философ и психолог У. Джеймс предлагает следующее объяснение механизма образования понятий. «Мы бы никогда не смогли различить элементы абсолютно неизменяющейся группы, состоящей из свойств, нигде более порознь не встречающихся, — пишет Джеймс. — Если бы все холодное было мокро, а мокрое — холодно, если бы только твердые вещи были колючи, а остальные нет, то вероятно ли, чтобы мы различали холодное и влажное, твердое и колючее? ...Если бы теплота прямо зависела от высоты предмета над земной поверхностью... то для понятий „теплота“ и „высота“ у нас имелось бы одно слово».

Но если некий признак можно встретить и в составе других групп, вместе с другими признаками, то он начинает выделяться. **Признак, который мы встречаем то в одном, то в другом объекте, вследствие этого отделяется и от того и от другого «и мало-помалу становится для нашего сознания самостоятельным представлением — абстрактом».** Джеймс называет это *законом диссоциации образа при изменении сопровождающих элементов.*

Ассоциативная теория

Ассоцианизм не видит принципиальных различий между понятиями и представлениями.

«Еще Дж. Локк сформулировал этот взгляд. Особенную наглядность придает ему коллективными фотографиями Ф. Гальтон, в которых он на одной и той же пленке делал один снимок поверх другого; накладывание их друг на друга приводило к тому, что индивидуальные признаки стирались и сохранялись лишь общие черты. По этому образцу мыслил ряд психологов, придерживавшихся этой концепции на природу понятий и процесс их образования».

Т. Циген полагал, что понятие — это ассоциация представлений.

В 1950-х годах Рестл и Бурн попытались свести образование понятий к повторяющемуся совместному предъявлению признаков, сопровождающемуся подкреплением. Их взгляд состоял в том, что подкрепление правильного сочетания признаков ведёт к постепенному отсеву несущественных признаков и формированию понятия из существенных. Между существенными признаками и реакцией опознания их как понятия образуется ассоциация.

Теория выдвижения и проверки гипотез (Дж. Брунер)

Работа Джерома Брунера и его коллег *A Study of Thinking* (1956) оказала сильное влияние на формирующуюся когнитивную психологию в целом и исследования в области формирования понятий в частности.

Дж. Брунер предположил, что следует изучать различные *стратегии* формирования понятий и предложил для этого соответствующую методику. Брунер описал две стратегии: сканирование и сосредоточение (иначе: «целостная стратегия», «фокусировка»), каждая из которых также имеет по две разновидности.

1. *Одновременное (параллельное) сканирование.* Происходит одновременная проверка всех возможных гипотез (под **гипотезами** понимаются **различные наборы признаков; один из этих наборов и представляет собой**

искомое понятие). Не выдержавшие проверки гипотезы отбрасываются по мере их опровержения. Особенность этой стратегии в том, что при этом необходимо помнить всё просмотренное в ходе проверки.

2. *Последовательное сканирование*. В этом случае гипотезы проверяются поочередно (последовательно). Когда гипотеза оказывается опровергнутой, ее отбрасывают и переходят к другой с учетом всего предыдущего опыта.

3. *Консервативное сосредоточение*. **Берётся положительный пример понятия (то есть то, о чём достоверно известно, что этот предмет подходит под искомое понятие)**, после чего его признаки по одному проверяются на существенность. Заменяя проверяемый признак, но оставляя все остальные без изменения, можно определить, является ли этот признак существенным, то есть входит ли в искомое понятие. Эта стратегия выгоднее, так как уменьшает нагрузку на память.

4. *Рискованное сосредоточение* отличается от консервативного тем, что изменяются 2 или более признаков за раз.

3.2. Методы исследования понятий

3.2.1. Метод определения понятий

Метод определения понятий очень прост и состоит в том, что человека просят определить то или иное слово, т. е. сказать, что это такое, что оно значит.

Результаты применения (на детях)

Результаты применения этого метода таковы. Дошкольники и младшие школьники, получив такое задание, называют какие-нибудь признаки или функции определяемого предмета, или включают его в конкретные ситуации («собака — она охраняет дом», «собака лает», «собака кусает», «молоко — оно вкусное, его кошка лакает, маленькие дети не любят пить»). У старших школьников и у людей с более высоким уровнем образования преобладают ответы иного типа: определяемое подводится под более общее понятие («собака — это животное» и т. п.).

Результаты применения (на неграмотных)

Сходные результаты получил А. Р. Лурия, применив этот метод при обследовании неграмотных и малограмотных (прослушавших кратковременные курсы) крестьян отдалённых районов Узбекистана в 1931—1932 годах. Ответы крестьян очень напоминали ответы городских дошкольников и младших школьников. Неграмотные крестьяне часто вообще отказывались отвечать на вопросы вроде «Объясните, что такое дерево», говоря в ответ: «Зачем я буду объяснять, ведь все и без того знают, что такое дерево» — «А всё-таки объясните мне, что это такое» — «У нас везде места, где есть деревья; вообще нет места, где не было бы деревьев, зачем же тогда объяснять?!»; либо же перечисляли какие-то внешние признаки или элементы предмета: «Если приеду, я так буду рассказывать: ходят автобусы, у них есть 4 ноги [колеса], передние стулья, чтобы сидеть, крыша для тени и машина... А вообще я скажу: если сядешь — узнаешь, что это такое» (в ответ на предложение объяснить что такое автомобиль тем, кто его никогда не видел).

Малограмотные крестьяне для определения предмета уже пользуются сравнением его с похожими вещами; кроме того, называемые признаки предмета становятся менее чувственными, более абстрактными. «Автомобиль — он так и называется автомобиль, а кукушка [вагонетка] — кукушка» — «Объясните, что это такое» — «Поменьше, чем комната, у неё огонь, внутри сидят люди... Есть ещё маленькие автомобили, кукушка, автобус». «Он по виду похож на арбу, но арба — простая вещь, а его строение очень сложное, всякий человек его не может сделать, он вырабатывается на заводе, он требует больших знаний». Но и малограмотные крестьяне почти никогда, определяя слово, не подводили его под более общее понятие («дерево — это растение» и т. п.).

3.2.2. Метод классификации

Задача испытуемых — разбить предъявленные им слова на группы, причём группы, их количество и состав определяют сами испытуемые. Применение к полученному материалу кластерного (реже — факторного) анализа даёт дерево кластеризации.

3.2.3. Метод формирования искусственных понятий

Метод формирования искусственных понятий состоит в том, что испытуемому предъявляется ряд объектов, сходных по одним признакам и различающихся по другим. О каждом из предъявленных объектов испытуемый узнаёт, что он является (или, наоборот, не является) примером некоторого понятия, «задуманного» экспериментатором, определение (признаки) которого испытуемому неизвестно. Испытуемый вынужден судить о понятии лишь на основании того, какие предметы к нему относятся, а какие — нет.

Например, экспериментатор задумал (и, возможно, обозначил неким придуманным им искусственным словом) понятие, признаками которого являются «зелёный» и «круглый», т. е. всякий предмет, являющийся одновременно зелёным и круглым, будет подпадать под это понятие. Экспериментатор может ограничиться одним понятием или сконструировать и другие («зелёный и квадратный», «красный и круглый» и т. п.).

Далее экспериментатор предъявляет испытуемому несколько предметов, различающихся по форме и цвету, и о каждом из них испытуемый узнаёт, что данный предмет является (или, наоборот, не является) примером такого-то понятия.

Задача испытуемого — понять, какие признаки входят в задуманное экспериментатором понятие (либо в каждое из задуманных понятий, если их несколько) и, возможно, какие правила связывают эти признаки, — конъюнкция («зелёный» и «круглый»), дизъюнкция («зелёный» или «круглый»), условие (если «зелёный», то «круглый») и т. д.

Наиболее известные опыты с применением метода формирования искусственных понятий были проведены Н. Ахом, Л. С. Выготским с Л. С. Сахаровым, Кларком Халлом и Джеромом Брунером.

Особым влиянием в психологии пользуются эксперименты Выготского — Сахарова, в когнитивной психологии — подход Дж. Брунера.

Методика Н. Аха (1921)

Н. Ах (1921) стремился экспериментально показать, что для возникновения понятий **недостаточно установления механических ассоциативных связей слово-предмет, но необходимо наличие задачи, решение которой потребовало бы от человека образования понятия.** Сам Н. Ах коротко охарактеризовал свои эксперименты так: «Испытуемый получает задачи, которые он может решить только с помощью некоторых сначала бессмысленных знаков. **Знаки (слова) служили испытуемому в качестве средств для достижения известной цели**, а именно для решения поставленных экспериментальных задач, и благодаря тому, что они получили такое использование, они **приобрели определённое значение. Они стали для испытуемого носителями понятий**».

В методике Аха используются **объёмные геометрические фигуры**, различающиеся по форме (3 вида), цвету (4), размеру (2), весу (2), — всего 48 фигур. К каждой фигуре прикреплена бумажка с искусственным словом: большие тяжёлые фигуры обозначены словом «гацун», большие лёгкие — «рас», маленькие тяжёлые — «таро», маленькие лёгкие — «фал». Эксперимент начинается с 6-ти фигур, и от сеанса к сеансу их количество увеличивается, достигая в конце концов 48-ми. Каждый сеанс начинается с того, что фигуры расставляются перед испытуемым и он должен по очереди приподнять все фигуры, читая при этом их названия вслух; это повторяется несколько раз. После этого бумажки снимают, фигуры перемешиваются, и испытуемого просят отобрать фигуры, на которых была бумажка с одним из слов, а также объяснить, почему он выбрал именно эти фигуры; это также повторяется несколько раз. На последней стадии эксперимента проверяется, приобрели ли искусственные слова значение для испытуемого: ему задаются вопросы вроде «Чем отличается “гацун” от “рас”?», просят придумать фразу с этими словами.

Методика Выготского — Сахарова

Л. С. Выготский и его сотрудник Л. С. Сахаров изменили методику Аха с целью более глубокого изучения значений слов и самого процесса их (значений) формирования. Методика Аха не позволяла изучать этот процесс поскольку слова были связаны с обозначаемыми ими фигурами с самого начала; «слова не выступают с самого начала в

роли знаков, они принципиально ничем не отличаются от другого ряда стимулов, выступающих в опыте, от предметов, с которыми они связываются». Поэтому в то время как в методике Аха названия всех фигур даны с самого начала, задача же даётся позже, после их заучивания, в методике Выготского-Сахарова, напротив, задача даётся испытуемому в самом начале, а названия фигур — нет.

Перед испытуемым в случайном порядке ставятся фигуры разной формы, цвета, плоскостных размеров, высоты; на нижней (невидимой) стороне каждой фигуры написано искусственное слово. Одна из фигур переворачивается и испытуемый видит её название. Эта фигура откладывается в сторону, а из остальных фигур испытуемого просят отобрать все, на которых по его мнению написано то же слово, а потом предлагают объяснить, почему он выбрал именно эти фигуры и что искусственное слово означает. Затем отобранные фигуры возвращаются к оставшимся (кроме отложенной), открывается и откладывается ещё одна фигура, давая испытуемому дополнительную информацию, и его снова просят отобрать из оставшихся фигур все, на которых написано слово. Эксперимент продолжается до тех пор, пока испытуемый правильно не отберёт все фигуры и не даст правильного определения слова.

Методика Кларка Халла (1920)

Кларк Халл (1920) изучал формирование понятий при решении задач на запоминание, когда формирование понятия могло бы облегчить выполнение этого задания. Он предъявлял испытуемым карточки с псевдокитайскими иероглифами; каждой карточке соответствовало определённое название (искусственное слово), при этом каждым словом было обозначено несколько разных карточек. Задача испытуемого заключалась в том, чтобы запомнить, каким словом обозначена каждая карточка. Каждые несколько иероглифов, обозначенные одним словом, имели общие признаки; испытуемому, однако, не говорили об этом заранее и он мог так и не догадаться об этом в ходе эксперимента и заучивать связи слово-иероглиф механически. Сформированность понятия определялась по тому, сможет ли испытуемый применить искусственное слово к новым иероглифам, — которые не предъявлялись в ходе эксперимента, но имеют те же признаки, что предъявлявшиеся иероглифы, обозначенные данным словом.

Методика Дж. Брунера (1956)

Джером Брунер (1956) отказался от использования искусственных слов. В его эксперименте непосредственной задачей испытуемых становится не определение того, какие объекты соответствуют тому или иному искусственному слову, а определение содержания задуманного экспериментатором «понятия».

Брунер использовал набор объектов с 6-ю признаками (форма, цвет и число фигур на карточке, форма, цвет и число обрамляющих фигуры каёмки), каждый из которых мог принимать 3 значения. Испытуемым заранее объясняют, что их должны интересовать именно эти признаки, а также что под понятием следует понимать определённую комбинацию значений некоторых признаков, и что одни карточки являются положительными примерами данного понятия (т. е. содержат эту комбинацию), а другие — отрицательными (т. е. не содержат её). После этого экспериментатор начинает предъявлять испытуемому карточки по одной, всякий раз сообщая, является данная карточка положительным или отрицательным примером задуманного понятия. Карточки предъявляются в определённом, заранее избранном порядке. Каждая карточка предъявляется на 10 секунд, и после каждого такого предъявления испытуемый записывает своё предположение о задуманном понятии. Экспериментатор не отвечает на вопросы о предыдущих карточках, записывать что-либо кроме гипотез запрещено, и даже к записям своих предыдущих гипотез испытуемый не может возвращаться, т.к. его просят закрывать их картонкой. Предъявленных карточек по меньшей мере достаточно для исключения всех неверных гипотез.

3.2.4. Метод субъективного шкалирования

Метод субъективного шкалирования состоит в том, что испытуемым предлагается количественно оценить сходство предлагаемых им слов (значений) по заданной шкале.

Методика Э. Рош

Элеанор Рош, создательница теории прототипов, предлагала испытуемым оценить по 7-балльной шкале такие предметы (понятия), как *шкаф*, *стул*, *стол* и многие другие, с точки зрения того, являются ли они хорошими примерами *мебели*.

Усредненные и выстроенные по рангу ответы большого числа испытуемых образовали последовательность, в которой первые места заняли *стул, стол* и некоторые другие понятия, которые испытуемые нашли типичными представителями *мебели*; в середине списка оказались менее типичные представители (*скамейка, лампа, табуретка, пианино*); в конце списка очутились *телевизор, полка, мусорная корзина, холодильник* и т. п.

Ассоциативный эксперимент

Ассоциативный эксперимент, распространившийся в психологии в начале XX в. благодаря его использованию в рамках психоанализа К. Г. Юнгом, заключается в том, что испытуемый должен на предъявляемые ему слова-стимулы как можно быстрее отвечать первыми приходящими ему на ум словами-ассоциациями. Возможен свободный или направленный ассоциативный эксперимент (во втором случае экспериментатор задаёт те или иные рамки возможных ответов).

3.3. Лингвистический ассоциативный эксперимент

Лингвистический ассоциативный эксперимент — один из методов психолингвистики. Берет своё начало в методе свободных ассоциаций, одном из первых проективных методов психологии. З. Фрейд и его последователи предполагали, что неконтролируемые ассоциации — это символическая или иногда даже прямая проекция внутреннего, часто неосознаваемого содержания сознания.

3.3.1. История

Сэр Фрэнсис Гальтон, английский учёный и двоюродный брат Чарльза Дарвина, первым попробовал провести ассоциативный эксперимент в 1879 году. Он выбрал 75 слов, написал каждое из них на отдельной карточке. Затем он брал карточки по одной и смотрел на них. Он записал эти мысли для каждого слова из списка, но отказался публиковать результаты. «Они обнажают, — писал Гальтон, — сущность человеческой мысли с такой удивительной отчетливостью, которые вряд ли удастся сохранить, если опубликовать их».

3.3.2. Использование метода

Цели метода: понимание ассоциативного ряда усредненного респондента; построение и анализ ассоциативных взаимосвязей между словами, поиск закономерностей; формирование прямого и обратного ассоциативного словаря.

Процедура эксперимента

Для массового эксперимента испытуемых собирают в одном помещении, инструктируют и мотивируют их. После этого раздают стимульный материал в виде анкет, содержащих список слов-стимулов. Затем протекает собственно эксперимент, в ходе которого испытуемые в течение 10-15 минут рядом с каждым словом-стимулом анкеты пишут одно слово-реакцию, которое первым пришло в голову испытуемому по прочтении слова-стимула. После этого заполненные испытуемыми анкеты собираются. Обычно каждому испытуемому даётся 100 слов и 7-10 минут на ответы. Нередко экспериментатор диктует стимулы.

Инструкция для испытуемого

Сейчас Вы получите список слов, Вы должны будете последовательно читать слово за словом и писать рядом с каждым словом первое слово, которое придет Вам в голову. При этом Вы должны писать предельно быстро, не раздумывая, быстрота Ваших реакций является обязательным условием работы в эксперименте.

Критерии выбраковки результатов

1. Если у них отсутствуют реакции более чем на 25 % стимулов.
2. Если они содержат в большом количестве слова-реакции не на содержание слова-стимула, а на его форму.

Разновидности

1. Свободный ассоциативный эксперимент.
2. Направленный ассоциативный эксперимент.
3. Цепочечный ассоциативный эксперимент.

Интерпретация ответов

При анализе ответов ассоциативного эксперимента выделяют, прежде всего, синтагматические и парадигматические ассоциации. При классификации ассоциаций обычно рассматривают отношения, возникающие в паре стимул — реакция. Существует несколько приемов классификации.

Дж. Миллер классифицирует реакции с точки зрения выявления семантических признаков, или параметров:

1. контраст (мужчина — женщина),
2. сходство (скорый — быстрый),
3. подчинение (животное — собака),
4. соподчинение (собака — кошка),
5. обобщение (огурец — овощ),
6. ассонанс (рот — крот),
7. часть — целое (день — неделя),
8. дополнение (вперед — марш) и т. д.

Чарльз Осгуд выделяет ассоциации по созвучию и по значению, замечая при этом, что **решающими** должны быть именно **семантические признаки**. Той же точки зрения придерживается и А. П. Клименко. Она выделяет такие типы ассоциаций:

1. фонетические, в которых налицо созвучие между стимулом и реакцией, но не выражено (или очень слабо выражено) семантическое обоснование ассоциации (день — тень, лён — клён);
2. словообразовательные, основанные на единстве корня стимула и реакции, но не отражающие четких и однообразных для разных слов семантических отношений между стимулами и реакцией (жёлтый — желтуха, жёлтый — жёлчь);
3. парадигматические ассоциации, отличающиеся от стимула не более чем по одному семантическому признаку (стол — стул, высокий — низкий, достать — купить);
4. синтагматические ассоциации, составляющие вместе со стимулом подчинительное сочетание (небо — голубое, женщина — красивая, достать — билет, высокий — мужчина);
5. тематические (соль — земли, темно — ночь);

6. цитатные (старик — море, белый — пароход, дядя — Стёпа);
7. грамматические (стол — стола, бежать — бегать).

3.4. Метод семантического дифференциала

Метод семантического дифференциала (Ч. Осгуд, 1955) представляет собой сочетание методов шкалирования и ассоциативных методов.

3.4.1. Семантический дифференциал

Семантический дифференциал (англ. *semantic differential*) — метод построения индивидуальных или групповых *семантических пространств* (англ. *semantic space*). *Координатами объекта* в семантическом пространстве служат его оценки по ряду биполярных градуированных (трех-, пяти-, семибалльных) оценочных шкал (англ. *rate scale*), противоположные полюса которых заданы с помощью вербальных антонимов. Эти шкалы отобраны из множества пробных шкал методами факторного анализа.

Метод семантического дифференциала был введён в психологические исследования Чарльзом Осгудом (англ. *Charles E. Osgood*) в 1952 году. Ч. Осгуд обосновывал использование трёх базисных оценочных семибалльных шкал:

| | | | | | | | | | |
|---------------|-----------------|---|---|---|---|----|----|----|------------------|
| «оценка»: | <i>хороший</i> | 3 | 2 | 1 | 0 | -1 | -2 | -3 | <i>плохой</i> |
| «сила»: | <i>сильный</i> | 3 | 2 | 1 | 0 | -1 | -2 | -3 | <i>слабый</i> |
| «активность»: | <i>активный</i> | 3 | 2 | 1 | 0 | -1 | -2 | -3 | <i>пассивный</i> |

Семантическим дифференциалом (в узком смысле) называют также биполярную градуированную оценочную шкалу, используемую в методе семантического дифференциала.

3.4.2. Построение координат значения

Для построения семантического пространства группе испытуемых предлагается оценить некое множество объектов (понятий) по набору биполярных градуированных шкал. При построении таких оценок, по мнению Ч. Осгуда и последующих исследователей, существенную роль играет явление синестезии.

Синестезия — это основа метафорических переносов и оценок, позволяющая, например, оценивать голос как мягкий или жёсткий (то есть по биполярной шкале «мягкий-жёсткий»). Феномен синестезии, состоит в возникновении ощущения одной модальности под воздействием раздражителя другой модальности.

Оценки понятий по исходным шкалам, как правило, коррелируют друг с другом. С помощью факторного анализа удается выделить главные, базисные шкалы. Оценки по остальным шкалам являются функциями от базисных оценок с точностью до сравнительно небольшой случайной ошибки.

Размеры групп испытуемых могут быть чрезвычайно различны: от одного человека (индивидуальное семантическое пространство) до репрезентативных выборок, представляющих большие социальные группы или целые нации. Число объектов и пробных шкал возможно в диапазоне от нескольких десятков до сотен.

В качестве полюсов для определения биполярных шкал возможно использование не только прилагательных. Например, в исследовании В. Ф. Петренко были использованы графические абстрактные изображения. Ранее графическими изображениями для обозначения полюсов шкал воспользовался Леон Джемс. Варианты таких полярных изображений: черный круг — белый круг; стрелка, направленная вверх, — стрелка, направленная вниз, и т. п.

Кроме того, в исследованиях часто используются монополярные шкалы, с помощью которых объекты оцениваются по выраженности одного свойства; применение факторного анализа для поиска базисных свойств не требует биполярности. Униполярные шкалы с использованием прилагательных в англоязычной литературе часто называют шкалами Стапеля или шкалами Ликерта по имени исследователей, впервые описавших применение такого типа шкал. В

русскоязычной психологической литературе за всеми оценочными шкалами вообще с числом пунктов шкалы больше трёх закрепилось наименование «семантический дифференциал».

Также различными могут быть и методы обработки: от классического факторного анализа и метода главных компонент до нейронных сетей и многочисленных других нелинейных обобщений.

Базисные шкалы Ч. Осгуда далеко не всегда являются главными факторами, и размерность семантических пространств также не всегда равна 3. Так, в качестве основных координат в индивидуальном семантическом пространстве встречаются такие наборы, как

приятный — неприятный, опасный — безопасный
(размерность 2);

появляются также 6-7 мерные индивидуальные семантические пространства.

В. Ф. Петренко были выделены следующие факторы: «оценка», «сила», «активность» (Осгудовский базис) и, кроме того, «упорядоченность», «сложность», и ещё один особенный фактор, названный «комфортность».

Независимо от Ч. Осгуда, сходная методика была разработана в рамках психотерапевтической практики Джорджем А. Келли и его последователями.

3.4.3. Приложения метода

Метод семантического дифференциала позволяет ставить и решать следующие типовые вопросы:

1. различие в оценке одного понятия разными испытуемыми (или разными группами испытуемых в среднем по группе);
2. различие в оценке двух (или более) понятий одним и тем же испытуемым (или группой);
3. различие в оценке одного и того же понятия одним и тем же испытуемым (или группой) в разное время (то есть

измерять изменения значений, которые возникают под воздействием средств массовой коммуникации, из-за изменения социальных или культурных контекстов, в результате обучения и т. д.).

Построение семантических пространств и анализ положения объектов в семантических пространствах — важный инструмент во многих практических приложениях:

- Для анализа восприятия рекламы и для её проектирования;
- Для сравнительного анализа различных групп — от групп потребителей в маркетинге до гендерных стереотипов;
- Для исследования экономического поведения;
- Для изучения важнейших процессов социальной самоидентификации и для решения многих других задач социологии
- в политических технологиях.
- в расстановке персонала

и во многих других областях.

3.5. Семантическое поле

Семантическое поле — самая крупная смысловая парадигма, объединяющая слова различных частей речи, значения которых имеют один общий семантический признак. Например: СП "свет" - свет, вспышка, молния, сиять, сверкать, светлый, ярко и др.

3.5.1. Доминанта

Для упорядочивания поля выделяют доминанту в поле.

Доминанта — слово, которое может служить наименованием поля в целом. Доминанта входит в состав поля.

Поля

Поля бывают *синонимические* и *гипонимические*. В синонимическом поле доминанта входит в состав поля наравне с другими членами этого

поля. Если же доминанта возвышается над другими элементами поля, то такое поле называется гипонимическим.

3.5.2. Семантические признаки и семантическое ядро

Дифференциальным семантическим признаком является сема.

Семантическое ядро

Семантическое ядро научного сайта — это набор поисковых понятий, их морфологических форм и словосочетаний, которые наиболее точно характеризуют вид научной деятельности или научных услуг, предлагаемые сайтом. Ключевые понятия (поисковые запросы) для семантического ядра подбираются путём строгого анализа научной деятельности или научных услуг, анализа статистики поисковой системы, статистики сайта. Запросы в семантическом ядре должны максимально соответствовать представлениям пользователей о сайте. Семантическое ядро научного сайта составляют те ключевые понятия, которые обнаружила поисковая система при сканировании сайта.

Цели создания семантического ядра научного сайта

- Семантическое ядро образует тематику научного сайта, которая будет учитываться поисковыми системами.
- Правильно сформированное семантическое ядро является основой для оптимальной структуры веб-ресурса.
- Привязка каждой страницы со смысловой информацией на сайте к конкретной части семантического ядра (ключевые понятия).
- Формирование ограниченного набора ключевых понятий с целью рационального выделения ресурсов на продвижение сайта только по конкретным ключевым понятиям.
- Оценка важности продвижения в поисковых системах.

Процедура составления семантического ядра

Изначально для создания семантического ядра следует определиться с перечнем ключевых понятий, отвечающих критериям высокой частотности и конкурентности. Это позволит не расходовать излишние ресурсы на продвижение по ненужным ключевым понятиям. Важно отметить, что при продвижении неразумно все силы бросать на продвижение только на высокочастотные запросы в поисковых системах. В определённых случаях это делать вовсе не имеет смысла (например, для случаев ключевых понятий, которые отражают некие распространённые явления общественной жизни: «новости», «спорт», «слушать музыку» и т. п.).

Процедура составления семантического ядра начинается со сбора запросов из максимально возможного количества доступных источников. К наиболее часто используемым подобным источникам относят следующие:

- системы «Google Analytics», «Яндекс.Вордстат» и подобные им, предоставляющие информацию о статистике ключевых понятий;
- анализ статистики основных ключевых понятий, по которым осуществляется переход на сайт, для которого составляется семантическое ядро (информация доступна в «Google Analytics», «Яндекс.Метрика» и подобных им);
- мониторинг видимости конкурентов по продвигаемым для рассматриваемого сайта запросам (системы «MegaIndex», «PR CY» и т. п.).

Для полученного массива ключевых понятий следует уточнить их частотность и проблемную принадлежность, а также оценить их периодичность. Очищенный таким образом список необходимо кластеризовать для того, чтобы сформировать ряд групп ключевых понятий, на которые будет выполнен акцент при продвижении сайта. Для таких групп, а также для важнейших отдельных ключевых понятий на сайте создаются целевые страницы. Наконец, после выполнения всех вышеуказанных мероприятий следует периодически контролировать процент переходов по желаемым ключевым понятиям на сформированные целевые страницы.

Факторы, влияющие на семантическое ядро

В семантическом ядре обычно учитываются такие факторы как:

- количество показов (частотность);
- количество показов только поискового запроса без словосочетаний в которые входит данный запрос;
- количество показов без морфологических форм;
- страницы релевантные поисковым запросам;
- страницы в ТОПе (главные или внутренние);
- примерная стоимость продвижения данного запроса;
- конкурентность данного запроса;
- количество переходов (прогнозируемое и реальное);
- показатель отказов;
- периодичность запроса;
- геозависимость запроса;
- другие показатели так или иначе характеризующие данное ключевое понятие.

Использование семантического ядра

Семантическое ядро используется веб-специалистами для более грамотного поискового продвижения сайтов. С его помощью оценивают приблизительную важность продвижения сайта в поисковых системах. Обычно семантическое ядро составляют перед любым продвижением сайта.

3.5.3. Метод семантического радикала

Психофизиологический условно-рефлекторный метод семантического радикала разработан А. Р. Лурия и О. С. Виноградовой (1959). В эксперименте Лурия — Виноградовой (1971) предъявление испытуемым некоторого слова (например, слова «скрипка») сопровождалось ударом током, что вызывало у испытуемых оборонительную реакцию.

Лурия и Виноградова обнаружили, что после этого предъявление близких по значению слов (принадлежащих «близкой семантической зоне» — например, «скрипач», «смычок», «мандолина») также вызывало оборонительную реакцию, а предъявление слов из «далёкой семантической зоны» («аккордеон», «концерт», «соната») вызывало ориентировочную реакцию. Слова, не связанные с подкрепляемым, не вызывали ни оборонительной, ни ориентировочной реакции.

Реакции регистрировались с помощью прибора (плетизмографа), улавливающего сжатие и расширение кровеносных сосудов головы и пальца руки. Оборонительная реакция связана со сжатием сосудов конечностей и мозга, а ориентировочная — со сжатием сосудов конечностей и расширением сосудов мозга.

3.5.4. Эмпирические методы исследования

В психологии существуют различные методы исследования понятий, среди которых особенно полезен для изучения формирования понятий метод формирования искусственных понятий.

Этот метод состоит в том, что испытуемому предъявляется ряд объектов, сходных по одним признакам и различающихся по другим. О каждом из этих объектов испытуемый узнаёт, что он является (или, наоборот, не является) примером некоторого понятия (иначе говоря, входит в некоторый класс), причём точное определение этого понятия (признаки класса) испытуемому неизвестно. Задача испытуемого — на основании получаемой информации «отгадать» это понятие, то есть определить признаки, составляющие его (и правила, связывающие эти признаки).

4. Аксиоматика теории образования понятий

Теорию образования понятий будем строить на основе системы аксиом — утверждений, принимаемых без доказательства, — из которых выводятся все приемы и утверждения, на основании которых образуются понятия.

Система рассматриваемых ниже аксиом является начальной системой аксиом в теории образования понятий.

К этой системе аксиом добавлена аксиома выбора (образования) понятий.

Система аксиом образования понятий изложена на основе языка логики первого порядка, и содержит бесконечное число аксиом. Существуют и другие, конечные системы. Например, существует

система, которая наряду с аксиомами понятий рассматривает так называемые классы понятий. Эта система равносильна с предыдущей в том смысле, что любое утверждение о понятиях (то есть не упоминающее о классах), принятое за истину в одной системе, также принимается за истину и в другой.

Рассмотрим некоторые термины, которые нам понадобятся при формированию аксиом понятий.

Класс — термин, употребляемый в теории образования понятий для обозначения произвольных совокупностей, обладающих каким-либо определенным признаком или свойством. Более строгое определение класса зависит от выбора исходной системы аксиом образования понятий. В одной системе аксиом образования понятий определение класса является неформальным, тогда как другие системы образования понятий, аксиоматизируют определение «собственного класса» как некторого семейства, которое не может быть элементом других семейств.

Класс, не являющийся совокупностью (при неформальном определении), будем называть **собственным классом**. В частности, класс всех совокупностей понятий, признаков, свойств и класс **ординалов** являются собственными классами.

В теории образования понятий, слово «класс» иногда является синонимом слова «совокупность» (например, класс эквивалентности).

Порядковое число, ординал (лат. *ordinalis* — порядковый) в теории множеств — некоторое обобщение понятия натурального числа «за пределы бесконечности». Бесконечные порядковые числа называют **трансфинитными** (лат. *trans* — за, через + *finitio* — край, предел). Впервые введены Георгом Кантором в 1897 году с целью классификации вполне упорядоченных множеств. Играют ключевую роль в доказательстве многих теорем теории множеств, в особенности в связи со связанным с ними принципом трансфинитной индукции.

Порядковые числа будут применяться в теории образования понятий при использовании формального подхода в процессе образования понятий.

4.1. Определения

Порядковые числа допускают различные варианты при использовании их в том или ином смысле эквивалентных определений понятий. Одна из формулировок определения порядкового числа выглядит следующим образом:

- Назовём множество X *транзитивным*, если каждый элемент x является подмножеством X :

$$\text{Trans}(x) \Leftrightarrow \forall t(t \in x \rightarrow t \subseteq x).$$
- Удовлетворяющее аксиоме фундирования множество называется *ординалом*, или *порядковым числом*, если оно само и каждый его элемент транзитивны:

$$\text{Ord}(x) \Leftrightarrow \text{Trans}(x) \wedge \forall t(t \in x \rightarrow \text{Trans}(t))$$

Заметим, что **аксиома фундирования** существенно используется в этом определении, что необходимо учитывать при работе с аксиоматическими системами понятий.

Аксиомой регулярности (иначе **аксиомой фундирования**, **аксиомой основания**) называется следующее высказывание:

$$\forall a (a \neq \emptyset \rightarrow \exists b (b \in a \wedge a \cap b = \emptyset)), \text{ где } a \cap b = \emptyset \Leftrightarrow \forall c (c \in b \rightarrow c \notin a)$$

Словесная формулировка:

В любом непустом семействе совокупности понятий a есть совокупность понятий b , каждое понятие как элемент c которого не принадлежит данному семейству понятий a .

Из аксиомы можно вывести два следствия: «Никакая совокупность понятий не является понятием самого себя» и «Не существует бесконечной последовательности понятий a_i , такой, что a_{i+1} — понятие a_i для всех i ».

Для обозначения порядковых чисел обычно используются строчные греческие буквы α, β, \dots . Будем придерживаться таких обозначений.

4.2. Признаки и свойства порядковых чисел

- Если α — порядковое число, то каждый элемент α — порядковое число.
- Для любых α, β выполняется ровно одно из следующих соотношений: $\alpha \in \beta, \alpha = \beta, \beta \in \alpha$.
- Любое множество порядковых чисел вполне упорядочено отношением \in (в частности, любое порядковое число, рассматриваемое как множество, вполне упорядочено отношением \in), при этом $\bigcap x$ — наименьший элемент множества x , $\bigcup x$ — порядковое число, большее или равное любому из элементов множества x . Выражения $\alpha < \beta$ и $\alpha \in \beta$ для порядковых чисел эквивалентны. Ниже подразумевается, что порядковые числа сравниваются с помощью отношения \in .
- Для любого вполне упорядоченного множества x существует единственное порядковое число, изоморфное x (в частности, для любого множества порядковых чисел существует единственное порядковое число, изоморфное ему).
- Любое α совпадает с множеством всех порядковых чисел, меньших, чем α .
- Начальный сегмент любого порядкового числа является порядковым числом.
- Пустое множество \emptyset — наименьшее порядковое число (а значит, оно является элементом любого другого порядкового числа).
- α называется *регулярным* (синоним: *непредельным*), если либо оно равно \emptyset , либо существует непосредственно предшествующее ему β ; другими словами, если существует $\beta < \alpha$, но между ними нельзя вставить другое порядковое число $\beta < \gamma < \alpha$. В последнем случае говорят, что α — порядковое число, *следующее за* β , и пишут: $\alpha = \beta \dot{+} 1$

(иногда просто $\alpha = \beta + 1$, что оказывается согласованным с обозначением для суммы порядковых чисел).

- Порядковые числа, не являющиеся неперелыными, называются *предельными* порядковыми числами (иногда \emptyset тоже относят к предельным порядковым числам).

- $\alpha + 1 = \alpha \cup \{\alpha\}$.

- Множество всех конечных порядковых чисел изоморфно множеству неотрицательных целых чисел, и для них используются такие же обозначения, как для целых чисел. При этом операции сложения, умножения и возведения в степень для порядковых чисел переходят в соответствующие операции для целых чисел. Несколько первых порядковых чисел:

$$0 = \emptyset;$$

$$1 = \{0\} = 0 \cup \{0\} = \{\emptyset\};$$

$$2 = \{0, 1\} = 1 \cup \{1\} = \{\emptyset, \{\emptyset\}\};$$

$$3 = \{0, 1, 2\} = 2 \cup \{2\} = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\};$$

...

- Множество всех конечных порядковых чисел обозначается ω . Оно является наименьшим предельным порядковым числом и наименьшим бесконечным (а именно счётным) порядковым числом. Следующим за ним порядковым числом является $\omega + 1 = \omega \cup \{\omega\}$.

- Условие конечности α можно записать как $\alpha < \omega$ или, что то же самое, $\alpha \in \omega$.

- Существует бесконечное множество порядковых чисел, но не существует множества *всех* порядковых чисел. Иначе говоря, совокупность всех порядковых чисел является собственно классом.

- Каждое множество порядковых чисел A ограничено сверху и имеет точную верхнюю грань, которая обозначается $\sup A$. При этом $A \subseteq \sup A$.

- Если α — предельное порядковое число или \emptyset , то $\sup \alpha = \alpha$, иначе $\sup \alpha < \alpha$.

- Точная верхняя грань счётного множества счётных порядковых чисел счётна.
- Каждое порядковое число имеет единственное представление в нормальной форме Кантора (*англ.*).

Прежде чем перейти к изложению принципов построения аксиом образования понятий на основе языка логики первого порядка, рассмотрим суть логики первого порядка

4.3. Логика первого порядка

Логика первого порядка (*исчисление предикатов*) — формальное исчисление, допускающее высказывания относительно переменных, фиксированных функций, предикатов и понятий. Логика первого порядка расширяет логику высказываний и логику понятий. В свою очередь является частным случаем логики высшего порядка.

4.3.1. Основные определения логики первого порядка

В математической логике и теории понятий **формальный язык** — это множество конечных слов (строк, цепочек) над конечным алфавитом.

В теории моделей **язык** соответствует не языку в теории понятий, а скорее алфавиту. Язык состоит из множеств символов, функций и отношений вместе с их арностью, а также множества переменных. Каждое из этих множеств может быть бесконечным. Из языка вместе с универсальными логическими символами составляются логические высказывания.

Арность предиката, операции или функции в математике — количество их аргументов, или операндов. Слово образовалось из названий предикатов небольшой арности (унарный — один аргумент, бинарный — два, тернарный — три). Также для этих целей употребляется термин *валентность*. В общем случае предикат с n аргументами называют *n-арным*. Также употребляются понятия **местность** (*n-местный*) и, соответственно, **вместимость**.

Переменная — атрибут физической или абстрактной системы, который может изменять своё значение. Значение может меняться в зависимости от контекста, в котором рассматривается система, или в

случае уточнения, о какой конкретно системе идёт речь. Концепция переменной широко используется в теории понятий. Примерами переменных могут служить температура воздуха, параметр функции и многое другое. В широком смысле, переменная характеризуется лишь множеством значений, которые она может принимать.

Атрибу́т — существенный, неотъемлемый признак объекта, процесса или явления (в отличие от преходящих, случайных их состояний) — то, что составляет сущность субстанции, её фундаментальное свойство, необходимый для её существования предикат.

Атрибуты совершенно независимы, то есть не могут влиять друг на друга. Однако как для субстанции в целом, так и для каждой отдельной вещи выраженность существования через атрибут протяжения и мышления согласуются: «Порядок и связь идей те же, что порядок и связь вещей».

Протяжение является определяющим признаком тела, к нему через «бесконечный модус движения и покоя» сводятся все «физические» характеристики вещей.

4.3.2. Определение формального языка

Формальный язык может быть определён по-разному, например:

- Простым перечислением слов, входящих в данный язык. Этот способ, в основном, применим для определения конечных языков и языков простой структуры, которые широко используются при образовании понятий.
- Словами, порождёнными некоторой формальной грамматикой (см. иерархия Хомского).
- Словами, порождёнными регулярным выражением.
- Словами, распознаваемыми некоторым конечным автоматом.
- Словами, порождёнными БНФ-конструкцией.

Формальная грамматика или просто **грамматика** в теории формальных языков — способ описания формального языка, то есть выделения некоторого подмножества из множества всех слов некоторого конечного алфавита. Различают *порождающие* и

распознающие (или *аналитические*) грамматики — первые задают правила, с помощью которых можно построить любое слово языка, а вторые позволяют по данному слову определить, входит оно в язык или нет.

В теории понятий **алфавит** — это множество (как правило конечное) символов или букв, например латинских букв и цифр. При построении моделей понятий и их атрибутов широко используется **двоичный алфавит** $\{0,1\}$. Конечная строка — это конечная последовательность букв алфавита. Например, двоичная строка — это строка из символов алфавита $\{0,1\}$. Также возможно построение бесконечных последовательностей из букв алфавита.

4.3.3. Термины

- **Терминал (терминальный символ)** — объект, непосредственно присутствующий в словах языка, соответствующего грамматике, и имеющий конкретное, неизменяемое значение (обобщение понятия «буквы»). В формальных языках, используемых на компьютере, в качестве терминалов обычно берут все или часть стандартных символов ASCII — латинские буквы, цифры и специальные символы.
- **Нетерминал (нетерминальный символ)** — объект, обозначающий какую-либо *сущность* языка (например: формула, арифметическое выражение, команда) и не имеющий конкретного символического значения.

Регулярные выражения (англ. *regular expressions*) — формальный язык поиска и осуществления манипуляций с подстроками в тексте понятия, основанный на использовании метасимволов (символов-джокеров, англ. *wildcard characters*). По сути это строка-образец (англ. *pattern*, по-русски её часто называют «шаблоном», «маской»), состоящая из символов и метасимволов и задающая правило поиска.

Если алфавит задан как $\{a, b\}$, а язык L включает в себя все слова над ним, то слово $ababba$ принадлежит L . **Пустое слово** (то есть строка нулевой длины) допускается и часто обозначается как ϵ , ε или Λ .

Некоторые примеры формальных языков понятий:

- множество всех слов над $\{a, b\}$
- множество $\{a^n\}$, где n — неотрицательное число, а a^n означает, что a повторяется n раз
- множество синтаксически корректных программ в данном языке программирования

4.3.4. Операции

Некоторые операции могут быть использованы для того, чтобы порождать новые языки из данных. Предположим, что L_1 и L_2 являются языками, определёнными над некоторым общим алфавитом.

- *Конкатенация (сцепление)* $L_1 L_2$ содержит все слова, удовлетворяющие форме vw , где v — это слово из L_1 , а w — слово из L_2 .
- *Пересечение* $L_1 \cap L_2$ содержит все слова, содержащиеся и в L_1 , и в L_2 .
- *Объединение* $L_1 \cup L_2$ содержит все слова, содержащиеся или в L_1 , или в L_2 .
- *Дополнение* языка L_1 содержит все слова алфавита, которые не содержатся в L_1 .
- *Правое отношение* L_1/L_2 содержит все слова v , для которых существует слово w в L_2 такое, что vw находилось в L_1 .
- *Замыкание Клини* L_1^* содержит все слова, которые могут быть записаны в форме $w_1 w_2 \dots w_n$, где w_i содержится в L_1 и $n \geq 0$. Следует помнить, что это включает и пустое слово ϵ , так как $n = 0$ допустимо по условию.
- *Обращение* L_1^R содержит обращённые слова из L_1 .
- *Смешение* L_1 и L_2 содержит все слова, которые могут быть записаны в форме $v_1 w_1 v_2 w_2 \dots v_n w_n$, где $n \geq 1$ и v_1, \dots, v_n являются такими словами, что связь $v_1 \dots v_n$

находится в L_1 , а w_1, \dots, w_n являются такими словами, что $w_1 \dots w_n$ находятся в L_2 .

Формальный язык логики первого порядка строится на основе сигнатуры, состоящей из множества функциональных символов \mathcal{F} и множества предикатных символов \mathcal{P} . (**Сигнатура** (лат. *signature* — обозначать, указывать) — набор характеристик, описывающих объект, например, сигнатура в полиграфии — порядковый номер печатного листа). С каждым функциональным и предикатным символом связана арность, то есть число возможных аргументов. При образовании понятий допускаются как функциональные, так и предикатные символы арности 0. Первые иногда выделяют в отдельное множество *констант*. Кроме того, используются следующие дополнительные символы

- Символы переменных (обычно $x, y, z, x_1, y_1, z_1, x_2, y_2, z_2$, и т. д.),
- Пропозициональные связки: $\vee, \wedge, \neg, \rightarrow$,
- Кванторы: всеобщности \forall и существования \exists ,
- Служебные символы: скобки и запятая.

Перечисленные символы вместе с символами из \mathcal{P} и \mathcal{F} образуют *Алфавит логики первого порядка*. Более сложные конструкции определяются **индуктивно** (**математическая индукция** — метод математического доказательства, используется чтобы доказать истинность некоторого утверждения для определений понятий. Для этого сначала проверяется истинность утверждения с номером 1 — база (базис) индукции, а затем доказывается, что, если верно утверждение с номером n , то верно и следующее утверждение с номером $n + 1$ — шаг индукции, или индукционный переход. Доказательство по индукции наглядно может быть представлено в виде так называемого *принципа домино*. Пусть какое угодно число косточек домино выставлено в ряд таким образом, что каждая косточка, падая, обязательно опрокидывает следующую за ней косточку (в этом заключается индукционный переход). Тогда, если мы толкнём первую косточку (это база индукции), то все косточки в ряду упадут.):

Терм есть символ переменной, либо имеет вид $f(t_1, \dots, t_n)$, где f — функциональный символ арности n , а t_1, \dots, t_n — термы.

(**Терм** — выражение формального языка (системы), является формальным именем объекта или именем формы. Понятие **терма** определяется индуктивно. Термом называется символьное выражение: $t(X_1, X_2, \dots, X_n)$, где t — имя терма, называемая функтор или «функциональная буква», а X_1, X_2, \dots, X_n — термы, структурированные или простейшие. В логике первого и второго порядков **терм** определяется рекурсивно следующим образом:

- всякая индивидуальная константа есть терм;
- всякая свободная переменная есть терм;
- если f^i — i -местная функциональная константа и t_1, t_2, \dots, t_i — термы, то $f^i(t_1, t_2, \dots, t_i)$ также есть терм;
- термами являются только те выражения, которые получены согласно пп. 1—3

Атом имеет вид $p(t_1, \dots, t_n)$, где p — предикатный символ арности n , а t_1, \dots, t_n — термы. (**Атом** в математической логике — простейший случай формулы; формула, которую нельзя расчленить на подформулы. Простейшим случаем атомов являются формулы, задающие отношения. Например утверждение « x больше 3» описывается атомом *БОЛЬШЕ*($x, 3$), где предикат *БОЛЬШЕ* истинен, когда первый аргумент больше второго. Аналогично записав « x любит y » как *ЛЮБИТ*(x, y), можно представить предложение «Саша любит Дашу», как *ЛЮБИТ*(*Саша, Дашу*). В логике первого порядка атомы также могут включать в себя функциональные символы. Общий вид атома в этом случае таков: $p(t_1, \dots, t_n)$, где p — предикатный символ арности n , а t_1, \dots, t_n — термы. Например, если *ОТЕЦ*(x) означает «отец человека x », предложение «Ваня любит своего отца» можно представить атомом *ЛЮБИТ*(*Ваня, ОТЕЦ*(*Ваня*)).

- **Формула** — это либо атом, либо одна из следующих конструкций:
 $\neg F, F_1 \vee F_2, F_1 \wedge F_2, F_1 \rightarrow F_2, \forall x F, \exists x F$,
 где F, F_1, F_2 — формулы, а x — переменная.

Формула (от лат. *formula* — уменьшительное от *forma* — образ, вид) — в математике, а также физике и теории понятий, является, наряду с терминами, разновидностью выражения; имеет вид комбинации знаков, имеющей самостоятельный смысл и представляющей собой символическую запись высказывания (которое выражает логическое суждение), либо формы высказывания.

Переменная x называется *связанной* в формуле F , если F имеет вид $\forall xG$ либо $\exists xG$, или же представима в одной из форм $\neg H, F_1 \vee F_2, F_1 \wedge F_2, F_1 \rightarrow F_2$, причем x уже связана в H, F_1 и F_2 . Если x не связана в F , ее называют *свободной* в F . Формулу без свободных переменных называют *замкнутой формулой*, или *предложением*. *Теорией первого порядка* называют любое множество предложений.

4.3.5. Аксиоматика и доказательство формул и определений понятий

Система логических аксиом **логики первого порядка** состоит из аксиом исчисления высказываний дополненной двумя новыми аксиомами:

- $\forall xA \rightarrow A[t/x]$,
- $A[t/x] \rightarrow \exists xA$,

Где $A[t/x]$ — формула, полученная в результате подстановки термина t вместо каждой свободной переменной x , встречающейся в формуле A .

Правил вывода 2:

- **Modus ponens:**

$$\frac{A, A \rightarrow B}{B}$$

Modus ponens («правило вывода»): если A и $A \rightarrow B$ — выводимые формулы, то B также выводима.

$$\frac{A, A \rightarrow B}{B}$$

Форма записи: $\frac{A, A \rightarrow B}{B}$, где A, B — любые формулы.

Правило вывода модус поненс, обычно называемое правилом отделения или гипотетическим силлогизмом, позволяет от утверждения условного высказывания $A \rightarrow B$ и утверждения его основания A (антецедента) перейти к утверждению следствия B (консеквента). Например, металлы — проводники тока (если вещество металл, то оно проводник), цинк — металл, значит цинк проводит ток. Обратное утверждение не всегда верно: никель и морская вода проводят ток, но никель — металл, а морская вода не металл. Итого, если из A следует B , и B - истинно, то A истинно или ложно.

Modus ponens — правило вывода в исчислении высказываний. Является частным случаем правила резолюций.

Простой категорический силлогизм (греч. συλλογισμός) — рассуждение мысли, состоящее из трёх простых атрибутивных высказываний: двух посылок и одного заключения. Посылки силлогизма разделяются на большую (которая содержит предикат заключения) и меньшую (которая содержит субъект заключения). По положению среднего термина силлогизмы делятся на *фигуры*, а последние по логической форме посылок и заключения — на *модусы*.

Пример силлогизма:

Всякий человек смертен (большая посылка)
Сократ — человек (меньшая посылка)

Сократ смертен (заключение)

Правило резолюций — это правило вывода, восходящее к методу доказательства теорем через поиск противоречий; используется в логике высказываний и логике предикатов первого порядка. Правило резолюций, применяемое последовательно для списка **резольвент**, позволяет ответить на вопрос, существует ли в исходном множестве

логических выражений противоречие (резольвента (от лат. *resolvere* — *здесь*: решать) используется в математике в различных значениях. Объединяет их все основное свойство резольвенты: решение резольвенты уравнения позволяет решить и само уравнение (или оператор)).

Алгоритмы доказательства выводимости $A \vdash B$, построенные на основе этого метода, следует применять в теории понятий при образовании понятий и, особенно, при формировании определений понятий, а также являются фундаментом, на котором построен язык формального описания и моделирования понятий.

- Правило обобщения (*англ.*):

$$\frac{A}{\forall x A}$$

4.3.6. Интерпретация

В случае теории понятий интерпретация формул **логики первого порядка** задается на *модели понятия первого порядка*, которая определяется следующими данными

- \mathcal{D} , *Несущая совокупность понятий и/или их атрибутов*
- σ , *Семантическая функция понятий и/или их атрибутов*, отображающая

- каждый n -арный функциональный символ f из \mathcal{F}_v n -арную функцию $\sigma(f) : \mathcal{D} \times \dots \times \mathcal{D} \rightarrow \mathcal{D}$,

- каждый n -арный предикатный символ P из \mathcal{P}_v n -арное отношение $\sigma(p) \subseteq \mathcal{D} \times \dots \times \mathcal{D}$.

Будем отождествлять несущую совокупность понятий и/или их атрибутов \mathcal{D} и саму модель понятий и/или их атрибутов, подразумевая неявно семантическую функцию, если это не ведет к неоднозначности.

Предположим \mathcal{S} — функция, отображающая каждую переменную понятия и/или его атрибутов в некоторый элемент из \mathcal{D} , которую мы будем называть *подстановкой*. Интерпретация $\llbracket t \rrbracket_{\mathcal{S}}$ термина t на \mathcal{D} относительно подстановки \mathcal{S} задается индуктивно

- $\llbracket x \rrbracket_{\mathcal{S}} = s(x)$, если x — переменная,
- $\llbracket f(x_1, \dots, x_n) \rrbracket_{\mathcal{S}} = \sigma(f)(\llbracket x_1 \rrbracket_{\mathcal{S}}, \dots, \llbracket x_n \rrbracket_{\mathcal{S}})$

В таком же духе определяется *отношение истинности* $\models_{\mathcal{S}}$ формул определений понятий на \mathcal{D} относительно \mathcal{S}

- $\mathcal{D} \models_{\mathcal{S}} p(t_1, \dots, t_n)$, тогда и только тогда, когда $\sigma(p)(\llbracket x_1 \rrbracket_{\mathcal{S}}, \dots, \llbracket x_n \rrbracket_{\mathcal{S}})$,
- $\mathcal{D} \models_{\mathcal{S}} \neg\phi$, тогда и только тогда, когда $\mathcal{D} \not\models_{\mathcal{S}} \phi$ — ложно,
- $\mathcal{D} \models_{\mathcal{S}} \phi \wedge \psi$, тогда и только тогда, когда $\mathcal{D} \models_{\mathcal{S}} \phi$ и $\mathcal{D} \models_{\mathcal{S}} \psi$ истинны,
- $\mathcal{D} \models_{\mathcal{S}} \phi \vee \psi$, тогда и только тогда, когда $\mathcal{D} \models_{\mathcal{S}} \phi$ или $\mathcal{D} \models_{\mathcal{S}} \psi$ истинно,
- $\mathcal{D} \models_{\mathcal{S}} \phi \rightarrow \psi$, тогда и только тогда, когда $\mathcal{D} \models_{\mathcal{S}} \phi$ влечет $\mathcal{D} \models_{\mathcal{S}} \psi$,
- $\mathcal{D} \models_{\mathcal{S}} \exists x \phi$, тогда и только тогда, когда $\mathcal{D} \models_{\mathcal{S}'} \phi$ для некоторой подстановки \mathcal{S}' , которая отличается от \mathcal{S} только на переменной x ,
- $\mathcal{D} \models_{\mathcal{S}} \forall x \phi$, тогда и только тогда, когда $\mathcal{D} \models_{\mathcal{S}'} \phi$ для всех подстановок \mathcal{S}' , которые отличаются от \mathcal{S} только на переменной x .

Формула ϕ , истинна на \mathcal{D} , что обозначается как $\mathcal{D} \models \phi$, если $\mathcal{D} \models_{\mathcal{S}} \phi$, для всех подстановок \mathcal{S} . Формула ϕ называется *общезначимой*, что обозначается как $\models \phi$, если $\mathcal{D} \models \phi$ для всех

моделей \mathcal{D} . Формула ϕ называется *выполнимой*, если $\mathcal{D} \models \phi$ хотя бы для одной \mathcal{D} .

4.3.7. Свойства и основные результаты логики первого порядка

Логика первого порядка обладает рядом полезных свойств, которые делают ее очень привлекательной в качестве основного инструмента формализации понятий. Главными из них являются полнота (это означает, что для любой замкнутой формулы определения понятия выводима либо она сама, либо ее отрицание) и непротиворечивость (ни одна формула определения понятия не может быть выведена одновременно со своим отрицанием). При этом если непротиворечивость более или менее очевидна, то полнота — нетривиальный результат, полученный Гёделем в 1930 году (теорема Гёделя о полноте). По сути теорема Гёделя устанавливает фундаментальную эквивалентность понятий *доказуемости* и *общезначимости*.

Логика первого порядка обладает свойством компактности: если некоторое множество формул определений понятий не выполнимо, то невыполнимо также некоторое его конечное подмножество.

Предложенная автором теорема гласит, если совокупность формул определений понятий имеет модель, то она также имеет модель не более чем счетной совокупности понятий. Эквивалентная формулировка: каждая модель определения понятия имеет элементарную подмодель.

4.3.8. Логика первого порядка как средство формализации определений понятий

Являясь формализованным аналогом обычной логики, **логика первого порядка** дает возможность строго рассуждать об истинности и ложности определений понятий и об их взаимосвязи, в частности, о логическом следовании одного определения понятия из другого, или, например, об их эквивалентности. Рассмотрим классический пример

формализации определения понятия естественного языка в логике первого порядка.

Возьмем рассуждение «Каждый человек смертен. Конфуций — человек. Следовательно, Конфуций смертен». Обозначим «x есть человек» через **ЧЕЛОВЕК(x)** и «x смертен» через **СМЕРТЕН(x)**. Тогда определение понятия «каждый человек смертен» может быть представлено формулой: $\forall x(\text{ЧЕЛОВЕК}(x) \rightarrow \text{СМЕРТЕН}(x))$ определение понятия «Конфуций — человек» формулой **ЧЕЛОВЕК(Конфуций)**, и «Конфуций смертен» формулой **СМЕРТЕН(Конфуций)**. Определение понятия в целом теперь может быть записано формулой

$(\forall x(\text{ЧЕЛОВЕК}(x) \rightarrow \text{СМЕРТЕН}(x)) \wedge \text{ЧЕЛОВЕК}(\text{Конфуций})) \rightarrow \text{СМЕРТЕН}(\text{Конфуций})$

4.4. Аксиомы теории образования понятий

4.4.1. Аксиомы об образовании понятий

Аксиомами об образовании понятий называется приведенная ниже совокупность высказываний теории понятий:

Аксиомы об образовании понятий включают в себя:

Группу высказываний о существовании совокупности понятий, признаков, свойств, параметров и их значений (2 аксиомы),

$$\exists a \forall b (b \notin a)$$

$$\exists a: (\emptyset \in a \wedge \forall b (b \in a \Rightarrow b \cup \{b\} \in a))$$

Группу высказываний о равенстве совокупности понятий, признаков, свойств, параметров и их значений (1 аксиома),

- $\forall a_1 \forall a_2 (\forall b (b \in a_1 \Leftrightarrow b \in a_2) \Rightarrow a_1 = a_2)$

Группу высказываний об образовании совокупности понятий, признаков, свойств, параметров и их значений из уже имеющихся совокупностей понятий, признаков, свойств, параметров и их значений (3 аксиомы и 2 схемы), в которой можно выделить три подгруппы,

- $\forall a_1 \forall a_2 \exists c \forall b (b \in c \Leftrightarrow (b \in a_1 \vee b \in a_2))$
- $\forall a \exists d \forall b (b \in d \Leftrightarrow \forall c (c \in b \Rightarrow c \in a))$
- $\forall a \exists d \forall c (c \in d \Leftrightarrow \exists b (b \in a \wedge c \in b))$
- $\forall a \exists c \forall b (b \in c \Leftrightarrow b \in a \wedge \Phi[b])$
- $\forall x \exists! y \phi[x, y] \Rightarrow \forall a \exists d \forall c (c \in d \Leftrightarrow \exists b (b \in a \wedge \phi[b, c]))$

Группу высказываний об упорядоченности образованных совокупностей понятий, признаков, свойств, параметров и их значений (2 аксиомы).

- $\forall a (a \neq \emptyset \Rightarrow \exists b (b \in a \wedge \forall c (c \in b \Rightarrow c \notin a)))$
- $\forall a (a \neq \emptyset \wedge \forall b (b \in a \Rightarrow b \neq \emptyset) \wedge \forall b_1 \forall b_2 (b_1 \neq b_2 \wedge \{b_1, b_2\} \subseteq a \Rightarrow b_1 \cap b_2 = \emptyset) \Rightarrow \exists d \forall b (b \in a \rightarrow \exists c (b \cap d = \{c\})))$

4.4.2. Критерий равенства совокупности понятий, признаков, свойств, параметров и их значений в аксиомах образования понятий

Следующее высказывание выражает достаточное условие идентичности двух совокупностей понятий, признаков, свойств, параметров и их значений (далее: **совокупности**).

Аксиома экстенциональности (Аксиома объёмности)

$$\forall a_1 \forall a_2 (\forall b (b \in a_1 \leftrightarrow b \in a_2) \rightarrow a_1 = a_2)$$

Аксиомой объёмности называется следующее высказывание :

$$\forall a_1 \forall a_2 (\forall b (b \in a_1 \leftrightarrow b \in a_2) \rightarrow a_1 = a_2)$$

Если переписать **аксиому объёмности** в виде

$$\forall a_1 \forall a_2 (\forall b (b \in a_1 \rightarrow b \in a_2) \wedge \forall b (b \in a_2 \rightarrow b \in a_1) \rightarrow a_1 = a_2),$$

тогда названную аксиому можно сформулировать следующим образом:

"Каковы бы ни были две совокупности, если каждый атрибут (компонента) 1-й совокупности принадлежит 2-ой совокупности, а каждый атрибут (компонента) 2-й совокупности принадлежит 1-й совокупности, тогда первая совокупность идентична второй совокупности, т.е. обе совокупности идентичны."

Необходимое условие идентичности двух совокупностей имеет вид $\forall a_1 \forall a_2 (a_1 = a_2 \rightarrow \forall b (b \in a_1 \leftrightarrow b \in a_2))$ и

выводится из аксиом предиката \equiv , а именно:

$$\forall a (a = a),$$
$$\forall a_1 \forall a_2 (a_1 = a_2 \rightarrow (\varphi[a_1] \rightarrow \varphi[a_2])),$$
 где $\varphi[a_1]$ — любое корректное суждение об a_1 , а $\varphi[a_2]$ — то же самое суждение, но об a_2 .

(**Предикат** (лат. *praedicatum* — заявленное, упомянутое, сказанное) — это то, что утверждается о субъекте. Субъектом высказывания называется то, о чём делается утверждение.)

Соединение указанного необходимого условия [идентичности множеств] с аксиомой объёмности даёт следующий критерий равенства совокупностей:

$$\forall a_1 \forall a_2 (a_1 = a_2 \leftrightarrow \forall b (b \in a_1 \leftrightarrow b \in a_2))$$

4.4.3. Аксиомы о существовании совокупностей

«Аксиома объёмности» могла быть бесполезным высказыванием, если бы не существовало ни одной совокупности или существовало только одна совокупность.

Следующие два высказывания обеспечивают существование по меньшей мере двух разных совокупностей, а именно: а) совокупности, в которой нет ничего, и б) совокупности, содержащей бесконечное количество атрибутов (компонент) понятий.

Аксиома пустой совокупности

Аксиомой [существования] пустой совокупности называется следующее высказывание теории образования понятий:

$$\exists a \forall b (b \notin a).$$

Аксиома пустой совокупности объявляет о существовании по крайней мере одной пустой совокупности, то есть совокупности, не содержащей ни одного атрибута (компоненты), т.е. «существует [по меньшей мере одна] совокупность без единого атрибута (компоненты)». Пустая совокупность является своей подсовокупностью, но не является своим атрибутом (компонентой). (**Существование** (лат. *exsistentia/existentia* от *exsisto/existo* — выступаю, появляюсь, выхожу, возникаю, происхожу, оказываюсь, существую) — аспект всякого сущего, в отличие от другого его аспекта — сущности. В отличие от термина «бытие», термин «существование», как правило, выражает только аспект сущего, тогда как термин «бытие» употребляют также в значении «всё существующее», «мир как целое», существование как экзистенция совпадает с действительностью (лат. *actualitas*).).

«Аксиома пустой совокупности» равносильна высказыванию $\exists ! a \forall b (b \notin a)$. Поэтому единственной совокупности a можно присвоить имя. Будем употреблять два имени: \emptyset и $\{\}$. Используя указанные имена, «аксиому пустой совокупности» запишем так:

$$\forall b (b \notin \emptyset) \text{ и } \forall b (b \notin \{\})$$

Аксиома бесконечности

Аксиомой бесконечности (Axiom of infinity) называется следующее высказывание:

$$\exists a (\emptyset \in a \wedge \forall b (b \in a \rightarrow b \cup \{b\} \in a)),$$

где

$$b \cup \{b\} = \{c : c \in b \vee c = b\}$$

«Аксиому бесконечности» можно сформулировать следующим образом:

«Существует [по меньшей мере одна] „бесконечная совокупность“, которая состоит из $\emptyset, \emptyset \cup \{\emptyset\}, \emptyset \cup \{\emptyset\} \cup \{\emptyset \cup \{\emptyset\}\}, \dots$ »

Высказывание о существовании бесконечной совокупности отличается от (ложного в данной аксиоматике) высказывания о существовании «совокупности всех совокупностей» ($\exists a \forall b (b \in a)$).

4.4.4. Аксиомы об образовании совокупности понятий (признаков, свойств)

Следующие пять высказываний будем называть аксиомами образования совокупности понятий (признаков, свойств) [из имеющихся совокупностей понятий (признаков, свойств), включая \emptyset и по меньшей мере одну ∞].

Каждое из этих пяти высказываний образовано на основе высказывания $\forall a \exists b (b = \varphi[a])$, которое выводится из аксиом предиката \equiv .

Эти пять высказываний можно объединить в следующие подгруппы:

- 1) группу постулатов об образовании совокупности путём перечисления их атрибутов (компонент),
- 3) группу деклараций об учреждении и об упразднении семейств совокупности,
- 3) группу схем образования совокупности с помощью корректных суждений.

1. Постулаты об образовании совокупности путём перечисления их атрибутов (компонент)

Простейший способ образовать новую совокупность [из уже имеющихся совокупностей] состоит в том, чтобы указать каждую совокупность, которая должно стать элементом [образуемой совокупности]. В теории образования понятий указанный способ образования совокупности представлен одной аксиомой, в которой указание моделируется с помощью предиката \equiv .

Аксиома пары

$$\forall a_1 \forall a_2 \exists c \forall b (b \in c \leftrightarrow b = a_1 \vee b = a_2), \text{ что}$$

есть

$$\forall a_1 \forall a_2 \exists c (c = \{b : b = a_1 \vee b = a_2\})$$

«Аксиому [неупорядоченной] пары» можно сформулировать следующим образом: «Из любых двух совокупностей можно образовать „неупорядоченную пару“, то есть такую совокупность c , каждый элемент b которой идентичен данной совокупности a_1 или данной совокупности a_2 ».

Примеры

1. $a_1 = 0 \wedge a_2 = 1 \Rightarrow \exists c \forall b (b \in c \leftrightarrow b = 0 \vee b = 1)$
2. $a_1 = \emptyset \wedge a_2 = \{\emptyset\} \Rightarrow \exists c \forall b (b \in c \leftrightarrow b = \emptyset \vee b = \{\emptyset\})$

«Аксиома пары» равносильна высказыванию $\forall a_1 \forall a_2 \exists c \forall b (b \in c \leftrightarrow b = a_1 \vee b = a_2)$. Поэтому

единственной совокупности C можно присвоить имя $\{a_1, a_2\}$.
Используя указанное имя, «аксиому пары» запишем так:

$$\forall a_1 \forall a_2 \forall b (b \in \{a_1, a_2\} \leftrightarrow b = a_1 \vee b = a_2)$$

или

$$\forall a_1 \forall a_2 (\{a_1, a_2\} = \{b : b = a_1 \vee b = a_2\})$$

2. Декларации об учреждении и об упразднении семейств совокупностей

Следующие две аксиомы, именуемые «аксиомой совокупности подсовокупностей» и «аксиомой объединения», можно рассматривать как естественное дополнение к «аксиоме пары». Чтобы убедиться в этом, заметим следующее.

Каждая совокупность z имеет подсовокупности, включая [копию пустой совокупности] \emptyset и [копию самой совокупности] z . Иначе говоря,

$$\forall z \exists x \exists y (x \subseteq z \wedge y \subseteq z) \quad \wedge \quad \forall z (\emptyset \subseteq z \wedge z \subseteq z)$$

Руководствуясь «аксиомой пары», из названных подсовокупностей можно образовать неупорядоченную пару $\{\emptyset, z\}$. Назовём эту пару семейством $Fam_2(z)$.

Если можно образовать семейство $Fam_2(z)$ из двух подсовокупностей совокупности z , тогда можно сказать об образовании семейства $Fam_a(z)$ из всех подсовокупностей совокупности z .

Чтобы сказать об образовании семейства $Fam_a(z)$ достаточно потребовать, чтобы каждый элемент b названного семейства был подсовокупностью совокупности z , а каждая подсовокупность b названной совокупности была элементом семейства $Fam_a(z)$. Иначе говоря,

$\forall b (b \in Fam_a(z) \rightarrow b \subseteq z) \wedge \forall b (b \subseteq z \rightarrow b \in Fam_a(z))$,

что равносильно предложению

$\forall b (b \in Fam_a(z) \leftrightarrow b \subseteq z)$,

которое подразумевает предложение

$\exists d \forall b (b \in d \leftrightarrow b \subseteq z)$,

которое является частным случаем высказывания

$\forall a \exists d \forall b (b \in d \leftrightarrow b \subseteq a)$.

Если можно сообщить об учреждении семейства $Fam_a(z)$, тогда можно сообщить об упразднении названного семейства.

Существуют различные способы упразднения семейства $Fam_a(z)$, включая:

1) его полное упразднение (уничтожение), то есть

$Del(Fam_a(z)) = \emptyset$, что равносильно

$\forall c (c \in Del(Fam_a(z)) \leftrightarrow c \in \emptyset)$,

2) его фиктивное упразднение (резервирование), то есть

$Fic(Fam_a(z)) = Fam_a(z)$, что равносильно

$\forall c (c \in Fic(Fam_a(z)) \leftrightarrow c \in Fam_a(z))$,

3) его реверсивное упразднение (расформирование), то есть

$Rev(Fam_a(z)) = z$, что равносильно

$\forall c (c \in Rev(Fam_a(z)) \leftrightarrow c \in z)$.

Поскольку

$c \in z \Leftrightarrow \{c\} \in Fam_a(z) \Leftrightarrow \exists b (b = \{c\} \wedge b \in Fam_a(z)) \Leftrightarrow \exists b (c \in b \wedge b \in Fam_a(z))$,

постольку предложение

$\forall c (c \in Rev(Fam_a(z)) \leftrightarrow c \in z)$

равносильно предложению

$\forall c (c \in Rev(Fam_a(z)) \leftrightarrow \exists b (c \in b \wedge b \in Fam_a(z)))$,

которое подразумевает предложение

$\exists d \forall c (c \in d \leftrightarrow \exists b (c \in b \wedge b \in Fam_a(z)))$,

которое является частным случаем высказывания

$\forall a \exists d \forall c (c \in d \leftrightarrow \exists b (c \in b \wedge b \in a))$.

Из изложенного следует, что высказывания
 $\forall a \exists d \forall b (b \in d \leftrightarrow b \subseteq a)$

и

$$\forall a \exists d \forall c (c \in d \leftrightarrow \exists b (c \in b \wedge b \in a))$$

можно считать независимыми условно.

Аксиома совокупности подсовокупностей (Аксиома булеана)

$$\forall a \exists d \forall b (b \in d \leftrightarrow b \subseteq a),$$

что есть

$$\forall a \exists d (d = \{b : b \subseteq a\}),$$

где

$$b \subseteq a \Leftrightarrow \forall c (c \in b \rightarrow c \in a)$$

Аксиома существования булеана (аксиома совокупности подсовокупностей) формулируется так: «из любой совокупности можно образовать булеан („суперкучу“), то есть такую совокупность d , которая состоит из всех собственных и/или несобственных подсовокупностей b данной совокупности a ». Математически эта аксиома записывается так:

$$\forall a \exists d \forall b (b \in d \leftrightarrow \forall c (c \in b \rightarrow c \in a))$$

В аксиоме булеана указан тип совокупности (подсовокупности совокупности a), которые должны быть элементами образуемой совокупности d . Вместе с тем, аксиома булеана не содержит алгоритм нахождения всех элементов образуемой совокупности d .

Примеры

$$1. a = \emptyset \Rightarrow \exists d \forall b (b \in d \leftrightarrow b \in \{\emptyset\}),$$

так как

$$\forall a (\emptyset \subseteq a \wedge a \subseteq a)$$

$$2. a = \{\emptyset\} \Rightarrow \exists d \forall b (b \in d \leftrightarrow b \in \{\emptyset, \{\emptyset\}\}) \Leftrightarrow \exists d \forall b (b \in d \leftrightarrow b = \emptyset \vee b = \{\emptyset\})$$

3. $a = \{1, 2, 3\} \Rightarrow \exists d \forall b (b \in d \leftrightarrow b \in \{\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1, 2\}, \{1, 3\}, \{2, 3\}, \{1, 2, 3\}\})$
 4. $a = \{a_1, a_2\} \Rightarrow \exists d \forall b (b \in d \leftrightarrow b \in \{\emptyset, \{a_1\}, \{a_2\}, \{a_1, a_2\}\})$

«Аксиома совокупности подсовокупностей» равносильна высказыванию $\forall a \exists! d \forall b (b \in d \leftrightarrow b \subseteq a)$. Поэтому единственной совокупности d можно присвоить имя $\mathcal{P}(a)$, которое произносится: «совокупность всех подсовокупностей [совокупности] a » или «булеан [совокупности] a ». Используя указанное имя, «аксиому совокупности подсовокупностей» запишем так:

$$\forall a \forall b (b \in \mathcal{P}(a) \leftrightarrow b \subseteq a)$$

или

$$\forall a (\mathcal{P}(a) = \{b : b \subseteq a\})$$

Аксиома объединения

Аксиомой объединения называется следующее высказывание

$$\forall a \exists d \forall c (c \in d \leftrightarrow \exists b (b \in a \wedge c \in b)),$$

что есть

$$\forall a \exists d (d = \{c : \exists b (b \in a \wedge c \in b)\})$$

Аксиому объединения [совокупностей] можно сформулировать следующим образом: «Из любого семейства совокупностей можно образовать „кучу-малу“, то есть такую совокупность d , каждый элемент c которой принадлежит по меньшей мере одной совокупности b данного семейства a ».

Примеры

1. $a = \mathcal{P}(\emptyset) = \{\emptyset\} \Rightarrow \exists d \forall c (c \in d \leftrightarrow c \in \emptyset)$
2. $a = \mathcal{P}(\mathcal{P}(\emptyset)) = \{\emptyset, \{\emptyset\}\} \Rightarrow \exists d \forall c (c \in d \leftrightarrow c \in \mathcal{P}(\emptyset)) \Leftrightarrow \exists d \forall c (c \in d \leftrightarrow c \in \{\emptyset\})$
3. $a = \{b_1, b_2, b_3\} = \{\{0, 1\}, \{1, 2\}, \{3\}\} \Rightarrow \exists d \forall c (c \in d \leftrightarrow c \in \{0, 1\} \vee c \in \{1, 2\} \vee c \in \{3\})$
 $\Leftrightarrow \exists d \forall c (c \in d \leftrightarrow c \in \{0, 1, 2, 3\})$
4. $a = \{b, \{b\}\} \Rightarrow \exists d \forall c (c \in d \leftrightarrow c \in b \cup \{b\}) \Leftrightarrow \exists d \forall c (c \in d \leftrightarrow c \in b \vee c = b)$
5. $a = (a_1, a_2) = \{\{a_1\}, \{a_1, a_2\}\} = \{\{a_1, a_1\}, \{a_1, a_2\}\} \Rightarrow \exists d \forall c (c \in d \leftrightarrow c \in \{a_1, a_2\})$
6. $a = \langle a_1, a_2 \rangle = \{a_1, \{a_1, a_2\}\} \Rightarrow \exists d \forall c (c \in d \leftrightarrow c \in a_1 \cup \{a_1, a_2\})$
7. $a = \mathcal{P}(\{a_1, a_2\}) = \{\emptyset, \{a_1\}, \{a_2\}, \{a_1, a_2\}\} \Rightarrow \exists d \forall c (c \in d \leftrightarrow c \in \{a_1, a_2\})$

Аксиома объединения равносильна высказыванию $\forall a \exists! d \forall c (c \in d \leftrightarrow \exists b (b \in a \wedge c \in b))$. Поэтому единственной совокупности d можно присвоить имя $\bigcup a$, которое произносится: «объединение совокупностей семейства a ». Используя указанное имя, аксиому объединения запишем так:

$$\forall a \forall c (c \in \bigcup a \leftrightarrow \exists b (b \in a \wedge c \in b))$$

или

$$\forall a (\bigcup a = \{c : \exists b (b \in a \wedge c \in b)\}).$$

Объединение совокупностей семейства $a (\bigcup a)$ не следует путать с пересечением совокупностей семейства $a (\bigcap a)$, о котором известно:

$$\forall a \forall c (c \in \bigcap a \leftrightarrow \forall b (b \in a \rightarrow c \in b)),$$

то есть

$$\forall a (\bigcap a = \{c : \forall b (b \in a \rightarrow c \in b)\}).$$

3. Схемы образования совокупностей с помощью корректных суждений

Для понятийных высказываний введем аксиомы связи, включая:

а) аксиому связи между алгебраической операцией $+$ (сложить) и алгебраической операцией \cdot (умножить)

$$\forall x \forall y \forall z (x \in \mathbb{R} \wedge y \in \mathbb{R} \wedge z \in \mathbb{R} \rightarrow (x + y) \cdot z = x \cdot z + y \cdot z),$$

б) аксиому связи между отношением порядка \leq (меньше или равно) и алгебраической операцией $+$ (сложить)

$$\forall x \forall y \forall z (x \in \mathbb{R} \wedge y \in \mathbb{R} \wedge z \in \mathbb{R} \rightarrow (x \leq y \rightarrow x + z \leq y + z))$$

Следующие два высказывания, именуемые «схемой выделения» и «схемой преобразования», представляют аксиомы связи между совокупностями (например, совокупностью $\{0, 1\}$) и строго корректными суждениями (например, суждением $x \leq 0$).

«Схема выделения» и «схема преобразования» выражают следующую мысль: «Каждое строго корректное суждение об элементах любой совокупности приводит к образованию [того же самой или другой] совокупности.»

Строго корректные суждения, фигурирующие в «схеме выделения», позволяют «довести [до товарного вида]» совокупности, которые образованы, например, с помощью аксиомы булеана. Поэтому указанные суждения аналогичны штхелям, надфелям, часовым отвёрткам и иным доводочным инструментам.

Строго корректные суждения, фигурирующие в «схеме преобразования», позволяют образовывать «[формализованные] понятия» из ["неотёсанных"] совокупностей, образованных, например, с помощью аксиомы булеана. Поэтому указанные строгие суждения аналогичны прецизионным станкам.

Схема выделения

Схемой выделения называется следующее высказывание:

$\forall a \exists c \forall b (b \in c \leftrightarrow b \in a \wedge \Phi[b])$, что есть
 $\forall a \exists c (c = \{b : b \in a \wedge \Phi[b]\})$, где $\Phi[b]$ —
 любое строго корректное суждение о b , но не о совокупности
 a и не о совокупности c .

Схему выделения [подсовокупностей] можно сформулировать следующим образом: «Из каждой совокупности можно выделить [по меньшей мере одну] подсовокупность c , высказав суждение Φ о каждом элементе b данной совокупности a .»

Примеры

1. $(\Phi[x] \leftrightarrow x = x) \Rightarrow \forall a \exists c \forall b (b \in c \leftrightarrow b \in a \wedge b = b)$
2. $(\Phi[x] \leftrightarrow x \neq x) \Rightarrow \forall a \exists c \forall b (b \in c \leftrightarrow b \in a \wedge b \neq b)$
3. $(\Phi[x] \leftrightarrow x \in y) \Rightarrow \forall a \exists c \forall b (b \in c \leftrightarrow b \in a \wedge b \in y)$
4. $(\Phi[x] \leftrightarrow x \notin y) \Rightarrow \forall a \exists c \forall b (b \in c \leftrightarrow b \in a \wedge b \notin y)$
5. $(\Phi[x] \leftrightarrow x < 2) \wedge a = \mathbb{N} \Rightarrow \exists c \forall b (b \in c \leftrightarrow b \in \mathbb{N} \wedge b < 2) \Leftrightarrow \exists c \forall b (b \in c \leftrightarrow b \in \{0, 1\})$
6. $(\Phi[x] \leftrightarrow \exists k (k \in \mathbb{N} \wedge x = 2k)) \wedge a = \mathbb{N} \Rightarrow \exists c \forall b (b \in c \leftrightarrow b \in \mathbb{N} \wedge \exists k (k \in \mathbb{N} \wedge b = 2k))$
 $\Leftrightarrow \exists c \forall b (b \in c \leftrightarrow b \in \{0, 2, 4, 6, \dots\})$

$$7. (\Phi[x] \leftrightarrow \exists u \exists v (u \in U \wedge v \in V \wedge x = (u, v))) \wedge a = \mathcal{P}(\mathcal{P}(U \cup V)) \\ \Rightarrow \exists c \forall b (b \in c \leftrightarrow b \in \mathcal{P}(\mathcal{P}(U \cup V))) \wedge \exists u \exists v (u \in U \wedge v \in V \wedge b = (u, v))$$

Схема выделения равносильна высказыванию $\forall a \exists! c \forall b (b \in c \leftrightarrow b \in a \wedge \Phi[b])$. Поэтому единственной подсовокупности C можно присвоить имя $\{x : x \in a \wedge \Phi[x]\}$. Используя указанное имя, схему выделения запишем так:

$$\forall a \forall b (b \in \{x : x \in a \wedge \Phi[x]\} \leftrightarrow b \in a \wedge \Phi[b]) \\ \text{или} \\ \forall a (\{x : x \in a \wedge \Phi[x]\} = \{b : b \in a \wedge \Phi[b]\})$$

Схема выделения равносильна счётной совокупности аксиом.

Схема преобразования

Схемой преобразования [совокупностей] (Axiom schema of replacement) называется следующее высказывание:

$$\forall x \exists^{(1)} y (\phi[x, y]) \rightarrow \forall a \exists d \forall c (c \in d \leftrightarrow \exists b (b \in a \wedge \phi[b, c])),$$

где

$$\forall x \exists^{(1)} y (\phi[x, y]) \Leftrightarrow \forall x \exists! y (\phi[x, y]) \Leftrightarrow \forall x \exists y \forall y' (\phi[x, y] \leftrightarrow y = y')$$

Схему преобразования [совокупностей] можно сформулировать следующим образом: «Любую совокупность можно преобразовать в [ту же самую или другую] совокупность d , высказав любое истинное строго корректное функциональное суждение Φ обо всех элементах b данной совокупности a .»

Примеры

1. $(\phi[x, y] \leftrightarrow y = x) \Rightarrow \forall a \exists d \forall c (c \in d \leftrightarrow \exists b (b \in a \wedge c = b)) \Leftrightarrow \forall a \exists d \forall c (c \in d \leftrightarrow c \in a)$
2. $(\phi[x, y] \leftrightarrow y = x^2) \wedge a = \{1, 2, 3\} \Rightarrow \exists d \forall c (c \in d \leftrightarrow \exists b (b \in \{1, 2, 3\} \wedge c = b^2)) \\ \Leftrightarrow \exists d \forall c (c \in d \leftrightarrow c \in \{1, 4, 9\})$
3. $(\phi[x, y] \leftrightarrow y = f(x)) \Rightarrow \forall a \exists d \forall c (c \in d \leftrightarrow \exists b (b \in a \wedge c = f(b)))$

4. $(\phi[x, y] \leftrightarrow (x = \emptyset \rightarrow y = a_1) \wedge (x \neq \emptyset \rightarrow y = a_2)) \wedge a = \mathcal{P}(\mathcal{P}(\emptyset)) = \{\emptyset, \{\emptyset\}\}$
 $\Rightarrow \exists d \forall c (c \in d \leftrightarrow \exists b (b \in \{\emptyset, \{\emptyset\}\} \wedge (b = \emptyset \rightarrow c = a_1) \wedge (b \neq \emptyset \rightarrow c = a_2)))$
 $\Leftrightarrow \exists d \forall c (c \in d \leftrightarrow c = a_1 \vee c = a_2)$
5. $(\phi[x, y] \leftrightarrow y = 2x) \wedge a = \mathbb{N} \Rightarrow \exists d \forall c (c \in d \leftrightarrow \exists b (b \in \mathbb{N} \wedge c = 2b))$
 $\Leftrightarrow \exists d \forall c (c \in d \leftrightarrow c \in \{0, 2, 4, 6, \dots\})$
6. $(\phi[x, y] \leftrightarrow y = 2x + 1) \wedge a = \mathbb{N} \Rightarrow \exists d \forall c (c \in d \leftrightarrow \exists b (b \in \mathbb{N} \wedge c = 2b + 1))$
 $\Leftrightarrow \exists d \forall c (c \in d \leftrightarrow c \in \{1, 3, 5, 7, \dots\})$
7. $(\phi[x, y] \leftrightarrow (x \in \mathbb{N} \wedge x < 2 \rightarrow y = x) \wedge (x \in \mathbb{N} \wedge \neg(x < 2) \rightarrow y = 1)) \wedge a = \mathbb{N}$
 $\Rightarrow \exists d \forall c (c \in d \leftrightarrow \exists b (b \in \mathbb{N} \wedge b < 2 \rightarrow c = b) \wedge (b \in \mathbb{N} \wedge \neg(b < 2) \rightarrow c = 1))$
 $\Leftrightarrow \exists d \forall c (c \in d \leftrightarrow c \in \mathbb{N} \wedge c < 2) \Leftrightarrow \exists d \forall c (c \in d \leftrightarrow c \in \{0, 1\})$

В схеме преобразования совокупность d единственна. Поэтому указанной совокупности можно присвоить имя $\{y : \exists x (x \in a \wedge \phi[x, y])\}$. Используя указанное имя, схему преобразования запишем так:

$$\forall x \exists! y (\phi[x, y]) \rightarrow \forall a \forall c (c \in \{y : \exists x (x \in a \wedge \phi[x, y])\} \leftrightarrow \exists b (b \in a \wedge \phi[b, c]))$$

или

$$\forall x \exists! y (\phi[x, y]) \rightarrow \forall a (\{y : \exists x (x \in a \wedge \phi[x, y])\} = \{c : \exists b (b \in a \wedge \phi[b, c])\})$$

Схема преобразования равносильна счётной совокупности аксиом.

1. Связь между **схемой преобразования** и аксиомой пары выражается следующим высказыванием:

$$\forall a_1 \forall a_2 (a = \mathcal{P}(\mathcal{P}(\emptyset)) \wedge (\phi[b', y] \leftrightarrow (b' = \emptyset \rightarrow y = a_1) \wedge (b' \neq \emptyset \rightarrow y = a_2)) \rightarrow (\exists d \forall c (c \in d \leftrightarrow \exists b (b \in a \wedge \phi[b, c])) \rightarrow \exists c \forall b (b \in c \leftrightarrow b = a_1 \vee b = a_2))),$$

где $\mathcal{P}(\mathcal{P}(\emptyset))$ - булеан булеана пустой совокупности.

2. Связь между **схемой преобразования** и схемой выделения выражается следующим высказыванием:

$$\forall a (x \in \{b : b \in a \wedge \Phi[b]\} \wedge (\phi[b', y] \leftrightarrow (\Phi[b'] \rightarrow y = b') \wedge (\neg \Phi[b'] \rightarrow y = x)) \rightarrow (\exists d \forall c (c \in d \leftrightarrow \exists b (b \in a \wedge \phi[b, c])) \leftrightarrow \exists c \forall b (b \in c \leftrightarrow b \in a \wedge \Phi[b])))$$

4.5. Аксиомы об упорядоченности совокупностей

Следующие два высказывания определяют упорядоченность совокупностей, которые образованы из \emptyset и каждой ∞ с помощью

аксиом образования совокупностей. Образно говоря, высказывания об упорядоченности совокупностей образуют «сортировочный цех» теории образования понятий, тогда как высказывания об образовании совокупности образуют «производственный цех» этой теории.

Аксиома регулярности

Аксиомой регулярности (иначе **аксиомой фундирования**, **аксиомой основания**) будем называть следующее высказывание:

$$\forall a (a \neq \emptyset \rightarrow \exists b (b \in a \wedge a \cap b = \emptyset)),$$

где

$$a \cap b = \emptyset \Leftrightarrow \forall c (c \in b \rightarrow c \notin a)$$

Словесная формулировка:

В любом непустом семействе совокупностей a есть совокупность b , каждый элемент c которой не принадлежит данному семейству a .

Из аксиомы можно вывести два следствия: «Никакая совокупность не является элементом самой себя» и «Не существует бесконечной последовательности a_n , такой, что a_{i+1} — элемент a_i для всех i ».

Примеры

$$\begin{aligned} 1. a = \{x\} \Rightarrow a \neq \emptyset \Rightarrow \exists b (b \in \{x\} \wedge \forall c (c \in b \rightarrow c \notin \{x\})) \\ \Leftrightarrow \exists b (b \in \{x\} \wedge \forall c (c \in \{x\} \rightarrow c \notin b)) \Rightarrow \forall x (x \notin x) \\ \Leftrightarrow \forall a (a \notin a) \Leftrightarrow \forall a \forall b (a \in b \vee b \in a \rightarrow a \neq b) \end{aligned}$$

Сравните с высказываниями

$$\forall a (a = a) \text{ и } \forall a (a \neq a),$$

а также

$$\forall a \forall b (a < b \vee b < a \rightarrow a \neq b).$$

$$\begin{aligned} 2. a = \{x, y\} \Rightarrow a \neq \emptyset \Rightarrow \exists b (b \in \{x, y\} \wedge \forall c (c \in b \rightarrow c \notin \{x, y\})) \\ \Rightarrow \forall x \forall y (x \in y \rightarrow y \notin x) \\ \Leftrightarrow \forall a \forall b (a \in b \rightarrow b \notin a) \end{aligned}$$

Сравните с высказываниями

$$\forall a \forall b (a = b \rightarrow b = a)$$

и
 $\forall a \forall b (a < b \rightarrow b \not< a)$
 3. $a = \{x, y, z\} \Rightarrow a \neq \emptyset \Rightarrow \exists b (b \in \{x, y, z\} \wedge \forall c (c \in b \rightarrow c \notin \{x, y, z\}))$
 $\Rightarrow \forall a \forall b \forall c (a \in b \wedge b \in c \rightarrow c \notin a)$

Сравните $\forall a \forall b \forall c (a = b \wedge b = c \rightarrow c = a)$ с высказываниями

и
 $\forall a \forall b \forall c (a < b \wedge b < c \rightarrow c \not< a)$.

Аксиома выбора

Аксиомой выбора называется следующее высказывание:

Для всякого семейства X непустых совокупностей существует функция f , которая каждой совокупности семейства сопоставляет один из элементов этой совокупности. Функция f называется *функцией выбора* для заданного семейства.

На формальном языке:

$$\forall a (a \neq \emptyset \wedge \forall b (b \in a \rightarrow b \neq \emptyset) \wedge \forall b_1 \forall b_2 (b_1 \neq b_2 \wedge \{b_1, b_2\} \subseteq a \rightarrow b_1 \cap b_2 = \emptyset) \rightarrow \exists d \forall b (b \in a \rightarrow \exists c (b \cap d = \{c\})))$$

или

$$\forall X \left[\emptyset \notin X \Rightarrow \exists f : X \rightarrow \bigcup X \quad \forall A \in X (f(A) \in A) \right].$$

Если семейство совокупностей конечно, то утверждение аксиомы выбора является строго сформулированным. Для бесконечных семейств аксиома выбора является утверждением, независимым от остальных аксиом теории понятий.

«Аксиому выбора» можно сформулировать еще следующим образом: «Из любого семейства непустых попарно непересекающихся совокупностей можно выбрать „делегацию“, то есть такую совокупность d , в которой есть по одному элементу c от каждой совокупности b данного семейства a .»

Пример

Предположим, что семейство образовано из множества неотрицательных чётных чисел и множества неотрицательных нечётных чисел. В таком случае, выполнены все условия «аксиомы выбора», а именно:

$$1. \quad \{\{0, 2, 4, \dots\}, \{1, 3, 5, \dots\}\} \neq \emptyset,$$

$$2. \quad \{0, 2, 4, \dots\} \neq \emptyset \quad \wedge \quad \{1, 3, 5, \dots\} \neq \emptyset$$

$$3. \quad \{0, 2, 4, \dots\} \cap \{1, 3, 5, \dots\} = \emptyset.$$

Следовательно, можно образовать по меньшей мере одну «делегацию» в составе одного «делегата» (например, числа ноль) от множества $\{0, 2, 4, \dots\}$ и одного «делегата» (например, числа один) от множества $\{1, 3, 5, \dots\}$.

Действительно:

$$\{0, 2, 4, \dots\} \cap \{0, 1\} = \{0\}.$$

$$\{1, 3, 5, \dots\} \cap \{0, 1\} = \{1\}.$$

5. Методы математического моделирования процессов образования понятий

5.1. Матрицы и бинарные отношения как средства описания моделей понятий

Формально *матрицей* над множеством S называется отображение

$$M: N_p \times N_q \rightarrow S, \quad p, q \in N.$$

Образ понятия (i, j) будем обозначать через M_{ij} и изображать параметры признаков и свойств понятия массивом элементов из S , т.е.

$$M = \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} & \dots & M_{1q} \\ M_{21} & M_{22} & \dots & M_{2q} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ M_{p1} & M_{p2} & \dots & M_{pq} \end{bmatrix}.$$

Говорят, что эта матрица имеет p строк и q столбцов и имеет размер $p \times q$. Матрица размера $p \times q$ имеет $p \cdot q$ элементов. Когда $p=q$, матрицу называют *квадратной*. Множество всех матриц $p \times q$ над S обозначают через $\mathcal{M}(p, q, S)$. Множество $\mathcal{M}((p, p, S))$ будем обозначать через $\mathcal{M}(p, S)$. Рассмотрим бинарное отношение признаков (свойств) ρ между множествами A и B , где

$$A = \{a_1, a_2, \dots, a_p\}, \quad B = \{b_1, b_2, \dots, b_q\},$$

т.е. $|A|=p, |B|=q$.

Упорядочение элементов в этих множествах выбрано произвольно, однако, однажды выбранное, оно далее остается фиксированным. Пусть это отношение ρ определено посредством выбора пар параметров (a, b) , где $a \in A, b \in B$.

Рассмотрим матрицу M над $\{0, 1\}$, т.е. $M: N_p \times N_q \rightarrow \{0, 1\}$, и свяжем элементы M с отношением ρ биекцией

$$\varphi: \mathcal{P}(A \times B) \rightarrow \mathcal{M}(p, q, Z_2)$$

(φ отображает произвольное отношение между A и B в матрицу $p \times q$ над $\{0, 1\}$);

$$\varphi: \rho \rightarrow M,$$

причем

$$(\varphi(\rho))_{ij} = M_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{если } (a_i, b_j) \in \rho \\ 0, & \text{если } (a_i, b_j) \notin \rho. \end{cases}$$

В случае, когда необходимо подчеркнуть, что матрица M была получена из отношения ρ , мы будем обозначать ее через $M(\rho)$.

Пример 1. Возьмем случай $|A|=4, |B|=3$ и

$$\rho = \{(a_1, b_2), (a_1, b_3), (a_2, b_1), (a_3, b_1), (a_4, b_2)\}.$$

Тогда соответствующая матрица M имеет вид

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

Таким образом, мы имеем способ табулирования или кодирования отношения и можем закодировать (замоделировать) отношение посредством φ или декодировать (демоделировать) посредством φ^{-1} . Этот процесс является отображением (i, j) в $A \times B$ или M соответственно. Такое представление отображения в теории образования понятий более удобно, чем теоретико-множественный способ определения отношений, поскольку с ним можно обращаться **формальным образом**. Оно становится даже более пригодным для моделирования понятий, если наложить некоторую структуру понятия на множество, из которого получается матрица понятия. Возьмем опять $\{0, 1\}$ и определим на этом множестве логическое сложение

(или) и умножение (и). Тогда, если M и N — матрицы $p \times q$, соответствующие отношениям ρ и σ , то матрица Q , представляющая отношение τ , где

$$\tau = \{(a, b): (a, b) \in \rho \text{ или } (a, b) \in \sigma\},$$

определяется следующим образом: $Q_{ij} = (M_{ij} \text{ или } N_{ij}) = M_{ij} + N_{ij}$ (логическое сложение). Следовательно, имеет смысл называть Q суммой матриц M и N и писать

$$Q = M + N,$$

подразумевая, что Q , M и N имеют один и тот же размер и Q вычисляется по правилу покомпонентного сложения

$$Q_{ij} = M_{ij} + N_{ij}.$$

Это - пример использования коммутативной диаграммы, которая изображена на рис. 1, где производится операция на одном множестве с использованием операции на другом множестве посредством подходящего отображения φ .

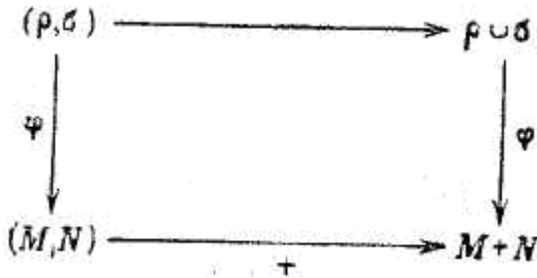


Рис. 1.

С этой диаграммой обычно связывается тождество

$$\varphi(\rho \cup \sigma) = \varphi(\rho) + \varphi(\sigma).$$

С помощью этого тождества можно дать более точное определение сложения матриц:

$$M + N = \varphi(\rho) + \varphi(\sigma) = \varphi(\rho \cup \sigma) = \varphi(\varphi^{-1}(M) \cup \varphi^{-1}(N)).$$

Пример 1. (продолжение). Пусть A и B те же, что и раньше, и пусть

$$\sigma = \{(a_1, b_1), (a_1, b_2), (a_2, b_1), (a_3, b_2)\}.$$

Тогда

$$N = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Дальше будет видно, что

$$\rho \cup \sigma = \{(a_1, b_1), (a_1, b_2), (a_1, b_3), (a_2, b_1), \\ (a_3, b_1), (a_3, b_2), (a_4, b_2)\}$$

и, что эквивалентно,

$$M + N = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

Более того, если мы возьмем множество $C = \{c_1, c_2, c_3, c_4, c_5\}$ и рассмотрим отображение π между B и C , определенное следующим образом:

$$\pi = \{(b_1, c_1), (b_1, c_5), (b_2, c_2), (b_3, c_4), (b_3, c_5)\},$$

то оно может быть представлено в виде матрицы P , где

$$P = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}.$$

Очевидно, что отношение $\pi \circ \rho$ между A и C корректно определено и, следовательно, будет отвечать матрице 4×5 . Обозначим эту матрицу через S . Как ее можно вычислить? Для этого надо вычислить S_{ij} для всех i, j , где $1 \leq i \leq 4$, $1 \leq j \leq 5$. В силу биекции $S_{ij} = 1$ тогда и только тогда, когда $(a_i, c_j) \in \pi \circ \rho$. Однако это так, если только существует некоторое $b \in B$ такое, что $(a_i, b) \in \rho$ и $(b, c_j) \in \pi$, т.е.

$$(a_i, c_j) \in \pi \circ \rho = (a_i, b_1) \in \rho \text{ и } (b_1, c_j) \in \pi \\ \text{или } (a_i, b_2) \in \rho \text{ и } (b_2, c_j) \in \pi, \\ \text{или } (a_i, b_3) \in \rho \text{ и } (b_3, c_j) \in \pi;$$

или же, что эквивалентно,

$$S_{ij} = M_{i1} * P_{1j} + M_{i2} * P_{2j} + M_{i3} * P_{3j} = \sum_{k=1}^3 M_{ik} * P_{kj}.$$

Матрица S , вычисленная по такому правилу, называется *произведением* M и P и обозначается через $M * P$ или просто MP .

Рассмотрим опять естественное (коммутативное) отношение между двумя рассматриваемыми операторами (рис. 2).

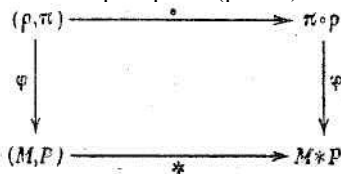


Рис. 2

Тогда

$$M * P = \varphi(\varphi^{-1}(P) \circ \varphi^{-1}(M)).$$

Замечание. Изменение порядка φ зависят от способа определения матрицы отношения; если (вместо этого) мы определим матрицу отношения следующим образом:

$$M_{ij} = 1 \text{ тогда и только тогда, когда } (a_i, b_j) \in \rho,$$

то изменения порядка не будет. Хотя с математической точки зрения было бы более желательно иметь один и тот же порядок, это нарушило бы сложившуюся практику.

Пример 1 (продолжение). Выполним вычисления, соответствующие определенным выше отношениям. Получаем

$$MP = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Если матрицы M и N имеют одинаковый размер, то их сумма существует и определяется формулой

$$(M + N)_{ij} = M_{ij} + N_{ij}$$

а если матрицы P и M согласованы (M имеет размерность $p \times q$, а P — размерность $q \times r$), то умножение матрицы M на P возможно и определяется следующим образом:

$$(MP)_{ij} = \sum_{k=1}^q M_{ik} * P_{kj}.$$

Хотя матрицы рассматриваются над (Z_2, \wedge, \vee) , мы используем символы $*$ и $+$ для того, чтобы иметь возможность обобщения введенных выше операций. С этого момента обозначения \wedge и \vee будут использоваться лишь в тех случаях, когда общие операции им неадекватны.

В заключительной части этого пункта ограничимся рассмотрением матриц, которые представляются отношениями на конечном множестве A , где $|A| = n$. Тогда все матрицы согласованы и их сумма и произведение всегда определены.

Из покомпонентного определение сложения следует, что сложение матриц коммутативно и существует нулевая $(n \times n)$ -матрица 0 : $0_{ij} = 0$ для всех i, j ; $1 \leq i, j \leq n$. С другой стороны, умножение матриц, вообще говоря, некоммутативно, однако существует единица, которая называется *единичной $(n \times n)$ -матрицей* и определяется следующим образом:

I : $I_{ij} = 1$, если $i = j$, и $I_{ij} = 0$, если $i \neq j$. Так, если X — матрица $n \times n$ и $Y = XI$, то

$$Y_{ij} = \sum_{p=1}^n X_{ip} * I_{pj} = \sum_{\substack{p=1 \\ (p \neq j)}}^n X_{ip} * I_{pj} + X_{ij} * I_{jj}$$

Так как все $I_{pj} = 0$, за исключением случая $p = j$, то в сумме все члены, исключая те, где $p = j$, равны нулю. Кроме того, $I_{jj} = 1$. Поэтому

$$Y_{ij} = X_{ij}, \text{ т.е. } Y = X.$$

Итак, $X = XI$. Аналогично $IX = X$; поэтому

$$IX = X = XI.$$

К сожалению, обратная по умножению матрица может не существовать; однако если она существует, то она единственная. Если матрица имеет обратную, то она называется обратной.

Пример 2. Не существует матрицы X такой, что

$$X \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = I.$$

Доказательство. Вычисление произведения дает

$$\begin{bmatrix} 0 & X_{12} \\ 0 & X_{22} \end{bmatrix}^*$$

Следовательно, какие бы значения компонент матрицы X не рассматривались, элемент $(1, 1)$ произведения никогда не будет равен 1, откуда и следует требуемый результат. Таким образом, множество квадратных матриц заданного размера с определенными на нем операциями умножения и сложения образует кольцо.

Используя далее связь между бинарными отношениями на множестве и матрицами над (Z_2, \wedge, \vee) , дадим следующие определения.

Транспонированной матрицей M называется матрица M^T такая, что

$$M_{ij}^T = M_{ji}$$

(поэтому, если M получена из отношения σ , то M^T может быть получена из отношения σ^{-1}); *транзитивное замыкание* M^+ и *рефлексивное замыкание* M^* (изоморфны соответственно σ^+ и σ^*) определяются следующим образом:

$$M^+ = \sum_{n=1}^{\infty} M^n, \quad M^* = \sum_{n=0}^{\infty} M^n,$$

где $M^0 = I$, $M^1 = M$ и $M^{n+1} = MM^n$ ($n \in \mathbb{N}$). (В некоторых случаях эти замыкания нельзя определить корректно (чтобы соответствующие ряды сходились), однако над (Z_2, \wedge, \vee) определение корректно, поскольку это — замкнутое полукольцо.)

В заключение заметим, что матрицы могут быть частично упорядочены путем поэлементного сравнения, а именно $M \leq N$ тогда и только тогда, когда $M_{ij} \leq N_{ij}$ для всех i, j .

Из данного определения следует, что $M \leq N$ тогда и только тогда, когда $M + N = N$, при условии что $+$ является операцией «максимум», подобной **или**.

5.2. Графы и сети Петри как средства описания процессов образования понятий

Среди большого числа понятий, которые образованы и исследуются в фундаментальных науках, одним из наиболее общих является понятие **дискретной динамической системы**. Примерами понятий дискретных систем могут служить электронно-вычислительные машины, их элементы и устройства, сети ЭВМ, программы и операционные системы, системы сбора и автоматической обработки цифровой информации, системы автоматического управления объектами и процессами, производственные системы дискретного характера, такие как сборочные линии и цеха, социально-экономические структуры и т.п.

Изучение признаков и свойств понятий и развитие методов их образования проводится с помощью различных математических моделей и методов в зависимости от класса понятий, степени детализации их структуры, признаков и свойств понятий, а также от характера исследуемых проблем. В ходе развития науки, техники и производства появляются новые виды понятий, их разнообразие и сложность постоянно растут. Чтобы успешно решать задачи анализа и синтеза все более сложных понятий, необходимо дальнейшее развитие и совершенствование математических методов их исследования.

Особую роль в теории дискретных информационных систем сыграло понятие автомата. Автомат является математической абстракцией системы (машины, устройства) переработки информации или процесса образования понятия. Автомат имеет конечное число входов, воспринимающих дискретную информацию о понятии, т.е. информацию о понятии, изображаемую конечным числом символов из некоторого алфавита, и конечное число выходов для выдачи информации о понятии. Процесс образования понятия осуществляется в дискретном времени, т.е. во времени, представленном в квантованной шкале. Процесс образования понятия может быть разбит на этапы, каждый из которых характеризуется некоторым состоянием,

в котором находится автомат, моделирующий понятие. Конечный автомат имеет конечное число состояний. Если автомат моделирует понятие структуры, то он может быть представлен как совокупность взаимодействующих автоматов, моделирующих подсистемы понятий (компоненты системы понятий). Моделирующие понятия автоматы, построенные из определенных компонентов по определенным правилам, можно представлять сетями, т.е. графами специального вида с дополнительной интерпретацией вершин и дуг. Понятие конечного автомата существенно связано с понятиями алгоритма и последовательной алгоритмической системы. Для последних характерен последовательный способ функционирования: система (автомат) последовательно переходит из состояния в состоянии в соответствии с заданной функцией перехода и осуществляет очередной (последовательный) шаг алгоритма.

По мере усложнения структур понятий все большее внимание привлекают "неалгоритмические" параллельные системы понятий с недетерминированным поведением, в которых отдельные компоненты функционируют, в основном, независимо, взаимодействуя друг с другом время от времени. Примером могут служить системы параллельного образования понятий. Системы с параллельно функционирующими и асинхронно (т.е. в произвольные моменты времени) взаимодействующими компонентами не описываются адекватно в терминах классической теории автоматов. Такие фундаментальные понятия, как состояние автомата (общее, глобальное текущее состояние системы) и глобальная функция перехода, не удобны для наглядной и экономной характеристики недетерминированной динамики поведения систем с локальными связями между независимыми параллельными процессами. В случае систем с параллелизмом и тогда, когда нас интересует не только и не столько функция, реализуемая понятием, а ее структурные характеристики и свойства, модель понятия должна быть структурно подобна самому понятию. Это означает, что модель понятия можно строить по частям, как и понятие. Глобальные функции понятий могут определяться на основе локальных, соответствующих компонентам, подсистемам понятий и подпроцессам образования понятий; связи и отношения между фрагментами модели понятия подобны связям и отношениям между фрагментами понятия. Наконец, немаловажным фактором является возможность представления моделей понятий в форме, удобной и эффективной для образования их с помощью ЭВМ. Среди многих существующих методов описания и анализа дискретных параллельных систем выделился подход, который основан на использовании сетевых моделей, восходящих к сетям специального

вида, предложенным Карлом Петри для моделирования асинхронных информационных потоков в системах преобразования данных. В рамках этого подхода рассматривались различные версии и модификации сетей Петри (под разными названиями). Независимо предполагались также формализмы, которые оказывались эквивалентными по своим свойствам и возможностям сетям Петри.

Систематическое изучение свойств сетей Петри и возможности применения их для решения прикладных задач, в основном — задач, связанных с моделями и средствами параллельной обработки информации, началось на рубеже 60-х и 70-х годов. Хотя к настоящему времени фронт работ существенно расширился, теория сетей Петри еще не известна широко. Сети Петри являются не только удобным и полезным инструментом для формулирования и решения проблем в области параллельных систем и процессов, но и источником постановки и решения новых научных задач, таких как образование моделей понятий, их исследование и образование новых понятий.

В теории сетей Петри нас интересуют три основных направления исследований:

— общая теория сетей, которая выделяет и формализует базовые понятия, изучает связь между различными классами сетей понятий и классами реальных систем понятий, обосновывает метод исследования сетей понятий, устанавливает связь аппарата сетей понятий с другими разделами математики;

— специальная теория сетей, которая изучает собственно сети Петри как математические объекты, их свойства, правила конструирования и преобразования;

— приложения сетей к конкретным задачам анализа и синтеза понятий.

Все три направления взаимосвязаны. Например, опыт применения сетей Петри к решению практических задач системотехники показывает, что поверхностный подход, состоящий в прямолинейной интерпретации понятий системных объектов и сущностей в терминах сетей, без правильного понимания математических особенностей сетевого аппарата не дает ожидаемого результата. Поэтому особое внимание уделяется изучению базовых понятий сетей Петри, их связи с математическим аппаратом теории понятий, теории информации, теории систем, теоретического программирования и т.п.

5.2.1. Основные понятия

Понятия состоят из разнообразных компонентов - признаков, различающихся физическими свойствами, функциональным

назначением, сложностью внутренней структуры. Для того чтобы выбрать адекватный математический аппарат, используемый для моделирования понятий, необходимо установить круг вопросов, которые должны решаться с помощью моделей понятий, и осуществить переход от физических сущностей к их абстракциям, сначала в форме некоторого (ограниченного) набора концептуальных понятий, затем — в точных математических терминах.

Следующие проблемы могут служить примерами тех задач, которые часто возникают при образовании и исследовании понятий: выполняет ли понятие те функции, для которых оно предназначено; функционирует ли оно эффективно, т.е. позволяет ли достоверно и однозначно толковать свое содержание; могут ли в нем возникнуть ошибки и неоднозначное его толкование; имеются ли в нем потенциально узкие места; можно ли упростить понятие или заменить его отдельные компоненты на более совершенные, не нарушая его общего функционирования; можно ли из данных понятий образовать более сложное, отвечающее заданным требованиям, и т.д. Эти задачи носят в основном "качественный", а не количественный характер.

В этом разделе описаны основные принципы сетевого подхода к моделированию понятий и вводятся базовые понятия теории сетей Петри.

5.2.1.1. Процессные понятия, системы и сети понятий

Первый шаг на пути к построению модели понятия как дискретной системы, в частности, процессного понятия, — это абстрагирование от конкретных физических и функциональных особенностей его компонентов. Далее мы будем рассматривать процессные понятия. Компоненты процессных понятия и их взаимодействия представляются абстрактными реализациями - *событиями*, каковыми могут быть, например, исполнение оператора программы, переход триггера из состояния в состояние, прерывание в операционной системе, операция станка или конвейерной линии, завершение этапа процесса образования понятия и т.п.

Событие может произойти (реализоваться) один раз, повториться многократно, порождая конкретные *действия* (реализации события), или не произойти ни разу. Совокупность действий, возникающих как реализации событий при функционировании понятия, образует *процесс*, порождаемый этим понятием. В общем случае одно и то же понятие может функционировать в одних и тех же условиях по-разному, порождая некоторое множество процессов, т.е. функционировать недетерминированно.

Реальное понятие функционирует во времени, события происходят в некоторые моменты времени и длятся некоторое время. В синхронных моделях понятий события явно привязаны к определенным моментам или интервалам времени, в которые происходит одновременное изменение состояний всех компонентов понятия, трактуемое как изменение общего состояния понятия. Смена состояний происходит последовательно. Этот подход к моделированию сложных понятий имеет ряд недостатков.

Во-первых, в сложном понятии приходится учитывать состояние всех компонентов понятия при каждой смене его общего состояния, что делает модель понятия громоздкой, особенно в тех случаях, когда локальные изменения касаются небольшого фрагмента понятия.

Во-вторых, при таком подходе исчезает информация о причинно-следственных связях между событиями в понятии. Например, если два события при функционировании понятия произошли одновременно, то мы не знаем, произошло ли это случайно или в этом факте скрыт какой-то функциональный смысл. Такие понятия, как конфликты между компонентами понятия (из-за ресурсов) или ожидание одним из компонентов результатов функционирования других компонентов, трудно выражаются в терминах смены состояний понятия.

В-третьих, в так называемых асинхронных понятиях события могут происходить внутри неопределенно больших интервалов времени, заранее трудно или нельзя указать более точно время их начала, конца и длительность.

Выходом может служить отказ от введения в модели понятий времени и тактированных последовательностей изменений состояний, а замена их — **причинно-следственными связями между событиями (понятиями)**. Модели такого типа процессных понятий (в том числе сети Петри) будем называть *асинхронными*. (Если возникает необходимость осуществить привязку ко времени, то моменты или интервалы времени представляют как события. Таким образом, существенно синхронные понятия могут описываться в терминах асинхронных моделей понятий.) **Замена временных связей причинно-следственными дает возможность более наглядно описать структурные особенности функционирования понятий.**

Отказ от времени приводит к тому, что события в асинхронной модели понятия рассматриваются или как элементарные (неделимые, "мгновенные"), или как составные, имеющие некоторую внутреннюю структуру, образованную из "подсобытий". При неформальном описании функционирования асинхронных моделей понятий, в частности, сетей Петри, мы будем привлекать временные отношения (раньше, позже, не одновременно и т.п.), когда это удобно или

привычно, но они представляют собой лишь результаты причинно-следственных отношений.

Взаимодействие событий в сложных асинхронных понятиях имеет, как правило, сложную динамическую структуру. Эти взаимодействия описываются более просто, если указывать не непосредственные связи между событиями, а те ситуации, при которых данное событие может реализоваться. При этом глобальные ситуации в процессном понятии формируются с помощью локальных операций, называемых *условиями реализации событий*.

Условие имеет емкость: условие не выполнено (емкость равна 0), условие выполнено (емкость равна 1), условие выполнено с n -кратным запасом (емкость равна n , где n — целое положительное число). Условие соответствует таким ситуациям в моделируемом понятии, как наличие данного для операции в программе, состояние некоторого регистра в устройстве ЭВМ, наличие деталей на конвейере и т.п. Определенные сочетания условий разрешают реализоваться некоторому событию (предусловия события), а реализация события изменяет некоторые условия (постусловия события), т.е. события взаимодействуют с условиями, а условия — с событиями.

Таким образом, предполагается, что для решения указанных в начале раздела задач достаточно представлять понятия как структуры, образованные из элементов (признаков) двух типов — событий и условий.

В сетях Петри события и условия представлены абстрактными символами из двух непересекающихся алфавитов, называемых соответственно множеством *переходов* и множеством *мест*. В графическом представлении сетей переходы изображаются "барьерами", а места — кружками (рис. 1, 2 и 3).

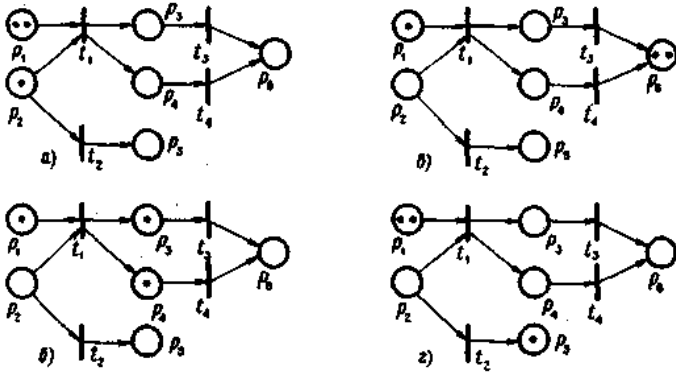


Рис. 1.

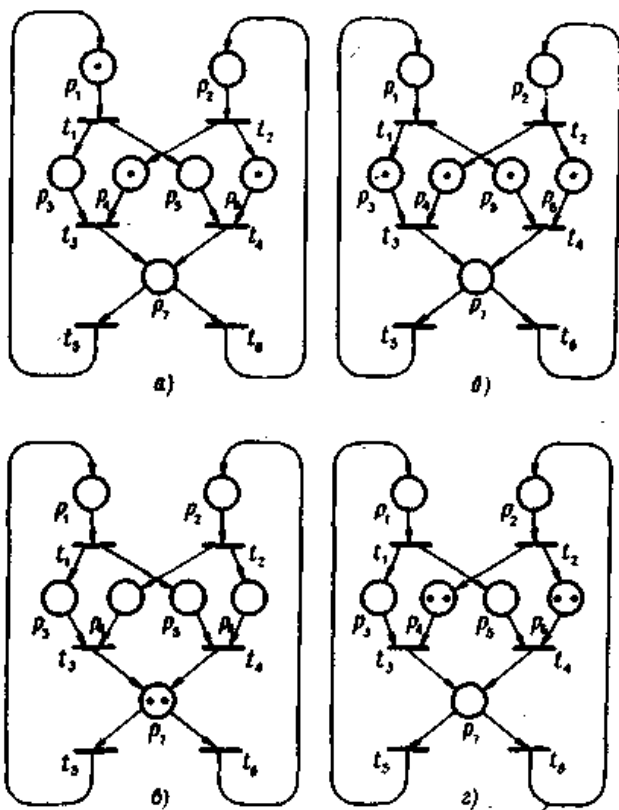


Рис. 2

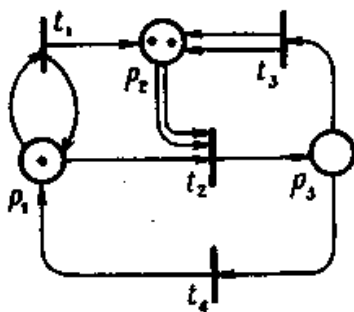


Рис. 3

Условия-места и события-переходы связаны отношением непосредственной зависимости (непосредственной причинно-следственной связи), которое изображается с помощью направленных дуг, ведущих из мест в переходы и из переходов в места. Места, из которых ведут дуги на данный переход, называются его *входными* местами. Места, на которые ведут дуги из данного перехода, называются его *выходными* местами. В сети на рис. 1,а места p_1 и p_2 являются входными для перехода t_1 , а места p_3 и p_4 — выходными. В этом примере событие-переход t_1 непосредственно зависит от условий-мест p_1 и p_2 , а места p_3 и p_4 непосредственно зависят от t_1 . В этой же сети место p_2 является входным одновременно для двух переходов t_1 и t_2 , место p_6 является выходным одновременно для двух переходов t_3 и t_4 .

Выполнение условия изображается *разметкой* соответствующего места, а именно помещением числа n или n фишек (маркеров) в это место, где $n > 0$ - емкость условия:

p ○ — условие p не выполнено,

p ⊙ - условие p выполнено,

p ⊕ — условие p имеет емкость 3,

p ⊕₅ - условие p имеет емкость 5.

Динамика поведения моделируемого понятия находит свое отражение в функционировании сети Петри. Неформально функционирование сети можно представить как совокупность локальных действий, которые называются *срабатываниями* переходов. Они соответствуют реализациям событий и приводят к изменению разметки мест, т.е. к локальному изменению условий в понятии.

Переход может сработать, если выполнены все условия реализации соответствующего события. Например, для так называемых ординарных сетей Петри (частный случай принятой версии сетей Петри) все входные места перехода должны содержать хотя бы по одной фишке.

Срабатывание перехода - неделимое действие, изменяющее разметку его входных и выходных мест следующим образом: из каждого входного места изымается по одной фишке, а в каждое выходное место добавляется по одной фишке. Тем самым реализация события, изображаемого переходом, изменяет состояние (емкость) непосредственно связанных с ним условий так, что емкость предусловий, вызвавших реализацию этого события, уменьшается, а емкость постусловий, на которые оно влияет, увеличивается. Переход t_1 на рис.1, а может сработать, так как оба его входных места p_1 и p_2 содержат фишки, а после срабатывания t_1 разметка его входных и выходных мест изменяется так, как показано на рис. 1, б.

Если два (и более) перехода могут сработать и они не имеют общих входных мест, то их срабатывания являются независимыми

действиями, осуществляемыми в любой последовательности или параллельно.

Если несколько переходов могут сработать и имеют общее входное место (как переходы t_1 и t_2 на рис. 1, *a*), то срабатывает только один, любой из них. При этом может оказаться, что, сработав, этот переход лишит возможности сработать другие переходы (рис. 1, *б* и *з*). Таким способом в сети моделируется конфликт между событиями, когда реализация одного события может исключить возможность реализации других. В сети никак не указывается, каким образом конфликт следует фактически разрешить. Считается, что решение о том, какое из конфликтующих событий следует реализовать, принимается вне формализма сети, т.е. поведение сети носит недоопределенный недетерминированный характер. Аналогичный конфликт возникает в том случае, когда несколько переходов могут сработать и они имеют общие выходные места, как переходы t_3 и t_4 (рис. 1, *б* и *в*).

В процессе функционирования сети понятий происходит смена разметок мест как результат срабатывания ее переходов. Сеть останавливается, если ни один из ее переходов не может сработать (рис. 1, *в* и *з*).

На рис. 2, *a* показан еще один пример сети Петри с некоторой начальной разметкой мест, при которой может сработать только переход t_1 , так как его единственное входное место p_1 содержит фишку. Переходы t_2 , t_5 и t_6 имеют по одному входному месту, не содержащему фишки, поэтому они не могут сработать. Переходы t_3 и t_4 имеют по два входных места. Это означает, что общее условие реализации события, представленного переходом t_3 или t_4 , является конъюнкцией из двух условий. Для каждого из переходов-событий выполнено лишь одно условие, поэтому ни t_3 , ни t_4 не могут сработать.

В результате срабатывания перехода t_1 место p_1 лишится фишки, а места p_3 и p_5 получат по одной фишке (рис. 2, *б*). Изменилась разметка сети и при новой разметке могут сработать два перехода - t_3 и t_4 . Срабатывание любого из них помещает фишку в место p_7 , после чего возможно срабатывание переходов t_5 и t_6 . При этом, если срабатывают оба перехода t_3 и t_4 до того, как сработают t_5 и t_6 , то место p_7 будет содержать две фишки (рис. 2, *в*), в противном случае - одну. Место p_7 - общее входное место для переходов t_5 и t_6 . Если p_7 содержит одну фишку, то сможет сработать только один из переходов t_5 или t_6 , так как сработавший переход заберет единственную фишку. Если же p_7 содержит две фишки, то возможны различные продолжения работы сети понятий:

- (1) работает переход t_5 , затем - переход t_6 ;
- (2) работает переход t_6 , затем — переход t_5 ;

(3) дважды сработает t_5 , а t_6 не может реализовать возможность срабатывания;

(4) дважды сработает t_6 , а t_5 не сможет сработать ни разу.

В первых двух случаях места p_1 и p_2 получают по фишке, в последних двух случаях одно из мест p_1 или p_2 будет содержать две фишки, а второе не будет иметь фишек. Если p_1 и p_2 содержат по фишке, то срабатывание переходов t_1 и t_2 приведет к разметке, которая уже возникла ранее в процессе функционирования сети понятий (рис. 2, б), и последующая работа сети будет повторять описанную выше. Если же одно место содержит две фишки (например, p_2), то сработать может (дважды) только один переход (в данном случае t_2), после чего каждый из переходов t_3 и t_4 имеет в одном входном месте две фишки, а в другом - ни одной (рис. 2, в). Возникает разметка, при которой ни один из переходов сети не может сработать, и сеть Петри останавливается.

Анализ работы сети Петри, показанный на рис. 2, позволяет сделать некоторые выводы о функционировании моделируемой сетью понятия (это может быть, например, понятие фрагмента операционной системы, состоящей из параллельных циклических процессов, взаимодействующих друг с другом). В частности, можно отметить, что понятие способно функционировать циклически как угодно долго, но может и остановиться в "тупиковой" ситуации, показанной на рис. 2, в. Таким образом, сети Петри формализуют понятия абстрактной асинхронной системы - динамической структуры из понятийных событий и условий. Общую теорию сетей Петри можно рассматривать как один из способов сетевого моделирования систем понятий. Вводятся более общие сетевые модели понятий. Их единую основу образуют понятия неинтерпретированной ориентированной сети из условий и событий, которая описывает только статическое строение системы понятий (формальное определение сети дано в 5.2.1.2). Самой общей в спектре динамических сетевых моделей понятий является, по-видимому, условно-событийная система понятий, которая представляет собой сеть понятий, дополненную правилами изменений условий в результате реализации событий. Сеть Петри можно считать конкретизацией условно-событийных понятий.

Если сеть Петри описывает функциональную схему моделируемого понятия, то работа сети моделирует процесс, происходящий при функционировании понятия или при его образовании. Поскольку процесс протекает во времени, для его изучения нужно зафиксировать его в форме некоторой "истории процесса", которую обычно отождествляют с самим процессом. Недетерминированный характер функционирования асинхронной системы понятий и соответствующей сети Петри приводит к тому, что система может породить не един-

ственный процесс, а множество возможных процессов. Кроме того, процессы, порождаемые такими системами, являются параллельными. Возникает вопрос, каким образом формализовать понятие параллельного процесса, в какой системе понятий возможно удобно и полно описывать параллельные процессы (а также множества параллельных процессов) и изучать их. Другими словами, возникает необходимость в разработке моделей параллельных понятийных процессов. Поскольку параллельный процесс можно рассматривать как дискретную динамическую систему, то в этом случае можно использовать сетевую модель, которая является частным случаем условно-событийной системы. Модели понятий такого типа будем называть реализационными сетями, или сетями-процессами. Они представляют собой сети понятий, в общем случае бесконечные, с дополнительными ограничениями на структуру связей между условиями и событиями и на начальную разметку условий.

Возможность описывать модели понятий и процессы их образования в рамках одного и того же формализма сетей позволяет не только унифицировать математический аппарат теории понятий и процессов их образования, но и более наглядно выявлять связи между функциональными и операционными свойствами понятий.

5.2.1.2. Формальное определение сети Петри

Зафиксируем основные математические обозначения, которые будем использовать в формальных определениях при образовании понятий.

$\{a, b, \dots, c\}$ — множество, состоящее из элементов a, b, \dots, c ;

(a, b, \dots, c) — упорядоченное множество (набор), состоящее из элементов a, b, \dots, c ;

$\{x/A(x)\}$ — множество значений переменной x , удовлетворяющих условию $A(x)$;

$x, \dots, y \in X$ — элементы x, \dots, y принадлежат множеству X ;

$X, \dots, Y \subseteq Z$ — множества X, \dots, Y являются частью (подмножествами) множества Z ;

$\notin, \not\subseteq$ — отрицание отношений \in и \subseteq ;

$|X|$ — мощность (число элементов) множества X ;

\emptyset — пустое множество;

\cup, \cap, \setminus — теоретико-множественные операции объединения, пересечения и разности множеств;

$A_1 \times \dots \times A_n$ — декартово произведение множеств A_1, \dots, A_n ;

$$A^n = \underbrace{A \times \dots \times A}_n, n \geq 2;$$

\mathbf{N} - множество всех натуральных чисел (включая 0);

$\vee, \wedge, \neg, \Rightarrow$ - логические операции дизъюнкции, конъюнкции, отрицания и импликации;

$A \Leftrightarrow B$ — A истинно тогда и только тогда, когда истинно B ;

\exists, \forall — кванторы существования и всеобщности (например, $\forall x \in X$,

$\exists y \in Y: A(x, y)$ — для любого x , принадлежащего X , существует y , принадлежащее Y , такое, что истинно условие $A(x, y)$).

Пусть X, Y — множества, $R \in X \times X$ — бинарное отношение на X , и $x, y \in X$.

xRy — x и y находятся в отношении R ;

R^{-1} — обращение отношения R , т.е. $yR^{-1}x$, если и только если xRy ;

\bar{R} - дополнение отношения R , т.е. $\bar{R} = \{X \times X\} \setminus R$;

$R \circ S$ - суперпозиция отношений R и S , т.е.

$$R \circ S = \{(x, y) / \exists z \in X: xRz \wedge zSy\};$$

$$R^n = \underbrace{R \circ \dots \circ R}_n, n \geq 2;$$

$$R^+ = \bigcup_{n=0}^{\infty} R^n, \text{ где } n \in \mathbf{N}, \text{ — транзитивное замыкание отношения } R.$$

Для функции f запись $f: X \rightarrow Y$ указывает область определения функции X и область ее значений Y .

Конечное множество символов $A = \{a, b, \dots, c\}$ образует алфавит. Словом в алфавите A называется некоторая последовательность выписанных подряд символов из алфавита A (например, $abbacb$). Конкатенацией двух слов α и β в алфавите A называется слово $\alpha\beta$, т.е. слово, полученное выписыванием подряд слов α и β (слова α и β являются в этом случае подсловами слова $\alpha\beta$). Через A^* обозначим множество всех слов в алфавите A , через λ — пустое слово, т.е. слово, не содержащее ни одного символа. Через a^n и α^n , где a — символ, α — слово или подслово, обозначают слова (подслова) $aa\dots a$ и $\underbrace{\alpha\alpha\dots\alpha}_n$.

Если слово представляет собой конкатенацию $\beta\gamma$, то β называют префиксом, а γ — суффиксом слова $\beta\gamma$. Если A и B — алфавиты такие, что $A \supseteq B$, то слово β в алфавите B , полученное вычеркиванием из слова α в алфавите A всех символов из $A \setminus B$, будем называть проекцией слова α в алфавите A на алфавит B .

Через $\mathbf{N}_\omega = \mathbf{N} \cup \{\omega\}$ обозначим расширенное множество натуральных чисел, где ω — элемент, удовлетворяющий для любого $n \in \mathbf{N}$ следующим свойствам:

- 1) $\omega > n$,
- 2) $n + \omega = \omega + n = \omega + \omega = \omega$ — $n = \omega$ — $\omega = \omega$,
- 3) $\omega \cdot n = n \cdot \omega = \omega$,
- 4) $0 \cdot \omega = \omega \cdot 0 = 0$.

Пусть $K = (k_1, \dots, k_r)$, $L = (l_1, \dots, l_r) \in \mathbf{N}^r$ - векторы из r чисел. Арифметические операции распространим на векторы, считая их покомпонентными операциями. Например, $K + L = (k_1 + l_1, \dots, k_r + l_r)$. Отношения же переопределим для векторов как глобальные отношения, с использованием кванторов существования и всеобщности. Например,

$$(K \leq L) = \begin{cases} \text{истина, если } \forall i, 1 \leq i \leq r: k_i \leq l_i, \\ \text{ложь в противном случае,} \end{cases}$$

$$(K = L) = \begin{cases} \text{истина, если } \forall i, 1 \leq i \leq r: k_i = l_i, \\ \text{ложь в противном случае,} \end{cases}$$

$$(K < L) = \begin{cases} \text{истина, если } (\forall i, 1 \leq i \leq r: k_i \leq l_i) \wedge (\exists i, 1 \leq i \leq r: k_i < l_i), \\ \text{ложь в противном случае,} \end{cases}$$

Сетью будем называть тройку (P, T, F) где

P — непустое множество элементов сети, называемых *местами*,

T — непустое множество элементов сети, называемых *переходами*,

$F \subseteq P \times T \cup T \times P$ — отношение *инцидентности*, и для (P, T, F) выполнены следующие условия:

A1) $P \cap T = \emptyset$ (множества мест и переходов не пересекаются);

A2) $(F \neq \emptyset) \wedge (\forall x \in P \cup T, \exists y \in P \cup T: xFy \vee yFx)$ (т.е. любой элемент сети инцидентен хотя бы одному элементу другого типа);

A3) если для произвольного элемента сети $x \in X$ обозначить через \dot{x} множество его *входных элементов* $\{y \mid yFx\}$, а через $\overset{\cdot}{x}$ — множество его *выходных элементов* $\{y \mid xFy\}$, то

$$\forall p_1, p_2 \in P: (\overset{\cdot}{p_1} = \overset{\cdot}{p_2}) \wedge (p_1 = \overset{\cdot}{p_2}) \Rightarrow (p_1 = p_2),$$

(т.е. сеть не содержит пары мест, которые инцидентны одному и тому же множеству переходов).

Графическим представлением сети служит двудольный ориентированный граф (в общем случае бесконечный) с двумя типами вершин; вершины-места изображаются кружочками, вершины-переходы - барьерами (а также прямоугольниками или квадратами, если переходы являются неэлементарными объектами). Из вершины x в вершину y ведет дуга, если и только если xFu .

На основе понятия сети, которая описывает только статическую топологию моделируемого процесса или объекта (объектной системы), вводятся динамические сетевые структуры, в которых местам приписываются специальные разметки, моделирующие выполнение условия, и с сетью связывается понятие ее функционирования, изменяющего эти разметки (условия) в результате, так называемых *срабатываний переходов*. К таким динамическим сетям относятся сети Петри, их различные варианты, обобщения и частные случаи.

Сеть Петри - это набор $N = (P, T, F, W, M_0)$, где (P, T, F) - конечная сеть (множество $X = P \cup T$ конечно), а $W: F \rightarrow \mathbf{N} \setminus \{0\}$ и $M_0: P \rightarrow \mathbf{N}$ - две функции, называемые соответственно *кратностью дуг* и *начальной разметкой*. Первая сопоставляет каждой дуге число $n > 0$ (кратность дуги). Если $n > 1$, то в графическом представлении сети число n выписывается рядом с короткой чертой, пересекающей дугу. Часто такая дуга будет также заменяться пучком из n дуг, соединяющих соответствующие элементы сети. Условимся никак не отмечать кратность дуг, равную 1. Такую сеть будем называть *ординарной*. Вторая функция сопоставляет каждому месту $p \in P$ некоторое число $M_0(p) \in \mathbf{N}$ (разметка места). В графическом представлении сети разметка места p изображается помещением в вершину-кружок числа $M_0(p)$ или, если это число невелико, соответствующего числа точек (фишек).

Функционирование сети Петри описывается формально с помощью множества последовательностей срабатываний и множества достижимых в сети разметок. Эти понятия определяются через правила срабатывания переходов сети.

Разметка сети N — это функция $M: P \rightarrow \mathbf{N}$. Если предположить, что все места сети N строго упорядочены каким-либо образом, т.е. $P = (p_1, \dots, p_n)$, то разметку M сети (в том числе начальную разметку) можно задать как вектор чисел $M = (m_1, \dots, m_n)$ такой, что для любого i , $1 \leq i \leq n$, $m_i = M(p_i)$. Если $P' = \{p_{i_1}, \dots, p_{i_k}\}$ — подмножество мест из P , то условимся через $M(P')$ обозначать множество разметок $\{M(p_{i_1}), \dots, M(p_{i_k})\}$.

Если P' представить как вектор $P' = \{p_{i_1}, \dots, p_{i_k}\}$, то $M(P')$ обозначает вектор из множества \mathbf{N}^k , называемый *проекцией* разметки M на P' . На основе отношения инцидентности F и функции кратности дуг W можно ввести *функцию инцидентности* $F: P \times T \cup T \times P \rightarrow \mathbf{N}$, которая определяется как

$$F(x, y) = \begin{cases} n, & \text{если } xFy \wedge (W(x, y) = n), \\ 0, & \text{если } \neg(xFy). \end{cases}$$

Если места сети упорядочены, то можно каждому переходу t сопоставить два целочисленных вектора $\dot{F}(f)$ и $\dot{F}(t)$ длиной n , где $n = |P|$:

$$\dot{F}(t) = (b_1 \dots b_n), \quad \text{где } b_i = F(p_i, t).$$

$$\dot{F}(t) = (b_1 \dots b_n), \quad \text{где } b_i = F(t, p_i).$$

Переход t *может сработать* при некоторой разметке M сети N , если

$\forall p \in \dot{t}: M(p) \geq F(p, t)$, т.е. каждое входное место p перехода t имеет разметку, не меньшую, чем кратность дуги, соединяющей p и t . Это условие можно переписать в векторной форме следующим образом:

$$M \geq \dot{F}(t).$$

Для ординарной сети Петри условие срабатывания перехода означает, что любое входное место этого перехода содержит хотя бы одну фишку, т.е. имеет ненулевую разметку.

Срабатывание перехода t при разметке M порождает разметку M' по следующему правилу:

$$\forall p \in P: M'(p) = M(p) - F(p, t) + F(t, p),$$

т.е.

$$M' = M - \dot{F}(t) + \dot{F}(t).$$

Таким образом, срабатывание перехода t изменяет разметку так, что разметка каждого его входного места p уменьшается на $F(p, t)$, т.е. на кратность дуги, соединяющей p и t , а разметка каждого его выходного места увеличивается на $F(t, p)$, т.е. на кратность дуги, соединяющей t и p .

На множестве разметок можно ввести отношение $[>$ непосредственного следования разметок:

$$M [> M' \Leftrightarrow \exists t \in T: (M \geq \dot{F}(t)) \wedge (M' = M - \dot{F}(t) + \dot{F}(t)).$$

Будем использовать уточняющее обозначение $M[t > M'$, если M' непосредственно следует после M в результате срабатывания перехода t . Говорят, что разметка M' достижима от разметки M , если существует последовательность разметок M, M_1, M_2, \dots, M' и слово $\tau = t_1 t_2 \dots t_k$ в алфавите T такие, что

$$M[t_1 > M_1 [t_2 > M_2 \dots [t_k > M'.$$

Слово τ в этом случае называется последовательностью срабатываний, ведущих от M к M' . Обобщим отношения непосредственного следования до отношения " M достижима от M' ", используя обозначение $M[> M'$ или $M[\tau > M'$, если уточняется последовательность срабатываний. (Последовательность τ может быть пустой, т.е. M достижима от M .)

Множество $\{M' / M[> M'\}$ разметок, достижимых в сети N от разметки M , обозначим через $R(N, M)$. Множество $R(N) = R(N, M_0)$, т.е. множество всех разметок, достижимых в N от начальной разметки M_0 , называют *множеством достижимых разметок* сети N . (Заметим, что $M \in R(N, M)$ и $M_0 \in R(N)$.)

Множеством последовательностей срабатываний сети N , или *свободным языком* сети N , называется множество

$$L(N) = \{\tau \in T^* \mid \exists M \in R(N): M_0[\tau > M\},$$

т.е. множество всех последовательностей срабатываний, ведущих от M_0 к каждой достижимой в N разметке.

На рис. 3 изображена сеть Петри, на примере которой, поясним данные выше определения. В этой сети $P = (p_1, p_2, p_3)$, $T = \{t_1, t_2, t_3, t_4\}$. Функция инцидентности F задается с помощью следующих двух таблиц, в которых на пересечении строки x и столбца y стоит число $F(x, y)$:

| | p_1 | p_2 | p_3 |
|-------|-------|-------|-------|
| t_1 | 1 | 1 | 0 |
| t_2 | 0 | 0 | 1 |
| t_3 | 0 | 2 | 0 |
| t_4 | 1 | 0 | 0 |

| | t_1 | t_2 | t_3 | t_4 |
|-------|-------|-------|-------|-------|
| p_1 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| p_2 | 0 | 2 | 0 | 0 |
| p_3 | 0 | 0 | 1 | 1 |

Начальная разметка M_0 задается следующим образом: $M_0(p_1) = 1$, $M_0(p_2) = 2$, $M_0(p_3) = 0$ или, в векторной форме: $M_0 = (1, 2, 0)$.

При разметке M_0 могут работать переходы t_1 и t_2 , так как

$$M_0 = (1, 2, 0) \geq F(t_1) = (1, 0, 0), M_0 \geq F(t_2) = (1, 2, 0).$$

Переходы t_3 и t_4 не могут работать, так как

$$M_0 \not\geq F(t_3) = (0, 0, 1), M_0 \not\geq F(t_4) = (0, 0, 1).$$

В результате срабатывания перехода t_1 разметка M_0 сменяется на разметку $(1, 3, 0)$, а в результате срабатывания перехода t_2 разметка M_0

сменяется на разметку (0,0,1). Обе новые разметки непосредственно следуют после M_0 в рассматриваемой сети. Можно представить возможные изменения разметок сети N , происходящие в результате срабатывания ее переходов, в виде *графа разметок* — ориентированного графа, множество вершин которого образовано множеством $R(N)$ достижимых в N разметок. Из вершины M в вершину M' ведет дуга, помеченная символом перехода t , если и только если $M[t > M'$. На рис. 4 показан начальный фрагмент графа разметок сети на рис. 3.

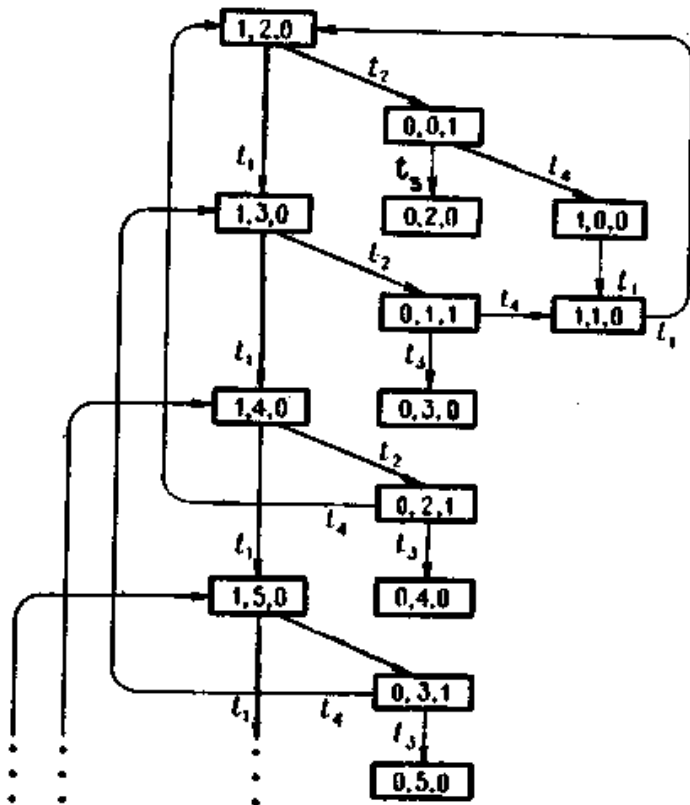


Рис.4

Этот граф бесконечен, так как множество $R(N)$ достижимых разметок бесконечно для рассматриваемой сети.

Разметка $M \in R(N)$ называется *тупиковой*, если в сети N не существует ни одного перехода, который может сработать при этой разметке. Для рассматриваемой сети тупиковыми являются разметки

$$(0, 2, 0), (0, 3, 0), (0, 4, 0), \dots, (0, n, 0), \dots$$

Легко видеть, что если выделить путь по дугам графа разметок, начинающийся в вершине M и заканчивающийся в вершине M' , и выписать подряд все встречающиеся символы переходов, то полученное слово образует последовательность срабатываний, ведущих от M к M' . Множество всех слов, полученных выписыванием символов переходов вдоль путей, начинающихся в M_0 , образует множество последовательностей срабатываний сети, или ее свободный язык. Так, язык рассматриваемой сети включает слова $\{\lambda, t_1, t_2, t_1t_1, t_1t_2, t_2t_3, t_2t_4, t_1t_1t_1, t_1t_1t_2, t_1t_2t_3, t_1t_2t_4, t_2t_4t_1, t_1t_1t_1t_1, t_1t_1t_2t_3, t_1t_1t_2t_4, t_1t_2t_4t_1, \dots\}$. Следующая теорема характеризует эффект увеличения начальной разметки в сети.

Теорема 1. Пусть $N = (P, T, F, W, M_0)$, $N' = (P, T, F, W, M_0 + K)$.

где $K \in \mathbb{N}^{|P|}$. Тогда

- а) $M \in R(N) \Rightarrow (M + K) \in R(N')$;
- б) $L(N) \subseteq L(N')$;
- в) $M_1[\tau > M_2 \Rightarrow (M_1 + K) [\tau > (M_2 + K)$.

5.2.2 Свойства предметов, отображаемых сетями Петри и их анализ

Для постановок задач анализа свойств предметов, отображаемых сетями Петри, прежде всего необходимо указать и формально определить те свойства предметов, отображаемых сетями, которые целесообразно анализировать. Естественно, что при выборе таких свойств главную роль играет ориентация на задачи образования понятий, возникающие при исследовании моделируемых сетями понятий. Когда такие свойства выделены, ставится вопрос о возможности их автоматического использования в произвольных сетях Петри или в некоторых частных случаях сетей. Наконец, третий этап исследований состоит в нахождении оптимальных алгоритмов использования тех свойств предметов, отображаемых сетями, которые возможно использовать при образовании понятий.

5.2.2.1. Основные свойства сетей Петри

Первое из рассматриваемых ниже свойств сетей Петри связано с ограниченной емкостью реальных условий реализаций событий в процессе образования понятий. Действительно, из определения правил срабатывания переходов сети следует, что для реализации события, моделируемого некоторым переходом, достаточно, чтобы каждое его входное место-условие содержало некоторое конечное число фишек, равное кратности дуги, соединяющей его с переходом. Однако при работе сети Петри общего вида некоторые ее места могут накапливать неограниченное число фишек (например, место p_2 в сети на рис. 3). Если интерпретировать места как накопители (буферы) данных, сигналов или деталей в моделируемых процессах образования понятий, то естественно потребовать, что при любом варианте функционирования этих понятий не происходило бы переполнение накопителей, которые в реальных ситуациях имеют конечную, фиксированную емкость. Следующие понятия формализуют такие требования.

Место p в сети Петри $N = (P, T, F, W, M_0)$ называется *ограниченным*, если существует число n такое, что для любой достижимой в сети разметки M справедливо неравенство $M(p) \leq n$. Сеть N называется *ограниченной сетью*, если любое ее место ограничено. Ясно, что множество достижимых разметок $R(N)$ конечно, если и только если N — ограниченная сеть. В сети - на рис. 3 места p_1 и p_3 ограничены, так как каждое из них может содержать не более одной фишки. В то же время место p_2 не ограничено, и поэтому эта сеть не является ограниченной. Сеть на рис. 2 ограничена: любое место в ней не может содержать более 2 фишек. Место p называется *безопасным*, если

$\forall M \in R(N): M(p) \leq 1$; соответственно *сеть безопасна*, если все ее места безопасны. Любая достижимая в безопасной сети разметка представляет собой вектор из 0 и 1. Сети на рис. 2 и 3 не являются безопасными. Ограниченность и безопасность характеризуют емкость условий: в дискретной информационно-понятийной системе, моделируемой соответствующими сетями, можно ограничить емкость накопителей, необходимых для хранения условий наступления событий в понятии. Родственным этим понятиям является понятие *консервативной сети*, в которой сумма фишек во всех ее местах остается постоянной при работе сети, т.е.

$$\forall M_1, M_2 \in R(N): \sum_{p \in P} M_1(p) = \sum_{p \in P} M_2(p).$$

В консервативной сети каждый переход консервативен в том смысле, что его срабатывание не меняет число фишек в сети, т.е. $|\dot{t}| = |t|$.

Переход в сети может сработать при определенных условиях, связанных с разметкой его входных мест. В общем случае может оказаться, что для некоторого перехода условие его срабатывания никогда не выполняется, как бы ни функционировала сеть. Такой переход - лишний в сети, его можно исключить без ущерба для работы сети. Может случиться также, что после некоторой последовательности срабатываний переходов сети и соответствующих изменений ее разметки некоторые переходы, в том числе те, которые уже срабатывали, больше никогда не сработают, какие бы варианты достижимых в сети разметок не возникали. Это означает, что в моделируемых системах могут появляться ситуации, тупиковые для некоторых событий, "исключающие их из дальнейшей игры". Например, в операционных системах подобные случаи имеют место при взаимных блокировках процессов (deadlocks). Следующие определения связаны с выявлением таких ситуаций в сетях Петри. Переход t в сети Петри $N = (P, T, F, W, M_0)$ называется *потенциально живым при разметке* $M \in R(N)$, если

$$\exists M' \in R(N, M): M' \geq F(t),$$

т.е. существует достижимая от M разметка M' , при которой переход t может сработать. Если $M=M_0$, то t называется *потенциально живым в сети* N . Переход t — *мертвый при* M , если он не является потенциально живым при M . Переход t — *мертвый*, если он мертв при любой достижимой в сети разметке.

Переход t в сети Петри N называется *живым*, если

$$\forall M \in R(N). \exists M' \in R(N, M): M' \geq F(t),$$

т.е. переход t является потенциально живым при любой достижимой в сети N разметке. Переход t - *потенциально мертвый*, если существует $M \in R(N)$ такая, что при любой разметке $M' \in R(N, M)$ переход t не может сработать. Разметка M в этом случае называется *t-тупиковой*; если она *t-тупиковая* для всех $t \in T$, то она является *тупиковой*. Если M - тупиковая разметка, то $R(N, M) = \{M\}$. Сеть называется *живой*, если все ее переходы живы.

В сети на рис. 2 все переходы потенциально живы и все переходы потенциально мертвы, так как в ней достижима тупиковая разметка (рис. 2, ε). Эта сеть не может быть живой, так как содержит потенциально мертвые переходы. Сеть на рис. 3 также не является живой, так как в ней достижимы тупиковые разметки вида $(0, n, 0)$, $n \geq 0$.

Переход t называется *устойчивым* в сети N , если

$$\forall t' \in T \setminus \{t\}, \forall M \in R(N):$$

$$(M \geq \cdot F(t)) \wedge (M \geq \cdot F(t')) \Rightarrow (M \geq \cdot F(t) + \cdot F(t')),$$

т.е. если переход t может сработать, то никакой другой переход не может, сработав, лишит его этой возможности. Сеть N устойчива, если все ее переходы устойчивы.

В сети на рис. 2 устойчивы переходы t_1, t_2, t_3, t_4 , в сети на рис. 3 устойчив только переход t_2 . Однако обе сети не устойчивы, так как в первой сети не устойчивы переходы t_5, t_6 , во второй — t_1, t_3, t_4 .

Одно из целей теории сетей Петри — автоматический анализ свойств предметов понятийных сетей, их автоматический синтез и преобразования, на основании чего могут быть построены практические алгоритмы анализа, синтеза и преобразований понятийных систем и отдельных понятий, моделируемых сетями и графами Петри. В частности, полезно найти алгоритмы, с помощью которых для любой понятийной сети можно установить, обладает ли она интересующим нас свойством — является ли она ограниченной, живой, устойчивой и т.п. В первую очередь нужно выяснить существование таких алгоритмов. Эти вопросы формулируются как массовые алгоритмические проблемы образования понятий для понятийных сетей: проблема ограниченности (существует ли алгоритм, который позволяет узнать, является ли данная сеть ограниченной), проблема потенциальной живости переходов, проблема живости сетей, проблема устойчивости, проблема достоверности понятия и однозначности его толкования. **Говорят, что проблема разрешима, если соответствующий алгоритм распознавания свойств (признаков) понятия существует, в противном случае проблема неразрешима.**

Большинство из перечисленных выше проблем связано с определением возможности достижения некоторых специальных разметок в сети (например, с достижением t -тупиковых разметок для данного перехода t), т.е. с проблемой достижимости заданной разметки. В этой проблеме ставится вопрос о существовании алгоритма, с помощью которого можно узнать для произвольной сети N и произвольной разметки M , принадлежит ли M множеству $R(N)$. Ниже будет показано, например, что проблемы живости и достижимости эквивалентны в том смысле, что решение одной из них автоматически решает другую.

Несколько особняком стоят проблемы R -включения и R -эквивалентности сетей Петри. Пусть задан класс сетей, которые имеют одно и то же множество мест (или их множества мест

изоморфны). В первом случае необходимо выяснить существование алгоритма, устанавливающего для любых двух сетей из этого класса, имеет ли место соотношение $R(N_1) \subseteq R(N_2)$, во втором - $R(N_1) = R(N_2)$.

5.2.2.2. Проблемы ограниченности

Некоторое место p в сети N может оказаться неограниченным по двум причинам. Первая заключается в следующем. Пусть свободный язык сети понятий $L(N)$ содержит последовательность срабатываний $\tau = \tau_1\tau_2$ такую, что

$$(M_0[\tau_1 \rangle M_1) \wedge (M_1[\tau_2 \rangle M_2) \wedge (M_2 \geq M_1) \wedge (M_2(p) > M_1(p)).$$

Поскольку $M_2 \geq M_1$, то любая подпоследовательность срабатываний, начинающаяся при разметке M_1 , может повториться и начиная с разметки M_2 . Это означает, что любая последовательность вида $\tau_1\tau_2^n$ также принадлежит $L(N)$, каким бы большим не было n . Следовательно, разметка места p может безгранично расти. Например, для места p_1 в сети на рис. 2.1 существует $\tau = \lambda t_1$, где λ — пустое слово, такое, что

$$M_0 = (1,0,0,0) [t_1 \rangle M_1 = (1,1,0,0) \wedge (M_1 \geq M_0) \wedge (M_1(p_2) = 1 > M_0(p_2) = 0).$$

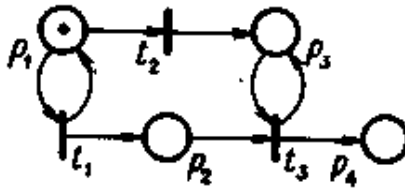


Рис 2.1

Однако место p_4 не ограничено по другой причине, так как нельзя найти пару достижимых в этой сети разметок M_1 и M_2 таких, что $(M_2 \geq M_1) \wedge M_2(p_4) > M_1(p_4)$, хотя и ясно, что последовательности срабатываний вида $t_1^n t_2 t_3^n$ ведут к накоплению любого числа n фишек в p_4 . Можно отметить следующую разницу в неограниченности мест p_2 и p_4 : в p_2 может быть "бесконечное" число фишек, а в p_4 — сколь угодно большое, но конечное число фишек, так как переход t_3 может сработать только конечное число раз, не большее, чем число срабатываний перехода t_1 . Таким образом, неограниченность места p_4 "вторична" по отношению к неограниченности места p_2 .

Выше было дано определение графа разметок сети Петри, характеризующего динамику ее функционирования. Исследование проблемы ограниченности сводится к анализу графа другого типа, а

именно - *покрывающего дерева* сети. Для любой сети такой граф конечен и может быть построен с помощью следующей процедуры:

- 1) Первоначально предполагается, что дерево содержит единственную вершину-корень M_0 и не имеет дуг.
- 2) Пусть M — вершина дерева, которая еще не объявлена листом (т.е. вершиной, из которой не исходит ни одна дуга), но в дереве нет исходящих из нее дуг. Возможны четыре случая.
 - а) Ни один из переходов сети не может сработать при разметке M , т.е.

$\forall t \in T: M \not\geq^* F(t)$. В этом случае вершина M объявляется листом.

б) На пути из корня дерева в вершину M существует вершина M' такая, что $M = M'$. Вершина M объявляется листом.

в) На пути из корня дерева в вершину M существует вершина M' такая, что $M' < M$. Для любого места p такого, что $M'(p) < M(p)$, значение, соответствующей координаты M заменяется на ω и вершина M объявляется ω -листом.

г) Если ни один из вышеперечисленных случаев не имеет места, то M — внутренняя вершина дерева. Для каждого перехода $t \in T$ такого, что

$M \geq^* F(t)$, в дерево добавляется новая вершина $M' = M - F(t) + F'(t)$ и дуга, ведущая из M в M' , помеченная символом t .

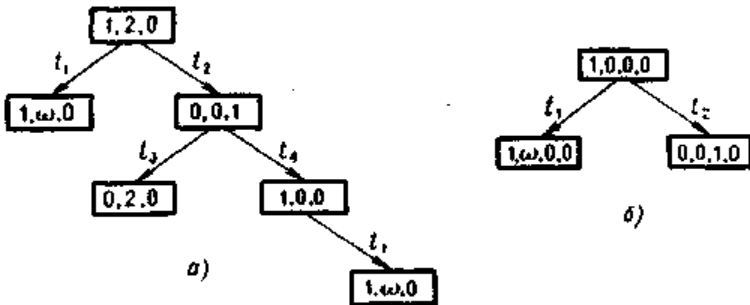


Рис. 2.2.

На рис. 2.2,а показано покрывающее дерево для сети Петри, изображенной на рис. 3, а на рис. 2.2,б - для сети на рис. 2.1.

Из правил построения покрывающего дерева для сети Петри следует, что вершины дерева представляют собой векторы из множества

$$\mathbf{N}_\omega^n = \underbrace{\mathbf{N}_\omega \times \dots \times \mathbf{N}_\omega}_n, \text{ где } n \text{ — число мест в сети. Введем несколько}$$

определений и отметим некоторые свойства множеств и

последовательностей векторов из \mathbf{N}^n и \mathbf{N}_ω^n . Для отношения частичного порядка \leq множество \mathbf{N}^n является решеткой, а множество \mathbf{N}_ω^n является полной решеткой и любое подмножество $X \subseteq \mathbf{N}_\omega^n$ имеет единственную наименьшую верхнюю грань $V \in \mathbf{N}_\omega^n$:

$$(\forall L \in X: (L \leq V)) \wedge \forall V' \in \mathbf{N}_\omega^n: (\forall L \in X: (L \leq V') \Rightarrow \{V \leq V'\}).$$

Целью C в \mathbf{N}_ω^n называется последовательность (L_1, L_2, \dots) такая, что

$\forall i \geq 1, \forall j \geq 1: L_i \leq L_{i+1} \wedge L_i \neq L_j$. Множество $X \in \mathbf{N}_\omega^n$ *замкнуто*, если любая цепь в X содержит свою наименьшую верхнюю грань. Поскольку \mathbf{N}_ω^n - полная решетка, любая цепь в \mathbf{N}_ω^n замкнута, в то время как бесконечные цепи из \mathbf{N}^n не содержат своих наименьших верхних граней.

Множество $X \subseteq \mathbf{N}_\omega^n$ монотонно, если

$$\forall L \in X, \forall L' \in \mathbf{N}_\omega^n: L' \leq L \Rightarrow L' \in X.$$

Для множества $X \in \mathbf{N}_\omega^n$ его множество *максимальных элементов* определяется как

$$\{L \in X / \neg(\exists L' \in X: L \geq L' \wedge L' \neq L)\}.$$

Для множества $X \subseteq \mathbf{N}_\omega^n$ его *замыканием* называется наименьшее замкнутое множество из \mathbf{N}_ω^n , содержащее X .

Лемма 2.1. *Любое бесконечное подмножество множества \mathbf{N}_ω^n содержит бесконечную цепь.*

Доказательство. Любая бесконечная цепь из \mathbf{N}_ω^n содержит бесконечную неубывающую последовательность. Любое бесконечное подмножество множества \mathbf{N}_ω^n можно упорядочить так, чтобы оно не содержало одинаковых векторов. Из полученной бесконечной последовательности выбирается бесконечная подпоследовательность так, чтобы все первые координаты векторов следовали в неубывающем порядке. Из этой подпоследовательности выбирается такая, что все вторые координаты следуют в неубывающем порядке, и т.д. для всех n координат. Результатом является бесконечная последовательность, не убывающая в каждой координате и не содержащая одинаковых векторов.

Лемма 2.2. *Любое множество взаимно несравнимых (по отношениям $\leq, \geq, =$) векторов из \mathbf{N}_ω^n конечно.*

Доказательство. Из леммы 2.1 следует, что любая бесконечная цепь в множестве \mathbf{N}_ω^n состоит из разных сравнимых по упомянутым отношениям векторов. Следовательно, множество несравнимых векторов должно быть конечным.

Теорема 2.1. *Для любой сети N ее покрывающее дерево конечно.*

Доказательство. Предположим, что дерево бесконечно. По построению, из каждой его вершины может исходить дуг не больше, чем число переходов в сети, которое конечно. По лемме Кёнига в дереве

должен существовать бесконечный путь, начинающийся в корне. По лемме 2.1 должна существовать бесконечная цепь векторов-разметок, представляющая собой подпоследовательность этой цепи, а в ней существуют две разметки M и M' такие, что M' предшествует M по дереву и $M \geq M'$. Но, по построению дерева, вершина M должна быть листом, что противоречит предположению о бесконечности выбранного пути.

Теорема 2.2. *Проблема ограниченности сети Петри разрешима.*

Доказательство. Поскольку для любой сети N покрывающее дерево конечно, описанная выше процедура его построения эффективна, т.е. может быть выполнена за конечное число шагов. Если дерево содержит лист с разметкой M , содержащей ω , то сеть не ограничена. Действительно, в этом случае существуют, по построению, внутренняя вершина M' и подпоследовательность срабатываний τ такие, что

$$(M[\tau M \rangle M) \wedge (M > M').$$

Подпоследовательность τ может повторяться сколь угодно большое число раз, порождая последовательность возрастающих разметок.

Если же дерево не содержит вершин-разметок с символом ω , то для каждой его вершины M , отличной от тупиковой, существует переход $t \in T$ и другая вершина M' такая, что $M \neq M'$ и $M[t > M'$. Учитывая, что $M=M_0$ принадлежит $R(N)$, убеждаемся, что разметка из $R(N)$ представлена в дереве. Так как дерево конечно, то число достижимых в сети разметок конечно и соответственно каждая из разметок представляет собой вектор из "конечных" чисел.

Таким образом, алгоритм распознавания ограниченности сети понятий состоит в построении ее покрывающего дерева и последующего просмотра конечного числа вершин-разметок. Если будет найдена хотя бы одна разметка с символом ω , то сеть не ограничена, в противном случае — ограничена.

С помощью покрывающего графа можно установить лишь глобальный факт, является ли заданная сеть понятий ограниченной или нет, так как в этом дереве ω появляется только в тех позициях разметок-векторов, которые соответствуют местам с потенциально неограниченной разметкой, возникающей по первой из двух указанных в начале параграфа причин неограниченности мест. Например, в покрывающем дереве на рис. 2.2,б символ ω появляется только в позиции, соответствующей месту p_2 сети на рис. 2.1, но нет символа ω , соответствующего месту p_4 . Поэтому с помощью алгоритма распознавания ограниченности из теоремы 2.1 нельзя установить, какие места сети могут иметь "вторичную" неограниченную разметку. Чтобы иметь такую возможность, следует построить *полное покрывающее дерево* сети по следующей процедуре.

1. Строится покрывающее дерево сети N . Если это дерево не имеет ω -листов, то построение полного дерева закончено и оно совпадает с покрывающим деревом.
2. Если покрывающее дерево содержит ω -лист M , то для него строится покрывающее дерево для сети N' , полученной из N заменой начальной разметки M_0 на разметку M . При этом правила срабатывания переходов и изменение разметки сети обобщаются на случай векторов с ω с учетом арифметических свойств расширенного множества натуральных чисел. Построенное дерево присоединяется к основному дереву совмещением корня M в новом дереве с листом M в основном дереве. Процесс повторяется до тех пор, пока не исчезнет последний ω -лист.

На рис. 2.3,а показано полное покрывающее дерево для сети, изображенной на рис. 3, на рис. 2.3,б — для сети на рис. 2.1.

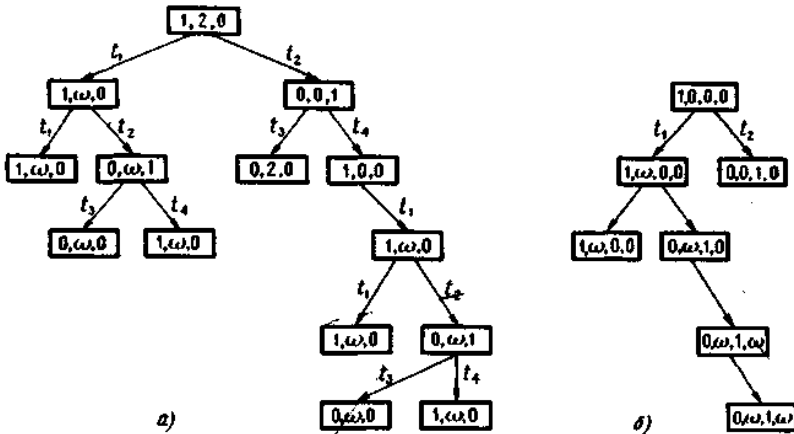


Рис. 2.3.

В первом случае полное дерево не дает новой информации по сравнению с покрывающим деревом, так как сеть на рис. 3 имеет единственное неограниченное место "первого рода". Во втором случае в полном дереве символ ω появляется в позиции места p_4 неограниченного места "второго рода".

Теорема 2.3. *Проблема ограниченности некоторого места в произвольной сети Петри разрешима.*

Доказательство. Из построения полного покрывающего дерева для сети N легко устанавливается, что это дерево конечно. Произвольное место p не ограничено, если и только если среди вершин полного

дерева существует вершина M такая, что в позиции места p стоит символ ω . Действительно, как следует из доказательства теоремы 2.1, в покрывающем дереве сети N для любой его вершины M существует в замыкании множества $R(N)$ разметка M' такая, что $M' \geq M$. По построению полного дерева, это свойство сохраняется для всех его вершин.

С другой стороны, если зафиксирована произвольная разметка $M' \in R(N)$, то в полном покрывающем дереве есть вершина с разметкой $M \geq M'$. Из определения неограниченности места p следует, что оба неравенства имеют место только в том случае, если хотя бы одна из вершин полного дерева содержит ω в позиции места p .

Теорема 2.4. *Существует алгоритм, с помощью которого можно установить для произвольного вектора $M \in \mathbf{N}_\omega^n$ и для произвольного перехода t в сети Петри с n местами, является ли вектор M t -тупиковым.*

Доказательство. Заменим в сети N начальную разметку M_0 на разметку M , после чего построим полное покрывающее дерево для полученной сети с начальной разметкой M , являющейся корнем этого дерева. Ясно, что M — t -тупиковый вектор тогда и только тогда, когда построенное полное покрывающее дерево не содержит дуги, помеченной символом t .

Следующие теоремы легко доказать, исходя из основных свойств (полных) покрывающих деревьев.

Теорема 2.5. *Проблема безопасности сетей Петри разрешима.*

(Сеть с n местами безопасна, если и только если все вершины ее покрывающего дерева представляют собой векторы из множества $\{0,1\}^n$, т.е. векторы составленные из 0 и 1). Пример безопасной сети дан на рис. 2.4.

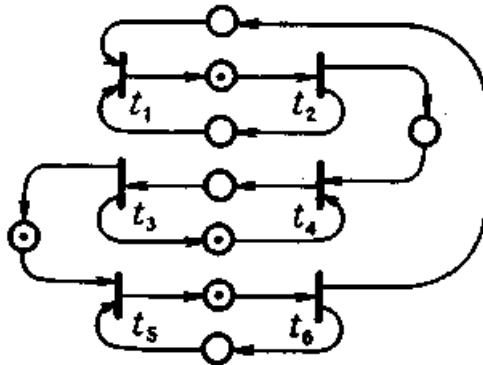


Рис. 2.4.

Теорема 2.6. *Проблема потенциальной живости переходов разрешима.*

(Переход t потенциально живой, если и только если он метит некоторую дугу в полном покрывающем дереве сети хотя бы один раз.)

Теорема 2.7. *Существует алгоритм, с помощью которого можно узнать, получит ли данное место в сети хотя бы одну фишку.*

(Если хотя бы в одной вершине покрывающего дерева позиция, соответствующая месту p , содержит число $n > 0$, то место p может получить фишку в процессе функционирования сети.)

Теорема 2.8. *Существует алгоритм, с помощью которого можно узнать, может ли данный переход сработать сколь угодно большое число раз.*

(Достаточно присоединить к данному переходу новое "висячее" выходное место p и затем выяснить, является ли оно неограниченным.)

5.2.2.3. Проблемы R -включения и R -эквивалентности

Обе проблемы не являются разрешимыми. Доказательства были проведены Рабином) и Хаком сведением 10-й проблемы Гильберта к рассматриваемым проблемам. Неразрешимость 10-й проблемы была установлена Матиясевичем. Проблема Гильберта формулируется следующим образом: существует ли алгоритм, с помощью которого можно выяснить, имеет ли полином $f(x_1, \dots, x_n)$ с целыми рациональными коэффициентами целое рациональное решение, т.е. существует ли вектор чисел (y_1, \dots, y_n) такой, что $f(y_1, \dots, y_n) = 0$?

Метод сведения состоит в том, что устанавливается такая связь между решенной и решаемой проблемой, при которой допущение о разрешимости решаемой проблемы приводит к разрешимости проблемы, о которой известно, что она неразрешима. В сведении Рабина и Хака используется промежуточная проблема включения графов полиномов, в которой рассматриваются полиномы с целыми неотрицательными коэффициентами. Эта проблема состоит в следующем. Пусть $g(f)$ обозначает множество

$$\{(x_1, \dots, x_n, z) \in \mathbf{N}^{n+1} \mid z \leq f(x_1, \dots, x_n)\}.$$

Можно ли для двух произвольных полиномов f_1 и f_2 с одинаковым числом переменных выяснить, имеет ли место включение $g(f_1) \subseteq g(f_2)$?

Сведением проблемы Гильберта к данной проблеме показано, что последняя неразрешима.

Для сведения проблемы включения графов полиномов к проблемам

R -включения и R -эквивалентности Рабин предложил использовать сети в качестве абстрактных машин, "слабо вычисляющих" полиномы. Машина слабо вычисляет полином $f(x_1, \dots, x_n)$, если для произвольного "входного" вектора чисел (y_1, \dots, y_n) результатом на "выходе" машины может быть любое число z такое, что $0 \leq z \leq f(y_1, \dots, y_n)$. Это означает, что машина недетерминирована в том смысле, что вместо единственного результата, однозначно определяемого входным вектором (y_1, \dots, y_n) , она может выдать любой из векторов, не превышающих $f(y_1, \dots, y_n)$. Недетерминированность результата работы машины отражает недетерминированность функционирования сети Петри.

Конечная сеть (P, T, F, W) . "слабо вычисляющая" полином $f(x_1, \dots, x_n)$, должна удовлетворять следующим условиям:

- 1) в ней выделены n "входных" мест in_1, \dots, in_n , каждое из которых сопоставлено соответствующему аргументу полинома, и одно "выходное" место out ;
- 2) для управления работой сети выделены специальные места: "стартовое" on и "выключающее" off ;
- 3) произвольному вектору $y \in \mathbb{N}^n$ можно сопоставить начальную разметку M_y , такую, что

$$M_y(on) = 1, \quad \forall i, 1 \leq i \leq n: M_y(in_i) = y_i,$$

все остальные места имеют нулевую разметку;

- 4) для любой разметки M , достижимой в сети (P, T, F, W, M_y) , $M(out) \leq f(y_1, \dots, y_n)$;

- 5) для любого целого k , $0 \leq k \leq f(y_1, \dots, y_n)$, существует достижимая в сети с начальной разметкой M_y тупиковая разметка M такая, что $M(out) = k$, $M(off) = 1$.

Показано, что для любого полинома с неотрицательными коэффициентами можно конструктивно построить слабо вычисляющую его сеть. Опуская технические детали доказательства, представим только его идею.

Полином $f(x_1, \dots, x_n)$ является конечной суммой одночленов вида

$$\sum_{j=1}^k h_j(x_1, \dots, x_n), \text{ где } h_j(x_1, \dots, x_n) \text{ представляет собой произведение}$$

$c_j x_1^{m_{j1}} \dots x_n^{m_{jn}}$ с неотрицательным коэффициентом c_j . Таким образом,

чтобы построить сеть, слабо вычисляющую полином, нужно уметь моделировать сетями умножение и сложение неотрицательных чисел, умножение на константу, сравнение на равенство и суперпозицию сетей. На рис. 2.5,а и б и 2.6, а показаны сети, слабо вычисляющие сумму $x_1 + x_2$, произведения $x_1 \cdot x_2$ и $c \cdot x$.

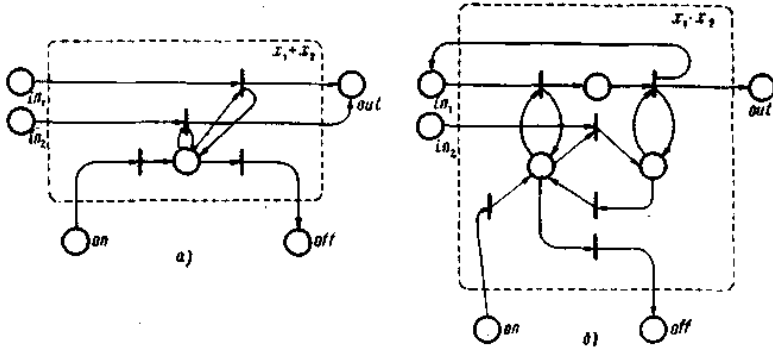


Рис. 2.5.

На рис. 2.6, б показана сеть, слабо вычисляющая одночлен $c \cdot x_1 \cdot \dots \cdot x_n$. Эта сеть представляет собой комбинацию сетей, представленных на рис. 2.5 и 2.6, а.

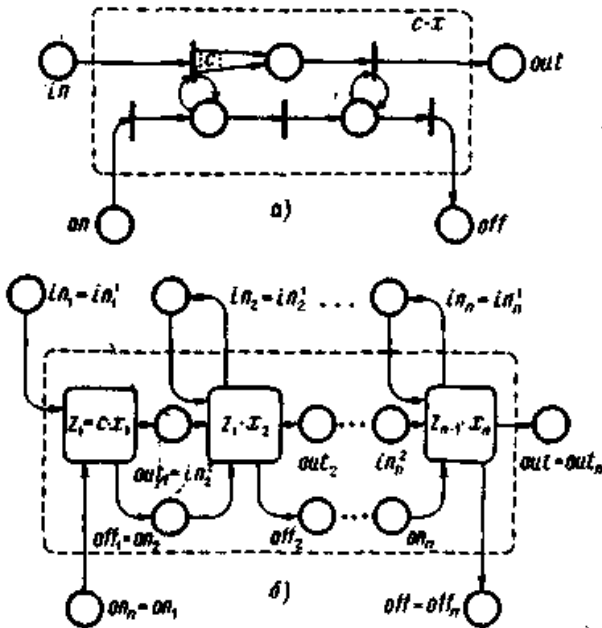


Рис. 2.6.

Сеть, слабо вычисляющая полином с k одночленами, строится как суммирующая комбинация сетей, типа построенной на рис. 2.6, б (суммирование k слагаемых обобщает пример на рис.2.5,а).

Лемма 2.3. Для любого полинома $f(x_1, \dots, x_n)$ с неотрицательными целыми коэффициентами можно построить сеть Петри N такую, что $g(f) = R_n(N)$, где $g(f)$ - граф полинома f , а $R_n(N)$ — множество проекций векторов из $R(N)$ на их первые $n + 1$ координату.

(Множество проекций $R(N) = \{M(P_{n+1}) | M \in R(N)$, где P_{n+1} -вектор, составленный из первых $n + 1$ координат вектора мест P , и $n \leq k = |P|\}$).

Доказательство. Основой для построения сети Петри N служит сеть N_f слабо вычисляющая полином f . К этой сети добавляются переходы t_0, t_1, \dots, t_n и места p_1, p_2, \dots, p_n . Месту out сети N_f присваивается новый символ p_{n+1} . Дуги связывают добавленные места и переходы друг с другом, а также с входными местами in_1, \dots, in_n и местом on сети N_f так, как показано на рис. 2.7.

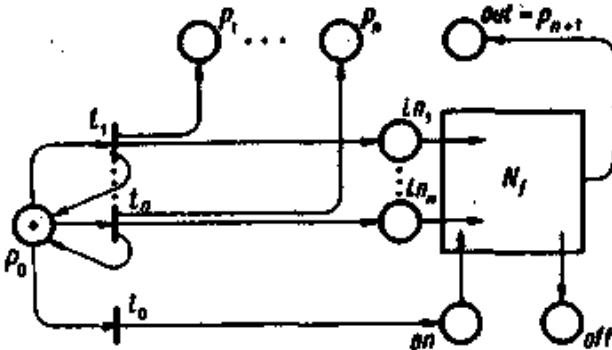


Рис. 2.7.

Место p_0 имеет разметку $M_0(p_0) = 1$. Стартовое место on сети N_f получает фишку после срабатывания перехода t_0 . Однако до этого момента могут сработать любые из переходов t_1, \dots, t_n произвольное число раз каждый, переслав во входные места in_1, \dots, in_n и дополнительные места p_1, \dots, p_n соответствующее число фишек. Таким образом, к моменту, когда стартовое место on получает возможность запустить в работу сеть N_f , каждое входное место $in_i, 1 \leq i \leq n$, имеет разметку $M(in_i)$, каждое место $p_i, 1 \leq i \leq n$, имеет разметку $M(p_i)$ и $M(in_i) = M(p_i)$. В процессе дальнейшей работы сети

$$\forall M' \in R(N): 0 \leq M'(p_{n+1}) \leq f(M(p_1), \dots, M(p_n)).$$

Следовательно, проекции достижимых разметок на места p_1, \dots, p_n, p_{n+1} образуют множество

$$R_n(N) = g(f).$$

Теорема 2.9. *Проблема R-включения неразрешима.*

Доказательство. Для двух произвольных полиномов f и h с одинаковым числом переменных n можно построить сети Петри N и N' такие, что $g(f) \subseteq g(h) \Leftrightarrow R(N) \subseteq R(N')$. Пусть N_f и N_h - сети, слабо вычисляющие полиномы f и соответственно h , причем, $g(f) = R_n(N_f)$ и $g(h) = R_n(N_h)$ (см. лемму 2.3). Если первая сеть имеет k мест, а вторая l , то число мест в обеих сетях можно уравнять, добавив $|k - l|$ мест в сеть с меньшим числом мест. Чтобы эти места не изменили множество достижимых разметок, начальная разметка каждого из них полагается равной 0, они не связываются дугами ни с одним из переходов сети и добавляется новый (мертвый) переход, для которого они являются входными местами.

Сети N и N' строятся по сетям N_f и N_h (одна из них имеет дополнительные места) так, как показано на рис. 2.8.

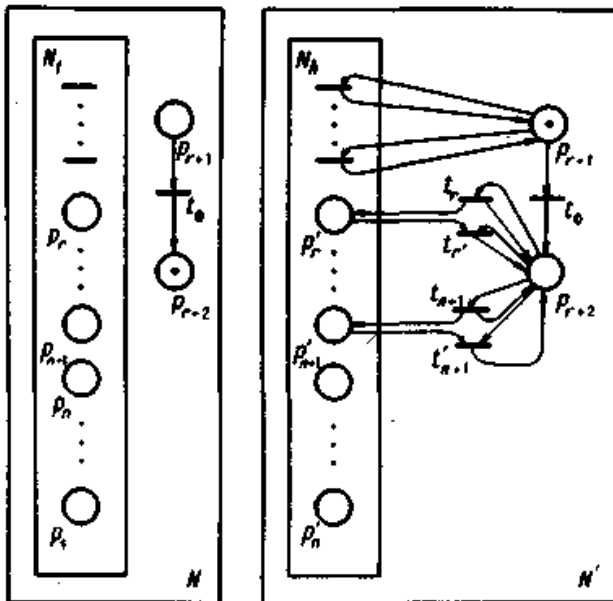


Рис. 2.8

Сети N_f и N_h представлены прямоугольниками, в которых показаны все их переходы и места, но не указаны связывающие их дуги. В каждую из сетей добавляются места p_{r+1} и p_{r+2} , где $r = \max(k, l)$. К сети N_f добавлен также переход t_0 , который никогда не сработает, поэтому

разметка мест p_{r+1} и p_{r+2} постоянна в сети N . К сети N_h добавлены новые переходы, место p_{r+1} является входным и выходным для всех переходов сети N_h , переходы t_i и t'_i , где $n + 1 \leq i \leq r$, связаны с местами p'_{n+1}, \dots, p'_r так, как показано на рис. 2.8.

Пока переход t_0 не сработал и не перевел фишку из места p_{r+1} в p_{r+2} , сеть N функционирует точно так же, как и сеть N_h . После срабатывания t_0 ни один из переходов сети N_h не может сработать и разметка мест p'_1, \dots, p'_n не может измениться. В то же время "новые" переходы t_i и t'_i , $n + 1 \leq i \leq r$, могут произвольным образом изменять разметку мест p'_{n+1}, \dots, p'_r .

Если вектор $X \in \mathbf{N}^n$ и вектор $Y \in \mathbf{N}^{r-n}$, где $n \leq r$, то через Z будем обозначать "конкатенацию" векторов X и Y , т.е. вектор $Z \in \mathbf{N}^r$, первые n компонент которого совпадают с X , а компоненты с $(n + 1)$ -й по r -й совпадают с компонентами вектора Y . Если U — множество векторов из \mathbf{N}^n , а V — множество векторов из \mathbf{N}^{r-n} , то через $U \times V$ будем обозначать множество попарных конкатенаций векторов из U и V . Из анализа функционирования сети понятий N следует, что

$$R(N) = R(N_h) \times \{(1, 0)\} \cup R_n(N_h) \times \mathbf{N}^{r-n} \times \{(0, 1)\}.$$

Из анализа функционирования сети понятий N следует, что

$$R(N) = R(N_f) \times \{(0, 1)\}.$$

Таким образом, $R(N) \subseteq R(N') \Leftrightarrow R(N_f) \subseteq R_n(N_h) \times \mathbf{N}^{r-n}$. Правая часть эквивалентна отношению $R_n(N_f) \subseteq R_n(N_h)$. Следовательно,

$$R(N) \subseteq R(N') \Leftrightarrow R_n(N_f) \subseteq R_n(N_h).$$

Это означает, что для решения проблемы включения графов двух произвольных полиномов f и h достаточно построить сети N_f, N_h, N, N' , убедиться, имеет ли место включение $R(N_f) \subseteq R(N')$, на основании этого сделать заключение о том, имеет ли место $R_n(N_f) \subseteq R_n(N_h)$, и на основании леммы 2.3 установить, содержится ли $g(f)$ в $g(h)$. Таким образом, если предположить разрешимость проблемы включения для множеств достижимых разметок сетей Петри, получаем разрешимость проблемы включения графов полиномов с неотрицательными коэффициентами, что не верно.

Теорема 2.10. *Проблема R-эквивалентности неразрешима.*

Доказательство. Для доказательства разрешимости методом сведения достаточно показать, что проблема R -включения сводится к проблеме R -эквивалентности. Это означает, что нужно указать способ, с помощью которого для любых двух сетей понятий A и B можно построить сети понятий A' и B' такие, что

$$R(A) \subseteq R(B) \Leftrightarrow R(A') = R(B').$$

Обе сети A' и B' строятся добавлением разных переходов к одной и той же сети C , которая, в свою очередь, строится из сетей A и B . Она как

бы кодирует объединение $R(A) \cup R(B)$, и ниже будет использован тот факт, что $R(A) \subseteq R(B) \Leftrightarrow R(B) = R(A) \cup R(B)$. Способ конструирования сетей C, A', B' показан на рис. 2.9.

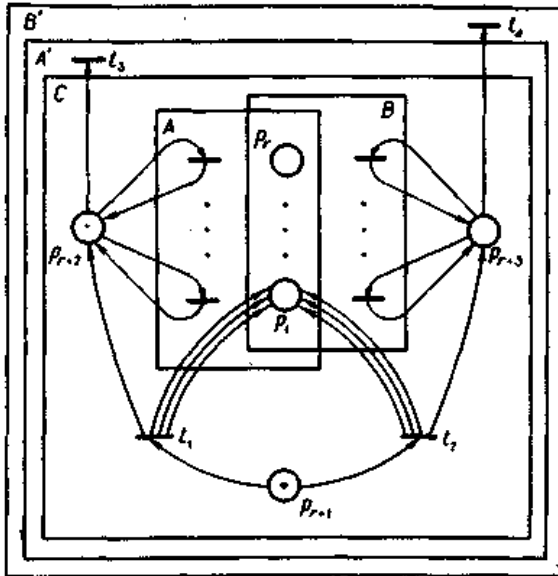


Рис. 2.9.

Предполагается, что сети A и B имеют одно и то же множество мест (в противном случае добавляются новые места, как в доказательстве теоремы 2.9, и сопоставленные друг другу места помечаются одинаковыми символами). Из сетей A и B убрана начальная разметка. Она устанавливается переходами t_1 и t_2 способом, указанным на рис. 2.10.

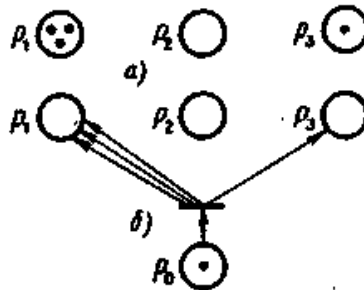


Рис. 2.10.

На нем показан пример, как начальная разметка мест p_1, p_2, p_3 может быть задана с помощью дополнительного перехода и одного места p_0 с единичной начальной разметкой.

Переход t_1 "запускает" сеть A , передав фишку из места p_{r+1} в место p_{r+2} . Последнее является входным и выходным для всех мест сети A и служит стартовым и одновременно выключающим местом этой сети. Переход t_1 устанавливает также начальную разметку для сети A . Аналогичную роль играет переход t_2 для сети B . Таким образом, в зависимости от того, какой из переходов t_1, t_2 сработает первым, сеть C функционирует далее как сеть A или как сеть B .

Сеть A' строится по сети C добавлением перехода, который "выключает" сеть A , изымая фишку из места p_{r+2} . Это может случиться только в том случае, если вначале первым сработал переход t_1 и сеть C моделирует работу сети A . Аналогично сеть B' строится по сети C добавлением еще одного перехода t_4 , который выключает сеть B .

Легко видеть, что

$$R(C) = R(A) \times \{(0,1,0)\} \cup R(B) \times \{(0,0,1)\} \cup \{(0, \dots, 0, 1, 0, 0)\},$$

где $(1,0,0), (0,1,0), (0,0,1)$ -достижимые в C разметки мест $p_{r+1}, p_{r+2}, p_{r+3}$;

$$R(A') = R(C) \cup R(A) \times \{(0,0, 0)\} ;$$

$$R(B') = R(A') \cup R(B) \times \{(0, 0, 0)\} = R(C) \cup (R(A) \cup R(B)) \times \{(0, 0, 0)\} .$$

Так как разметка $M(p_{r+1}, p_{r+2}, p_{r+3}) = (0, 0, 0)$ недостижима в сети C , то

$$R(A') = R(B') \Leftrightarrow R(A) \subseteq R(B).$$

Поскольку множество достижимых разметок сети Петри характеризует, в некотором смысле, множество возможных ситуаций (состояний) в сети и в моделируемой ею дискретной системе понятий, проблемы R -включения и R -эквивалентности привлекли внимание исследователей в области теории образования понятий на первых же этапах исследований сетей Петри. С практической точки зрения проблема R -эквивалентности, например, интересна потому, что разработка различных систем понятий оптимизирующих преобразований сетей может потребовать сохранения достижимых разметок. Неразрешимость указанных проблем свидетельствует о том, что сети Петри являются математически более сложными и мощными объектами, чем, например, конечные автоматы.

5.2.2.4. Проблемы достижимости

Проблема достижимости является центральной в специальной теории сетей Петри, так как многие другие проблемы эквивалентны ей в том

смысле, что их разрешимость или неразрешимость непосредственно следует из разрешимости или неразрешимости проблемы достижимости. Неоднократные попытки доказать общепринятую гипотезу о разрешимости последней страдали одним общим недостатком — в доказательствах были обнаружены ошибки. Мы ограничимся рассмотрением вопроса об эквивалентности проблемы достижимости и живости. Доказательства соответствующих теорем содержат ряд приемов, которые могут представлять интерес в других задачах анализа свойств сетей Петри.

Проблема достижимости состоит в обнаружении алгоритма, с помощью которого для любой сети N и для любой разметки $M \in \mathbb{N}^{|P|}$ можно выяснить, $M \in R(N)$?

Теорема 2.11. *Проблема достижимости произвольной разметки сводится к проблеме достижимости нулевой разметки.*

Доказательство. Пусть задана сеть N и разметка $M \in \mathbb{N}^{|P|}$. Покажем, что N можно преобразовать в сеть N' такую, что $M \in R(N)$ тогда и только тогда, когда $0 \in R(N')$. Соответствующее преобразование показано на рис. 2.11.

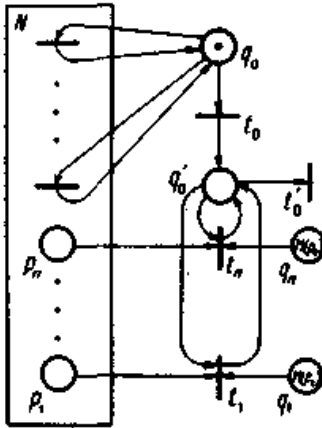


Рис. 2.11.

Пока место q_0 содержит фишку, сеть N' функционирует точно так же, как и сеть N . После срабатывания перехода t_0 место q'_0 получает фишку. Каждое из мест q_i , $1 \leq i \leq n$, $n = |P|$, имеет в сети N' начальную разметку $M_0(q_i) = M(p_i)$. Из этого следует, что сеть N может достигнуть, нулевой разметки только в том случае, если все места q_1, \dots, q_n и все места p_1, \dots, p_n лишатся фишек. В свою очередь это возможно только при достижении сетью N разметки M . Переход t'_0 завершает "очистку"

сети N' от фишек, убирая фишку из места q'_0 . Поэтому решение проблемы достижимости произвольной разметки в сети N можно свести к решению проблемы достижимости нулевой разметки в сети N' .

Теорема 2.12. *Проблема достижимости разметки сводится к проблеме живости сети.*

Доказательство. В силу теоремы 2.11 достаточно показать сводимость проблемы достижимости нулевой разметки к проблеме живости. В свою очередь для этого достаточно показать, что для произвольной сети N можно построить сеть N' такую, что N' жива тогда и только тогда, когда в сети N не достижима нулевая разметка. Построение N' показано на рис. 2.12.

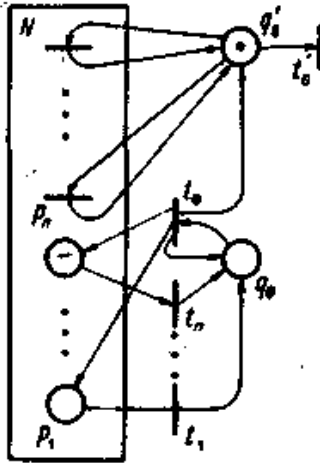


Рис.2.12.

Сеть N' функционирует следующим образом. До срабатывания переходов t_0 или любого перехода t_i , $1 \leq i \leq n$, сеть N' работает точно так же как и сеть N . Если t'_0 сработает раньше, чем любой из переходов t_i , $1 \leq i \leq n$, то возможны два случая. В первом случае, если текущая разметка подсети N является нулевой, вся сеть N' останавливается (с нулевой разметкой). Во втором случае, если хотя бы одно из мест p_i , $1 \leq i \leq n$, содержит хотя бы одну фишку, может сработать переход t_i и место q_0 получает фишку, которая не может далее исчезнуть из него.

Тогда переход t_0 постоянно готов срабатывать и снабжать места сети N каким угодно числом фишек, т.е. подсеть N не останавливается и может породить произвольную последовательность срабатываний. Отсюда следует, что для любого перехода t сети N' t -тупиковая

разметка должна иметь нулевую проекцию на места p_1, \dots, p_n сети N . Наоборот, если в N достижима нулевая разметка, то в сети N' переходы $t'_0, t_i, 1 \leq i \leq n$, являются потенциально мертвыми. Таким образом, сеть N' жива тогда и только тогда, когда в N не достижима нулевая разметка.

Для доказательства сводимости проблемы живости к проблеме достижимости рассмотрим более детально свойства t -тупиковых разметок. Пусть D , — множество всех t -тупиковых разметок сети Петри с n местами.

Лемма 2.4. *Множество D_t монотонно.*

Доказательство. Пусть $M_1 \in D_t$ и $M_2 \leq M_1$. Предположим, что $M_2 \notin D_t$, т.е. существуют разметка $M_3 \in R(N, M_2)$ и последовательность срабатываний τ такие, что $M_2 \xrightarrow{\tau} M_3$, и переход t может сработать при M_3 . Но, по теореме 1.1, переход t может также сработать при разметке M_4 такой, что $M_1 \xrightarrow{\tau} M_4$ и $M_4 = M_3 + |M_2 - M_1|$, т.е. $M_1 \notin D_t$, что противоречит начальному предположению.

Лемма 2.5. *Множество \tilde{D}_t максимальных элементов множества D_t конечно для любой сети Петри и может быть эффективно построено.*

Доказательство. Из определений множества D_t и его множества максимальных элементов следует, что \tilde{D}_t является множеством несравнимых по отношению \leq векторов из \mathbb{N}^n_ω . В силу леммы 2.2 множество \tilde{D}_t конечно. Его можно построить следующим способом. Зафиксируем множество $\{0, \omega\}^n$ всех векторов длины n , составленных из 0 и ω . В этом множестве выделим подмножество X_t максимальных t -тупиковых векторов:

$X_t = \{M \in \{0, \omega\}^n \mid M \text{ - } t\text{-тупиковый и } \forall M': M' > M \Rightarrow M' \text{ не } t\text{-тупиковый}\}.$

Ясно, что множество X_t является конечным множеством несравнимых по отношению \leq t -тупиковых векторов, и оно может быть эффективно построено, так как по теореме 2.4 можно для любого вектора из $\{0, \omega\}^n$ выяснить, является ли он t -тупиковым. Если любая нулевая компонента вектора из X_t заменить на ω , то получится вектор, не принадлежащий X_t , так как он не будет t -тупиковым. Таким образом, для любого вектора $M \in X_t$ существует вектор $M' = M + K(M)$, где $K(M) \in \mathbb{N}^n$, причем M' является t -тупиковым, но любой вектор $M'' > M'$ уже не является t -тупиковым. Для каждого $M \in X_t$ вектор $K(M)$ может быть найден последовательной проверкой на t -тупиковость векторов

$$M, M + K_1, M + K_1 + K_2, \dots, M + K(M),$$

где $0 \leq K_1 \leq K_2 \leq \dots \leq K(M)$ - конечная цепь векторов из \mathbf{N}^n . Множество \tilde{D}_t можно представить как $\{M + K(M) \mid M \in X_t\}$, откуда следует, что его можно эффективно построить с помощью описанной процедуры поиска вектора $K(M)$ для каждого $M \in X_t$.

Теорема 2.13. *Проблема живости сети Петри сводится к проблеме достижимости некоторой разметки.*

Доказательство. Пусть известно, что разметка M достижима в сети N .

Тогда, если для произвольного перехода t в множестве \tilde{D}_t существует вектор M' такой, что $M \leq M'$, то переход t не является живым. Наоборот, если известно, что t не является живым переходом, то существует

t -тупиковая разметка $M \in R(N)$ такая, что $\exists M' \in \tilde{D}_t: M \leq M'$. Таким образом, t является потенциально мертвым, если и только если

$\exists M' \in \tilde{D}_t, \exists M \in R(N): M \leq M'$. Поскольку множество \tilde{D}_t , конечно и может быть эффективно построено, то для установления того факта, что переход t является потенциально мертвым, достаточно установить достижимость разметки $M \leq M' \in D_t$. Так как число переходов в сети N конечно, то живость сети можно установить, проверяя для каждого перехода, является ли он живым или потенциально мертвым.

Теорема 2.14. *Проблема живости сети Петри и проблема достижимости в ней произвольной разметки эквивалентны.*

Доказательство. Прямое следствие теорем 2.12 и 2.13.

6. Методы и средства образования понятий

6.1. Метод формального образования понятий

В процессе образования понятий выделим два этапа: инфологический и даталогический.

На **инфологическом этапе** образования понятий рассматриваются вопросы, связанные со смысловым содержанием понятий. **Даталогический этап** образования понятий направлен на решение вопросов представления понятий в памяти ЭВМ. Даталогическое образование понятий, в свою очередь, будем подразделять на **логическое** и **физическое**.

Таким образом, процесс образования понятий и базы понятий (БП) представляет собой сложный многоуровневый процесс, охватывающий все аспекты их использования: от удобства обращения к библиотеке понятий пользователей до конкретного представления понятий в ЭВМ.

Весь процесс образования понятий можно представить в виде последовательности операций, начинающихся с описания признаков и свойств понятий предметной области и заканчивающихся схемой внутренней модели библиотеки понятий.

На первом этапе проектирования (инфологическом) изучается предметная область и проводится ее описание. С этой целью идентифицируются все типы понятий (сущностей, предметов), представляющие интерес для введения в БП, определяются связи между этими понятиями, а также выявляются ограничения. Для описания предметной области будем использовать концепцию моделей понятий: «понятие—связь» или «инфологическую модель». Эти описания позволяют обеспечить взаимодействие между пользователями и лицами, описывающими понятия. Образование понятий начинается с предварительной структуризации предметной области. Обычно для облегчения этого процесса составляется перечень вопросов, на которые требуется ответить:

какие типы понятий входят в состав предметной области?

каковы имена каждого типа понятия?

каково значение (семантика) каждого типа понятия?

какими признаками и свойствами обладает каждый тип понятия?

какие признаки и свойства для образования понятия представляют интерес?

каковы имена и параметры используемого для образования понятия признака и свойства?

На основе собранной информации о типах предметов выявляются типы существующих связей между признаками и свойствами предметов для систематизации собираемой информации, а также предлагается использовать вопросы следующего плана:

какие типы связей (отношений) могут иметь место между каждой парой типов признаков и свойств?

каковы имена каждого типа связи?

каково значение каждого типа связи?

Собранную информацию оформляют в виде специальных диаграмм. Для обозначения предметов можно использовать прямоугольники, а для признаков — овалы, соединяя их с соответствующими предметами ненаправленными ребрами. Для обозначения связей можно использовать ромбы, которые также соединяют их с предметами ребрами.

Пример. Рассмотрим графическую диаграмму, соответствующую описанию предметной области производства телевизоров (рис. 1).



Рис. 1. Пример графической диаграммы

При создании описания предметной области разработчик понятия разбивает ее на ряд локальных областей, которые потом объединяются. Выбор размеров локальных областей в общем случае является произвольным. Но для удобства образования понятия в одной локальной области рекомендуют использовать не более 6—7 предметов.

Моделирование локальных представлений. Для представления информации в модели «понятие-связь» конструктивными элементами модели являются: *понятие*, *признаки (свойства)* и *связи*.

Основным элементом локального представления некоторого явления, процесса или объекта предметной области, о котором необходимо собрать информацию, является *понятие*. При образовании понятий следует различать такие понятия, как **тип** и **экземпляр**.

Тип понятия относится к набору однородных предметов или явлений, выступающему как целое. **Экземпляр понятия** относится к конкретному элементу набора. Например, типом понятия может быть ТЕЛЕВИЗОР, а экземпляр понятия— РУБИН. На концептуальном этапе образования понятия необходимо сформулировать сущности, требуемые для описания локального представления. При этом возникает проблема ее выделения в качестве конструктивного элемента, так как некоторая информация может быть представлена как признак, параметр или связь. Например, тот факт, что конкретный студент учится в университете, может быть выражен понятием СТУДЕНТ, либо связью УЧИТСЯ между понятием СТУДЕНТ и УНИВЕРСИТЕТ, либо как признак в понятии ГРУППА УНИВЕРСИТЕТА.

При возникновении такой неоднозначности образования понятия сущностей рекомендуется руководствоваться следующими правилами:

1. Необходимо выбирать вариант, более гибкий с точки зрения представления информации, т. е. позволяющий представлять не только всю часть некоторой информации, но и ее отдельные фрагменты.

2. Для моделирования порции информации должна использоваться одна и только одна конструкция. Другими словами, следует избегать избыточности в использовании конструктивных элементов.

Другое важное положение, связанное с образованием понятия, касается **выбора наименований понятия**. Так как оно представляет собой информационный факт, то этому факту должно быть дано четкое наименование, что имеет важное значение для стадии объединения локальных представлений.

Выбор признаков понятий. Свойства понятий определяются с помощью признаков.

Признак — это характеристика понятия, имеющая имя. Признаки используются для определения того, какая информация должна быть собрана при образовании понятий. Примерами признаков для понятия СТУДЕНТ могут быть: НОМЕР ЗАЧЕТНОЙ КНИЖКИ, ПОЛ, НОМЕР ГРУППЫ и т. д.

Несмотря на то что совокупность признаков не может служить основой для выделения понятий, из множества признаков обычно выделяют несколько (или один) признаков, позволяющих однозначно распознавать экземпляр понятия.

Признак (или совокупность признаков), значение которого единственным образом определяют экземпляр понятия, будем называть **ключом**. Если для описания типа понятий выбрана совокупность признаков, не содержащих ключа, то создается специальный признак, играющий роль ключа. В общем случае понятие может иметь несколько ключей.

Таким образом, признаки могут быть разделены на два класса: те, которые служат для идентификации экземпляров понятия, т. е. являются ключами, и те, которые описывают свойства понятий.

На этапе построения локальных представлений в процессе выбора признаков рекомендуется каждому ставить в соответствие следующие характеристики:

наименование, т. е. уникальное обозначение признака;

описание — словесное изложение смысла признака;

роль, т. е. конкретное использование признака.

Спецификация связей. После выделения понятий, характеризующих предметную область, и соответствующих признаков локальное представление дополняется информацией, раскрывающей зависимости между экземплярами понятий.

Одна из неформальных процедур для этого шага заключается в попарном объединении между собой всех экземпляров понятий, входящих в рассматриваемое локальное представление, и установлении существования некоторой связи для каждой пары понятий.

После их выявления определяются связи необходимые и избыточные. Каждой необходимой связи присваивается имя и определяются ее характеристики, которые включают тип связи (1 : 1, 1 : M, M : M, M : 1).

Объединение моделей понятий **локальных представлений**. В результате объединения локальных представлений получается единая глобальная информационная структура. Объединение может быть осуществлено на базе трех основополагающих подходов: **идентичности, композиции и обобщении**.

Идентичность позволяет объединять несколько понятий путем объединения двух или более элементов синонимами.

Для проверки согласованности результата объединения локальных представлений на основе понятия идентичности предлагается следующее правило:

Если объект из одного локального представления идентичен объекту из другого представления, ни один из этих объектов не должен в дальнейшем принимать участие в каком-либо другом объединении идентичности между этими двумя представлениями.

В нескольких локальных представлениях рассматривается один и тот же объект, но его отдельные составляющие могут различаться. Например, имеется два локальных представления ТЕЛЕВИЗОР (рис. 2, а).



Рис. 2. Объединение идентичности

В результате объединения идентичности вместо отдельных локальных представлений будет построено новое (рис. 2, б).

Композиция позволяет рассматривать связь между элементами модели понятия как новый элемент. Например, понятие **ФАКУЛЬТЕТ** может быть рассмотрена как композиция понятий **КАФЕДРА**, **ДЕКАНАТ**.

При объединении представлений композиция встречается в следующих двух формах.

1. В одном представлении композиционный объект определяется как целое, а в другом — в виде составных частей.

Например, в одном локальном представлении определены в качестве понятия объект ТЕЛЕВИЗОР, а в другом — блоки: КИНЕСКОП, БЛОК ЯРКОСТИ, БЛОК РАЗВЕРТКИ, являющиеся составными частями объекта ТЕЛЕВИЗОР. Причем во втором представлении не указан явно тот факт, что вышеперечисленные блоки — составные части телевизора.

Простое объединение позволяет слить эти два локальных представления, не выражая явным образом, что ТЕЛЕВИЗОР является композицией частей КИНЕСКОП, БЛОК ЯРКОСТИ, БЛОК РАЗВЕРТКИ. Чтобы включить эту информацию в модель объединенного представления, необходимо выполнять объединение с использованием композиции.

2. Композиционный объект в одном локальном представлении до конца как единое целое не определен.

Например, в одном представлении определены КИНЕСКОП и БЛОК ЯРКОСТИ, а в другом БЛОК РАЗВЕРТКИ, БЛОК синхронизации, БЛОК ЦВЕТНОСТИ, являющиеся составными частями объекта ТЕЛЕВИЗОР, который не назван ни в одном представлении. Для повышения возможностей совместного использования понятий можно ввести в рассмотрение композиция ТЕЛЕВИЗОР (рис. 3).

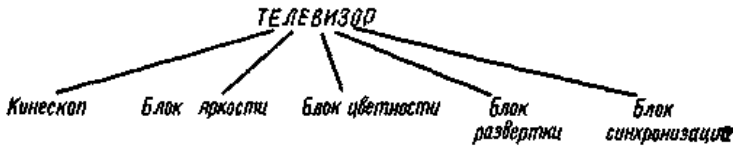


Рис. 3. Объединение композиции

Понятие **обобщения** близко к понятию композиции, но в отличие от последней, которая может быть представлена в виде составных частей, образующий некоторое «целое», **обобщение связано только с «целыми»**. **Обобщение относится к типу абстракции, в которой группа подобных элементов воспринимается как родовой элемент.**

При этом различия между отдельными элементами опускаются.

Например, УЧАЩИЙСЯ может быть воспринят как УЧАЩИЙСЯ школы, УЧАЩИЙСЯ ПТУ, УЧАЩИЙСЯ техникума.

Так же как и композиция, обобщение может встречаться в двух формах:

1. В одном локальном представлении определено некоторое множество объектов, которое может быть объединено общим для этих объектов родовым понятием, а само оно указано в другом локальном представлении.

Пример.

| | |
|------------------------|------------------|
| I представление | II представление |
| Цветные телевизоры | Телевизоры |
| Черно-белые телевизоры | |

Здесь родовым понятием, объединяющим оба представления, будет ТЕЛЕВИЗОР.

2. Ни одно из объединяемых локальных представлений не содержит родового понятия.

| | |
|------------------------|-----------------------|
| I представление | II представление |
| Цветные телевизоры | Переносные телевизоры |
| Черно-белые телевизоры | |

В этом случае установить наличие родовой связи между специфичными типами объектов можно только в процессе сопоставления объектов из различных локальных представлений.

Использование объединения обобщением позволяет повысить эффективность доступа пользователей к понятиям, хранящимся в библиотеке.

При формировании глобального представления понятий путем комбинированного использования идентичности, композиции и обобщения можно отобразить в модели понятий сложные связи, существующие между объектами и понятиями в предметной области.

Сам процесс объединения локальных представлений обычно носит интерактивный характер. В целях упрощения процесса объединения обычно осуществляют бинарное объединение, т. е. на каждом этапе объединяются только два локальных представления. Процесс попарного объединения повторяется для всех локальных представлений до тех пор, пока все они не будут интегрированы в одно глобальное (рис. 4).

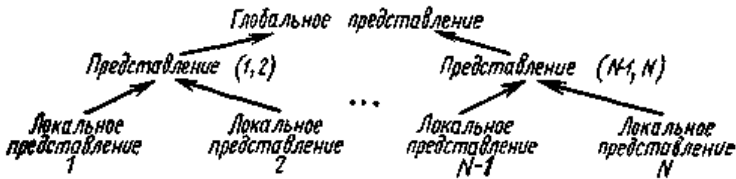


Рис. 4. Бинарное объединение

В процессе объединения могут выявляться противоречия между отдельными локальными представлениями. Противоречия обусловлены обычно неполнотой или ошибочностью спецификаций или же некорректностью требования. Так, например, в одном локальном представлении связь между объектами может быть отнесена к типу $1 : 1$, а в другом — типу $1 : M$ или $M : 1$. Большинство из противоречий такого вида может быть разрешено на этапе объединения путем выполнения соответствующих коррекций. Процесс объединения требует согласования и устранения всех выявленных противоречий.

После завершения объединения полученное глобальное представление служит исходной информацией для даталогического этапа проектирования БП. Данный этап предусматривает полученное инфологическое описание предметной области отобразить в описание БП.

Отображение одного описания в другое будет зависеть от принятой за основу модели понятий, поддерживаемой соответствующей СУБП. СУБП по виду поддерживаемой модели могут быть отнесены к одному из трех классов: реляционные, сетевые, иерархические.

В случае реляционной СУБП описание понятий предметной области трансформируется в реляционную схему. Объекты при этом отображаются в отношения БП.

В случае сетевой СУБП описание понятий предметной области отображается в граф. Типы объектов (понятий) представляются в типы записей, а типы связей — в типы наборов.

В случае иерархической СУБП описание понятий предметной области преобразуется в множество деревьев. Типы понятий при этом также будут отображены в типы записей, а типы связей — в типы «исходный-порожденный».

Процесс этих преобразований является неформальным и во многом зависит от разработчика.

Принципы проектирования физической библиотеки понятий.

Физическая организация понятий оказывает существенное влияние на эксплуатационные характеристики проектируемой БП, такие, как объем занимаемой памяти, время отклика библиотеки на запрос пользователя и т. д.

Под проектированием физической БП будем понимать процесс создания эффективной ее структуры на выбранной логической структуре.

Физическая библиотека понятий представляет собой совокупность совместно хранимых взаимосвязанных понятий, состоящих из одного или нескольких типов хранимых записей.

Понятие структуры физической БП включает: формат хранимой записи, структуру путей доступа к понятиям и размещение записей на физических устройствах.

Наиболее простой формой хранения понятий в памяти ЭВМ является линейный список. **Линейный список** представляет собой конечное и упорядоченное множество объектов (параметров) $\{x[1], x[2], \dots, x[n]\}$, структурные свойства которого связаны только с линейными относительным расположением параметров понятий. Порядковый номер, расположенный в квадратных скобках, указывает на относительное положение параметров в списке.

Линейные списки используются в тех случаях, когда встречаются упорядоченные множества понятий, признаков, параметров переменного размера и где операции включения, поиска, удаления элемента понятий должны выполняться в произвольных местах.

Одномерный линейный список, используемый для хранения понятий в памяти ЭВМ, называют также **вектором данных**.

Для линейного списка существует две возможности представления в ЭВМ: последовательное и связанное.

Последовательное представление. Является более простым и предполагает, что элементы списка размещаются в последовательных элементах памяти ЭВМ (рис. 5).

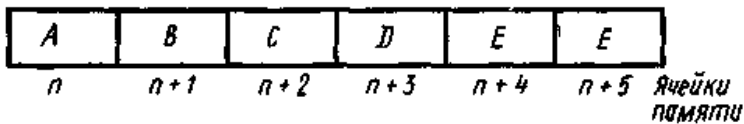


Рис. 5. Последовательное распределение памяти для представления линейного списка

При таком представлении списка возникают определенные сложности в реализации вставки нового элемента в середину. Например, чтобы включить в список между элементами D и E новый элемент K , необходимо изменить место элементов E и F . Точно так же удаление элемента из списка ведет к появлению в списке пустой ячейки и для его уплотнения необходимо осуществлять смещение оставшихся элементов.

Связное представление. Оно предусматривает задание для каждого элемента списка отношений следования и предшествования с помощью указателей, задающих связь между данными. При таком представлении каждая ячейка содержит элемент данных и указатель (адрес) на последующий элемент списка. При связанном распределении не

требуется, чтобы список хранился в последовательных элементах памяти (рис. 6).

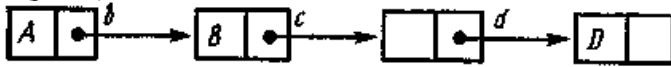


Рис. 6. Связанный список данных

Добавление или исключение некоторых данных в этом случае можно выполнить с помощью простой операции изменения значения указателя (рис. 7).

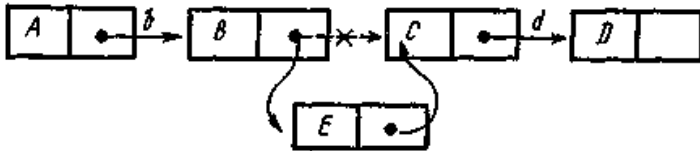


Рис. 7. Пример включения элемента в связанный список данных

Таким образом, использование связанных списков более удобно в случае динамически изменяющихся линейных структур.

Списки могут быть и двусвязанными (рис. 8).



Рис. 8. Двусвязанный список данных

При таком задании списка необходимо кроме прямого указателя для каждого элемента вводить в рассмотрение и обратный.

Структура линейного списка, представленная с помощью связанного распределения, называется также цепной структурой или цепью. Физическая последовательная и связанная структуры являются основными для большинства числа методов доступа к данным.

Методы доступа. Под методом доступа понимается совокупность технических и программных средств, обеспечивающих возможность хранения и выборки данных, расположенных на физических устройствах ЭВМ. В методе доступа выделяют два компонента: структура памяти и механизм поиска.

Наиболее широко используемыми методами доступа являются: последовательный; прямой произвольный; индексно-последовательный; индексно-прямой; основанный на использовании явных древовидных структур.

Последовательный доступ. Он реализует доступ к понятиям библиотеки путем последовательного просмотра записей.

Рассмотрим случай, когда физически последовательная структура содержит несколько смежных записей. Записи могут быть неупорядочены или упорядочены по значениям первичного ключа. Обычно каждая запись располагается в отдельном блоке.

Среднее количество физических блоков $N_{\text{ср}}$, к которым осуществляется доступ при поиске произвольной записи, равно $N_{\text{ср}} = (1+N)/2$. Данное выражение справедливо как для упорядоченных, так и неупорядоченных записей при условии, что искомая запись существует. В случае если искомая запись отсутствует, то для неупорядоченного файла $N_{\text{ср}}=N$, т. е. будут проверены все записи. Таким образом, неупорядоченный файл является неэффективным, если приходится часто обращаться к поиску отсутствующей записи.

Поскольку внесение изменений в произвольном порядке в последовательную структуру требует большого количества операций по перемещению записей, режим внесения изменений строго ограничивают.

Прямой доступ. В том случае, когда имеется возможность выделить в памяти для каждой записи место, определяемое уникальным значением ее первичного ключа, можно построить простую функцию преобразования ключа в адрес, обеспечивающую запоминание и выборку каждой записи в точности за один произвольный доступ к блоку.

Использование прямого доступа позволяет эффективно с точки зрения временных затрат осуществлять поиск понятий в библиотеке.

Методы прямого доступа подразделяются на две группы:

1. Доступ с помощью ключа, эквивалентного адресу;
2. Хэширование (метод произвольного доступа или рассеянной памяти).

Использование первой группы методов доступа возможно в тех случаях, когда в качестве атрибута в запись включается адрес памяти, в котором будет размещена запись. При работе с БП этот атрибут будет использоваться в качестве ключа.

Методы второй группы широко используются для обеспечения быстрой выборки и обновления записей по заданному значению первичного ключа.

Основная идея хэширования заключается в том, что каждый экземпляр записи размещается в памяти по адресу, вычисляемому с помощью специальной хэш-функции. В этом случае экземпляры записей хранятся не в последовательных ячейках, выделенного блока памяти, а случайным образом рассеиваются по всему блоку. Причем каждая новая запись помещается в блок памяти таким образом, что ее

присутствие или отсутствие может быть установлено без поиска по всему блоку.

Другими словами, **в методе хэширования строится отображение множества ключевых значений экземпляров записей понятий во множество физических адресов**. В качестве хэш-функций обычно выбирается некоторое правило, преобразующее значение типа записи в адрес.

Рассмотрим на примере алгоритм построения хэш-функции.

Пусть в памяти машины для хранения экземпляров записей выделен блок B из 1024 слов. Экземплярами записей z_i , которые необходимо хранить в B , являются наборы символов длиной в два слова. Таким образом, в блоке B можно разместить 512 отличающихся записей z_i .

Предположим, что начальный адрес блока в памяти α . Хэш-адресом для данного случая может быть цепочка I_z из девяти битов, поскольку формула $\alpha + 2I_z$ будет давать адрес, попадающий внутрь блока. Цепочка I_z может быть вычислена для каждой записи длиной в два слова по следующему алгоритму. Пусть z_i хранится в словах a и b . Тогда:

1. Умножим a на b и получим в результате c (произведение занимает два слова).
2. Сложим два слова, составляющие c , получим в результате d .
3. Возводим d в квадрат, получим в результате e .
4. Извлечем девять центральных битов из e и примем, что это и есть искомое значение I_z .

В зависимости от свойств битовых цепочек, представляющих экземпляры записей или их ключей, могут использоваться различные хэш-функции. При их подборе важно, чтобы хэш-функция равномерно распределяла все множество z_i по выделенному блоку памяти.

Обычно выбранная хэш-функция не может быть полной гарантией того, что различные экземпляры записей получают различные хэш-адреса. Всегда в процессе хэширования возникает ситуация, когда два (или более) экземпляра записей получают один и тот же адрес, что приводит к **коллизии**. Коллизия возникает, когда при добавлении новой записи в блоке памяти выясняется, что позиция записи, задаваемая хэш-адресом, уже занята записью, отличной от той, которую собираются туда поместить.

Для разрешения коллизий имеется много методов. К ним относятся методы последовательного сканирования и цепочки.

Метод последовательного сканирования. Он состоит в том, что при возникновении коллизии просматриваются последовательно (сканируются) участки памяти, отведенные для хранения записей, до тех пор, пока не будет найдена свободная позиция, куда и помещается запись.

Метод цепочки. Вместо хранения самих элементов блока можно хранить в нем указатели на связанные списки экземпляров, записей, имеющих одинаковый хэш-адрес.

После хэширования экземпляра записи (ее ключа), если участок памяти по вычисленному адресу свободен, запись размещается по этому адресу. Если же участок памяти по вычисленному адресу занят, то происходит обращение по указанию к следующему участку памяти (элементу списка), на который и помещается запись.

При поиске записей действия выполняются в той же последовательности. Вначале проверяется участок памяти по вычисленному адресу. Если там находится запись с другим значением ключа, то по указателю обращаются к следующей записи, и так до тех пор, пока не будет найдена необходимая запись.

Память, выделяемую для организации списков, называют областью переполнения.

Индексно-последовательный метод доступа. Он строится на основе упорядоченного физически последовательного файла и иерархической структуры индексов блоков, каждый из которых упорядочен по значениям первичных ключей подобно записям в файле данных.

Данный метод позволяет обеспечивать как последовательный, так и произвольный доступ к данным. С этой целью в рассмотрение вводится новый параметр — индекс блока. **Индекс блока** — представляет собой упорядоченную таблицу значений первичных ключей, в которой каждый элемент блока содержит наибольшее значение ключа среди всех записей в указанном блоке. С каждым значением ключа в индексе связан указатель соответствующего блока (рис. 9).

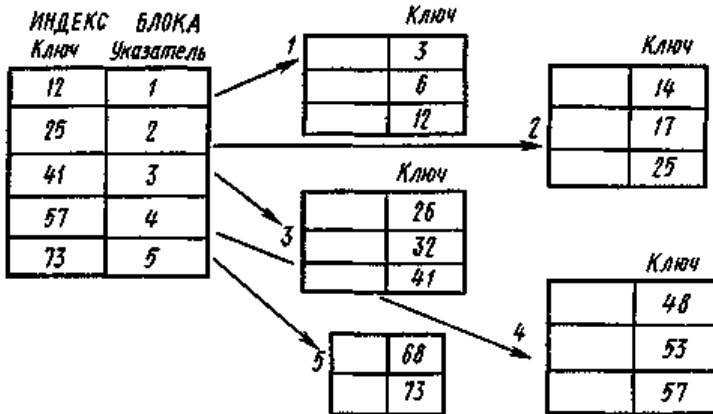


Рис. 9. Организация индекса блока

Использование упорядоченного индекса блока требует таких же записей данных в файле. Благодаря этой упорядоченности можно в каждом элементе индекса указать границы соответствующего блока: значение ключа представляет верхнюю границу, а указатель задает нижнюю границу, так как указывает адрес блока, точнее, адрес первой записи в блоке, содержащей наименьшее значение ключа.

В этом случае поиск экземпляра записи осуществляется посредством первоначального установления номера блока, в котором может находиться запись, а затем последовательного поиска в этом блоке, пока не будет установлено местонахождение искомой записи или ее отсутствие.

Данный метод позволяет обеспечивать быстрый доступ к записям баз данных и файлов большой размерности, в которых поиск по одному только индексу приводит к значительным затратам времени.

Индексно-произвольный метод доступа. Данный метод обеспечивает доступ к экземплярам записей на основе использования индекса. Поэтому метод называют также «метод доступа с полным индексом».

Полный индекс представляет собой такую организацию файла, при которой для каждого конкретного экземпляра записи предусмотрен соответствующий индекс. Этот индекс составляется из значения первичного ключа и указателя экземпляра записи, содержащий это значение (рис. 10).

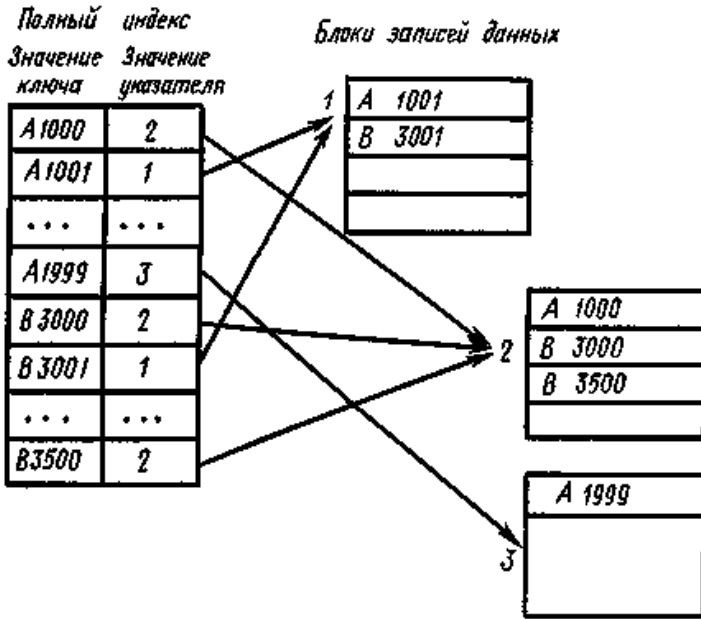


Рис. 10. Схема доступа с полным индексом

Обычно для ускорения поиска индексам порядочиваются. При этом упорядочивание или физически близкое размещение хранимых записей не требуется.

После того как в индексе обнаружено искомое значение ключа, доступ к записи можно осуществить с помощью указателя, который хранится в индексе рядом со значением ключа. В этом случае, если искомое значение ключа в индексе не найдено, поиск завершается на уровне индекса. Допускается произвольный доступ к индексу посредством хэширования.

Метод доступа с полным индексом обеспечивает эффективную выборку одиночных записей, а также простоту операций обновления.

Методы доступа, основанные на использовании древовидных структур. Получили широкое распространение методы представления в памяти ЭВМ данных в виде древовидных сетевых структур и соответствующие методы доступа к ним. Эти методы стали конкурентами классических, таких, как индексно-последовательный метод или хэширование.

К основным древовидным структурам обычно относят: бинарное дерево и В-дерево. Бинарным (двоичным) деревом называется

древовидный граф с двоичным ветвлением, т.е. с таким ветвлением, когда из каждой вершины (кроме конечных) выходят две дуги. Бинарные деревья представляют собой широко используемый вид структур баз данных, обеспечивающий как произвольную, так и последовательный выбор данных.

Важную роль проектирования древовидных структур данных играет понятие сбалансированного дерева. Прежде чем его рассмотреть, введем некоторые дополнительные понятия. Уровень вершины i определяется длиной пути от корневой вершины T до вершины i . Корневая вершина T имеет нулевой уровень. Ветвь дерева определяется его максимальным уровнем.

Дерево называется сбалансированным, если разница уровней любых двух конечных вершин не превышает единицы. Построение сбалансированного дерева делает равновероятным обращение к любой из его вершин, что позволяет минимизировать среднюю длину доступа.

Механизм поиска по бинарному дереву основан на том, что каждая вершина дерева помечена отдельным ключом.

Ключи упорядочены следующим образом: $k_{i_1} \leq k_{i_2}$, где k_i — ключ

i -й вершины; k_{i_1} — ключ i_1 -вершины, соответствующей левой дуге

i -й вершины (—); k_{i_2} — ключ вершины, лежащей на правой дуге.

При поиске некоторого ключа k вначале просматривается корневая вершина дерева T и сравнивается ключ k с ключом k_T корневой вершины. В случае $k=k_T$ поиск завершен успешно. В том случае, когда $k < k_T$, поиск продолжается в левом поддереве, а при $k > k_T$ поиск продолжается в правом поддереве (рис. 11).

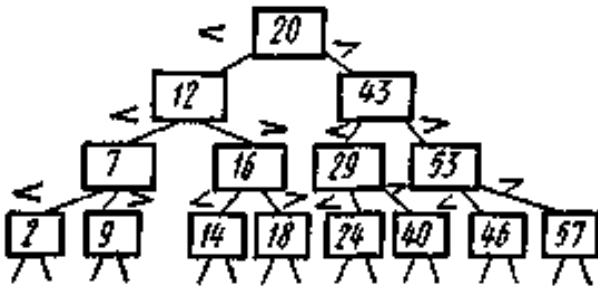


Рис. 11. Бинарное дерево поиска

Кроме бинарных деревьев в БП часто используются так называемые *B*-деревья.

B-дерево представляет собой обобщение понятия бинарного дерева. В нем из каждой вершины могут выходить более двух ветвей. Обычно *B*-деревья используются только для организации индекса. Записи данных располагаются в отдельной области, для которой возможен произвольный доступ. Каждая вершина *B*-дерева состоит из совокупности значений первичного ключа, указателей индексов и ассоциированных данных. Указатели индекса используются для перехода на, следующий, более низкий уровень вершины в *B*-дереве. Ассоциирование данных фактически представляют собой совокупность указателей данных и служат для определения физического местоположения данных, ключевые значения которых хранятся в этой вершине индекса.

Имеется множество различных гибридных древовидных организаций, сочетающих в себе лучшие качества метода хэширования, бинарных деревьев, *B*-деревьев и их многочисленных вариантов.

6.2. Методы визуального отображения понятий

6.2.1. Структура и задачи визуального отображения понятий

Для формирования визуального отображения понятий необходимо иметь информацию об окружающей среде (о расположении предметов, об их форме, размерах и т. д.). Несмотря на богатство естественного языка, сообщать в нем эту информацию сложно, а скорее всего и невозможно. Стремление представить в удобной форме сведения об окружении приводят к введению в структуру системы понятий средств восприятия визуальной информации - визуально отображенных понятий.

В данном разделе мы опишем подсистему визуального отображения понятий. Назначение подсистемы заключается в том, чтобы на основании двумерного изображения и информации о дальности получить в терминах знаний трехмерное описание предъявленной структуры понятия. Процесс отображения изображения понятия (в дальнейшем: изображения) может быть условно разделен на следующие этапы.

1. Предварительная обработка изображения. В этот этап включают кодирование и аппроксимацию изображения, применение к

изображению пространственно-инвариантных преобразований (фильтрации, коррекции, сглаживания или обострения изображения) с целью повышения его качества.

2. Выделение на изображении областей и контуров и получение их формального описания. Задача данного этапа состоит в выделении на изображении, представленном в виде двумерной матрицы, яркостных точек, контуров и областей. Затем производится разбиение контура на сегменты, определение типа линии, соответствующей сегменту, нахождение топологических и метрических свойств изображения.

3. Выделение объектов, представленных на изображении. Этап заключается в семантической интерпретации линий и областей, выделенных на предыдущем этапе, с целью объединения их в связанные объекты.

4. Определение трехмерной структуры понятия, выраженной сценой. Задача этапа состоит в определении пространственных отношений, связывающих объекты, представленные на сцене. Выполнение задачи осуществляется путем установления соответствия между изображением и сценой благодаря калибровке камеры, информации о дальности и т. п.

5. Опознавание выделенных в изображении объектов и составление описания сцены в соответствующих терминах.

В данном разделе не рассматриваются задачи первого и второго этапов, так как они лежат в стороне от основного содержания книги и являются темой самостоятельных исследований.

Рассматриваемые в этом разделе этапы касаются выделения из изображения семантической информации и связи ее с системой понятий (знаний). При изложении материала будем исходить из предположения, что определенная информация уже извлечена из изображения и представлена в символическом виде (а не в виде яркостных точек изображения). Например, будем предполагать, что из изображения извлечена и описана (представлена в символической форме) информация о линиях и областях изображения. Кроме того, как правило, будем предполагать существование некоторой априорной информации о классе анализируемых сцен, например, что все сцены состоят только из многогранных объектов.

Задача рассматриваемых в разделе методов — отобразить символическую информацию о вводимой сцене на накопленные понятия (знания) системы.

Приведенное выше деление на этапы весьма условно, а последовательность их выполнения может отличаться от указанной выше. При организации подсистем визуального отображения понятий

в системе понятий не используют фиксированную последовательность вызова подпрограмм, реализующих определенные функции, вместо этого используют так называемый *гетерархичный принцип организации*. Это понятие не имеет еще четкого определения (термин «гетерархичный» можно трактовать как «с переменной иерархичностью»), но оно включает в себя организацию программ, обладающую приводимыми ниже свойствами.

1. Система должна быть *целенаправленной*. Процедуры на всех уровнях должны связываться с некоторыми определенными целями и должны быть довольно краткими. Цели, как правило, должны либо непосредственно вызывать несколько примитивных процедур, либо сводиться к небольшому числу подцелей. Как следствие система должна работать методом «сверху—вниз».

2. *Управление* является не централизованным, а *распределенным по всей системе*. Программные модули взаимно действуют как равноправные единицы.

3. От разработчика системы требуются минимально возможные знания о состоянии системы в момент вызова процедуры. Процедура сама должна знать и создавать условия, которые требуются для ее работы. Это свойство позволяет наращивать систему различным пользователям без детального знания всей системы (что является принципиальным требованием при разработке сложных программ).

4. Система должна обладать некоторыми знаниями о себе. Должны существовать программные модули, выражающие критику при обнаружении подозрительных ситуаций, и модули, предсказывающие неудачу примитивных подпрограмм. Средства связи между этими модулями, кроме обычных средств (передача данных), должны включать сообщения, аналогичные совету, поддержке, замечанию, недовольству, критике, вопросу, ответу и т.п.

5. Система должна обладать способностью делать пробные заключения и обнаруживать свои ошибки. Если обнаруживается, что предположение ошибочно, то система должна определять, какие факты в базовых данных являются наиболее проблематичными и какие изменения наиболее вероятны.

Графически такая система подобна сети, а не неизменной последовательности процедур. Каждая процедура связывается с другой через множество возможных связей, передающих управление. Какие из этих связей используются в конкретном случае, зависит как от контекста, определяемого решаемой задачей, так и от процедур, имеющихся в системе.

Заметим, что при гетерархичной организации теряет смысл понятие подпрограмм верхнего и нижнего уровня, указывающего порядок

вызова процедур. В данном случае целесообразно говорить об уровне процедур в смысле рода их работы. Например, программа поиска линии, работающая с изображением, представленным в виде ярких точек, может в определенных случаях вызывать программу анализа модели предполагаемого класса объектов, являющуюся программой более высокого уровня.

В системах, использующих гетерархичную организацию, управление может осуществляться под влиянием окружения. Как отметил Саймон, это позволяет при довольно простой ведущей программе, но сложном окружении, демонстрировать интеллектуальное поведение.

Нас будут интересовать довольно сложные изображения, при обработке которых не удастся ограничиться отнесением предъявленного изображения к одному из известных классов, а требуется получить описание изображения, причем число возможных определений отдельного класса. Под *описанием изображения* мы будем понимать перечень объектов, их свойств и взаимосвязей. Другими словами, мы хотим подчеркнуть, что изображения, с которыми нам приходится иметь дело, являются сложными и не могут быть полностью обработаны методами распознавания образов.

6.2.2. Формальное описание структуры понятия «сцена»

Рассмотрим примеры формализмов, которые могут быть использованы как основа для описания произвольных сцен при визуальном отображении понятий.

6.2.2.1. Синтаксические описания.

Рассмотрим простейшую сцену, изображенную на рис. 12.

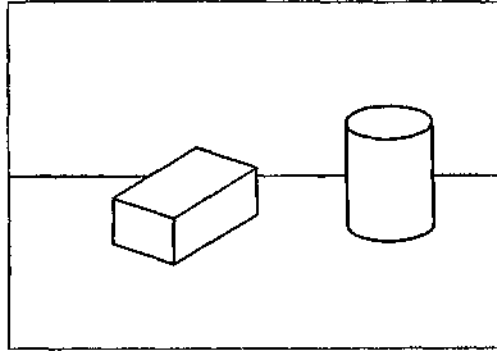


Рис 12. Пример простой сцены.

При кратком описании понятия «сцена» может быть охарактеризована как «параллелепипед и цилиндр». Более детально данная сцена может быть описана как «параллелепипед, расположенный слева от цилиндра». Можно продолжить детализацию описания, охарактеризовав, например, параллелепипед как совокупность трех граней и т. д. до любого желаемого уровня конкретности. *Указанный способ последовательного уточнения описания изображения будем называть лингвистическим*, так как он подобен процессу анализа предложения естественного языка. Для анализа изображения в этом подходе, так же как в случае анализа предложений, аналогичным образом вводится понятие грамматики.

Однако, в отличие от грамматик, используемых в естественных языках, ***грамматики для изображений являются не одномерными, а двумерными.*** В одномерных строках естественной операцией соединения символов является *операция конкатенации* — размещения символов друг за другом, в двумерных строках такой естественной операции *не существует*. Поясним эту мысль на примере рис. 12. Одно из возможных деревьев разбора для данной сцены приведено на рис. 13.

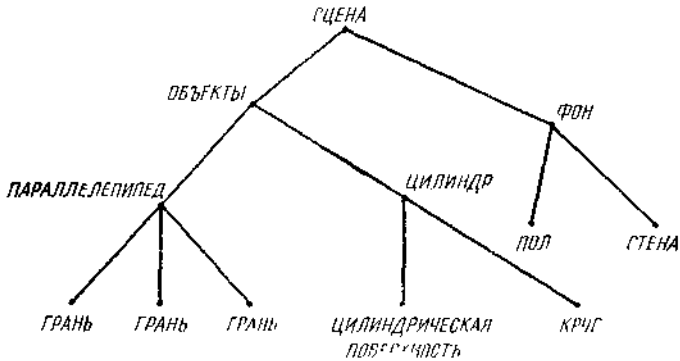


Рис. 13. Дерево разбора для сцены, приведенной на рис. 12.

Даже если мы точно определим терминальные (понятийные) вершины, дерево разбора будет только приблизительно описывать сцену. Например, три грани могут быть соединены множеством способов, из которых только некоторые дадут параллелепипед.

Существуют различные подходы к определению способа соединения символов в двухмерной строке (плоскости).

Наиболее прямолинейным является способ, полагающийся исключительно на описание границы некоторой фигуры, что дает возможность воспользоваться преимуществами естественного упорядочения точек в одномерном множестве. В качестве примера этого подхода приведем описание четырехугольника (грани).

ЧЕТЫРЕХУГОЛЬНИК — **ОТРЕЗОК + ОТРЕЗОК + ОТРЕЗОК + ОТРЕЗОК**, где «+» обозначает конкатенацию, и предполагается, что результурующая строка должна замыкаться на себя. Выбор терминального (понятийного) символа (отрезка) в этом простом примере является очевидным. Однако для фигур, состоящих из гладких кривых, этот выбор является менее очевидным, и, кроме того, часто трудно определить, где заканчивается один терминальный (понятийный) символ и начинается другой. Проблема идентификации терминальных (понятийных) символов в изображении свойственна не только подходу, основанному на описании границ, но и любому синтаксическому методу.

Предложенный метод не решает всех проблем. Действительно для описания параллелепипеда, приведенного на рис. 12, в понятиях определенных выше четырехугольников необходимо конкретизировать операцию соединения четырехугольников. Одним из часто используемых способов является определение точек, в которых происходит соединение четырехугольников (рис. 14).

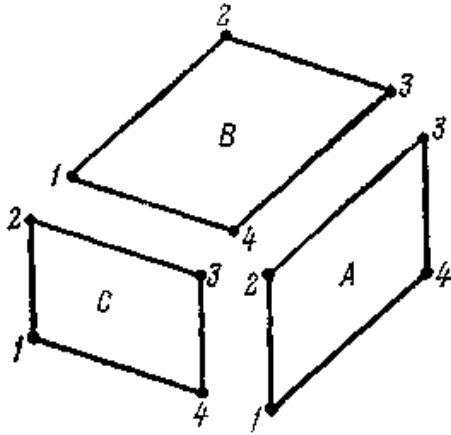


Рис. 14. Разложение параллелепипеда на грани

В этом случае синтаксическое описание параллелепипеда может иметь вид: «соединить точку 1 четырехугольника A с точкой 4 четырехугольника C » и т. д. для всех вершин.

Аналогичный подход к определению отношений между символами основывается на стандартизации точек соединения. Условимся, например, что каждый понятийный символ имеет две такие точки, называемые «головой» и «хвостом». Будем считать, что операция конкатенации состоит в присоединении «говы» первого символа к «хвосту» второго путем их перемещения (без вращения) в плоскости изображения. «Хвостом» получившегося непонятийного символа будем называть «хвост» первого понятийного символа, а «головой» — «голову» второго понятийного символа. Так, например, если b , c , d — понятийные символы, то непонятийный символ $A=b+c+d$ будет иметь в качестве «хвоста» «хвост» b , а в качестве «говы» — «голову» d . В качестве примера такого способа задания грамматики опишем цилиндр, изображенный на рис. 12. При этом будем использовать понятийные символы, представленные на рис. 15.

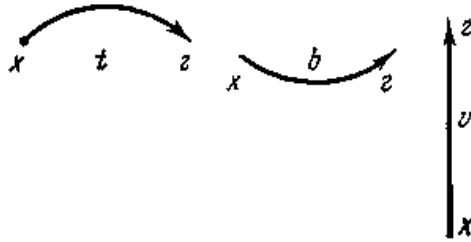


Рис 15. Множество понятийных символов для сцены, изображенной на рис.12

Операцию конкатенации будем обозначать символом «+», а символом « \sim » — операцию переобозначения у понятийного символа «головы» и «хвоста». Определим дополнительно операцию $*$, состоящую в присоединении «головы» символа p к «голове» символа q и «хвоста» p к «хвосту» q . «Головой» образованного символа будем считать точку соединения «голов» p и q , а «хвостом» — точку соединения «хвостов» p и q . В принятых обозначениях цилиндр можно записать следующим образом:

1. ЦИЛИНДР:: = СТОРОНА * КРУГ.
2. СТОРОНА:: = $\tilde{v} + b + v$.
3. КРУГ:: = $t * b$.

Рассмотрим на этом примере, как осуществляется синтаксический анализ изображения.

Нас в основном будет интересовать процесс распознавания изображения, а не порождения. Любая распознающая грамматика предполагает умение распознавать терминальные символы. Указанная операция в общем случае является довольно сложной, и поэтому при обработке двумерных строк (в отличие от одномерных) разбор «сверху—вниз» более предпочтителен, чем разбор «снизу—вверх», так как он определяет вид и возможное местоположение распознаваемого понятийного символа.

В приводимом нами примере необходимо уметь распознавать вертикальные линии и два типа кривых линий.

Предположим, что нам предъявлено изображение и требуется определить, содержится ли в нем цилиндр. Применим процедуру разбора «сверху — вниз». Правила 1 и 2 говорят о том, что цилиндр должен включать в себя символ СТОРОНА и что этот символ должен содержать понятийный символ вертикального отрезка. Поэтому процедура будет осуществлять просмотр изображения с целью поиска вертикального отрезка. (Отметим, что при разборе символов

одномерной строки требуется просто выбрать первый элемент строки.)
Найдя вертикальный отрезок, мы будем рассматривать его нижний конец как «голову», а верхний как «хвост», так как в соответствии с правилом 2 мы ищем \tilde{v} . Из правила 2 видно, что понятийный символ b должен быть присоединен к «голове» вертикального отрезка, поэтому необходимо исследовать область изображения в районе нижнего конца отрезка \tilde{v} с целью поиска кривой вида b . Если кривая b не найдена, то необходимо искать другой вертикальный отрезок. Если кривая b найдена, то в соответствии с правилом 2 необходимо искать в районе конца кривой b вертикальный отрезок. Если вертикальный отрезок найден, то в изображении опознан непонятийный символ СТОРОНА. Затем в соответствии с правилом 1 осуществляется поиск символа КРУГ. Если символ КРУГ найден и его расположение на изображении соответствует операции $*$, то операция распознавания заканчивается успешно.

Как уже было указано ранее, использование метода разбора «сверху—вниз» позволяет направить процедуру распознавания понятийных символов. В нашем примере, за исключением распознавания первого понятийного символа и, указанная процедура применялась не ко всему изображению, а к его некоторой области. Этот целенаправленный аспект алгоритма разбора «сверху—вниз» не только значительно уменьшает количество вычислений, но и уменьшает вероятность обнаружения ошибочного понятийного символа, т. е. относящегося не к исследуемой фигуре, а к некоторому другому объекту анализируемого изображения.

Заканчивая рассмотрение синтаксических методов, отметим два основных аспекта, возникающих при использовании некоторой грамматики. Первый состоит в уже упомянутой ранее проблеме распознавания в изображении понятийных символов. Природа процесса разбора такова, что ошибка в распознавании одного понятийного символа может привести к существенно отличному результату. Второй аспект касается целесообразности применения синтаксического анализа к тем или иным классам изображений. Одной из основных существенных сторон использования грамматики является рекурсивность, т. е. возможность в компактной форме представлять некоторые характеристики (признаки) входной строки. Таким образом, преимущества от использования грамматики могут проявиться на изображениях, состоящих из небольшого множества понятийных символов, образующих непонятийные компоненты небольшим количеством рекурсивных правил. В изображениях, не удовлетворяющих указанному требованию, использование грамматики становится формальным способом исчерпывающего

описания «в словах» полного содержания изображения, не дающего преимуществ в компактности.

6.2.2.2. Семантические сети

При анализе многих изображений структуру изображения целесообразно описывать «в понятийных словах», т. е. символически. Кроме синтаксических методов, приведенных выше, для этих целей удобно использовать *семантические сети*, т. е. представлять структуру сцены в виде графа. При этом узлы графа помечаются наименованиями частей сцены, а дуги — наименованиями семантических отношений, в которых находятся связываемые ими узлы. В качестве примера опишем в виде семантической сети сцену, изображенную на рис. 12. Структура графа будет подобна дереву разбора, представленному на рис. 13. Для описания сцены введем, например, следующие отношения: «часть», «тип», «смежный», «слева», «справа», «выше», «ниже». Вид одной из возможных семантических сетей, описывающих указанную сцену, приведен на рис. 16.

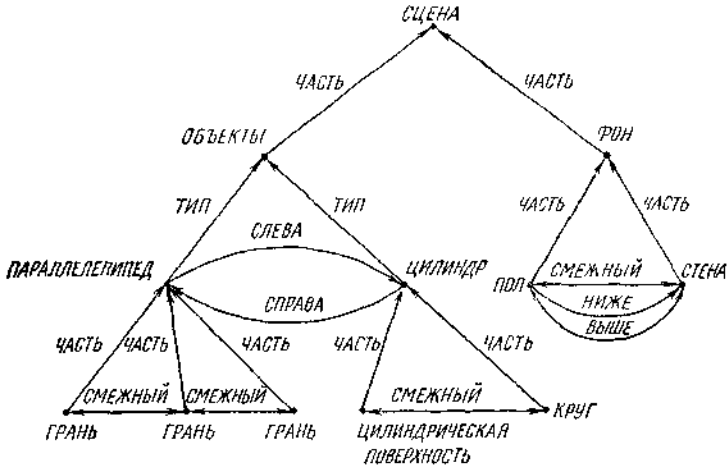


Рис. 16. Семантическая сеть для сцены, приведенной на рис. 12.

Дуги на рисунке направлены таким образом, что при чтении наименования узла у «хвоста» дуги, наименования дуги и наименования узла у «головы» дуги получается фраза естественного языка. Например, ЦИЛИНДР ТИП ОБЪЕКТОВ.

Как будет показано ниже, в виде семантических сетей удобно представлять не только описание анализируемой сцены, но и знание системы о понятиях (модели понятий), которые должны быть обнаружены на сцене.

6.2.3. Модели понятий, представленные трехмерными моделями объектов (предметов)

Описание сцены, состоящей из трехмерных объектов, можно осуществить одним из двух способов. Первый способ состоит в игнорировании трехмерной природы реальных объектов и описании сцены в понятиях двумерных конструкций. Второй способ описывает собственно трехмерные объекты, а не их изображения. Будем называть эти способы соответственно двумерным и трехмерным описанием понятия «сцена». Проиллюстрируем различие между способами на примере сцены, представленной на рис. 12. Двумерное описание может быть выражено, например, так: «три смежных четырехугольника, эллипс с примыкающей к нему криволинейной фигурой и три коллинеарных прямых отрезка». Трехмерное описание может быть определено, например, такими словами: «параллелепипед и цилиндр, стоящие на полу перед стеной». И тот, и другой способы используются при распознавании изображений. Мы отдадим предпочтение трехмерному способу описания понятия «сцена», так как он является более общим, дает реальное представление об окружении.

В связи с тем, что отображение двумерного изображения на трехмерную сцену не является однозначным (существует бесконечное число трехмерных объектов, соответствующих одному изображению), трехмерное описание может быть извлечено из двумерного изображения только на основании какой-либо дополнительной информации об объектах, присутствующих на сцене. Эта информация задается в виде трехмерных моделей объектов окружения. Трехмерное описание сцены вырабатывается как результат работы некоторой процедуры, интерпретирующей предъявленное изображение в понятиях трехмерной модели. Если окружение является достаточно простым, то модели могут выражать только небольшое количество деталей сцены при довольно простой процедуре, сопоставляющей изображение модели. Так, например, для сцены, изображенной на рис. 12 модель могла бы быть описана так: «все ребра параллелепипеда являются прямолинейными отрезками, а у цилиндра некоторые ребра образованы криволинейными отрезками». Даже такой грубой модели

было бы достаточно для интерпретации рисунка 12 в понятиях трехмерных объектов.

Для более сложного окружения будет требоваться более точная и полная модель. Часто, однако, возможно представлять сложные признаки, характеризующих изображения в виде простых признаков о моделях. В общем случае будет требоваться достаточно полное сравнение между трехмерными моделями и изображениями.

В частном случае, когда модель определяется конечным числом точек в трехмерном пространстве, а количество моделей конечно, для сопоставления изображения с моделью может быть использована следующая процедура. Предъявленное изображение сопоставляется с каждой моделью. При этом модель рассматривается со всех углов зрения. Для каждого угла зрения вычисляется проекция точек модели и производится сопоставление их с точками изображения. Модель, проекции которой в некотором положении наилучшим образом сопоставляются с изображением, считается моделью анализируемого изображения.

Проблема вычисления лучшего сопоставления между моделью и изображением может быть разделена на две подпроблемы:

- 1) идентификация точек модели и изображения, по которым производится сопоставление;
- 2) вычисления степени соответствия модели и изображения.

Первая подпроблема в общей постановке является очень сложной, и каких-либо глубоких результатов пока не получено. Однако в конкретных случаях, например, для сцен, состоящих только из многогранников, существуют элементарные геометрические свойства, достаточные для установления соответствия между изображением и моделью (или во всяком случае для существенного уменьшения неоднозначности соответствия). Для указанных ограничений (многогранники) вторая подпроблема может быть решена аналитически при полном описании трехмерной структуры каждой модели. Мы не будем останавливаться на описании этого метода, так как он требует полного описания моделей объектов (точнее, трехмерных координат всех вершин, выбранных для сопоставления) и применим только к простым сценам, что редко бывает в реальных ситуациях.

Ниже мы опишем методы, позволяющие анализировать сцены без полного знания моделей объектов, однако основанные на некоторых априорных знаниях о классе объектов, которые могут появляться на сцене. Мы ограничимся рассмотрением объектов, образованных многогранниками. Выбор довольно простого, но распространенного класса объектов вызван двумя причинами.

1. Указанное ограничение на класс рассматриваемых объектов практически не влияет на решение основной задачи — составление описания предьявленной сцены в понятиях знаний субъекта.
2. Только для указанных ограничений разработаны процедуры анализа изображений, практически не зависящие от вида конкретных объектов.

Для методичности изложения будем описывать этапы обработки изображения последовательно, но не следует забывать, что обработка осуществляется по гетерархическому принципу. Даже при восприятии простых реальных объектов возникают различного рода помехи (блики, тени и т. п.), не позволяющие выполнять этапы последовательно. В общих чертах процесс обработки изображения происходит следующим образом. Сначала выявляется из изображения наиболее достоверная и легко извлекаемая информация, такая как размер и форма внешнего контура. Затем из множества всех моделей, имеющих в системе, отбираются модели — кандидаты, не противоречащие первичной информации. Среди них выбирается наиболее подходящая модель, которая используется для того, чтобы направлять дальнейший процесс обработки изображения. Анализируя выбранную модель, предсказываются свойства, которые должны быть исследованы на изображении в первую очередь, и указывается место их расположения. При обнаружении предсказанных свойств на изображении процесс предсказания продолжается либо до полного опознавания объекта, либо до выявления различия между предсказанием и изображением. При обнаружении различий следует определить, не вызваны ли они поворотом объекта в пространстве или загороженностью одного тела другим и т. п. Если различие относится к такому классу, то оно устраняется. Так, например, можно предположить, что эллипс на изображении соответствует окружности в модели. Приняв данное предположение, следует определить угол наклона наблюдаемой поверхности и произвести пересчет остальных видимых точек. Если различие является неустранимым, то это значит, что выбранная модель не соответствует анализируемой сцене. В этом случае следует выбрать из списка моделей-кандидатов очередную модель, наиболее соответствующую собранной к данному моменту информации.

Минский разработал теорию, на основании которой осуществляется не выбор новой модели, а получение ее из предыдущей путем трансформаций.

6.2.4. Разбиение сцены на отдельные объекты

Задача разбиения сцены на отдельные объекты является необходимой для сцен реальной сложности. Общий механизм, осуществляющий указанную операцию, пока не предложен. Однако при принятых нами ограничениях эта задача имеет эффективные решения.

6.2.4.1. Семантика линий.

Нас будет интересовать семантика, выражаемая линиями (отрезками), из которых состоит изображение. Будем предполагать, что сцена содержит только многогранники степени три, т. е. точно три плоскости пересекаются в каждой вершине многогранника. Заметим, что при этом предположении линия на изображении может иметь только одно из трех значений:

- 1) обозначать ребро, являющееся пересечением граней, образующих впадину (ребро—«впадина»);
- 2) обозначать ребро, являющееся пересечением граней, образующих выступ («выпуклое» ребро), у которого на изображении видны его грани;
- 3) изображать выпуклое ребро, у которого на изображении скрыта одна из граней.

Будем называть линии первого типа *впадинами* и помечать знаком «←», линии второго типа — *выпуклыми ребрами* («+»), а линии третьего типа — *скрытыми ребрами* (→). Направление стрелки → выбирается таким образом, что если смотреть в направлении стрелки, то видимая грань ребра находится справа. Все перечисленные типы ребер представлены на сцене, изображенной на рис. 17.

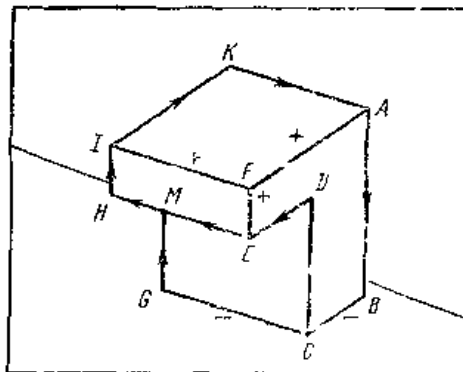


Рис. 17. Изображение объекта с помеченными ребрами

Например, линии EF и AF являются выпуклыми ребрами, линии BC и CG — впадинами, линии EH , LB — скрытыми ребрами. При сделанных ранее предположениях значение линии остается неизменным по всей ее длине. Вторым важным наблюдением является тот факт, что все вершины делятся на четыре типа. Действительно, так как вершины образованы пересечением трех плоскостей, которые делят пространство на восемь частей (октантов), то вершины можно разделить на типы в зависимости от того, сколько из восьми октантов, смежных с данной вершиной, принадлежит объекту. Существуют вершины типа 1, 3, 5 и 7. На рис. 18 приведены возможные типы вершин.

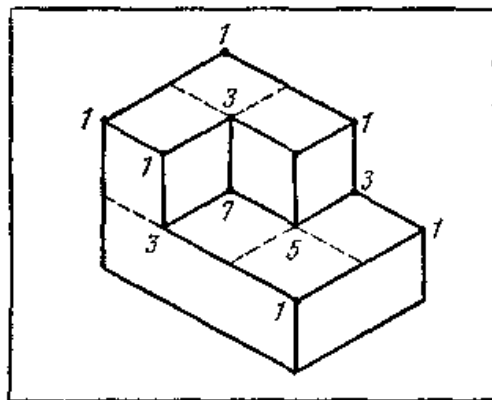


Рис. 18. Изображение объекта с помеченными вершинами.

Необходимо иметь в виду, что вершины одного и того же типа могут иметь различное представление на изображении (см. рис. 18). Это подчеркивает тот факт, что тип вершины является свойством самого объекта, а не его изображения. Изобразим все способы, в которых могут быть представлены вершины четырех типов. Следует иметь в виду, что вершина каждого типа может рассматриваться только из свободных октантов, т. е. октантов, не занятых объектом, которому принадлежит вершина. Заметим, что рассматривание объекта из различных точек одного октанта не приводит к существенному изменению изображения. Учитывая вышеизложенное, надо рассмотреть вершины типа 1, 3, 5, 7 соответственно с семи, пяти, трех и одной точек зрения. На рис. 19 приведен каталог возможных способов изображения четырех типов вершин.

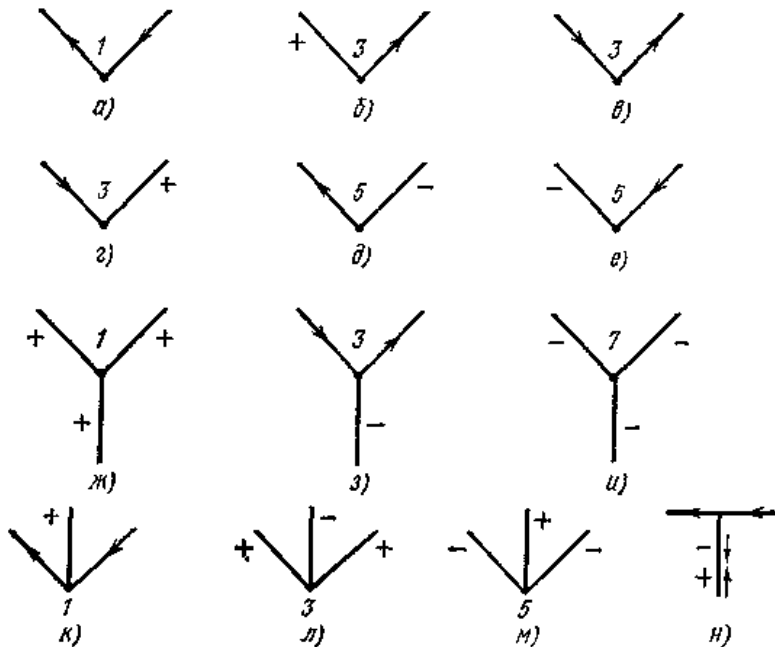


Рис. 19. Каталог возможных способов изображения четырех типов вершин.

Вершина типа 1 с семи возможных точек зрения дает только три различные изображения. Многие из способов представления вершин,

приведенных в каталоге, могут быть найдены на рис. 17. Например, вершина F изображена на рис. 19, $ж$, вершина K — на рис. 19, $а$, вершина A — на рис. 19, $к$ и т. д. На рис. 19, $н$ показана так называемая T -конфигурация, не соответствующая реальной вершине; она возникает, когда некоторая грань закрывает более удаленную часть объекта (см. точку M на рис. 17). Четыре возможных способа разметки ребер T -конфигурации указаны на рис. 19, $н$. Будем ребро T -конфигурации, которое может быть помечено разными символами, называть *основой* (*основанием*), а второе ребро — *перекладной*.

Будем вершины, изображенные на рис. 19 $а—е$ называть V -вершинами, вершины на рис. 19, $ж—и$ — *вершинами типа Y* , а вершины на рис. 19, $к—м$ — *вершинами типа W* .

Анализ каталога (рис. 19) показывает, что тип вершины и линий не может быть определен исследованием только локальной информации, необходимо привлечение некоторой контекстной информации. Как это может быть сделано, мы покажем на примере рис. 20.

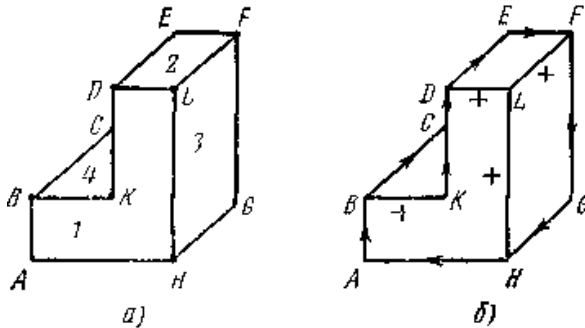


Рис. 20. Пример разметки вершин.

Заметим, что ребра внешнего контура некоторого изолированного тела могут быть размечены меткой \rightarrow при обходе контура по часовой стрелке (см. рис. 20, б), так как при этом видимая грань тела всегда остается справа. Теперь займемся анализом вершин B, D, F, H . Каждая из этих вершин имеет тип W со стрелками на внешних ребрах. Анализ каталога показывает, что существует только одна вершина такого типа (см. рис. 19, $к$).

У этой вершины среднее ребро должно быть помечено знаком «+». Следовательно, ребра BK, DL, LF, LH должны быть помечены знаком «+». Точке C на рис. 20 соответствует вершина типа T . В соответствии с каталогом поперечина вершины типа T должна помечаться стрелкой, т. е. линия KC помечается стрелкой. В данном примере мы смогли формально и однозначно назначить метки каждой линии. Однако это

не всегда возможно. Так, например, для изображения на рис. 17 вершины *B*, *C*, *G* не определить однозначно с помощью формального приема. Это отражает объективную причину: по изображению нельзя сказать, стоит ли объект на полу или висит над ним.

Формализуем описанную выше процедуру разметки следующим образом. Выберем некоторую вершину объекта и присвоим ей какую-либо разметку ребер из каталога. Разметка данной вершины наложит ограничения на вершины, смежные с ней. Будем повторять этот процесс до тех пор, пока не получим вершину, не удовлетворяющую каталогу, или не закончим разметку всего объекта. Представим данный процесс в виде дерева поиска. Узлам дерева поиска поставим в соответствие вершины изображения, а дугам, исходящим из данного узла, варианты разметки данной вершины, выбираемые из каталога. Проиллюстрируем работу процедуры на примере объекта с отверстием, представленного на рис. 21.

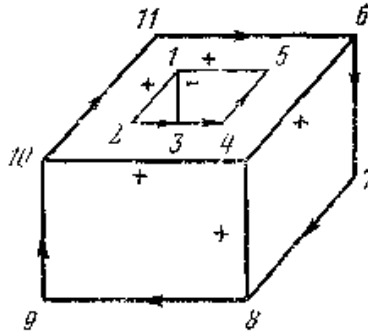


Рис. 21. Объект с квадратным отверстием

Выберем произвольный порядок обработки вершин, например, совпадающий с присвоенными им номерами. Вершине *1*, являющейся частью отверстия, на основании каталога может быть присвоено три способа разметки (рис. 19, *к*, *л*, *м*). Следовательно, из вершины *1* дерева поиска (см. рис. 22) будет исходить три дуги.

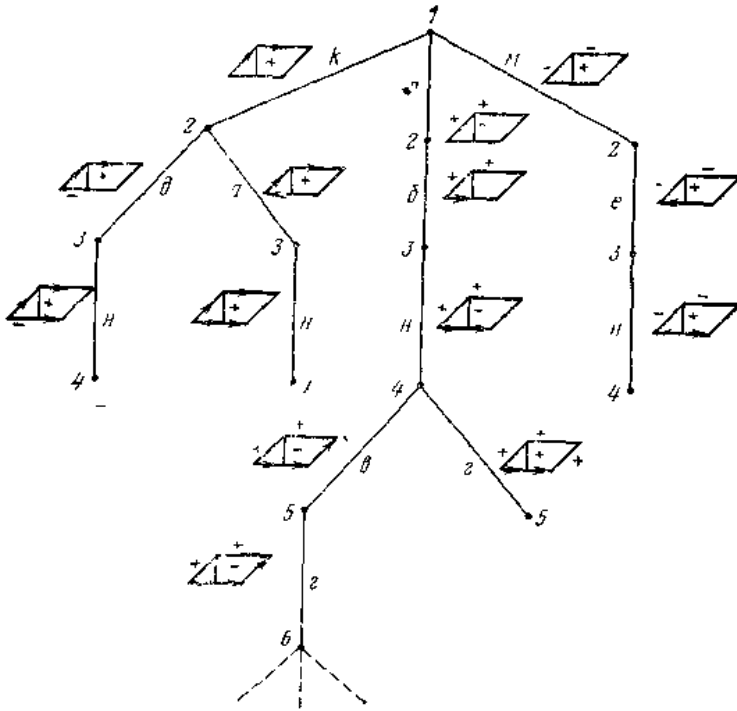


Рис. 22. Дерево поиска для объекта с квадратным отверстием.

Будем помечать дуги дерева поиска буквами, соответствующими выбранному из каталога варианту разметки. Для удобства рядом с дугой будем изображать отверстие с принятой на данном шаге разметкой. После рассмотрения вершины *1* выбираем вершину *2*. Способы ее разметки будут находиться в зависимости от разметки, присвоенной вершине *1*. В варианте *Ik* (см. рис. 22) для разметки вершины *2* имеются две возможности (см. рис. 19, *δ* и рис. 19, *а*). Аналогичным образом раскрываются вершины дерева в вариантах *Il* и *Im*. Затем выбирается вершина *3*, имеющая тип *T*. В варианте разметки *Ik*, *2δ* для вершины *3* возможен только один способ разметки. Действительно, направление перекладины у вершины типа *T* определяется каталогом однозначно (если смотреть в направлении стрелки, то ребро — основа должно находиться слева). Но тогда вершине *4* в каталоге не соответствует никакого способа разметки. Это означает, что данный вариант разметки является неприемлемым, и соответствующая ему ветвь дерева обрывается. Продолжая этот

процесс, можно получить единственную разметку линий всей фигуры, изображенной на рис. 21. Напомним, что ранее мы установили возможность размечать линии внешнего контура фигуры по часовой стрелке. Это правило сократит перебор вариантов при разметкесоставгаихся вершин. Описанный алгоритм сводится к поиску пути в дереве.

6.2.4.2. Объединение областей в объекты.

Одна из основных проблем при анализе изображений многогранников состоит в выделении объектов. Существуют различные эвристические алгоритмы, направленные на решение этой задачи, однако пока нет ее полного теоретического анализа. Перед тем как перейти к изложению конкретных методов, сделаем некоторые предварительные замечания.

Предположим, что мы хотим на изображении, состоящем из линий, образующих многогранники (возможно, закрывающие друг друга), выделить отдельные объекты. Другими словами, нас интересует, какие из областей, выделенных на изображении, образуют некоторый многогранник. Если больше не наложено никаких ограничений, то задача не имеет однозначного решения. Действительно, даже для такого простого изображения, какое представлено на рис. 17, существует два варианта: либо многогранник стоит на плите (или висит над ней), либо он образует одно целое с плигой. В связи с тем, что однозначного решения не существует, мы можем надеяться в лучшем случае на метод, дающий на большинстве изображений решения, аналогичные решениям человека.

Для обоснования эвристик рассмотрим простой многогранник, изображенный на рис. 23.

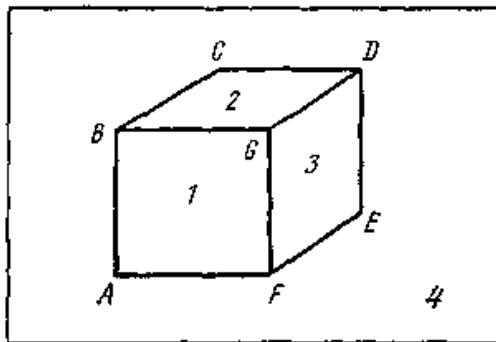


Рис. 23. Пример простой сцены

Предположим, что любой разумный метод выделения частей из данного рисунка должен определить, что области 1, 2, 3 объединяются в одну группу, а область 4 (фон) в другую. Если мы рассмотрим 7 видимых вершин многогранника, то здесь присутствуют: три V -вершины, три W -вершины и одна Y -вершина. Это вместе с фактом, что области 1, 2 и 3 должны объединяться вместе, предполагает введения следующих эвристических правил:

- 1) Y -вершина дает основания предполагать, что представленные в ней области должны быть объединены;
- 2) W -вершина дает основание предполагать, что две области, ограниченные ребрами, образующими между собой острые углы, должны быть объединены.

На рис. 24 изображены два расположенных друг на друге многогранника и находящаяся за ними треугольная призма.

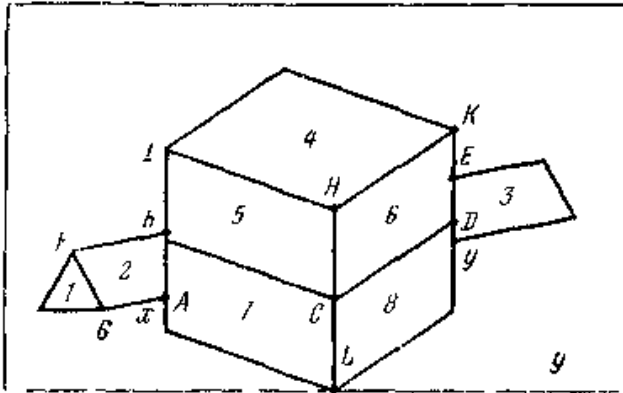


Рис. 24. Сцена, изображающая частично скрытый объект.

Вершина C называется вершиной типа ψ . Она наводит на мысль ввести следующее эвристическое правило:

- 3) ψ -вершина дает основания предполагать, что две верхние области должны образовать одну группу, а две нижних области — другую. (На рис. 24 ψ -вершина C дает основание для объединения областей 5 и 6 и областей 7 и 8.)

Рассмотрим теперь на рис. 24 T -вершины A и D . Ранее мы отмечали, что перекладина T -вершины закрывает более удаленную часть сцены (это справедливо не только для многогранников степени три). Кроме того, факт, что основы T -вершин A и D параллельны, дает основание предположить, что области 2 и 3 принадлежат одной группе, а области

x и y в окрестности точек C и D принадлежат другой. Можно сформулировать следующее эвристическое правило:

4) параллельность оснований двух T -вершин дает возможность предполагать, что области, находящиеся по одну сторону от оснований, образуют одну группу, а области, расположенные по другую сторону, образуют другую группу.

На рис. 25 дана иллюстрация четырех перечисленных выше эвристических правил. Пунктирами обозначены связи, указывающие на объединяемые области.

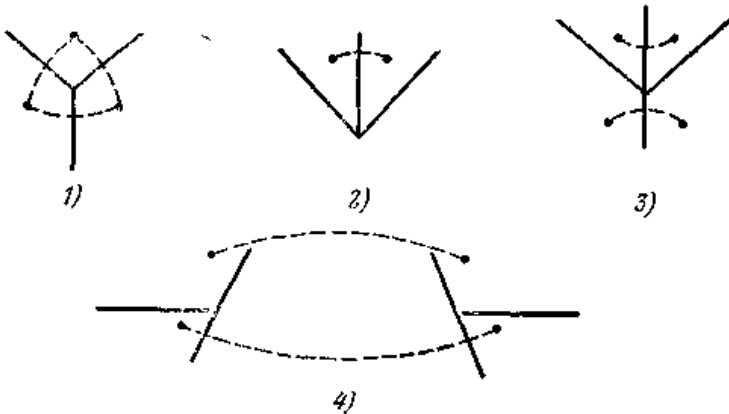


Рис. 25. Иллюстрация четырех эвристических правил объединения областей.

Приведенные правила не являются достаточными, так как были сформулированы только на основании совсем простых примеров. Кажется очевидным, что на основании только одной связки не следует объединять области. Целесообразно проанализировать отношения между всеми связками и только на основании этой информации объединять области.

Проиллюстрируем этот подход на примере сцены, содержащей усеченную пирамиду, лежащую на плите (рис. 26, а).

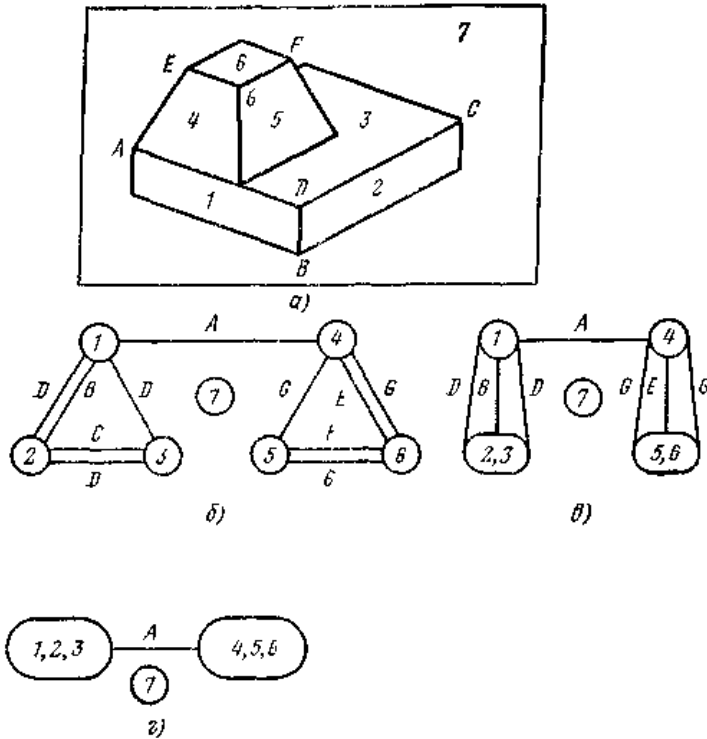


Рис. 26. Пример работы алгоритма объединения областей.

На рис. 26, б в виде графа представлена информация о связи областей сцены, изображенной на рис. 26, а. Узлы графа соответствуют областям изображения, а дуги — связкам, полученным с помощью применения приведенных ранее эвристических правил к некоторым вершинам (дугам присвоены имена этих вершин). Например, применив к вершине *D* эвристическое правило 1), получим связку между вершиной 1 и 2 (помеченную буквой *D*) и связки между вершинами 2 и 3, 1 и 3 (помеченные буквами *D*). Анализ рис. 26, б подтверждает подозрение, что одной связки не достаточно для объединения областей. Действительно, области 1 и 4 являются различными, но связываются связкой, полученной при обработке вершины *A*. Для того чтобы устранить указанное несоответствие, добавляется следующее эвристическое правило:

5) два узла объединяются, если между ними существует по крайней мере две связи. Любые связи из этих двух узлов к другим узлам остаются во вновь полученном графе.

Рис. 26, в изображает граф, полученный применением данного правила к узлам 2 и 3, а затем к узлам 5 и 6 графа, представленного на рис. 26, б. Применив это же правило к узлам 1 и (2, 3) и узлам 4 и (5, 6) графа, изображенного на рис. 26, в, получим окончательный вид графа рис. 26, г. К этому графу правило применить нельзя, так как никакие узлы не связаны двумя дугами. Таким образом, на рис. 26, а представлено три объекта (1, 2, 3), (4, 5, 6) и 7. Изложенный метод работает довольно успешно при распознавании многих сцен. Однако, можно привести примеры изображений, где этот метод дает неправильный результат. Например, фигура, изображенная на рис. 20, а, не будет опознана как одно тело, так как области 1 и 4 объединяются только одной связкой. Это несоответствие можно устранить, введя очередное эвристическое правило:

б) если в исходном графе некоторая вершина (область) связана только с одной вершиной, то эти вершины объединяются.

Однако и после введения этого правила можно привести пример (рис. 27), когда изображение будет неверно разделяться на отдельные объекты.

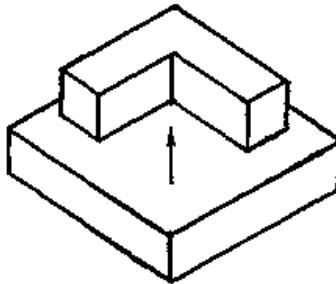


Рис. 27. Пример неверного объединения двух тел в одно на основе правил 1—6.

Рассмотренные выше методы не учитывали некоторых свойств физических тел и в первую очередь наличие теней. Обобщение изложенного выше способа разметки линий позволяет применить его для описания сцен, содержащих тени. Уолтц ввел одиннадцать типов линий (вместо трех, рассмотренных нами) и построил каталог, содержащий более тысячи возможных способов сочетания линий в вершинах (аналогичный каталогу, представленному на рис. 19). Процедура выделения тел, разработанная Уолтцем на основе данного

каталога, работает очень быстро, несмотря на большое количество потенциальных способов разметки вершин. Дело в том, что одновременно с увеличением числа способов разметки вершин увеличивается и количество ограничений, накладываемых на связанные вершины, что резко сокращает поиск. На рис. 28 приведен пример сцены, с которой программа Уолтца справляется довольно легко.

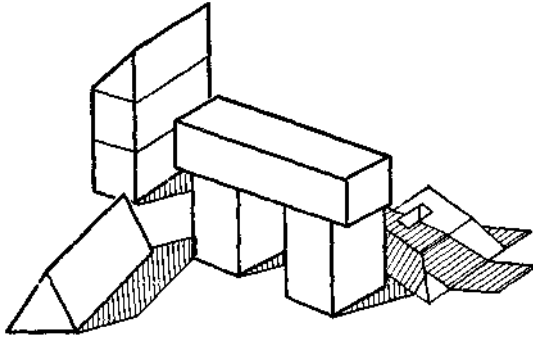


Рис. 28. Сцена с тенями, обрабатываемая программой Уолтца.

Подводя итоги перечисленным приемам, следует отметить, что они являются весьма общими в классе многогранников. Они не требуют ни того, чтобы многогранники ограничивались степенью три, ни какой-либо другой дополнительной информации о специфике объектов сцены. Однако эти методы не являются полными, т. е. они совершают ошибки при анализе некоторых сцен. Вообще говоря, довольно трудно характеризовать класс сцен, на которых эти методы работают безошибочно.

Цель применения описанных методов состоит в том, что после их работы сцена разлагается на тела, и это упрощает задачу опознающей программы. Действительно, теперь ей вместо осмотра всей сцены и поиска на ней участков, совпадающих с моделями, необходимо осуществлять сравнение только с выделенными областями, представляющими отдельные тела. Прежде чем перейти к описанию методов опознавания, мы рассмотрим в следующем параграфе способы получения пространственных характеристик выделенных объектов, также дающих дополнительную информацию для методов опознавания.

6.2.5. Монокулярное определение трехмерной структуры сцены

Определение трехмерной структуры видимой части объектов является важной частью анализа сцены. Оно необходимо как для опознавания объектов, если их модель является трехмерной, так и для образования визуального отображения понятия. Эта проблема в живой природе решается с помощью бинокулярного зрения. Однако при наличии двух изображений возникает задача отыскания на них идентичных пар точек.

В общем случае эта проблема не может быть решена по одному двумерному изображению. Однако при принятом предположении (сцена состоит только из многогранников) и благодаря некоторым дополнительным фактам можно получить информацию о третьем измерении.

Изобразим преобразование, выполняемое камерой в виде схемы, приведенной на рис. 29.

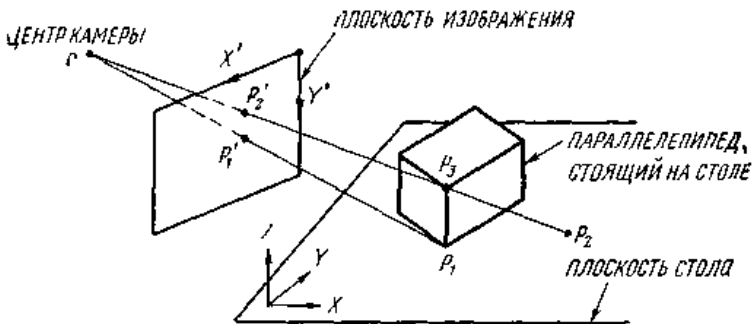


Рис 29. Преобразование, выполняемое камерой.

Для любой точки $P_j=(X_j, Y_j, Z_j)$ реального мира существует единственная соответствующая ему точка изображения $P'_j=(X'_j, Y'_j)$. С другой стороны, каждой точке P'_j соответствует луч, проходящий через эту точку и центр камеры. Если камера соответствующим образом откалибрована, то каждой точке P'_j можно поставить во взаимнооднозначное соответствие некоторую точку P_j на поверхности стола. Она определяется как точка пересечения луча, исходящего из точки C , с плоскостью стола. Если мы примем естественную гипотезу, что объект, изображенный на рис. 29, опирается на плоскость стола, а не висит в воздухе, то мы можем по точке P'_1 однозначно определить координаты точки P_1 .

Отметим, что если известна некоторая информация об объекте, например, такая, как размер ребра P_1P_3 или «ребро P_1P_3 вертикально поверхности стола» или «одна из образующих его граней вертикальна», то можно определить координаты точки P_3 . Предположим, что об объекте, изображенном на рис. 23, нам известны координаты точек A , F , E и G . Так как три точки определяют положение плоскости, мы можем по известным координатам A , F , G определить положение плоскости 1 в трехмерном пространстве. Теперь становится возможным определить положение точки B как пересечение плоскости 1 с лучом, исходящим из центра камеры и проходящим через точку B . Подобным образом можно определить координаты точки D на основании известных координат точек G , F , E . Теперь нам известны координаты точек B , G , D и, следовательно, можно определить положение в пространстве плоскости 2 , а по ней и координаты точки C . Итак, для изображенного на рис. 23 многогранника по координатам четырех точек A , F , G и E можно определить координаты оставшихся вершин, а следовательно, определить трехмерную структуру видимой части многогранника.

Формализуем приведенные выше рассуждения. Для простоты рассуждений будем полагать, что начало координат расположено в центре камеры. Тот факт, что точка (x, y, z) лежит в плоскости и, может быть выражен уравнением $V \cdot P = 1$, где V является вектором, перпендикулярным v , исходящим из начала координат и имеющим длину, обратную расстоянию от начала координат до плоскости, а P — вектор, исходящий из начала координат в точку (x, y, z) . Вектор V характеризует плоскость v . Если известно расположение луча, на котором лежит точка P , то это эквивалентно знанию положения единичного вектора U в направлении P и расстоянию α от начала координат до P . Учитывая вышеизложенное, можно записать, что

$$V \cdot \alpha U = 1 \quad \text{или} \quad V \cdot U = 1 / \alpha = \lambda.$$

Применим этот анализ к изображению, представленному на рис. 23. Будем обозначать через V_i векторы, характеризующие плоскости граней 1 , 2 и 3 , а через U_k — единичные векторы, направленные в вершину K . Тогда для плоскостей 1 , 2 и 3 можно записать следующие уравнения:

$$V_1 \cdot U_A = \lambda_A, \quad V_2 \cdot U_B = \lambda_B, \quad V_3 \cdot U_G = \lambda_G,$$

$$V_1 \cdot U_F = \lambda_F, \quad V_2 \cdot U_C = \lambda_C, \quad V_5 \cdot U_F = \lambda_F,$$

$$V_1 \cdot U_G = \lambda_G, \quad V_2 \cdot U_G = \lambda_G, \quad V_3 \cdot U_E = \lambda_E,$$

$$V_1 \cdot U_B = \lambda_B, \quad V_2 \cdot U_D = \lambda_D, \quad V_3 \cdot U_D = \lambda_D.$$

Итак, мы имеем 12 линейных уравнений и 16 неизвестных ($\lambda_A, \lambda_B, \lambda_C, \lambda_D, \lambda_E, \lambda_F, \lambda_G$ и 9 неизвестных, определяющих плоскости $1, 2$ и 3). Если уравнения линейно независимы, то однозначное решение может быть

получено, если будут зафиксированы любые четыре независимые переменные. В общем случае можно сказать, что мы имеем:

$$K = (\text{число неизвестных}) = 3 \times (\text{число плоскостей}) + \\ + (\text{число различных точек изображения}).$$

$$M = (\text{число уравнений}) = \sum_{\substack{\text{по всем} \\ \text{плоскостям}}} (\text{число различных точек}$$

плоскости).

Таким образом, $L=K-M$ равно наименьшему числу точек изображения, информация о которых должна быть известна для того, чтобы однозначно определить трехмерную структуру многогранника.

Если на объекты сцены наложить ограничения, что они являются только многогранниками степени три, то можно получить интерпретацию описанной выше процедуры. Интерпретация позволяет последовательно определять местоположение в пространстве видимых граней объекта, что по сравнению с решением системы линейных уравнений дает возможность использовать информацию, получаемую в процессе вычислений, для направления вычисления. Интерпретация основывается на определенном рода дуальном графе, описывающем изображение многогранника. Узел дуального графа соответствует видимой грани многогранника, а дуга между двумя вершинами (гранями) соответствует ребру многогранника, разделяющему смежные грани (т. е. ребру, являющемуся общим для двух граней). Если две грани разделяются более чем одним ребром (все ребра толжны быть коллинеарны), то на графе изображается только одна дуга. Заметим, что из приведенного ранее метода разметки можно определить, является ли ребро общим для двух смежных, видимых граней. Действительно, если ребро помечено знаками «+» или «—», то оно является общим, если же оно помечено знаком \rightarrow или \leftarrow , то оно не является общим для двух граней (одна грань закрывает другую).

На рис. 30, а и 30, б представлен многогранник и соответствующий ему дуальный граф.

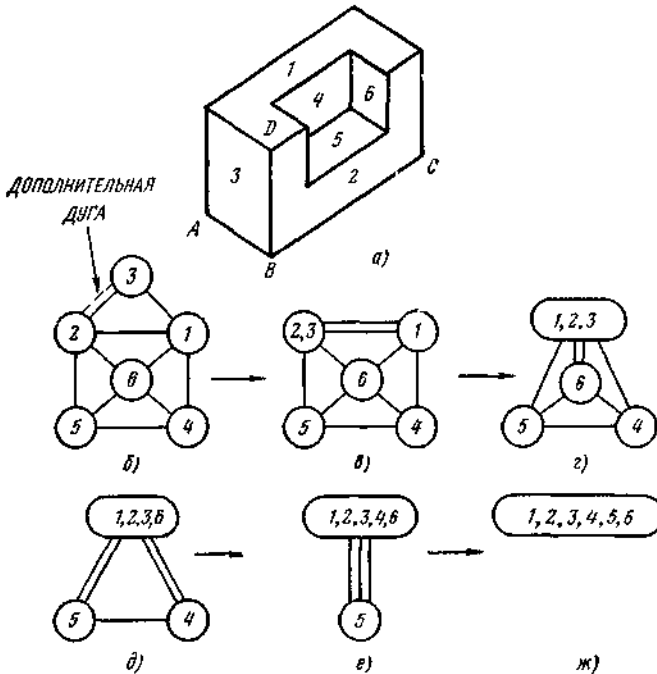


Рис 30. Объединение дуг дуального графа с введением одной дополнительной дуги.

Покажем, как дуальный граф используется для определения последовательности перехода от одной грани многогранника к другой для определения его пространственной структуры. Предположим, что известны координаты вершин A, B, C, D (рис. 30, а), т. е. известно расположение в пространстве плоскостей 2 и 3. Поверхности, имеющие известное местоположение в пространстве, будем объединять в одну вершину (см. рис. 30, в), связывая с ней все дуги, которые входили в объединенные вершины. Для того, чтобы инициировать процесс, введем дополнительное ребро между гранями, положение которых в пространстве известно (см. рис. 30, б). Из рис. 30, в видно, что грани 2 и 3 с известным местоположением связаны двумя дугами с гранью 1. Следовательно, грань 1 граничит с гранями 2 и 3 по двум неколлинеарным ребрам, которые однозначно определяют положение грани 1. Подобные рассуждения обосновывают следующее правило преобразования графа: объединение в одну двух вершин, связанных более, чем одной дугой. Применяя это правило многократно

к дуальному графу, изображенному на рис. 30, б, получим единственную вершину. Это обозначает, что для рассматриваемой фигуры четырех точек достаточно, чтобы определить пространственную структуру всей фигуры. В общем случае четырех точек может быть недостаточно для определения пространственной структуры тела. С точки зрения приведенного выше преобразования это будет означать, что к дуальному графу надо будет присоединить более чем одну дополнительную дугу, чтобы преобразовать граф к одной вершине. Другими словами, для однозначного описания видимой пространственной структуры объекта необходимо определить (например с помощью дальномера) трехмерные координаты еще одной точки объекта. Нетрудно показать, что пространственная структура видимой части многогранника может быть определена с помощью $K+3$ независимых известных точек, где K — количество добавляемых ребер. На рис. 31 приведен пример фигуры и соответствующего ей дуального графа, требующей для определения пространственной структуры пяти точек.

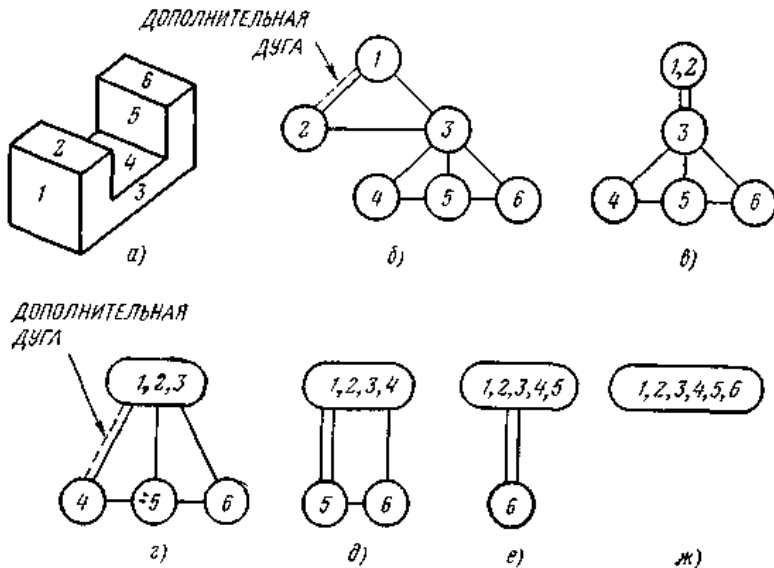


Рис. 31. Объединение дуг дуального графа с введением двух дополнительных дуг.

В п.б.2.1 предъявлены некоторые требования к структуре комплекса программ, осуществляющего восприятие визуальной информации. Мы отмечали, что последовательность вызова программ комплекса не должна быть фиксированной и заранее предопределенной, она должна определяться анализируемой сценой. В качестве примера рассмотрим сцену, представленную на рис. 32.

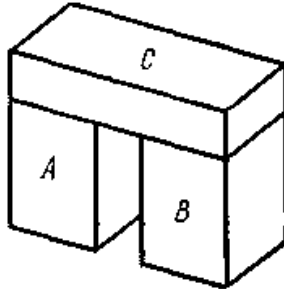


Рис. 32. Определение глубины многогранника A на основании глубины многогранника B

Здесь ребро, определяющее глубину многогранника A , не видно, и если полная модель многогранника A неизвестна программе, то на основании описанных выше методов длину ребра не определить. Человек при анализе этой сцены сделает естественное предположение, что многогранники A и B одинаковы и на основании этого определит размер невидимого ребра.

Финин предложил подход к решению подобных задач. Предложенную им процедуру удобно определить в терминах циклического выполнения последовательности: «группирование—гипотеза—проверка». Рассмотрим работу процедуры анализа на примере сцены, изображенной на рис. 32. Процедура пытается определить размеры объекта A и выясняет, что глубина его не видна из изображения. Тогда она относит объект A к какой-либо группе объектов. В рассматриваемом примере A и B могут быть отнесены к группе объектов, поддерживающих объект C . Затем процедура проверяет, существуют ли причины, мешающие отнести объекты A и B к одной группе? При этом процедура рассматривает примерно такие вопросы:

1. Относятся ли A и B к одному сорту объектов?
Да, оба являются брусками.
2. Одинаковым ли образом ориентированы объекты A и B ?
Да.
3. Соответствуют ли видимые размеры объектов?
Да.

4. Существуют ли причины сомневаться в том, что невидимое ребро объекта *A* отличается от аналогичного ребра объекта *B*?

Нет.

Если ответы аналогичны приведенным, то гипотеза применяется и анализ сцены продолжается.

Отметим, что группирование объектов является одним из способов использования контекста при анализе сцены.

Основанием для высказывания гипотезы о принадлежности объектов к одной группе может быть, например, следующая информация.

1. Объекты образуют стеки и ряды, связанные отношением «поддерживать» или «находиться перед».
2. Объекты выполняют общую функцию, например, колонны у арки или ножки у стола.
3. Объекты находятся в непосредственной близости.
4. Объекты относятся к одному типу.

Проверка гипотез осуществляется не только на основе измерения различий между объектами, но также на основе измерения, какие отклонения являются типичными и какие приемлемыми.

Описанная процедура требует дальнейшего уточнения и развития, однако общий подход заслуживает внимания.

6.2.6. Формирование моделей понятий, опознавание объектов и описание сцены

На основании методов, аналогичных описанным в предыдущих параграфах, и некоторой априорной информации об объектах можно составить описание сцены.

Рассмотрим на примере сцены, изображенной на рис. 33, *a*, процесс получения ее описания.

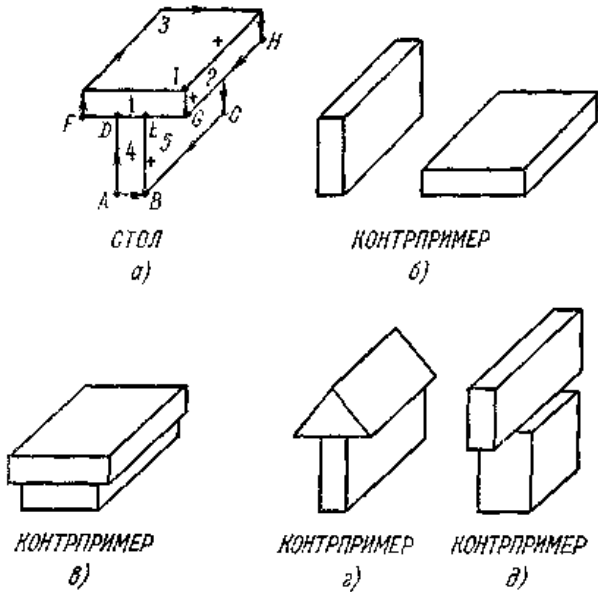


Рис. 33. Последовательность примеров, определяющих понятие СТОЛ.

Будем полагать, что предъявляемые сцены содержат только прямоугольные параллелепипеды (для краткости будем называть плитами). Столь жесткое ограничение на вид используемых объектов не отражает реальных возможностей машинных методов обработки изображений и введено исключительно с целью привести компактный пример. Будем также полагать, что программе, обрабатывающей изображение сцены, известны следующие понятия: СТОЯТЬ, ЛЕЖАТЬ, ПОДДЕРЖИВАТЬ. Например, программа может считать, что объект стоит, если его высота больше одного из горизонтальных размеров и объект лежит, если указанное условие не выполняется. Программа может определять понятие ПОДДЕРЖИВАТЬ как отношение одного объекта находится под другим (при отсутствии других объектов между ними).

Как и прежде, будем основываться на гипотезе об опорной плоскости, т. е. будем считать, что любой объект поддерживается либо горизонтальной плоскостью стола, либо горизонтальной плоскостью другого объекта. В результате работы 1 и 2 этапов (см. п. 6.2.1) подсистемы зрительного восприятия изображение предъявленной сцены будет описано в терминах линий и областей. Применение к

полученному описанию алгоритма разметки линий даст результат, изображенный на рис. 33, *а*. На основании проведенной разметки линий, эвристические правила разбиения сцены на объекты обнаружат присутствие на сцене двух объектов: $(1, 2, 3)$ и $(4, 5)$.

На анализируемом изображении часть объекта, образованного гранями 4 и 5, закрыта объектом, составленным из граней 1, 2 и 3. Поэтому при разбиении сцены на объекты объект $(4, 5)$ будет представлен в виде неполного контурного рисунка. Для упрощения процесса опознавания можно применять эвристические процедуры, достраивающие неполные контурные рисунки на основании некоторых знаний о свойствах объектов. В рассматриваемом примере в связи с его простотой (все объекты являются плитами) в этом нет необходимости.

После этапа достраивания неполных контурных рисунков следует этап опознавания объектов и определения взаимоотношений между объектами. Для сопоставления трехмерной модели объекта с его двумерным изображением необходимо получить по контурному рисунку заключение о трехмерных свойствах сцены. В п. 6.2.5 рассмотрена возможность использования гипотезы об опорной плоскости для определения этой информации.

В рассматриваемом примере знание, что точки A , B и C лежат на известной опорной плоскости, дает возможность определить их трехмерные координаты.

В связи с тем, что плита является прямоугольным параллелепипедом, плоскость, в которой лежит грань 4, перпендикулярна опорной плоскости, и, следовательно, ее положение в пространстве может быть определено. Если положение грани 4 известно, то можно определить координаты точек D и E как пересечение луча, исходящего из центра камеры, с плоскостью, в которой лежит грань 4. На основании подобных рассуждений могут быть определены координаты точек F , G , H , I . Знание координат точек A , B , C , F , G , H , I дает возможность вычислить длины сторон параллелепипедов и сделать заключение, что плита $(4, 5)$ находится в состоянии СТОЯТЬ (так как $AD > AB$), плита $(1, 2, 3)$ находится в положении ЛЕЖАТЬ (так как $GI < FG$ и $GI < GH$), и плита $(4, 5)$ находится с плитой $(1, 2, 3)$ в отношении ПОДДЕРЖИВАТЬ (так как объект $(4, 5)$ расположен под объектом $(1, 2, 3)$). Итак, на основании собранной информации описание сцены может быть представлено в виде семантической сети, изображенной на рис. 34.

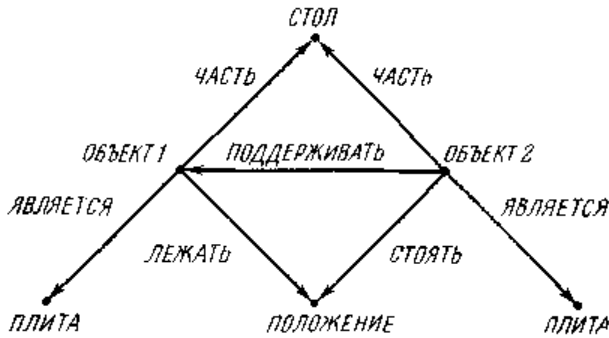


Рис. 34. Описание понятия СТОЛ.

Покажем теперь, как понятия (модели), существующие в системе, могут быть использованы для образования новых, более сложных понятий.

Процесс образования понятия заключается в предъявлении машине последовательности сцен, характеризующих как собственно понятие, так и понятия, подобные образуемому, но отличающиеся от него в одной или нескольких принципиальных деталях (контрпримеры).

Мы будем рассматривать образованное понятие как модель, включающую описание обязательных признаков и описание признаков, которые не должны присутствовать в примерах, удовлетворяющих данному понятию.

На рис. 33 приведена последовательность сцен, определяющих образуемое понятие СТОЛ. Программа анализа изображения при предъявлении первой из сцен, определяющей собственно понятие, составляет описание сцены в терминах известных ей понятий и отношений.

Примерный вид полученного описания приведен на рис. 34.

В определении стола существенным отношением является отношение поддержки, так как не существует столов без этого отношения между составляющими его объектами. Следовательно, цель примеров — показать машине существенные признаки понятия. (Позже мы увидим, что некоторые отношения становятся менее существенными, а другие запрещенными.)

Второй пример на рис. 33 является контрпримером. Его единственное отличие от первого примера заключается в том, что одна плита не поддерживает другую. Описание этого изображения отличается от описания первого примера отсутствием отношения ПОДДЕРЖИВАТЬ между плитами. Программа, сравнивающая описания, обнаружит это

единственное различие и сделает вывод, что именно отсутствие этого отношения привело к невозможности отнести второй пример к понятию СТОЛ. Таким образом, программа помечает отношение ПОДДЕРЖИВАТЬ как существенное заменой ею в описании понятия на отношении ДОЛЖЕН ПОДДЕРЖИВАТЬ. Заметим, что мы сформировали новое отношение на основании всего одного примера, а не на основании статистических выводов из серии опытов. Остальные контрпримеры (рис. 33) выполняют аналогичную роль. Под их воздействием будет получена модель понятия СТОЛ (см. рис. 35).

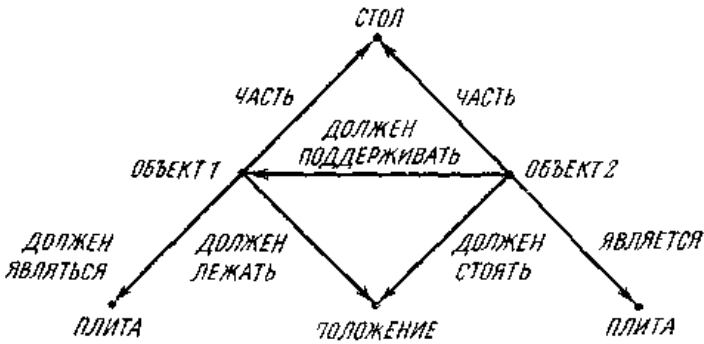


Рис. 35. Модель понятия СТОЛ.

Теперь, когда основная идея ясна, рассмотрим более сложную последовательность примеров (рис. 36), определяющую понятие АРКА.

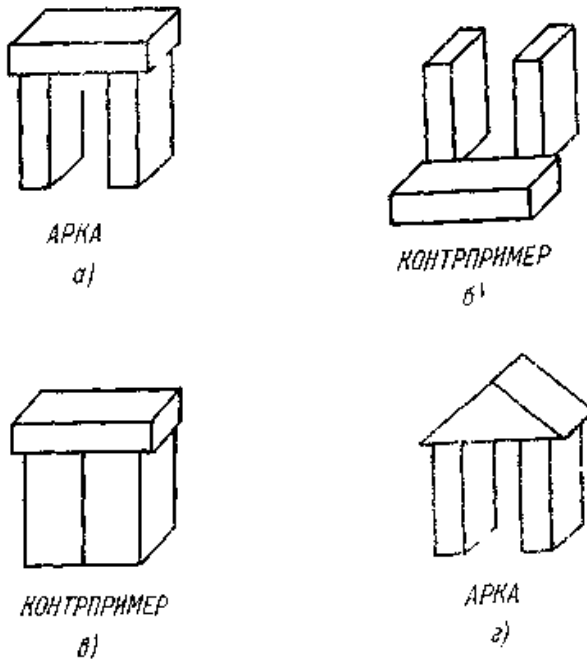


Рис. 36. Последовательность примеров, определяющих понятие АРКА.

Первый пример последовательности дает, как и ранее, образец образываемого понятия, на основании которого машина составляет начальное описание понятия. Следующий пример демонстрирует необходимость отношения ПОДДЕРЖИВАТЬ для понятия АРКА. В отличие от примера на рис. 33, б, различие касается отсутствия не одного, а двух отношений ПОДДЕРЖИВАТЬ (для каждой из опор арки). Этот пример поднимает сложный вопрос: что делать, если контрпример отличается от описания образованного понятия более, чем в одном отношении или вершине. Для решения этой проблемы необходимо разработать теорию, которая рассортировывает наблюдаемые различия по важности и использует наиболее интересные для формирования гипотез о модификации описания образываемого понятия. В связи с отсутствием в настоящее время подобной теории перечислим некоторые правила, пригодные для упорядочения различий.

1. Важность различий убывает по мере удаления от начального (верхнего) узла описания, соответствующего нулевому уровню сети. Так, различия в отношении между объектами более важны, чем различия в форме объектов, которые в свою очередь более важны, чем различия в затемнении вершин.

2. Различия в пределах данного уровня упорядочиваются в соответствии с их типом. Например, различие, состоящее в отсутствии отношения, связывающего две вершины, можно рассматривать как более важное, чем различие в появлении дополнительного отношения.

3. Различия, имеющие одинаковый уровень и тип, могут быть упорядочены на основе некоторых вторичных эвристик. Например, отношение ПОДДЕРЖИВАТЬ зачастую более важно, чем отношение КАСАТЬСЯ или СПРАВА, СЛЕВА.

4. Если два различия имеют одинаковое описание и сущность, то целесообразно считать, что они оба являются причинами отнесения образца к контрпримеру.

Последнее правило ориентировано на обработку образцов, аналогичных контрпримеру, приведенному на рис. 36, б.

Вернемся к рассмотрению последовательности, определяющей понятие АРКА (рис. 36). Очередной контрпример (рис. 36, в) несет косвенную информацию о необходимости расстояния между двумя опорами арки. Описание данного контрпримера имеет наиболее важное различие с текущим описанием понятия АРКА в наличии дополнительных отношений КАСАТЬСЯ (для каждой из опор). Машина в состоянии сделать заключение, что именно поэтому контрпример не соответствует понятию АРКА, и выработать в качестве обязательного условия для модели наличие между опорами отношения ДОЛЖНЫ НЕ КАСАТЬСЯ. Это не даст возможность программе идентификации объектов отнести к понятию АРКА объект, имеющий указанное запрещенное отношение.

Итак, мы показали способ, с помощью которого в модель может быть введена как информация, указывающая на необходимость некоторого признака, так и информация, отрицающая наличие некоторого признака.

Рассмотрим теперь, каким образом в модель может быть включена некоторая информация об обобщениях. Поясним суть подхода на примере рис. 36, г, который указывает на возможность в определении понятия АРКА использовать вместо объекта ПЛИТА объект КЛИН. Простейший способ введения в модель указанного обобщения состоит в добавлении к сети нового понятия, используемого вместо вершины ПЛИТА, соединив вершины ПЛИТА и КЛИН с новым понятием отношением ПОДМНОЖЕСТВО (SUB).

Рассмотрим другой подход к решению этой задачи. На рис. 37 приведено описание понятий ПЛИТА и КЛИН и часть общих знаний, имеющихся у робота и связывающих данные понятия.

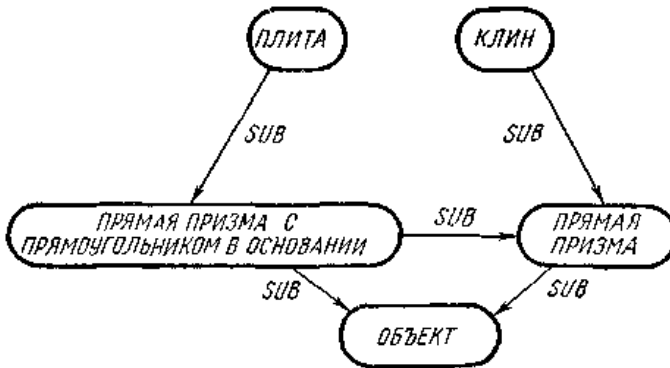


Рис. 37. Связь понятий ПЛИТА, КЛИН и ОБЪЕКТ. Все вершины, связаны отношением ПОДМНОЖЕСТВО (SUB).

Из рисунка видно, что первым понятием, включающим множество плит и клиньев, является понятие ПРЯМАЯ ПРИЗМА. На основании этого мы можем заменить в модели вершину ПЛИТА на вершину ПРЯМАЯ ПРИЗМА.

Так как перечисленные выше соображения по образованию модели являются гипотезами, предлагаемыми машиной, то необходим механизм проверки этих гипотез и их корректировки. Ошибки могут быть обнаружены, когда последующие примеры, определяющие понятие, будут противоречить сделанным ранее предположениям. Например, если бразец на рис. 38, а определяет понятие X, а рис. 38, б определяет контрпример, то будет сформировано предположение, что X ДОЛЖЕН СТОЯТЬ.

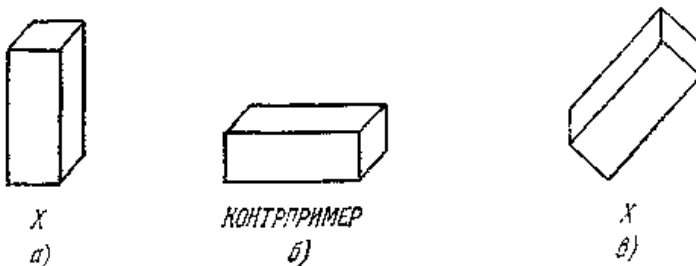


Рис. 38. Последовательность примеров, определяющих понятие X.

Отметим, что в принципе на основании, например, вторичных эвристик (см. п. 3 правил упорядочения различий) возможно сформировать альтернативное предположение: X НЕ ДОЛЖЕН ЛЕЖАТЬ. Если мы хотим навязать вторую интерпретацию, то для этого необходимо дать в качестве примера наклонный брусок (рис. 38, в). Описание, составленное машиной для наклонного бруска, не имеет отношения СТОЯТЬ и, следовательно, противоречит исходному описанию (рис. 38, а). При этих условиях система должна вернуться к предшествующему описанию и рассмотреть альтернативные варианты. Следует отметить, что в описанном процессе образования модели успех во многом зависит от выбранной последовательности примеров, определяющих понятие. Это не является недостатком предлагаемого процесса, так как и обучение человека в значительной степени зависит от разумного подбора примеров. Более того, именно пренебрежение этим свойством приводило к неудаче многие методы обучения.

Описанный способ образования модели понятия не является универсальным, поэтому при работе со сложными объектами используется интерактивный способ формирования новой модели (понятия). Суть его состоит в следующем. Человек-оператор предъявляет пример нового объекта на экране дисплея и указывает системе его отличительные признаки. Система выделяет из предъявленного примера в первую очередь легко извлекаемые признаки и образует на их основе модель нового объекта. Затем система выводит на дисплей изображения, соответствующие новой модели и существовавшим ранее моделям, похожим на нее. Оператор, рассматривая эти изображения, указывает системе на признаки наиболее выжные для различения объектов. Он обучает систему извлекать эти признаки, пометив на экране их местоположение и указав на существующие (или разработав новые) процедуры выделения признаков. После того как указанные признаки извлечены, а модель модифицирована, система сравнивает модифицированную модель с существующими, выделяет похожие, оператор указывает на дальнейшие детали и так до тех пор, пока новая модель понятия не будет отличаться от существующих.

Отметим, что включение в репертуар системы нового объекта может потребовать уточнения некоторых существовавших ранее моделей.

Рассмотрим теперь использование вновь образованной модели понятия в процессе опознавания. Задача опознавания может быть определена довольно разнообразно. Рассмотрим следующие разновидности процесса опознавания:

- 1) опознавание предъявленной сцены;

- 2) опознавание всех понятий, представленных на сцене;
 - 3) определение присутствия на сцене примера некоторого понятия.
- Первая из указанных задач, заключающаяся в опознавании всей сцены, является простейшей.

Модель понятия соответствует анализируемой сцене, если

- а) все отношения, помеченные в модели указателем ДОЛЖЕН, присутствуют в описании сцены;
- б) все отношения, помеченные в модели указателем НЕ ДОЛЖЕН, не присутствуют в составленном описании;
- в) различия, отличающиеся от указанных в пунктах а) и б), являются устранимыми (см. п.6.2.3).

Если сцена содержит много идентифицируемых рядов, стеков или других групп объектов, то необходимо модифицировать программу опознавания в связи с тем, что существенные отношения могут отсутствовать, так как одни объекты могут закрывать другие. Здесь возможно приписывание объекту некоторых признаков на основании признаков групп, в которую он входит.

Последняя задача, состоящая в поиске на сцене некоторого понятия, является наиболее трудной. Прямолинейный подход состоит в сопоставлении полученного описания сцены и модели опознаваемого понятия. Если при этом некоторые объекты сцены сопоставляются с соответствующими частями модели, то отношения, связывающие эти объекты с посторонними объектами сцены, устраняются и выполняется обычная процедура опознавания. В указанном процессе предстоит решить много задач, связанных с тем, как в процессе сопоставления выбирать на основе контекста правильный участок сцены. После того, как понятия опознаны, мы можем получить описание предъявленной сцены в терминах новых более сложных понятий.

6.3. Образовывающие операторы понятий

Теория понятий, позволяющая формализовать и ускорить процесс образования понятий, намного уменьшит вероятность неоднозначного толкования понятия и т. п., зарождается в период развития информационных технологий. Поэтому в настоящее время в теории понятий основное внимание уделяется методам синтеза структуры моделей понятий с использованием тех или иных языковых средств. Использование ЭВМ в качестве операторов, которые могут обеспечить реализацию методов формализованного определения и образования понятий, привело к тому, что широкое распространение получает программная реализация алгоритмов образования понятий. В

последнее время все чаще появляются работы, в которых развиваются методы синтеза программно-лингвистической реализации алгоритмов образования понятий, когда одна часть алгоритма образования понятий реализуется программно, а вторая — лингвистически (описательно).

В настоящей работе мы попытались учесть эти тенденции развития теории понятий и ее практического применения при создании и использовании систем научно-образованных понятий, однако основное внимание сосредоточили на базисных положениях теории понятий и изложили их с учетом результатов, полученных к настоящему времени. В работе приведено понятие процесса образования понятия, в частности, параллельного процесса. При этом процесс образования понятия рассматривается в качестве исходного условия для задания алгоритма образования понятия.

Образовывающий оператор понятия (ООП) рассматривается как средство, реализующее алгоритм образования понятия, определяющий порядок выполнения отдельных операций или процедур по образованию некоторого понятия — понятия предмета (ПП).

ООП, в период своей работы, в соответствии с алгоритмом образования понятия, осуществляет реализацию последовательных процедур образования понятия, выполняющих процесс образования ПП. При этом последовательность выполняющих ООП процедур зависит от состояния самого ПП и внешнего сигнала R , который может быть подан извне, например от другого ООП или от человека.

Совокупность взаимосвязанных ООП и ПП образует систему ООП—ПП (рис. 39).

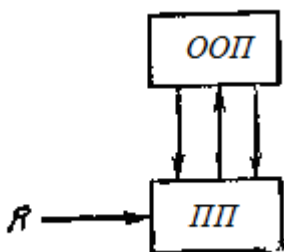


Рис. 39

В качестве системы ООП—ПП можно рассматривать обычную ЭВМ, в которой ООП является процессор, а предметом понятия — запоминающее устройство с хранящейся в нем обрабатываемой информацией.

Если есть необходимость более детально рассмотреть функционирование самого процессора ЭВМ в виде системы ООП—ПП, то в

качестве ООП рассматривается центральный блок (устройство) управления (ЦБУ), а в качестве ПП—арифметическо-логическое устройство (АЛУ).

Как правило, сложные понятия состоят из отдельных блоков *Б* (рис. 40).

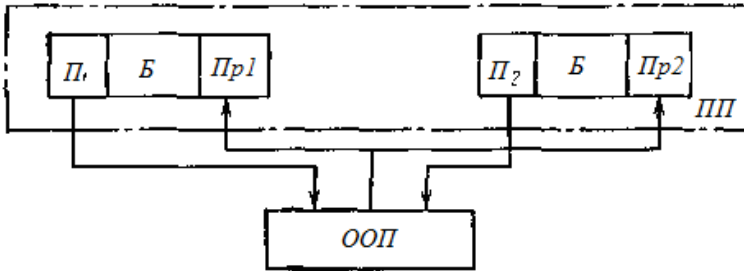


Рис. 40

При этом каждый блок сложного понятия обычно содержит один или несколько *признаков предметов*, которые лежат в основе образования понятия, и параметры (сигнализаторы) признаков. Например, если в качестве блока предмета понятия рассматривается некоторый резервуар для жидкости, то в качестве одного отличительного признака P_1 предмета может служить привод вентиля для подачи в резервуар жидкости, а в качестве P_2 — привод вентиля для слива жидкости из резервуара. Параметрами признаков Pr_1 и Pr_2 такого блока ПП служат сигнализаторы верхнего и нижнего предельных уровней жидкости в резервуаре.

В свою очередь, ООП может быть *одноблочным* и *многоблочным*.

В одноблочных ООП обычно реализуются достаточно простые алгоритмы образования понятий, а сами ООП включают небольшое число логических элементов, разделение которых по каким-либо признакам на отдельные группы и выделение, таким образом, нескольких блоков нецелесообразно, а в ряде случаев и невозможно. Примерами одноблочных ООП могут служить разнообразные операторы приема последовательности импульсов и преобразования ее в параллельную кодовую комбинацию импульсных или потенциальных сигналов.

При реализации достаточно сложного алгоритма образования понятий, если ООП становится довольно сложным, то его по тем или иным признакам разделяют на отдельные блоки. По функциональному признаку делят, если в одном блоке многоблочного ООП реализуется одна или несколько тяготеющих друг к другу функций. Например, если

для выполнения одной функции необходим достаточно большой объем данных, полученных в процессе выполнения второй функции.

Поэтому блоки многоблочного ООП будем называть *функциональными блоками* (ФБ). В дальнейшем для простоты будем считать, что в одном ФБ реализуется одна функция, которая определяется процедурой реализуемого в ООП алгоритма образования понятия.

Таким образом, в многоблочных ООП каждый из ФБ, выполняя одну функцию, реализует только отдельную часть алгоритма образования понятия (процедуру), которую будем называть *частным алгоритмом образования понятия* или *частным алгоритмом*.

Для того чтобы многоблочный ООП реализовал алгоритм образования понятия полностью, между ФБ должны быть управляющие связи (УС) S_{ij} , определяющие в соответствии с заданным алгоритмом порядок работы ФБ. Можно отметить четыре основных типа построения многоблочных ООП: 1) многоблочные с рассредоточенными управляющими связями (рис. 41); 2) многоблочные с концентрированными управляющими связями (рис. 42), которые кроме ФБ имеют центральный блок управления (ЦБУ); 3) многоблочные иерархические (децентрализованные) с n уровнями блоков управления (БУ), из которых ЦБУ является блоком уровня n (рис. 43); 4) многоблочные распределенные (рис. 44), в которых вместо одного ЦБУ имеется r взаимозависимых БУ, обеспечивающих в совокупности те же функции, что и ЦБУ в многоблочных ООП с концентрированными УС.

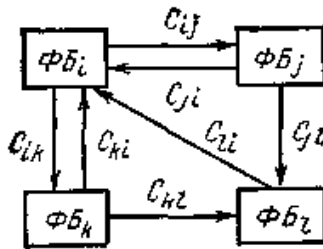


Рис. 41

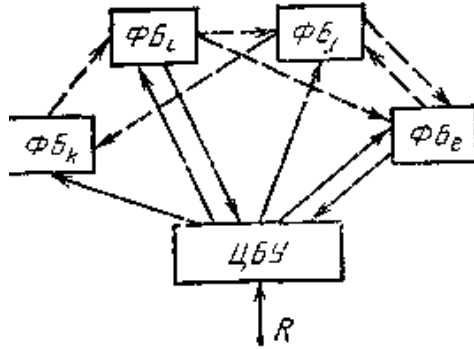


Рис. 42

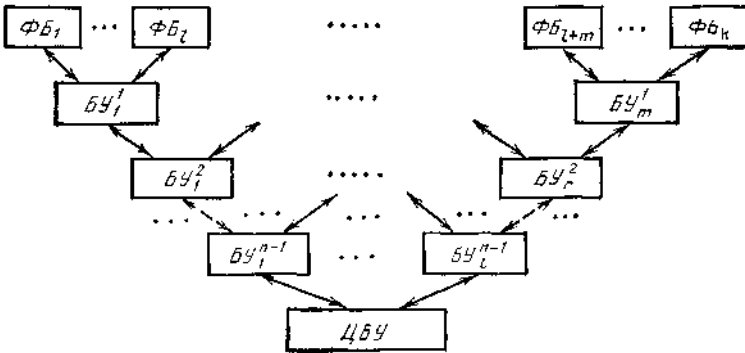


Рис. 43

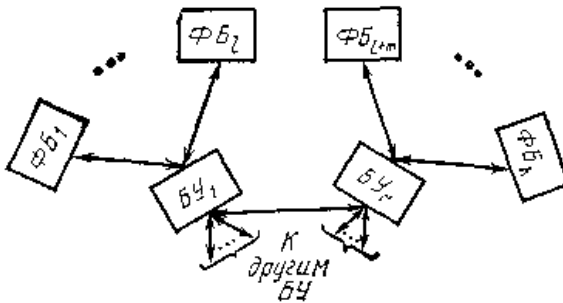


Рис. 44

Во всех четырех типах многоблочных ООП для передачи из одного ФБ в другой перерабатываемой информации (данных), необходимой для

обеспечения выполнения алгоритма образования понятия ООП, существуют *функциональные связи* (ФС). Для того чтобы не загромождать рисунки, ФС изображены только на рис. 42 пунктирными линиями. Таким образом, по функциональным связям передаются данные, а по управляющим связям — управляющая информация, т. е. команды для выполнения тех или иных процедур в ФБ. При этом следует заметить, что для передачи данных могут использоваться как выделенные функциональные связи, так и совмещенные с управляющими связями, т. е. в ООП создаются *функционально-управляющие связи*. Последнее особенно характерно для иерархических и распределенных ООП.

В одноблочных ООП изменение алгоритма образования понятия требует изменения схемы ООП. В многоблочных ООП с рассредоточенными управляющими связями изменение алгоритма выполнения ФБ может быть осуществлено путем изменения управляющих связей. Такое изменение УС может быть осуществлено путем подключения их ко входам и выходам специальной кроссировочной гребенки, или, как говорят, *кроссовому коммутатору* (КК), где возможно изменять соединения между входами и выходами КК, т. е. осуществлять перекроссировку. На рис. 45 показана схема организации связи ФБ_i и ФБ_j через КК, где осуществлено соединение (кроссировка) выхода ФБ_i—С_{ij}, подключенного ко входу КК, с выходом КК, который соединен со входом ФБ_j—С^{''}_{ji}. Аналогично осуществлена кроссировка в КК выхода ФБ_j—С_{ji} со входом ФБ_i—С^{''}_{ij}.

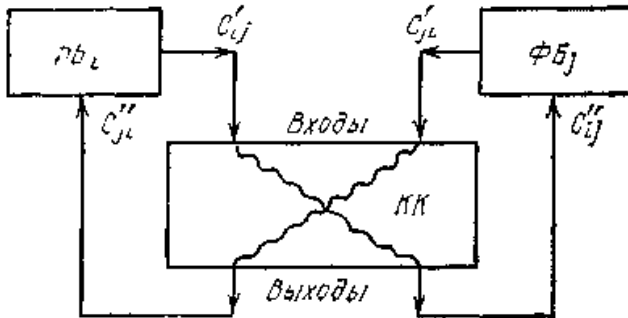


Рис. 45

Второй тип построения многоблочных ООП характеризуется отсутствием управляющих связей между отдельными ФБ и наличием одного центрального блока управления, в который от ФБ поступает уведомительная информация (информация об окончании работы ФБ, о полученных в ФБ значениях тех или иных параметров и т. д.), после

обработки которой ЦБУ вырабатывает управляющую информацию к соответствующим ФБ.

Таким образом, в ООП второго многоблочного типа порядок работы ФБ определяется выдаваемой ЦБУ в ФБ управляющей информацией в зависимости от поступающей в ЦБУ из ФБ уведомительной информации и заложенного в ЦБУ алгоритма управления.

Наличие ЦБУ, называемого в случае программной реализации его алгоритма образования понятия *блоком программного управления* (БПУ), позволяет довольно просто, без изменения всей структуры, заменять алгоритм его функционирования путем изменения структуры ЦБУ при аппаратурной реализации программы или программы, хранящейся в *оперативном* или *постоянном запоминающем устройстве* (ОЗУ или ПЗУ).

Многоблочные ООП второго типа, называемые *программными образующими операторами понятия*, могут быть использованы в различных системах образования понятий.

Следует заметить, что в том случае, если ЦБУ рассматривается в качестве управляющего блока процессора ЭВМ или электронной управляющей машины (ЭУМ), аппаратурная реализация частного алгоритма образования понятия, соответствующего выполняемой в ЭВМ команды, обычно используется в стационарных ЭВМ и ЭУМ. В мобильных ЭВМ получила наибольшее распространение микропрограммная реализация, сочетающая достоинства аппаратурной и программной реализаций. Программная же реализация частного алгоритма образования понятия в процессоре, рассматриваемого в качестве ЦБУ, применяется в основном лишь в качестве вспомогательного средства к аппаратурной или к микропрограммной реализации, позволяющего в ЭВМ и управляющих устройствах облегчить введение в систему команд специализированных, обычно сложных, команд с возможностью их простого изменения при образовании понятий.

Программный способ управления особенно удобен в том случае, если в процессе эксплуатации автоматической системы образованных понятий необходимо изменять режим управления понятиями. Закладывая в ЦБУ некоторый универсальный алгоритм функционирования с возможностью проверки поступающих извне значений параметров управления R , можно достаточно просто, особенно при микропрограммной и программной реализациях, осуществлять изменение алгоритма функционирования ООП.

В программном ООП все ФБ можно распределить на две группы. К первой группе относятся ФБ, в которых осуществляется проверка каких-либо условий. Эти ФБ, называемые *логическими* (ЛФБ), после

завершения работы передают сигнал о значении проверяемого условия в ЦБУ. В качестве ЛФБ могут рассматриваться всевозможные средства, обеспечивающие снятие показаний значений параметров признаков.

В дальнейшем будут рассматриваться лишь такие ЛФБ, которые вырабатывают уведомительную информацию о выполнении ($p_i = 1$) или невыполнении ($p_i = 0$) проверяемого условия p_i . Обычно ЛФБ включаются сигналом из ЦБУ. Вместе с тем могут применяться ЛФБ, которые непрерывно контролируют проверяемый ими параметр. Однако всегда будем предполагать, что уведомительная информация от него в ЦБУ может поступать лишь по запросу из ЦБУ. Таким образом, ЦБУ управляющим сигналом включает ЛФБ или запрашивает значение параметра, постоянно проверяемого ЛФБ.

На рис. 46 приведена упрощенная схема запроса значения параметра p_i , проверяемого ЛФБ_{*i*}.

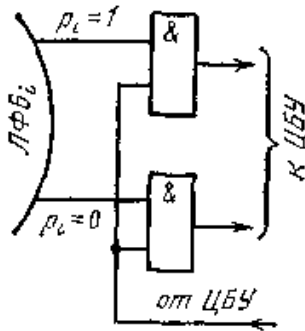


Рис. 46

Ко второй группе ФБ — *операторным* ФБ (ОФБ) — относятся все остальные ФБ, осуществляющие управление тем или иным объектом системы. К операторным ФБ относятся всевозможные средства, обеспечивающие выработку сигналов управления на исполнительные средства образования понятий.

В качестве ОФБ может использоваться простое исполнительное средство, открывающее под воздействием сигнала от ЦБУ путь для передачи информации от одного средства (блока) образования понятия к другому. Об окончании выполнения соответствующей операции от операторных ФБ в ЦБУ может передаваться уведомительная информация.

Как логические, так и операторные ФБ могут иметь местное управление (МУ). В таких ФБ может выполняться некоторая

последовательность операций по управлению образованием понятий независимо от ЦБУ до естественного окончания этой последовательности или до тех пор, пока не придет из ЦБУ сигнал выключения. Функциональные блоки с местным управлением называются *активными ФБ* в отличие от *пассивных*, в которых местное управление отсутствует. Программные ООП с активными ФБ являются частным случаем многоблочных иерархических (децентрализованных) ООП, в которых функции ФБ совмещены с блоком управления.

Использование в качестве активных ФБ микропроцессоров позволяет широко применять в системах управления иерархические ООП, приближая органы управления к блокам образования понятий. При этом во многих случаях оказывается целесообразным строить не только двухуровневые, но и многоуровневые иерархические программные ООП на базе компьютеров.

Наличие микропроцессоров создало хорошие условия для образования и широкого распространения распределенного программного ООП. При этом в случае относительно большого расстояния между блоками образования понятий, а следовательно, и между ФБ создается *сеть связи ФБ*, в которой весь алгоритм функционирования ООП распределен между ФБ, а вместо БУ устанавливаются коммутационные компьютеры (или коммутационные микропроцессорные модули), соединенные между собой *моноканалом* или *разветвленной сетью*, образуя *локальные информационно-вычислительные сети образования понятий* или в случае их использования для управления образованными понятиями *локальные управляющие сети понятиями*.

Активные ФБ часто применяют для преобразования дискретных управляющих сигналов, вырабатываемых ЦБУ, в аналоговые сигналы, необходимые для управления ИМ с аналоговым входом, и наоборот, для преобразования аналоговых сигналов в дискретные сигналы в ЦБУ. Активные ФБ обычно обеспечивают также заданную продолжительность включения ИМ или включения ИМ до тех пор, пока датчик не отметит переход блока образования понятия в заданное состояние.

Многие системы образования понятий характеризуются тем, что ряд операций по образованию понятий выполняется не автоматическими средствами, а человеком-разработчиком, на которого возлагаются функции принятия решений в сложных ситуациях. Тогда говорят, что существует *автоматизированная система управления образованием понятий* (АСУ ООП). В данном случае образуется система АСУ ООП-ПП, структура которой изображена на рис. 47.

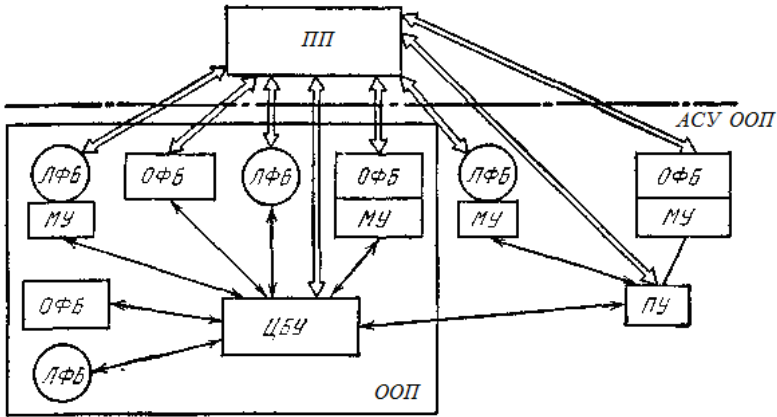


Рис. 47

Одинарными линиями указаны пути, по которым передаются сигналы управления внутри АСУ ООП, а двойными — пути, по которым передаются сигналы взаимодействия (сигналы управления и сигналы о состоянии образываемого ПП) между АСУ ООП и ПП. Объект управления может быть связан с ЦБУ не только через ФБ, но и непосредственно или через пульт управления (ПУ) оператора.

В ряде случаев активные ФБ, осуществляющие взаимосвязь АСУ ООП с ПП, удобно рассматривать в виде *промежуточных управляющих устройств* (ПУУ), выделенных из ООП (рис. 48).

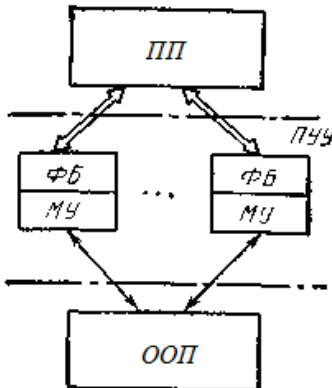


Рис. 48

Это особенно удобно в том случае, если ОУ находится на значительном расстоянии от ООП и при этом необходимое число связей между ООП и активными ФБ существенно меньше числа связей

между ФБ и ОУ. В этом случае при наличии в ОУ удаленных друг от друга блоков все ПУУ также целесообразно разделить на соответствующее число блоков, например на два, как показано на рис. 49.

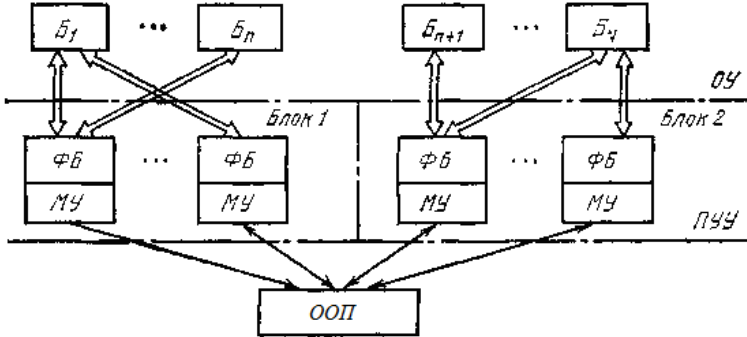


Рис. 49

В программном ООП ЦБУ вырабатывает сигнал включения очередного ФБ после того, как закончит работу предыдущий ФБ. В зависимости от способа получения центральным блоком управления сигнала об окончании работы ФБ различают *асинхронный* и *синхронный* режимы работы программного ООП.

При асинхронном режиме сигнал в ЦБУ об окончании работы каждого ФБ поступает непосредственно от ФБ, при этом от ОФБ поступает один сигнал об окончании его работы, а от ЛФБ — два сигнала (сигналы об истинном и ложном значениях проверяемого условия).

Синхронный режим работы программного ООП характеризуется тем, что в ЦБУ сигнал об окончании работы ОФБ и один из сигналов от ЛФБ (рис. 50) имитируются *тактовым генератором* (ТГ).

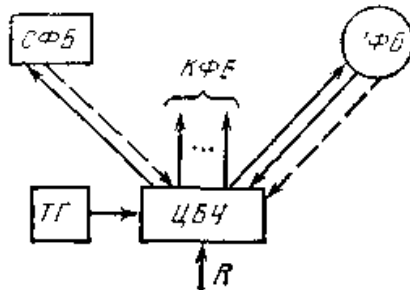


Рис. 50

При этом частота тактового генератора выбирается такой, что любой ФБ успевает закончить свою работу до появления очередного импульса от ТГ. В связи с тем что продолжительность работы одного ФБ может существенно отличаться от продолжительности другого, при синхронном режиме быстрогодействия ООП определяется наиболее медленно действующим ФБ. Для повышения быстрогодействия ООП частота ТГ может выбираться па основании продолжительности работы большинства ФБ. На время выполнения ФБ, продолжительность работы которого превышает продолжительность такта, тактовый генератор отключается от ЦБУ до получения сигнала от ФБ об окончании его работы или на предусмотренное заранее время.

Максимальное быстрогодействие при выбранных элементах дает асинхронный режим работы в сочетании с оптимальной программой. Однако при асинхронном режиме требуется получение ЦБУ сигналов от всех ФБ об окончании их работы, что может привести к усложнению ЦБУ и ФБ.

Как при асинхронном, так и при синхронном режиме использование ЦБУ остается достаточно низким, так как при управлении *медленно действующим функциональным блоком* (МФБ) ЦБУ не может приступить к управлению следующим ФБ до окончания работы МФБ. Устранить этот недостаток позволяет *многопрограммное управление*, при котором может одновременно выполняться несколько процессов. Различные процессы могут протекать как по одной и той же программе, так и по разным. Многопрограммное управление позволяет значительно повысить использование ЦБУ, а в связи с этим повысить его производительность.

Программный ООП можно рассматривать как ЭВМ, специализированную для решения определенного круга задач образования понятий.

Для хранения промежуточных данных, определяемых теми или иными ФБ, сведений о моменте прерывания выполнения программы и т. п. при многопрограммном управлении в ЦБУ необходимо иметь *оперативную память* (ОП), допускающую как считывание, так и запись информации.

В связи с этим программный ООП может быть представлен в виде структурной схемы, изображенной на рис. 51.

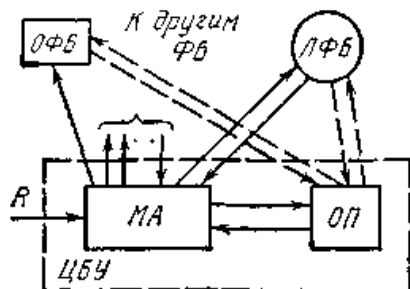


Рис. 51

На рисунке сплошными линиями указаны цепи, по которым передается управляющая и уведомительная информация, а пунктирными — цепи передачи вспомогательной информации (например, промежуточных величин).

В качестве активных ФБ эффективно могут использоваться микропроцессоры. При этом возможности МП позволяют сосредоточить функции ряда ФБ в одном микропроцессорном модуле (МПМ). Тогда структурная схема ООП включает ЦБУ и ряд МПМ (рис. 52,а). В частном случае функции всех ФБ могут быть реализованы в одном МПМ (рис. 52,б).

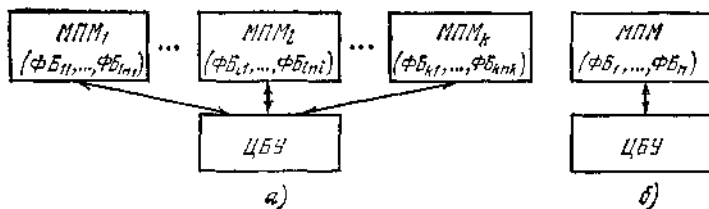


Рис 52

В качестве ЦБУ может также использоваться МПМ. В этом случае вся схема ООП примет децентрализованный вид (рис. 53,а), в которой в качестве ЦБУ используется МПМ₀, или вид распределенной многомикропроцессорной системы, в которой нет ЦБУ и все, например четыре, МПМ (рис. 53,б) являются равноправными.

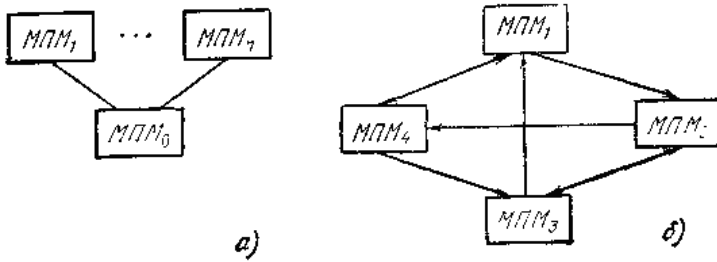


Рис. 53

Если блоки ОУ, а следовательно, и МПМ находятся на значительном расстоянии друг от друга, то связь между ними может осуществляться через сеть связи, и тогда образуются сетевая децентрализованная (рис. 54,а) и сетевая распределенная (рис. 54,б) многомикропроцессорные системы.

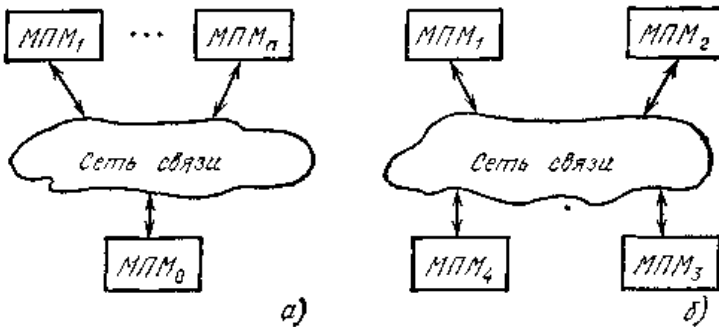


Рис. 54

Последнюю будем называть *микропроцессорной сетью* или *сетью микропроцессоров*.

Использование многомикропроцессорных ООП, особенно распределенных, создает значительные возможности по сравнению с многопрограммным управлением по организации параллельной обработки уведомительной информации и реализации в них параллельных процессов образования понятий.

7. Процессы образования понятий

7.1. Задание условий работы ООП в виде процесса образования понятий

7.1.1. Понятия о технологическом и управляющем процессах образования понятий

Как было указано выше, сложные предметы понятий (ПП), как правило, состоят из отдельных блоков (БПП). При этом каждый блок обычно содержит один или несколько признаков (П), обеспечивающих образование понятий ООП, и параметров признаков, которые вырабатываются и передаются в ООП сигналами о состоянии образования соответствующего блока ПП.

При функционировании системы ООП—ПП в ней выполняются определенные процессы образования понятий.

Под *процессом образования понятия* будем пониматься выполняемая совокупность последовательных действий, обеспечивающая направленные решение определенной задачи образования понятия, могущая на основе исходных данных получить вновь образованное понятие. При этом будем выделять два основных типа процессов образования понятий: **детерминированный и стохастический**. Если при применении для одних и тех же исходных данных одного и того же детерминированного процесса будет образовано одно и то же понятие, то для одних и тех же исходных данных, применяя несколько раз один и тот же стохастический процесс, вообще говоря, можно получить различные понятия. Однако при многократном использовании для одних и тех же исходных данных одного и того же стохастического процесса можно получить с определенной достоверностью в среднем одно и то же понятие. Мы будем рассматривать детерминированные процессы. Поэтому в дальнейшем всегда под процессом будем понимать детерминированный процесс

Частным случаем процесса может служить выполняемая на ЭВМ программа образования понятий. При этом **исходным материалом в данном случае являются исходные данные в виде признаков предмета, а продуктом — образованное понятие предмета.**

Следует заметить, что понятие процесса является понятием динамическим, т. е. процесс существует только в том случае, если

происходит его выполнение Поэтому говорят, что процесс зарождается, когда он начинает выполняться, и процесс умирает, когда его выполнение завершается

Процессы могут выполняться как в ПП, так и в ООП

Рассмотрим вначале процессы, выполняемые в ПП.

Для обеспечения взаимосвязи различных БПП как единого ПП между БПП создается система технологических связей (СТС) (рис. 1).

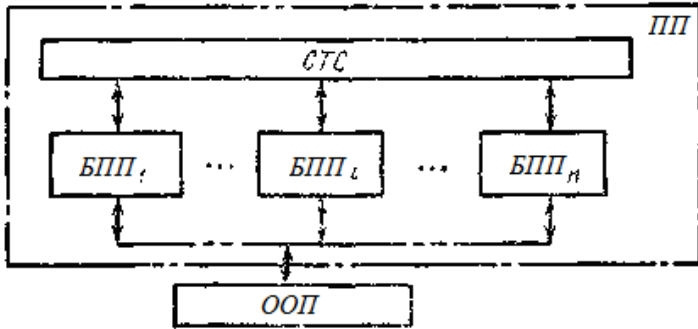


Рис. 1

Рассмотрим пример гипотетической автоматизированной системы (АС) по образованию некоторых типов понятий (рис. 2).

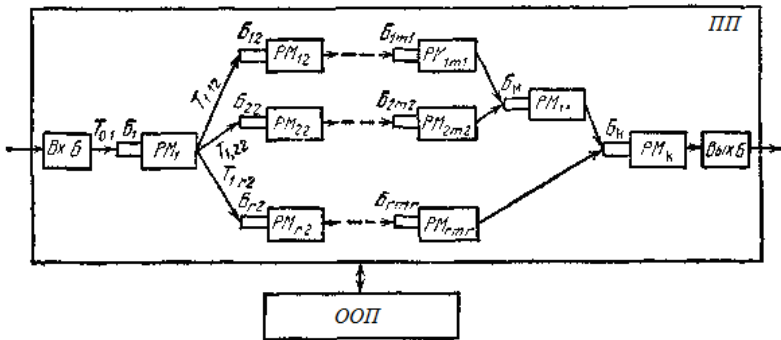


Рис. 2

В состав АС входят автоматизированные рабочие места (АРМ), базовыми средствами которых являются компьютеры с комплектом периферийных средств. На вход каждого АРМ поступает r разновидностей признаков предмета, необходимых для образования понятия. На выходе из АРМ получаем описание образованного понятия. Для передачи данных о признаках и их параметрах между АРМ

предусмотрены связи C_{ij} . Средства связи обеспечивают передачу данных о признаках и их параметрах к первому рабочему месту PM_1 , на котором признаки разбиваются на r групп по числу разновидностей понятий. Затем эти данные о признаках и их параметрах с помощью средств связи поступают на r соответствующих PM_i , где с использованием выбранных признаков, по заданному алгоритму, образовывается понятие предмета. На каждом PM_i может быть выполнено m_i технологических операций по образованию понятия. При образовании сложных понятий сначала могут образовываться блоки понятия, а затем и все понятие.

Последовательность выполнения технологических операций на каждом PM_i и последовательность передачи данных о признаках и их параметрах от одного рабочего места к другому, пока не будет сформирован и выпущен комплект документации на образованное понятие, будем называть *технологическим процессом образования понятий*.

Технологический процесс образования понятий разрабатывается специалистом исходя из особенностей предметной области для которой образуются понятия.

Совокупность РМ и средств связи будет составлять объект управления. При этом РМ являются блоками объекта управления, а средства связи — системой технологических связей.

Для активизации тех или иных действий, необходимых для выполнения технологических операций и обеспечения заданной последовательности их работы (включение на РМ исполнительных средств и снятие показаний, сигнализирующих о ходе и (или) завершении технологических операций), передачи данных о признаках и их параметрах с одного РМ на другое (включение ИМ, обеспечивающих включение и отключение средств связи) и т. д., создается система управления.

В качестве системы управления может использоваться автоматический ООП. Тогда будем говорить, что система является автоматической системой управления.

Систему управления, которая строится на основе одной или нескольких ЭВМ и в процессе ее функционирования активную роль играет оператор (человек), будем называть *автоматизированной системой управления* (АСУ). Если АСУ обеспечивает управление *технологическим процессом* (ТП), ее называют АСУТП.

Выполняемый в ООП или АСУ процесс, обеспечивающий управление технологическим процессом, будем называть *управляющим процессом* или *процессом управления*.

Технологический процесс и соответствующий ему управляющий процесс можно выделить в любой системе ООП—ПП (или АСУ—ПП), в частности в узле коммутации (УК) сети связи, где в качестве ПП можно рассматривать коммутационную систему, а в качестве АСУ или ООП — программное управляющее средство. В дальнейшем, если не будет особой необходимости, для простоты будем использовать в основном термин ООП. Вместо понятия «технологическая операция» применительно к УК будем использовать понятие «операция по обслуживанию заявки (вызова) на установление связи», вместо понятия РМ — блок или средство коммутационной системы, а вместо транспортера — электрические соединения (в частности, промежуточные шнуры) коммутационной системы. При этом заданная последовательность выполнения отдельных операций по обслуживанию заявки на установление связи может быть также названа технологическим процессом, хотя в автоматической электросвязи обычно используют другой термин — процесс обслуживания заявки (вызова) на установление соединения. В ряде случаев вместо технологического процесса удобно использовать термин «понятийный процесс».

7.1.2. Разновидности процессов образования понятий

При образовании понятий одновременно может выполняться несколько процессов или частей одного и того же технологического процесса образования понятий. В этом случае будем говорить, что при образовании ПП выполняется несколько параллельных технологических процессов или один и тот же технологический процесс имеет несколько параллельных участков (технологических подпроцессов или частных технологических процессов). Так, в рассмотренном выше примере АС вначале выполняется один частный технологический процесс, связанный с поступлением на PM_1 r разновидностей признаков предмета, необходимых для образования понятия и созданием блоков признаков, путем объединения их в r групп. Затем параллельно выполняются r независимых друг от друга частных технологических процессов по образованию r различных блоков понятий и их описанию. При композиции из отдельных блоков понятия и далее полного понятия эти частные технологические процессы вновь сходятся в один общий технологический процесс образования понятия. Таким образом, в данном случае

технологический процесс имеет как параллельные, так и последовательные частные технологические процессы.

Технологический процесс, в котором допускается одновременное (параллельное) выполнение частных технологических процессов, будем называть *параллельным технологическим процессом*.

Технологический процесс, в котором отсутствуют частные технологические процессы, выполнение которых может быть осуществлено параллельно, будем называть *последовательным технологическим процессом*. Легко понять, что если в при образовании ПП параллельно выполняется r последовательных технологических процессов, то без ограничения общности для простоты будем считать, что при образовании ПП выполняется один параллельный технологический процесс с r параллельно выполняемыми частными технологическими процессами.

Аналогично *управляющий процесс* будем называть *параллельным*, если в нем допускается параллельное выполнение частных управляющих процессов. При этом так же, как и для технологического процесса, примем, что в ООП выполняется один параллельный управляющий процесс, если в ООП одновременно выполняется несколько управляющих процессов, которые будем называть *частыми, управляющими процессами*. Если в управляющем процессе нет параллельно выполняемых частных управляющих процессов (управляющих подпроцессов), то такой *управляющей процесс* будем называть *последовательным*.

С каждой технологической операцией, из которых состоит технологический процесс, в управляющем процессе может быть сопоставлена *процедура*, начало выполнения которой определяет начало выполнения соответствующей технологической операции, а ее окончание — завершение этой технологической операции.

Условно процедуру можно представить в виде трех частей: начальная, основная и заключительная. Начальная (пусковая) часть процедуры обеспечивает активизацию выполнения соответствующей технологической операции образования ПП. Основная часть (тело процедуры) управляет ходом выполнения технологической операции, а заключительная часть обеспечивает останов выполнения технологической операции. По окончании и в процессе выполнения технологической операции процедура при необходимости может обеспечить снятие информации о процессе образования ПП и в зависимости от значений параметров признаков может обеспечить скорректированное продолжение выполнения этой технологической операции. В частности, в процедуре может быть предусмотрен конт-

роль за правильностью выполнения операций образования ПП после завершения каждой из трех указанных выше частей процедуры.

В качестве исполнительных средств образования ПП могут использоваться разнообразные средства, имеющие различные свойства.

По способу восприятия сигнала управления от ООП исполнительные средства (ИС) можно разделить на два класса: с фиксацией и без фиксации воздействия.

Примерами средства с фиксацией воздействия могут служить контакторы с механической или электрической блокировкой, поляризованные реле, триггеры и т. д.

При применении в объекте управления средства с фиксацией воздействия в ООП может реализоваться такой процесс управления, процедуры которого имеют только две части: начальную, обеспечивающую включение некоторого ИС, и заключительную, обеспечивающую выключение этого ИС. Такое ИС будем называть *пусковым*.

В данном случае предполагается, что после активизации технологической операции БПП при включенном пусковой ИС сам обеспечивает контроль за ходом ее выполнения и ООП необходимо после ее завершения только выключить пусковое ИС, приостановив выполнение технологической операции, или просто установить факт завершения выполнения технологической операции, что обеспечивается заключительной частью процедуры. Такие БПП будем называть *активными*.

Те БПП, которые требуют со стороны ООП постоянного управления и контроля за ходом выполнения технологической операции в нем, будем называть *пассивными*.

Управляющие процессы, процедуры которых не имеют тела, а включают только начальную и заключительную части, будем называть *стартстопными*.

Частным случаем стартстопных управляющих процессов является процесс, процедуры которого имеют только начальные части. В этом случае ООП подает только сигнал активизации выполнения технологической операции образования БПП, после чего образование БПП осуществляется автономно и прекращается после завершения выполнения технологической операции. При этом предполагается, что время выполнения i -й технологической операции ограничено некоторым значением t_i . Поэтому ООП нет нужды посылать в БПП сигнал останова выполнения технологической операции. При этом в ООП реализуется такой процесс, в котором после начала выполнения i -й процедуры переход к следующей за ней $(i + 1)$ -й (соседней) процедуры произойдет через время t_i .

Процесс, процедуры которого имеют только начальные части, а интервалы времени между двумя соседними процедурами π_i и π_{i+1} составляют t_i , будем называть *стартовым управляющим процессом*.

Стартовый процесс, у которого время t_i постоянно и одинаково для всех соседних пар имеющихся в процессе процедур, будем называть *синхронным стартовым управляющим процессом*.

При реализации синхронного стартового управляющего процесса в ООП, очевидно, необходимо иметь тактовый генератор.

Если время t_i не является постоянным и тем более неопределенным, то стартовый управляющий процесс реализовать невозможно, поэтому вместо стартового процесса можно использовать стартстопный или обычный управляющий процесс с тремя частями в каждой процедуре. В этом случае будем говорить, что в ООП реализуется *простой управляющий процесс*. Если в дальнейшем не будет специально оговорен вид процесса, то это будет означать, что подразумевается простой управляющий процесс.

Если реализуется в ООП стартстопный управляющий процесс и длительности выполнения каждой из трех частей его процедур постоянны и одинаковы, то может быть реализован такой управляющий процесс, при котором моменты начала выполнения начальной и заключительной частей процедуры будут задаваться ТГ. В этом случае будем говорить, что в ООП реализуется *синхронный стартстопный управляющий процесс*.

Синхронный стартстопный управляющий процесс можно использовать и в том случае, когда времена выполнения тела различных процедур различны, но возможно установить максимальное время выполнения тела процедуры. Тогда интервалы времени между сигналами от ТГ будут определяться этим максимальным временем. Если же времена выполнения тел процедур не только различны, но и непостоянны и неопределенны, то вместо синхронного стартстопного управляющего процесса можно использовать *квазисинхронный стартстопный управляющий процесс*, при котором выполнение заключительной части процедуры повторяется через равные интервалы времени, определяемые ТГ, до тех пор, пока не будет установлено, что тело процедуры выполнено, т. е. в образовании ПП закончено выполнение соответствующей технологической операции.

Вместо квазисинхронного стартстопного управляющего процесса в этом случае может быть использован и *асинхронный стартстопный управляющий процесс*. Однако в последнем случае из процесса образования ПП необходимо посылать сигнал об окончании выполнения технологической операции. При этом после завершения выполнения начальной части процедуры активизируется заключи-

тельная ее часть, которая ожидает появление на входе ООП сигнала от процесса образования ПП об окончании соответствующей технологической операции.

Таким образом, при выполнении в ООП асинхронного стартстопного управляющего процесса из процесса образования ПП должны посылаться в ООП сигналы об окончании технологических операций. Если же реализуется синхронный стартстопный управляющий процесс, то эти сигналы имитируются ТГ.

Простой управляющий процесс также может быть синхронным и асинхронным.

Следует заметить, что в большинстве случаев целесообразно в ООП реализовать *смешанный управляющий процесс*, в котором сочетаются все или часть указанных выше разновидностей управляющих процессов.

7.1.3. Этапы формирования алгоритма образования понятий

В процессе выполнения процедуры образования понятия управляющий процесс использует программно-аппаратурные ресурсы ООП. Так, для того чтобы в ЭВМ выполнялась некоторая программа, должен использоваться процессор, заниматься один или несколько блоков оперативного запоминающего устройства. Возможно использование также и других ресурсов ЭВМ.

В том случае, когда в машине используется многопрограммный режим работы, то один и тот же процессор, блок памяти или канал ввода-вывода может затребоваться различными программами. Поэтому возникает их конкуренция при занятии того или иного ресурса, в частности процессора.

При наличии нескольких процессоров конкуренция параллельно выполняемых в них программ (процессов) может возникнуть при занятии одного и того же блока ОЗУ. Конкуренция управляющих процессов может возникнуть не только от использования общих ресурсов ООП, но и из-за общих ресурсов, отведенных на образование ПП.

Для того чтобы устранить конкуренцию параллельно выполняемых процессов при занятии некоторого общего ресурса, необходимо предусмотреть определенные меры

Процесс (технологический, управляющий) будем называть *правильно построенным*, или *правильным процессом*, если в нем отсутствует

конкуренция параллельных частных процессов из-за занятия общих ресурсов.

Легко понять, что если в технологическом и в управляющем процессах нет параллельно выполняемых участков (частных процессов, подпроцессов), то конкуренции частных процессов из-за общих ресурсов не может быть — общие ресурсы используются частными процессами последовательно. Таким образом, если в ООП выполняется последовательный технологический процесс, т. е. процесс без параллельных участков, или такой параллельный технологический процесс, в котором параллельные участки (подпроцессы) не требуют общих ресурсов образования ПП, то, очевидно, любой управляющий процесс для такого технологического процесса свободен от конкуренции из-за общих ресурсов образования ПП. Если же при образовании ПП допускается выполнение параллельного технологического процесса, в котором при выполнении подпроцессов может возникнуть необходимость использования общего ресурса, то даже в последовательном управляющем процессе возможна конкуренция подпроцессов из-за общих ресурсов образования ПП. В этом случае требуется перевод технологического процесса в правильный для обеспечения устранения конкуренции подпроцессов в управляющем процессе из-за общих ресурсов образования ПП.

Однако не всегда целесообразно при формировании технологического процесса добиваться того, чтобы он был правильным. Может оказаться целесообразным перевод его в правильный осуществлять в процессе разработки управляющего процесса. При этом конкуренция подпроцессов технологического процесса и подпроцессов управляющего процесса из-за общих ресурсов образования ПП может быть устранена выполнением технологических операций, которые требуют одних и тех же ресурсов образования ПП. Если используется параллельный управляющий процесс, то в нем может быть конкуренция подпроцессов как за счет общих ресурсов образования ПП, так и общих ресурсов ООП.

Таким образом, в качестве исходных данных при построении правильного (корректного) управляющего процесса, а затем и управляющего алгоритма (алгоритма функционирования ООП) служит технологический процесс. Процесс построения алгоритма образования понятия на основе технологического процесса из-за сложности может быть представлен в виде двух основных этапов.

На первом этапе формируется управляющий процесс, в котором устраняются все конкуренции из-за общих ресурсов образования ПП и ООП. При этом на основе параллельного технологического процесса может быть построен как параллельный, так и последовательный

управляющий процессы. На втором этапе на основе правильного (корректного) управляющего процесса формируется управляющий алгоритм образования понятия (алгоритм функционирования ООП), который рассматривается в виде условий работы ООП и является исходным данным для его синтеза.

7.2. Описание и преобразование управляющих процессов

7.2.1. Сети Петри и их модификация

Существуют различные типы ООП, однако независимо от структуры ООП и выбранного принципа его реализации исходным материалом для проектирования ООП является выполняемый в нем управляющий процесс (УП). После распределения функций между процессом образования ПП и процессом функционирования ООП и выявления взаимодействия между этими двумя компонентами управляющей системы УП может быть описан как набор процедур, соответствующих операциям технологического процесса, который определяет и порядок их выполнения.

Выбор формализованного языка, в наибольшей степени учитывающего особенности УП, является основной задачей начального этапа проектирования ООП. Одно из характерных свойств ООП, влияющих на структуру УП, заключается в наличии в нем множества блоков, часть которых может работать одновременно, взаимодействуя друг с другом. Поэтому формализованный язык должен прежде всего обладать средствами для описания параллелизма. Широкое распространение многопрограммных и многопроцессорных систем вызвало развитие различных языков, предназначенных для их описания и моделирования. Часть из них является расширением известных языков программирования, другие основаны на использовании различных графовых моделей. Не имея возможности дать полный обзор этих языков и провести их сравнение, рассмотрим более подробно язык сетей Петри, получивший широкое распространение и обладающий средствами, которые позволяют в значительной степени учитывать структуру и характер функционирования управляющих автоматов.

Сети Петри разрабатывались специально для описания и моделирования систем, состоящих из отдельных взаимодействующих блоков. При этом допускается одновременная работа нескольких

блоков, и данный язык отражает присущий такой системе параллелизм. Другой характерной особенностью является то, что каждый отдельный блок сам может быть целой системой, однако ее поведение возможно описать независимо от других блоков, за исключением точно определенного взаимодействия с этими блоками.

Именно такими свойствами обладают различные типы ООП, так как ясно, что даже ООП с моноблочной структурой состоит из отдельных взаимодействующих компонент, что необходимо учитывать при более детальном описании ООП.

Основными понятиями, на которых базируется представление рассматриваемой системы сетью Петри, являются события и условия. *Событие* — это некоторое действие, происходящее в системе, т. е. определенный этап вычисления или управления, выполняемый в соответствующем блоке системы. Сеть Петри описывает структуру процесса управления, она определяет последовательность процедур этого процесса и не предназначена для моделирования действительного вычисления или получения параметров управления. Для того чтобы в системе произошло определенное событие, необходимо выполнение соответствующих условий, множество которых задает состояние системы. Реализация события может привести к возникновению других условий и, следовательно, к изменению состояния системы. Такое представление системы, в качестве которой рассматриваем ООП, полностью совпадает с рассмотренными ранее правилами его функционирования, что также говорит о целесообразности использования языка сетей Петри для описания УП, реализуемого в ООП.

Напомним основное определение сети Петри, введем обозначения, которые далее будут использоваться, и интерпретацию символов этого языка применительно к данной структуре ООП.

В сетях Петри *события* и *условия* представляются абстрактными символами двух непересекающихся множеств — множества переходов и множества *позиций*, которые будем обозначать $T = \{t_0, t_1, \dots, t_r\}$ и $A = \{a_0, a_1, \dots, a_f\}$ соответственно. Переходы и позиции связаны между собой входной I и выходной O функциями. Функция I отображает переход $t_v (v = 0, \dots, r)$ в множество позиций $f(t_v)$, которые называются *входными позициями перехода*. Функция O отображает переход t_v в множество позиций $O(t_v)$, называемых *выходными позициями перехода*. Позиция a_μ является входной позицией перехода t_v , если $a_\mu \in I(t_v)$, позиция a_μ — выходной позицией перехода, если $a_\mu \in O(t_v)$.

Таким образом, сеть Петри является четверкой $N = (A, T, I, O)$, где A и T — конечные непересекающиеся множества.

Например, простейшая сеть Петри с пятью позициями и переходами может быть задана в таком виде:

$$A = \{a_0, a_1, a_2, a_3, a_4\}; T = \{t_0, t_1, t_2, t_3, t_4\};$$

$$I(t_0) = a_0; I(t_1) = a_1; I(t_2) = a_2; I(t_3) = a_3; I(t_4) = a_4;$$

$$O(t_0) = a_3; O(t_1) = a_2; O(t_2) = a_3; O(t_3) = a_4.$$

Ясно, что функции I и O могут быть заданы также в виде матриц, которые называют матрицами следования и предшествования соответственно, либо в виде одной объединенной матрицы.

Наряду с приведенным способом задания сети Петри в виде системы входных и выходных функций широко используется графическое представление, которое более наглядно, но менее компактно. Граф сети Петри имеет два типа вершин, один из них соответствует позициям, обозначаемым кружочками, другой — переходам, последние обозначаются вертикальными черточками. Направленные дуги графа соединяют вершины разных типов. Если позиция a_μ является входной для перехода t_ν , то дуга направлена от a_μ к t_ν , если a_μ является выходной позицией перехода t_ν , то дуга направлена от t_ν к a_μ . В общем случае в сети Петри допускается существование кратных дуг от одной вершины графа к другой.

Таким образом, граф $G=(V, W)$ сети Петри является ориентированным двудольным мультиграфом, где V — множество вершин; W — множество (точнее, комплект) направленных дуг. Очевидно, $V=A \cup T$, $A \cap T = \emptyset$.

Как отмечалось, позиция сети Петри соответствует условию. Выполнение условий отмечается маркировкой позиций, так что позиция сети Петри содержит метку, если сопоставленное с ней условие выполняется, и не содержит метки в противном случае. На графе сети Петри каждая метка позиции отмечается точкой в кружке этой позиции. Однако для сетей Петри общего вида допускается наличие более одной метки в позиции, и тогда требуется иная интерпретация меток. Например, вводится понятие емкости условия, поэтому далее рассмотрим некоторые конкретные примеры использования маркированных позиций.

Маркировка сети Петри может быть задана в виде f -вектора, который определяет число меток в каждой позиции сети Петри. Таким образом, маркированная сеть Петри задается пятеркой $N=(A, T, I, O, \mathbf{M}_0)$, где \mathbf{M}_0 — вектор начальной маркировки. На рис. 1 приведен граф маркированной сети Петри, заданной (2.1), для $\mathbf{M}_0=(1, 0, 0, 0, 0)$.

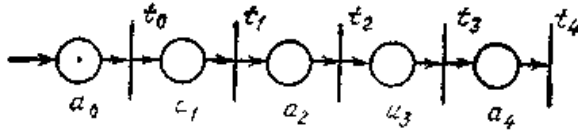


Рис. 1

При больших значениях чисел в векторе маркировки вместо такого количества точек в позиции указывается просто их число. Точно так же при большой кратности дуг между двумя вершинами графа сети Петри указывается только одна дуга, которая помечается числом, равным ее кратности. Заметим, что часто, когда используется графическое изображение, говорят о сети Петри, опуская слово «граф».

Распределение меток в позициях сети Петри определяет порядок ее выполнения, который зависит от последовательности реализации переходов. Переход может быть реализован, только если он становится активным. Переход является активным, когда каждая из его входных позиций содержит число меток не меньшее, чем число дуг, соединяющих ее с этим переходом. *Метки*, число которых равно кратности дуги, называют *разрешающими*. В результате реализации активного перехода удаляются разрешающие метки из всех его входных позиций, и в каждую выходную позицию помещается по одной метке для каждой дуги. Таким образом, реализация перехода заменяет маркировку сети Петри \mathbf{M} в общем случае на новую маркировку \mathbf{M}' , которую называют непосредственно достижимой из \mathbf{M} . Из правил реализации переходов следует, что когда один переход имеет несколько выходных позиций, после его реализации все они получают метки, т. е. произойдет распараллеливание процесса. После этого активизированные параллельные участки процесса могут выполняться независимо. Переход сети Петри, имеющий несколько входных позиций, может быть реализован, только если все эти позиции содержат метки, что соответствует выполнению всех соединяющихся в данном переходе параллельных участков процесса.

Достоинством языка сетей Петри является не только то, что он позволяет описывать параллельные процессы, но и имеет средства для задания конфликтных состояний, когда необходимо запретить одновременное развитие нескольких процессов. Если позиция сети Петри содержит q меток и является входной для $w > q$ переходов, то одновременно может быть реализовано не более q этих активизированных переходов. Вопрос о разрешении возникающего здесь конфликта, при котором одновременно несколько переходов

готовы использовать метки одной и той же позиции, должен решаться дополнительными средствами.

Реализация переходов сети Петри осуществляется до тех пор, пока при очередной маркировке существует хотя бы один активный переход. Таким образом, при выполнении сети Петри возникают две связанные последовательности — реализуемых переходов и маркировок M_0, M_1, M_2, \dots . Маркировка сети Петри определяет ее состояние, так что можно говорить как о векторе маркировки, так и о состоянии сети Петри, которое соответствует состоянию задаваемого ей процесса.

Следует иметь в виду, что в первоначально разработанном в 1962 г. доктором Петри языке, т. е. в оригинальных сетях Петри, запрещалось существование кратных дуг между позициями и переходами и вектор маркировки мог содержать лишь 0 и 1. Кроме того, реализация активного перехода разрешается только в том случае, если ни одна из его выходных позиций не содержит меток. Очевидно, тогда число меток в любой позиции не может быть больше 1. Такие *позиции* называют *безопасными*, а *сеть* Петри, все позиции которой безопасны, является *безопасной*. Она имеет простые правила выполнения и конечное число состояний, равное 2^f при f позициях, однако ее описательные возможности весьма ограничены. Поэтому при необходимости отразить более сложные явления, приходится отказываться от безопасных сетей Петри и допускать наличие нескольких меток в позиции. Если число меток в позиции не превышает некоторое значение k , то позицию называют k -безопасной или k -ограниченной. Для $k' \geq k$ k -безопасная позиция является и k' -безопасной. Хотя для разных позиций величина k может быть различной, всегда можно найти такое число $k_{\text{макс}}$, для которого все позиции $k_{\text{макс}}$ — безопасны. Это говорит о том, что число меток в позиции ограничено, т. е., сама позиция является ограниченной. Сеть Петри называют *ограниченной*, если все ее позиции ограничены. Для описания многих процессов образования понятий приходится использовать не только позиции, содержащие множество меток, но и допускать наличие кратных дуг между позициями и переходами.

В результате этого и сформировалась рассмотренная общая модель, в соответствии с которой сеть Петри представляется ориентированным двудольным мультиграфом с произвольной начальной маркировкой позиций и кратными дугами. Однако и эта модель является ограниченной в том смысле, что она представляет только структуру управления, но не отражает ее связь с ПП. Поэтому появились различные расширения сети Петри, в которых по-разному моделируется взаимодействие сети Петри с управляемым процессом. Наиболее удачным можно считать подход, когда в сеть Петри вводится

специальное множество позиций, каждая из которых представляет отдельный входной или выходной символ, характеризующий рассматриваемое взаимодействие. В позицию, соответствующую входному символу, метка помещается извне, а не в результате реализации переходов сети Петри. В свою очередь, метка, появившаяся при выполнении сети Петри в позиции, соответствующей выходному символу, удаляется при выполнении определенных операций образования ПП.

Другим существенным ограничением оригинальных сетей Петри является то, что реализация перехода рассматривается как мгновенное событие, занимающее нулевое время. Моделируемое таким переходом *событие* называют *примитивным*. Однако в реальном мире большинство событий занимают некоторое ненулевое время, т. е. они не являются примитивными и, строго говоря, не могут моделироваться переходами сети Петри. В связи с этим вводились различные дополнения для того, чтобы моделировать сетями Петри реальные системы с непримитивными событиями. Например, непримитивное событие может быть представлено в виде двух примитивных событий, соответствующих началу и концу непримитивного события, и условия, которое принимает истинное значение, когда происходит непримитивное событие. Другое предложение состоит в том, чтобы непримитивное событие изображать на графе сети Петри не вертикальной чертой, как примитивный переход, а прямоугольником. Но чаще такое обозначение используется в тех случаях, когда моделируются сложные иерархические системы. Тогда прямоугольником обозначается не отдельный переход, а целый уровень иерархии, который может быть представлен своей сетью Петри. При описании сетями Петри реальных систем, несмотря на введенное первоначально ограничение, обычно все же предполагается, что для реализации каждого перехода требуется некоторое время и отдельные события могут пересекаться во времени, но никаких ограничений на относительные времена реализации переходов не накладывается. В этом смысле говорят об асинхронности, одновременности и недетерминированности при выполнении сети Петри.

На основе предложенной первоначально оригинальной модели развилась целая теория сетей Петри, в которой исследуются их модификации, различающиеся как свойствами используемых переходов, дуг, позиций и их маркировкой, так и правилами выполнения сети Петри.

Оригинальную сеть Петри называют иногда *сетью позиция — переход*. Если в такой сети каждый переход имеет одну входную и одну выходную позиции, сеть описывает последовательный процесс и

является *автоматной*. Сеть Петри, в которой каждая позиция имеет один входной и один выходной переходы, является *маркированным графом*, который задает *параллельно-последовательный процесс* без разветвлений. Если выполняются свойства автоматной сети и маркированного графа, то такая сеть Петри описывает *последовательный линейный процесс*, в котором нет ни *параллельных участков*, ни *альтернативных ветвей*.

Следует отметить, что если переходы имеют несколько входных и выходных позиций, то сеть Петри описывает не только параллелизм, но и ожидание. Необходимым условием реализации перехода является лишь наличие разрешающих меток в его входных позициях.

Более интересными и необходимыми для описания понятий являются сети Петри с предикатами на переходах. В такой сети каждому переходу ставится в соответствие предикат, определяющий отношения между некоторыми переменными. Активизированный переход может быть реализован только при истинном значении сопоставленного с ним предиката. Дальнейшее расширение описательных возможностей сети Петри состоит в том, что каждому переходу сопоставляется некоторое действие, или операция. В зависимости от свойств рассматриваемого процесса образования понятий каждая операция может иметь разный содержательный смысл. В простейшем случае используются операции над множеством переменных, от которых зависит значение предиката. В таких сетях Петри типа предикат — действие переход реализуется, если он активизирован и сопоставленный с ним предикат имеет истинное значение, при этом неделимым образом выполняется соответствующая переходу операция и создается новая маркировка сети Петри.

Таким образом, сеть Петри оказалось возможным описывать процессы образования понятий и понятия, которые выполняют какие-то действия. Очевидно, эти действия занимают некоторое время, которое желательно ввести в формализованное описание процесса или понятия. Для этого предлагается два подхода. Первый используется во временных сетях Петри, где каждому переходу ставится в соответствие определенный интервал времени, равный длительности его реализации, т. е. продолжительности сопоставленной с ним операции. Когда переход становится активным, он сразу же переходит в стадию реализации, захватывая метки входных позиций и запрещая тем самым реализацию других конфликтующих с ним переходов. По истечении времени реализации перехода его выходные позиции получают метки. Второй подход состоит в том, что каждому переходу ставится в соответствие пара величин a и b таких, что $0 \leq a \leq b$. Если переход t активизирован в момент времени q , то он не может быть реализован

ранее, чем в момент $(q+a)$, и должен быть реализован до или в момент $(q+b)$, если только условия его активизации не изменились из-за реализации других переходов. Такие сети Петри называют тайм-аутными, их используют для описания и проверки протоколов понятийных сетей, в которых применяется механизм тайм-аута, и для описания систем со свойством восстановления. Временные сети Петри в большей степени предназначены для оценки времени выполнения исследуемого процесса образования понятий.

В рассмотренных сетях Петри все метки, содержащиеся в позициях, являются одинаковыми, поэтому для того, чтобы задать разные типы условий, объектов или ресурсов, которые характеризуют состояние системы, необходимо соответственно увеличивать число позиций сети. Избежать этого позволяют так называемые помеченные сети Петри, или сети с раскрашенными позициями. В таких сетях каждой метке сопоставляется определенный признак (цвет), так что одна позиция сети Петри может содержать метки разных цветов. Теперь для активизации перехода его входная позиция должна содержать метки с определенными признаками, которыми помечается дуга, направленная от позиции к переходу.

Обобщением сетей предикат — действие с раскрашенными позициями являются численные сети Петри. В этих сетях метки позиций могут иметь любую природу и величину, условия активизации и результат реализации перехода независимы, при реализации переходов изменяется как маркировка его входных и выходных позиций, так и содержимое памяти данных. Каждая входная дуга помечается условием активизации и условием реализации перехода, которые могут не совпадать, т. е. не все метки, необходимые для активизации перехода, удаляются из входной позиции после его реализации. На каждой выходной дуге указывается, сколько меток и с какими признаками помещаются в выходную позицию в результате реализации перехода. Переходу может сопоставляться некоторый предикат и операция над данными. Очевидно, такие сети обладают большими описательными возможностями, но слишком сложны для анализа и преобразования реальных процессов образования понятий.

Другая разновидность сетей Петри использует дуги разных типов. При этом различают простые дуги, к которым относятся активизирующая, сдерживающая, входная, выходная, и составные дуги — это активизирующая входная и сдерживающая выходная. Активизирующая дуга приводит к реализации перехода, когда позиция заполнена, и запрещает его, когда позиция пуста. Сдерживающая дуга запрещает реализацию перехода, если позиция содержит метку, и активизирует его, если позиция пуста. Входная дуга удаляет метку из

позиции при реализации перехода; если позиция была пуста, она остается неизменной. Выходная дуга помещает метку в позицию после реализации перехода; если позиция была заполнена, она остается неизменной. Активизирующая входная дуга является обычной дугой оригинальной сети Петри: для активизации перехода в позиции должна быть метка, которая удаляется после его реализации. Сдерживающая выходная дуга также соответствует правилам выполнения оригинальной сети Петри: для реализации активного перехода необходимо, чтобы его выходная позиция была пуста, она заполняется меткой после реализации перехода.

Введение сдерживающих дуг позволяет осуществлять проверку на нуль значения какой-либо переменной, что существенно расширяет описательные возможности сетей Петри и в этом смысле приближает их к машинам Тьюринга. Однако большинство вопросов анализа самих сетей Петри со сдерживающими дугами для неограниченных позиций становится неразрешимым.

Таким образом, выбор из всего существующего множества разновидностей сетей Петри той модели, которая наиболее адекватно описывает образующие понятия и, обладая необходимыми описательными возможностями, сама может быть проанализирована, является достаточно сложной задачей.

Сравнение разных модификаций сети Петри позволило выделить те их свойства, которые необходимы для описания управляющих процессов образования понятий и разработать некоторую обобщенную модель для описания УП общего типа. Основной задачей при этом было отразить в исходном описании структуру и свойства ООП и максимально сохранить простые правила выполнения и анализа оригинальной сети Петри.

7.2.2. Управляющие процессы и их формализованное описание

Описание управляющего процесса (УП), реализуемого в ООП, может быть осуществлено лишь после того, как определено назначение ООП и его структура, т. е. число и состав ФБ, выполняемые ими функции и их взаимодействие. При этом полнота получаемого описания зависит как от имеющихся в распоряжении разработчика сведений об УП, так и от цели, которую он преследует, составляя описание процесса образования понятий. Для решения одних задач образования понятий достаточно знать только общую структуру процесса, для других требуется задавать взаимодействие процедур процесса с ресурсами.

Составление полного описания, которое необходимо иметь при построении ООП, является сложной итеративной процедурой, позволяющей постепенно выявлять и уточнять характер взаимодействия ФБ ООП.

Структура ООП, содержащиеся в нем ФБ и порядок их работы определяются свойствами УП, которые, в свою очередь, зависят от характеристик технологического процесса образования понятий. Очевидно, используемый формализованный язык должен обладать средствами для описания различных типов УП.

Простейшим можно считать последовательный линейный процесс. Такой процесс состоит из некоторого числа процедур A_0, A_1, \dots, A_k , последовательность выполнения которых определяется технологическим процессом образования понятий и не зависит от значений и изменений каких-либо параметров управляемой системы. ООП, реализующий линейный процесс образования понятий, содержит ОФБ, последовательность включения которых задает УП. Считая выполнение процедуры некоторым событием и сопоставив поэтому каждой процедуре переход сети Петри, линейный УП можно описать оригинальной сетью Петри, которая будет содержать t_0, t_1, \dots, t_k переходов и a_0, a_1, \dots, a_f позиций. Появление метки в позиции a_0 , соответствующее активизации процесса, вызывает последовательную реализацию всех переходов сети Петри. Хотя такое описание УП возможно, оно мало отражает действительный характер функционирования ООП, поскольку в оригинальной сети Петри все переходы являются примитивными, т. е. предполагается, что они реализуются мгновенно. В действительности каждая процедура имеет определенную длительность, так что можно выделить отдельные ее фазы: начало, выполнение и окончание процедуры. Это соответствует включению, работе и отключению ОФБ, в котором выполняется процедура.

Такую процедуру A_i можно представить подсетью Петри (рис. 2,а), содержащей переходы t_{n_1} и t_{k_1} и дополнительные позиции z_i и w_i , которые в отличие от *внутренних* позиций назовем *внешними*, так как их маркировка зависит не только от состояния сети Петри, но и от внешних событий.

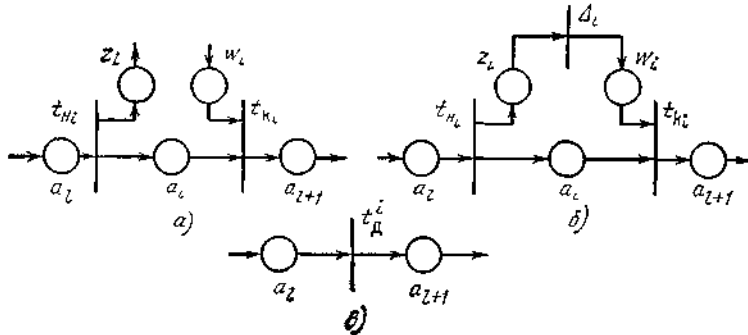


Рис. 2

В результате реализации перехода t_{H_i} , который определяет начало выполнения процедуры A_i , появляются метки в его внешней z_i и внутренней a_i выходных позициях. Первая из них соответствует включению $ОФБ_i$, вторая — тому, что происходит событие, состоящее в выполнении процедуры A_i . Окончание работы $ОФБ_i$ отмечается появлением метки во внешней входной позиции перехода t_{K_i} . Этот переход реализуется, в результате чего появляется метка в его внутренней выходной позиции, означающая завершение процедуры A_i . Следует отметить, что при многопрограммном принципе реализации УП такое описание взаимодействия с $ОФБ$ не только наглядно и удобно, но и необходимо, так как позволит разделить переходы t_{H_i} и t_{K_i} . Как уже отмечалось, $ОФБ$ может иметь местное управление, что позволяет ему после получения включающего сигнала работать автономно. В это время могут выполняться процедуры других процессов, которым сопоставлены свои переходы. При этом переходы t_{H_i} и t_{K_i} уже не являются переходами, связанными отношением непосредственного следования. Использование внешних выходных и входных позиций позволяет отразить специфику многопрограммного управления.

Однако разделение позиций на внутренние и внешние достаточно условно, поскольку, расширив рамки рассматриваемого явления, можно перевести часть внешних позиций во внутренние. Так, в нашем случае описания взаимодействия с $ОФБ$ работу этого блока можно представить как непримитивное событие и промоделировать непримитивным переходом Δ_i . Если теперь включить этот переход в

рассматриваемую сеть Петри, то внешние позиции z_i и w_i станут внутренними, так как заполнение их метками и удаление меток будет связано только с реализацией переходов этой сети Петри (рис. 2,б). В тех случаях, когда выполнение процедуры можно рассматривать как неделимое событие, для упрощения графа сети Петри ее фрагмент, содержащий переходы t_{κ_1} , Δ_i , t_{κ_1} и позиции z_i , a_i , w_i , целесообразно представить одним переходом t_d , отметив его индексом сопоставленной с ним процедуры t_d^i (рис. 2,в). Такой отмеченный переход будем называть *длительным*. Следует иметь в виду, что в отличие от примитивного для реализации длительного перехода требуется некоторое время, в течение которого уже нет метки в его входной позиции, но еще не появилась метка в выходной позиции. Никаких ограничений на длительность реализации перехода не накладывается, известно только, что это время конечно. При необходимости можно вновь заменить длительный переход подсетью Петри (рис. 2,б).

Реализация длительных переходов связана с использованием соответствующих ОФБ, которые являются ресурсами, необходимыми для выполнения процесса. Кроме ОФБ в состав ООП могут входить элементы памяти и регистры для хранения промежуточных данных, вентили, шины передачи данных и управляющих сигналов и др. Все аппаратурно-программные средства, необходимые для выполнения процедур процесса, будем называть *функциональными ресурсами* (ФР). Функциональный ресурс назовем *собственным* ресурсом процедуры A_i , если он используется только этой процедурой и не доступен для других. Функциональный ресурс назовем *разделяемым*, если он может потребоваться нескольким процедурам. При описании процесса будем рассматривать только разделяемые ФР, так как именно они могут влиять на ход развития процесса.

Пусть для выполнения процедур УП необходимо l функциональных разделяемых ресурсов C_1, C_2, \dots, C_l . Если имеется q экземпляров одного и того же ФР (например, q одинаковых ОФБ), то этот ресурс имеет кратность $q(C_i^q)$ и может использоваться одновременно $a \leq q$ процедурами. Когда $q=1$, ресурс имеет два состояния: «свободен» и «занят». В общем случае ресурс имеет $q+1$ состояние.

Ресурсы, которые разделяются только процедурами рассматриваемого процесса, назовем *внутренними* или *собственными* ресурсами этого процесса. Далее будем считать, что все ФР являются внутренними.

Для выполнения процедур линейного процесса необходимы только функциональные ресурсы, и каждую процедуру A_i такого процесса можно охарактеризовать следующими тремя множествами: $\{C_v^i\}$ —

множество ФР, которыми процедура A_i уже владеет; $\{C_3^i\}$ — множество ФР, которые процедура A_i еще запрашивает; $\{C_0^i\}$ — множество ФР, которые освобождаются после выполнения A_i .

Если, например, для процедуры A_i $\{C_3^i\} = C_1$, $\{C_3^i\} = C_3$, C_4 и $\{C_0^i\} = C_1, C_4$, т. е. $A_i(\{C_1\}, \{C_3, C_4\}, \{C_1, C_4\})$, это означает, что при выполнении процедуры A_i ей уже предоставлен ресурс C_1 , еще необходимы ресурсы C_3 и C_4 , а в результате ее выполнения ресурсы C_1 и C_4 освобождаются.

Будем считать, что процедура не запрашивает повторно тот ресурс, который ей предоставлен в результате выполнения других процедур, поэтому $\{C_3^i\} \cap \{C_3^i\} = \emptyset$. В частном случае, когда все необходимые ресурсы запрашиваются данной процедурой и сразу освобождаются, $\{C_3^i\} = \emptyset$ и $\{C_3^i\} = \{C_0^i\}$. Очевидно, во время выполнения процедура владеет всеми запрошенными ресурсами. Пусть перед началом выполнения процесса и после его окончания все ресурсы свободны.

Функциональному ресурсу C_j поставим в соответствие позицию c_j сети Петри и назовем ее *ресурсной позицией*. Если q_j — кратность ФР C_j , позиция c_j в начальной маркировке содержит q_j меток. Позиция c_j должна быть входной позицией длительного перехода $t_{д}^i$, если $C_j \in \{C_3^i\}$, и выходной позицией этого перехода, если $C_j \in \{C_0^i\}$. Ясно, что когда ресурс C_i занимается только на время выполнения процедуры A_i , то позиция C_i является одновременно входной и выходной позицией перехода $t_{д}^i$.

Таким образом, сеть Петри, описывающая линейный последовательный процесс, содержит длительные переходы $t_{д}^i$, основные внутренние a_{μ} и ресурсные внутренние c_j позиции. Будем считать, что заданное количество и распределение ресурсов позволяют последовательному процессу развиваться от начальной процедуры A_0 до конечной A_k .

На рис. 3 приведен пример сети Петри для процесса, состоящего из пяти последовательно выполняемых процедур A_0, A_4, A_1, A_2, A_3 при следующем распределении трех ФР C_1, C_2, C_3 : $A_0(\{C_2\}, \{-\}, \{-\})$; $A_1(\{C_2\}, \{C_1\}, \{C_2\})$; $A_2(\{C_1\}, \{C_3\}, \{C_1, C_3\})$; $A_3(\{-\}, \{C_2, C_3\}, \{C_3\})$.

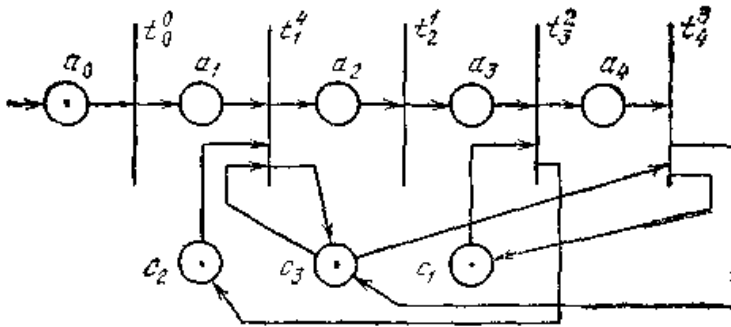


Рис. 3

Рассмотрим особенности описания параллельного линейного процесса. Такой УП может иметь сложную параллельно-последовательную структуру, определяемую управляемым технологическим процессом. Сеть Петри, задающая параллельный процесс, кроме длительных переходов, соответствующих процедурам, содержит примитивные переходы для распараллеливания процесса и объединения его параллельных участков. Эти переходы будем называть соответственно *переходами распараллеливания* t_R и *соединения* t_s , число таких переходов зависит от структуры УП.

Участок процесса, соответствующий части сети Петри, заключенной между двумя последовательными переходами распараллеливания и (или) соединения будем называть *элементарным подпроцессом*. Такие подпроцессы могут быть параллельными либо последовательными, но в пределах одного элементарного подпроцесса все процедуры выполняются последовательно и его подсеть не содержит переходов распараллеливания и соединения.

Функциональные ресурсы, которые используются только процедурами одного и того же элементарного подпроцесса, будем называть *собственными* ФР этого подпроцесса. При описании процесса учитывают лишь ресурсы, разделяемые разными параллельными подпроцессами.

На рис. 4 приведен пример сети Петри, задающей параллельный линейный процесс при следующем распределении ФР, используемых процедурами параллельных подпроцессов:

$A_1(\{C_1\}, \{C_3\}, \{-\}); A_2(\{-\}, \{C_3\}, \{-\}); A_3(\{C_3\}, \{C_2\}, \{C_3\}); A_4(\{C_1, C_2\}, \{-\}, \{C_1\}); A_5(\{-\}, \{C_1\}, \{-\}); A_6(\{C_1, C_3\}, \{-\}, \{C_3\}); A_7(\{C_2\}, \{-\}, \{C_2\}); A_8(\{-\}, \{C_2\}, \{-\}); A_9(\{C_2\}, \{C_1\}, \{-\}); A_{10}(\{C_1, C_2\}, \{-\}, \{C_2\}); A_{11}(\{C_1\}, \{-\}, \{C_1\}).$

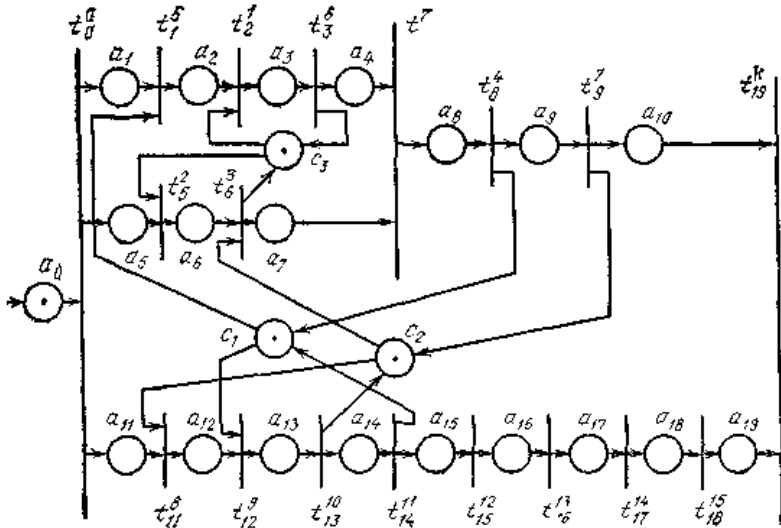


Рис. 4

Заметим, что разделение ресурсов процедурами независимых параллельных процессов превращает их в один процесс с параллельными подпроцессами, взаимодействующими через эти ресурсы. Сеть Петри (рис. 5) иллюстрирует этот случай.

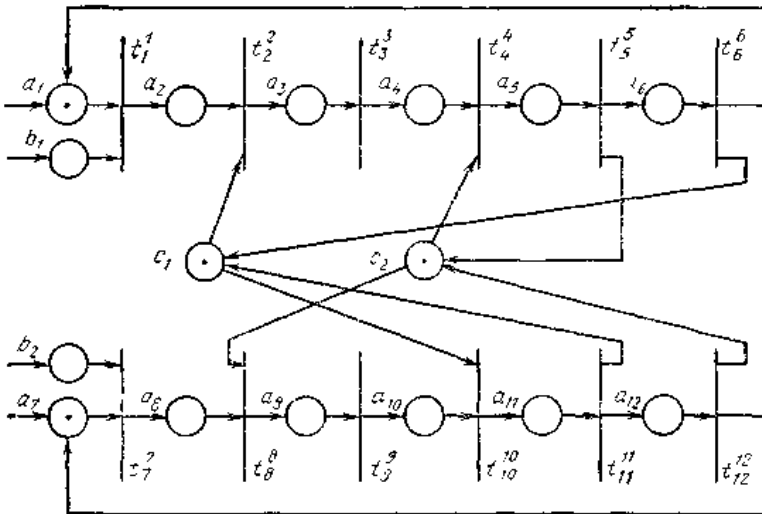


Рис. 5

Разветвленный процесс в отличие от линейного содержит не одну, а несколько последовательностей выполнения процедур, каждая из которых соответствует определенному набору значений логических условий, проверяемых в ЛФБ ООП. Следует четко различать альтернативные ветви последовательного процесса и параллельные участки (подпроцессы) параллельного процесса, которые могут развиваться одновременно.

Если для сети Петри параллельного процесса характерно наличие переходов распараллеливания и соединения, имеющих несколько выходных и входных позиций соответственно, то для сети Петри разветвленного процесса характерно наличие *порций альтернативного разветвления* и *альтернативного соединения*. Позиция альтернативного разветвления имеет несколько переходов-последователей, но одновременно может быть реализован только один из них. Позиция альтернативного соединения имеет несколько переходов-предшественников и получает метку в результате реализации одного из них. Следует отметить, что позиции альтернативного соединения имеются и в сети Петри процесса, содержащего циклы.

В разветвленном процессе конфликт, соответствующий позиции альтернативного разветвления, разрешается путем сопоставления каждому из конфликтующих переходов определенного набора значений логических условий. Эти наборы должны быть ортогональны, чтобы при выполнении процесса активизировалась только одна из альтернативных ветвей.

Как уже отмечалось, проверка значений логических условий осуществляется в ЛФБ ОП. По аналогии с функциональными ресурсами ресурсы системы, которые необходимы для определения последовательности процедур процесса, назовем *логическими* ЛР. В отличие от ФР для ЛР нужно знать не только его состояние, но и значение проверяемого в нем логического условия (ЛУ), которое может изменяться либо процедурами рассматриваемого УП, либо внешними событиями.

Пусть для выполнения процесса необходимо m ЛР D_1, D_2, \dots, D_n таких, что в ЛР D_s проверяется значение логического условия p_s . Если значение логического условия p_s изменяется только процедурами УП, ЛР D_s будем называть *внутренним* ЛР. Рассмотрим вначале случай, когда все ЛР являются внутренними.

Каждую процедуру A_i будем характеризовать двумя множествами ЛУ:

$$\{P_1^i\} \text{ и } \{P_2^i\}; A_i (\{P_1^i\}, \{P_2^i\}),$$

где $\{P_1^i\}$ — номера ЛУ и их значения, необходимые для выполнения процедуры A_i ; $\{P_2^i\}$ — номера ЛУ и их значения, которые они приобретают в результате выполнения процедуры A_i .

Если, например, $A_i(\{\bar{p}_1, p_2\}, \{\bar{p}_2, p_3\})$, то это означает, что для выполнения процедуры A_i необходимо, чтобы логическое условие p_1 имело нулевое, а логическое условие p_2 — единичное значение. После выполнения A_i значение логического условия p_2 изменится и станет нулевым, а логическое условие p_3 примет единичное значение, хотя само выполнение процедуры A_i не зависит от значения этого логического условия.

Если логическое условие p_s входит в множество $\{P_2^i\}$, т. е. его значение изменяется процедурой A_i , то эта процедура монополюльно занимает ЛР D_s и во время ее выполнения он находится в состоянии *занято*. После завершения процедуры все ЛР освобождаются, в отличие от ФР, которые могут быть заняты при выполнении нескольких последовательных процедур.

Если логическое условие p_s входит только в множество $\{P_1^i\}$, т. е. его значение просто используется для определения активной ветви процесса, то ЛР D_s занимается немонополюльно. Допускается одновременно несколько таких обращений к одному ЛР, поскольку его состояние и значение проверяемого им логического условия при этом не изменяются. Это соответствует тому, что для выполнения процедуры A_i необходимо определенное значение логического условия p_s , которое не изменяется этой процедурой.

Если логическое условие p_s входит только в множество $\{P_2^i\}$, процедура A_i выполняется независимо от значения логического условия p_s , но после этого p_s принимает определенное значение, которое и указывается в $\{P_2^i\}$.

Очевидно, логическое условие p_s может входить как в $\{P_1^i\}$, так и в $\{P_2^i\}$. Это соответствует тому, что выполнение процедуры A_i зависит от значения p_s и, в свою очередь, влияет на это значение, т. е. монополюльно занимает ЛР D_s .

Таким образом, для описания разветвленного процесса необходимо иметь средства моделирования существующих видов взаимодействия процесса с ЛР на языке сетей Петри. Прежде всего нужно представить каждый ЛР в терминах этого языка так, чтобы задать и его состояние, и значение проверяемого им ЛУ. Для этого ЛР D_s поставим в соответствие не одну, как в случае ФР, а три позиции сети Петри d_s, d_s^1, d_s^0 . Позиция d_s содержит метку, если ресурс D_s свободен, т. е. ни одна из процедур процесса не владеет им монополюльно. Позиция $d_s^1(d_s^0)$

содержит метку, если логическое условие p_s , проверяемое в ЛР D_s , имеет единичное (нулевое) значение.

Самым простым для описания сетью Петри является случай, когда процедура A_i изменяет значение того ЛУ, от которого и зависит ее выполнение. Например, если $A_i(\{p_s\}, \{\bar{p}_s\})$ и $A_j(\{\bar{p}_s\}, \{p_s\})$, то входными позициями перехода $t_n^i(t_n^j)$ кроме основной внутренней позиции должны быть позиции d_s и d_s^0 (d_s и d_s^1). Выходными позициями перехода $t_n^i(t_n^j)$ будут кроме внутренней позиции позиции d_s и d_s^0 (d_s и d_s^1) (рис. 6,а), что соответствует освобождению логического ресурса D_s и изменению значения логического условия p_s .

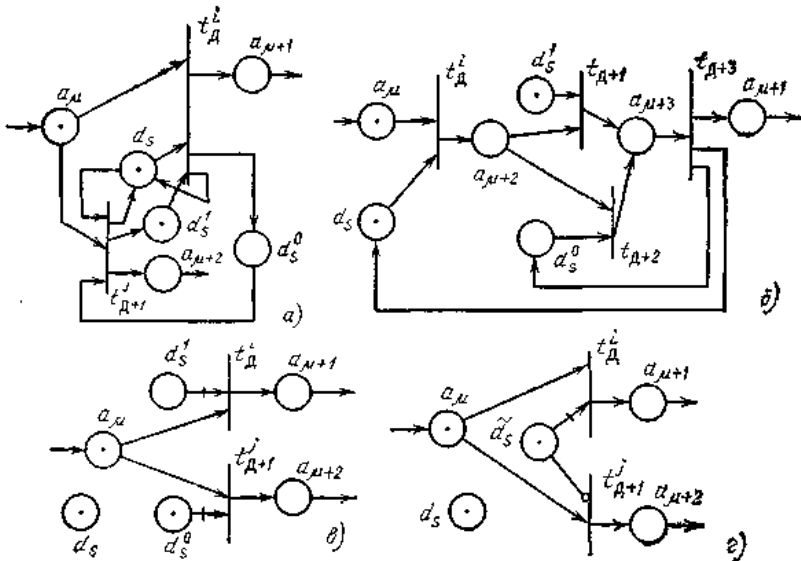


Рис. 6

Другой случай, когда выполнение процедуры A_i не зависит от значения логического условия p_s , но в результате ее выполнения p_s принимает определенное значение, также может быть промоделирован существующими средствами сети Петри. Поскольку ЛР монополично занимается на время выполнения A_i , позиция d_s является входной позицией перехода t_n^i . Так как перед выполнением A_i значение ЛУ p_s не проверяется, необходимо удалить метку из той позиции (d_s^0 или d_s^1), в которой она находилась, а затем поместить ее в d_s^0 (d_s^1), если в результате выполнения A_i p_s принимает нулевое (единичное) значение, одновременно освободив ЛР D_s (рис. 6,б).

Наконец, третий случай, когда для выполнения процедуры A_i необходимо определенное значение ЛУ p_s , но это значение не меняется, не удастся промоделировать существующими в сети Петри средствами. Кажущийся естественным способ сделать позицию d_s^l (или d_s^0) входной и выходной позицией перехода t_d^i не соответствует такому немонопольному занятию ЛР, когда одновременно несколько процессов могут считывать значение одного и того же ЛУ, не изменяя его.

Для описания этого взаимодействия введем в сеть Петри новый тип дуг, которые назовем *неизменяющими*. Если переход t_v соединен с входной позицией a_u неизменяющей дугой, то для его реализации необходимо наличие метки в позиции a_u , которая не удаляется из a_u при реализации t_v . На рисунках неизменяющую дугу будем обозначать перечеркнутой стрелкой. Теперь нетрудно описать возможность немонопольного занятия ЛР, которое не приводит к изменению значения проверяемого им ЛУ. Если $A_i(\{p_s\}, \{—\})$, то позиция d_s^l должна быть соединена с t_d^i неизменяющей дугой. Когда $A_j(\{\bar{p}_s\}, \{—\})$, позиция d_s^0 является входной для t_d^i и соединяется с ним неизменяющей дугой (рис. 6,в). Заметим, что в этом случае при описании последовательного процесса метка позиции d_s не используется.

Очевидно, если $A_i(\{—\}, \{—\})$, то процедура A_i не взаимодействует с ЛР и переход t_d^i может быть реализован независимо от маркировки позиций логических ресурсов.

Рассмотренный способ представления ЛР тремя позициями сети Петри хотя позволяет промоделировать все случаи взаимодействия процессов с ресурсами, однако является достаточно громоздким, так как требует введения большого числа дополнительных позиций. Это число можно сократить, если применить так называемые *сдерживающие*, или *тормозящие*, дуги. Эти дуги введены специально для того, чтобы использовать информацию об отсутствии метки в позиции. Если переход t_v соединен тормозящей дугой с входной позицией a_u , то он может быть реализован, только когда эта позиция не содержит метку. При этом ЛР D_s можно задать двумя позициями: d_s и \bar{d}_s , последняя содержит метку, когда логическое условие p_s имеет единичное значение, и не содержит ее при нулевом значении этого ЛУ.

На графе сети Петри сдерживающая дуга заканчивается не стрелкой, а маленьким кружком. При использовании таких дуг взаимодействие $A_i(\{p_s\}, \{—\})$ с логическим ресурсом D_s , показанное на рис. 6,б, будет моделироваться сетью Петри, приведенной на рис. 6,г.

Следует отметить, что позиции функциональных ресурсов и позиции состояний логических ресурсов могут не вводиться в описание последовательного процесса, тогда как маркировка позиций значений ЛУ может существенно влиять на развитие процесса.

На рис. 7 показана сеть Петри разветвленного последовательного процесса, все процедуры которого используют собственные ФР, выполнение процедур $A_1, A_3, A_4, A_5, A_6, A_7$ зависит от значений логических условий p_1, p_2 и процедуры A_1, A_3, A_7 меняют значения логических условий: $A_1(\{p_1\}, \{\bar{p}_1\})$; $A_3(\{p_2\}, \{\bar{p}_2\})$; $A_4(\{\bar{p}_1\}, \{-\})$; $A_5(\{p_1\}, \{-\})$; $A_6(\{\bar{p}_1\}, \{-\})$; $A_7(\{\bar{p}_2\}, \{p_2\})$. Для упрощения графа сети Петри не введены позиции состояний ЛР \bar{d}_1 и \bar{d}_2 .

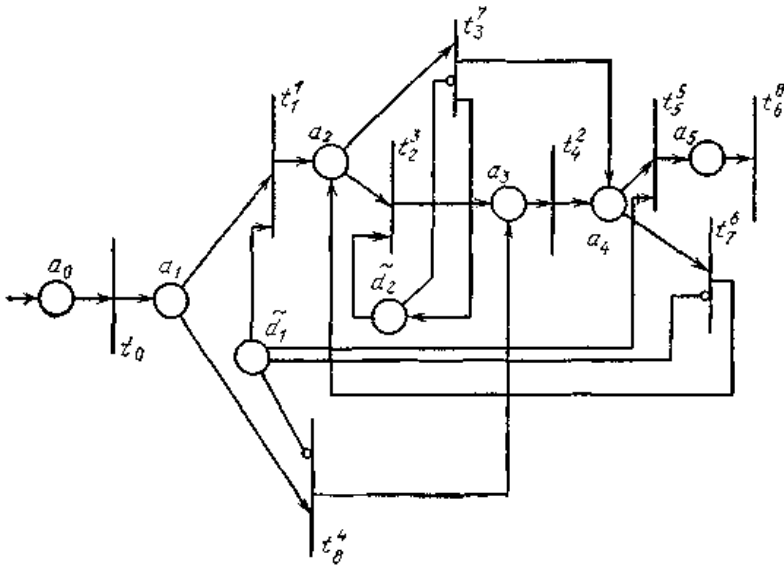


Рис. 7

В общем случае управляющий процесс содержит как альтернативные ветви, так и параллельные участки; пример сети Петри такого процесса приведен на рис. 8.

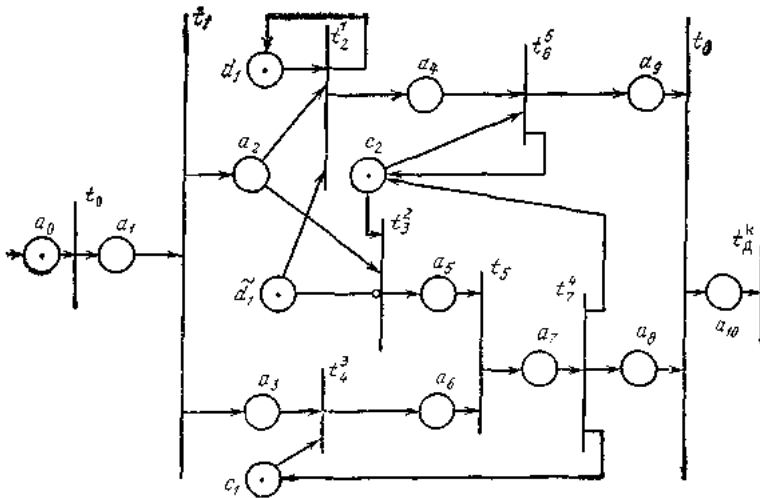


Рис. 8

Если все логические и функциональные ресурсы УП являются внутренними, процесс можно назвать автономным, поскольку его развитие полностью определяется начальным состоянием, т.е. начальной маркировкой его сети Петри.

7.2.3. Обобщенная сеть Петри для описания неавтономного управляющего процесса

Для автономного процесса характерно то, что все ФР используются только процедурами данного процесса и значения всех ЛУ изменяются этими процедурами, что отражается в описании процесса. Однако во многих случаях значения ЛУ, влияющих на развитие процесса, зависят от состояния процесса образования ПП или от состояний других процессов, т.е. определяются некоторыми внешними событиями. Такие ЛР являются внешними, их состояния и значения проверяемых ими ЛУ зависят не только от процедур рассматриваемого УП. Для описания такого процесса каждому внешнему логическому условию p_u сопоставим внешнюю позицию h_u , которая содержит метку, если $p_u=1$, и не содержит ее при $p_u=0$. В описание процедур могут входить как внутренние, так и внешние ЛУ; очевидно, последние входят только в множество $\{P_i\}$. Если процедура A_i выполняется при единичном (нулевом) значении логического условия p_u , то внешняя позиция h_u

соединяется с переходом t_d^i неизменяющей (сдерживающей) дугой. Позиция состояния внешнего ЛР не включается в сеть Петри УП, так как ее маркировка не может быть полностью определена развитием этого процесса. Все процедуры, выполнение которых зависит от значения внешнего ЛУ, только считывают его значение, следовательно, может быть одновременно несколько обращений к внешнему ЛР, а значение ЛУ должно оставаться неизменным на все время выполнения этих процедур.

Управляющий процесс, который использует наряду с внутренними и внешние ресурсы, является неавтономным. Развитие такого процесса зависит не только от начальной маркировки внутренних позиций сети Петри, но и от текущей маркировки внешних входных позиций. Поскольку маркировка этих позиций не изменяется в результате выполнения процедур процесса, для упрощения графа сети Петри внешние входные позиции можно заменить предикатами, зависящими от внешних ЛУ. Переход t_d^i помечается тем предикатом, истинное значение которого необходимо для выполнения процедуры A_i . Таким образом, сеть Петри неавтономного процесса содержит позиции внутренних ресурсов и помеченные предикатами переходы. Для простоты будем считать, что внешними могут быть только ЛР, а все ФР являются внутренними.

Следует отметить еще один случай задания взаимодействия процедур процесса с ЛР, когда не определено конкретное влияние выполнения процедуры A_i на значение логического условия p_s , но известно, что такая зависимость существует. Обычно эта ситуация возникает, если ЛР является сложным ЛФБ, имеющим множество внутренних состояний, которые изменяются под воздействием процедуры A_i , но не все эти изменения приводят к изменению значения проверяемого ЛУ. Без учета функционирования ЛР приходится считать, что процедура A_i влияет на значение ЛУ, т. е. всегда монополюбно занимает ЛР. Такое возможное изменение значения логического условия p_s будем отмечать его безразличным (\bar{p}_s) значением в множестве $\{P_2^i\}$. Позицию состояния логического ресурса D_s в этом случае необходимо вводить в описание параллельного процесса, чтобы запретить одновременное выполнение процедур, использующих ресурс D_s . Метка из позиции d_s удаляется на время реализации перехода t_d^i . Позиция \bar{d}_s аналогична внешней позиции, так как маркировка ее не может быть определена состоянием процесса.

На рис. 9,а показан пример сети Петри процесса, все процедуры которого используют собственные ФР; ЛР D_l является внутренним.

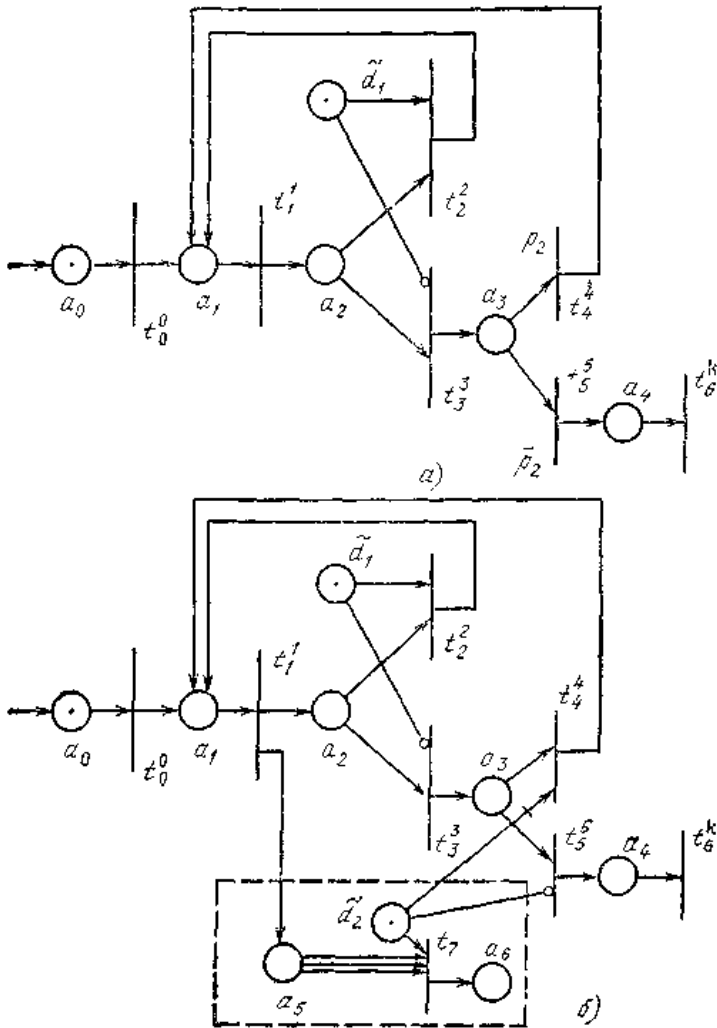


Рис. 9

Состояние ЛР D_2 изменяется процедурой A_1 , что может привести к изменению значения логического условия p_2 , поэтому $A_1(\{—\}, \{\bar{p}_2\})$. Кроме того, задано следующее взаимодействие процедур с ЛР:

$A_2(\{p_1\}, \{\bar{p}_1\}); A_3(\{\bar{p}_1\}, \{-\}); A_4\{p_2\}, \{-\}); A_5(\{\bar{p}_2\}, \{-\})$. Если бы процесс был параллельным, в его описание необходимо было бы ввести позицию состояния ресурса D_2 . Переходы t_4^4 и t_5^5 помечены соответствующими значениями логического условия p_2 , которое приходится считать внешним.

Однако если известен алгоритм функционирования ЛР, то можно представить его в виде отдельной сети Петри и составить ее композицию с сетью Петри управляющего процесса. Пусть, например, ЛР D_2 является счетчиком, состояние которого изменяется каждый раз при выполнении процедуры A_1 . Состояние счетчика сравнивается с константой k , так что при $k=3$ логическое условие p_2 принимает ложное значение (рис. 9,б). Теперь позиция d_2 является внутренней, так как ее маркировка полностью определяется состоянием сети Петри, состоящей из двух подсетей. Как видно, здесь потребовалось использовать k -кратную дугу между позицией a_5 и переходом t_7 .

При описании УП общего вида необходимо также учитывать то обстоятельство, что одни и те же ресурсы могут запрашиваться разными параллельными подпроцессами. При этом может оказаться, что одни подпроцессы монопольно занимают ЛР D_s , а другие только используют его, т. е. занимают немопольно. Возникает ситуация, аналогичная задаче о чтении-записи с ограниченным числом процессов чтения, которое в нашем случае не может быть больше числа параллельных подпроцессов. Любой подпроцесс записи должен исключать все другие подпроцессы чтения и записи, тогда как несколько процессов чтения могут выполняться одновременно.

Для моделирования такой ситуации позиция d_s в начальной маркировке должна содержать δ меток, если δ — максимальное число подпроцессов, немопольно владеющих ресурсом D_s . Позиция d_s является входной и выходной для δ переходов сети Петри этих подпроцессов. Переход сети Петри подпроцесса, который занимает логический ресурс D_s немопольно, соединяется с позицией d_s дугой кратности δ . При этом не нарушается критерий взаимного исключения процессов и допускается одновременная проверка значения логического условия p_s , несколькими параллельными подпроцессами. Ясно, что для этого соответствующие переходы сетей Петри соединяются с позицией \tilde{d}_s либо сдерживающими, либо неизменяющими дугами.

На рис. 10 показан рассмотренный выше процесс. Здесь подпроцессы Π_1 и Π_2 немопольно владеют логическим ресурсом D_1 при выполнении процедур A_3 или A_4 и A_7 , в то же время выполнение процедуры A_2 подпроцесса Π_2 не зависит от значения логического

условия p_1 , но присваивает ему единичное значение, т. е. $A_3(\{p_1\}, \{-\})$; $A_4(\{\bar{p}_1\}, \{-\})$; $A_7(\{p_1\}\{-\})$; $A_2(\{-\}, \{p_1\})$.

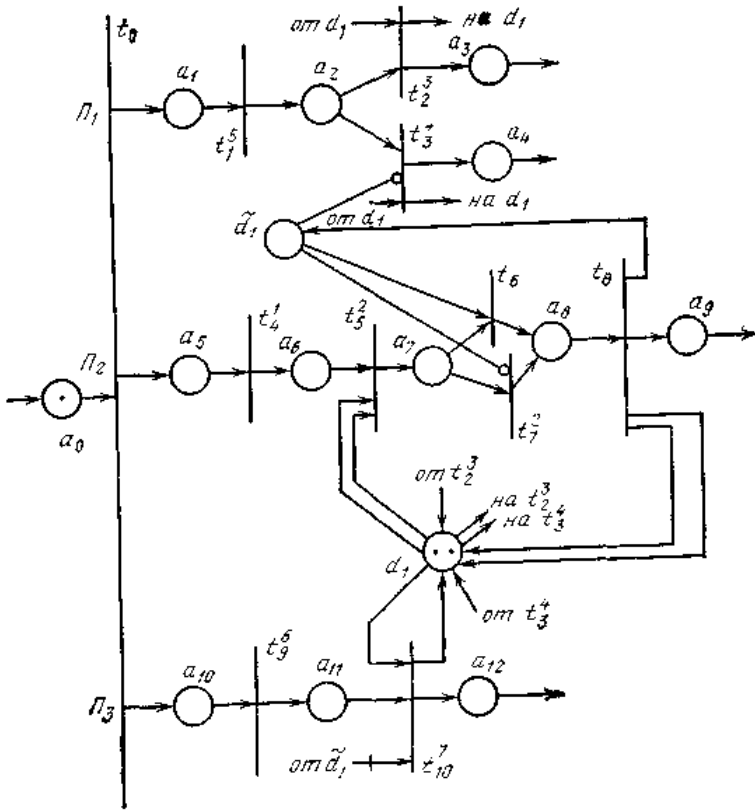


Рис. 10

Наличие двух меток в начальной маркировке позиции d_1 и двухкратных дуг, соединяющих эту позицию с переходом t_7^2 , обеспечивает требуемое взаимодействие параллельных подпроцессов. Действительно, допустима одновременная реализация переходов t_2^3 и t_7^2 , так как каждый из них удаляет по одной метке из позиции d_1 . Реализация перехода t_7^2 удаляет обе метки из этой позиции, запрещая использование логического ресурса D_1 другими подпроцессами. Маркировка позиции \tilde{d}_1 не изменяется при реализации переходов t_2^3 ,

t_3^4 и t_9^7 , но после реализации t_7^2 эта позиция получает метку — единичное значение логического условия p_1 .

На рисунке показан частный случай разветвленного процесса с состоянием ожидания. При наличии метки в позициях a_{10} и d_1 подпроцесс P_3 не может развиваться, если логическое условие p_1 имеет нулевое значение; он будет находиться в этом состоянии до тех пор, пока значение p_1 не изменится. Это частный случай процесса с циклом. Таким образом, граф обобщенной сети Петри, предназначенной для описания неавтономного управляющего процесса общего вида, содержит длительные и примитивные переходы, основные и ресурсные внутренние позиции, основные, неизменяющие и сдерживающие дуги требуемой кратности. Каждому длительному переходу сопоставлена процедура УП. Если выполнение процедуры A_i зависит от значений внешних ЛУ, то переход t_d^i помечается соответствующим предикатом. Реализация длительного перехода занимает некоторое время, в течение которого отсутствуют метки в его входных и выходных позициях. Примитивные переходы, к которым относятся переходы распараллеливания и соединения, реализуются мгновенно они предназначены для задания структуры процесса. Полное состояние автономного УП определяется маркировкой основных (a_u) и внутренних ресурсных позиций сети Петри (d_s, \tilde{d}_s). Дуги графа сети Петри определяют последовательность выполнения процедур процесса и их взаимодействие с функциональными и логическими ресурсами. Такая обобщенная сеть Петри обладает свойствами временных сетей с переходами, помеченными предикатами и операциями, и дугами разных типов. Ее отличительной особенностью является то, что в описание процесса вводятся используемые им ресурсы и учитывается влияние процедур процесса на состояния ресурсов. Это дает возможность осуществить более полный анализ процесса и получить правильный УП с учетом ресурсов.

7.3. Формирование правильного управляющего процесса

7.3.1. Граф достижимых маркировок сети Петри

Формализованное описание УП на языке сетей Петри прежде всего используется для анализа процесса, выявления его свойств, обнаружения и устранения недопустимых состояний. К числу таких состояний, наиболее характерных для параллельных процессов с

разделяемыми ресурсами, относятся тупиковые состояния, в которых процесс прекращает развитие, не достигнув своего конечного состояния. Причины возникновения тупикового состояния могут быть различны — это и некорректно составленная структура параллельно-последовательного процесса, и неправильное распределение ФР, и недопустимое взаимодействие процедур процесса с ЛР. Поскольку возникновение тупиковых состояний в УП приводит к преждевременной остановке технологического процесса образования понятий, выявление и устранение тупиков является одной из основных задач начального этапа проектирования ООП.

Анализ УП основан на анализе и выявлении свойств задающей его сети Петри. Для анализа сетей Петри используют различные методы: построение дерева достижимости, составление матричных уравнений, получение различных инвариантов для позиций и переходов. Каждый из этих методов имеет свои достоинства и ограничения. Наиболее наглядным и удобным для пояснения является метод, основанный на применении дерева достижимости.

При выполнении сети Петри возникают две взаимно связанные последовательности — маркировок и реализуемых при этом переходов. Дерево достижимости представляет множество достижимости сети Петри, можно называть его также *графом достижимых состояний* сети Петри. Построение такого графа вытекает непосредственно из правил выполнения сети Петри. Начальная вершина графа соответствует начальной маркировке M_0 . Если маркировка M_1 непосредственно достижима из M_0 при реализации перехода t_i , то вершина графа M_0 соединяется с вершиной, соответствующей маркировке M_1 дугой, помеченной переходом t_i . Затем рассматриваются все маркировки, достижимые из M_1 , и т. д. Поскольку при одной и той же маркировке может быть активизировано несколько альтернативных переходов, то образуется целое дерево достижимо сти.

В процессе построения такого графа достижимых маркировок может возникнуть маркировка, уже порожденная на предыдущем шаге, тогда в графе образуется цикл. Кроме того в графе могут возникать маркировки, различающиеся только числом меток в одной и той же позиции. Предлагается возможное бесконечное число меток в маркировках такого типа представить с помощью специального символа ω , описывается алгоритм построения дерева достижимости, доказывається что этот алгоритм всегда заканчивает свою работу и что дерево достижимости сети Петри конечно.

Очевидно, наличие символа ω в графе достижимых маркировок свидетельствует о том, что число различных маркировок может быть

бесконечным, несмотря на конечное число вершин графа. Сеть Петри, для которой получен такой граф, является неограниченной. Если сеть Петри ограничена и символ ω отсутствует в графе ее достижимых состояний, то эта сеть задает систему с конечным числом состояний. Именно к таким системам относится рассматриваемый нами ООП, поэтому сеть Петри, описывающая УП, реализуемый в ООП, должна иметь конечное число состояний.

Граф достижимых маркировок сети Петри N будем обозначать G_N . В вершине графа G_N , соответствующей маркировке \mathbf{M}_i , будем выписывать те позиции сети Петри, которые содержат метки при этой маркировке, и те переходы, которые при этом активизированы. Если активизированные переходы входят в параллельные участки процесса, т. е. могут быть реализованы одновременно, в вершине графа G_N они связываются знаком конъюнкции. Активизированные переходы, входящие в альтернативные ветви, соединяются знаком дизъюнкции. Если позиция a_{ij} в маркировке \mathbf{M}_i имеет более одной метки, число этих меток указывается в виде верхнего индекса этой позиции.

Поскольку каждая маркировка сети Петри определяет состояние рассматриваемой системы, можно считать, что вершина \mathbf{M}_i графа достижимых маркировок сети Петри соответствует состоянию S_i процесса, задаваемого этой сетью. Для каждого процесса задается начальное и конечное состояния; если процесс является циклическим, то выделяется состояние, после которого процесс повторяется. В общем случае может быть несколько начальных и конечных состояний. Начальное состояние соответствует начальной вершине графа G_N , конечное — его терминальной вершине. Состояние процесса, не являющееся конечным, но не допускающее дальнейшего его развития, является *тупиковым*. Вершина графа G_N , соответствующая тупиковому состоянию, характеризуется тем, что при наличии меток в основных внутренних позициях сети Петри нет ни одного активизированного перехода.

7.3.2. Влияние структуры процесса на наличие тупиковых состояний

Рассмотрим различные случаи возникновения тупиковых состояний. На рис. 11 приведен граф достижимых маркировок простого параллельно-последовательного процесса, заданного сетью Петри рис. 8.

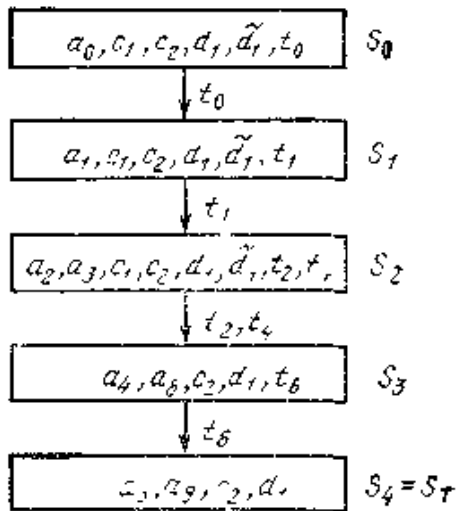


Рис.11

Для простоты на графе переходы будем выписывать без верхних индексов. Вначале построим граф G_N в предположении, что время реализации всех переходов одинаково, поэтому одновременно активизированные переходы реализуются также одновременно. При этом процесс переходит из состояния S_2 сразу в состояние S_3 . Как видно из рис. 11, при заданной начальной маркировке, когда ФР c_1 и c_2 свободны и логическое условие $p_1 = 1$, процесс, не достигнув конечного состояния, соответствующего реализации перехода t_d^k , попадает в состояние S_4 , которое является тупиковым, так как ни один из переходов не является активным и дальнейшее развитие процесса невозможно. Таким образом, при начальном истинном значении логического условия p_1 процесс попадает в тупиковое состояние.

Аналогичный граф достижимости можно построить для начального ложного значения логического условия p_1 , когда позиция \tilde{d}_1 в начальной маркировке не содержит метку. При этом вместо перехода t_2 будет активизирован переход t_3 . Чтобы не составлять отдельные графы для различных допустимых начальных маркировок, можно построить один полный граф, предусматривающий все возможные пути развития процесса. Очевидно, при этом позиции ЛР в вершинах графа не выписываются. Такой граф для сети рис. 8 представлен на рис. 12; как

видно, левая ветвь графа соответствует $p_1=1$ и полностью совпадает с графом рис. 11.

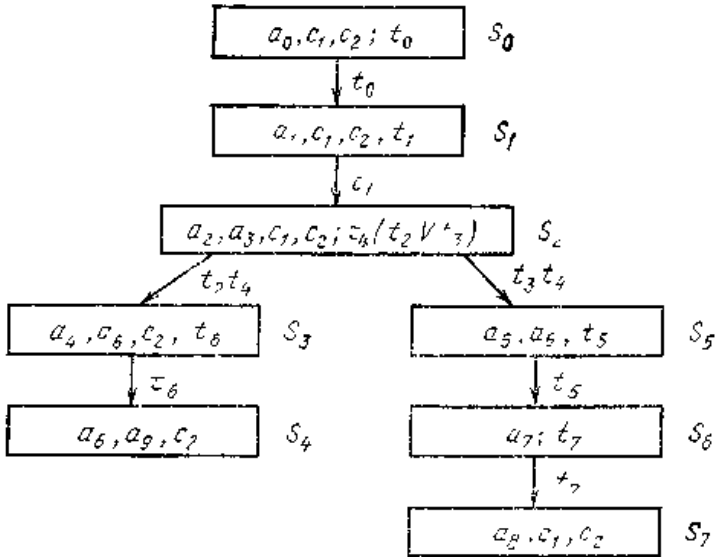


Рис.12

При $p_1=0$ реализуется другая последовательность переходов, но процесс, не достигнув конечного состояния, вновь попадает в тупиковое состояние S_7 . Этот граф также построен в предположении, что реализация активизированных переходов завершается одновременно. Такой граф можно назвать *графом статических состояний* процесса. В статическом состоянии ни один из переходов сети Петри не находится в стадии реализации.

Очевидно, можно построить граф, содержащий не только статические, но и все промежуточные состояния, которые возникают из-за различной скорости реализации переходов. На рис. 13 приведен граф, задающий полное множество достижимых состояний рассматриваемого процесса, число которых, как видно, значительно больше числа статических состояний.

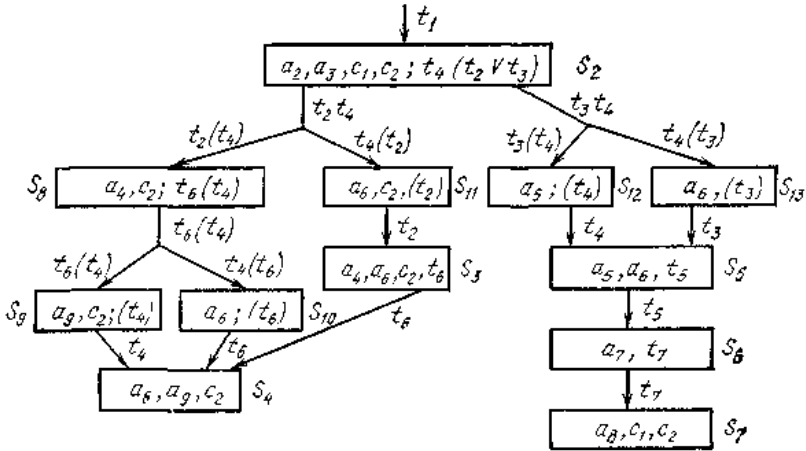


Рис.13

В таком динамическом графе исходящие из вершин дуги графа помечаются переходами, ко торые переходят в стадию реализации, входящие дуги помечаются переходом, закончившим реализацию. Переходы, реализация которых продолжается, записываются на этой дуге в скобках. В результате кроме статических состояний в графе появляются неустойчивые состояния; переходы, находящиеся при этом в стадии реализации, также выписываются в скобках в отличие от переходов, которые активизируются в данном неустойчивом состоянии. Следует иметь в виду, что с началом реализации перехода удаляются метки из его входных позиций, поэтому, например, в состоянии S_8 отсутствует метка в позиции a_3 и еще не появилась метка в позиции a_6 , так как реализация перехода t_4 не закончена.

Из рис. 13 видно, что независимо от начального значения логического условия p_1 и относительной скорости реализации переходов, т. е. длительности соответствующих процедур, процесс, заданный сетью Петри рис. 8, попадает в одно из двух тупиковых состояний. Причиной этого является недопустимая структура процесса. Хотя в общем случае трудно сформулировать требования к правильной структуре процесса, некоторые обязательные условия можно указать. Необходимо, чтобы альтернативные ветви процесса имели альтернативное соединение в пределах того параллельного участка, в котором они начались. Если распараллеливание процесса происходит в одной из альтернативных ветвей, то соединение этих параллельных подпроцессов должно быть также в пределах этой ветви.

Нетрудно видеть, что сеть Петри рис. 8 не удовлетворяет этим требованиям. Возникновение таких неприятных явлений, как ловушка, зависание, обычно также связано с нарушением указанных условий. Тупики, вызванные неправильной структурой процесса, могут быть устранены только соответствующим ее изменением.

Другой причиной недостижимости конечного состояния может быть возникновение цикла в графе достижимых маркировок. Такая ситуация свойственна не только параллельному, но и последовательному разветвленному процессу при недопустимом взаимодействии процедур процесса с ЛР.

На рис. 14,а приведен граф достижимых маркировок сети Петри рис. 7 для фиксированной начальной маркировки позиций \tilde{d}_1 и \tilde{d}_2 .

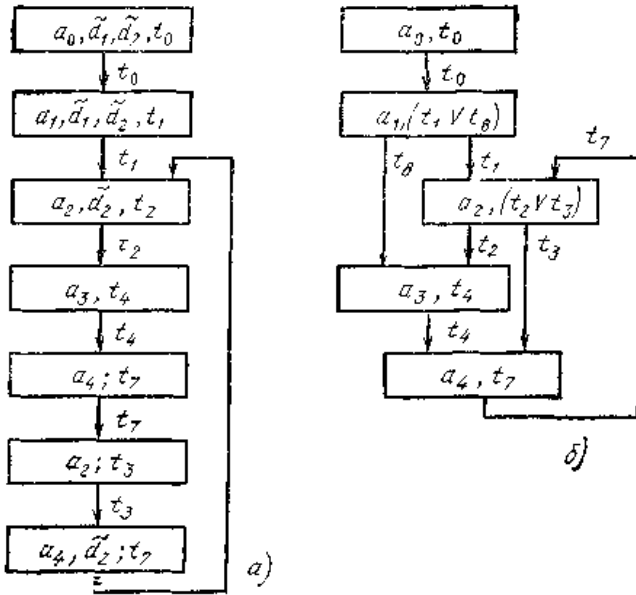


Рис. 14

Как видно, при выполнении процесса возникает бесконечный цикл, так что заключительное состояние, связанное с реализацией перехода t_6^k , оказывается недостижимым. Полный граф достижимости (рис. 14,б) показывает, что это состояние не достигается ни при одной из возможных начальных маркировок позиций ЛР. Таким образом, возникновение бесконечного цикла является свойством данного процесса и объясняется недопустимым взаимодействием процедур

процесса с логическим ресурсом D_1 . В этом случае также требуется преобразование процесса.

Следует иметь в виду, что для более полного и точного анализа УП необходимо использовать всю имеющуюся в распоряжении разработчика информацию, так как в противном случае могут быть сделаны неверные выводы о ходе развития процесса. На рис. 15,а приведен граф G_N сети Петри рис. 9,а для истинного начального значения внешнего логического условия p_2 .

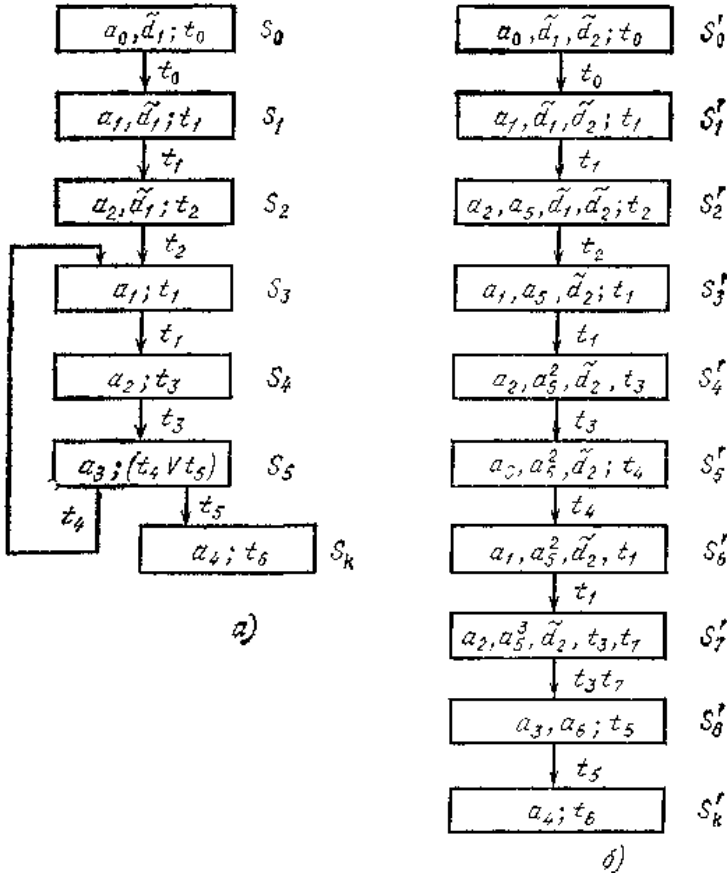


Рис. 15

Этот граф содержит цикл, свидетельствующий о том, что если значение p_2 не изменится, процесс не достигнет конечного состояния.

Поскольку здесь D_2 является внешним ЛР, неизвестно, произойдет ли такое изменение и будет ли реализован переход t_6^k .

В сети Петри рис. 9,б содержится информация о функционировании логического ресурса D_2 и его взаимодействии с УП. Граф достижимости этой сети (рис. 15,б) показывает, что никаких циклов при выполнении процесса не возникает и конечное состояние достижимо.

7.3.3. Тупиковые состояния, вызываемые разделением функциональных ресурсов

Значительная часть тупиковых состояний возникает из-за использования одних и тех же ФР процедурами параллельных подпроцессов. Рассмотрим более подробно такую ситуацию и способы ее устранения на примере сети Петри рис. 5, которая задает два циклических асинхронных процесса Π_1 и Π_2 , разделяющих ФР C_1 и C_2 . В начальной маркировке сети Петри содержатся метки в позициях c_1 и c_2 , так как оба ресурса свободны, и в позициях a_1 , a_7 , поскольку оба процесса находятся в состоянии готовности. Для указания на асинхронность процессов введены внешние входные позиции b_1 и b_2 для переходов t_1 и t_7 соответственно, так что при появлении метки в позиции b_1 (b_2) начинается выполнение процесса Π_1 (Π_2). Если метки появляются одновременно в позициях b_1 и b_2 , то оба процесса начинают выполняться параллельно.

Построим граф достижимых маркировок сети Петри и для наглядности изобразим его в виде решетки, горизонтальные пути которой соответствуют функционированию только подсети N_1 , т. е. развитию процесса Π_1 , а вертикальные — подсети N_2 (рис. 16).

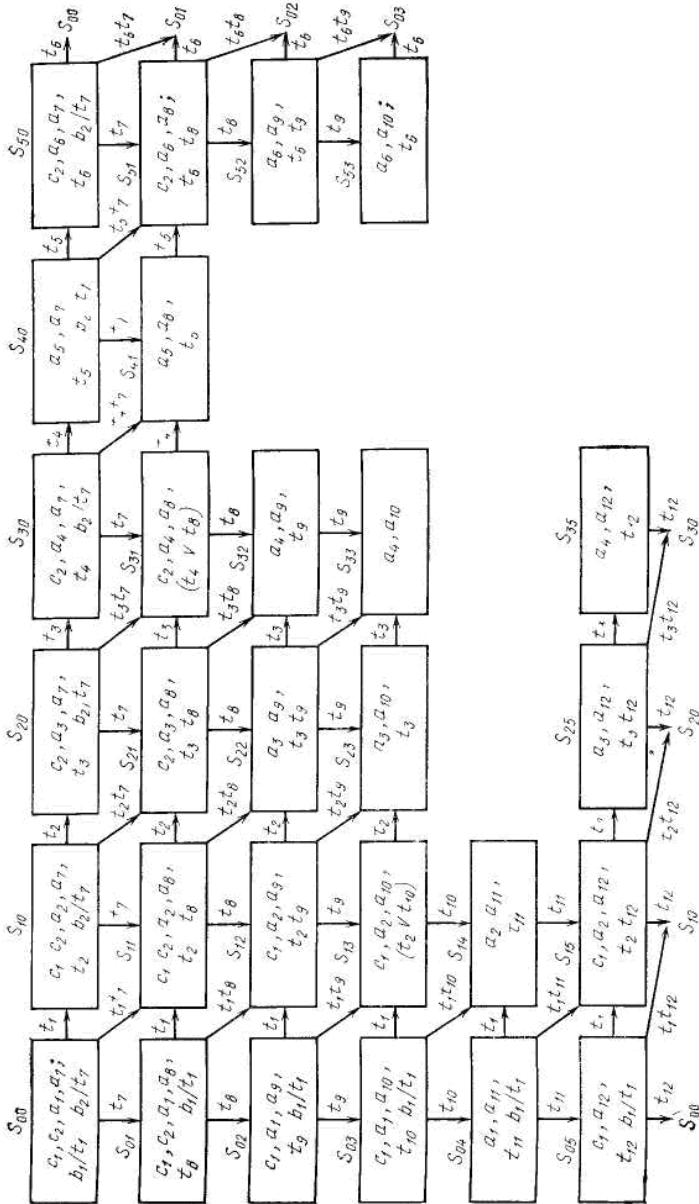


Рис. 16

Вершины графа, определяющие состояние сети N , обозначим двойным индексом, первый из которых соответствует состояниям подсети N_1 а второй — подсети N_2 .

Начальное состояние S_{00} является состоянием готовности процессов P_1 и P_2 , каждый из которых начинает выполняться при его активизации, что отмечается появлением метки во внешней входной позиции сети Петри. Следует отметить, что маркировка внешних позиций не зависит от самого процесса. Эти позиции могут заполняться метками и освобождаться от них в любой момент, делая процесс активным либо пассивным. Важно только, чтобы метка во внешней входной позиции b_f перехода t_i сохранялась в течение времени, необходимого для реализации этого перехода. В отличие от внутренних входных позиций перехода t_i , метки из которых удаляются после его реализации, метка из позиции b_f не удаляется.

Активизация и выполнение процесса P_1 (P_2) вызывают последовательность состояний $S_{10}, S_{20}, \dots, S_{50}$ ($S_{01}, S_{02}, \dots, S_{05}$). Одновременное выполнение двух процессов соответствует остальным вершинам графа достижимых маркировок. Как видно из рис. 16, сеть Петри рис. 5 имеет 28 достижимых состояний. Нетрудно заметить, что не все эти состояния являются равноценными. В некоторых состояниях активизировано и может быть реализовано два перехода, что означает параллельное выполнение двух процессов. Другие состояния, например S_{13} , допускают развитие обоих процессов, но одновременно — только одного из них. В других состояниях активизирован только один переход, что говорит о возможности выполнения лишь одного процесса и блокировке другого (S_{41}, S_{14}). Имеется состояние (S_{33}), в котором, несмотря на наличие меток во внутренних позициях сети Петри, ни один из переходов не активизирован, т. е. ни один из процессов не может выполняться. Наличие такого множества различных состояний в графе достижимых маркировок сети Петри приводит к необходимости осуществить их классификацию, введя некоторые определения.

Состоянием блокировки S_6 назовем состояние, в котором при наличии метки во внутренней позиции a_{in} , являющейся входной для перехода t_i , этот переход не активизирован, т. е. число процессов, которые могут развиваться, меньше числа активных процессов. Такая блокировка процесса происходит из-за занятости необходимых ему ресурсов другими процессами, после выполнения которых ресурсы освобождаются и заблокированный процесс может выполняться.

Состоянием взаимной блокировки $S_{в.6}$ назовем состояние, в котором заблокировано несколько активных процессов и они не могут быть разблокированы, несмотря на развитие других процессов. Таким

образом, если в состоянии S_b развивающиеся процессы освобождают ресурсы, необходимые для выполнения заблокированного процесса, то в состоянии $S_{в.б}$ все ресурсы, запрашиваемые заблокированным процессом, заняты процессами этого же множества, так что развитие других процессов не выводит систему из состояния взаимной блокировки. Если в множество заблокированных процессов входят все рассматриваемые процессы, система попадает в состояние полной взаимной блокировки $S_{п.в.б}$, когда ни один из процессов не может развиваться. Очевидно, состояния $S_{п.в.б}$ и $S_{в.б}$ одинаково недопустимы; будем называть их тупиковыми (S_T)

Состояние сети Петри, из которого все пути графа достижимых маркировок ведут в состояние S_T , назовем предтупиковым $S_{п.т}$. Состояние S_T и все предшествующие ему состояния $S_{п.т}$ объединим в одно множество Q_3 , которое назовем множеством запрещенных состояний. Если в графе достижимых маркировок сети Петри имеется ребро, соединяющее вершины S_u и S_v такие, что $S_v \in Q_3$, а $S_u \notin Q_3$, то состояние S_u назовем опасным ($S_{оп}$). Все опасные состояния образуют множество опасных состояний $Q_{оп}$. Остальные состояния являются безопасными. *Состоянием конфликта* ($S_{кн}$) назовем состояние, в котором запрещена одновременная реализация хотя бы одной пары активизированных переходов.

Как видно из рис. 16 состояние S_{33} является тупиковым, $Q_3 = \{S_{22}, S_{32}, S_{23}, S_{33}\}$; $Q_{оп} = \{S_{11}, S_{21}, S_{31}, S_{12}, S_{13}\}$.

Состояния S_{13} и S_{31} являются состояниями конфликта, а S_{41} и S_{53} , S_{14} , S_{35} — состояниями блокировки

Поскольку в графе достижимых маркировок допустимы все пути, то ясно, что при наличии опасных состояний сеть Петри может попасть в тупиковое состояние. Для устранения такой возможности необходимо осуществить преобразование графа, исключив из него все ребра, соединяющие опасные и запрещенные состояния. При этом все опасные состояния станут безопасными и запрещенные состояния будут недостижимы. Такое преобразование графа достижимых маркировок в граф, содержащий только безопасные состояния, должно найти отражение в сети Петри.

Часть пути графа достижимых маркировок, содержащую только опасные состояния, назовем опасным отрезком пути. Опасные отрезки, содержащие опасные состояния одного и того же множества $Q_{оп}$, обязательно имеют одну общую величину, которая также соответствует опасному состоянию и может быть названа корнем опасных отрезков $S_{к.оп}$ (в крайнем случае это начальная вершина графа). Для того чтобы это состояние стало безопасным, необходимо превратить его в состояние конфликта, запретив одновременную

реализацию активизированных переходов, которая переводит сеть в запрещенное состояние. С этой целью введем в сеть Петри дополнительную блокирующую позицию a_6 , являющуюся общей входной позицией этих переходов. Позиция a_6 в начальной маркировке может содержать несколько меток, число которых определяется допустимым числом параллельно выполняемых опасных отрезков. Таким образом, разрешение конфликта в состоянии $S_{к.оп}$ соответствует выбору процессов, выполнение которых будет продолжаться, тогда как остальные процессы блокируются из-за отсутствия меток в позиции a_6 . Эти процессы необходимо разблокировать сразу же, как только устранится опасность возникновения тупика. Для этого позиция a_6 должна быть выходной позицией всех переходов, которыми отмечены ребра графа, соответствующие выходу из опасных отрезков. Тогда после реализации таких переходов вновь появляются метки в позиции a_6 , что делает возможным выполнение ранее заблокированных процессов.

Таким образом, предлагаемый способ устранения тупиковых состояний состоит во введении своевременной принудительной блокировки процессов. При этом определяется минимальное число процессов, которые необходимо заблокировать, и минимальное число состояний, в которых эта блокировка должна сохраняться.

Для графа достижимых маркировок рассматриваемого примера состояние S_{11} является корнем двух опасных отрезков S_{21}, S_{31} и S_{12}, S_{13} . Это состояние переводится в состояние конфликта введением в сеть Петри рис. 5 позиции a_6 , являющейся входной для переходов t_2 и t_8 . Тогда после реализации перехода t_2 (t_8), что соответствует развитию процесса Π_1 (Π_2), удаляется метка из позиции a_6 и процесс Π_2 (Π_1) блокируется. Как видно из графа рис. 16 состояние S_{31} (S_{13}) является последним состоянием выбранного опасного отрезка, поэтому при реализации перехода t_4 (t_{10}) блокировка может быть снята. Для этого позиция a_6 должна быть выходной позицией переходов t_4 и t_{10} (рис. 17).

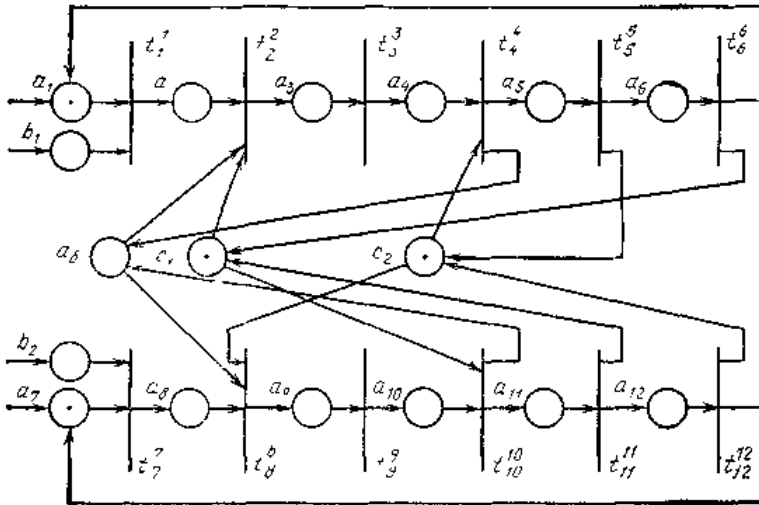


Рис. 17

Теперь состояния S_{12} , S_{13} , S_{21} , S_{31} , которые в исходном графе были опасными, становятся безопасными состояниями блокировки, а состояние S_{11} — состоянием конфликта. Ясно, что при этом запрещенные состояния S_{22} , S_{32} , S_{23} , S_{33} станут недостижимы.

Для сложной системы взаимодействующих процессов, при которой имеется несколько процессов и они неоднократно обращаются к одним и тем же ресурсам, граф достижимых маркировок может содержать не одно, а несколько множеств запрещенных состояний. Тогда для каждого множества определяются множество опасных состояний, множество опасных отрезков путей графа и корень этих опасных отрезков. Затем в сеть Петри вводится блокирующая позиция так, чтобы опасное состояние, соответствующее корню, перевести в безопасное состояние конфликта. В каждом из конфликтующих опасных отрезков определяется последнее опасное состояние и переходы, которые отмечают ребра, переводящие эти состояния в безопасные, становятся входными переходами позиции a_6 . В сети Петри, которая содержит необходимое число таких блокирующих позиций, не будут возникать тупиковые состояния, связанные с использованием общих ФР процедурами параллельных подпроцессов.

Таким образом, применение графа достижимых маркировок сети Петри позволяет обнаружить тупиковые состояния, выявить причины их возникновения и принять меры к их устранению. Для этого либо изменяется структура процесса и его взаимодействие с ЛР, либо

вводится блокировка, запрещающая одновременное развитие некоторых участков параллельных процессов, которые называют критическими. По графу достижимых маркировок можно также обнаружить непроизводительные циклы и недостижимые состояния процесса. Переходы сети Петри, соответствующие таким состояниям, должны быть исключены, если они являются избыточными, либо сделаны достижимыми путем изменения структуры процесса.

Очевидно, все преобразования структуры УП могут производиться по согласованию с разработчиком ООП, так как иногда тупиковые состояния, например, вводятся специально для сигнализации о искажениях в системе и т. д. Кроме того, после всех преобразований УП должен соответствовать управляемому технологическому процессу образования понятий.

В результате должен быть получен правильный УП, т. е. процесс, который не содержит непроизводительных бесконечных циклов, тупиковых состояний и все существенные состояния которого достижимы.

7.4. Алгоритмы образования понятий и языки их описания

7.4.1. Последовательный алгоритм образования понятий и его свойства

Алгоритм образования понятий оператором образования понятий (ООП) — это точное предписание о порядке выполнения этим ООП операций образования понятий в ходе функционирования управляющей системы образования понятий.

Хотя понятие алгоритма широко используется в различных областях науки и техники, строгого его определения до сих пор, на наш взгляд, не существует. В ряде работ сформулированы следующие основные свойства, которыми должен обладать любой алгоритм: детерминированность алгоритма, т. е. наличие точного предписания, не оставляющего места произволу; массовость алгоритма, т. е. приложимость его к изменяющимся в известных пределах исходным данным; результативность алгоритма, т. е. получение результата за конечное число шагов выполнения алгоритма при надлежащих исходных данных.

Кроме такого содержательного описания понятия алгоритма существуют различные его уточнения, основанные на машине

Тьюринга, стекмашине, пушдаун-машине, баллон-машине и др., которые являются абстрактными моделями ЭВМ.

В данном разделе не будем останавливаться на этих и других уточнениях понятия алгоритма, которые в основном используются в математике для доказательства несуществования алгоритмов, а рассмотрим некоторые формализованные языки их описания. Очевидно, к таким языкам относится уже рассмотренный язык сетей Петри, поскольку он по своим описательным возможностям приближается к машинам Тьюринга и, следовательно, может применяться для представления любых алгоритмов. Однако проверку некоторых свойств алгоритмов образования понятий и их преобразование с целью оптимизации структуры ООП целесообразно осуществлять с использованием других языков, к числу которых относится язык логических схем алгоритмов и некоторые его модификации.

7.4.1.1. Логические схемы алгоритмов

Логические схемы алгоритмов (ЛСА) были предложены в 1952—1953 гг. А. А. Ляпуновым для целей программирования. Однако в дальнейшем они широко начали использоваться в качестве языка задания алгоритмов функционирования программных управляющих устройств.

Задача (в том числе и задача образования понятий), которую нужно решить, состоит в поиске алгоритма переработки некоторой исходной информации, т. е. в выборе отдельных операций, или *актов* алгоритма, и поиске порядка их выполнения.

С каждым таким актом (операцией) в ЛСА сопоставляется *оператор*, обозначаемый большими латинскими буквами $A, B, C \dots$ Различные операторы могут обозначаться разными буквами или одной и той же буквой, но с различными индексами: $A_1, A_2, \dots, B_1, B_2 \dots$ Если оператор зависит от параметров, то эти параметры могут ставиться в качестве индексов $A_i, A_{ij}, A_{ijk} \dots$ или в скобках: $A(i), A(ij), A(ijk) \dots$ Операторы с различными параметрами выполняют действия над разными частями исходных или промежуточных данных, т. е. над разными частями перерабатываемой информации.

Например, при умножении квадратных матриц необходимо отдельно умножать каждую строку одной матрицы на каждый столбец другой, при этом умножение различных строк и столбцов производится аналогично. Поэтому для умножения различных строк и столбцов достаточно иметь один оператор, параметры которого укажут, какую

строку и какой столбец необходимо в данный момент перемножать, т. е. оператор $A(ij)$ обозначает, что необходимо i -ю строку умножить на j -й столбец.

Последовательность выполнения операторов в ЛСА определяется порядком их записи. Например, ABC означает, что вначале выполняется оператор A , затем B , а затем C . Порядок выполнения в ЛСА операторов может быть строго фиксированным — *линейный алгоритм* — или зависящим от некоторых условий — *разветвленный алгоритм*. В последнем случае в ЛСА применяют *логические условия*, обозначаемые малыми латинскими буквами $p, q, r \dots$. Как и операторы, различные ЛУ обозначаются различными буквами или одной и той же буквой, но с разными индексами.

Логические условия могут зависеть от нескольких переменных. Логические условия, зависящие от значений функции n переменных, будем обозначать через

$$p[f(x_1, x_2, \dots, x_n)].$$

Считается, что логические условия могут принимать только два значения: выполняется проверяемое условие ($p_i=1$) или нет ($p_i=0$). В зависимости от значения в данный момент проверяемого ЛУ определяется дальнейший порядок выполнения операторов и ЛУ.

Часто среди логических условий целесообразно выделить такие, которые всегда принимают нулевое (ложное) значение, т. е. *тождественно-ложные логические условия*. Тождественно-ложные логические условия не требуют проверки. Будем обозначать их через ω . Операторы и ЛУ являются основными, а тождественно-ложные логические условия — вспомогательными членами логической схемы алгоритма.

Каждое ЛУ имеет стрелку. Начало i -й стрелки (обозначается через \uparrow^i) стоит справа от логического условия, а ее конец (обозначается \downarrow^i) — слева от того члена ЛСА, который должен выполняться, если ЛУ принимает нулевое значение.

Логическими схемами алгоритма называют выражения, составленные из следующих друг за другом операторов и ЛУ, а также расставленных определенным образом нумерованных стрелок. Логическая схема алгоритма есть некоторый способ описания алгоритма решения поставленной задачи образования понятий. Такое описание не зависит от того, какими средствами задача решается.

Описание алгоритма при помощи логических схем есть первый этап формализации алгоритма образования понятий. Этому этапу предшествует содержательное описание алгоритма образования понятий.

Логическая схема алгоритма образования понятий допускает как формальные, так и содержательные равносильные преобразования.

Рассмотрим порядок выполнения алгоритма образования понятий по логической схеме этого алгоритма. Пусть, например, из операторов A , B , C и логических условий p_1 и p_2 составлена следующая логическая схема алгоритма образования понятий:

$$\downarrow^2 A p_1 \uparrow^1 B \downarrow^1 p_2 \uparrow^2 C. \quad (1)$$

Логическая схема определяет порядок выполнения операторов в зависимости от значения входящих в нее ЛУ.

Работа алгоритма начинается с того, что выполняется самый левый член схемы. После того как некоторый член схемы выполнится, определяется, какой член схемы должен выполняться следом за ним. Если это был оператор, то следом за ним должен выполняться тот член схемы, который стоит непосредственно справа от него. Если последний выполнившийся член схемы был логическим условием, то возможны два случая: если проверившееся условие выполнено, то должен выполняться член, находившийся справа; если оно нарушено, должен выполняться тот член, к которому ведет стрелка, начинающаяся после данного условия.

Работа алгоритма оканчивается либо тогда, когда последний из выполняющихся операторов содержит указание о прекращении работы алгоритма, либо тогда, когда на некотором этапе не оказывается такого члена схемы, который должен был бы выполняться.

Таким образом, распределение значений ЛУ в логической схеме определяет порядок выполнения операторов, входящих в эту схему. Например, в логической схеме (1) порядок выполнения операторов в зависимости от значений ЛУ будет следующим:

- 1) если $p_1=0$ и $p_2=0$, то $AA \dots A \dots$, т. е. бесконечно будет выполняться оператор A ;
- 2) если $p_1 = 0$, а $p_2 = 1$, то AC , т. е. вначале выполняется оператор A , а затем C и алгоритм заканчивает свою работу;
- 3) если $p_1 = 1$, а $p_2=0$, то будет бесконечная последовательность чередования операторов A и B : $ABAB \dots AB \dots$;
- 4) если $p_1 = 1$ и $p_2=1$, то последовательно выполняются все три оператора и алгоритм заканчивает свою работу, т. е. ABC .

Следует заметить, что в процессе работы алгоритма логические условия могут изменяться или из-за того, что изменяются внешние к данной системе образования понятий условия или значения этих логических условий изменяются после выполнения того или иного оператора.

Например, в логической схеме алгоритма

$$A \downarrow^1 B p \uparrow^2 C \omega \uparrow^1 \downarrow^2 D \quad (2)$$

будут поочередно выполняться операторы B и C до тех пор, пока не изменится значение логического условия p с 1 на 0:

$$\underbrace{ABCBC\dots BC\dots BC}_{p=1} CD. \quad p=0$$

В качестве примера составления ЛСА рассмотрим алгоритм Евклида, решающий задачу нахождения наибольшего общего делителя для двух заданных натуральных чисел a и b . Решение для любых a и b можно получить путем построения убывающей последовательности чисел, из которых первое является большим из двух данных, второе — меньшим, третье получается как остаток от деления первого на второе, четвертое — как остаток от деления второго на третье и т. д., пока не будет деления без остатка. Делитель в последнем делении и будет искомым результатом.

Поскольку деление может быть сведено к повторному вычитанию, можно предложить следующий список предписаний:

- 1) сравнить числа a и b ($a = b$, $a < b$, $a > b$) и перейти к следующему предписанию;
- 2) если числа равны, то каждое из них дает искомым результат. Процесс вычисления остановить. Если нет, то перейти к следующему предписанию;
- 3) если $a < b$, то поменять числа местами и перейти к следующему предписанию;
- 4) вычесть второе из первого и в качестве исходных взять два числа: вычитаемое и остаток. Перейти к предписанию 1.

Этот перечень предписаний есть словесная формулировка алгоритма, по которой можно составить логическую схему алгоритма, введя следующие операторы и ЛУ:

A — оператор, указывающий, какую пару чисел выбираем;

B — оператор вычитания второго числа y из первого x ;

C — оператор перестановки чисел x и y ;

D — оператор выбора вычитаемого и остатка в качестве первого и второго чисел;

O — оператор остановки и выдачи результата;

p — логическое условие, определяющее равенство двух чисел x и y ;

$p=1$, если $x=y$; $p=0$, если $x \neq y$;

q — логическое условие, проверяющее равенство $x > y$;

$q=1$, если $x > y$; $q=0$, если $x \not> y$.

Для введенного таким образом множества операторов и ЛУ логическая схема алгоритма будет иметь вид

$$A\bar{p} \uparrow^1 \bar{q} \uparrow^2 \uparrow^3 C \downarrow^2 B D \bar{p} \uparrow^1 \bar{q} \uparrow^2 \omega \uparrow^3 \downarrow^1 O \quad (3)$$

чтобы после оператора A_i могло выполняться не более одного оператора. Из второго условия следует, что после оператора A_i всегда должен выполняться хотя бы один оператор. Таким образом, после оператора A_i всегда выполняется только один оператор.

От ЛСА легко перейти к МСА. Рассмотрим такой переход на примере ЛСА вида (3). Вначале заполним строку МСА, сопоставленную с оператором A . Для этого найдем все функции α_{A_i} . Если $\bar{p}=1$ и $\bar{q}=1$, то после A необходимо выполнить оператор C . Следовательно, $\alpha_{AC}=\bar{p}\bar{q}$. Если $\bar{p}=1$, $\bar{q}=0$, то после A необходимо выполнить оператор B . Таким образом, $\alpha_{AB}=\bar{p}q$. Аналогично при $\bar{p}=0$ получим $\alpha_{AO}=p$. Элемент α_{AD} равен нулю, так как ни при каких наборах значений ЛУ после оператора A не может непосредственно выполняться оператор D . После оператора C всегда выполняется оператор B , т. е. $\alpha_{CB}=1$.

Аналогично, образуя и другие логические функции, получим МСА, соответствующую ЛСА (3) (табл. 2).

Таблица 2

$$\begin{array}{c}
 \begin{array}{cccc}
 & C & B & D & O \\
 A & \left[\begin{array}{ccc}
 \bar{p}\bar{q} & \bar{p}q & p \\
 & 1 & \\
 & & 1 \\
 \bar{p}\bar{q} & \bar{p}q & p
 \end{array} \right] \\
 C \\
 B \\
 D
 \end{array}
 \end{array}$$

Существует ряд способов перехода и от МСА к ЛСА. Рассмотрим наиболее простой, основанный на использовании формул перехода. Формула перехода записывается следующим образом.

Выбирается оператор (например, C) в МСА (табл. 2). Если после оператора C непосредственно следует только один оператор (в нашем случае оператор B), то этот факт записывается в виде $C \rightarrow B$. Если после оператора (например, A в МСА табл. 2) может выполняться один из нескольких операторов в зависимости от значений логических условий, то в формуле перехода после полустрелки записывается первый в строке ненулевой элемент α_{ij} , который отмечается оператором A_j . Затем к такому члену с помощью знака дизъюнкции присоединяется следующий в этой строке ненулевой элемент α_{il} , отмеченный оператором A_l , и т. д.

Так, в нашем случае для оператора A получим следующую формулу перехода:

$$A \rightarrow \bar{p} \bar{q} C \vee \bar{p} q B \vee p O.$$

Образовав такие формулы перехода для всех операторов, получим систему формул перехода. Например, по МСА (табл. 2) получим следующую систему формул перехода:

$$\begin{cases} A \rightarrow \bar{p} \bar{q} C \vee \bar{p} q B \vee p O; \\ C \rightarrow B; \\ B \rightarrow D; \\ D \rightarrow \bar{p} \bar{q} C \vee \bar{p} q B \vee p O. \end{cases}$$

От системы формул перехода можно перейти к ЛСА. Для этого необходимо прежде выписать оператор начала A_0 . В нашем случае это оператор A . После него выписываются ЛУ (снабженные стрелками), соответствующие первому слева члену формулы перехода A , т. е. получим $A \bar{p} \uparrow \bar{q} \uparrow$. Затем выписывается оператор, отмечающий заданную функцию, т. е.

$$A \bar{p} \uparrow \bar{q} \uparrow C.$$

Когда выписан оператор, необходимо обратиться к формуле этого оператора и повторить эту процедуру:

$$A \bar{p} \uparrow \bar{q} \uparrow C B.$$

Затем получим последовательно:

$$A \bar{p} \uparrow \bar{q} \uparrow C B D; \quad A p \uparrow \bar{q} \uparrow \downarrow' C B D \bar{p} \uparrow \bar{q} \uparrow \omega \uparrow^1.$$

В последнем выражении введено тождественно-ложное ЛУ ω со стрелкой. Это сделано для того, чтобы не повторять в выражении дважды оператор C .

Когда последовательно уже нельзя выписать ни одного члена ЛСА (как это имеет место в нашем случае), необходимо обратиться к первому слева в последнем выражении ЛУ; пронумеровать стрелку и выписать члены, следующие за оператором A при $\bar{p} = 0$, и т. д.

В результате находим

$$\begin{aligned} & A \bar{p} \uparrow^2 q \uparrow \downarrow' C B D \bar{p} \uparrow \bar{q} \uparrow \omega \uparrow^1 \downarrow^2 O; \\ & A \bar{p} \uparrow^2 \bar{q} \uparrow^3 \downarrow' C \downarrow^3 B D \bar{p} \uparrow \bar{q} \uparrow \omega \uparrow^1 \downarrow^2 O; \\ & A \bar{p} \uparrow^2 \bar{q} \uparrow^3 \downarrow' C \downarrow^3 B D \bar{p} \uparrow^2 \bar{q} \uparrow \omega \uparrow^1 \downarrow^2 O; \\ & A \bar{p} \uparrow^2 \bar{q} \uparrow^3 \downarrow' C \downarrow^3 B D \bar{p} \uparrow^2 \bar{q} \uparrow^3 \omega \uparrow^1 \downarrow^2 O. \end{aligned}$$

(4)

В последнем выражении (4) выписаны все операторы МСА (табл. 2) и все стрелки пронумерованы. Это выражение и является ЛСА. При этом легко заметить, что ЛСА (4) с точностью до обозначения стрелок повторяет ЛСА (3).

Таким образом, формулы переходов использованы в качестве промежуточного языка при переходе от МСА к ЛСА. Правда, легко заметить, что переход от МСА к ЛСА можно осуществить и без формул перехода.

Однако, как далее будет видно, формулы перехода эффективно применяются при переходе от МСА к ЛСА, если при этом ставится задача получения минимальной ЛСА, т. е. ЛСА с минимальным числом членов.

В ряде случаев для задания алгоритма образования понятий могут быть использованы *граф-схемы алгоритмов*, которые дают более наглядное представление об алгоритме.

Граф-схема, соответствующая ЛСА (4), имеет вид схемы, изображенной на рис. 1.

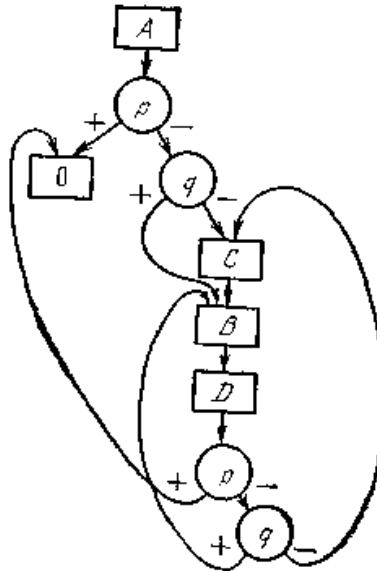


Рис. 1

Из рисунка и ЛСА (4) легко видеть их взаимную связь, причем на граф-схеме операторы указаны прямоугольниками, а логические условия — кружочками. Начальный оператор (оператор A) не имеет входных стрелок, конечный (оператор O) — выходных. Единичное значение ЛУ

на граф-схеме соответствует стрелке, отмеченной знаком +, а нулевое — стрелке со знаком —.

7.4.2. Преобразование логических схем алгоритмов образования понятий

Процесс составления алгоритма образования понятий является одним из самых неформализованных этапов построения ООП. Несмотря на попытки автоматизировать этот процесс на основе диалога ЭВМ с разработчиком ООП, получаемая при этом ЛСА, задающая алгоритм образования понятий ООП, может содержать избыточное число членов. В то же время минимальность ЛСА является одним из критериев оптимальности структуры ООП. В связи с этим возникает задача преобразования ЛСА с целью сокращения числа ее членов.

7.4.2.1. Минимизация числа логических условий

Рассмотрим метод, основанный на применении формул перехода и предполагающий отсутствие повторяющихся операторов в ЛСА. По имеющейся ЛСА или МСА составляется система формул перехода, затем в каждой формуле перехода находятся переменные, которые входят во все члены формулы. Заметим, что всегда можно найти хотя бы одну такую переменную. Если это переменная p_i , то формула перехода приведена по переменной p_i .

Например, возьмем следующую систему формул перехода из п.7.3.1:

$$\begin{cases} A \rightarrow \bar{p}\bar{q}C \vee \bar{p}qB \vee pO; \\ C \rightarrow B; \\ B \rightarrow D; \\ D \rightarrow \bar{p}\bar{q}C \vee \bar{p}qB \vee pO. \end{cases}$$

полученную по МСА (табл. 2), равносильной ЛСА (3). Легко видеть, что в этой системе формула перехода для оператора A приведена по переменной p .

Среди переменных, по которым приведены формулы перехода, выбираются общие для всех или большинства формул. В оставшихся формулах выбираются другие общие переменные и т. д.

В нашем случае выберем переменную p , так как по ней приведены формулы переходов для операторов A и D ; в остальных формулах

переменных нет. Одну из выбранных переменных выносят за скобки в тех формулах перехода, которые приведены по этой переменной.

Для рассматриваемого примера получим

$$\begin{cases} A \rightarrow \bar{p} (\bar{q}C \vee qB) \vee pO; \\ C \rightarrow B; \\ B \rightarrow D; \\ D \rightarrow \bar{p} (\bar{q}C \vee qB) \vee pO. \end{cases}$$

Если в скобках получены выражения типа $(\bar{q} C \vee qB)$, т. е. такие, в которых уже нельзя вынести за скобки ни одной переменной, то такие скобки называют *элементарными*. Все формулы перехода преобразовывают так, чтобы процесс вынесения за скобки привел к элементарным скобкам.

В результате этого получим систему скобочных формул перехода. В ней выделяют общие выражения. Например, в полученной выше системе скобочных формул имеется общее выражение

$$\bar{p} (\bar{q} C \vee qB) \vee pO \text{ в формулах перехода для операторов } A \text{ и } D.$$

Из всех вхождений в систему одного и того же выражения оставляют только одно (пусть в первой из таких формул перехода и первой слева в одной формуле перехода). Остальные заменяют тождественно-ложными логическими условиями $\omega \uparrow$ (конец стрелки от которых помещают перед оставшимся выражением).

Таким образом, в рассматриваемом случае получим следующую преобразованную систему скобочных формул перехода:

$$\begin{cases} A \rightarrow \downarrow \bar{p} (\bar{q}C \vee qB) \vee pO; \\ C \rightarrow B; \\ B \rightarrow D; \\ D \rightarrow \omega \uparrow. \end{cases}$$

После того как из системы скобочных формул перехода исключены все повторяющиеся выражения, можно переходить к ЛСА, для чего необходимо выполнить следующие действия. Выписывается оператор начала, после которого — логическое условие, первое слева в формуле перехода этого оператора, затем второе условие и т. д. до тех пор, пока не будет выписан следующий оператор.

Например, из формулы перехода для оператора A выпишем следующее выражение:

$$A \downarrow \bar{p} \uparrow \bar{q} \uparrow C.$$

При этом, если перед выписываемым оператором или ЛУ стоит стрелка, она также выписывается с сохранением номера. Затем, как и ранее, обращаемся к формуле перехода оператора C , т. е. $A \downarrow^1 \bar{p} \uparrow \bar{q} \uparrow CB$. Далее последовательно получим:

$$A \downarrow^1 \bar{p} \uparrow \bar{q} \uparrow CBD; A \downarrow^1 \bar{p} \uparrow \bar{q} \uparrow CBD \omega \uparrow^1.$$

Если этот процесс обрывается, необходимо пронумеровать первую слева безындексную стрелку в последнем выражении, обратиться к соответствующей формуле перехода и аналогично рассмотренному выше продолжить построение ЛСА. Таким образом, получим следующую последовательность выражений, иллюстрирующую процесс построения ЛСА:

$$A \downarrow^1 \bar{p} \uparrow^2 \bar{q} \uparrow CBD \omega \uparrow^1 \downarrow^2 O;$$

$$A \downarrow^1 \bar{p} \uparrow^2 \bar{q} \uparrow^3 C \downarrow^3 BD \omega \uparrow^1 \downarrow^2 O. \tag{5}$$

Выражение (5) является ЛСА. При этом полученная таким образом ЛСА равносильна исходной ЛСА, по которой была построена МСА, т. е. при подстановке вместо ЛУ какого-либо набора их значений как в исходную, так и в получаемую этим способом ЛСА получаем по ним одну и ту же последовательность выполнения операторов. Следовательно, ЛСА (5) равносильна ЛСА (3), хотя в них содержится различное число членов, причем ЛСА (5) содержит меньшее число членов, чем ЛСА (3).

Таким образом можно осуществлять минимизацию ЛСА. Для этого от исходной ЛСА необходимо перейти к МСА, затем к формулам перехода, преобразовать их в скобочные, от которых перейти к минимальной ЛСА. Правда, необходимо отметить, что для построения минимальной ЛСА в ряде случаев необходимо осуществлять перебор вариантов вынесения переменных за скобки, объединение одинаковых выражений и т. п.

Заметим, что при минимизации ЛСА можно и не переходить к МСА, а систему формул перехода получать непосредственно по исходной ЛСА.

Рассмотрим пример упрощения ЛСА (6):

$$\mathfrak{A} = p_1 \uparrow^1 p_2 \uparrow^2 \downarrow^5 A_1 p_3 \uparrow^3 p_2 \uparrow^4 p_1 \uparrow^3 \omega \uparrow^5 \downarrow^1 p_2 \uparrow^5 \kappa \tag{6}$$

$$\omega \uparrow^6 \downarrow^2 A_2 \downarrow^6 A_3 p_2 \uparrow^6 \omega \uparrow^3 \downarrow^4 p_1 \uparrow^5 \omega \uparrow^2 \downarrow^3 A_1 .$$

По ЛСА (6) составляем МСА (табл. 3).

Таблица 3

$$\mathfrak{A} = \begin{matrix} & A_1 & A_2 & A_3 & A_k \\ \begin{matrix} A_0 \\ A_1 \\ A_2 \\ A_3 \end{matrix} & \left[\begin{array}{cccc} p_1 p_2 \vee \bar{p}_1 \bar{p}_2 & p_1 \bar{p}_2 & \bar{p}_1 p_2 & \\ l_1 p_2 p_3 & p_1 \bar{p}_2 p_3 & \bar{p}_1 \bar{p}_2 p_3 & \bar{p}_1 p_2 p_3 \vee \bar{p}_3 \\ & & 1 & \\ & & \frac{1}{p_2} & p_2 \end{array} \right] \end{matrix}$$

По МСА (табл. 3) получим систему уравнений перехода и преобразуем ее в систему скобочных формул перехода:

$$\begin{aligned} A_0 &\rightarrow p_1 p_2 A_1 \vee \bar{p}_1 \bar{p}_2 A_1 \vee p_1 \bar{p}_2 A_2 \vee \bar{p}_1 p_2 A_3 = p_1 (p_2 A_1 \vee \bar{p}_2 A_2) \vee \bar{p}_1 (\bar{p}_2 A_1 \vee p_2 A_3); \\ A_1 &\rightarrow p_1 p_2 p_3 A_1 \vee p_1 \bar{p}_2 p_3 A_2 \vee \bar{p}_1 \bar{p}_2 p_3 A_3 \vee \bar{p}_1 p_2 p_3 A_k \vee \bar{p}_3 A_k = \\ &= p_3 (p_1 p_2 A_1 \vee p_1 \bar{p}_2 A_2 \vee \bar{p}_1 \bar{p}_2 A_3 \vee \bar{p}_1 p_2 A_k) \vee \bar{p}_3 A_k = \\ &= p_3 (p_1 (p_2 A_1 \vee \bar{p}_2 A_2) \vee \bar{p}_1 (\bar{p}_2 A_3 \vee p_2 A_k) \vee \bar{p}_3 A_k), \\ &A_2 \rightarrow A_3; \\ &A_3 \rightarrow \bar{p}_2 A_3 \vee p_2 A_k \end{aligned}$$

Выявив в формулах перехода этой системы общие выражения, преобразуем ее в следующую систему:

$$\begin{aligned} A_0 &\rightarrow p_1 \downarrow^\alpha (p_2 A_1 \vee \bar{p}_2 A_2) \vee \bar{p}_1 (\bar{p}_2 A_1 \vee p_2 A_3); \\ A_1 &\rightarrow p_3 (p_1 \omega \uparrow^\alpha \vee \bar{p}_1 \downarrow^\beta (\bar{p}_2 A_3 \vee p_2 A_k)) \vee \bar{p}_3 A_k; \\ &A_2 \rightarrow A_3; \\ &A_3 \rightarrow \omega \uparrow^\beta. \end{aligned}$$

По последней системе составим следующую ЛСА:

$$\mathfrak{A} = p_1 \uparrow^3 \downarrow^5 p_2 \uparrow^1 \downarrow^4 A_1 p_3 \uparrow^7 p_1 \uparrow^6 \omega \uparrow^5 \downarrow^1 A_2 \downarrow^2 A_3 \uparrow^6 \bar{p}_2 \uparrow^7 \omega \uparrow^2 \downarrow^3 \bar{p}_2 \uparrow^2 \omega \uparrow^4 \downarrow^7 A_k, \quad (7)$$

где $\alpha=5$, $\beta=6$.

Легко видеть, что ЛСА (7) содержит десять основных членов вместо двенадцати в равносильной ей ЛСА (6).

7.4.2.2. Учет распределения сдвигов при минимизации ЛСА

В процессе выполнения алгоритма функционирования отдельные операторы могут изменять значения ЛУ. Например, имеется OFB_i (сопоставленный с оператором A_ϕ ЛСА), осуществляющий прибавление единицы к числу l . Логический FB_j проверяет значение числа l и при $l \geq n$ вырабатывает значение логического условия $p_j=1$; при $l < n$ логическое условие $p_j=0$, т. е. $LFBJ_j$ реализует логическое условие

p_j ($l \geq n$) ЛСА. Следовательно, оператор A_i может изменить значение логического условия p_j ($l \geq n$).

Логическое условие p_i входит в *распределение сдвигов оператора* A_i , т. е. $A_i - \{p_i\}$, если оператор A_i может изменить значение p_i .

Таким образом, с каждым оператором A_i ЛСА может быть сопоставлено некоторое множество логических условий $\{p_{i1}, \dots, p_{i\zeta}\}$ из множества $\{p_1, \dots, p_n\}$, т. е. $A_i - p_{i1}, \dots, p_{i\zeta}$. Такое соответствие и называется *распределением сдвигов*.

Если с каждым оператором ЛСА сопоставлено полное множество ЛУ, т. е. $\zeta = n$, то *распределение сдвигов универсальное*; если с каждым оператором ЛСА сопоставлено пустое подмножество ЛУ, то *распределение сдвигов пустое*.

Заметим, что, если из условий работы ООП нельзя или трудно выявить для оператора A_i логические условия, значения которых он может изменить, необходимо принимать универсальное распределение сдвигов.

Выше изложен способ минимизации ЛСА без учета влияния изменения значений ЛУ операторами ЛСА, т. е. этот способ применим в том случае, когда имеется универсальное распределение сдвигов. Учет конкретного распределения сдвигов позволяет в ряде случаев произвести дальнейшее упрощение ЛСА за счет сокращения числа вхождений ЛУ или числа проверок их значений в процессе выполнения ЛСА.

Пусть для ЛСА (8) задано следующее распределение сдвигов:

$$A_0 - \{p_1, p_2, p_3\}; A_1 - \{p_2, p_3\}; A_3 - \{-\};$$

$$A_k - \{p_1, p_2, p_3\};$$

$$\mathfrak{A} = p_1 \uparrow A_1 p_1 \uparrow p_2 \uparrow A_2 p_1 \uparrow p_2 \uparrow p_3 \uparrow A_3 \downarrow A_k. \quad (8)$$

Заметим, что для оператора A_3 задано пустое распределение сдвигов (черточка в скобках), а для операторов A_0 и A_k — универсальное.

Для упрощения ЛСА с учетом распределения сдвигов удобно использовать МСА, поэтому от ЛСА (8) перейдем к МСА (табл. 4).

Таблица 4

$$\mathfrak{A} = \begin{matrix} & A_1 & A_2 & A_3 & & A_k \\ \begin{matrix} A_0 \\ A_1 \\ A_2 \\ A_3 \end{matrix} & \left[\begin{array}{ccccc} p_1 & & & & \bar{p}_1 \\ & p_1 \bar{p}_2 & & & p_1 \bar{p}_2 \vee \bar{p}_1 \\ & & p_1 p_2 p_3 & & p_1 p_2 \bar{p}_3 \vee p_1 \bar{p}_2 \vee \bar{p}_1 \\ & & & & 1 \end{array} \right] \end{matrix}$$

Из МСА (табл. 4) видно, что оператор A_1 может выполняться лишь после оператора A_0 при $p_1 = 1$. Вместе с тем логическое условие p_1 не входит в распределение сдвигов оператора A_1 . Значит, оператор A_1 не

может изменить значение логического условия p_1 , поэтому после выполнения A_1 логическое условие по-прежнему будет иметь единичное значение. В связи с этим после выполнения оператора A_1 не нужно проверять p_1 и можно в строке A_1 МСА (табл. 4) переменную p_1 заменить ее значением, т. е. получить следующую МСА (табл. 5).

Таблица 5

$$\mathfrak{M} = \begin{matrix} & A_1 & A_2 & A_3 & & A_K \\ \begin{matrix} A_0 \\ A_1 \\ A_2 \\ A_3 \end{matrix} & \left[\begin{array}{cccc} p_1 & & & \overline{p_1} \\ & p_2 & & \overline{p_2} \\ & & p_1 p_2 p_3 & p_1 \overline{p_2} p_3 \vee \overline{p_1} p_2 \vee \overline{p_1} \\ & & & 1 \end{array} \right] \end{matrix}$$

Из этой МСА видно, что оператор A_3 может быть выполнен только после A_2 , если $p_1=1$, $p_2=1$ и $p_3=1$. Однако ни p_1 , ни p_2 в распределение сдвигов оператора A_2 не входят. Следовательно, значения логических условий p_1 и p_2 будут такими, какими они были до выполнения оператора A_2 .

Из табл. 5 видно, что для выполнения оператора A_2 необходимо иметь значение $p_2=1$. Поэтому, как и ранее, в строке A_2 МСА (табл. 5) переменную p_2 можно заменить единицей, а ее отрицание — нулем. Вместе с тем из табл. 5 не следует, что оператор A_2 выполнится лишь при каком-то одном значении p_1 . В связи с этим необходимо рассмотреть более подробно условия выполнения оператора A_2 и его предшественников. Оператор A_2 выполняется только после оператора A_1 , который, как и A_2 , не изменяет значения p_1 , поэтому рассмотрим условия выполнения оператора A_1 . Из МСА видно, что оператор A_1 может выполняться при $p_1=1$. Так как ни A_1 ни A_2 не изменяют значение p_1 , то после выполнения оператора A_2 логическое условие p_1 по-прежнему будет иметь единичное значение. Следовательно, в строке A_2 МСА переменную p_1 можно заменить единицей, а ее отрицание — нулем. В результате получим МСА (табл. 6).

Таблица 6

$$\mathfrak{M} = \begin{matrix} & A_1 & A_2 & A_3 & A_K \\ \begin{matrix} A_0 \\ A_1 \\ A_2 \\ A_3 \end{matrix} & \left[\begin{array}{cccc} p_1 & & & \overline{p_1} \\ & p_2 & & \overline{p_2} \\ & & p_3 & \overline{p_3} \\ & & & 1 \end{array} \right] \end{matrix}$$

Заметим, что условие выполнения A_2 при $p_1=1$ следует и из МСА (табл. 4), в которой еще не произведено упрощение с учетом распределения сдвигов, тогда как из табл. 5 этого не видно. Поэтому желательно не заменять переменные их значениями до окончания упрощения ЛСА. По полученной МСА (табл. 6) легко получить систему формул перехода, а затем и упрощенную ЛСА (9), имеющую только семь членов вместо десяти в ЛСА (8), составленной без учета распределения сдвигов:

$$A_0 \rightarrow p_1 A_1 \vee \bar{p}_1 A_k;$$

$$A_1 \rightarrow p_2 A_2 \vee \bar{p}_2 A_k;$$

$$A_2 \rightarrow p_3 A_3 \vee \bar{p}_3 A_k;$$

$$A_3 \rightarrow A_k$$

$$\mathfrak{A} = p_1 \uparrow A_1 p_2 \uparrow A_2 p_3 \uparrow A_3 \downarrow A_k. \quad (9)$$

Процесс выявления ЛУ, которые могут быть заменены их значениями, можно формализовать. Для этого по первоначальной МСА (в рассматриваемом примере по табл. 4) образуют функцию f_{A_j} в виде дизъюнкции всех элементов столбца A_j :

$$f_{A_j} = \bigvee_{i=0}^{k-1} \alpha_{ij} \quad (10).$$

В нашем случае

$$f_{A_1} = p_1; f_{A_2} = p_1 p_2; f_{A_3} = p_1 p_2 p_3;$$

$$f_{A_k} = \bar{p}_1 \vee p_1 \bar{p}_2 \vee \bar{p}_1 \vee p_1 p_2 \bar{p}_3 \vee p_1 \bar{p}_2 \vee \bar{p}_1 \vee 1 = 1$$

Среди всех этих функций выявляют так называемые *сокращенные особенные функции* вида

$$f(p_1, \dots, p_n) = p_{i_1}^{\sigma_1}, \dots, p_{i_m}^{\sigma_m} f',$$

где

$$m \leq n, p_{i_\zeta}^{\sigma_\zeta} = \begin{cases} p_{i_\zeta}, & \text{если } \sigma_\zeta = 1; \\ \bar{p}_{i_\zeta}, & \text{если } \sigma_\zeta = 0; \end{cases}$$

f' — функция, не зависящая от переменных p_{i_1}, \dots, p_{i_m} .

В нашем случае сокращенными особенными функциями будут f_{A_1}, f_{A_2} и f_{A_3} . Из этих функций получив $\varphi_{A_i} = p_{i_1}, \dots, p_{i_m}$.

Из последнего выражения исключим логические условия, входящие в распределение сдвигов оператора A_i , и получим функции

$$\varphi_{A_i}^* \geq \varphi_{A_i}; \quad \varphi_{A_1}^* = p_1; \quad \varphi_{A_2}^* = p_1 p_2; \quad \varphi_{A_3}^* = p_1 p_2 p_3.$$

Из этих функций видно, что в строке A_1 матрицы (4) переменную p_1 можно заменить на единицу, а переменную \bar{p}_1 — на нуль; в строке A_2 — переменные p_1 и p_2 — на единицу, а переменные \bar{p}_1 и \bar{p}_2 — на нуль. В результате такой замены получим МСА (табл. 6).

Если в какой-либо строке МСА стоит единица, изложенный способ может не привести к сокращению числа ЛУ, тогда как такое сокращение возможно. Для этого все единицы в матрице необходимо заменить *максимумами логических функций*.

Пусть задана МСА (табл. 7) и следующее распределение сдвигов:

$$A_0 - \{p_1, p_2\}; A_1 - \{p_2\}; A_2 - \{p_2\}; A_3 - \{p_2\}; A_k - \{p_1, p_2\}.$$

Таблица 7

$$\mathfrak{M} = \begin{matrix} & A_1 & A_2 & A_3 & A_k \\ \begin{matrix} A_0 \\ A_1 \\ A_2 \\ A_3 \end{matrix} & \begin{bmatrix} p_1 p_2 & & \bar{p}_1 & p_1 \bar{p}_2 \\ & 1 & & \\ & & \bar{p}_1 & p_1 \\ & & & \bar{p}_1 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

Образует вначале функции

$$f_{A_1} = p_1 p_2; f_{A_2} = 1 \vee p_1 = 1; f_{A_3} = \bar{p}_1; f_{A_k} = p_1 \bar{p}_2 \vee p_1 \vee \bar{p}_1 = 1,$$

а затем $\varphi_{A_1}' = p_1 p_2$; $\varphi_{A_3}' = \bar{p}_1$ и функции $\varphi_{A_1}^* = p_1 p_2$; $\varphi_{A_3}^* = \bar{p}_1$.

В строке A_3 переменную p_1 можно заменить на нуль, а переменную \bar{p}_1 — на единицу. В результате получим МСА (табл. 8).

Таблица 8

$$\mathfrak{M} = \begin{matrix} & A_1 & A_2 & A_3 & A_k \\ \begin{matrix} A_0 \\ A_1 \\ A_2 \\ A_3 \end{matrix} & \begin{bmatrix} p_1 p_2 & & \bar{p}_1 & p_1 \bar{p}_2 \\ & 1 & & \\ & & \bar{p}_1 & p_1 \\ & & & 1 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

Однако если умножить единичный элемент $a_{1,2}$ из табл. 7 на $\varphi_{A_1}^*$, то найдем $\varphi_{A_2} = 1 (p_1 p_2 \vee p_1) = p_1$. Это означает, что перед выполнением оператора A_2 логическое условие p_1 всегда имеет единичное значение,

хотя для выполнения оператора A_2 после оператора A_1 его проверять нет необходимости.

Образовав теперь $\varphi_{A_2} = p_1$, видим, что в строке A_2 (табл. 7) переменную p_1 можно заменить на единицу, а \bar{p}_1 — на нуль. В результате получим следующую МСА (табл. 9):

Таблица 9

$$\mathfrak{M} = \begin{matrix} & A_1 & A_2 & A_3 & A_k \\ \begin{matrix} A_0 \\ A_1 \\ A_2 \\ A_3 \end{matrix} & \left[\begin{array}{cccc} p_1 p_2 & \bar{p}_1 & p_1 \bar{p}_2 & \\ & 1 & & \\ & & & 1 \\ & & & 1 \end{array} \right] \end{matrix}$$

Как видно, последняя МСА проще МСА табл. 8, полученной без умножения единичных элементов МСА на функции $\varphi^*_{A_i}$.

По МСА табл. 8 получим ЛСА

$$\mathfrak{M} = p_1 \uparrow^1 p_2 \uparrow^2 A_1 A_2 \bar{p}_1 \uparrow^2 \downarrow^1 A_3 \downarrow^2 A_k, \quad (11)$$

а по МСА табл. 9 следующую ЛСА:

$$\mathfrak{M} = p_1 \uparrow^1 p_2 \uparrow^2 A_1 A_2 \downarrow^1 A_3 \downarrow^2 A_k. \quad (12)$$

Как видно, ЛСА (12) проще ЛСА (11).

7.4.3. Объединение ЛСА

При задании условий работы ООП в виде совокупности частных ЛСА, очевидно, в каждую из таких ЛСА могут входить одни и те же операторы и ЛУ. Поэтому когда вместо каждого символа частной ЛСА будут подставлены соответствующие выражения из операторов и ЛУ, ЛСА, описывающая общий алгоритм образования понятия, может оказаться не минимальной. При этом в такой ЛСА повторяются не только ЛУ, но и операторы. Однако описанными выше способами такое повторение операторов не может быть исключено.

Для минимизации ЛСА с повторяющимися операторами и ЛУ может быть использован метод объединения ЛСА. Вначале этот метод рассмотрим для случая попарного объединения ЛСА. Произведем объединение двух частных ЛСА (13) и (14), описывающих два режима работы ООП:

$$\mathfrak{M}_1 = \downarrow^2 F_1 p_1 \uparrow^1 p_3 \uparrow^2 \downarrow^4 F_1 p_4 \uparrow^3 p_5 \uparrow^4 p_2 \uparrow^4 A_1 A_2 \omega \uparrow^2 \downarrow^3 A_3 \omega \uparrow^2 \downarrow^1; \quad (13)$$

$$\mathfrak{A}_{11} = \downarrow^1 F_j p_1 \uparrow^2 p_6 \uparrow^1 \downarrow^4 F_i p_1 \uparrow^3 p_7 \uparrow^4 p_2 \uparrow^4 A_1 A_2 \omega \uparrow^1 \downarrow^3 A_3 \omega \uparrow^1 \downarrow^2. \quad (14)$$

Общий алгоритм функционирования ООП имеет вид

$$\mathfrak{A} = \downarrow^2 r \uparrow^1 \mathfrak{A}_1 \omega \uparrow^2 \downarrow^1 \mathfrak{A}_{11} \omega \uparrow^2. \quad (15)$$

В зависимости от значения параметра r , задаваемого извне, можно настраивать ООП на выполнение A_1 или A_{11} .

Если подставить в ЛСА (1) выражения для A_1 , A_{11} , то получим ЛСА с 21 членом (как и ранее, здесь не учитываем число тождественно-ложных условий).

Процесс построения объединенной ЛСА, в которой операторы не повторяются, состоит в следующем. По МСА двух частных ЛСА составляется МСА объединенной ЛСА, каждый элемент которой

$$\alpha_{i,j} = \bigvee_{t=1,2} \alpha_{ij}^t \beta_t^i, \quad (16)$$

где β_t^i — определяющая функция, равная функции $f(r_1, \dots, r_n)$, принимающей единичное значение на наборе значений переменных

r_1, \dots, r_n , который сопоставлен с ЛСА A_i . Если оператор A_i не входит в

ЛСА A_j , то в функцию β_t^i соответствующий набор значений r_1, \dots, r_m войдет в качестве условного.

Если число наборов значений переменных r_1, \dots, r_n больше числа объединяемых ЛСА, то в определяющую функцию могут входить конъюнкции, которые принимают единичные значения на неиспользуемых наборах.

В нашем случае для всех операторов ЛСА A_1 $\beta_t^i=r$, а для всех операторов ЛСА A_{11} $\beta_t^i=\bar{r}$, так как в A_1 и A_{11} входят все операторы.

Составим предварительно МСА, равносильные ЛСА (13) и (14), в виде табл. 10 и 11:

Таблица 10

| | | | | | | |
|------------------|-------|---------------------|-------------|-----------|----------------------------------|-------------|
| | A_1 | A_2 | A_3 | F_i | F_j | A_k |
| $\mathfrak{A} =$ | A_0 | | | 1 | | |
| | A_1 | 1 | | | | |
| | A_2 | | | 1 | | |
| | A_3 | | | 1 | | |
| | F_i | | | $p_1 p_3$ | $p_1 p_3$ | \bar{p}_1 |
| | F_j | $\bar{p}_2 p_4 p_5$ | \bar{p}_4 | | $\bar{p}_2 p_4 p_5 \vee p_4 p_5$ | |

Таблица 11

| | A_1 | A_2 | A_3 | F_i | F_j | A_k |
|-------|---------------|-------|-------------|--|-----------------|-------------|
| A_0 | | | | | 1 | |
| A_1 | | 1 | | | | |
| A_2 | | | | | 1 | |
| A_3 | | | | | 1 | |
| F_i | $p_1 p_2 p_7$ | | \bar{p}_1 | $p_1 \bar{p}_2 p_7 \vee p_1 \bar{p}_7$ | | |
| F_j | | | | $p_4 p_6$ | $p_4 \bar{p}_6$ | \bar{p}_4 |

После этого по указанному выше правилу получим следующую МСА, равносильную объединенной ЛСА (табл. 12):

Таблица 12

| | A_1 | A_2 | A_3 | F_i | F_j |
|-------|--|---------------------|---|-------|---|
| A_0 | | | | r | \bar{r} |
| A_1 | | $r\sqrt{\bar{r}}=1$ | | | |
| A_2 | | | | r | \bar{r} |
| A_3 | | | | r | \bar{r} |
| F_i | $p_1 p_2 p_7 \bar{r} \vee \bar{p}_1 r$ | $\bar{p}_1 r$ | $p_1 p_2 r \vee p_1 \bar{p}_2 p_7 r \vee p_1 \bar{p}_7 r$ | | $p_1 p_3 r$ |
| F_j | $p_2 p_4 p_6 r \vee \bar{p}_4 r$ | $\bar{p}_4 r$ | $p_4 p_6 r$ | | $\bar{p}_2 p_4 p_6 r \vee p_4 p_6 r \vee p_4 p_6 r$ |

От МСА (табл. 12) перейдем к системе формул перехода, после чего преобразуем ее в систему скобочных формул перехода, где объединим общие выражения:

$$\left\{ \begin{array}{l}
 A_0 \rightarrow \downarrow {}^0 r F_i \vee \bar{r} F_j; \\
 A_1 \rightarrow A_2; \\
 A_2 \rightarrow r F_i \vee \bar{r} F_j = \omega \uparrow {}^n; \\
 A_3 \rightarrow r F_i \vee \bar{r} F_j = \omega \uparrow {}^n; \\
 F_i \rightarrow p_1 p_2 p_3 \bar{r} A_1 \vee \bar{p}_1 r A_1 \vee \bar{p}_1 \bar{r} A_3 \vee p_1 \bar{p}_3 r F_i \vee \\
 \vee p_1 \bar{p}_2 p_3 \bar{r} F_i \vee p_1 \bar{p}_1 \bar{r} F_i \vee p_1 p_3 r F_j = p_1 (r (p_3 F_j \vee \bar{p}_3 F_i) \vee \\
 \vee \bar{r} (p_2 (p_2 A_1 \vee \bar{p}_2 F_i) \vee \bar{p}_3 F_i)) \vee \bar{p}_1 (r A_1 \vee \bar{r} A_3) = \\
 = p_1 (r (p_3 F_j \vee \bar{p}_3 F_i) \vee \bar{r} (p_2 (\downarrow {}^3 (p_2 A_1 \vee \bar{p}_2 F_i) \vee p_1 F_i))) \vee \\
 \vee \bar{p}_1 (r A_1 \vee \bar{r} A_3); \\
 F_j \rightarrow p_2 p_3 p_4 r A_1 \vee \bar{p}_4 \bar{r} A_1 \vee \bar{p}_4 r A_3 \vee p_4 p_6 \bar{r} F_i \vee \\
 \vee \bar{p}_3 p_4 p_6 r F_j \vee p_4 \bar{p}_3 r F_j \vee p_4 \bar{p}_6 \bar{r} F_j = \\
 = r (p_4 (p_6 (p_2 A_1 \vee \bar{p}_2 F_j) \vee \bar{p}_5 F_j) \vee \bar{p}_4 A_3) \vee \bar{r} (p_4 (p_6 F_i \vee \\
 \vee \bar{p}_6 F_j) \vee \bar{p}_4 A_1) = r (p_4 (p_6 \omega \uparrow {}^6 \vee \bar{p}_5 F_j) \vee \\
 \vee \bar{p}_4 A_3) \vee \bar{r} (p_4 (p_6 F_i \vee \bar{p}_6 F_j) \vee \bar{p}_4 A_1).
 \end{array} \right.$$

Теперь нетрудно получить и объединенную ЛСА:

$$\mathfrak{A} = \downarrow {}^1 r \uparrow {}^2 \downarrow {}^6 F_i p_1 \uparrow {}^3 r \uparrow {}^4 p_3 \uparrow {}^5 \downarrow {}^3 F_j r \uparrow {}^7 p_4 \uparrow {}^8 p_6 \uparrow {}^2 \omega \uparrow {}^0 \downarrow {}^3 r \uparrow {}^8 \downarrow {}^5 \\
 A_1 A_2 \omega \uparrow {}^1 \downarrow {}^4 p_7 \uparrow {}^6 \downarrow {}^9 p_2 \uparrow {}^6 \omega \uparrow {}^5 \downarrow {}^7 p_4 \uparrow {}^5 p_6 \uparrow {}^2 \omega \uparrow {}^0 \downarrow {}^8 A_3 \omega \uparrow {}^1, \tag{17}$$

в которой имеется 17 членов вместо 21 в ЛСА (15).

Если в ЛСА (17) подставить значение $r=1$, то можно убедиться, что получим ЛСА, равносильную ЛСА (13), а при подстановке $r=0$ получим ЛСА, равносильную ЛСА (14).

Очевидно, при объединении L ЛСА вместо одной переменной потребуется n переменных $r_1, \dots, r_n, 2^n \geq L$, так как каждой из L ЛСА сопоставляется своя, отличная от других конъюнкция $R_i = r_1^{\sigma_1^i}, \dots, r_n^{\sigma_n^i}$ называемая *определяющей конъюнкцией*.

Таким образом, объединенной ЛСА **A** называют ЛСА, удовлетворяющую следующим условиям:

- 1) если оператор A_i входит хотя бы в одну из частных ЛСА A_j , то он обязательно входит в ЛСА A , причем только один раз (если в каждой из частных ЛСА нет повторений одинаковых операторов);
- 2) при подстановке набора значений переменных r_1, \dots, r_n , на котором $R_j = 1$, ЛСА A превращается в ЛСА, равносильную частной ЛСА A_j .

Предполагая наличие только неповторяющихся операторов в каждой из частных ЛСА, получим, что каждый оператор в объединенную ЛСА входит только один раз. Однако в различных частных ЛСА после одного и того же оператора могут выполняться различные члены ЛСА. Поэтому каждый раз при выполнении оператора объединенной ЛСА необходимо знать, в какой из частных ЛСА он в данный момент выполняется.

Проверка значений переменных r_1, \dots, r_n , осуществляемая после выполнения оператора, входящего в различные частные ЛСА, позволяет выбрать тот член объединенной ЛСА, который должен выполняться в частной ЛСА, соответствующей данному набору значений переменных r_1, \dots, r_n .

Нетрудно понять, что если оператор входит только в одну из L ЛСА, то

$$\beta_i^l = R_l \vee \frac{R_{j_1}}{0} \vee \dots \vee \frac{R_{j_n}}{0} = 1.$$

При объединении L ЛСА определяющая функция может быть недоопределенной, поэтому из (16) следует, что элементы матрицы объединенной ЛСА могут быть недоопределены.

Получаемая при объединении L ЛСА матрица с такими недоопределенными элементами является недетерминированной

МСА \hat{A} .

Легко понять, что недетерминированная МСА переводится в МСА при подстановке вместо переменных r_1, \dots, r_n в β_i^l набора значений

$$\sigma_1^l, \dots, \sigma_n^l, \text{ на котором } R_l = r_1^{\sigma_1^l}, \dots, r_n^{\sigma_n^l} = 1.$$

Если с каждой из L объединяемых ЛСА сопоставлена лишь одна определяющая конъюнкция, а $L < 2^n$, то $2^n - L$ конъюнкций переменных r_1, \dots, r_n останутся неиспользуемыми. Для того чтобы объединенная ЛСА обладала свойством детерминированности, эти конъюнкции должны быть переведены в используемые. Например, их можно сопоставить с одной из ЛСА или потребовать, чтобы на соответствующих наборах значений переменных r_1, \dots, r_n выполнялась

бы «пустая» ЛСА вида $\mathbf{A} = A_k$. Однако такое доопределение приводит в большинстве случаев к неоптимальной ЛСА. Оказывается более целесообразным составить неиспользуемые ЛСА, которые могут быть и неравносильны ни одной из используемых частных ЛСА. Построение таких неиспользуемых ЛСА целесообразно производить не сразу, а в процессе получения объединенной ЛСА, т. е. здесь задача в каком-то смысле аналогична задаче синтеза контактной схемы или схемы из функциональных элементов по не полностью определенным булевым функциям.

Таким образом, как и при объединении двух ЛСА, в данном случае по частным ЛСА составляются МСА. Затем выявляются определяющие функции β_i^l , которые в данном случае могут быть и недоопределенными. После этого в соответствии с (16) построим недетерминированную МСА. По недетерминированной МСА получим недоопределенные формулы перехода.

В процессе вынесения за скобки переменных, как и в случае учета неиспользуемых наборов значений логических условий, недоопределенные формулы перехода переводим в определенные скобочные формулы перехода, причем доопределение формул перехода следует делать так, чтобы обеспечить максимальное удовлетворение требований к порядку вынесения переменных за скобки и выявлению общих выражений, при выполнении которых может быть построена ЛСА с минимальным (или близким к минимальному) числом членов. После этого, как и ранее, переходим к объединенной ЛСА.

Рассмотрим пример объединения трех следующих ЛСА:

$$\mathfrak{A}_1 = \downarrow^2 p_1 \uparrow^1 A_1 p_2 \uparrow^2 A_2 \downarrow^3 A_3 p_3 \uparrow^3 A_4 \downarrow^1 A_k; \quad (18)$$

$$\mathfrak{A}_2 = p_2 \uparrow^1 A_2 \downarrow^2 A_3 p_3 \uparrow^2 A_4 p_1 \uparrow^3 \downarrow^1 A_1 \downarrow^3 A_k; \quad (19)$$

$$\mathfrak{A}_3 = A_1 p_2 \uparrow^1 A_3 A_4 \downarrow^1 A_k. \quad (20)$$

Требуется построить объединенную ЛСА; так как $L=3$, число дополнительных переменных равно двум (дополнительные логические переменные r_1 и r_2). Очевидно, при этом одна определяющая конъюнкция будет неиспользуемой.

Если не осуществлять объединение заданных ЛСА, а получить общий алгоритм функционирования в соответствии с ЛСА, например, вида

$$\mathfrak{A} = r_1 \uparrow^1 \mathfrak{A}_1 \omega \uparrow^2 \downarrow^1 r_2 \uparrow^3 \mathfrak{A}_2 \omega \uparrow^2 \downarrow^3 \mathfrak{A}_3 \downarrow^2 A_k, \quad (21)$$

то общее число членов будет равно 21.

Для объединения ЛСА (18) — (20) перейдем к МСА (табл. 13—15).

Таблица 13

$$\mathfrak{M}_1 = \begin{matrix} & A_1 & A_2 & A_3 & A_4 & A_K \\ A_0 & \begin{bmatrix} p_1 & & & & \overline{p_1} \end{bmatrix} \\ A_1 & \begin{bmatrix} \overline{p_1 p_2} & p_2 & & & \overline{p_1 p_2} \end{bmatrix} \\ A_2 & \begin{bmatrix} & & 1 & & \end{bmatrix} \\ A_3 & \begin{bmatrix} & & \overline{p_3} & p_3 & \end{bmatrix} \\ A_4 & \begin{bmatrix} & & & & 1 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

Таблица 14

$$\mathfrak{M}_2 = \begin{matrix} & A_1 & A_2 & A_3 & A_4 & A_K \\ A_0 & \begin{bmatrix} \overline{p_2} & p_2 & & & \end{bmatrix} \\ A_1 & \begin{bmatrix} & & & & 1 \end{bmatrix} \\ A_2 & \begin{bmatrix} & & 1 & & \end{bmatrix} \\ A_3 & \begin{bmatrix} & & \overline{p_3} & p_3 & \end{bmatrix} \\ A_4 & \begin{bmatrix} \overline{p_1} & & & & \overline{p_1} \end{bmatrix} \end{matrix}$$

Таблица 15

$$\mathfrak{M}_3 = \begin{matrix} & A_1 & A_2 & A_4 & A_K \\ A_0 & \begin{bmatrix} 1 & & & \end{bmatrix} \\ A_1 & \begin{bmatrix} & p_2 & & \overline{p_2} \end{bmatrix} \\ A_3 & \begin{bmatrix} & & 1 & \end{bmatrix} \\ A_4 & \begin{bmatrix} & & & 1 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

Теперь выберем определяющие конъюнкции $R_1—R_3$. Соседние определяющие конъюнкции должны быть приписаны тем парам ЛСА, для которых число совпадающих элементов МСА является максимальным. При этом упростится наибольшее число элементов объединенной МСА.

В соответствии с этим условием приписывания определяющих конъюнкций подсчитываем число одинаковых элементов различных пар МСА. При этом будем подсчитывать число совпадающих элементов между каждой из всех четырех МСА.

Так как элементы неиспользуемой МСА не определены, то при сравнении с ней число совпадающих элементов берется равным числу элементов используемой МСА, не равных нулю.

Кроме того, заметим, что если из сравнения двух используемых МСА выяснится, что оператор A_i входит лишь в МСА A_j , а в МСА A_i не содержится, то в число совпадающих элементов МСА A_j и A_i входят все ненулевые элементы строки A_i МСА A_j .

Для наглядности связи между МСА изобразим в виде графа, каждому ребру которого припишем цифру, указывающую число одинаковых элементов у МСА, приписанных вершинам, соединенным этим ребром. Для нашего примера такой отмеченный граф изображен на рис. 2, где A_n — вершина, соответствующая неиспользуемой МСА.

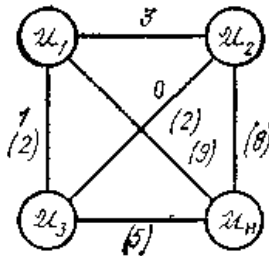


Рис. 2

Тем парам МСА, которым соответствует наибольшее число совпадающих элементов, должны быть приписаны соседние определяющие конъюнкции. Надо заметить, что такой способ выявления определяющих конъюнкций не гарантирует построения объединенной ЛСА с минимальным числом членов. Однако он позволяет получить вполне приемлемые решения. Кроме того, надо иметь в виду, что наибольшее упрощение может быть получено в том случае, когда соседние определяющие конъюнкции приписываются тем парам МСА, у которых одинаковыми являются достаточно сложные элементы. Поэтому целесообразно в первую очередь приписывать таким парам МСА соседние определяющие конъюнкции, если даже у них число одинаковых элементов меньше, чем у других пар МСА.

В рассматриваемом примере таких сложных одинаковых элементов нет, поэтому выявление определяющих конъюнкций осуществлено в соответствии с графом, показанным на рис. 2, т. е.

$$R_1 = r_1 r_2; R_2 = r_1 \bar{r}_2; R_3 = \bar{r}_1 r_2; R_n = \bar{r}_1 \bar{r}_2,$$

где R_n — неиспользуемая определяющая конъюнкция.

Теперь получим определяющие функции β_i^l :

$$\beta_0^1 = \beta_1^1 = \beta_3^1 = \beta_4^1 = r_1 r_2 \vee \frac{\overline{r_1 r_2}}{0} = r_1 r_2;$$

$$\beta_2^1 = r_1 r_2 \vee \frac{\overline{r_1 r_2}}{0} \vee \frac{\overline{r_1 r_2}}{0} = \frac{r_1}{1} r_2;$$

$$\beta_0^3 = \beta_1^3 = \beta_3^3 = \beta_4^3 = r_1 \overline{r_2} \vee \frac{\overline{r_1 r_2}}{0} = \frac{r_1}{1} \overline{r_2};$$

$$\beta_2^3 = r_1 r_2 \vee \frac{\overline{r_1 r_2}}{0} \vee \frac{\overline{r_1 r_2}}{0} = \frac{r_1}{1} r_2;$$

$$\beta_0^3 = \beta_1^3 = \beta_3^3 = \beta_4^3 = \overline{r_1 r_2} \vee \frac{\overline{r_1 r_2}}{0} = \overline{r_1} \frac{r_2}{1}.$$

Строим недетерминированную МСА (табл. 16):

Таблица 16

| | A_1 | A_2 | A_3 | A_4 | A_K |
|------------------------------|---|-------------------------|---|--|--|
| A_0 | $r_1 r_2 p_1 \vee \frac{r_1}{1} \overline{r_2} p_2 \vee$ $\vee \overline{r_1} \frac{r_2}{1}$ | $\frac{r_1}{1} r_2 p_2$ | | | $r_1 r_2 \overline{p_1}$ |
| A_1 | $r_1 r_2 p_1 \overline{p_2}$ | $r_1 r_2 p_2$ | $\overline{r_1} \frac{r_2}{1} p_2$ | | $r_1 r_2 \overline{p_1} p_3 \vee$ $\vee \frac{r_1}{1} \overline{r_2} \vee \overline{r_1} \frac{r_2}{1} \overline{p_2}$ |
| $\widehat{\mathfrak{M}}=A_2$ | | | $\frac{r_1}{1} r_2 \vee$ $\vee \frac{r_1}{1} \overline{r_2} = 1$ | | |
| A_3 | | | $r_1 r_2 \overline{p_3} \vee \frac{r_1}{1} \times$ $\times \overline{r_2} p_3 =$ $= r_1 \overline{p_3}$ | $r_1 r_2 p_3 \vee \frac{r_1}{1} \times$ $\times \overline{r_2} p_3 \vee \overline{r_1} \times$ $\times \frac{r_2}{1} =$ $= r_1 p_3 \vee \overline{r_1}$ | |
| A_4 | $\frac{r_1}{1} \overline{r_2} p_1$ | | | | $r_1 r_2 \vee \frac{r_1}{1} \overline{r_2} \overline{p_1} \vee$ $\vee \overline{r_1} \frac{r_2}{1} = r_2 \vee$ $\vee \frac{r_1}{1} r_2 \overline{p_1}$ |

От недетерминированной МСА переходим к недоопределенным формулам перехода, которые затем преобразовываем:

$$\begin{aligned}
 A_0 &\rightarrow r_1 r_2 p_1 A_1 \vee \frac{r_1}{1} \bar{r}_2 \bar{p}_2 A_1 \vee \bar{r}_1 \frac{r_2}{1} A_1 \vee \frac{r_1}{1} \bar{r}_2 p_2 A_2 \vee r_1 r_2 \bar{p}_1 A_K = \\
 &= r_1 (r_2 \downarrow^1 (p_1 A_1 \vee \bar{p}_1 A_K) \vee \bar{r}_2 (p_2 A_2 \vee \bar{p}_2 A_1)) \vee \bar{r}_1 A_1; \\
 A_1 &\rightarrow r_1 r_2 p_1 \bar{p}_2 A_1 \vee r_1 r_2 p_2 A_2 \vee \bar{r}_1 \frac{r_2}{1} p_2 A_3 \vee r_1 r_2 \bar{p}_1 \bar{p}_2 A_K \vee \frac{r_1}{1} \bar{r}_2 A_K \vee \\
 \vee \bar{r}_1 \frac{r_2}{1} \bar{p}_2 A_K &= r_1 (r_2 (p_2 A_1 \vee \bar{p}_2 (p_1 A_2 \vee \bar{p}_1 A_K) \vee \bar{r}_2 A_K)) \vee \bar{r}_1 (p_2 A_3 \vee \bar{p}_2 A_K) = \\
 &= r_1 (r_2 (p_2 A_2 \vee \bar{p}_2 \omega \uparrow^1) \vee \bar{r}_2 A_K) \vee \bar{r}_1 (p_2 A_3 \vee \bar{p}_2 A_K); \\
 &A_2 \rightarrow A_3; \\
 A_3 &\rightarrow r_1 \bar{p}_3 A_3 \vee r_1 p_3 A_4 \vee \bar{r}_1 A_4 = r_1 (\bar{p}_3 A_3 \vee p_3 A_4) \vee \bar{r}_1 A_4; \\
 A_4 &\rightarrow \frac{r_1}{1} \bar{r}_2 p_1 A_1 \vee r_2 A_K \vee \frac{r_1}{1} \bar{r}_2 \bar{p}_1 A_K = r_2 A_K \vee \bar{r}_2 (p_1 A_1 \vee \bar{p}_1 A_K) = \\
 &= r_2 A_K \vee \bar{r}_2 \omega \uparrow^1.
 \end{aligned}$$

После этого составляем объединенную ЛСА:

$$\mathfrak{A} = r_1 \uparrow^1 r_2 \uparrow^2 \downarrow^6 p_1 \uparrow^7 \downarrow^1 A_1 r_1 \uparrow^4 r_2 \uparrow^7 p_2 \uparrow^6 \downarrow^3 A_2 \downarrow^5 A_3 r_1 \uparrow^6 p_3 \uparrow^5 \downarrow^8 A_4 r_2 \uparrow^6 \omega \uparrow^7 \downarrow^2 p_2 \uparrow^1 \omega \uparrow^3 \downarrow^4 p_2 \uparrow^7 \omega \uparrow^5 \downarrow^7 A_K, \quad (22)$$

в которой содержится 16 членов вместо 21 в ЛСА (21).

В рассмотренном примере при определенных значениях дополнительных ЛУ выполняется одна из частных ЛСА, после чего процесс заканчивается.

Значения дополнительных логических условий r_1 и r_2 при этом должны быть заданы или каким-либо образом выбраны. Однако возможны случаи, когда частные ЛСА выполняются одна за другой и после выполнения всех ЛСА процесс повторяется. Тогда общий алгоритм образования понятий запишем в виде

$$\mathfrak{A} = \downarrow \mathfrak{A}_1 \mathfrak{A}_2 \dots \mathfrak{A}_L \omega \uparrow^1, \quad (23)$$

при этом изменение значений дополнительных логических условий должно производиться в процессе выполнения общей ЛСА, а для формирования соответствующих их значений могут быть введены новые операторы $F_{\mathfrak{A}_1}, F_{\mathfrak{A}_2}, \dots, F_{\mathfrak{A}_L}$, каждый из которых является одновременно оператором начала соответствующей ЛСА.

Таким образом, в каждой из частных ЛСА вместо оператора A_0 будет оператор F_{A_i} , который вместе с тем будет оператором конца ЛСА A_{i-1} . Теперь

$$\mathfrak{A} = \downarrow^1 F_{A_1} \mathfrak{A}_1 F_{A_2} \mathfrak{A}_2 \dots F_{A_L} \mathfrak{A}_L \omega \uparrow^1. \quad (24)$$

В ЛСА (24) порядок выполнения частных ЛСА единственный, однако может быть задан и некоторый алгоритм над частными ЛСА, так что допускается несколько различных последовательностей выполнений частных ЛСА. Тогда в общей ЛСА имеются внешние ЛУ, значения которых определяют эти последовательности. При объединении ЛСА эти условия входят в МСА объединенной ЛСА.

Хотя объединение частных ЛСА не всегда приводит к сокращению числа членов, но в большинстве случаев объединенная ЛСА содержит значительно меньшее число членов, чем общая ЛСА, в которой частные ЛСА не объединены.

7.4.4. Описание параллельных алгоритмов образования понятий

Стремление к повышению эффективности ООП и его многоблочная структура приводят к необходимости распараллеливания алгоритма образования понятий. При этом язык задания алгоритма функционирования ООП должен обладать средствами для описания параллелизма, которых не имеет язык ЛСА.

Предлагается расширение языка ЛСА — язык ЛСАП, который позволяет описывать алгоритмы образования понятий с параллельными участками. Запись на языке ЛСАП может иметь, например, следующий вид:

$$\mathfrak{A} = A_0 p_1 \uparrow^1 A_1 \downarrow^1 \left[\begin{array}{l} \rightarrow A_2 A_3 \rightarrow \left[\begin{array}{l} A_7 p_3 \uparrow^3 A_8 \downarrow^3 \\ A_9 p_4 \uparrow^4 A_{10} \downarrow^4 \end{array} \right] \\ \rightarrow p_2 \uparrow^2 A_4 \downarrow^2 \\ \rightarrow A_5 A_6 \rightarrow p_5 \uparrow^5 A_{11} \downarrow^5 \end{array} \right] \rightarrow A_{12} A_k. \quad (25)$$

Такая запись означает, что после выполнения оператора A_1 или при ложном значении логического условия p_i начинается одновременное выполнение трех участков ЛСА. Затем после выполнения операторов

A_4 и A_6 два участка соединяются, а после выполнения оператора A_3 алгоритм опять распараллеливается и т. д.

Этот язык удобен своей наглядностью, однако он недостаточно формализован, что ограничивает его использование для выполнения различных преобразований алгоритма образования понятий. Кроме того, являясь фактически сочетанием логических и граф-схем алгоритмов, язык ЛСАП может привести к громоздкому описанию сложных алгоритмов.

Теперь рассмотрим другое расширение языка ЛСА — язык параллельных логических схем алгоритмов, в котором с помощью введения в язык ЛСА специальных операторов и дополнительных символов сохранена линейная запись алгоритма с параллельными участками.

Для расширения возможностей языка ЛСА введем *оператор распараллеливания* R . Оператор R подобно оператору A_0 (начало алгоритма) является фиктивным, он лишь символизирует переход к выполнению параллельных частей алгоритма. Поскольку после оператора R начинается выполнение параллельных участков алгоритма, этот оператор в отличие от других операторов ЛСА имеет несколько последователей, которые являются начальными членами параллельных участков. Для перехода к параллельным участкам введем специальные стрелки $\uparrow_j^i \downarrow^i$, которые отличаются от имеющихся в языке ЛСА *стрелок разветвления* $\uparrow^l \downarrow^l$ — *стрелки распараллеливания*. Нижний индекс j стрелки распараллеливания определяет число параллельных участков, следующих за данным оператором распараллеливания.

Справа от оператора распараллеливания R будем записывать тождественно-ложное логическое условие ω со стрелкой распараллеливания $\uparrow_j^i (\omega \downarrow_j^i)$. Концы i -й стрелки \downarrow^i записываются перед первыми членами параллельных участков, которые начинаются после данного оператора распараллеливания. Очевидно, что число таких стрелок равно j . Заметим, что нижний индекс стрелки распараллеливания не определяет последовательность выполнения отдельных шагов алгоритма, а играет лишь вспомогательную роль и введен для проверки правильности записи алгоритма. Справа от каждой стрелки \downarrow_j^i последовательно, как в языке ЛСА, записываются члены каждого параллельного участка.

Таким образом, с помощью оператора и стрелок распараллеливания можно осуществить переход к параллельным участкам алгоритма.

Для соединения параллельных участков введем *оператор соединения* S и *стрелки соединения* $\uparrow^k \downarrow_m^k$. После последнего члена каждого параллельного участка запишем тождественно-ложное условие ω со

стрелкой соединения $\uparrow^k(\omega \uparrow^k)$. Конец k -й стрелки соединения \downarrow^k записывается перед оператором соединения S , в котором соединяются данные параллельные участки. Нижний индекс стрелки соединения m играет вспомогательную роль, указывая число параллельных участков, которые соединяются в данном операторе соединения, т. е. число стрелок \uparrow^k .

Оператор S , как и оператор R , является фиктивным, символизирующим конец выполнения параллельных участков. Оператор соединения S может быть выполнен только после того, как закончится выполнение всех соединяющихся в нем параллельных участков. Справа от оператора S записывается первый член последовательного участка алгоритма, который должен выполняться после окончания предшествующих параллельных участков.

Таким образом, использование операторов и стрелок соединения позволяет осуществлять переход от параллельных участков алгоритма к последовательным.

Логическую схему алгоритма, содержащую кроме обычных операторов, логических условий и стрелок разветвления также операторы и стрелки распараллеливания и соединения, будем называть *параллельной логической схемой алгоритма* (ПЛСА).

Будем рассматривать такие ПЛСА, в которых каждый параллельный участок является замкнутым, т. е. имеет только один вход и один выход. Каждый такой участок можно считать отдельным подалгоритмом, введя в него фиктивные операторы, символизирующие начало и окончание выполнения этого подалгоритма, подобно операторам A_0 и A_k в ЛСА. Для i -го подалгоритма обозначим эти операторы B_0^i и B_k^i соответственно (нумерация самих подалгоритмов не имеет значения). При этом приведенная ранее ЛСАII (25) может быть представлена в виде следующей ПЛСА:

$$\begin{aligned} \mathfrak{A} = & A_0 B_0^0 p_1 \uparrow^1 A_1 \downarrow^1 B_k^0 R_1 \omega \uparrow^2 \downarrow^2 B_0^1 A_2 A_3 B_k^1 R_2 \omega \uparrow^3 \downarrow^3 B_0^2 A_7 \\ & p_3 \uparrow^2 A_8 \downarrow^3 B_k^2 \omega \uparrow^4 \downarrow^4 B_0^3 A_5 p_4 \uparrow^4 A_{10} \downarrow^4 B_k^3 \omega \uparrow^5 \downarrow^5 B_0^3 \\ & p_2 \uparrow^2 A_4 \downarrow^2 B_k^2 \omega \uparrow^9 \downarrow^9 B_0^3 A_6 A_6 B_k^3 \omega \uparrow^9 \downarrow^9 S_1 B_0^6 p_5 \\ & \uparrow^5 A_{11} \downarrow^5 B_k^6 \omega \uparrow^8 \downarrow^8 S_2 A_{12}. \end{aligned} \quad (26)$$

Здесь фиктивные операторы B_0 и B_k введены во все подалгоритмы, так что каждый из них не содержит ни операторов, ни стрелок распараллеливания и соединения и описывается своей ЛСА. При этом ПЛСА может быть записана в более компактной форме с использованием обозначений соответствующих подалгоритмов:

$$\mathfrak{A} = \mathfrak{A}_9 R_1 \omega \uparrow_3^{\circ} \uparrow_1^6 \mathfrak{A}_1 R_2 \omega \uparrow_2^7 \downarrow^7 \mathfrak{A}_4 \omega \uparrow_8^8 \downarrow^7 \mathfrak{A}_5 \omega \uparrow_8^8 \downarrow^6 \mathfrak{A}_2 \omega \uparrow_9^9 \downarrow^6 \mathfrak{A}_3 \omega \uparrow_9^9 \downarrow_2^9 S_1 \mathfrak{A}_6 \omega \uparrow_8^8 \downarrow_3^8 S_2 A_{12}. \quad (27)$$

Для каждого из подалгоритмов можно составить МСА и проверить такие важные свойства, как полноту и непротиворечивость. По аналогии с МСА может быть введена и параллельная матричная схема алгоритма (ПМСА). Параллельная МСА также является квадратной матрицей, строки и столбцы которой соответствуют операторам ПЛСА. Все элементы ПМСА имеют тот же смысл, что и в МСА, за исключением строк операторов распараллеливания и столбцов операторов соединения. Строка оператора R содержит несколько единичных элементов, число которых равно нижнему индексу стрелки распараллеливания этого оператора в ПЛСА. Очевидно, что формула перехода оператора распараллеливания отличается от формул перехода других операторов. Иначе чем для других столбцов ПМСА необходимо трактовать наличие нескольких единичных элементов в столбце оператора соединения. Они определяют всех предшественников, которые должны быть выполнены для перехода к этому оператору соединения. Для других операторов необходимо выполнение лишь одного из возможных предшественников.

Такие же особенности, вытекающие из свойств параллельного алгоритма, характерны и для параллельной граф-схемы алгоритма (ПГСА). Вершина графа, соответствующая оператору R , имеет несколько последователей в отличие от всех других операторов. В вершине, соответствующей оператору S , параллельно соединяется несколько путей графа в отличие от альтернативного соединения в других его вершинах. На рис. 3 приведен пример ПГСА для ПЛСА (27), подалгоритм \mathfrak{A}_4 представлен в терминах операторов и ЛУ в соответствии с ПЛСА (26).

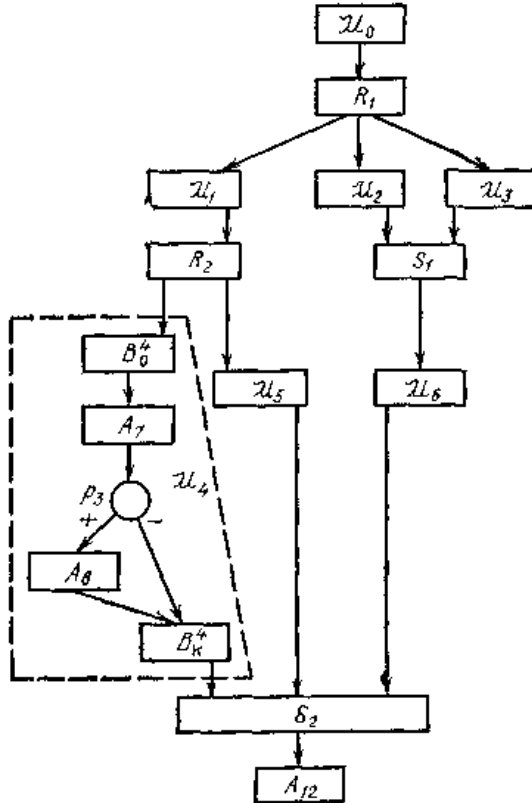


Рис. 3

Здесь в операторе B_k^4 альтернативное соединение ветвей алгоритма, тогда как в S_1 и S_2 — параллельное.

Ясно, что для сложного параллельного управляющего алгоритма ПМСА и ПГСА оказываются очень громоздкими, что затрудняет их использование для проверки и преобразования алгоритма.

7.4.5. Переход от правильного процесса образования понятия к алгоритму образования понятия

В предыдущих разделах показано, что ряд задач по преобразованию и упрощению алгоритма образования понятия удобно решать с

использованием языка ЛСА. В то же время процесс образования понятия, реализуемый в ООП, с учетом функциональных и ЛР, необходимых для выполнения процедур процесса образования понятия, задается на языке сетей Петри. Очевидно, для использования различных языков на разных этапах образования понятия ООП **необходимо установить связь между ЛСА, ПЛСА и сетями Петри.**

Осуществим вначале переход от ЛСА к сети Петри, описывающей тот же последовательный процесс. Заметим, что возможны различные интерпретации ЛСА в терминах языка сетей Петри. Рассмотрим одну из них, основанную на использовании МСА.

Первой строке A_0 МСА сопоставим переход t_0^0 сети Петри, входной позицией которого является позиция a_0 . Появление метки в позиции a_0 , вызывающее реализацию перехода t_0^0 , соответствует началу выполнения алгоритма. После реализации перехода t_0^0 появляется метка в его входной позиции, которая является входной для перехода t_1^l , если в строке оператора A_0 МСА заполнена только одна клетка $a_{0,j}$ (очевидно, она содержит 1). Если оператор A_0 имеет несколько последователей, например A_b, A_s, A_q , т. е. в МСА заполнены клетки $a_{0,b}, a_{0,s}, a_{0,q}$, выходная позиция перехода t_0^0 является позицией альтернативного разветвления. Она будет общей входной позицией переходов t_1^l, t_2^s, t_3^q , которые помечаются конъюнкциями, записанными в соответствующих клетках МСА. Обратившись затем к строке оператора A_l и определив его последователей, можно таким же образом построить фрагмент сети Петри для перехода t_1^l . Процесс построения сети Петри по МСА заканчивается после того, как будут рассмотрены все строки матрицы и введены все переходы t_j^k , число которых должно быть равно числу заполненных клеток столбца A_k МСА. Ясно, что эти переходы не имеют выходных позиций. Если для ЛСА (МСА) было задано распределение сдвигов ее операторов, эта информация должна быть сохранена и для сети Петри введением в нее позиций ЛР.

На рис. 4 показан граф сети Петри, построенный по МСА (табл. 7) в соответствии с приведенными правилами (без учета распределения получаемой сети сдвигов).

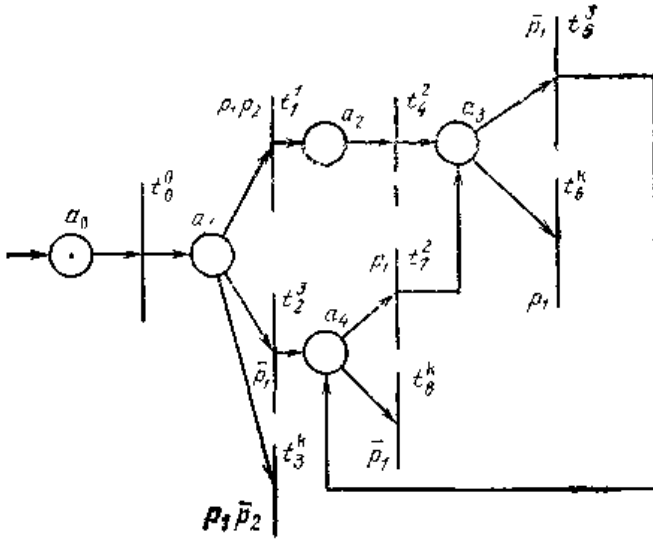


Рис. 4

Как видно, число переходов Петри на единицу больше числа заполненных клеток МСА, а число позиций равно числу различных операторов, так что позиция a_l получает метку после реализации перехода t_l^{l-1} . Переходы-последователи позиции a_l определяются формулой перехода оператора A_{l-1} , т. е. строкой A_{l-1} МСА. Если оператор A_{l-1} имеет несколько предшественников, позиция a_l является позицией альтернативного соединения

Аналогичным образом можно осуществить переход от ПЛСА к сети Петри, сопоставив с каждым оператором R переход распараллеливания, число выходных позиций которого равно числу единиц в строке ПМСА этого оператора, а с оператором S переход соединения с числом входных позиций, равным числу единиц в столбце ПМСА этого оператора. Для каждого подалгоритма ПЛСА сеть Петри строится так же, как для ЛСА. Очевидно, при этом сеть Петри может содержать избыточное число переходов и позиций из-за большого числа введенных в ПЛСА фиктивных операторов начала и окончания подалгоритмов. Поскольку эти операторы были введены специально, чтобы иметь одинаковые правила перехода от ЛСА и ПЛСА к сети Петри, соответствующие им переходы и позиции могут быть затем исключены из сети

Рассмотрим способ перехода от сети Петри, описывающей правильный процесс образования понятий, к ПЛСА или ЛСА, если процесс

является последовательным. Сравнение языков сетей Петри и ПЛСА показывает, что существенным отличие сетей Петри является их способность описывать конфликтные состояния. Благодаря этому сеть Петри можно задать гораздо больше последовательностей выполнения процедур процесса, чем ПЛСА, которая описывает параллелизм, но не обладает средствами для задания конфликтов. Поэтому при переходе от сети Петри к ПЛСА необходимо либо разрешить конфликты путем проверок значений некоторых дополнительно введенных переменных, либо удалить позиции конфликтов, к которым относятся позиции ресурсов и блокирующие позиции. Во втором случае для сохранения всех ограничений на возможность одновременного выполнения процедур процесса, которые задаются этими позициями, приходится осуществлять преобразование сети Петри, выбирая лишь допустимую последовательность реализации переходов. С этой целью можно использовать граф достижимых маркировок сети Петри и совместить преобразование процесса с устранением тупиковых состояний.

На рис. 5 приведен граф статических состояний сети Петри рис. 4.

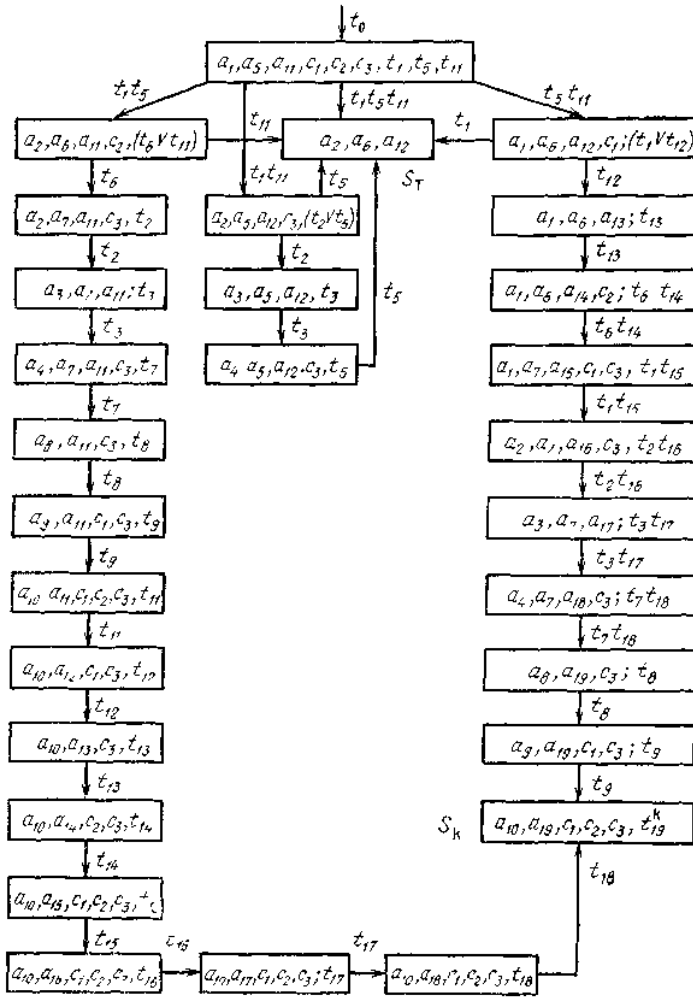


Рис. 5

Как видно, этот граф содержит тупиковое состояние S_T , в которое процесс попадает при одновременном развитии трех параллельных подпроцессов. Для того чтобы исключить возможность возникновения тупикового состояния и получить правильный процесс, необходимо ввести блокирующую позицию, которая должна быть входной для переходов t_1 и t_{11} . При этом достижимыми станут только два пути

графа, каждый из которых ведет в конечное состояние S_k . Однако эти пути не равноценны. Один из них соответствует практически последовательному выполнению процедур процесса, допуская одновременное выполнение лишь процедур A_5 и A_2 (переходы t_1^5 и t_5^2). В то же время второй путь позволяет процессу достигнуть конечного состояния за значительно меньшее время, так как предусматривает возможность одновременного выполнения многих процедур.

Поскольку при переходе к описанию процесса на языке ПЛСА мы вынуждены ограничить множество допустимых последовательностей выполнения процедур, целесообразно выбрать именно ту последовательность, которая соответствует кратчайшему пути графа маркировок и, следовательно, обеспечивает максимально возможный при заданном распределении ресурсов параллелизм. Учитывая выбранную таким образом последовательность, а также содержащуюся в исходной сети Петри информацию о зависимости процедур по ресурсам, можно осуществить ее преобразование с целью исключения всех блокирующих позиций, если они уже были введены для получения процесса образования понятия, и позиций ресурсов.

На рис. 6 показана сеть Петри, полученная в результате такого преобразования сети рис. 4 с учетом кратчайшего пути графа достижимых маркировок (рис. 5).

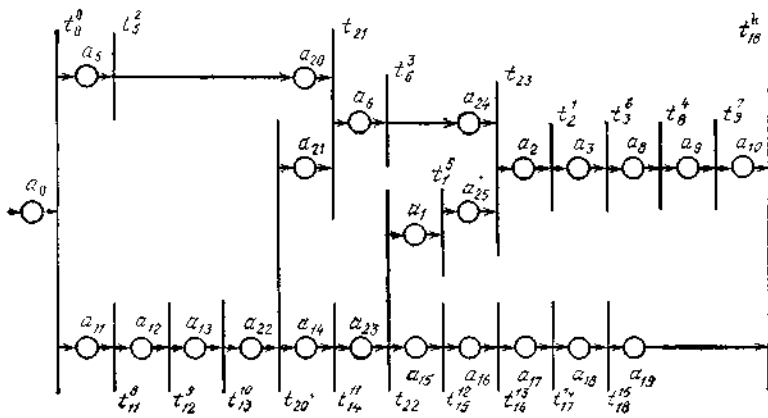


Рис. 6

Как видно, в граф сети Петри введены дополнительные переходы распараллеливания и соединения и новые позиции, которые запрещают одновременное выполнение процедур, использующих одни и те же ФР.

От полученной таким образом сети Петри можно перейти к описанию этого процесса на языке ПЛСА. Для этого с каждым переходом t_j^i , т. е. с процедурой A_i процесса, сопоставим оператор A_i ПЛСА, с каждым переходом распараллеливания — оператор R , а с переходом соединения — оператор S . Если в сети Петри не были выделены переходы, соответствующие началу и окончанию процесса, операторы A_0 и A_k могут быть введены в ПЛСА дополнительно.

Для сети Петри рис. 6 получим следующую ПЛСА:

$$\mathfrak{A} = A_0 R_1 \omega \downarrow_2^1 \uparrow^1 A_2 \omega \uparrow^2 \downarrow^1 A_3 A_4 A_{10} R_2 \omega \downarrow_2^3 \uparrow^3 \omega \uparrow^3 \downarrow^3 A_{11} R_3 \omega \downarrow_2^4 \uparrow^4 A_5 \omega \uparrow^5 \downarrow^4 A_{12} A_{13} A_{14} A_{15} \omega \uparrow^6 \downarrow_2^2 S_1 A_3 \omega \uparrow^5 \downarrow_2^5 S_2 A_1 A_6 A_4 A_7 \omega \uparrow^6 \downarrow_2^6 S_3 A_k.$$

Каждый параллельный участок ПЛСА можно оформить в виде отдельного подалгоритма, введя операторы B_0 и B_k .

Рассмотрим особенности перехода от сети Петри разветвленного процесса к ПЛСА. Если этот процесс является последовательным, то он описывается ЛСА, содержащей только операторы и ЛУ. Переходу t_j^i сопоставляется оператор ЛСА A_i . Если выходной позицией перехода t_j^i является позиция альтернативного разветвления, то в ЛСА после A_i вводятся ЛУ, наборы значений которых разрешают конфликт переходов — последователей этой позиции. При этом не различаются внутренние и внешние ЛУ, а следующие за ними стрелки разветвления проставляются в соответствии с заданной сетью Петри последовательностью выполнения процедур. Информация о влиянии процедур на значения ЛУ задается в виде распределения сдвигов операторов ЛСА. В результате исключаются все позиции d_s и \tilde{d}_s , причем последние заменяются логическим условием p_s .

Сеть Петри рис. 9 п. 6.2 может быть описана следующей ЛСА:

$$\mathfrak{A} = A_0 \downarrow^2 A_1 p_1 \uparrow^1 A_2 \omega \uparrow^2 \downarrow^1 A_3 p_2 \uparrow^3 A_4 \omega \uparrow^2 \downarrow^3 A_5 A_k$$

и распределением сдвигов: A_2 — $\{p_1\}$, A_1 — $\{p_2\}$ (остальные операторы имеют пустое распределение сдвигов). Ясно, что при этом вновь происходит потеря информации, содержащейся в исходной сети Петри. Из рис. 9 п. 7.2 видно, какие значения принимают логические условия p_1 и p_2 после выполнения процедур A_2 и A_1 . Распределение сдвигов задает лишь возможность изменения операторами ЛСА значений ЛУ

Аналогичным образом можно перейти к ПЛСА от сети Петри, задающей разветвленный параллельный процесс. Очевидно, получаемая ПЛСА эквивалентна первоначальной сети Петри в том смысле, что она описывает некоторое подмножество всех возможных

последовательностей выполнения процедур процесса образования понятий и может рассматриваться как одна из его допустимых реализаций.

Следует подчеркнуть, что прежде чем переходить к ПЛСА от сети Петри, необходимо перевести задаваемый ею процесс в правильный, так как существующие методы анализа ПЛСА не позволяют обнаруживать и устранять тупиковые состояния. Например, по сети Петри рис. 8 п. 7.2 можно составить следующую ПЛСА:

$$\mathfrak{A} = A_0 R_1 \omega \downarrow_2^1 \uparrow^1 p_1 \uparrow^2 A_1 A_5 \omega \downarrow^3 \downarrow^2 A_2 \omega \uparrow^4 \uparrow^1 A_3 \omega \downarrow^1 \downarrow_2^4 S_1, \\ A_4 \omega \downarrow^3 \downarrow_2^3 S_2 A_k.$$

Поскольку ФР Сг используется процедурами разных альтернативных ветвей, позиция s_2 не накладывает дополнительных ограничений на последовательность выполнения процедур. По этой ПЛСА уже трудно выявить наличие тупикового состояния в данном процессе, тогда как это сразу выявляется по графу достижимости (см. рис. 11 п. 7.2).

В то же время проверку полноты и непротиворечивости удобно делать по ПЛСА, составляя МСА для отдельных подалгоритмов. Для объединения частных алгоритмов, их преобразования и упрощения с учетом распределения сдвигов также используются ЛСА и МСА. Таким образом, при формировании ООП целесообразно применять различные языки, имея средства перехода от одного языка к другому.

Необходимо иметь в виду, что граф статических состояний сети Петри дает неполную информацию о возможных последовательностях выполнения процедур процесса, поэтому рассмотрение полного графа с учетом длительности реализации переходов может привести к получению другой ПЛСА. Заметим, что для процессов, не зависящих от скорости, результаты анализа по графу статических состояний и по полному графу совпадают, однако в общем случае необходимо использовать полный граф, несмотря на его сложность.

Проиллюстрируем это на примере сети Петри рис. 7, описывающей параллельный разветвленный процесс с начальным значением внутреннего логического условия p_2 равным нулю.

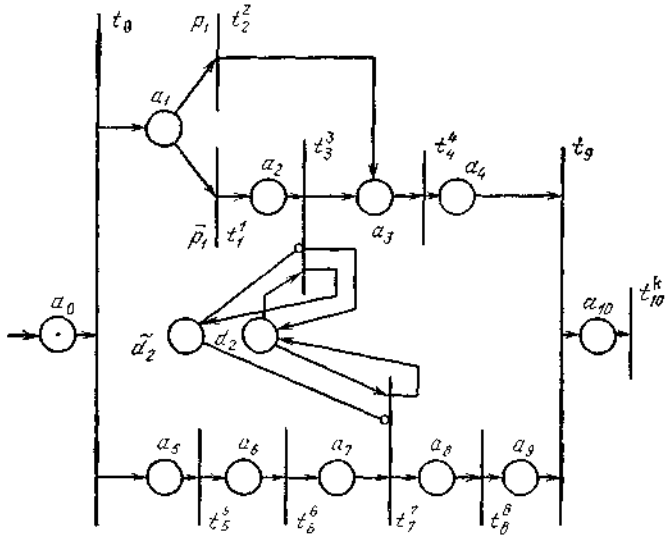


Рис. 7

Все процедуры процесса используют собственные ФР, которые поэтому в описание процесса не включены. На рис. 8 приведена часть полного графа достижимых маркировок, соответствующая развитию процесса при ложном значении внешнего логического условия p_1 .

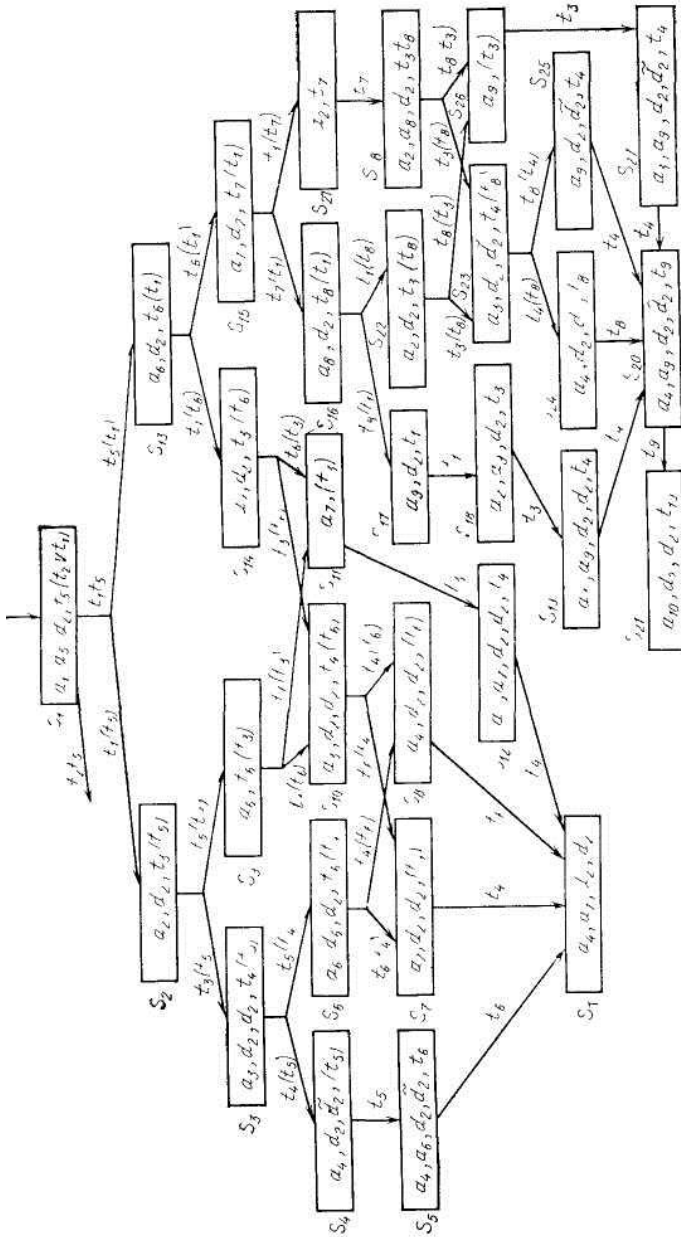


Рис. 8

Как видно, в зависимости от длительности реализации отдельных переходов процесс либо успешно завершается, переходя в заключительное состояние S_{21} , либо попадает в тупиковое состояние S_T . Для предотвращения развития процесса, приводящего в тупик, нужно обеспечить переход его в состояние S_{15} , после которого все пути, имеющие одинаковую длину, ведут в конечное состояние. Преобразованная в соответствии с этим требованием сеть Петри приведена на рис. 9, по которой получена следующая ПЛСА:

$$\mathfrak{M} = A_0 R_1 \omega \uparrow_2^1 \downarrow^1 \bar{p}_1 \uparrow^2 \omega \uparrow^3 \downarrow^1 A_5 A_6 A_7 R_2 \omega \uparrow_2^4 \downarrow^4 \omega \uparrow^5 \downarrow_2^3 S_1$$

$$A_3 \downarrow^2 A_4 \omega \uparrow^5 \downarrow^4 A_8 \omega \uparrow^5 \downarrow_2^5 S_2 A_R.$$

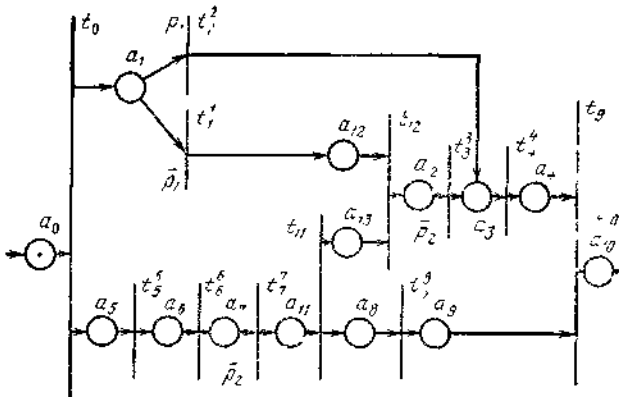


Рис. 9

Если использовать граф статических состояний сети Петри рис. 7, то можно сделать неверный вывод о том, что при $p_1 = 0$ процесс всегда попадает в тупиковое состояние. В действительности, как видно из рис. 8, это происходит только при определенном соотношении длительностей реализации переходов t_5 , t_6 и t_1 . Когда для описания процесса используется временная сеть Петри и с каждым переходом t_j сопоставляется длительность его реализации Δ_j , можно проверить, выполняются ли необходимые временные соотношения. Так, в нашем примере, если $\Delta_1 > \Delta_5 + \Delta_6$, то тупиковое состояние недостижимо и никаких преобразований исходной сети Петри не требуется. Поскольку в нашем случае длительность реализации перехода не известна, осуществляется преобразование сети Петри с целью принудительного выполнения условия, устраняющего тупиковое состояние.

Таким образом, для перехода от сети Петри к ПЛСА необходимо построить полный граф достижимых маркировок, выбрать в нем

кратчайший путь, приводящий процесс в конечное состояние, и в соответствии с ним осуществить преобразование сети Петри, исключив все позиции конфликтов. По полученной сети Петри составляют ПЛСА, а по исходной — распределение сдвигов. После этого проверяют ПЛСА на полноту и непротиворечивость с целью получения ПЛСА, задающей правильный алгоритм образования понятий, которая затем используется для построения ООП.

Конечно, не исключается возможность синтеза ООП непосредственно по сети Петри. Это наиболее целесообразно при рассмотрении множества асинхронных взаимодействующих процессов, когда возникающие тупики устраняются, например, с применением механизма семафоров и предполагается программная реализация ООП.

7.5. Реализация алгоритма образования понятий

7.5.1. Принципы реализации параллельного алгоритма образования понятий

При реализации алгоритма функционирования ООП в зависимости от его сложности, используемой элементной базы, особенностей ПП и т. п. могут быть использованы различные принципы реализации, из которых рассмотрим четыре основных. При этом для наглядности принципы реализации параллельного алгоритма образования понятий рассмотрим на примере алгоритма, представленного в виде ПГСА (рис. 1).

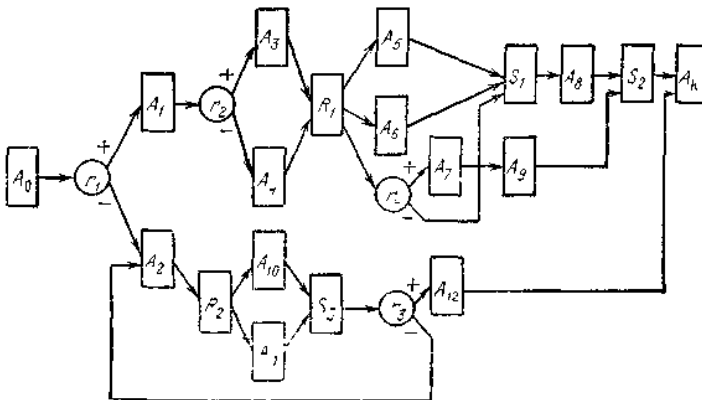


Рис.1

Заметим, что ПГСА вместо отдельных команд управления (операторов A_j и логических условий r_j), представляющих собой элементарные частные алгоритмы, могут быть представлены и достаточно сложные частные алгоритмы \mathfrak{A}_i и \mathfrak{A}_j , (подалгоритмы), определяющие функционирование ООП на отдельных этапах или режимах его работы. При этом аналогами оператора A_i и логического условия r_j будут подалгоритм \mathbf{A}_i , с одним выходом (выходным портом) и подалгоритм \mathbf{A}_j , с двумя выходами (выходными портами). Число входов (входных портов) как в подалгоритме \mathbf{A}_i с одним выходным портом, так и в подалгоритме \mathbf{A}_j с двумя выходными портами может быть любым. В ПГСА, описывающей порядок выполнения подалгоритмов (т. е. структуру ПГСА), по-прежнему будем использовать операторы A_0, A_k, R_l и S_m .

Первый принцип. Наиболее наглядным и простым для понимания принципом реализации алгоритма образования понятий является такой, при котором каждый оператор A_i и логическое условие r_j (частные управляющие алгоритмы \mathfrak{A}_i и \mathfrak{A}_j) реализуются отдельными ООП. При этом будет получена сеть ООП, структура которой будет повторять структуру ПГСА. Таким образом, в нашем случае в сети, не считая входные и выходные ООП, соответствующие операторам A_0 и A_k , будет использовано 19 ООП, включая ООП, предназначенные для распараллеливания и соединения параллельных подалгоритмов.

Сложность каждого ООП такой сети зависит от функций, которые сопоставляются с соответствующим оператором и ЛУ. В случае применения в ПГСА частных алгоритмов каждый из ООП сети может оказаться достаточно сложным, из-за чего, в свою очередь, потребуется его декомпозиция на сеть более простых ООП, т. е. образуется двухуровневая иерархия сетей ООП.

Таким образом, одноуровневая или двухуровневая (может быть и многоуровневая) сеть ООП представляет собой распределенный принцип построения ООП.

Второй принцип. Альтернативным распределенному принципу реализации алгоритма образования понятий может служить централизованный принцип, когда весь параллельный алгоритм реализуется одним ООП, в каждом такте работы которого одновременно выполняется один или несколько операторов и (или) логических условий.

В том случае, когда в ПГСА вместо операторов и ЛУ указаны частные алгоритмы, вместо такта будем говорить о цикле (периоде) работы ООП, в течение которого для реализации соответствующего частного алгоритма может потребоваться несколько, может быть и довольно большое число тактов работы ООП.

При данном принципе реализация последовательного алгоритма не вызывает никаких трудностей. Однако при реализации параллельного алгоритма одним ООП возникает ряд трудностей, связанных с выполнением параллельных ветвей алгоритма (параллельных подалгоритмов) в одном такте (цикле, периоде) работы ООП.

Рассмотрим четыре возможных варианта сочетаний параллельно выполняемых членов (частных) ПГСА:

1. В параллельных ветвях ПГСА имеются только операторы (параллельные подалгоритмы с одним выходным портом). Для простоты, здесь далее будем рассматривать ПГСА с двумя параллельными ветвями.

Пусть в одной ветви имеется n операторов A_{i1}, \dots, A_{in} , а в другой — m операторов A_{j1}, \dots, A_{jm} , $m \neq n$, и для определенности $m < n$ (рис. 2).

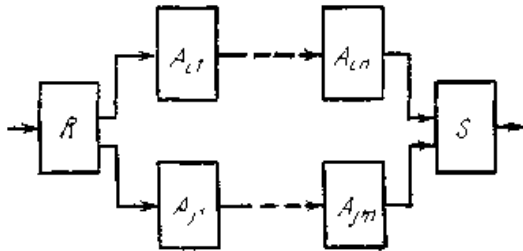


Рис. 2

Тогда могут быть образованы m объединенных операторов A_{ij1}, \dots, A_{ijm} и $n - m$ операторов A_{im+1}, \dots, A_{in} , каждый из которых может реализоваться в отдельном такте работы ООП.

2. В одной ветви ПГСА имеются только операторы, а во второй — хотя бы одно ЛУ. При этом ЛУ может находиться в начале, середине или конце ветви. Рассмотрим эти три случая:

а) логическое условие находится в начале ветви (рис.3,а).

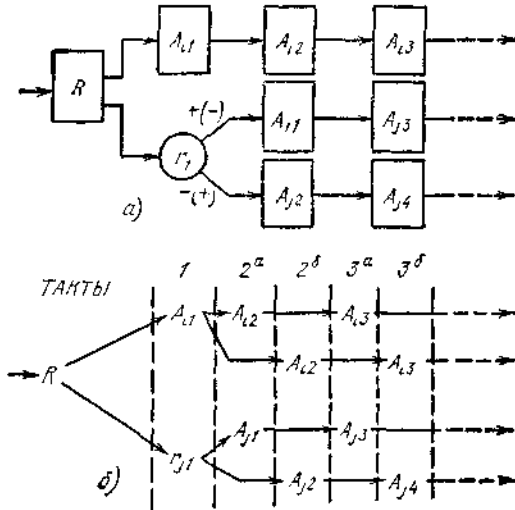


Рис. 3

Очевидно, в одном и том же такте (например, такте 1) можно объединить оператор A_{i1} с логическими условиями r_{j1} (рис. 3,б) В связи с тем что после ЛУ r_{j1} происходит разветвление ПГСА, операторы A_{j1} и A_{j2} , находящиеся в альтернативных ветвях, не могут быть выполнены одновременно в одном и том же такте. Пусть оператор A_{j1} выполняется в такте 2^a при $r_{j1}=1$ (стрелка со знаком + на рис. 3,а), а оператор A_{j2} — в такте 2^b , следующим за тактом 1 при $r_{j1}=0$ (стрелка со знаком минус). Вместе с тем оператор A_{i2} выполняется независимо от значения ЛУ r_{j1} находящегося в параллельной ветви, т. е. оператор A_{i2} должен выполняться как при $r_{j1} = 1$, так и при $r_{j1}=0$. Поэтому оператор A_{i2} должен быть совмещен с оператором A_{j1} (такт 2^a) и с оператором A_{j2} (такт 2^b). Аналогично последующие операторы A_{i3}, \dots, A_{in} также должны совмещаться с операторами как одной, так и другой альтернативной ветвью второй параллельной ветви алгоритма;

б) логическое условие находится в середине ветви. До этого ЛУ совмещение операторов различных параллельных ветвей происходит так же, как это было описано в варианте 1, а начиная с этого логического условия — как в случае для варианта 2^a ;

в) логическое условие находится в конце ветви. В этом случае (рис. 4,а) после логического условия r_{j1} в одной из альтернативных ветвей после $r_{j1}=0$ (знак —) или $r_{j1}=1$ (знак +) и только в одной из них перед оператором соединения S должен быть хотя бы один оператор (в нашем случае оператор A_{1m}).

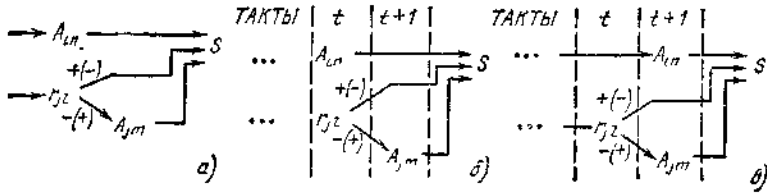


Рис. 4

Тогда могут быть два варианта совмещения: в такте t совмещаются оператор A_{in} и логическое условие r_{ji} (рис. 4,б), а в такте $t+1$ выполняется только оператор A_{jm} , или в такте t выполняется только логическое условие r_{ji} , а в такте $t+1$ совмещаются операторы A_{in} и A_{jm} . Заметим, что операторы S и R , как и операторы A_0 и A_k , совмещаться между собой и с другими операторами, как правило, не могут.

3. В каждой из параллельных ветвей имеются логические условия. Если они находятся в разных местах параллельных ветвей ПГСА и совмещение этих ЛУ невозможно, то условия совмещения операторов и логических условий параллельных ветвей в этом случае будут такими же, как и во втором варианте. Рассмотрим особенности совмещения ЛУ, входящих в разные параллельные ветви. Как и в предыдущем варианте сочетания параллельных ветвей (вариант 2), рассмотрим три случая (ЛУ находятся в начале, середине и конце параллельных ветвей ПГСА):

а) логические условия находятся в начале параллельных ветвей ПГСА (рис. 5,а).

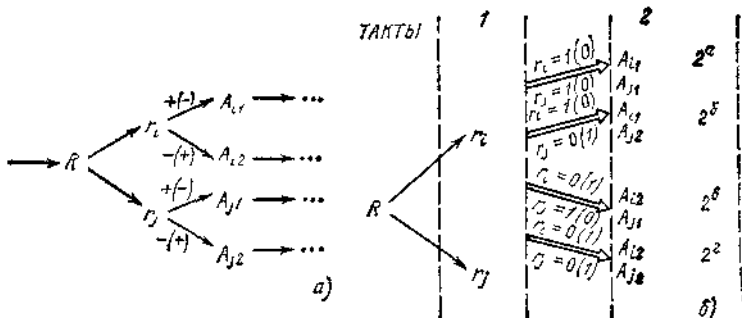


Рис. 5

Если их совместить в одном такте I (рис. 5,б), то при двух ЛУ возможно четыре сочетания значений ЛУ, а следовательно, четыре

возможных разновидности такта 2: такт 2^a , когда должны одновременно выполняться операторы A_{i1} и A_{j1} ; такт 2^b — операторы A_{i1} и A_{j2} ; такт 2^c — операторы A_{i2} и A_{j1} , такт 2^d — операторы A_{i2} и A_{j2} .

После такта 2^{ξ} ($\xi = a, b, c, d$) в последующих тактах совмещаются те операторы, которые являются последователями операторов, совмещенных в такте 2^{ξ} , $\xi = a, b, c, d$;

б) в том случае, когда логические условия находятся в середине параллельных ветвей ПГСА, то, как и в случае для варианта 2б, совмещение операторов различных параллельных ветвей происходит аналогично тому, как это было описано в варианте 1а, начиная с этих ЛУ — как в случае для варианта 3а.

в) логические условия находятся в конце ветвей ПГСА. Как и в случае для варианта 2в в одной из альтернативных ветвей в каждой параллельной ветви за r_i, r_j должен следовать хотя бы один оператор (рис. 6,а).

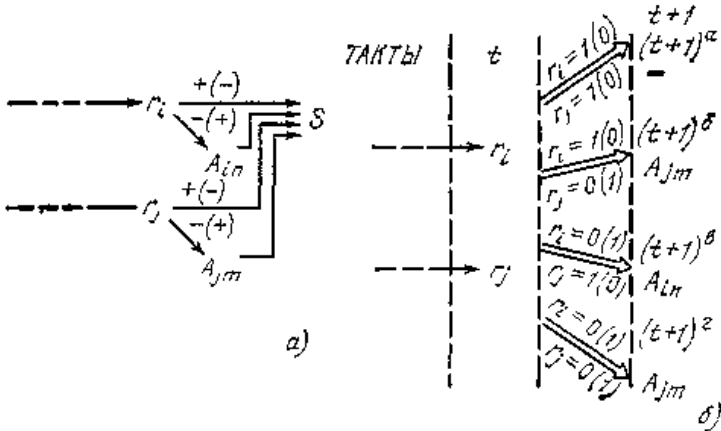


Рис. 6

Тогда очевидно, что при двух ЛУ могут быть четыре сочетания их значений, а поэтому четыре разновидности такта $t+1$, как это указано на рис. 6,б.

4. Хотя бы в одной из параллельных ветвей ПГСА имеется цикл. Например, в одной из двух параллельных ветвей имеется цикл, как это показано на рис. 7,а.

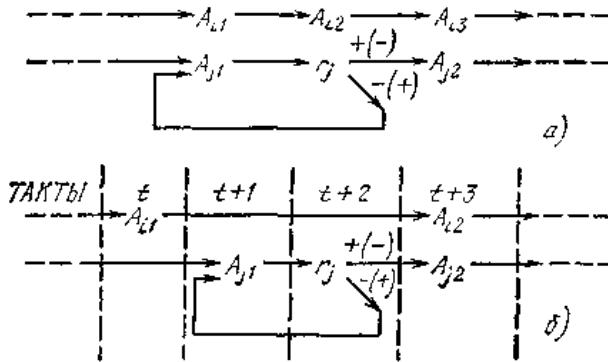


Рис. 7

В связи с тем, что заранее не известно, сколько тактов работы ООП займет цикл, операторы и ЛУ, входящие в цикл, не могут быть совмещены с операторами и ЛУ параллельной ветви. Поэтому для членов (операторов, ЛУ) цикла должны быть отведены отдельные такты (рис. 7,б), число повторений которых, например, в нашем случае зависит от того, когда ЛУ сменит свое значение с 0 (или 1) на 1 (или 0).

Второй принцип реализации управляющего алгоритма рассмотрим на примере.

Пример 1. Пусть алгоритм образования понятия задан в виде ПГСА, изображенной на рис. 1. Требуется распределить операторы и ЛУ по тактам работы ООП при втором принципе реализации алгоритма образования понятия. При этом для последовательно выполняемых членов ПГСА, т. е. операторов и ЛУ, входящих в одну и ту же ветвь ПГСА, будем отводить отдельный такт работы ООП.

При этих условиях в первых двух тактах последовательно выполняются оператор A_0 и логическое условие r_1 (рис. 8,а).

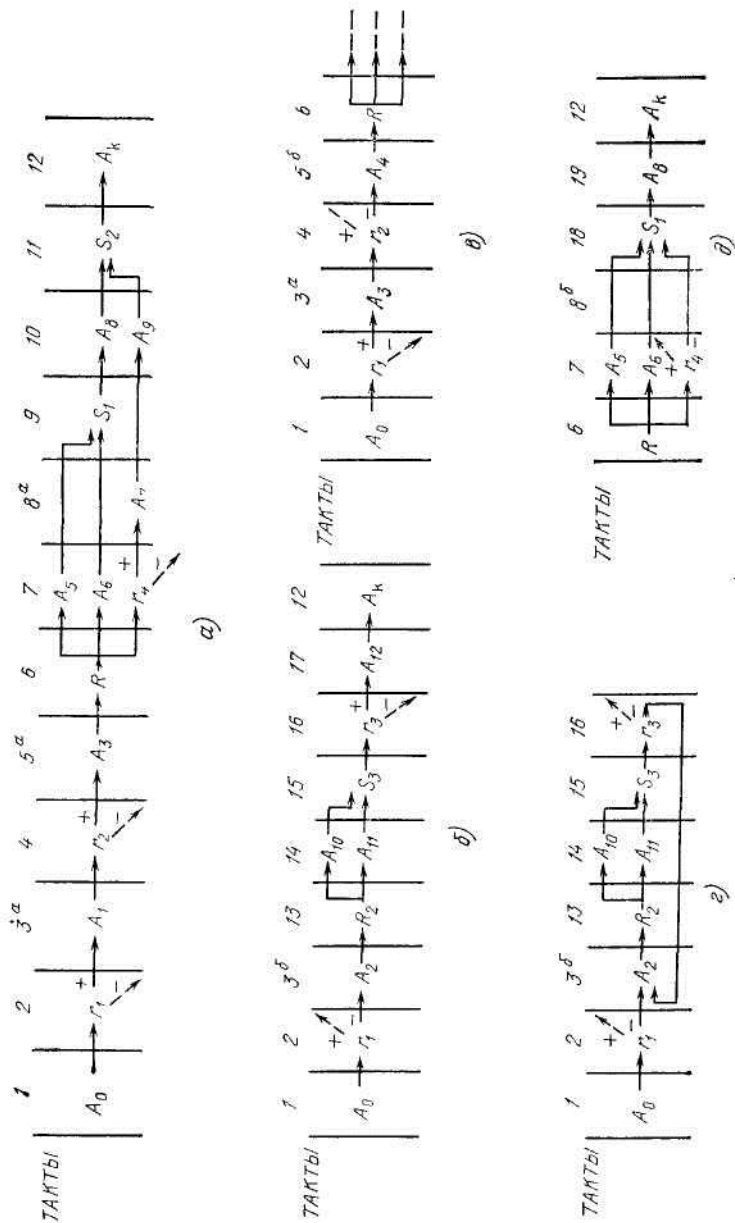


Рис. 8

После ЛУ r_1 происходит разветвление алгоритма: выполняется ветвь ПГСА, начиная с оператора A_1 (такт 3^а), или ветвь ПГСА, начиная с оператора A_2 (такт. 3^б, рис. 8,б). Аналогично алгоритм разветвляется на две альтернативные ветви после ЛУ r_2 и r_3 . При этом если $r_2=1$, то будет выполнен оператор A_3 (такт 5^а, рис. 8,а), а при $r_2=0$ — оператор A_4 (такт 5^б, рис. 8,б). При $r_3=1$ реализуется оператор A_{12} . (такт 17, рис. 8,б), а при $r_3=0$ — оператор A_2 (такт 3^б, рис. 8,з).

Таким образом, из-за разветвления алгоритма на альтернативные ветви при проверке логических условий r_1 , r_2 и r_3 может быть получено пять вариантов последовательности выполнения операторов и ЛУ Алгоритма образования понятий. При этом начиная с такта б процессы выполнения операторов и ЛУ при $r_1=1$, $r_2=1$ (рис. 8,а) и при $r_1=1$, $r_2=0$ (рис. 8,б) совпадают. Поэтому на рис. 8,б после такта б при $r_4=1$ такты 7, 8^а, 9, 10, 11, 12 (рис. 8,а), а также при $r_4=0$ такты 7, 8^б, 18, 19, 12 (рис. 8,д) не указаны.

В связи с тем что при $r_4=0$ соединение параллельных подалгоритмов осуществляется оператором S_1 а не оператором S_2 , при $r_4=0$ оператору S_1 отведен новый такт 18, где он реализует несколько отличные функции от функций такта 9 — соединение не двух, а трех параллельных ветвей алгоритма образования понятия.

В том случае, когда вместо операторов в ПГСА используются подалгоритмы, их объединение осуществляется на уровне операторов и логических условий, входящих в эти подалгоритмы по приведенным выше правилам.

Третий принцип. Промежуточным принципом реализации алгоритма образования понятия между рассмотренными выше может служить псевдопараллельная реализация в виде *режима разделения времени*.

Режим (система) разделения времени возник в начале шестидесятых годов для организации на одной ЭВМ обслуживания многих пользователей. Система разделения времени дала возможность программисту постоянно контролировать ход решения задачи на ЭВМ и вмешиваться в процесс ее решения без заметного по сравнению с пакетной обработкой снижения использования ЭВМ. В связи с этим режим разделения времени позволил эффективно применять ЭВМ в качестве машин, работающих в масштабе реального времени, когда создаваемыми ЭВМ задержками при функционировании алгоритма образования понятия можно пренебречь.

Режим разделения времени может использоваться не только для обслуживания многих пользователей на однопроцессорной ЭВМ или управлять многими блоками объекта управления в масштабе реального времени, но и реализовать параллельный алгоритм образования понятия.

При реализации параллельного алгоритма образования понятия в режиме разделения времени процесс выполнения операторов и ЛУ параллельных ветвей ПГСА разбивается на *периоды*. При этом в каждом периоде для каждой параллельной ветви отводится один *квант времени*, в течение которого ООП реализует команды, соответствующие операторам или ЛУ, только одной ветви ПГСА. Так, вначале в первом кванте времени выполняются команды первой параллельной ветви. Затем во втором кванте времени — команды первой ветви прерываются и начинаются команды второй параллельной ветви и т. д. до тех пор, пока не закончится данный период. Во втором периоде данный процесс повторится, т. е. в первом кванте времени возобновится выполнение команд первой параллельной ветви и т. д. В простейшем случае, когда в параллельных ветвях имеется по одной команде (оператору или ЛУ), то период соответствует такту работы ООП, а в качестве кванта времени может рассматриваться *микротакт*. При этом режим разделения времени вырождается в обычный процесс последовательного (потактного) выполнения команд параллельных ветвей алгоритма образования понятия. Принцип псевдопараллельной реализации параллельного алгоритма образования понятия в режиме разделения времени для такого простейшего случая рассмотрим на примере.

Пример 2. Пусть задан параллельный алгоритма образования понятия, представленный на рис. 1 в виде ПГСА. Временная диаграмма работы программного ООП, реализующего данный алгоритм образования понятия, представлена на рис 9.

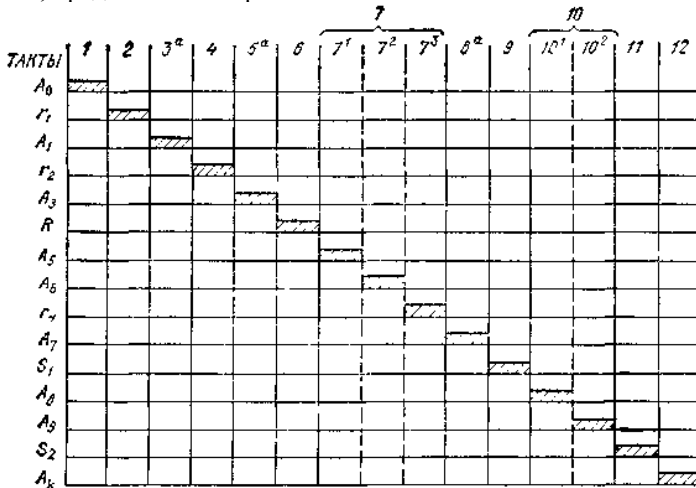


Рис. 9

При этом, как и ранее, предполагается, что в одном такте работы ООП выполняется один оператор или одно ЛУ одной ветви ПГСА, а различные последовательности операторов при различных наборах значений логических условий r_1, r_2, r_3 и r_4 представим, как и в примере 1, различными временными диаграммами. Для примера на рис. 9 изображена временная диаграмма выполнения операторов и ЛУ для одной ветви ПГСА при $r_1=1, r_2=1$ и $r_4=1$ соответствующей ветви, изображенной на рис. 8,а.

Из рис. 9 видно, что такт 7, в котором параллельно должны быть выполнены операторы A_5, A_6 и логические условия r_4 , разделен на три кванта времени (микротакта), каждый из которых отводится для одной из трех параллельных ветвей. Аналогично такт 10 разделен на два микротакта — в одном (микротакте 10^1) для оператора A_8 , а в другом (микротакте 10^2) — для оператора A_9 , принадлежащего второй параллельной ветви.

В том случае, когда в такте нет операторов или ЛУ, принадлежащих параллельным ветвям, его деление на микротакты не происходит и вся длительность такта отводится для соответствующего члена ПГСА.

Наиболее рельефно эффективность системы разделения времени при реализации параллельного алгоритма образования понятия проявляется в том случае, когда в параллельных ветвях имеется достаточно большое число операторов и ЛУ.

Пример 3. Пусть в режиме разделения времени необходимо организовать выполнение двух подалгоритмов \mathfrak{A}_1 и \mathfrak{A}_2 алгоритма образования понятия, включающих соответственно 5 и 11 членов (команд) ПГСА $K_i^1, i=1, \dots, 5; K_j^2, j=1, \dots, 11$. При этом для подалгоритма \mathfrak{A}_1 отводятся нечетные кванты времени в периоде, а для подалгоритма \mathfrak{A}_2 — четные. Процесс выполнения команд этих параллельных подалгоритмов в режиме оазделения времени виден из рис. 10.

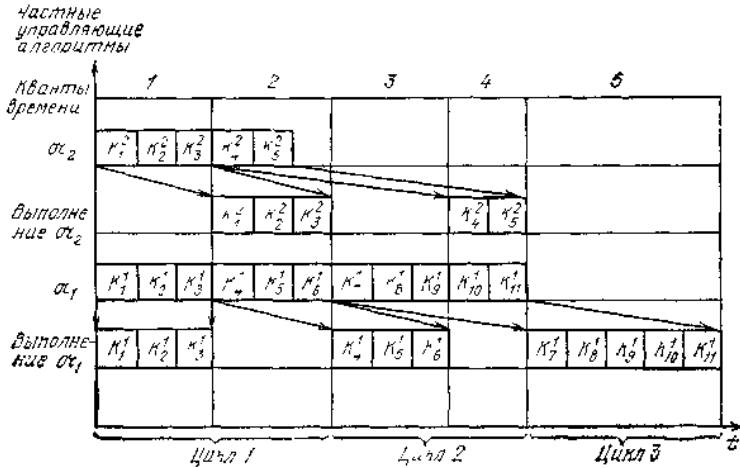


Рис. 10

При этом легко заметить, что когда и в \mathfrak{A}_1 , и в \mathfrak{A}_2 имеются невыполненные команды, в периоде по очереди отводятся кванты времени и для \mathfrak{A}_1 (кванты 1, 3), и для \mathfrak{A}_2 (кванты 2, 4). Когда же заканчиваются команды подалгоритма \mathfrak{A}_2 , деление периода на кванты уже не осуществляется — ООП начинает последовательно выполнять команды только подалгоритма \mathfrak{A}_1 . При этом квант времени совпадает с периодом, а сам период не ограничен во времени. Фактически все время работы ООП отводится для подалгоритма \mathfrak{A}_1 до тех пор, пока он не прекратится или не встретится новый подалгоритм, который должен выполняться с ним параллельно

Четвертый принцип. В заключение следует отметить, что система разделения времени в значительной степени опирается на использование *режима многопрограммного управления*, которое реализуется в децентрализованном ООП с активными функциональными блоками (ФБ), среди которых могут встречаться *медленно действующие ФБ* (МФБ).

При применении режима многопрограммного функционирования, которое может рассматриваться в качестве четвертого принципа реализации параллельного алгоритма образования понятия, будем говорить, что ООП является *многопрограммным*.

Рассмотрим многопрограммное функционирование более подробно в следующем разделе.

7.5.2. Многопрограммное функционирование

Программный принцип построения ООП, как уже отмечалось, наиболее эффективен в том случае, когда в ООП может быть реализовано несколько различных алгоритмов образования понятия. Выбирается набор однотипных задач образования понятий, для решения которых требуются одинаковые ФБ, и для каждой задачи составляется своя программа (алгоритм). Все эти программы хранятся в ЦБУ и в зависимости от поступившего на ЦБУ сигнала R (это в частном случае может быть код операции) ООП выполняет определенный алгоритм. ООП может перейти к другому алгоритму лишь после того, как будет закончен предыдущий. При этом ЦБУ непрерывно следит за работой функциональных блоков, принимающих участие в решении данной задачи. Подавая включающий сигнал на ФБ, ЦБУ независимо от длительности работы этого блока находится в состоянии ожидания ответного сигнала от этого блока (при асинхронном режиме) или от тактового генератора (при синхронном режиме). Таким образом, хотя ООП, как правило, может решать несколько различных задач или управлять несколькими процессами, одновременно ООП решает только одну задачу, т. е. работает только по одному из алгоритмов, хранящихся в ЦБУ. Такой принцип можно было бы назвать однопрограммным.

Однако характерной особенностью ООП является наличие в их составе средств, имеющих разное быстродействие. Часть этих средств (например, ЦБУ) может обладать весьма высоким быстродействием. Быстродействие же другой части средства в значительной степени ограничено связанными с их работой процессами механических перемещений при реализации ПП. Так, в ЭВМ медленно действующими являются операции ввода и вывода информации. Одним из средств повышения производительности ООП является совмещение во времени отдельных шагов алгоритма образования понятия. При этом из ЦБУ подается одновременно несколько сигналов на включение параллельно работающих различных ФБ или ИС объекта управления, что приводит к сокращению общего времени выполнения алгоритма образования понятия. Но и в этом случае ЦБУ управляет одновременно выполнением только одного технологического процесса и как каждый ФБ ООП, так и ИС объекта управления все время находится под контролем ЦБУ. При этом даже при асинхронном режиме работы ООП, обеспечивающем наибольшее быстродействие, ЦБУ непроизводительно простаивает в ожидании ответа об окончании работы медленно действующего функционального блока (МФБ).

Между тем для работы активных ФБ не требуется постоянное воздействие со стороны ЦБУ — достаточно подать лишь кратковременный сигнал на начало работы ФБ. Производительность ЦБУ можно значительно повысить, если на время работы МФБ отключить ЦБУ от управления начатым процессом и использовать его для решения другой задачи. При этом такие МФБ должны быть в значительной степени автономными, чтобы они могли выполнить достаточно сложную обработку информации, не получая от ЦБУ дополнительных данных и сигналов. В ряде случаев такие МФБ могут быть настолько сложными, что сами оказываются ООП. Таким образом, возникает некоторая иерархия ООП. Однако для ООП верхнего уровня все ООП нижнего уровня являются просто ФБ, выполняющими определенные акты алгоритма образования понятия и находящимися в подчинении его ЦБУ.

Подав сигнал на включение МФБ, ЦБУ переходит к решению другой задачи, вырабатывая последовательность управляющих сигналов в соответствии с алгоритмом ее решения, доходит до сигнала, включающего МФБ в этой программе, переходит к решению третьей задачи и т. д. (рис. 11).

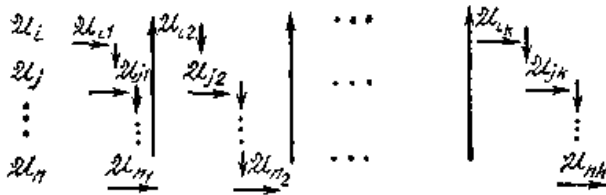


Рис. 11

Таким образом создается возможность выполнять параллельно несколько ветвей одной программы, или выполнять параллельно несколько различных программ, или решать одну и ту же задачу, но для различных исходных данных одновременно.

Очевидно, для того чтобы вернуться к решению прерванной задачи, ЦБУ должен иметь информацию об этапе, на котором она была прервана, об окончании работы того МФБ, который был включен, и др. Вся эта информация хранится в ячейках оперативной памяти.

Выбор емкости памяти и способ ее распределения могут быть выполнены по-разному и представляют самостоятельную задачу, близкую к задачам, решаемым в теории массового обслуживания. Можно считать, что имеется какое-то число N обслуживаемых объектов (это могут быть исходные данные для решения задачи

образования понятий), от которых в ООП поступают заявки на определенный вид обслуживания (образования понятия). Начав обслуживание по определенному алгоритму образования понятия и дойдя до выполнения первого медленно действующего оператора, ЦБУ переходит к обслуживанию другого объекта и т. д. При этом за каждым из объектов можно закрепить свою ячейку памяти, в отдельных разрядах которой будут отмечаться номер алгоритма образования понятия, по которому в данный момент обслуживается этот объект, этап алгоритма, выполняемый в данный момент, а также номера промежуточных средств, занятых на этом этапе обслуживания.

Однако если число обслуживаемых объектов велико, то при таком способе распределения памяти ООП объем ее может оказаться очень большим. Не от всех объектов могут поступать одновременно заявки на их обслуживание и не все поступившие заявки ООП может обслуживать одновременно. Поэтому число ячеек памяти целесообразно выбирать не по общему числу объектов, а по числу объектов, которое ООП может обслуживать одновременно. Тогда в каждой ячейке памяти нужно будет записывать еще и номер объекта, за которым она в данный момент закреплена.

Возможен и другой подход. Поскольку ООП может обслуживать один и тот же объект в соответствии с различными алгоритмами образования понятий, то можно для каждого из алгоритмов, хранящихся в ЦБУ, отвести свою ячейку.

Вообще говоря, число одновременно выполняемых операций не может превышать число функциональных блоков в ООП, а число алгоритмов, обслуживание которых начал ЦБУ, может быть значительно большим и ограничивается только емкостью памяти. Однако с целью экономии емкости оперативной памяти (ОП) целесообразно число ячеек выбирать не по общему числу алгоритмов, а по числу алгоритмов, в соответствии с которыми одновременно может вестись обслуживание поступающих заявок. Тогда в отдельные разряды ячеек памяти будут записываться номер заявки, номер алгоритма, по которому она обслуживается, выполняемый этап алгоритма и необходимые номера промежуточных средств, занятых в этом процессе. Так как заявки могут одновременно обслуживаться по одному и тому же алгоритму, различные ячейки памяти могут соответствовать одному алгоритму. В зависимости от решаемых задач образования понятия и требований, предъявляемых к ООП, может быть выбран тот или иной способ распределения памяти.

Отказавшись от жесткого закрепления ячеек памяти за номерами поступающих заявок или за номерами алгоритмов, приходим к общему случаю, когда каждая свободная ячейка памяти может быть занята

любой заявкой и отведена для любого из алгоритмов. При этом хотя и сократится число ячеек по сравнению с описанными крайними случаями, разрядность каждой ячейки увеличится, так как нужно будет запоминать номер заявки, которой она занята, и номер алгоритма, по которому эта заявка в данный момент обслуживается. Число ячеек памяти, которое необходимо при этом выбрать, будет определяться числом заявок и алгоритмов их обслуживания, а также свойствами ООП.

Наряду с выбором емкости оперативной памяти ЦБУ возникает задача выбора способа организации его работы при многопрограммном функционировании. Начав обслуживание одной заявки по требуемому алгоритму и дойдя до первой медленно действующей операции этого алгоритма, ЦБУ включает соответствующий МФБ и переходит к обслуживанию другой заявки. Возникает вопрос — через какое время ЦБУ должен продолжить обслуживание первой заявки. Это время будет зависеть от того, по какому принципу (дисциплине) организована работа ЦБУ. Рассмотрим два из возможных принципов.

При первой дисциплине обслуживания ЦБУ последовательно просматривает состояние всех ячеек оперативной памяти и выполняет для каждой заявки все операции алгоритма (по которому она обслуживается), не требующие включения МФБ. После включения МФБ ЦБУ переходит к считыванию информации со следующей ячейки ОП и т. д. Таким образом, ЦБУ может продолжить обслуживание начатой заявки лишь после того, как будут просмотрены все остальные ячейки памяти и выполнены определенные операции по обслуживанию заявок, для которых они отведены. Если число ячеек ОП будет очень большим, то ЦБУ сможет начать обслуживание большого числа заявок, однако время выполнения каждой заявки увеличится по сравнению с однопрограммным методом функционирования, так как МФБ успеют закончить свою работу намного раньше, чем ЦБУ обратится вновь к данной ячейке памяти. Если число ячеек слишком мало, то ЦБУ возьмет на обслуживание небольшое число заявок и будет столь часто обращаться к каждой ячейке памяти, что МФБ не будут успевать заканчивать работу за время одного цикла опроса ЦБУ ячеек памяти. Таким образом, при выборе емкости ОП необходимо учитывать быстродействие ЦБУ, конкретные алгоритмы, которые им реализуются, число и длительность работы МФБ.

Если ЦБУ работает по второй дисциплине обслуживания, он продолжает обслуживание начатой заявки сразу же после поступления сигнала о том, что включенный МФБ закончил свою работу. Для этого ЦБУ, обратившись к очередной ячейке памяти, выполнив все быстродействующие операции и включив нужный МФБ, прежде чем

перейти к опросу следующей ячейки памяти, должен опросить все включенные МФБ. Если какой-либо из них закончил работу, ЦБУ продолжает обслуживание той заявки, выполнением которой был занят этот МФБ. При этом для каждого МФБ в специальном регистре должен храниться номер той ячейки памяти, в которой записан номер этого МФБ, чтобы ЦБУ мог продолжить обслуживание заявки по нужному алгоритму и записать в данную ячейку номер следующего включенного МФБ.

Таким образом, каждый раз номер следующей команды, вырабатываемой ЦБУ, будет зависеть от того, какой МФБ подал сигнал об окончании своей работы. Если таких МФБ несколько, должна быть организована определенная очередность их опроса.

При такой дисциплине обслуживания ЦБУ может приступить к обслуживанию новой заявки при условии, если ни в одной из уже обслуживаемых заявок не закончилось выполнение длительных операций, т. е. нет сигнала ни от одного из включенных МФБ. При этом число одновременно обслуживаемых заявок может уменьшиться, но время выполнения отдельных заявок может сократиться по сравнению с первой дисциплиной обслуживания.

Следует отметить, что как при первой, так и при второй дисциплинах обслуживания, может возникнуть ситуация, когда при обслуживании i -й заявки потребуется включить j -й МФБ, который уже занят для выполнения другой заявки и еще не закончил свою работу. При этом i -я заявка либо может быть поставлена на ожидание, либо источнику этой заявки может быть дан отказ.

Ранее отмечалось, что при многопрограммном функционировании параллельно могут выполняться не только различные алгоритмы, но и разные ветви одного и того же параллельного алгоритма образования понятия. Очевидно, при этом возникает задача выявления таких ветвей алгоритма, которые могут выполняться одновременно (распараллеливание алгоритма).

Принцип многопрограммного функционирования может быть использован не только при наличии в выполняемых алгоритмах длительных операций, но и в тех случаях, когда заявки, которые обслуживает ООП, неравноценны по своей значимости и задается некоторая система приоритетов. Тогда при поступлении заявки высокого уровня ЦБУ переходит к ее обслуживанию и прерывает обслуживание заявки более низкого уровня, записав в ячейку памяти этап, на котором она была прервана. Обслуживание этой заявки будет продолжено после того, как будут выполнены все заявки более высоких уровней. При этом ЦБУ будет работать так же, как и при наличии МФБ, только обслуживание заявки здесь будет прерываться

не естественно, в момент включения МФБ, а принудительно, в любой момент, когда поступит заявка более высокого уровня.

7.5.3. Преобразование алгоритма образования понятия при его реализации многопрограммным ООП

В связи с тем что в многопрограммном ООП кроме ЦБУ имеются активные МФБ, в которых параллельно с ЦБУ могут выполняться отдельные или группы операций алгоритма образования понятия, требуется так преобразовать алгоритм образования понятия, чтобы обеспечить ЦБУ в соответствии с информацией, хранящейся в его ОП, возможность последовательного выполнения различных алгоритмов образования понятия или подалгоритмов параллельного алгоритма образования понятия.

Алгоритм образования понятия представим в виде ЛСА. В дальнейшем нам удобно будет считать, что в ЛСА нет членов, которые могут выполняться одновременно. Этого всегда можно добиться, объединив одновременно выполняющие члены в один оператор или в одно логическое условие.

Тогда при обычном программном принципе работы ООП, если началось выполнение i -го члена ЛСА (т. е. осуществлена подача сигнала на включение i -го ФБ), нельзя начать выполнение $(i+1)$ -го члена ЛСА до тех пор, пока не будет получена информация об окончании работы его предшественника. При этом управляющий сигнал, вырабатываемый ЦБУ и включающий ФБ, и осведомительный сигнал, воздействующий на ЦБУ от ФБ, описываются одним членом ЛСА (A_i или p_i).

Если говорим, что выполнен оператор A_i , то, значит, от ЦБУ на блок $ОФБ_i$ поступил сигнал z_{A_i} , этот блок закончил свою работу и от него на ЦБУ поступил сигнал A_i (при синхронном режиме этот сигнал заменяется сигналом от тактового генератора).

При многопрограммном функционировании ЦБУ, подав включающий сигнал на МФБ, отключается от него и осведомительный сигнал получает уже от другого ФБ, принадлежащего даже другому алгоритму. При этом управляющий и осведомительный сигналы МФБ, которые обычно описываются одним членом ЛСА, теперь должны быть разделены. И в ЛСА вместо ее членов, соответствующих МФБ, должны быть введены новые члены, характеризующие отдельно управляющие и осведомительные сигналы. Предварительно в каждой

ЛСА, реализуемой в ЦБУ, должны быть выделены члены, соответствующие МФБ. Разделение операций на быстрые и медленные является условным, однако во многих задачах относительно некоторых операций можно сразу сказать, что для их выполнения потребуется гораздо больше времени, чем для выполнения других операций. Рассмотрим пример ЛСА, отметив ее члены, соответствующие МФБ, индексом «м»:

$$\mathfrak{A}_i = \downarrow^3 p_1 \uparrow^1 A_1 A_{2m} \downarrow^1 p_{2m} \uparrow^2 A_3 \downarrow^2 A_{1m} p_3 \uparrow^3.$$

Управляющий сигнал, поступающий из ЦБУ на *i*-й операторный МФБ (ОМФБ), будем обозначать C_i , а сигнал на включение *i*-го логического МФБ (ЛМФБ) — S_i . Сигналы C_i и S_i включают соответствующие МФБ и записывают в определенные разряды ячеек памяти сигналы о том, что эти блоки включены.

Сигнал о выполнении оператора A_{im} , поступающий от *i*-го ОМФБ в ЦБУ, будем обозначать K_i . Заметим, что *i*-й логический блок ЛМФБ выдает два сигнала: G_i , если в результате проверки выяснено, что $p_m=1$, и H_i , если $p_m=0$.

Сигналы K_i , G_i и H_i не могут воздействовать непосредственно на ЦБУ, так как в момент их появления он может работать в соответствии с другим алгоритмом. Эти сигналы записывают в определенные разряды ячейки памяти информацию об окончании работы МФБ. Для того чтобы эта информация могла быть использована ЦБУ, необходимо осуществить проверку этих разрядов ячейки памяти. Поэтому в ЛСА кроме операторов C_i и S_i вводятся логические условия g_1, g_2, \dots, g_k , где $k = l+2m$, если l — число ОМФБ и m — число ЛМФБ. Для сигналов от ЛМФБ отводятся два разряда ячейки памяти, при этом можно условиться, что для сигнала G_i ($p_i=1$) отводится всегда младший из этих двух разрядов. Тогда для работы по выписанной ранее ЛСА A_i ячейка памяти будет иметь вид, показанный на рис. 12,а.

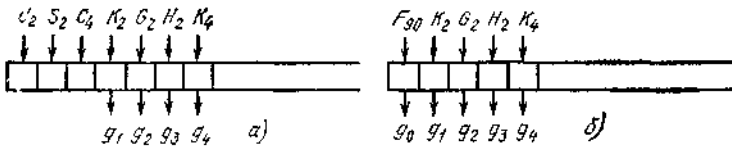


Рис. 12

Однако эта информация является избыточной. Действительно, если включен второй ОМФБ (т. е. подан сигнал C_1), то может прийти только сигнал K_2 , после чего логическое условие g_1 примет истинное значение. И, наоборот, если $g_1=1$, это значит, что был включен второй ОМФБ. Для того чтобы значения переменных g_1, \dots, g_k действительно

характеризовали этап, на котором было прервано выполнение алгоритма, необходимо, чтобы в каждый момент не более чем одна из этих переменных принимала единичное значение. Поэтому каждый раз после считывания единичного значения переменной g_i разряд ячейки, в который она была записана, должен быть очищен. При этом сигналы о включении МФБ можно не записывать в ячейку памяти. Однако тогда потребуется еще один дополнительный сигнал, свидетельствующий о том, что данная ячейка памяти уже занята и начато выполнение определенного алгоритма. В противном случае, когда в ячейке памяти значения всех переменных g_1, \dots, g_k равны нулю, нельзя будет определить, начата ли работа по данному алгоритму, по включенный МФБ еще не закончил работу, либо данная ячейка памяти еще свободна. Для формирования такого сигнала введем в ЛСА оператор F , который будет осуществлять запись сигнала о занятии данной ячейки в определенный ее разряд.

Содержимое этого разряда будем определять путем проверки логического условия g_0 . Если $g_0=1$, значит, ячейка занята и начато обслуживание поступившей заявки по требуемому алгоритму. Оператор F_{g_0} может выполняться вслед за первым членом ЛСА, соответствующим МФБ. Очевидно, после того как алгоритм полностью выполнен, все разряды ячейки памяти должны быть освобождены. Для этого в ЛСА введен оператор $F_{g_0}^*$.

Тогда ячейка памяти для алгоритма A_i , принимает вид ячейки, изображенной на рис. 12,б, а ЛСА запишем в виде

$$\mathfrak{A}_i = g_0 \uparrow^1 \downarrow^6 \bar{g}_1 \uparrow^2 \bar{g}_2 \uparrow^3 \bar{g}_3 \uparrow^4 \bar{g}_4 \uparrow^5 \omega \uparrow^6 \downarrow^1 p_1 \uparrow^2 A_1 C_2 \\ F_{g_0} \omega \uparrow^6 \downarrow^2 S_2 \omega \uparrow^6 \downarrow^3 A_3 \downarrow^4 C_1 \omega \uparrow^6 \downarrow^5 p_3 \downarrow^1 F_{g_0}^*.$$

Конечно, в ячейке памяти могут быть и другие разряды, необходимые для записи некоторых дополнительных данных. Число таких разрядов зависит от конкретно выполняемого алгоритма и здесь не указывается. Такая запись означает, что ЦБУ по-прежнему одновременно обслуживает только одну заявку, так как после включения МФБ внутреннее состояние МА не меняется и он находится в состоянии ожидания. Здесь только разделены сигналы включения МФБ и сигналы об окончании их работы. При многопрограммном функционировании после выполнения оператора, включающего МФБ, ЦБУ переходит к обслуживанию следующей заявки, а выполнение начатого алгоритма заканчивается, т. е.

$$\mathfrak{M}_1 = g_0 \uparrow^1 \bar{g}_1 \uparrow^2 \bar{g}_2 \uparrow^3 g_3 \uparrow^4 \bar{g}_1 \uparrow^5 \omega \uparrow^6 \downarrow^1 p_1 \uparrow^2 A_1$$

$$C_2 F_{g_0} \omega \uparrow^6 \downarrow^2 S_2 \omega \uparrow^6 \downarrow^3 A_3 \downarrow^4 C_4 \omega \uparrow^6 \downarrow^5 p_3 \uparrow^1 F_{g_0} \downarrow^6.$$

Рассмотрим теперь работу ЦБУ при многопрограммном функционировании. Пусть имеется N источников, от которых на ООП поступают заявки на обслуживание. Каждая заявка может быть обслужена по одному из следующих трех алгоритмов:

$$\mathfrak{M}_1 = \downarrow^3 p_1 \uparrow^1 A_1 A_{2M} \downarrow^1 p_{2M} \uparrow^2 A_3 \downarrow^2 A_{4M} p_3 \uparrow^3;$$

$$\mathfrak{M}_2 = A_6 \downarrow^2 A_{5M} p_1 \uparrow^1 A_3 p_{2M} \uparrow^2 \downarrow^1 A_1;$$

$$\mathfrak{M}_3 = A_3 A_{2M} p_3 \uparrow^1 p_{2M} \uparrow^2 A_3 \downarrow^2 A_{4M} \downarrow^1.$$

Заметим, что эти алгоритмы можно рассматривать как частные алгоритмы одного параллельного алгоритма образования понятия.

Для обеспечения одновременного выполнения нескольких заявок выберем L ячеек памяти и организуем работу ЦБУ следующим образом. Из ЦБУ поступают сигналы на последовательный опрос ячеек временной памяти. Для этого вводится оператор F_j , формирующий номер ячейки ($j=1, 2, \dots, L$). После того как найдена первая свободная ячейка ($g_0=0$), выдается сигнал на определение наличия заявок. Пусть имеется специальный блок F_l который выдает номер одного из вызывающих в данный момент источников и номер алгоритма, по которому эта заявка должна быть обслужена. Все эти данные одновременно с сигналом F_{g_0} записываются в выбранную ячейку памяти. Затем начинается выполнение требуемого алгоритма до первого его члена, соответствующего МФБ. Подав сигнал на включение этого МФБ, ЦБУ выдает команду F_j и переходит к считыванию информации со следующей ячейки памяти. Если ячейка памяти уже занята ($g_0=1$), то анализируется состояние разрядов, в которых записываются значения переменных g_1, \dots, g_k . В зависимости от этих значений либо выполняются определенные акты алгоритма, номер которого записан в данной ячейке, либо вновь выполняется команда F_j и начинается опрос следующей ячейки памяти.

Для каждого МФБ введем разряды ячейки памяти. Поскольку в различных алгоритмах имеются члены, соответствующие разным МФБ, некоторые разряды будут не заполнены в зависимости от того, для выполнения какого алгоритма занята в данный момент эта ячейка. (Возможно и другое распределение этих разрядов ячейки памяти, о котором скажем ниже). Для определения номера алгоритма, который записан в данной ячейке, введем логические условия r_1, \dots, r_n . Для нашего примера, когда имеются три различных алгоритма, доста-

точно двух логических условий r_1 и r_2 , т. е. для записи номера алгоритма будем использовать двоичный код. Пусть $R_1=r_1r_2$; $R_2=\overline{r_1}\overline{r_2}$; $R_3=r_1\overline{r_2}$.

На рис. 13 приведена структура ячеек памяти, занятых обслуживанием алгоритмов A_1, A_2 и A_3 .

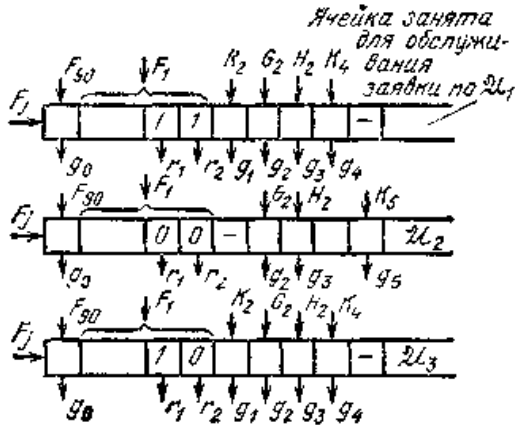


Рис. 13

Ранее отмечали, что возможна такая ситуация, когда для обслуживания вновь поступившей заявки потребуется включить такой ФБ, который уже занят обслуживанием другой заявки. Поэтому в общем случае перед включением ФБ нужно вводить проверку его свободности и в зависимости от результатов этой проверки либо включить ФБ, если он свободен, либо ставить заявку на ожидание или давать отказ источнику заявки, если ФБ занят. Однако предположим, что среди одинаковых ФБ всегда найдется хотя бы один свободный, и не будем вводить специальных ЛУ для проверки состояния ФБ. Тогда работу ЦБУ при многопрограммном функционировании можно описать следующей ЛСА:

$$\begin{aligned} \mathfrak{A} = & \downarrow^4 F_j \bar{g}_0 \uparrow^1 F_1 F_{g_0} r_1 \uparrow^2 r_2 \uparrow^3 \downarrow^{11} p_1 \uparrow^7 A_1 C_2 \omega \uparrow^4 \downarrow^3 A_6 \\ & C_2 \omega \uparrow^4 \downarrow^2 A_6 \downarrow^{17} C_5 \omega \uparrow^4 \downarrow^1 r_1 \uparrow^5 r_2 \uparrow^6 \bar{g}_1 \uparrow^7 \bar{g}_2 \uparrow^8 \bar{g}_3 \uparrow^9 \bar{g}_4 \uparrow^{10} \\ & \omega \uparrow^4 S_2 \omega \uparrow^4 \downarrow^5 A_3 \downarrow^9 C_4 \omega \uparrow^4 \downarrow^{15} p_3 \uparrow^{11} F_{g_0}^* \\ \omega \uparrow^4 \downarrow^6 \bar{g}_1 \uparrow^{12} \bar{g}_2 \uparrow^{13} \bar{g}_3 \uparrow^{14} \bar{g}_4 \uparrow^{15} \omega \uparrow^4 \downarrow^{12} p_3 \uparrow^{15} S_2 \omega \uparrow^4 \downarrow^{13} \\ & A_3 \downarrow^{14} C_4 \omega \uparrow^4 \downarrow^{15} F_{g_0}^* \omega \uparrow^4 \downarrow^5 \bar{g}_2 \uparrow^{16} \bar{g}_3 \uparrow^{17} g_3 \uparrow^4 p_1 \uparrow^{16} A_3 S_2 \\ & \omega \uparrow^4 \downarrow^{16} A_1 F_{g_0}^* \omega \uparrow^4. \end{aligned}$$

Как видно, в этой ЛСА много повторяющихся операторов и логических условий, поэтому ее целесообразно упростить, объединив одинаковые члены ЛСА, принадлежащие различным ЛСА. Метод объединения ЛСА изложен в п.6.3.3.

Таким образом, все особенности, связанные с использованием многопрограммного принципа функционирования, проявляются в основном на этапе составления общего алгоритма образования понятия. После выбора режима работы ЦБУ и способа распределения памяти в этот алгоритм приходится вводить новые операторы и ЛУ, которых не было ни в одном из алгоритмов обслуживания заявок.

7.5.4. Программно-аппаратурная реализация алгоритма образования понятия

Алгоритм функционирования ООП представляет собой *алгоритмическое описание*. Если по заданному алгоритму образования понятия построена структурная схема ООП в том или ином элементном базисе, будем говорить, что алгоритмическое описание переведено в *структурное* описание, представляющее собой структурную модель заданного алгоритма образования понятия, т. е. алгоритма функционирования ООП.

Альтернативой *структурному моделированию* может служить *программное моделирование*, при котором алгоритм образования понятия представляют в виде совокупности (множеств) *команд*, каждая из которых определяет операцию над множеством исходных или промежуточных данных (операндов) и номер следующей команды.

В качестве операндов могут рассматриваться как отдельные одно- и многозначные числа, хранящиеся в запоминающих устройствах (ЗУ), так и наборы значений входных сигналов (в частности, одного

сигнала), которые также могут быть предварительно записаны в ЗУ в виде многоразрядных чисел.

Операции могут быть *одноместными*, т. е. выполняемыми над одним операндом, и *многоместными* (в основном двухместными), выполняемыми над несколькими операндами.

Совокупность команд, однозначно описывающая заданный алгоритм образования понятия, будем называть *программой*, а представление алгоритма образования понятия в виде программы — программным моделированием алгоритма образования понятия. Для хранения программы может быть использовано ЗУ.

Следует заметить, что структурой ООП, аппаратно реализующей его алгоритм функционирования, обеспечивается активное выполнение последнего в соответствии с воздействующими на ООП входными сигналами. В отличие от такой аппаратной реализации при структурном моделировании алгоритма образования понятия программа, реализующая тот же алгоритм образования понятия при программном моделировании, является пассивной, т. е. программа является некоторой записью алгоритма образования понятия. Для чтения этой записи и выполнения команд программы при программном моделировании используется универсальное дискретное устройство — *процессор или микропроцессор*. Процессор обеспечивает выполнение любой, но в один и тот же момент одной операции, имеющейся в программе.

Таким образом, вместо структурной схемы устройства, аппаратно реализующего весь алгоритм образования понятия при его структурном моделировании, при программном моделировании процессор (или микропроцессор), представляющий собой универсальное устройство, настраиваемое на аппаратную реализацию одновременно только одной операции, обеспечивает выполнение всего алгоритма образования понятия путем последовательного выполнения четко разграниченных отдельных операций (актов алгоритма), определяемых программой, хранящейся в ЗУ.

Очевидно, в ООП при программном моделировании могут быть реализованы только те алгоритмы образования понятия, которые удастся представить в виде программы, команды которой содержат операции, реализуемые в процессоре (микропроцессоре) данного ООП. Однако на практике число выполняемых операций в процессоре или микропроцессоре имеется такое, что с их использованием можно описать любой алгоритм образования понятия. Такой набор операций называют *функционально полным*. Вместе с тем функционально полные наборы могут заметно отличаться друг от друга составом операций. При этом один набор позволяет описать один класс

алгоритмов более компактно, а другой набор — иной класс алгоритмов. В этом случае говорят, что такие наборы операций являются проблемно-ориентированными, т. е. специализированными для описания для алгоритмов образования понятия того или иного класса.

В *многопроцессорных* и *многомикропроцессорных системах* одновременно в разных процессорах (микропроцессорах) могут выполняться несколько (по числу процессоров) команд. Поэтому такие системы могут быть эффективно использованы для одновременного выполнения ООП нескольких программ, соответствующих или нескольким алгоритмам образования понятия, или нескольким параллельным ветвям одного параллельного алгоритма образования понятия.

Структурное (аппаратурное) и программное моделирование являются крайними принципами реализации алгоритм образования понятия. Среди промежуточных между ними принципов реализации алгоритм образования понятия следует отметить два: реализация структуры ООП в базе *однородных сред* и микропрограммный принцип.

Построение и синтез ООП в базе однородных сред подробно рассмотрены в литературе.

На практике значительно большее распространение получил микропрограммный принцип реализации алгоритма образования понятия. При этом следует отметить, что в отличие от программного управления при микропрограммном управлении вместо процессора используется некоторый *блок микропрограммного управления* (БМУ). В отличие от процессора он обрабатывает не считанные из ЗУ операнды, а снимаемые с объектов сигналы, на основе которых вырабатывает сигналы управления теми или иными управляемыми объектами. Такие управляющие сигналы называются *микрооперациями*, а их совокупность, выполняемая за один такт работы ООП, — *микрокомандами*. Совокупность микрокоманд, обеспечивающая реализацию алгоритм образования понятия, называется *микропрограммой*.

Каждая микрокоманда, включающая набор микроопераций и адрес следующей микрокоманды, может, как и команда, храниться в ЗУ (ЗУ микропрограмм) или реализоваться аппаратурно-структурной схемой в том или ином элементном базисе. Заметим при этом, что процессор ООП может быть построен так, что выполняемые в нем команды реализуются или аппаратурно, или в блоке микропрограммного управления в соответствии с микропрограммами, определяющими элементарные действия процессора при выполнении той или иной команды. В последнем случае говорят, что ООП имеет процессор с

микропрограммным управлением. Наиболее часто микропрограммное управление используется в микропроцессорах.

Таким образом, программная и микропрограммная реализации алгоритма образования понятия предполагают наличие программы (или микропрограммы) и аппаратурных средств в виде процессора или микропроцессора, поэтому фактически такая реализация является программно-аппаратурной. Однако, как правило, ее называют просто программной, а термин программно-аппаратурной реализации используется в том случае, когда отдельные частные алгоритмы реализуются аппаратурно, например, в ФБ, а другие — программно в ЦБУ иерархического или распределенного ООП.

Литература

1. Голованова Е. И. Введение в когнитивное терминоведение : учеб. пособие / Е. И. Голованова. – М. : ФЛИНТА : Наука, 2011. – 224 с.
2. Лебедев С. А. Философия науки: краткая энциклопедия (основные направления, концепции, категории) / С. А. Лебедев. – М. : Академический Проект, 2008. – 692 с. (Серия «Gaudeamus»)
3. Перелік наукових спеціальностей // Затверд. наказом Міністерства освіти і науки, молоді та спорту України від 14.09.2011 № 1057
4. Большая Советская Энциклопедия: в 30-ти т. – М. : Сов. энциклопедия, 1969-1975. – 30 т.
5. Химический энциклопедический словарь / Гл. ред. И. Л. Кнунянц. – М. : Сов. энциклопедия, 1983. – 729 с.
6. ДСТУ ISO 1087-1:2007 Термінологічна робота. Словник термінів. Частина 1. Теорія та використання (ISO 1087-1:2000, IDT).
7. Лейчик В. М. Терминоведение: Предмет, методы, структура / В. М. Лейчик. – Изд. 4-е. – М. : Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2009. – 256 с.
8. Єрмоленко С. Я. Українська мова. Короткий тлумачний словник лінгвістичних термінів / С. Я. Єрмоленко, С. П. Бибик, О. Г. Тодор ; за ред. С. Я. Єрмоленко. – К. : Либідь, 2001. – 224 с.
9. Авербух К. Я. Общая теория термина / К. Я. Авербух. – М. : Издательство МГОУ, 2006. – 252 с.
10. Дудник І. М. Вступ до загальної теорії систем : Посібник / І. М. Дудник – Полтава : 2010. – 129 с. – Режим доступу: <http://infpp.ua/wp-content/uploads/2010/09/wdzts919.pdf>
11. Універсальна десяткова класифікація (УДК) [Електронний ресурс] / зі змінами та доповненнями станом на 2006 рік. – К. : Книжкова палата України ім. Івана Федорова, 2010. – 1 ел. опт. диск (CD-ROM).
12. ДСТУ 3966:2009 Термінологічна робота. Засади і правила розроблення стандартів на терміни та визначення понять.
13. ISO 704:2009 Terminology work – Principles and methods (Термінологічна робота – Принципи та методи).
14. ISO 10241-1:2011 Terminological entries in standards. – Part 1: General requirements and examples of presentation (Термінологічні статті у стандартах. – Частина 1: Загальні вимоги та приклади подавання).
15. ISO 10241-2:2012 Terminological entries in standards – Part 2: Adoption of standardized terminological entries (Термінологічні статті у стандартах – Частина 2 : Приймання застандартизованих термінологічних статей).

16. Кияк Т. Фахові мови як новий напрям лінгвістичного дослідження / Тарас Кияк // *Іноземна філологія*, 2009. – Вип. 121. – С. 138-141. – Режим доступу: http://www.nbu.gov.ua/portal/Soc_Gum/infil/2009_121/articles/14%20kyiak%20ling.pdf
17. Селіванова О. О. Лінгвістична енциклопедія / О. О. Селіванова. – Полтава : Довкілля-К, 2011. – 844 с.
18. Українська мова. Енциклопедія / Редкол. : В. М. Русанівський, О. О. Тараненко (співголова), М. П. Зяблюк та інші. – 2-ге вид., випр. і доп. – К. : Укр. енцикл., 2004. – 824 с.
19. Зарицький М. Актуальні проблеми українського термінознавства : Підручник / М. Зарицький. – К. : ІВЦ Видавництво «Політехніка» ; ТОВ Фірма «Періодика», 2004. – 128 с.
20. Сифоров В. И. Терминологическая деятельность в Академии наук СССР. К 50-летию создания Комитета научно-технической терминологии АН СССР / В. И. Сифоров, А. З. Чаповский // *Вестник Академии наук СССР*, 1989. – № 3. – С. 94-100. – Режим доступа: <http://www.ras.ru/FStorage/download.aspx?Id=84d2094e-9568-45bd-bd59-26c247a89518>
21. Шелов С. Д. Терминологическая норма в освещении российских лингвистов в период 70-80-х годов XX века / С. Д. Шелов, В. М. Лейчик // *Термінологічний вісник: Зб. наук. праць / Відп. ред. В. Л. Іващенко*. – К. : ІУМ НАНУ, 2011. – Вип. 1. – С. 7-18.
22. Технічний комітет стандартизації науково-технічної термінології [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <http://www.lp.edu.ua/tc.terminology>
23. Онуфрієнко Г. С. Науковий стиль української мови: Навчальний посібник з алгоритмічними приписами / Г. С. Онуфрієнко. – 2-ге вид. перероб. та доп. – К. : Центр учбової літератури, 2009. – 392 с.
24. Суперанская А. В. Общая терминология: Терминологическая деятельность / А. В. Суперанская, Н. В. Подольская, Н. В. Васильева. – Изд. 2-е, стереотип. – М. : Едиториал УРСС, 2005. – 288 с.
25. Культура русской речи: Учебник для вузов / Под ред. проф. Л. К. Граудиной и проф. Е. Н. Ширяева. – М. : Издательская группа НОРМА-ИНФРА М, 1999. – 560 с.
26. Фомина Л. Ю. Унификация нормативной правовой терминологии : автореф. дис. ... канд. юрид. наук : 12.00.01 – Теория и история права и государства ; История учений о праве и государстве / Фомина Лилия Юрьевна. – Нижний Новгород, 2006. – 24 с. – Режим доступа: www.unn.ru/pages/disser/62.pdf

27. Микиша А. М. Толковый математический словарь. Основные термины : около 2 500 терминов / А. М. Микиша, В. Б. Орлов. – М. : Рус. яз., 1989. – 240 с.
28. Брюханов А. В. Толковый физический словарь. Основные термины : Около 3 600 терминов / А. В. Брюханов, Г. Е. Пустовалов, В. И. Рыдник. – М. : Рус. яз., 1988. – 232 с.
29. Толковый словарь по химии и химической технологии. Основные термины : Около 5 500 терминов / С. М. Баринов, Б. Е. Восторгов, Л. Я. Герберг и др. ; Под ред. Ю. А. Лебедева. – М. : Рус. яз., 1987. – 528 с.
30. Корнеева Т. В. Толковый словарь по метрологии, измерительной технике и управлению качеством. Основные термины : Около 7 000 терминов / Т. В. Корнеева. – М. : Рус. яз., 1990. – 464 с.
31. Захаров Б. В. Толковый словарь по машиностроению. Основные термины : Около 5 000 терминов / Б. В. Захаров, В. С. Киреев, Д. Л. Юдин ; Под ред. А. М. Дальского. – М. : Рус. яз., 1987. – 304 с.
32. Горохов П. К. Толковый словарь по радиоэлектронике. Основные термины : Около 6 000 терминов / П. К. Горохов. – М. : Рус. яз., 1993. – 246 с.
33. ГалузевиЙ Нормативно-термінологічний центр нафтогазового комплексу [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <http://www.msu.kharkov.ua/tc/>
34. ДСТУ 1.1:2001 Національна стандартизація. Стандартизація та суміжні види діяльності. Терміни та визначення основних понять.
35. ДСТУ 1.5:2003 Національна стандартизація. Правила побудови, викладання, оформлення та вимоги до змісту нормативних документів (ISO/IEC Directives, part 2, 2001, NEQ).
36. ISO/IEC Directives, Part 2: Rules for the structure and drafting of international Standards, Sixth edition, 2011 – 72 p. (Частина 2. Правила побудовита викладання міжнародних стандартів, шоста редакція, 2011). – Режим доступу: <http://isotc.iso.org/livelink/livelink?func=ll&objId=4230456&objAction=browse&sort=subtype>
37. ДСТУ ISO 9000:2007 Системи управління якістю. Основні положення та словник термінів (ISO 9001:2005, IDT).
38. ISO/IEC Guide 2:2004 (E/F/R) Standardization and related activities – General vocabulary – Eighth edition 2004 – 60 p. (Стандартизація та суміжні види діяльності – Загальний словник).
39. ДСТУ 3017-95 Видання. Основні види. Терміни та визначення.
40. Великий тлумачний словник сучасної української мови (з дод. і допов.) / Уклад. і голов. ред. В. Т. Бусел. – К. ; Ірпінь : ВТФ «Перун», 2005. – 1728 с.

41. ISO 4378-1:2009 Plain bearings – Terms, definitions, classification and symbols – Part 1: Design, bearing materials and their properties (Вальниці ковзання – Терміни, визначення понять і класифікація – Частина 1: Конструкція, матеріали вальниць та їхні властивості).
42. Войшвилло Е. К. Понятие. — М.: Изд-во МГУ, 1967. — 284 с.
43. Войшвилло Е. К. Понятие как форма мышления: логико-гносеологический анализ. — М.: Изд-во МГУ, 1989. — 239 с.
44. Власов Д. В. Логические и философские подходы к построению теоретической модели образования понятия // *Электронный журнал «Знание. Понимание. Умение»*. — 2009. — № 1 - Философия. Политология.
45. Философский словарь. — СПб. 1911. — С. 205
Элементарные понятия статистики. Электронный учебник <http://www.statsoft.ru/home/textbook/esc.html>
46. Виктор Франкл. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ ЛОГОТЕРАПИИ / Перевел А. Бореев, отредактировал В. Данченко. <http://psylib.ukrweb.net/books/franv01/index.htm>
47. Сергей Ермилов. Карикатура «Законы — понятия» <http://caricatura.ru/parad/ermilov/4941/>
48. Ильенков Э. В. Диалектическая логика. М., 1984. Очерк 5.
49. И. Ф. Берков. ЛОГИКА: задачи и упражнения. Минск: ТетраСистемс, 1998
50. Р. Бенерджи «Теория решения задач. Подход к созданию искусственного интеллекта» — М.: Мир, 1972 г.
51. Выготский Л. С. Мышление и речь. М., 1999. Гл. 5; Сахаров Л. С. О методах исследования понятий // «Психология», 1930 (т. III, вып. 1);
52. Выготский Л. С., Сахаров Л. С. Исследование образования понятий: методика двойной стимуляции // Хрестоматия по общей психологии. Психология мышления / Под ред. Ю. Б. Гиппенрейтер, В. В. Петухова. М., 1981.; Сахаров Л. С. О методах исследования понятий (1930) // Культурно-историческая психология. 2006. № 2. — С. 32-47.
53. Osgood C. E., Suci G., and P. Tannenbaum, *The Measurement of Meaning*. University of Illinois Press, 1957. ISBN 0-252-74539-6.
54. *Language, meaning and culture: the selected papers of C. E. Osgood* / ed. by Charles. E. Osgood and Oliver C. S. Tzeng. New York (etc.) : Praeger, 1990 XIII, 402 pp. ISBN 0-275-92521-8.
55. Петренко В. Ф., Введение в экспериментальную психосемантику: исследование форм репрезентации в обыденном сознании. — М.: Изд-во МГУ, 1983. — 175 с.
56. Шмелев А. Г., Введение в экспериментальную психосемантику. М.: Изд-во МГУ, 1983, 157 с.
57. Белянин В.П. Психолингвистика: Учебник. 6-е изд.- М.: Флинта,

- Московский психолого-социальный институт, 2009.- 420 с. ISBN 5-89349-371-0 (Флинта) ISBN 5-89502-421-1 (МПЦИ). стр. 209-216.
58. Osgood C. E., The nature and measurement of meaning, *Psychological Bulletin*, 49 (1952), 197—237.
59. Петренко В. Ф., Психосемантика сознания. — М.: Изд-во МГУ, 1988. — 207 с.
60. Горбань П. А., Нейросетевой анализ структуры индивидуального пространства смыслов. «Нейрокомпьютеры»: разработка, применение. 2002, № 4. С. 14-19.
61. Kelly G., The psychology of personal constructs. Vol. I, II. Norton, New York. 1955 (Republished by Routledge, London-New York, 1991) ISBN 0-415-03799-9.
62. Даудрих Н. И., Психосемантические методы в исследованиях бренда // Рекламодатель: теория и практика. Сентябрь 2003.
63. Агапова И. Ю., Восприятие рекламы: методика использования репертуарных решеток для формирования биполярных шкал семантического дифференциала // Социология: 4М. 1999. № 11. С. 73-100.
64. Архипова О. Н., Повышение эффективности сравнительных исследований с помощью использования качественно-количественного метода семантического дифференциала, Журнал «Маркетинг в России и за рубежом», № 1" 2005
65. Резвушкина Т., Использование метода семантического дифференциала при изучении гендерных стереотипов, Гендерные исследования в Центральной Азии. Алматы: Центр гендерных исследований. 2002.
66. Степнова Л. А., Изучение экономического сознания методом семантического дифференциала // Социологические исследования. 1992. № 8. С. 65-71.
67. Баранова Т. С., Эмоциональное «Я — Мы» (опыт психосемантического исследования социальной идентичности) // Социология: 4М. Декабрь 2002. № 14. С. 70-101.
68. Баранова Т. С., Психосемантические методы в социологии, Социология: 4М. 1994. № 3-4. С. 55-64.
69. Петренко В. Ф., Митина О. А., Психосемантический анализ динамики общественного сознания (на материалах политического менталитета). Смоленск, Изд-во СГУ, 1997.
70. Miller D. Y., Barker D. C. and Carman C. J., Mapping the Genome of American Political Subcultures: A Proposed Methodology and Pilot Study, *The Journal of Federalism* 2006 36(2), 303—315.

71. Бегоян А.Н. Подбор, оценка и расстановка персонала банка методом семантического дифференциала: принцип концептуальной совместимости // Материалы I Летней психологической школы: Сборник научных статей / Отв. ред. Е.Р. Агадуллина, А.В.Ловаков. [Электронный ресурс] – М.:Эннеагон Пресс, 2011.; с. 13-21.
72. Уемов А. И., Вещи, свойства и отношения, М., 1963
73. Р. Бенерджи «Теория решения задач. Подход к созданию искусственного интеллекта» — М.: Мир, 1972 г.

5. Понятие как понятийная система

5.1. Общие положения понятийной системы

Обычно для выражения своих мыслей люди пользуются интуитивно выбираемыми словами и словосочетаниями разговорного языка. Однако интуитивный подход для построения терминологии научной дисциплины неприемлем, так что приходится устанавливать границы применимости и точный смысл каждого слова или выражения в рамках данной научной или специальной области. При этом одни понятия используются только в узкоспециальных областях (например, сопротивление продольному изгибу). Другие понятия, часто выражаемые общеупотребительными словами, применяются в различных смыслах, причем часто их значения близки к обиходным, но иногда могут иметь значение, совершенно отличное от общепринятого (например, такие технические термины, как «журавль», «баба»).

Другая проблема связана с выбором наиболее точных названий для таких понятий, т. е. терминов. Так, даже отыскание общего выражения для понятия «машинный продукт» является сложной задачей. Здесь всегда нужно прислушиваться к критике, особенно со стороны тех, кто уже рассматривал аналогичные проблемы, тем более если при известных условиях было выбрано другое выражение для обозначения аналогичного содержания, риск неудачи здесь тем меньше, чем тщательнее и объективнее проведено сопоставление имеющихся данных, их обсуждение и необходимая унификация. Например, для машиностроения, как и для техники вообще, это справедливо в особенности, поскольку здесь развитие шло от практики к теории. В соответствии с установившейся традицией термины в технике чаще всего принимались интуитивно, без их точного определения. Например, термин «машина», являющийся основой целого ряда других понятий и терминов, имеет различное содержание в зависимости от специальной области, времени и места использования.

Терминологические трудности еще более усиливаются в связи с различиями смысла понятий в разных языках. Так, например, немецкий термин *Technik* (тешка) не совпадает с английским *technique* (методика, технический прием, оборудование), а немецкое слово *Konstrukteur* (конструктор, строитель, создатель) не адекватно соответствующему английскому *designer* (конструктор, проектировщик, художник).

Следует отметить, что даже в некоторых фундаментальных науках пока еще не достигнуто полное единство относительно некоторых терминов. Такое положение наблюдается в кибернетике и теории систем — науках, которые имеют для нас основополагающее значение. Отсутствие единства по терминологическим вопросам не позволяет сослаться на соответствующую литературу и вынуждает рассматривать некоторые элементарные, но важные понятия.

В основу определения используемых в данной работе названий для обозначения понятий положены следующие принципы:

- широкое применение терминов в их укоренившемся значении, которое может быть лишь уточнено;
- ориентация в терминологическом плане на фундаментальные науки, такие, как познания и созидания, теория систем, теория информации, математика и другие, с учетом того, что вводимые термины должны охватывать множество фундаментальных наук;
- применение, где это возможно, международной терминологии, что облегчает понимание на международном уровне.

При определении понятий будем использовать также многие уже принятые термины.

Кроме того, для различных понятий наряду с их определениями и названиями, будут рекомендованы также буквенные и другие символы для их обозначения. Использование символов, с одной стороны, соответствует целям установления общепринятой терминологии, а с другой — позволяет сократить записи и затраты творческого труда. Определение понятий будя осуществляться в два этапа. Сначала будут даны определения наиболее важных основных понятий. Специальные понятия теории понятийных систем будут приведены позднее, в порядке обсуждения соответствующих тем. Для облегчения ориентации основные понятия обобщаются в соответствующие группы, например множество, система, тип системы и т. д. Отношения между этими отдельными понятиями в группах определяются последовательно. Например, при определении понятия «система» используется понятие «множество», следовательно, определение системы вытекает из определения множества.

Для определения понятий и установления терминов здесь будут использованы не все возможности. Так, например, мы не воспользуемся возможностями математической логики, исчисления высказываний и предикатов, несмотря на то что для наших целей понятия упомянутых областей знания были бы очень подходящими. Это связано с тем, что соответствующие науки еще не получили широкого распространения и чтение логических символов потребовало бы от читателей знаний в малознакомых областях.

Смысл системного подхода при исследовании процессов образования понятий в теории понятий заключается в рассмотрении любого понятия как системы взаимосвязанных элементов, образующих единое целое. Такое образование мы будем называть *понятийной системой*. К элементам понятийной системы будем относить отчетливые признаки объекта или процесса, взаимосвязанная совокупность которых образует понятие. Линия развития и образования понятия представляет собой совокупность нескольких узловых точек — понятийных систем, резко отличающихся друг от друга (если их сравнивать только между собой). Между узловыми точками лежит множество промежуточных понятий — понятийных систем с небольшими изменениями по сравнению с предшествующим шагом развития. Понятийные системы как бы «перетекают» одна в другую, медленно эволюционируя, отодвигаясь все дальше от исходного понятия, преобразаясь — иногда до неузнаваемости. Мелкие изменения накапливаются и становятся причиной крупных качественных преобразований понятия. Чтобы познать эти закономерности, необходимо определить, что такое понятийная система, из каких элементов она состоит, как возникают и функционируют связи между частями, каковы последствия от действия внешних и внутренних факторов и т. д. Несмотря на огромное разнообразие, понятия как понятийные системы обладают рядом общих свойств, признаков и структурных особенностей, что позволяет считать их единой группой объектов.

Каковы основные признаки понятийных систем?

К ним можно отнести следующие:

— понятийные системы состоят из частей, элементов-отличительных признаков, то есть имеют структуру; одним из средств формального описания структуры понятия является *математическая решетка*;

— понятийные системы создаются для каких-то целей, то есть выполняют функции; базовыми функциями, которые несут в (на) себе понятия, являются: истинность, достоверность, доказуемость, однозначность толкования смысла понятия;

истинность определяется *степенью* истинности понятия;

достоверность определяется *уровнем* достоверности понятия;

доказуемость определяется *необходимостью, достаточностью, полнотой*;

смысл определяется *доступностью* его понимания;

— элементы (части) понятийной системы имеют связи друг с другом, соединены определенным образом, организованы в пространстве и времени; в качестве связей выступают *отношения* между отличительными признаками (элементами);

— каждая понятийная система в целом обладает каким-то особым качеством, не равным простой сумме свойств составляющих ее отличительных признаков (элементов), иначе пропадает смысл образования понятия (цельного, функционирующего, организованного).

Способы представления понятия:

- звуком,
- мимикой,
- жестом,
- знаком,
- словом,
- словосочетанием,
- выражением.

Только функционально точно связанные отличительные признаки понятия дают главное качество понятия (и оправдывают его существование). Точно так же набор букв (например, *а, л, к, е*), соединившись только определенным образом, дает новое качество (например, слово *елка*).

Понятие как понятийная система (ПС) — это совокупность упорядоченно взаимодействующих отличительных признаков, обладающая свойствами, не сводящимися к свойствам отдельных отличительных признаков, и предназначенная для однозначного семантического толкования смысла понятия.

Другими словами:

понятийная система — это организованная в структуру совокупность отличительных признаков и свойств предмета, обеспечивающая процесс образования понятия.

Таким образом, понятийная система имеет четыре главных (базовых, фундаментальных) признака: **функциональность, целостность (структура), организация, системное качество понятия.**

Отсутствие хотя бы одного признака не позволяет считать объект понятием как понятийной системой. Ниже эти признаки будут рассмотрены подробнее.

Между элементами понятийной системы существуют определенные *отношения*. Возможны также понятийные системы, включающие изолированные элементы (или группы элементов), которые не имеют отношений с другими элементами понятийной системы.

Элемент и понятийная система являются *относительными* понятиями. Элемент может одновременно являться понятийной системой меньших элементов, а понятийной система в свою очередь может быть элементом некоторой большей понятийной системы. Например, понятие «машина» — это понятийная система, образованная своими

элементами, и в то же время это понятие «машина» может быть элементом некоторого более сложного понятия. Понятийная система может быть декомпозирована на понятийные подсистемы различной сложности.

5.2. Функциональность

5.2.1. Цель — функция

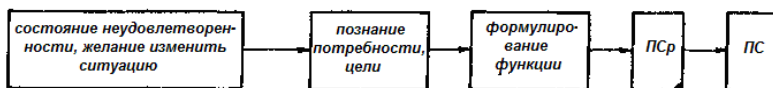
В основе любого процесса, в том числе процесса образования понятия, лежит понятие цели. Бесцельно образованного понятия не существует. В понятийных системах цель задается человеком, и они предназначены для отражения выполняемых функций объектным или процессным понятием. Цель — воображаемый итог, ради которого образуют новое понятие. Таким образом, синтез понятия как ПС — это целенаправленный процесс.

Появление цели образования нового понятия — это результат осознания потребности образования нового понятия. Человек отличается от других живых существ тем, что ему свойственны повышенные притязания — намного выше возможности естественных органов. Потребность (постановка задачи) — это то, что нужно иметь (сделать), а функция — реализация потребности в новом понятии.

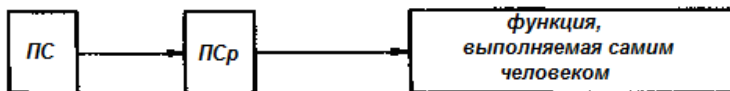
Потребность может быть удовлетворена несколькими функциями, например, потребность в понятии «обмен продуктами труда» — натуральный обмен, по эквивалентам, денежная система. Так же и выбранная функция может быть воплощена в нескольких понятиях реальных объектов, например, деньги — медь, золото, бумага, зубы акулы и т. д. И, наконец, любое понятие реального объекта может быть получено (синтезировано) несколькими путями или его образование может быть основано на разных научных принципах, например, при образовании понятия «процесс получения бумаги» следует учитывать, что бумагу можно получить различными способами, рисунок нанести краской, в виде голограммы и т. д. Таким образом, понятийные системы, в принципе, имеют множественные пути развития. Специалист все же каким-то образом выбирает одну дорогу воплощения потребности образования понятия.

Возникновение потребностей, осознание цели и формулирование функции понятия — это процессы, происходящие внутри человека. Но реально действующая функция — это воздействие на предмет труда (изделие) или служение человеку. То есть не хватает промежуточного

звена — понятийного средства. Это и есть носитель функции понятия в чистом виде. *ПСр* — функционально базовая часть понятийной системы. Все остальные части ПС вспомогательны. ПС возникали на первых этапах как понятийные средства (взамен и в дополнение органов чувств). И только потом, для увеличения полезной функции, к понятийному средству «пристраивались» другие части, подсистемы, вспомогательные системы. Этот процесс можно изобразить так:



Представим себе (пока умозрительно), что возможен и обратный ход — как продолжение данного.



Первая половинка процесса — развертывание понятия, вторая свертывание. То есть человеку, в общем-то, нужна функция, а не ее носитель.

Для облегчения перехода от функции к ее носителю — понятийному средству будущей ПС — необходима точность в описании функции понятия. Чем конкретнее описана функция понятия, чем больше дополнительных условий, тем уже диапазон средств для ее реализации, тем определеннее ПС и ее структура. Мощным ограничителем вариантности служат выявленные закономерности развития понятийных средств в составе ПС.

Функционирование — это изменение свойств, характеристик и качеств понятийной системы в пространстве и времени. *Функция — это способность ПС проявлять свойство понятия (потребность, достоверность, истинность) при определенных условиях и содействовать использованию понятия в процессе преобразования предмета труда (изделие) в требуемую форму или величину.*

Для определения функции понятия необходимо ответить на вопрос: что делает эта ПС? (для существующих ПС), или — что должна делать ПС? (для синтезируемых ПС).

Иерархия функций

Каждая ПС может нести в себе несколько функций, из которых только одна базовая, ради которой она и существует, остальные — вспомогательные, сопутствующие, облегчающие выполнение базовой. Определение базовой функции (БФ) иногда вызывает затруднение. Это объясняется множественностью требований, предъявляемых к данному понятию со стороны смежных, близко находящихся по смыслу и прочим понятий. Отсюда кажущаяся бесконечность определений БФ (принципиальная неохватность всех отличительных признаков, их свойств и связей).

Пример: иерархия функций понятия «кирпич».

БФ-1 для определения понятия отдельного кирпича: держать свою форму, не разваливаться, иметь определенный вес, структуру, твердость. Требование со стороны смежных(соседних) понятий (других кирпичей и раствора в будущей стене): иметь прямоугольные грани, схватываться с раствором. БФ-2 для определения понятия «стена»: нести себя, быть вертикальной, не деформироваться при изменении температуры, влажности, нагрузки, ограждать что-то, нести нагрузку от чего-то. Определение понятия «кирпич» должно соответствовать части требований БФ-2. БФ-3 для определения понятия «дом»: должен создавать определенные условия для внутренней среды, защиту от атмосферных воздействий, иметь определенный внешний вид. Кирпич должен выполнять часть и этих требований. БФ-4 для определения понятия «город»: определенный архитектурный облик, климатические и национальные особенности и т. д. Кроме того, требования и к самому понятию «кирпич» постоянно увеличиваются: он не должен впитывать грунтовую влагу, должен иметь хорошие теплоизоляционные свойства, звукопоглощающие свойства, быть радиопрозрачным и т. п.

Таким образом, БФ данной понятийной системы — это *выполнение требований базовой (вышестоящей) понятийной системы*. Все остальные требования, по мере удаления иерархического уровня, от которого они исходят, оказывают все меньшее влияние на базовое понятие. Эти над- и подсистемные требования к базовому понятию могут быть выполнены и другими предметами, не обязательно данной понятийной системой. Например, свойство прочности кирпича может быть достигнуто различными добавками в исходную массу, а свойство эстетичности — приклеиванием декоративной плитки на готовую стенку, для БФ кирпича (выполнять «требования» стены) это безразлично. То есть БФ элемента *определяется системой*, в которую он включается. Тот же кирпич может быть включен во множество других систем, где его БФ будет совершенно непохожей, а то и противоположной приведенной выше.

Пример. Определить БФ для определения понятия «калорифер». Для чего калорифер? — Нагреть воздух в доме. Для чего нагревать воздух? — Чтобы его температура не упала ниже допустимой величины. Почему нежелательно падение температуры? — Чтобы обеспечить комфортные условия для человека. Для чего нужны комфортные условия человеку? — Чтобы уменьшить риск заболеть и т. д.

Это путь вверх по иерархии целей — в надсистему. Называемая на каждом этапе функция (цель) может быть выполнена и другой ПС. Калорифер входит в систему: «дом — воздух — человек — калорифер» и выполняет ее «требования».

Можно спуститься вниз по иерархии:

— что нагревает воздух? — тепловое поле;

— что производит тепловое поле? — нагревательная спираль;

— что действует на спираль для получения тепла? — электрический ток;

— что подводит электрический ток к спирали? — провода и т. д.

Итак, «требование» ПС для калорифера — нагревать воздух.

А что делает калорифер (его рабочий орган — спираль)? — Производит тепло, тепловое поле. Вот это и есть БФ калорифера — производство тепла, как «ответ» на «требование» надсистемы. Здесь тепловое поле — изделие, «выпускаемое» технической системой «Калорифер». БФ надсистемы — обеспечение комфортных условий для человека.

5.3. Структура понятия как понятийной системы

Функционирование понятийной системы задается ее структурой понятия. Относительно замкнутая понятийная система с заданной структурой понятия «функционирует» однозначно, т. е. ее структура понятия полностью определяет способ «функционирования». С другой стороны, функционирование не определяет структуру понятия однозначно. Одна и та же функция может быть реализована различными структурами понятий.

Понятие *структура* (Str) характеризует внутреннюю организацию, порядок и построение понятийной системы. Таким образом, структура понятия — это совокупность отличительных признаков предмета и отношений между ними.

Если $E = \{e_1, e_2, \dots, e_n\}$ есть множество отличительных признаков предмета, а $R = \{r_1, r_2, \dots, r_n\}$ — множество отношений, то структура

понятия $Str = \{E, R\}$ представляет собой множество, состоящее из E и R . Один и тот же предмет может быть определен несколькими понятиями и, следовательно, несколькими структурами. Так, например, для человеческого тела можно определить костную систему (структуру костей и связей между ними), систему кровообращения, нервную систему, систему пищеварения и т. д. Структура наряду с функционированием является наиболее важным свойством понятийной системы. В нашем понимании понятие «структура» отличается от соответствующего понятия в философии, где он используется для обозначения только множества отношений в системе.

Совокупность (целостность) элементов и свойств — неотъемлемый признак понятийной системы. Соединение элементов в единое целое необходимо для получения (образования, синтеза) базовой функции понятия, то есть для выполнения поставленной цели.

Если определение функции (цели) понятия в какой-то мере зависит от человека, то структура — наиболее объективный признак понятия, она зависит только от вида и состава используемых в ПС элементов, а также от общих законов мира, диктующих определенные способы соединения, виды связи и принципы «функционирования» элементов в структуре понятия. В этом смысле структура понятия — это способ взаимного соединения элементов в понятийной системе. Составление структуры понятия — это программирование понятийной системы, задание поведения ПС с целью реализации в результате базовой функции. Требуемая функция и выбранный физический принцип ее осуществления в определении понятия однозначно задают структуру понятия.

Структура понятия — это совокупность отличительных признаков (элементов) и связей (отношений) между ними, которые определяются принципом осуществления требуемой базовой функции понятия.

Структура остается неизменной в процессе функционирования понятия, то есть при изменении состояния, пределов устойчивости, отображения функций и любых других действий.

Главное в структуре понятия: элементы, связи, неизменность во времени.

5.3.1. Отличительный признак предмета как элемент структуры понятия

Элемент (отличительный признак предмета), система (понятийная система) — относительные понятия, любая система может стать

элементом системы более высокого ранга, также и любой элемент можно представить как систему элементов более низкого ранга. Например, болт (винт + гайка) — элемент двигателя, который в свою очередь является структурной единицей (элементом) в системе автомобиля и т. д. Винт состоит из зон (геометрических тел), таких, как головка, цилиндр, резьба, фаска; материал болта — сталь (система), состоящая из элементов железа, углерода, легирующих добавок, которые в свою очередь состоят из молекулярных образований (зерен, кристаллов), еще ниже — атомы, элементарные частицы.

Элемент (отличительный признак) — относительно целая часть системы, обладающая некоторыми свойствами, не исчезающими при отделении от системы. Однако в понятийной системе свойства отличительного признака предмета не равны свойствам отдельно взятого отличительного признака предмета.

Сумма свойств отличительного признака предмета в понятийной системе может быть больше или меньше суммы его свойств вне понятийной системы. Иначе говоря, часть свойств отличительного признака предмета, включаемого в понятийную систему, теряется или к отличительному признаку предмета добавляются новые свойства. В подавляющем большинстве случаев часть свойств отличительного признака предмета нейтрализуется в понятийной системе, как бы исчезает (растворяется). В зависимости от величины этой части говорят о степени потери индивидуальности отличительного признака предмета, включенного в понятийную систему.

Понятийная система обладает частью свойств отличительного признака предмета ее составляющих, но ни один отличительный признак предмета бывшей понятийной системы не обладает свойством всей понятийной системы (системным эффектом, качеством). Когда понятие «песок» перестает быть песком? — На ближайшем верхнем или нижнем «этаже»: песок — пыль — молекулы — атомы —...; песок — камень — скала...; у понятия «песчаные» свойства частично сохраняются при движении вверх и сразу исчезают при движении вниз по «этажам».

Отличительный признака предмета — минимальная единица понятийной системы, характеризующий некоторую функцию в описании определения понятия. Многие понятийные системы начинались с одного отличительного признака предмета, предназначенного для выполнения одной элементарной функции. С увеличением БФ начинается увеличение (усиление) каких-то свойств отличительного признака предмета. Затем идет дифференциация отличительного признака предмета, то есть разделение отличительного признака предмета на зоны с разными свойствами. Из моноструктуры

отличительного признака предмета (камень, палка) начинают выделяться другие отличительного признака предмета. Например, при превращении каменного резца в нож выделились рабочая зона и зона ручки, а затем усиление специфических свойств каждой зоны потребовало применения разных материалов (составные инструменты). Из рабочего органа (РQ) выделилась и развилась трансмиссия (Тр). Затем к РОи Тр добавляются двигатель (Дв), орган управления (ОУ), источник энергии (ИЭ). Понятийная система разрастается за счет усложнения своих элементов, добавляются вспомогательные подсистемы. Понятийная система становится высокоспециализированной, но наступает момент развития, когда она начинает принимать на себя функции соседних понятийных систем, не увеличивая количества своих элементов. Понятийная система становится все более универсальной при неизменном, а затем и сокращающемся количестве элементов.

5.3.2. Связи в структуре понятийной системы

Связь — это отношение между отличительными признаками предмета понятийной системы.

Отношением (R) называется взаимозависимость или взаимодействие двух и более отличительных признаков предмета либо явлений абстрактного или конкретного типа. При образовании понятия существенны объективные, определенные отношения, которые поддаются описанию в соответствии с физическими или логическими законами. Отношения связывают отдельные отличительные признаки предмета в различные понятийные системы. Выражение «отличительный признак предмета X находится в отношении R к отличительному признаку предмета Y» символически обозначается $R(X, Y)$. Отношение может быть рефлексивным, симметричным или транзитивным. Эти типы отношений можно охарактеризовать следующим образом:

- а) рефлексивность — каждое понятие (отличительный признак предмета) эквивалентно самому себе;
- б) симметричность — если одно понятие (отличительный признак предмета) эквивалентно второму, то второе понятие (отличительный признак предмета) эквивалентно первому;
- в) транзитивность — два понятия (отличительных признака предмета) эквивалентны между собой, если они по отдельности эквивалентны третьему.

Если выполняются все три условия, то отношение называется *отношением эквивалентности*. Отношение между двумя понятиями

(отличительными признаками предмета) будет также называться корреляцией.

Корреляция — это математическая модель отношения в обобщенной форме.

Виды отношений

Подобие. *Подобие* — это отношение сходства между двумя или более понятийными системами (объектами, процессами, понятиями,), определяемое некоторыми общими свойствами. Вообще говоря, возможен диапазон степеней подобия понятий от полного равенства (*идентичности*) до частного *сходства*. Можно говорить о функциональном, структурном и других видах подобия понятия. Будем понимать подобие понятий как одинаковость формы (но, как правило, не равенство по величине). Отношение подобия понятия имеет большое значение при математическом и лингвистическом описании понятия, а также при моделировании понятий. Законы подобия позволяют определить условия, при выполнении которых результаты модельных экспериментов справедливы для реальных условий. Например, течения газа или жидкости подобны при равных числах Рейнольдса. Область подобия может быть определена как пересечение множеств свойств, участвующих в данном отношении.

Аналогия. Соответствие существенных признаков, свойств, структур или функций понятийных объектов, процессов или явлений будем называть *аналогией*. Этот термин часто употребляется в том же смысле, что и подобие.

Гомоморфизм. Отношение между двумя понятийными системами (понятиями), когда каждую составную часть и каждое отношение одной понятийной системы можно отобразить на некоторую составную часть и некоторое отношение второй понятийной системы (но не обратно), называется *гомоморфизмом*. В этом случае выполнение соответствующих условий подобия позволяет перенести результаты модельных экспериментов на натуру. Область подобия может быть определена как пересечение множеств свойств понятия.

Изоморфизм. *Изоморфизмом* называется отношение между двумя понятийными системами, когда каждой составной части одной понятийной системы может быть поставлена в соответствие определенная составная часть другой понятийной системы и наоборот (симметричность), а также, когда для каждого отношения между двумя соответствующими составными частями имеется такое же отношение в другой понятийной системе и наоборот.

Идентичность. Это отношение между понятийными объектами или процессами, характеризующимися одинаковыми свойствами

(признаками). При абсолютной идентичности должны быть одинаковыми все свойства, при относительной — только некоторые (в этом случае имеет место подобие).

Эквивалентность. Понятийные объекты или процессы называются эквивалентными, если между ними имеется отношение эквивалентности, т.е. равноценности. Эквивалентность полнее идентичности, так как для последней характерна только рефлексивность. Применительно к науке и технике оба понятия будут использоваться как синонимы, т. е. под эквивалентностью будет подразумеваться абсолютная идентичность.

Математические функции. Важный класс отношений выражают *математические функции* как закономерные зависимости от переменной: $y=f(x)$. Такого рода математические функции выражают точно установленное отношение между x и y , т. е. детерминированную связь в понятии.

Причинность. Между причиной и вызванным ею следствием существует асимметричное отношение. Причина вызывает следствие. Существует строгая (детерминированная типа «если . , то») или ослабленная форма причинного отношения. Причинная цепь имеет место, если следствие выступает в качестве причины дальнейших следствий.

Связь. Если определенные выходы отличительного признака предмета (понятия) одновременно являются входами какого-либо отличительного признака предмета (понятия), то такого рода отношение называется *связью*. Связь может быть прямой (последовательной либо параллельной), обратной или комбинированной (рис. 1); она может быть материальной, энергетической или информационной.

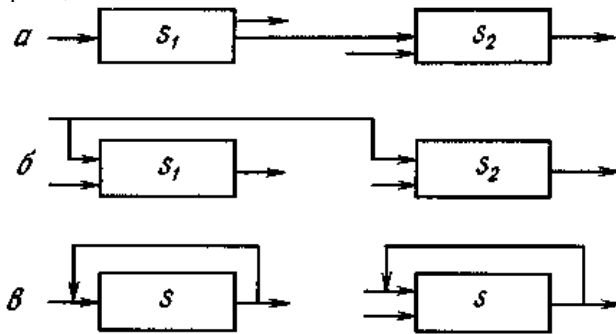


Рис. 1. Виды связей между отличительными признаками предмета (понятия): *a*—последовательная, *б*—параллельная, *в* — обратная и комбинированная связи

Отношение цель — средство. Это — двухместное асимметричное отношение между системой целей (назначением, задачей) и средством их реализации.

Пространственное отношение. Отношение такого рода характеризует взаимное положение отличительных признаков предмета (понятий) отношения в пространстве. Пространственные отношения используются при образовании понятий в топологии.

Логическое отношение. Логическим отношением (в логике — двух- или многоместным предикатом) называется отношение между объектами типа « l_1 меньше, чем l_2 », или « l_3 находится около l_4 ». Известными константами (функторами) являются: И; ИЛИ; И-ИЛИ; НЕ-ИЛИ; ТАК, ЧТО; ИЛИ-ИЛИ; ЕСЛИ-ТО; ТОЛЬКО ЕСЛИ-ТО; ТОЛЬКО ТОГДА-КОГДА; РАВНО. Из этого перечисления ясно, что многие описанные выше отношения являются также логическими отношениями. В ЭВМ реализация отношений такого рода осуществляется логическими элементами.

Временное отношение. Отношение такого рода описывает упорядочение понятийных процессов и событий во времени.

При формировании понятия часто будем понимать связь между отличительными признаками предмета как «разность информиционных потенциалов» между отличительными признаками предмета, то есть *градиент информации* (отклонение от информационного равновесия — принцип А.Кононюка). При градиенте возникает информационное следствие, вызывающая поток *информации*:

— градиент информации о температуре — поток информации о теплоте,

— градиент информации о концентрации — поток информации о веществе (диффузия),

— градиент информации о скорости — поток информации об импульсе,

— градиент информации об электрическом поле — поток информации об электрический ток, а также градиенты информации о давлении, магнитном поле, плотности и т. д.

Часто в задачах образования понятий требуется образовать поток информации при градиенте информации «не своего» поля. Например, поток информации о веществе (нитиноловых пустотелых шариках) при градиенте информации о температуре в задаче о выравнивании температуры по глубине бассейна.










Основные характеристики понятийной связи: информационное наполнение и мощность. *Информационное наполнение* — это вид информационного потенциала, используемого в понятийной связи. *Мощность* — интенсивность информационного потока. Мощность понятийной связи должна быть больше мощности внепонятийных связей, выше пороговой — уровня шума внешней среды.

Связи в понятийной системе могут быть: функционально необходимые, для выполнения БФ; вспомогательные, увеличивающие смысл понятия; вредные, лишние, избыточные.




По типу соединения понятийные связи бывают: линейные, кольцевые, звездные, транзитные, разветвленные и смешанные.

Основные виды связей, используемые при образования понятия (понятийной системы)

1. Элементарные:

-  — *односторонняя* (полупроводниковая);
-  — *рефлексивная* (возникающая под действием внешней причины);
-  — *селективная* (отсеивающая ненужные потоки);
-  — *запаздывающая* (с задержкой по времени);
-  — *положительная* (увеличивающая мощность при увеличении «разности информационных потенциалов»);
-  — *отрицательная* (уменьшающая мощность при увеличении «разности информационных потенциалов»);
-  — *нейтральная* (безразличная к направлению информационного потенциала);
-  — *нулевая*;
-  — *проектируемая* (желаемая).

2 Комбинированные:

-  — *двусторонняя* (полностью проводящая),
-  — *контрсвязь* (пропорционально зависящая от состояния отличительных признаков предмета, между которыми осуществляется связь, например, при образовании понятий «полюса магнита» или «потенциалы источника тока»);
-  — *положительная обратная* (при увеличении мощности одной связи увеличивается мощность другой), механизм

взаимной стимуляции функций ведет к нарастанию понятийных процессов;



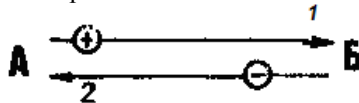
— *отрицательная обратная* (при увеличении мощности одной связи уменьшается мощность другой), стабилизирующий механизм ведет к устойчивому информационному равновесию или к колебаниям вокруг точки информационного равновесия;



— *двойная отрицательная обратная*, или обратная связь типа взаимного угнетения (при уменьшении мощности одной связи уменьшается также мощность другой), ведет к неустойчивому информационному равновесию, кончающемуся усилением одной из сторон и подавлением другой.

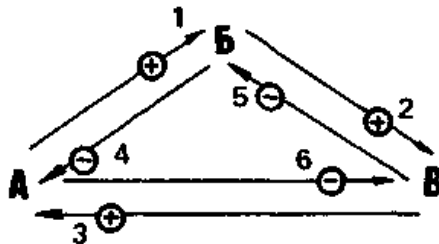
При использовании комбинированных понятийных связей у понятия появляются новые свойства. Рассмотрим, например, понятийную систему из двух отличительных признаков с отрицательной обратной понятийной связью:

При увеличении информационного потенциала *A* «мощность» положительной связи *1* возрастает, что приводит к увеличению информационного потенциала *B*. Но отрицательная связь *2* подавляет информационный потенциал *A*. Понятийная система быстро приходит в состояние устойчивого равновесия.



При обрыве связи *2* информационный потенциал *A* увеличивается без подавления со стороны *B*. При обрыве связи *2* информационный потенциал *A* увеличивается и одновременно увеличивается информационный потенциал *B* (положительная связь).

В понятийной системе же из трех отличительных признаков появляется еще более сильное качество понятия.



При увеличении информационного потенциала *A* увеличивается *B*, но по связи 4 подавляется *A*; по связи 2 увеличивается *B*, но по связи 5 уменьшается *B*, а по связи 6 уменьшается *B* и т. д. То есть вывод любого отличительного признака из состояния информационного равновесия быстро взаимно подавляется. При обрыве любой связи взаимное подавление также происходит быстро по другим связям. То же — при обрыве двух связей. В понятийной системе создается устойчивое информационное равновесие, при котором описанное состояние отличительного признака может быть лишь незначительно сдвинуто от информационного равновесия.

Здесь приведен пример с одинаковой комбинированной связью (отрицательной). Другие, еще более необычные, эффекты возникают с разнородными связями, с большим количеством отличительных признаков, с появлением перекрестных связей (начиная с диагональной в квадрате). Необходимо разработать по «наложению» этих типов связей на анализ понятий.

Увеличение степени организации понятийной системы прямо зависит от числа связей между отличительными признаками. Развитость связей — это раскрытие истинности понятия (увеличение степени истинности понятия). Как увеличить количество связей в понятии? — Двумя путями: 1) включение отличительных признаков понятийной системы в связи с надсистемами, 2) задействование более низких уровней организации понятийной подсистемы. При увеличении числа связей, приходящихся на один отличительный признак, увеличивается количество «полезно работающих» свойств отличительных признаков.

5.3.3. Типы структур понятий и их свойства

Выделим несколько наиболее характерных структур понятий:

1. Корпускулярная. Состоит из одинаковых отличительных признаков, слабосвязанных между собой, исчезновение части отличительных признаков почти не отражается на смысловой функции понятия. Примеры: эскадра кораблей, песчаный фильтр.



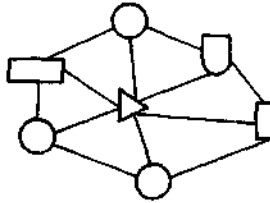
2. «Кирпичная». Состоит из эквивалентных отличительных признаков жесткосвязанных между собой элементов. Примеры: стена, арка, мост.



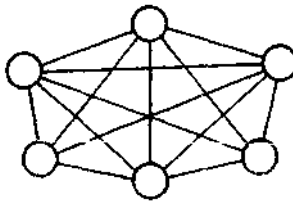
3. Цепная. Состоит из однотипных «шарнирно» связанных отличительных признаков. Примеры: гусеница, поезд.



4. Сетевая. Состоит из разнотипных отличительных признаков, связанных между собой или непосредственно, или транзитом через другие, или через центральный (узловой) отличительный признак (звездная структура). Примеры: телефонная сеть, телевидение, библиотека, система теплоснабжения.



5. Многоовязная. Включает множество перекрестных связей в сетевой модели.



6. Иерархическая. Состоит из разнородных отличительных признаков, каждый из которых является составным отличительным признаком более высокого ранга и имеет связи по «горизонтали» (с отличительными признаками одного уровня) и по «вертикали» (с отличительными признаками разных уровней). Примеры: станок, автомобиль, винтовка.

По типу развития во времени структуры бывают:

1. Развертывающиеся — с течением времени при увеличении БФ растет количество отличительных признаков.

2. Свертывающиеся — с течением времени при росте или неизменном значении БФ количество отличительных признаков уменьшается.
3. Редуцирующие — в какой-то момент времени начинается уменьшение количества отличительных признаков при одновременном уменьшении БФ.
4. Деградирующие — уменьшение БФ при уменьшении связей, мощности, эффективности.

Определение понятия можно задать структурой. Относительно замкнутая понятийная система с заданной структурой определяется однозначно, т. е. ее структура полностью определяет способ формирования определения понятия. С другой стороны, определение понятия не определяет структуру однозначно. Одно и то же определение может иметь различные структуры.

Окружение (окружающая среда, *Umgebung*) структуры понятия теоретически исключает все, что не входит в определение понятия. Практически же мы ограничимся окружением, состоящим из структур понятий, включающих хотя бы один отличительный признак, выход которого является в то же время входом (определения этих понятий будут даны позднее) некоторого отличительного признака структуры понятия, либо отличительный признак, вход которого является одновременно выходом некоторого отличительного признака структуры понятия. Такое «непосредственное» окружение будет называться *реальным окружением*. Полное окружение структуры понятия включает следующие составные части: геосфера, атмосфера, биосфера (включая людей), техносфера и астросфера.

Вход (*In*) структуры понятия представляет внешнее отношение: окружающая среда → структура понятия. Входная величина отличительного признака может быть в зависимости от вида структуры понятия действием, связью (отношением) или параметром состояния объекта действия (операнда). Совокупность всех входов составляет обобщенный вход (который может быть представлен как вектор отдельных входов).

Выход (*Out*) структуры понятия представляет внешнее отношение: структура понятия → окружающая среда. Выходная величина отличительного признака может быть в зависимости от вида структуры понятия действием, связью или параметром состояния операнда. Совокупность всех выходов может быть сведена к обобщенному выходу (вектору выхода). Выход структуры понятия есть множество выходов всех отличительных признаков, которые не являются входами других отличительных признаков структуры понятия. Входная и выходная величины являются единственными связями структуры понятия с окружающей средой. Входы и выходы структуры понятия

включают все виды связей с окружающей средой: желательные и нежелательные (помехи), связи материального (S), энергетического (En) и информационного (I) характера. Необходимо заметить, что еще не сложилось единство мнений относительно использования понятий входа структуры понятия и выхода структуры понятия. Можно рассматривать вход и выход соответственно как входные (рецепторы) и выходные (эффекторы) описания отличительных признаков или определений структуры понятия. В этом случае через них проходят воздействия на структуру понятия (влияние окружения) и проявляются ее реакции (влияние структуры понятия на окружение). Для других мнений вход и выход — это соответственно то, что поступает в структуру понятия и выходит из нее, т. е. то же самое, что пища и отходы для биологических систем. Подобные толкования понятий «вход» и «выход» основаны на рассмотрении целей и представлений, исходя из которых создается структура понятия.

Свойства структур понятия и их оценки

Каждая структура понятия, ее отличительные признаки и отношения обладают *свойствами* (E), присущими этому понятию и точно его определяющими, такими как размеры, масса, скорость, форма, стабильность, а также технологичность, транспортабельность и особенно способность что-либо делать, т. е. функционировать.

Необходимо сделать замечание относительно терминологии в этой области. В исчислении предикатов со свойствами связаны соответствующие однозначные предикаты. В языке предикаты используются для описания свойств. В философии существенные свойства называются атрибутами. Для характеристики существенных свойств объективов используется понятие «параметр», определяющее в некотором отношении функцию соответствующего объекта.

Свойством является всякий существенный признак предмета. Предметов, как и понятий, без свойств не существует. Однако степень воплощения этих свойств может быть различной. Например, одним из свойств людей является рост. Если рост определенного человека 170 см, то можно сказать, что мера этого свойства (роста) равна 170 см (при использовании сантиметра как единицы измерения). В этой связи мы сталкиваемся с проблемой количественного определения (измерения, квантификации) свойства.

Для совокупной характеристики предмета, например при его оценке, выбирают существенные свойства этого предмета. В этих случаях будем говорить о *частной, обобщенной и совокупной оценках*, обобщенном *качестве* или ценности (смысл понятий, применяемых здесь, отличается от их смысла, например, в философии или психологии). Для получения совокупной оценки необходимо измерить

отдельные свойства предмета, а частные оценки превратить в обобщенные.

Совокупность значений свойств системы в определенный момент времени называется «*состоянием*» понятия. Аналогично качеству «состояние» понятия можно определить вектором, имеющим в качестве компонентов отдельные свойства. При определении качества или состояния абстрагируются от большей части несущественных или не представляющих интереса свойств.

Два «состояния» понятия могут быть одинаковыми или различными. Различие между состояниями называется их *разностью*. Разность возникает при переходе системы из одного состояния в другое. Разность может быть дифференциальной (когда имеет место непрерывный переход к следующему состоянию) либо дискретной.

Структура понятия может быть представлена ее моделью. На рис. 2, представлена модель структуры понятия, которая наглядно иллюстрирует приведенные выше определения и их взаимосвязи.

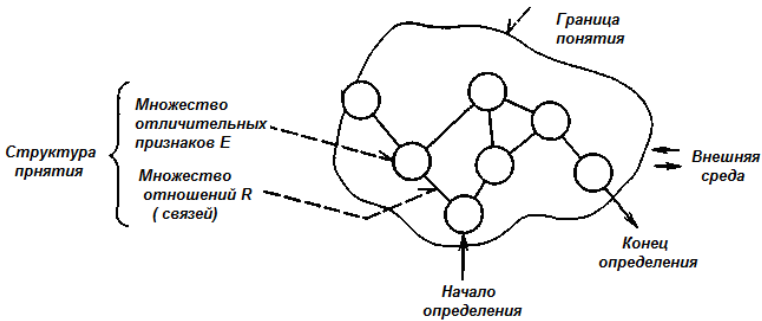


Рис. 2. Модель структуры понятия.

Используя различные критерии, можно установить большое количество понятий, которые описывают различные типы систем. Рассмотрим понятия описывающие системы, которые проклассифицированы следующим образом:

- а) По положению системы в иерархии:
— надсистема, система, подсистема.
- б) По связям с окружением:
— открытые (с определенным окружением, т. е. по крайней мере с одним входом или выходом);
— замкнутые (без связей с окружением).
- в) По изменению состояния:
— динамические (состояние изменяется во времени);

- статические (состояние не изменяется во времени).
- г) По характеру функционирования:
 - детерминированные (в зависимости от состояния системы можно однозначно судить о ее функционировании);
 - стохастические (можно только высказать предположение относительно различных возможных вариантов функционирования).
- д) По типу элементов (в смысле их конкретности):
 - конкретные (элементами являются реальные объекты);
 - абстрактные (элементами являются отвлеченные объекты).
- е) По происхождению системы:
 - естественные (созданные природой);
 - искусственные (созданные людьми).
- ж) По характеру зависимости выходов:
 - комбинаторные (выход зависит только от входа);
 - секвентивные (выход зависит от входа и других величин).
- з) По степени сложности структуры:
 - предельно сложные (например, мозг, народное хозяйство);
 - очень сложные (например, полностью автоматизированное предприятие, производственный комплекс);
 - сложные (например, легковой автомобиль, библиотека университета);
 - простые (например, семейная библиотека, болтовое соединение).
- и) По виду элементов:
 - системы типа «объект» (элементами являются предметы, например дом, двигатель, машина);
 - системы типа «процесс» (элементами являются операции, например изготовление, фильтрация, перегонка, приготовление пищи).

Символическое представление понятия

Символически понятие мы будем изображать четырехугольником, кругом или их комбинацией, используя для систем типа «объект» (*O*) и систем типа «процесс» (*P*) различные символы (рис. 3).

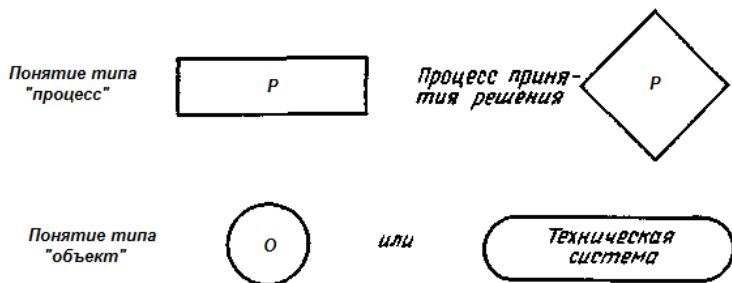


Рис. 3. Графическое обозначение двух типов понятий.

Понятие типа «объект» не требует особых пояснений, поэтому мы остановимся более подробно на понятии типа «процесс».

Вообще говоря, понятие «процесс» означает, что что-то происходит, совершается, т. е. изменяется с течением времени. В природе нескончаемо что-нибудь происходит. Естественным изменениям, т. е. таким процессам, как старение, выветривание, эрозия, подвержены даже такие объекты, которые нам кажутся очень стабильными, неизменными, например скалы и горы. То же самое относится и к процессу существования живого существа.

Наряду с естественными процессами человек создает искусственные процессы с целью осуществления необходимых или желательных для него изменений. Такие изменения служат удовлетворению человеческих потребностей. Хотя человек и подчиняется законам природы, все же он может ускорить, усилить или улучшить некоторые природные процессы или их свойства.

Целенаправленное изменение определенных объектов имеет для людей жизненную важность. Искусственные процессы, в которых те или иные свойства объекта действия (операнда) претерпевают соответствующие изменения при участии людей и технических средств, вследствие чего достигается желаемое состояние операнда, будем называть *преобразованиями*.

Понятие «операнд» (*Od*) здесь выбран в качестве общего названия всех предметов и их состояний, подвергаемых целенаправленному преобразованию. Преобразование есть следствие определенных воздействий, основанных на физических, химических или биологических явлениях и описываемых некоторой инструкцией — рецептом, алгоритмом, технологией. Науками, исследующими преобразования в какой-либо определенной области, являются, например, термодинамика, технология производства.

Воздействия на операнд выполняются *операторами*. Эти воздействия являются *выходами* операторов. На рис. 4 представлена общая модель процесса преобразования.



Рис. 4. Модель процесса преобразования.

Воздействия операторов осуществляются в виде потоков материи (S), энергии (E_n) и информации (I).

Нужно пояснить еще одно важное понятие — *алгоритм*. Процесс преобразования представляет собой совокупность *операций* (O); алгоритм — это однозначно определенная последовательность операций, которая либо устанавливается один раз заранее и действительна в течение всего процесса преобразований, либо меняется в зависимости от результата выполненной операции. Таким образом, алгоритм можно определить аналогично структуре процесса как упорядоченное множество операций, их отношений и условий перехода от одной операции к другой. Значительное сходство имеется между понятиями алгоритма и технологического процесса, представляющего собой последовательность операций изготовления изделия.

Довольно типичными видами процессов в технике являются *управление* и *регулирование*. Управление — это процесс в системе, посредством которого одна или несколько входных величин действуют желательным образом на другие, считающиеся выходными. Регулирование — это процесс, посредством которого некоторые изменяемые (регулируемые) величины непрерывно сопоставляются с эталонными (управляющими), причем на регулируемые величины оказывается воздействие с целью приведения соответствующих отклонений к нулю.

5.3.4. Принципы построения структуры понятия

Главный ориентир в процессе синтеза понятия — получение будущего системного свойства понятия (истинность, достоверность, однозначность толкования, доказанность определения понятия).

Важное место в этом процессе занимает этап построения структуры понятия.

«Формула» понятийной системы:



Одно и то же понятие можно представить несколькими структурами — в зависимости от выбранного способа описания БФ. Выбор способа описания БФ должен основываться на минимизации отличительных признаков, используемых при образовании понятия, (массы, габаритов, энергоемкости и др.) при сохранении смысла понятия.

Формирование структуры понятия — основа синтеза понятия. Среди принципов формирования структуры понятия: принцип функциональности, принцип причинности, принцип полноты частей, принцип дополнительности.

Принцип функциональности понятия отражает примат функции понятия над структурой понятия. Структура понятия обуславливается предыдущим выбором:

функция понятия → отличительный признак → структура понятия.

Выбор отличительного признака однозначно определяет структуру понятия, поэтому их надо рассматривать вместе. Отличительный признак (структура) — это отражение цели понятия — функции. По выбранным отличительным признакам следует составить функциональную схему понятия. Функциональная схема понятия строится по принципу причинности, так как любая ПС подчиняется этому принципу. Функционирование ПС — это цепочка: отличительные признаки предмета-определение понятия.

Каждое определение понятия имеет одну (или несколько) причин и само является причиной последующих определений понятий. Все начинается с причины, поэтому важный момент — обеспечение «запуска» (включения) причины. Для этого необходимо наличие следующих условий: 1) обеспечить внешние условия, не препятствующие проявлению отличительного признака, 2) обеспечить внутренние условия, при которых проявляется отличительный признак, 3) обеспечить извне повод, толчок, «искру» для проявления отличительного признака.

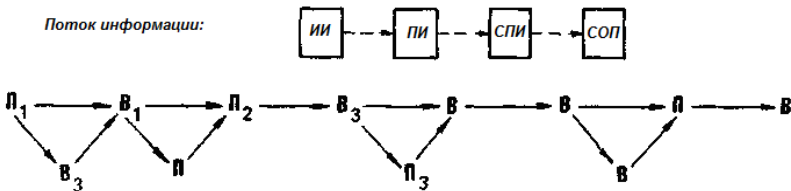
Главный смысл в выборе отличительного признака — лучшее осуществление принципа причинности. Надежный способ выстраивания цепочки отличительных признаков — от конечного отличительного признака к начальному. Конечный отличительный признак — это действие, полученное на понятийном органе, то есть осуществление функции ПС.

Главное требование к структуре понятия — минимальные потери смысла понятия и однозначность толкования понятия (исключение ошибки), то есть хорошая информационная проводимость и надежность причинно-следственной цепочки.

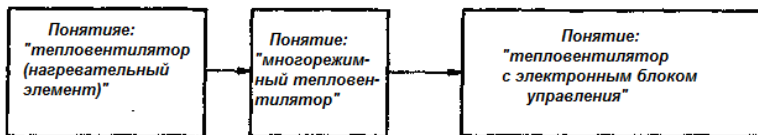
При решении задач образования понятия, после формулировки функциональных признаков образываемого понятия возникают затруднения при переходе к его определению. Здесь поможет принцип причинности. Функциональные признаки образываемого понятия — это заказ, конечное действие, от него требуется выстроить цепочку причин-следствий до понятийного эффекта.

Принцип полноты частей понятия (закон полноты частей понятийной системы) может быть взят за основу при пачальном построении функциональной схемы понятия. Возможна следующая последовательность шагов:

1. Формулируется БФ.
2. Определяется принцип построения определения понятия.
3. Отбирается или синтезируется прототип понятия.
4. К прототпу понятия «пристраивается» трансмиссия, двигатель, источник информации (ИИ), преобразователь информации (ПИ), система передачи информации (СПИ), средства образования понятия (СОП).
5. Строится в первом приближении функциональная схема образования понятия:



6. Выявляются недостатки и возможные сбои в схеме образования понятия. Разрабатываются более подробные схемы образования понятия с учетом иерархии понятийных подсистем. Понятийные подсистемы, недостаточно хорошо выполняющие функции, дотраиваются новыми отличительными признаками. Например:



Это обычный путь развертывания ПС, увеличение БФ за счет добавления новых полезнoфункциональных понятийных подсистем.

Некоторое увеличение БФ возможно за счет уменьшения вредных связей и эффектов в понятийных подсистемах (без их усложнения).

Наиболее радикальный путь — идеализация ПС.

Принцип дополнительности, заключается в особом способе соединения отличительных признаков при включении их в определения понятия. Отличительные признаки должны быть не только согласованы по форме и свойствам (для того, чтобы иметь принципиальную возможность взаимного соединения), но и дополнять друг друга, взаимно усиливаться, складывать полезные свойства и взаимно нейтрализовать вредные. Это основной механизм возникновения системного эффекта (качества).

5.3.5. Форма понятия

Форма — это внешнее проявление структуры понятия, а структура понятия — внутреннее содержание формы понятия. Эти два понятия тесно взаимосвязаны. В понятийной системе может преобладать одно из них и диктовать условия воплощения другой (например, форма крыла самолета обуславливает его структуру). Логика построения структуры понятия в основном определяется внутренними принципами и функциями понятия. Форма в большинстве случаев зависит от требований понятийной надсистемы.

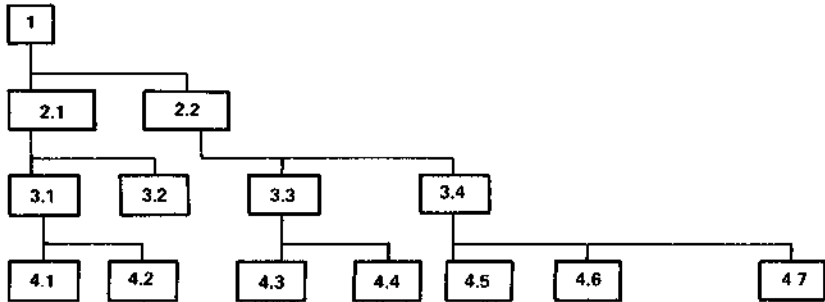
5.3.6. Иерархическая структура понятия

Иерархический принцип организации структуры понятия возможен только в многоуровневых понятийных системах и заключается в упорядочении взаимодействий между уровнями в порядке от высшего к нижнему. Каждый уровень выступает как управляющий по отношению ко всем нижележащим и как управляемый (подчиненный) по отношению к вышележащему. Каждый уровень специализируется также на выполнении определенной функции понятия (БФ уровня). Абсолютно жестких иерархий не бывает, часть понятийных систем нижних уровней обладает меньшей или большей автономией по отношению к вышележащим уровням. В пределах уровня отношения отличительных признаков предмета равны между собой, взаимно дополняют друг друга, им присущи черты самоорганизации (закладываются при формировании структуры понятия).

Становление и развитие иерархических структур понятий не случайно, так как это один из путей увеличения истинности, достоверности и устойчивости определения понятия в понятийных системах средней и

высокой сложности. В простых понятийных системах иерархия не требуется, так как взаимодействие отличительных признаков предмета осуществляется по непосредственным связям между отличительными признаками предмета. В сложных понятийных системах непосредственные взаимодействия между всеми отличительными признаками невозможны (требуется слишком много связей), поэтому непосредственные контакты сохраняются лишь между отличительными признаками предмета одного уровня, а связи между уровнями резко сокращаются.

Пример иерархической структуры понятия:



Основные свойства иерархических структур понятий

1. *Двойственность качеств отличительных признаков в структуре понятия* — отличительный признак предмета одновременно обладает индивидуальными и системными качествами. Входя в понятийную систему, отличительный признак предмета теряет свое исходное качество. Системное качество как бы забывает проявление собственных качеств отличительного признака предмета. Но полностью это не происходит никогда. Химические соединения, имея системные физико-химические свойства, сохраняют и свойства входящих в них элементов. На этом основаны все методы анализа состава соединений (спектральный, ядерно-магнитный резонанс, рентгеновский и т. д.). Чем сложнее иерархическая структура (организация) понятийной системы, тем выше индивидуальные качества понятия, тем четче они выступают в понятийной надсистеме, тем менее она связана с другими отличительными признаками (понятийными системами) понятийной надсистемы. На более низких уровнях происходит упрощение отличительных признаков предмета (понятийным системам не нужны «сложные» отличительные признаки предмета, нужна простая полезная функция). В результате этого отличительные признаки предмета утрачивают часть своей первоначальной значимости, конкретную

индивидуальность, становятся безразличными к своей понятийной индивидуальной форме.

Утрата индивидуальности — это цена, «заплаченная» отличительными признаками предмета за приобретенную ими способность выражать отдельные стороны системных связей в иерархии. (Как в обществе: человек на производстве не субъект, не неповторимая индивидуальность, не творец своих обстоятельств, он — функция, объект, вещь). Это свойство иерархических понятийных систем является причиной распространенного вида психинерции разработчика понятия - он видит одно (главное, системное) свойство отличительного признака предмета и не видит множества его прежних индивидуальных свойств.

2. *Диктат верхних уровней над нижними* — основной порядок иерархии (аналог в обществе: единоначалие, авторитарное руководство).

Самый нижний уровень иерархии — средства образования понятия (СОП) или их реализующая часть, зона, поверхность (в каждой понятийной подсистеме свои средства образования понятия). Поэтому все управляющие воздействия (сигналы) и информация обязательно доходят до средств образования понятия, заставляя их функционировать строго определенным образом. В этом смысле средства образования понятия — самый подчиненный элемент понятийной системы. Напомним, что их роль при синтезе понятия прямо противоположна: они диктуют структуру понятия для выполнения БФ.

Часто диктат верхних уровней простирается еще ниже средства образования понятия. А что находится ниже средства образования понятия? — определение понятия.

3. *Нечувствительность верхних уровней к изменениям на нижних и наоборот, чувствительность нижних к изменениям на верхних.* Изменения на уровнях понятийных систем и понятийных подсистем низшего ранга не отражаются на системном свойстве (качестве) ПС — ПС высших рангов.

Пример. Принцип телевидения был воплощен уже в первых механических системах. Новое системное свойство (передача изображения на расстояние) принципиально не изменилось при переходе на ламповые, транзисторные, микромодульные элементы. Увеличивалась БФ, но системное свойство принципиально не менялось. Главное для понятийной надсистемы — выполнение понятийными подсистемами своих функций, а на каких информационных принципах — безразлично. Это положение имеет важное следствие для образования понятия. Допустим, возникла задача

образовать понятие «обеспечение эффективного теплоотвода от работающего трансформатора в телевизоре» (потребляемая мощность 400 ватт). Разработчик понятия может долго и различными путями искать отличительные признаки, характеризующие способ теплоотвода, образовывать новые понятийные подсистемы, и т. д. Однако, если подняться на уровень выше (блок питания), то задача образования понятия может быть решена совершенно иным способом (например, импульсный режим питания), а при изменении на верхнем уровне (например, замена ламповой схемы на транзисторную) может вообще исключить эту задачу — в ней просто отпадет необходимость (мощность снизится, допустим, до 100 ватт).

4. *Отфильтровывание (выделение) полезных функций понятия на уровнях иерархии.* Правильно организованная иерархическая структура понятия выделяет на каждом уровне полезную функцию, эти функции складываются (взаимоусиливаются) на следующем уровне. При этом неэффективные функции на каждом уровне подавляются или, по крайней мере, к ним не добавляются новые.

Основной вклад в БФ происходит на нижних уровнях, начиная со средства образования понятия. На последующих уровнях следует более или менее существенное дополнение (усиление) полезной функции. С увеличением количества уровней рост БФ замедляется, поэтому понятийные системы с большим количеством иерархических уровней неэффективны. Самый верхний уровень иерархии выполняет обычно только согласовательные функции, таких уровней не должно быть больше одного.

Чем выше уровень иерархии, тем мягче структура понятия, менее жесткие связи между отличительными признаками, их легче переставлять и заменять. На нижних уровнях более жесткая иерархия и связи, структура понятия строго определена требованием выполнения БФ.

5.3.7. Использование метода решеток для формализованного синтеза структуры понятий

5.3.7.1. Основные понятия и определения решеток

Используем для формализованного описания определения понятия математическую структуру, называемую решеткой. Но прежде рассмотрим некоторые положения из теории решеток.

Некоторые из решеток имеют важное значение в абстрактной теории понятий, фрагменты которой возникли из понятия аппроксимации. Формализованное определение понятия аппроксимирует лингвистическое определение понятия, если оно однозначно интерпретирует те же самые отличительные признаки, которые описаны лингвистически, на подмножестве отличительных признаков, доступных тому определению понятия. Если же рассматривать отличительные признаки понятия как множество, то одно понятие аппроксимирует другое, когда для некоторых отличительных признаков оно предлагает в качестве определения понятия подмножество $B \subseteq A$, где A — множество отличительных признаков второго определения понятия. Это достаточно простые и, вероятно, очевидные способы аппроксимации понятий. При этом возникает множество элементов (отличительных признаков), связанных некоторым отношением порядка.

Для общности рассмотрений свойства отличительных признаков надо выводить не в терминах рассматриваемого понятия, а в терминах языка, используемого для записи понятий.

Решетки. Напомним, что бинарное отношение ρ на множестве S является частично упорядоченным отношением, если оно рефлексивно, транзитивно и антисимметрично. Следовательно, (S, ρ) — частично упорядоченное множество, и, если не возникает двусмысленности, ρ можно записать как \leq , а (\leq, ρ) обозначить просто через S . Частично упорядоченное множество называется *линейно упорядоченным* (или *цепью*), если для любых $x, y \in S$ или $x \leq y$, или $y \leq x$, или же выполнены оба эти отношения. На самом деле любой частичный порядок можно представить в виде объединения линейных порядков. Поэтому возникает естественный и полезный способ изображения отношений порядка.

Заметим, что любое конечное, линейно упорядоченное множество (A, \leq) можно представить следующим образом:

$$a_1 \leq a_2 \leq \dots \leq a_n;$$

здесь рефлексивность и транзитивность не требуют доказательств. Легко видеть, что рис. 1 является «очевидным» представлением (A, \leq) . Другими словами, мы записываем A как (a_1, a_2, \dots, a_n) .

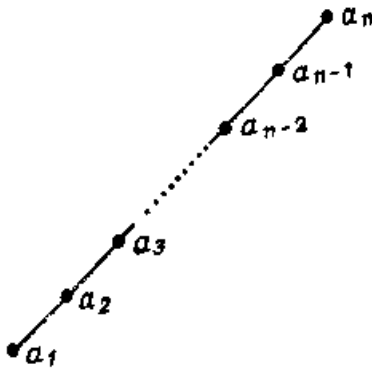


Рис. 1

Предложение. Частичное упорядочение на конечном множестве может быть представлено как объединение линейных порядков на некоторых подмножествах.

Используя этот результат, можно представить любой частичный порядок (конечный или бесконечный, однако бесконечные отношения сложно изобразить на конечных листах бумаги за конечное время!) изображением множества соответствующей цепей. Полученная диаграмма называется *диаграммой Хасса*.

Пример 1. Отношение $\rho = \{(x, y): x \text{ — множитель } y\}$, определенное на множестве $\{1, 2, 3, 4, 6, 10, 12, 20\}$, дает диаграмму Хасса (изображенную на рис. 2) и может быть разбито на линейно упорядоченные подмножества $\{(1, 2, 4, 12), (1, 3, 6, 12), (2, 6), (4, 20), (2, 10, 20)\}$.

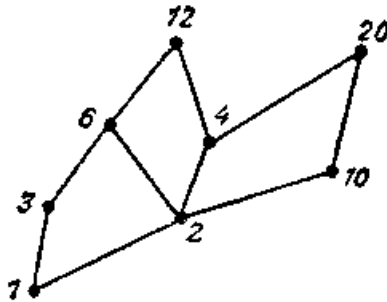


Рис. 2

Этому разбиению эквивалентно следующее множество линейных порядков: $\{(2, 6, 12), (1, 3, 6), (1, 2, 10, 20), (2, 4, 20), (4, 12)\}$. Заметим, что хотя $1 \leq x$ для всех $x \in \{1, 2, 3, 4, 6, 10, 12, 20\}$, на этом рисунке отсутствуют восемь стрел, выходящих из 1. Это достигается *неявным* представлением свойств рефлексивности и транзитивности.

Пусть дано (A, \leq) и $B \subseteq A$. Можно задать вопрос: будет ли B ограничено сверху (снизу) элементами множества A ? Далее мы можем искать наименьшую верхнюю грань (наибольшую нижнюю грань), которая обозначается \sup (\inf) (читается супремум (инфимум)). Будем их использовать для характеристики решеток.

Определение. *Решеткой* называется частично упорядоченное множество (A, \leq) , в котором каждая пара элементов имеет супремум и инфимум. Для заданных $x, y \in A$ эти грани будем записывать следующим образом:

$$x \wedge y = \inf (\{x, y\}), \quad x \vee y = \sup (\{x, y\}).$$

Не всякое частично упорядоченное множество является решеткой. Например, частично упорядоченное множество из примера 1 не является решеткой, поскольку $12 \vee 20$ не определено.

Определив операции \wedge и \vee между парами элементов в частично упорядоченном множестве, расширим это понятие естественным образом. Положим

$$\bigwedge X = \bigwedge_{x \in X} x = \inf X, \quad \bigvee X = \bigvee_{x \in X} x = \sup X,$$

Это обозначает $\sup X$ и $\inf X$ конечного непустого множества X .

Можно показать, что существует много специальных видов решеток, в которых можно производить различные операции формального определения понятий. Ограничимся рассмотрением трех таких типов.

Определение. Решетка L , обозначаемая (L, \wedge, \vee) , *дистрибутивна*, если она подчиняется дистрибутивным законам

$$x \wedge (y \vee z) = (x \wedge y) \vee (x \wedge z).$$

$$x \vee (y \wedge z) = (x \vee y) \wedge (x \vee z)$$

для всех $x, y, z \in L$.

Не все решетки являются дистрибутивными,

Пример 2. Решетка, изображенная на рис. 3, не является дистрибутивной, поскольку

$$b \wedge (d \vee c) = b \wedge c = b,$$

тогда как

$$(b \wedge d) \vee (b \wedge c) = a \vee a = a.$$

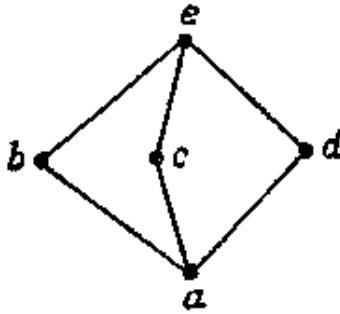


Рис. 3

Предложение. Пусть в дистрибутивной решетке (L, \wedge, \vee) выполнены соотношения

$$x \vee y = x \vee z, \quad x \wedge y = x \wedge z.$$

Тогда $y = z$.

Доказательство. Сначала заметим, что из определения \inf и \sup

а) $a \wedge b = b \wedge a, \quad a \vee b = b \vee a$;

б) $a \wedge b \leq a \leq a \vee b$;

в) $(a \wedge b) \vee a = a, \quad a \wedge (a \vee b) = a$.

Поэтому

$$\begin{aligned} y &= y \vee (y \wedge x) = y \vee (z \wedge x) = (y \vee z) \wedge (y \vee x) = \\ &= (z \vee y) \wedge (z \vee x) = z \vee (y \wedge x) = z \vee (z \wedge x) = z \end{aligned}$$

Определение. Предположим, что (L, \wedge, \vee) — решетка и $0, 1 \in L$ такие, что $0 \leq x \leq 1$ для всех $x \in L$ (об элементах 0 и 1 скажем немного позже). Тогда

$$x \vee 1 = 1, \quad x \wedge 1 = x, \quad x \wedge 0 = 0, \quad x \vee 0 = x$$

для любого $x \in L$. Такая решетка называется решеткой с дополнениями, если для любого $x \in L$ существует $\bar{x} \in L$ такой, что

$$x \wedge \bar{x} = 0, \quad x \vee \bar{x} = 1$$

(\bar{x} называют дополнением x).

Предложение. Если (L, \wedge, \vee) — дистрибутивная решетка с дополнениями, то дополнения единственны.

Доказательство. Предположим, что $x, y, z \in L$ и

$$x \vee y = x \vee z (=1), \quad x \wedge y = x \wedge z (=0).$$

Тогда из предыдущего предложения следует, что $y = z$.

Третий, и последний специальный тип решеток, который мы определим, необычен в том смысле, что он не дает нам ничего нового для конечных решеток. Чтобы подчеркнуть ключевой момент исследования, дадим другое определение решетки в форме предложения.

Предложение. L является решеткой тогда и только тогда, когда $\vee X$ и $\wedge X$ существуют для любого непустого конечного подмножества X из L .

(Этот факт можно доказать индукцией по числу элементов множества X .)

Если L — решетка и в ней определен элемент $\wedge L$, то он обозначается символом 0 и называется наименьшим элементом L . Аналогично, если в L существует элемент $\vee L$, то он обозначается символом 1 и называется наибольшим элементом L ; по определению $\vee \emptyset = 0$.

Определение. Решетка L называется *полной*, если $\vee X$ и $\wedge X$ существуют для *всех* подмножеств X из L .

Все конечные решетки являются полными. Рассмотрим, однако, множество \mathbf{Q} с обычным отношением порядка \leq и бесконечное множество аппроксимаций числа π , каждое из которых имеет на один десятичный знак больше. Верхняя грань этой последовательности, очевидно, есть π , однако $\pi \in \mathbf{R} \setminus \mathbf{Q}$, и, следовательно, (\mathbf{Q}, \leq) не является полной решеткой. Решетка (\mathbf{R}, \leq) является полной, и $\mathbf{Q} \subseteq \mathbf{R}$.

Любая решетка может быть расширена до полной решетки.

5.3.7.2. Решение задач функционального и структурного синтеза понятий

При синтезе структуры понятия разработчик понятия, как правило, определяет множество функциональных компонент (отличительных признаков), из которых состоит понятие, вводит отношения между определенными компонентами и принимает это как начальное описание понятия.

Далее перед разработчиком возникает задача полноты определенного множества функциональных компонент, которые образуют структуру понятия, их избыточности и согласованности по параметрам. В терминах общей теории понятий это сводится к *решению проблемы синтеза структуры понятия*, которая представляется следующим образом: *задана понятийная система, включающая в себя множество компонент структуры понятия - отличительных признаков и отношения между ними; необходимо идентифицировать (определить) наилучшее представление этого понятия с помощью его структуры, элементы которого связаны с подмножествами переменных, описывающих компоненты - отличительные признаки.*

Процедура решения такой задачи состоит из генерации наиболее приемлемых с точки зрения начального определения понятия

структурных предположений рассматриваемой проблемы образования понятия, анализа каждого из них на основе заданной понятийной системы и начальной структуры (описания) понятия и сравнения результатов анализа с исходными компонентами с использованием различных критериев оценки сформулированного структурного предположения понятия.

Например, при формировании понятия «Система автоматизированного конструирования (САК)» можно выделить четыре существенные компоненты образования данного понятия: **управление, диалог, поиск, вычисления**. Для каждого конкретного понятия САК, которое следует рассматривать как проблему синтеза понятия, эти компоненты могут быть реализованы (описаны) различными способами образования понятия.

Всего для этих компонент можно получить 2^{2^n} образований структур понятий САК. Естественно, не все образованные понятия этого множества приемлемы для более детального анализа (уточнение параметров выделенных компонент понятия и определение требований к связям между этими компонентами).

Задачей синтеза понятий в данном случае является формирование рекомендаций по выбору структуры понятия из множества возможных структур понятий. Для осуществления синтеза структур понятий необходимо сформировать некоторую начальную структуру понятия, т. е. выделить компоненты понятия и определить отношения между ними. Далее, используя метод, изложенный ниже, можно синтезировать понятия для получения новых структур понятий. Однако проводить синтез структур понятий, не зная, как оценивать синтезируемые структуры, бессмысленно. Следовательно, необходимо иметь рекомендованный метод, который позволял бы оценивать структуры понятий и выбирать наиболее приемлемые для последующего анализа и синтеза понятий. Чтобы этот метод использовался при решении задачи синтеза структур понятий, он должен обладать инвариантными свойствами и обеспечивать формальное описание понятия.

Для структурных предположений понятий введем частичный порядок. В этом случае множество структурных предположений понятий вместе с частичным порядком образуют решетку, которая позволяет проводить процесс поиска «наилучшего» структурного предположения понятия не по всему множеству возможных структурных предположений, а только по ограниченной части его.

Определим структуру понятия как семейство подмножеств множества переменных V отличительных признаков предмета понятия.

Множеством всех возможных структур понятий по отношению к множеству \mathbf{V} будет множество

$$\mathbf{S} = \{S_i | S_i \in \mathbf{P}(\mathbf{V})\},$$

где $\mathbf{P}(\mathbf{V})$ — мощность множества \mathbf{V} .

Проведем классификацию введенного множества \mathbf{S} . Определим отображение

$$\mathbf{r}: \mathbf{S} \rightarrow \mathbf{R},$$

где \mathbf{R} — множество всех симметричных бинарных отношений, определенных на множестве \mathbf{V} , и $\mathbf{r}(S_i)$ — бинарное отношение, в котором переменные (отличительные признаки) v_i и v_j связаны тогда и только тогда, когда они обе принадлежат, по крайней мере, одному из подмножеств множества \mathbf{V} , через которое определена S_i :

$$\mathbf{r}(S_i) = \{(v_i, v_j) | v_i, v_j \in \mathbf{V}, \exists (\mathbf{E}_a \in S_i)(v_j \in \mathbf{E}_a, v_i \in \mathbf{E}_a)\},$$

где \mathbf{E}_a — понятийная подсистема структуры понятия S_i .

Отображение \mathbf{r} неважнооднозначное, так как $S_i \equiv S_j$, если

$\mathbf{r}(S_i) = \mathbf{r}(S_j)$. Будем использовать символ \mathbf{S}/\mathbf{r} для обозначения эквивалентных классов понятий в \mathbf{S} посредством \mathbf{r} .

Некоторые структуры понятий из множества \mathbf{S} могут не сохранять первоначального понятия об объекте исследования, следовательно, необходимо, введя некоторые ограничения на множество \mathbf{S} , сузить множество всех возможных структур понятий до множества значимых структур понятий, дающих полное представление о предмете понятия. Введем эти ограничения:

- множество связанных переменных структуры понятия должно быть полным;
- каждый элемент (отличительный признак) структуры понятия должен быть определен непустым множеством переменных;
- не должно существовать элемента (отличительного признака), который состоял бы только из переменных, включенных полностью в некоторый другой элемент этой же структуры понятия.

В результате получается множество \mathbf{S}_G , называемое множеством приемлемых структур понятия:

$$\mathbf{S}_G = \{S_G^i | S_G^j \subset \mathbf{P}(\mathbf{V}), \cup \mathbf{E}_a = \mathbf{V}, \mathbf{E}_a \not\subset \mathbf{E}_b, \forall \mathbf{E}_a, \mathbf{E}_b \in S_G^i (a \neq b)\}$$

Пусть требуется разработать комплекс программ, который позволял бы генерировать понятия по созданию всего множества приемлемых структур понятий и оценивать их для заданного множества переменных. Как отмечалось ранее, множество приемлемых структур понятий вместе с определенным на этом множестве частичным порядком образуют решетку. Рассмотрим подробно понятие «частичный порядок» для множества приемлемых структур понятий.

Предположим, что S_G^i и S_G^j принадлежат множеству S_G , где $S_G^i \leq S_G^j$ тогда и только тогда, когда для каждого множества $E_a \in S_G^i$ существует множество $E_b \in S_G^j$ такое, что $E_a \subseteq E_b$. Если $S_G^i \leq S_G^j$, то будем называть S_G^i «уточнением» структуры понятия S_G^j и, наоборот, S_G^j «агрегатом» S_G^i . Кроме того, S_G^i — непосредственное «уточнение» S_G^j тогда и только тогда, когда $S_G^i \leq S_G^j$ и не существует такой S_G^k , что $S_G^i \leq S_G^k$ и $S_G^k < S_G^j$. Аналогично определяется непосредственный «агрегат». Определим отображение как

$$r_G: S_G \rightarrow R^*,$$

где R^* — множество всех симметричных и рефлексивных бинарных отношений, определенных на множестве V . Это множество можно интерпретировать как множество ненаправленных графов с петлями. Символом S_G/r_G обозначим множество классов эквивалентности, определенных на множестве приемлемых структур понятий посредством r_G . Каждому классу эквивалентности соответствует единственная каноническая структура понятия, содержащая минимальное число элементов (отличительных признаков). Между множеством канонических структур S_C и множеством ненаправленных графов, определенных на данном множестве переменных, существует взаимно однозначное соответствие. Каноническая структура понятия всегда будет агрегатом для структур понятий, принадлежащих классу эквивалентности, определяемому этой структурой. Введем также структуры понятий, которые будут являться уточнением для любой структуры понятия из определенного класса эквивалентности. Они построены так же, как пары переменных, которые связаны в графе, представляющем класс эквивалентности, и как единичные переменные, которые изолированы в графе. Будем называть введенные структуры понятий соответственно **C**- и **P**-структуры. Очевидно, что $C \geq P$ и все остальные структуры (из определяемого этими структурами класса эквивалентности) будут всегда находиться между **C** и **P**.

Из этого следует, что структурные предположения понятий, не входящие в указанное множество S_G , могут быть игнорированы без каких-либо потерь для множества анализируемых синтезированных структурных предположений понятий.

Процесс синтеза структурных предположений понятия можно проводить различными способами в зависимости от ограничений, накладываемых разработчиком понятия на начальную структуру понятия.

Во-первых, если разработчик считает, что все связи между функциональными компонентами понятия, заданными в начальной структуре понятия, «жесткие», т. е. удаление какой-либо связи повлечет за собой коренное изменение в функциональной

принадлежности начально определенных агрегатов компонент структуры понятия, то процесс синтеза новых структурных предположений понятия необходимо проводить в рамках выделенного класса эквивалентности, соответствующего начальной структуре понятия. В этом случае механизм синтеза структурных предположений понятия заключается в агрегировании либо в декомпозиции элементов начальной структуры понятия.

Во-вторых, если разработчик считает, что удаление связей возможно и даже необходимо, то процесс синтеза понятия основывается на переходе из одного класса эквивалентности структурных предположений понятия в другой, причем связи можно и удалять и добавлять.

Для правильного понимания физического смысла таких понятий, как «удаление связей», «добавление связей», «агрегирование и декомпозиция элементов» и т. д., необходимо уяснить одно из центральных понятий структурного синтеза — поведение системы, которое описывается следующим образом:

— определяется множество переменных, через которые наблюдается система — множество V (например, множество функциональных компонент, необходимых для образования понятия);

— каждой переменной задается определенное состояние из множества состояний данной переменной. Совокупность состояний множества переменных — множество X (например, конкретные реализации понятий);

— на множестве V определяется функция f , ставящая в соответствие каждой переменной (функциональной компоненте) определенное состояние (конкретную реализацию);

— определяется множество агрегатов состояний A (в данном случае — множество возможных конфигураций структуры понятия);

— вводится отображение b , ставящее в соответствие каждому агрегату состояний некоторое число их $[0, 1]$, в данном случае — назначение каждой конфигурации синтезируемой структуры понятия определенной вероятности (если сложно выделить приоритеты различных конфигураций понятия, то возможные конфигурации принимаются равновероятными).

Описав таким образом «поведение» понятия, нетрудно проследить качественные изменения, происходящие в процессе синтеза понятия новых структурных предположений.

В качестве исходных данных для процедур синтеза понятия имеется начальная структура понятия, а также сформулированное описанным способом «поведение» понятия. Используя процедуры генерации, можно получить множество новых структурных предположений

понятий в рассматриваемой проблеме синтеза понятия и оценить эти сгенерированные структурные предположения.

Для проведения оценки качества определения понятия (его истинности) необходимо выяснить, как соотносятся эти сгенерированные структурные предположения понятия с начальным «поведением» структуры понятия. Предлагается использовать структурное предположение понятия (совокупность подмножеств множества переменных или отличительных признаков понятия) в качестве некоторой маски, накладываемой на начальное определение понятия (множество реализаций рекомендаций) для получения нового определения, соответствующего сгенерированному структурному предположению понятия. Далее эти оба определения (новое и начальное) можно сравнить по множеству агрегатов определений **A** и значению вероятностей появления данного конкретного агрегата в определении понятия, определенном структурным предположением. Естественно, новое определение, соответствующее сгенерированному структурному предположению понятия, может иметь агрегаты определения (возможные конфигурации структуры понятия), которые не были описаны в начальном определении понятия. В этом случае к рассмотрению этих агрегатов определений необходимо подойти с особой внимательностью, и если полученные агрегаты определений представляют собой допустимые конфигурации структуры понятия, то целесообразно включить эти агрегаты определений в начальное определение и последующие итерации проводить уже с модифицированным начальным определением. **Таким образом, структура понятия и начальное определение понятия определяют определение понятия, имеющей эту структуру.** Следовательно, одним из критериев выбора структуры понятия может являться факт сохранения начального определения понятия для сгенерированного структурного предположения. Сохранение означает совпадение у начального и нового определения агрегатов определений и значений вероятностей появления этих агрегатов.

В этом случае структурные предположения понятия, полученные в результате первой итерации и сохранившие начальное определение, выбираются в качестве начальных структур понятия для последующей итерации и т. д.

В конкретных реализациях сформированных рекомендаций, естественно, кроме критерия выбора структур понятий для последующих итераций используется и ряд других критериев, например минимизация количества элементов (отличительных признаков) в структуре понятия и т. п.

Учитывая тот факт, что совокупность структурных предположений понятий образует решетку, можно определить направление синтеза новых структурных предположений понятий.

С чисто практической точки зрения наиболее интересным является синтез структурных предположений понятий в рамках определенного класса эквивалентности. Как правило, разработчик считает свою модель понятия (начальное определение и структуру) «жесткой», т. е. установленные им связи (отношения между состояниями переменных) неизменными. На самом деле, начальное определение структуры понятия в большинстве случаев избыточно и содержит различного рода противоречия. Для того, чтобы корректно задать начальное определение и структуру понятия, необходимо на первом шаге промоделировать исходное структурное предположение. Используя метод интерпретирующего структурного моделирования, можно выделить компоненты связанности в проблеме синтеза понятия, проверить структуру понятия на «достижимость» переменных, определить уровни иерархии понятий и т. д. Только после проведенного таким образом анализа начальной структуры понятия можно приступить к синтезу новых структурных предположений понятия.

Например, формируя рекомендации для образования понятия «Система документирования», на вход которой поступает информация от других систем, и необходимо сформировать на выходе этой системы описания свойств, спецификацию компонент в виде таблицы, а также построить структурную схему. Представим, что состояние информации в системе описывается четырьмя переменными $\mathbf{V} = (v_1, v_2, v_3, v_4)$:

$$\begin{aligned} v_1 &= \begin{cases} 1 & \text{— наличие входной информации;} \\ 0 & \text{— отсутствие входной информации;} \end{cases} \\ v_2 &= \begin{cases} 0 & \text{— отсутствие описания;} \\ 1 & \text{— описание свойств;} \\ 2 & \text{— описание свойств и элементов;} \\ 3 & \text{— описание свойств и внутренних связей;} \\ 4 & \text{— описание свойств, элементов и внутренних} \\ & \text{связей;} \end{cases} \\ v_3 &= \begin{cases} 0 & \text{— отсутствие спецификации компонентов;} \\ 1 & \text{— наличие таблицы спецификации;} \end{cases} \\ v_4 &= \begin{cases} 0 & \text{— отсутствие структурной схемы;} \\ 1 & \text{— наличие структурной схемы.} \end{cases} \end{aligned}$$

Пусть в результате предварительного анализа было получено требуемое поведение системы, представленное табл. 1.

Таблица 1

| v_1 | v_2 | v_3 | v_4 |
|-------|-------|-------|-------|
| 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 2 | 1 | 0 |
| 1 | 3 | 0 | 1 |
| 1 | 4 | 1 | 1 |

Появление каждого агрегата в этом поведении принимается равновероятным с вероятностью, равной 0,2.

Пусть в качестве начальной структуры выбрана структура вида

$$S_0 = (v_1, v_2, v_3, v_4).$$

Это означает, что S_0 состоит из одного элемента и все переменные попарно связаны. Далее, применяя процедуры декомпозиции данной структуры на подсистемы, получаем новые структурные предположения.

В соответствии с начальным поведением для каждой синтезированной структуры вычисляются поведение, а также степень отличия вычисленного поведения от начального. Например, для структур

$$S_1 = (v_1, v_2, v_3)(v_2, v_3, v_4);$$

$$S_2 = (v_1, v_2, v_4)(v_2, v_3, v_4);$$

$$S_3 = (v_1, v_2, v_3)(v_1, v_2, v_4)$$

вычисленное поведение совпадает с начальным и степень отличия равна нулю. Взяв эти структуры в качестве исходных для последующих итераций синтеза понятий и применив процедуру декомпозиции, получаем множество структур понятий, в которых изменились связи между переменными по сравнению с исходными структурами. Для полученных структур понятия также формируется определение понятия и сравнивается с исходным.

Структуры, выделенные из множества синтезированных структур, согласно критерию сохранения определения понятия показаны на рис. 4.

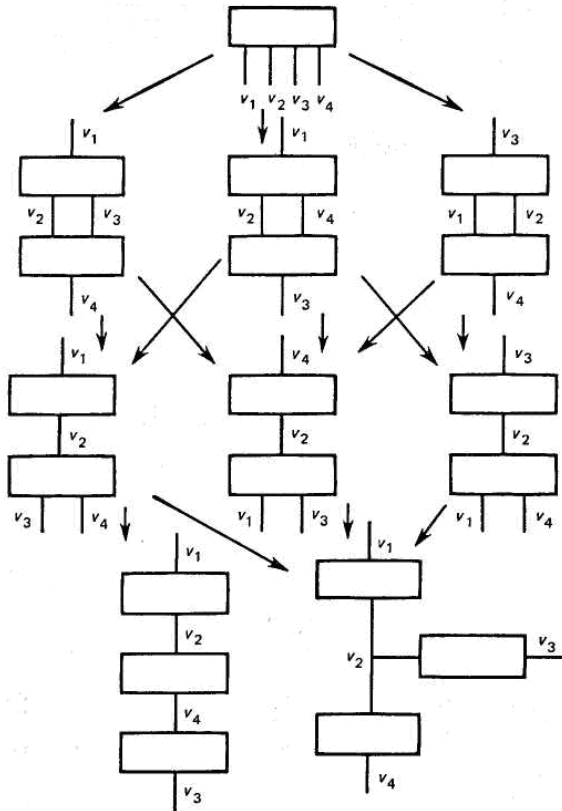


Рис. 4. Возможные структуры понятия «Система документирования»

В качестве структуры образываемого понятия можно принять любую из этих структур, но необходимо также учитывать некоторые другие критерии, по которым можно сузить это множество, например критерий минимума подструктур в системе определений понятий или минимума связей между подструктурами понятий. Проведенный анализ синтезированных структур понятий показал, что начальному определению понятия удовлетворяют и наиболее приемлемы структуры, изображенные на рис. 5.

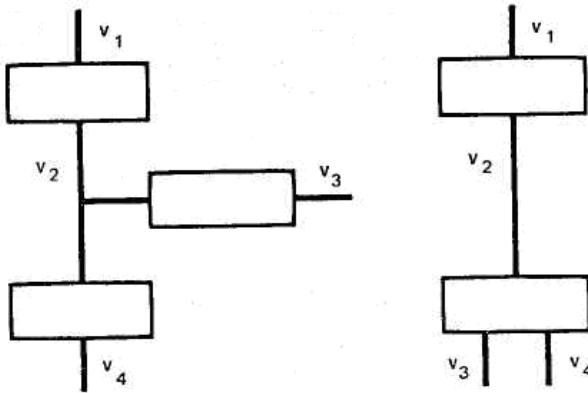


Рис. 5. Структуры определений понятия, удовлетворяющие начальному определению

1.1.9. Определения (дефиниция) понятий и виды определений

Понятное, доступное, полное смысла понятие является обязательным условием научного выражения мысли, делового общения, ведения дискуссий или просто обмена мнениями между людьми. Часто ставится задача — раскрыть смысл того или иного понятия. Что это значит? Раскрыть смысл понятия — это значит указать на важные отличительные признаки предметов, которые входят в объем данного понятия.

Умственное действие, в процессе которого раскрывается смысл понятия, называется определением (дефиницией) понятия.

Каждый предмет имеет бесконечное множество признаков и указать все эти признаки невозможно. *Определение содержит в себе лишь существенные отличительные признаки, которые дают возможность отличить данный предмет от других.* Конечный результат определения находит свое выражение в средствах языка — в виде предложений или совокупности предложений естественного или искусственного языков. *Ни одна наука не обходится без определений тех или иных понятий или ссылок на них.*

В теории познания и созидания существуют разные подходы относительно деления определений на виды. Наиболее распространенными являются подходы, когда определения делятся на

следующие две группы: либо на *реальные* и *номинальные* (в зависимости от функций, которые выполняют определения в познании и созидании), либо на *явные* и *неявные* (по форме определения).

В реальных определениях приводятся существенные признаки самого предмета, в номинальных — раскрывается смысл самого слова, которым обозначается предмет.

Реальные определения приводятся в энциклопедиях, специальных научных словарях, а номинальные — в разных толковых словарях.

В структуре явных определений четко очерчены левая и правая части определения, то есть понятие, смысл которого раскрывается и понятия, благодаря которым раскрывается этот смысл. В явных определениях такие понятия равны по объему. В неявных определениях отсутствует четкая очерченность правой и левой частей.

ВИДЫ РЕАЛЬНЫХ ОПРЕДЕЛЕНИЙ

Среди реальных определений чаще всего выделяют: *классическое, генетическое, функциональное, структурное, сущностное, смешанное.*

Классическое определение. Классическое определение — это определение *через ближайший род и видовой признак*. Такое определение предусматривает, что первым называется ближайший род, к которому принадлежит определяемое понятие, затем — важный (важные) признак данного понятия, которое характеризует его как один из видов указанного рода.

Состав классического определения можно изобразить так: «*вид*» есть «*род и видовое отличие*». Таких определений есть много в познании, созидании, математике, физике, языку, экономике, консалтинге и других науках.

Рассмотрим для примера определение кассового ордера. Для этого прежде всего указываем ближайший род ордера — бухгалтерский документ. Итак, кассовый ордер — это *бухгалтерский документ*. Но кроме кассового ордера, есть еще другие виды бухгалтерских документов. Поэтому необходимо еще указать такой важный признак кассового ордера, который его отличает от других видов бухгалтерских документов, то есть надо указать видовое отличие. Таким отличием будет то, что он служит *основанием для кассы предприятий, организаций и учреждений для приема или выдачи денежной наличности*. В результате получим: «Кассовый ордер — это бухгалтерский документ, на основании которого кассы предприятий, организаций и учреждений принимают или выдают денежную наличность».

В приведенном примере понятие «кассовый ордер» — определяемое понятие, «бухгалтерский документ» — понятие, которое определяет.

В классических определениях правая и левая части являются тождественными понятиями.

Генетическое определение. Существуют понятия с таким объемом, для которых невозможно отыскать родового понятия или отобразить в понятии видовое отличие. Поэтому определения таких понятий часто дается *по способу образования, возникновения или построения предмета.* Такое определение называется *генетическим.*

Примерами генетических определений являются: «Территориальная структура управления — это такая структура управления, которая формируется по географическому расположению предприятия»; «Страховой фонд — это фонд, создаваемый предприятиями для обеспечения их деятельности в условиях ухудшения конъюнктуры, задержки заказчиками платежей за поставленную продукцию, выполненные работы или предоставленные услуги, недостатка средств для уплаты займов или покрытия возможных убытков предприятий в процессе финансово-хозяйственной деятельности и т.п.».

Генетические определения часто используются в разных инструкциях, которые имеют целью научить что-то изготовить, составить, построить. В пособиях для домашней кухни определения пищи является генетическим, здесь каждому виду пищи сообщается способ приготовления, приводятся рецепты.

Функциональное определение. В таком определении раскрывается назначение предмета, его роль и функция. Такое определение может быть дано многим предметам, которые созданы людьми для решения тех или иных вопросов, для удовлетворения определенных потребностей, в частности приборам, средствам труда, определенным формам, действиям и т.д. Например, «Жетон — кружок, который заменяет монету определенного номинала».

Структурное определение (или определение по составу). В таком определении раскрываются элементы системы, виды какого-либо рода, перечень предметов, которые входят в определяемое понятие. Например: «Государственная контрольно-ревизионная служба — это контрольная служба в системе Министерства финансов Украины, которая состоит из Главного контрольно-ревизионного управления, контрольно-ревизионных управлений Республики Крым, областей, мост Киева и Севастополя, контрольно-ревизионных подразделений (отделов, групп) в районах, городах и районах в городах».

Сущностное определение (или определение качества предмета). Оно широко применяется во всех науках. В нем раскрывается сущность предмета, его природа или качество. Например, «Граница бедности —

это определенный государством нижний предельный уровень личного благосостояния, вне которого человек не в состоянии поддерживать физическое существование».

Смешанное определение. Кроме приведенных видов реальных определений часто встречаются смешанные определения, то есть такие, которые содержат в себе по крайней мере два вида из вышеперечисленных, как, например, «кредитная карточка — именной денежный платежно-расчетный банковский документ, который выдают вкладчикам банков для безналичной оплаты приобретенных ими товаров или услуг». В приведенном определении приведены явные классическое и функциональные виды определений.

ВИДЫ НОМИНАЛЬНЫХ ОПРЕДЕЛЕНИЙ

В номинальном определении приводится объяснение определяемого слова, имени предмета, которое не касается самой сути предмета. Различают следующие номинальные определения.

Объяснение значения имени предмета. Так, номинальное определение понятия «карат» будет таким: «Мера, которую применяют в ювелирном деле для определения массы драгоценного камня».

Введение нового термина (знака, выражения, обозначения) как сокращение для более сложных выражений, описывающих предмет мышления. Например, «ФПГ - это сокращенная запись «Финансово-промышленная группа». Такие определения часто используются в менеджменте, экономике, логике, математике, физике, химии, в медицине и др..

Явные и неявные определения

К явным относятся определения, содержащие определяемое понятие и понятие, которое его обозначает, находящихся в отношении равнообъемности. Наиболее распространенным среди явных определений является рассмотренное выше классическое определение. Но классическое определение нельзя применить к предельно общим понятиям - категориям, для которых не существует ближайшего рода, а также и к единичным понятиям, для которых невозможно указать видового отличия.

К явным определениям относят также генетическое и операционное определение. В операционных определениях видовым признаком предмета являются ссылки на операции, с помощью которых можно эти предметы распознать. Например, видовым признаком кислот является их способность менять окраску химических индикаторов.

К неявным относятся такие определения, в которых левая и правая части не находятся в отношении равнообъемности. В таких определениях устанавливаются связи, в которых находится определяемый предмет с другими предметами. Среди неявных определений чаще всего встречаются:

- контекстуальное (определение, в котором контекстом может выступать обычный отрывок текста);
- аксиоматическое (определение, в котором контекстом выступает совокупность аксиом благодаря которым определяется смысл того или иного понятия). Много аксиоматических определений встречается в математике;
- через отношение к противоположному (определение, в котором приводится определение сразу двум понятиям посредством указания отношения между соответствующими предметами. Примером такого отношения может быть определение: «Причина - это явление, которое при определенных условиях обязательно порождает второе явление, которое называется следствием» .

ПРАВИЛА ОПРЕДЕЛЕНИЙ

В науке и практической деятельности человека определения играют чрезвычайно важную роль. Определение раскрывает суть предмета, выделяет его из множества ему подобных. Определение завершает изучение предмета, воссоздает предмет в его закономерных и необходимых связях. Правильно сформулированное, оно оказывает содействие получению новых выводимых знаний, изучению новых предметов и формированию определений новых понятий.

Чтобы определение было правильно сформулировано, необходимо придерживаться соответствующих правил. Приведем основные из них.

1. **Определения должно быть соизмеримым.** Из этого следует, что определяемое понятие и понятие, которое определяет, должны быть равны по объему. Рассмотрим определение — «Понятие — это форма мышления, которое отображает общие и важные признаки предмета, взятые в их единстве». Как проверить его на соизмеримость? Для этого необходимо определенное понятие поставить на место определяемого и прибавить слово «всякий», «любой», сделав так называемое обращение. Если получим истинное высказывание, то объемы определенного и определяемого понятий будут равные, а само определение — соизмеримым. Так, вышеприведенное определение понятия является соизмеримым, так как можем сказать, что «Любая форма мышления, которая отображает общие и важные признаки

предмета, взятые в их единстве — это понятие» является истинным утверждением.

В случае нарушения этого правила возможны логические ошибки, которые носят название *«весьма широкое определение»* (когда некоторые признаки опускаются) или *«весьма узкое определение»* (когда приписываются некоторые признаки). Если в приведенном примере определения понятия опустить то, что «отображает общие и важные признаки предмета, взятые в их единстве», то получим определение «Понятие — это форма мышления», которое будет весьма широким, поскольку формой мышления есть не только понятие. Примером весьма узкого определения будет определение — «Ромб — это параллелограмм, в котором стороны и углы равны», такое определение включает лишь квадраты и исключает ромбы, которые не являются квадратами.

При нарушении этого правила, можно прийти и к определению понятий несуществующих предметов.

Ошибки такого характера случаются довольно часто и являются результатом невнимательности при определении понятий или недостаточным знанием предмета. Во всех случаях такие ошибки наносят ущерб практике человеческого мышления.

2. ***Определение, как правило, не должно быть лишь отрицательным.*** То есть следует стремиться, чтобы определение не содержало лишь тех признаков, которые не принадлежат данному понятию или были просто отрицанием другого. Примерами нарушений этого правила является определения: «Круг — это геометрическая фигура, которая не имеет углов и отрезков»; «Демократический стиль — это стиль, который не является авторитарным».

Правда, иногда в математике встречаются определения понятий через отрицание, в частности, определения параллельных прямых, иррационального числа.

3. ***Определение не должно включать в себя логического круга.*** Под логическим кругом здесь понимается такой способ определения, когда определяемое понятие стараются раскрыть через определенное, которое лишь является повторением определяемого или может быть выяснено лишь через определяемое, как здесь: «дееспособность — это способность к действиям», «доказательство — это процесс в котором что-то доказывается». Разновидностью такой ошибки в определении является *тавтологическое* определение, которое еще называют *«одно и то же через одно и то же»*. Например, «свобода — это свобода», «истина — это истина».

4. ***Определение должно быть четким и однозначным.*** Это правило требует четкости и однозначности в выражении важных признаков

предметов. Нарушение этого правила приводит к двусмысленности, а то и многозначности определения.

Нельзя использовать в роли определений образных выражений, как например: «собака — это друг человека», «логика — это мой любимый предмет».

5. В определения должны входить лишь термины, значения которых уже приняты, признаны. Нарушение этого правила приводит к ошибке по названию «*определение неизвестного через неизвестное*». Такая ошибка часто встречается в учебном процессе, в публичных выступлениях некоторых лекторов, которые используют непонятные для аудитории термины или «модные слова».

ПРИЕМЫ, КОТОРЫЕ ДОПОЛНЯЮТ ОПРЕДЕЛЕНИЕ

Поскольку определение понятия не может охватить все свойства, особенности предмета, то для обеспечения более полной и всесторонней информации часто прибегают к приемам, которые дополняют определение: *указания, объяснения, описания, характеристики, сравнения, различия*. С другой стороны, если не полностью сформировалось понятие о предмете, то также прибегают к этим же приемам и называют их приемами, которые подобны определениям. Раскроем содержание этих приемов.

1. **Указания** — это прием, когда демонстрируется сам предмет, который обозначается данным термином, указывает на него и его признаки. Это простейший прием ознакомления с предметом, который непосредственно нами воспринимается. Указания на признаки предмета часто называют *остенсивным определением*.

2. **Объяснения** — это выяснение смысла слова или термина. Оно подобно номинальному определению.

3. **Описание** — это воспроизведения наглядного образа предмета через перечень его признаков с целью установления отличий от других, ему подобных предметов. Описание базируется на чувственном восприятии предмета.

4. **Характеристика** — это подчеркивание того, что предмету присущи либо не присущи те или иные конкретные важные признаки. Указанные в характеристике признаки в своей совокупности дают возможность установить индивидуальность предмета. В отличие от описания, характеристика используется для раскрытия внутренних признаков, свойств предмета.

5. **Сравнения** — это ознакомление с предметом через сопоставление его с другим предметом. Сравнения являются одним из наиболее распространенных приемов в учебном процессе.

б. **Различия** — это ознакомления с предметом путем сопоставления его с другим предметом, при этом указывают не на сходство их признаков, а на их различие, отличие. Например, «Данная фирма отличается от других фирм города видами услуг, которые она предоставляет населению», «Изделия фирмы А отличаются от таких же изделий фирмы В высшей огнестойкостью и более низкой ценой».

В заключение отметим, что такое детальное рассмотрение вопроса формирования понятий и определений, с нашей точки зрения, является очень важным и позволит сформировать понятия и определения теории познания и созидания, руководствуясь вышеизложенными правилами и рекомендациями в части формирования понятий и их определений.

Глава II

Понятие

§ 1. Понятие как форма мышления *Общая характеристика понятия*

Понятие — это форма мышления, отражающая предметы в их существенных признаках.

Признаком предмета называется то, в чем предметы сходны друг с другом или чем они друг от друга отличаются.

Любые свойства, черты, состояния предмета, которые так или иначе характеризуют предмет, выделяют его, помогают распознать среди других предметов, составляют его признаки. Признаками могут быть не только свойства,

принадлежащие предмету; отсутствующее свойство (черта, состояние) также рассматривается как его признак.

Например, отсутствие билета у пассажира или оружия у преступника. Признаком бесхозного имущества является то, что оно не имеет собственника или его собственник не известен.

Любой предмет имеет множество разнообразных признаков. Одни из них характеризуют отдельный предмет и являются единичными, другие принадлежат определенной группе предметов и являются общими. Так, каждый человек имеет признаки, одни из которых (например, черты лица, телосложение, походка, жестикауляция, мимика, так называемые особые приметы, бросакие признаки) принадлежат только данному человеку и отличают его от других людей; другие (профессия, национальность, социальная принадлежность и т.д.) являются общими для определенной группы людей; наконец, есть признаки, общие для всех людей. Они присущи каждому человеку и вместе с тем отличают его от других живых существ. К ним относятся способность создавать орудия труда, способность к абстрактному мышлению и членораздельной речи.

Кроме единичных (индивидуальных) и общих признаков **логика** выделяет признаки существенные и несущественные.

Признаки, необходимо принадлежащие предмету, выражающие его сущность, называют **существенными**.
Признаки, которые могут

принадлежать, но могут и не принадлежать предмету и которые не выражают его сущности, называются **несущественными 1**.

Существенные признаки могут быть общими и единичными. Понятия, отражающие множество предметов, включают **общие** существенные признаки. Например, общие признаки человека (способность создавать орудия труда и др.) являются существенными. Понятие, отражающее один предмет (например, «Аристотель»), наряду с общими существенными признаками (человек, древнегреческий философ) включает **единичные** признаки (основатель логики, автор «Аналитики»), без которой отличить Аристотеля от других людей и философов Древней Греции невозможно.

Понятие качественно отличается от форм чувственного познания: ощущений, восприятий и представлений, существующих в сознании человека в виде наглядных образов отдельных предметов или их свойств. Мы не можем, например, представить, а тем более воспринять здание вообще. Восприятие или представление — это чувственно-наглядный образ какого-либо конкретного здания, например главного корпуса Московского университета на Воробьевых горах. Понятие лишено наглядности. Понятие «здание» характеризуется отсутствием единичных признаков отдельных зданий, в нем отражаются признаки, необходимо принадлежащие любому из них и являющиеся общими для всех строений, предназначенных для учебы, работы или жилья.

Понятие как форма мышления отражает предметы и их совокупности в абстрактной, обобщенной форме на основании их существенных признаков.

Понятие — одна из основных форм научного познания. Формируя понятия, наука отражает в них изучаемые ею предметы, явления, процессы. Например, экономическая теория сформировала такие понятия, как «товар»,

«капитал», «стоимость»; правовые науки — понятия «преступление», «наказание», «вина», «умысел», «правоспособность» и др.

Отражая существенное, понятия не содержат всего богатства индивидуальных признаков предметов и в этом смысле они беднее форм чувственного познания — восприятий и представлений. Вместе с тем, отвлекаясь от несущественного, случайного, они позволяют глубже проникнуть в действительность, отобразить ее с большей полнотой, на что не способно чувственное познание.

Сущность как совокупность всех внутренних, необходимых свойств и связей предмета, взятых в их естественной взаимозависимости, отражается в научных понятиях, которые формируются на основе всестороннего исследования предмета и проникновения в его внутреннюю природу с помощью научных методов познания. Термин «существенный признак» нередко употребляется для обозначения признаков предмета, которые хотя и не раскрывают его действительной сущности, но являются важными для его характеристики.

Логические приемы образования понятий

Для образования понятия необходимо выделить существенные признаки предмета, применив с этой целью ряд логических приемов: сравнение, анализ, синтез, абстрагирование, обобщение. Эти приемы широко используются в познании. Важную роль они играют в формировании понятий, основанном на выявлении существенных признаков.

Чтобы составить понятие о предмете, нужно сравнить данный предмет с другими предметами, найти признаки

сходства и различия. Логический прием, устанавливающий сходство или различие предметов, называется ***сравнением***.

Выделение признаков связано с мысленным расчленением предмета на составляющие его части, стороны, элементы. Мысленное расчленение предмета на части называется ***анализом***.

Выделение с помощью анализа признаков позволяет отличить существенные признаки от несущественных и отвлекаться, абстрагироваться от последних. Мысленное выделение признаков одного предмета и отвлечение от других признаков называется ***абстрагированием***

Элементы, стороны, признаки предмета, выделенные с помощью анализа, должны быть соединены в единое целое. Это достигается с помощью приема, противоположного анализу, — ***синтеза***, представляющего собой мысленное соединение частей предмета, расчлененного анализом.

Признаки изучаемых предметов распространяются на все сходные предметы. Эта операция осуществляется путем ***обобщения*** — приема, с помощью которого отдельные предметы на основе присущих им одинаковых свойств объединяются в группы однородных предметов. Благодаря обобщению существенные признаки, выявленные у отдельных предметов, рассматриваются как признаки всех предметов, к которым приложимо данное понятие

Таким образом, устанавливая сходство (или различие) между предметами (сравнение), расчленяя сходные предметы на элементы (анализ), выделяя существенные признаки и отвлекаясь от несущественных (абстрагирование), соединяя существенные признаки (синтез) и распространяя их на все однородные предметы

(обобщение), мы образуем одну из основных форм мышления — понятие.

Понятие и слово

Понятие неразрывно связано с основной языковой единицей — словом. Понятия выражаются и закрепляются в словах и словосочетаниях, без которых невозможно ни формирование понятий, ни оперирование ими¹.

Единство понятия и слова не означает их полного совпадения. В разных национальных языках одно и то же понятие выражается разными словами. Но и в одном языке слово и понятие нередко не совпадают. Многие слова имеют не одно, а несколько значений. Например, слово русского языка «связка» употребляется в значениях: 1) несколько однородных предметов, связанных вместе («связка книг»), 2) сухожилие, соединяющее отдельные части скелета или органа тела («мышечные связки»), 3) элемент суждения, связывающий субъект и предикат или простые суждения. Несколько значений имеют слова «закон», «субъект», «край» и др.

В любом языке существуют омонимы и синонимы.

Омонимы (от греч. *homos* — «одинаковый» и *опута* — «имя») — это слова, совпадающие по звучанию, одинаковые по форме, но выражающие различные понятия (например, *коса* — это и сплетенные вместе пряди волос, и идущая от берега узкая полоска земли, и орудие для срезания травы, злаков и т.п.; *нота* — графическое изображение музыкального звука и дипломатическое обращение одного государства к другому; *заключение* — суждение, полученное логическим путем из посылок, и

состояние лица, лишенного свободы, и последняя часть, конец чего-либо).

Синонимами (от греч. *synonymus* — «одноименный») называются слова, близкие или тождественные по своему значению, выражающие одно и то же понятие, но отличающиеся друг от друга оттенками значений или стилистической окраской. Например, «родина» и «отечество»; «юридическая наука», «правоведение» и «юриспруденция»; «договор», «соглашение» и «контракт» и многие другие.

Многозначность слов (полисемия) нередко приводит к смешению понятий, а следовательно, к ошибкам в рассуждениях. Поэтому необходимо точно установить значение слов, с тем чтобы употреблять их в строго определенном смысле.

Слова и словосочетания, имеющие определенный смысл и обозначающие какой-либо предмет, называются именами
См об этом гл I, § 4

В различных областях науки и техники вырабатывается специальная терминология — система терминов, употребляемых в данной области знания. **Термин** — это слово или словосочетание, обозначающее строго определенное понятие и характеризующееся однозначностью по крайней мере в пределах данной науки или родственной группы наук. Важное значение разработке и уточнению терминологии придается правовыми науками, которые, как правило, дают разъяснения терминов, употребляемых в определенной области права. Например, в Уголовно-процессуальном кодексе разъясняются термины (наименования): «суд», «суд первой инстанции», «кассационная инстанция», «надзорная инстанция»,

«судья», «прокурор», «следователь», «законные представители» и др.

Эти и подобные разъяснения позволяют однозначно применять правовые термины.

§ 2. Содержание и объем понятия

Содержанием понятия называется совокупность существенных признаков предмета, которая мыслится в данном понятии.

Например, содержанием понятия «преступление» является совокупность существенных признаков преступления: общественно опасный характер деяния противоправность, виновность, наказуемость.

Множество предметов, которое мыслится в понятии, называется объемом понятия. Объем понятия «преступление» охватывает все преступления, поскольку они имеют общие существенные признаки.

Логика оперирует также понятиями «класс» («множество»), «подкласс» («подмножество») и «элемент класса».

Классом, или множеством, называется определенная совокупность предметов, имеющих некоторые общие признаки. Таковы, например, классы (множества) высших учебных заведений, студентов, юридических законов, преступлений и т.д. На основании изучения определенного класса предметов формируется понятие об этом классе. Так, на основе изучения класса (множества) юридических законов образуется понятие юридического закона.

Класс (множество) может включать в себя *подкласс, или подмножество*. Например, класс студентов включает в себя подкласс студенток юридических вузов, класс преступлений — подкласс экономических преступлений.

Отношение между классом (множеством) и подклассом (подмножеством) является отношением включения и выражается при помощи знака **c**: **A c B**. Это выражение читается: А является подклассом В. Так, если А — следователи, а В — юристы, то А будет подклассом класса В.

Классы (множества) состоят из элементов. *Элемент класса* — это предмет, входящий в данный класс. Так, элементами множества высших учебных заведений будут Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, Московская государственная юридическая академия и т.д.

Отношение элемента к классу выражается при помощи знака **e**: **A e B** (А является элементом класса **B**).

Если, например, А — юрист Иванов, а В — юристы, то А будет элементом класса В.

Различают универсальный класс, единичный класс и нулевой, или пустой, класс.

Класс, состоящий из всех элементов исследуемой области, называется *универсальным классом* (например, класс планет Солнечной системы). Если класс состоит из одного элемента, то это будет *единичный класс* (например, планета Юпитер); наконец, класс, который не содержит ни одного элемента, называется *нулевым (пустым) классом*. Пустыми классами являются, например, вечный двигатель, круглый

квадрат, русалка, леший и др. Число элементов пустого класса равно нулю.

Содержание и объем понятия тесно связаны друг с другом. Эта связь выражается в *законе обратного отношения между объемом и содержанием понятия*, который устанавливает, что увеличение содержания понятия ведет к образованию понятия с меньшим объемом, и наоборот.

Так, увеличивая содержание понятия «государство» путем прибавления нового признака — «современный», мы переходим к понятию «современное государство», имеющему меньший объем. Увеличивая объем понятия «учебник по теории государства и права», переходим к понятию «учебник», имеющему меньшее содержание, так как оно не включает в себя признаки, характеризующие учебник по теории государства и права.

Подобное же отношение между объемом и содержанием имеет место в понятиях «преступление» и «преступление против личности» (первое понятие шире по объему, но уже по содержанию), «генеральный прокурор» и «прокурор», где первое понятие уже по объему, но шире по содержанию.

Закон обратного отношения между объемом и содержанием понятия лежит в основе логических операций, которые будут рассмотрены в гл. III.

§ 3. Виды понятий

Понятия принято делить на следующие виды: 1) единичные и общие, 2) собирательные и несобирательные, 3) конкретные и абстрактные, 4) положительные и отрицательные, 5) безотносительные и соотносительные.

1. Понятия делятся на **единичные и общие** в зависимости от того, мыслится в них один элемент или множество элементов. Понятие, в котором мыслится один элемент, называется **единичным** (например, «Москва», «Л.Н. Толстой», «Российская Федерация»). Понятие, в котором мыслится множество элементов, называется **общим** (например, «столица», «писатель», «федерация»). Общие понятия могут быть **регистрирующими и нерегистрирующими**. **Регистрирующими** называются понятия, в которых множество мыслимых в нем элементов поддается учету, регистрируется (во всяком случае в принципе). Например, «участник Великой Отечественной войны 1941—1945 гг.», «родственники потерпевшего Шилова», «планета Солнечной системы». Регистрирующие понятия имеют конечный объем.

Общее понятие, относящееся к неопределенному числу элементов, называется **нерегистрирующим**. Так, в понятиях «человек», «следователь», «указ» множество мыслимых в них элементов не поддается учету: в них мыслятся все люди, следователи, указы прошедшего, настоящего и будущего. Нерегистрирующие понятия имеют бесконечный объем.

2. Понятия делятся на **собираательные и несобираательные**. Понятия, в которых мыслятся признаки некоторой совокупности элементов, составляющих единое целое, называются **собираательными**. Например, «коллектив», «полк», «созвездие». Эти понятия отражают множество элементов (членов коллектива, солдат и командиров полка, звезд), однако это множество мыслится как единое целое. Содержание собираательного понятия

нельзя отнести к каждому отдельному элементу, входящему в его объем, оно относится ко всей совокупности элементов. Например, существенные признаки коллектива (группа лиц, объединенных общей работой, общими интересами) неприложимы к каждому отдельному члену коллектива.

Собирательные понятия могут быть общими («коллектив», «полк», «созвездие») и единичными («коллектив нашего института», «86-й стрелковый полк», «созвездие Большой Медведицы»).

Понятие, в котором мыслятся признаки, относящиеся к каждому его элементу, называется **несобирательным**. Таковы, например, понятия «звезда», «командир полка», «государство».

В процессе рассуждения общие понятия могут употребляться в **разделительном и собирательном** смысле.

Если высказывание относится к каждому элементу класса, то такое употребление понятия будет **разделительным**; если же высказывание относится ко всем элементам, взятым в единстве, и неприложимо к каждому элементу в отдельности, то такое употребление понятия называется **собирательным**. Например, высказывая мысль «Студенты 1-го курса изучают логику», мы употребляем понятие «студенты 1-го курса» в разделительном смысле, так как данное утверждение относится к каждому студенту 1-го курса. В высказывании «Студенты 1-го курса провели теоретическую конференцию» утверждение относится ко всем студентам 1-го курса в целом. Здесь понятие «студенты 1-го курса» употребляется в собирательном смысле. Слово «каждый» к данному суждению неприложимо.

3. Понятия делятся на **конкретные и абстрактные** в зависимости от того, что они отражают: предмет (класс предметов) или его признак (отношение между предметами). Понятие, в котором мыслится предмет или совокупность предметов как нечто самостоятельно существующее, называется **конкретным**; понятие, в котором мыслится признак предмета или отношение между предметами, называется **абстрактным**. Так, понятия «книга», «свидетель», «государство» являются конкретными; понятия «белизна», «смелость», «ответственность» — абстрактными.

Различие между конкретными и абстрактными понятиями основано на различии между предметом, который мыслится как целое, и свойством предмета, отвлеченным от последнего и отдельно от него не существующим. Абстрактные понятия образуются в результате отвлечения, абстрагирования определенного признака предмета; эти признаки мыслятся как самостоятельные объекты мысли. Так, понятия «смелость», «инвалидность», «невменяемость» отражают признаки, не существующие сами по себе, в отрыве от лиц, обладающих этими признаками. Понятия «дружба», «посредничество», «психологическая несовместимость» отражают определенные отношения. Это абстрактные понятия.

Не следует смешивать конкретные понятия с единичными, а абстрактные с общими. Общие понятия могут быть и конкретными, и абстрактными (например, понятие «посредник» — общее, конкретное; понятие «посредничество» — общее, абстрактное). Как конкретным, так и абстрактным может быть единичное понятие

(например, понятие «Организация Объединенных Наций» — единичное, конкретное; понятие «мужество капитана Гастелло» — единичное, абстрактное).

4. Понятия делятся на **положительные и отрицательные** в зависимости от того, составляют ли их содержание свойства, присущие предмету, или свойства, отсутствующие у него. Понятия, содержание которых составляют свойства, присущие предмету, называются **положительными**. Понятия, в содержании которых указывается на отсутствие у предмета определенных свойств, называются **отрицательными**. Так, понятия «грамотный», «порядок», «верующий» являются положительными; понятия «неграмотный», «беспорядок», «неверующий» — отрицательными. В русском языке отрицательные понятия выражаются обычно словами с отрицательными приставками «не» и «без»: «неуловимый», «невиновный», «бездействие»; в словах иностранного происхождения — чаще всего словами с отрицательной приставкой «а»: «аморальный», «анонимный», «асимметрия» и т.д. Однако на отсутствие некоторых свойств предмета могут указывать слова без отрицательной приставки. Например: «темнота» (отсутствие света), «трезвый» (непьяный), «молчаливый» (неразговорчивый). С другой стороны, понятия «безделушка» (вещица для украшения), «невинный» (чистосердечный, простодушный), «негодование» (возмущение, крайнее недовольство) относятся к положительным; они не содержат отрицания каких-либо свойств, хотя выражающие их слова могут

быть ошибочно восприняты как слова с отрицательными приставками I .

5. Понятия делятся на **безотносительные и соотнесительные** в зависимости от того, мыслятся ли в них предметы, существующие раздельно или в отношении с другими предметами.

Понятия, отражающие предметы, существующие раздельно и мыслящиеся вне их отношения к другим предметам, называются

безотносительными. Таковы понятия «студент», «государство», «место преступления» и др.

Соотносительные понятия содержат признаки, указывающие на отношение одного понятия к другому понятию. Например: «родители» (по отношению к понятию «дети») или «дети» (по отношению к понятию «родители»), «начальник» («подчиненный»), «получение взятки» («дача взятки»). Соотносительными являются также понятия «часть», «причина», «брат», «сосед» и др. В этих понятиях отражены предметы, существование одного из которых не мыслится вне его отношения к другому.

- *Не следует смешивать логическую характеристику понятий как положительных и отрицательных с политической, нравственной, юридической оценкой тех явлений, которые они отражают. Так, понятия «агрессия», «преступность», «алкоголизм» являются положительными их содержание составляют признаки, принадлежащие предмету. Однако явления, отраженные в этих понятиях, вызывают у нас отрицательную оценку.*

Определить, к какому виду относится то или иное понятие, — значит дать ему логическую характеристику. Так, давая логическую характеристику понятию «Российская Федерация», нужно указать, что это понятие единичное, собирательное, конкретное, положительное, безотносительное. При характеристике понятия «невменяемость» должно быть указано, что оно является общим (нерегистрирующим), несобирательным, абстрактным, отрицательным, безотносительным.

Логическая характеристика понятий помогает уточнить их содержание и объем, вырабатывает навыки более точного употребления понятий в процессе рассуждения.

Виды понятий представлены схемой (рис. 1).

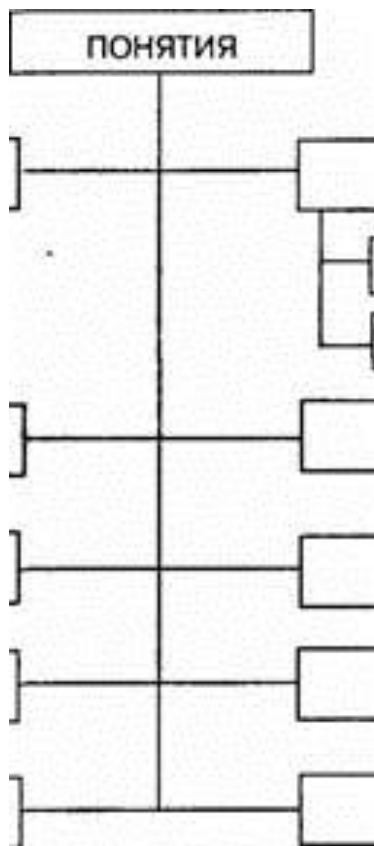
единичные

собирательные

конкретные

положительные

безотносительные



общие

регистрирующие

нерегистрирующие

несобирательные

абстрактные

отрицательные

соотносительные

§ 4. Отношения между понятиями

Рассматривая отношения между понятиями, следует всего различать понятия **сравнимые и несравнимые**.

Сравнимыми называются понятия, имеющие некоторые признаки, позволяющие эти понятия сравнивать друг с другом. Например, «пресса» и «телевидение» — сравнимые понятия, они имеют общие признаки, характеризующие средства массовой информации.

Несравнимыми называются понятия, не имеющие общих признаков, поэтому и сравнивать эти понятия невозможно. Например: «квадрат» и «общественное порицание», «преступление» и «космическое пространство», «государство» и «симфоническая музыка». Они относятся к разным, весьма отдаленным друг от друга областям действительности и не имеют признаков, на основании которых их можно было бы сравнивать друг с другом. В логических отношениях могут находиться только сравнимые понятия.

Сравнимые понятия делятся на **совместимые и несовместимые**.

2. В отношении *пересечения (перекрещивания)* находятся понятия, объем одного из которых частично входит в объем другого. Содержание этих понятий различно.

В отношении пересечения находятся понятия «юрист» (А) и «преподаватель» (В): некоторые юристы являются преподавателями (как некоторые преподаватели —

юристами). С помощью круговых схем это отношение изображается в виде двух пересекающихся кругов (рис. 3).

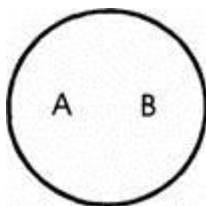


Рис.2

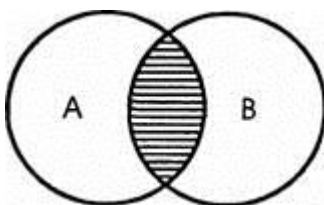


Рис.3

Совместимые понятия

Понятия, объемы которых полностью или частично совпадают, называются **совместимыми**. В содержании этих понятий нет признаков, исключающих совпадение их объемов. Существуют три вида отношений совместимости: 1) **равнообъемность**, 2) **пересечение (перекрещивание)** и 3) **подчинение (субординация)**.

1. В отношении **равнообъемности** находятся понятия, в которых мыслится один и тот же предмет. Объемы этих понятий полностью совпадают (хотя содержание различно). В отношении равнообъемности находятся, например, понятия «геометрическая фигура с тремя равными углами» и «геометрическая фигура с тремя

равными сторонами». Эти понятия отражают один предмет мысли: равноугольный (равносторонний) треугольник, их объемы полностью совпадают, однако содержание различно, поскольку каждое из них содержит разные признаки треугольника.

Отношение между понятиями принято изображать с помощью круговых схем (кругов Эйлера), где каждый круг обозначает объем понятия, а каждая его точка — предмет, мыслимый в его объеме. Круговые схемы позволяют наглядно представить отношение между различными понятиями, лучше понять и усвоить эти отношения.

Так, отношение между двумя равнообъемными понятиями должно быть изображено в виде двух полностью совпадающих кругов А и В (рис. 2).

В совместившейся части кругов А и В (заштрихованная часть схемы) мыслятся те юристы, которые являются преподавателями, а в несовместившейся части круга А — юристы, не являющиеся преподавателями, в несовместившейся части круга В — преподаватели, не являющиеся юристами.

3. В отношении *подчинения (субординации)* находятся понятия, объем одного из которых полностью входит в объем другого, составляя его часть.

В таком отношении находятся, например, понятия «суд» (А) и «городской суд» (В). Объем первого понятия шире объема второго понятия, кроме городских существуют и другие виды судов — краевые, областные, районные и т.д. Понятие «городской суд» полностью входит в объем понятия «суд» (рис. 4).

Понятие, имеющее больший объем и включающее объем другого понятия, называется **подчиняющим** (А), понятие, имеющее меньший объем и составляющее часть объема другого понятия, — **подчиненным** (в). 1

Если в отношении подчинения находятся два общих понятия, то подчиняющее понятие называется **родом**, подчиненное — **видом**. Так, понятие «городской суд» будет видом по отношению к понятию «суд». Понятие может быть одновременно видом (по отношению к более общему понятию) и родом (по отношению к понятию менее общему). Например: понятие «лишение свободы на определенный срок» (В) — это род по отношению к понятию «лишение свободы на пять лет» (С) и в то же время вид по отношению к понятию «уголовное наказание» (А). Отношение между тремя подчиненными друг другу понятиями изображено на рис. 5.

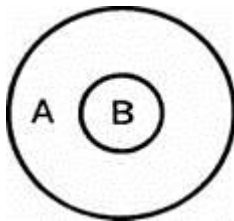


Рис.4

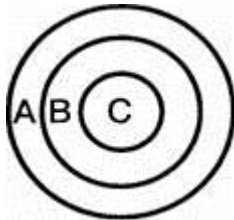


Рис.5

Если в отношении подчинения находятся общее и единичное (индивидуальное) понятия, то общее (подчиняющее) понятие является видом, а единичное (подчиненное) *индивидом*. В таком отношении будут находиться, например, понятия «адвокат» и «Ф.Н. Плевако».

Отношения «род» — «вид» — «индивид» широко используются в логических операциях с понятиями — в обобщении, ограничении, определении и делении. Они будут рассмотрены в главе III.

Несовместимые понятия

Понятия, объемы которых не совпадают ни полностью, ни частично, называются *несовместимыми (или внешнеположными)*. Эти понятия содержат признаки, исключающие совпадение их объемов.

Существуют три вида отношений несовместимости: 1) *соподчинение (координация)*, 2) *противоположность (контрарность)*, 3) *противоречие (контрадикторность)*.

1. В отношении *соподчинения (координации)* находятся два или больше неперекрещивающихся понятий, подчиненных общему для них понятию. Например: «областной суд» (В), «городской суд» (С), «суд» (А). Понятия, находящиеся в отношении подчинения к общему для них понятию, называются *соподчиненными*.

В круговых схемах это отношение изображено на рис. 6.

2. В отношении *противоположности (контрарности)* находятся понятия, одно из которых содержит некоторые признаки, а другое —

признаки, не совместимые с ними. Такие понятия называются **противоположными (контрарными)**. Объемы двух противоположных понятий составляют в своей сумме лишь часть объема общего для них родового понятия, видами которого они являются и которому они соподчинены; Таковы, например, отношения между понятиями «черный» и «белый», «отличник» и «неуспевающий», «дружественное государство» и «враждебное государство» (рис. 7). Пунктиром изображено родовое понятие «государство», так как оно не дано, но может быть образовано. Понятие В содержит признаки, не совместимые с признаками понятия А. Объемы этих понятий не исчерпывают в своей сумме всего объема родового понятия «государство»: существуют и другие межгосударственные отношения.

3. В *отношении противоречия (контрадикторности)* находятся понятия, одно из которых содержит некоторые признаки, а другое эти же признаки исключает.

Объемы двух противоречащих понятий составляют весь объем рода, видами которого они являются и которому они соподчинены.

В отношении противоречия находятся положительные и отрицательные понятия: «четный» и «нечетный», «успевающий» и «неуспевающий», «дружественное государство» и «недружественное государство». Отношение между противоречащими понятиями изображено на рис. 8.

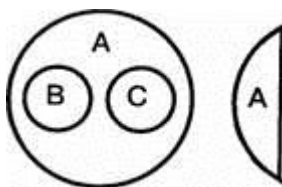


Рис.6

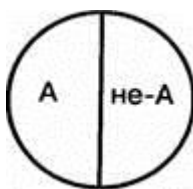


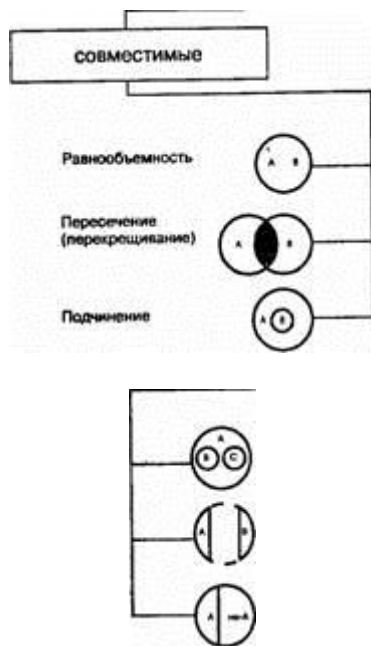
Рис.7

Из схемы видно, что положительное понятие **A** и отрицательное понятие **не-А** исчерпывают весь объем понятия «государство»: любое государство является дружественным или недружественным. Между двумя противоречащими понятиями не может быть никакого третьего понятия.

Отношения между понятиями представлены обобщающей схемой (рис.9).

понятия

сравнимые



несравнимые

несовместимые

Соподчинение

Противоположность \wedge 1 (контрарность) ."¹

Противоречие (контрадикторность)

Рис.9

1 **Лексикологія** (*гр.* lexikos – словниковий і logos – учення) – розділ мовознавства, що вивчає словниковий склад мови [^ 8, с. 83].

1 **Лексикология** (*гр.* lexikos – словарный і logos – учение) – раздел языкознания, который изучает словарный состав языка [^ 8, с. 83].

2 За предметом досліджування зазвичай виділяють чотири великі групи дисциплін: **природничі, технічні, гуманітарні та суспільні.**

Природничі науки (*англ.* natural sciences) – це сукупність наук про природу, які вивчають будову, властивості й перетворювання неживої та живої природи, ґрунтуючись на вимірюванні й рахуванні (*математика, механіка, фізика, астрономія, інформатика та кібернетика, хімія, біологія, геологія, географія, сільськогосподарські, ветеринарні, медичні науки* тощо).

Природоведческие науки (*англ.* natural sciences) – совокупность наук о природе, которые изучают строение, свойства и преобразования неживой и живой природы, базируясь на измерении и вычислении (*математика, механика, физика, астрономия, информатика та кібернетика, хімія, біологія, геологія, географія, сільськогосподарські, ветеринарні, медичні науки* тощо).

Технічні науки (*англ.* engineering) – це сукупність дисциплін, що вивчають закономірності розвитку техніки та технологій і визначають способи найкращого їх використання (*металургія, машинознавство, приладобудування й енергетика, геодезія та гірництво, транспорт і зв'язок, будівництво й архітектура, військові науки* тощо). **Суспільні науки** (*англ.* social sciences) – це сукупність дисциплін, що вивчають суспільство загалом та окремі його підсистеми, їхню структуру, розвиток тощо (*економіка, правознавство, національна безпека, державне управління, соціологія, політологія* тощо).

Гуманітарні науки (*англ.* humanities) – це сукупність наук про форми відбивання реального світу у свідомості, які вивчають продукти духовної творчої діяльності людини (*мовознавство, літературознавство, мистецтвознавство* тощо). За предметом і методологією досліджування суспільні та гуманітарні науки часто перетинаються.

3 ^ **Методологічні дисципліни** – дисципліни, які розробляють методи і засоби пізнання, фіксування та оброблення знань, що їх широко використовують різні предметні науки для досліджування своїх предметних сфер.

3 ^ **Методологические дисциплины** – дисциплины, которые разрабатывают методы и средства познания, фиксации и обработки знаний, которые широко используют разные предметные науки для исследования своих предметных сфер.

4 **Системология** (гр. *systema* – ціле, складене з частин, і *logos* – учення) – загальнонауковий методологічний напрям, пов'язаний з досліджуванням сукупності філософських, теоретичних, конкретно-наукових і прикладних питань аналізу й синтезу складних систем довільної природи [10, с. 8]. Системний підхід є конкретизацією принципів діалектики [4, т. 23, с. 477].

5 **Семіотика** (гр. *semeiōtikón*, від *semeion* – знак, ознака) – наука, що досліджує властивості знаків і знакових систем (природних та штучних мов). [4, т. 23, с. 236-237]. Семіотику можна вважати як математико-інформаційною наукою (оскільки знак - це носій інформації, а знакові системи широко використовують для зберігання та передавання інформації), так і мовознавчою дисципліною (оскільки природна мова є однією з найважливіших знакових систем). Це знайшло своє відбиття в Універсальній десятковій класифікації, де **семіотика** має код **519.76** і належить до **математичної кібернетики** (код 519.7) та код **801.7:81'22** і належить до **допоміжних філологічних дисциплін** (код **801.7**) [11].

6 **Терміносистема** – відносно замкнена, кількісно обмежена множина **термінів**, що відбиває **поняттєву систему** певної предметної сфери на відповідному етапі її розвитку [12, п. 3.1].

6 **Система (научно-образованих) понять** – относительно замкнутое, численно ограниченное множество понятий, которое отражает **понятийную систему** определенной предметной области на данном этапе ее развития [12, п. 3.1].

7 **Дефініція** (синонім – **визначення поняття**) (*англ.* *definition*) – словесний опис деякого **поняття**, що дає змогу відрізнити його від пов'язаних понять [6, п. 3.3.1]. На нашу думку, через багатозначність терміна **визначення** доцільно надавати перевагу терміну **дефініція**.

8 ^ **Досліджування фахових мов** – це напрям у мовознавстві, який вивчає побудову мов певних предметних сфер, їхні особливості та відмінності від мов інших предметних сфер тощо [16, с. 138]. **Аспектологія** – це напрям у мовознавстві, що вивчає дієслівний вид (аспект) у системі його опозицій і кореляцій, спектр значень і функцій

дієслів, які не мають видових пар, і суміжні з видом категорії (роди дії), а також аспектуально важливі засоби контексту [17, с. 46].

Функційна граматика – це напрям у мовознавстві, який досліджує категорійно-функційну специфіку різнорівневих одиниць мовної системи та їхнє функціонування в мовленні, використовуючи двовекторний підхід: від мовного засобу до сукупності його функцій – і зворотний – від функції до сукупності засобів різних мовних рівнів, що їх виконують [17, с. 779]. **Когнітивна лінгвістика** – це напрям у мовознавстві, у якому функціонування мови розглядають як різновид пізнавальної діяльності, а структури та механізми людської свідомості досліджують через мовні явища [18, с. 258].

9 ^ **Поняттєва система** (*англ.* concept system) – множина **понять**, структурована відповідно до наявних між ними зв'язків [6, п. 3.2.11].

10 **Термінологічна робота** (*англ.* terminology work) – робота, пов'язана із систематичним збиранням, описуванням, опрацюванням і подаванням **понять** та відповідних **термінів** [6, п. 3.6.1].

11 Ми розрізняємо поняття **об'єкт** і **предмет**.

Об'єкт (*англ.* object) – усе, що можна сприймати органами чуття або уявити. *Примітка.* Об'єкти можуть бути матеріальні (наприклад, двигун, аркуш паперу, діамант), нематеріальні (наприклад, процес перетворювання, план проекту) чи уявні (наприклад, єдиноріг) [6, п. 3.1.1].

Тоді як **предмет** – це різновид об'єкта, що охоплює речі та істоти.

12 **Ознака** (*англ.* characteristic) – абстрагована властивість **об'єкта** чи деякої множини об'єктів. *Примітка.* Ознаки призначені описувати **поняття** [6, п. 3.2.4].

12 **Признак** (*англ.* characteristic) – абстрактне свойство об'єкта или некоторого множества объектов.

13 **Поняттєве поле** (*англ.* concept field) – неструктурована множина тематично пов'язаних **понять** [6, п. 3.2.10].

14 **Професіоналізм** – одиниця усного професійного спілкування, тобто слово чи словосполучка, що позначає спеціальне поняття тієї чи тієї професії, ремесла, промислу. Подібно до слів природної мови **професіоналізми** виникають вільно, без будь-яких обмежень і завжди ґрунтуються на певному конкретно-чуттєвому образі, хоча позначають не тільки конкретні спеціальні предмети, а й абстрактні спеціальні поняття. **Професіоналізми** відбивають результати предметно-практичного пізнання, а **терміни** – теоретичного. З огляду на це

професіоналізм не відповідають науковій **дефініції**, **професіоналізми** не становлять цілісної системи, можуть мати експресивне забарвлення. Їм властиві багатозначність та семантична невизначеність: той самий професіоналізм може позначати в різних ситуаціях і контекстах різні спеціальні об'єкти [1, с. 59, 99, 195].

15 Головний принцип у фаховому спілкуванні *non multa, sed multum* (дослівно – небагато, але багато; значення – стисло, але змістовно), тобто найбільша змістовність за мінімум використуваних засобів (але цей мінімум не повинен бути *minimum minimumum*, бо настане нерозуміння) [1, с. 17].

16 Зважаючи на те, що упорядкування починають не з **термінів**, а з **дефініцій**, для ефективної роботи з науково-технічною термінологією безумовно потрібні природнича або інженерна освіта, системне мислення та глибокі знання з логіки та мовознавства. Так, ініціатором створення 1933 року і незмінним ученим секретарем Комісії з технічної термінології, перетвореної 1938 року в Комітет технічної термінології АН СРСР, до своєї смерті 1950 року був видатний радянський термінолог, інженер за освітою, Д. С. Лотте. Характерно, що головами цього комітету, якого 1962 року перейменовано в Комітет науково-технічної термінології АН СРСР, завжди були видатні вчені: металурги, гірники, фахівці з інформатики – аж ніяк не лінгвісти [20, с. 94; 21, с. 8]. Так само в Україні першим головою Технічного комітету стандартизації науково-технічної термінології (ТК СНТТ) був лауреат Державної премії України в галузі науки й техніки, академік АН України, член міжнародного інституту інженерів-електриків, д-р техн. наук, проф. В. Перхач. Сьогодні цей комітет очолює д-р техн. наук, проф. Б. Рицар, фахівець з радіоелектроніки, а переважна більшість членів ТК СНТТ – це фахівці з природничих і технічних наук [22].

17 Незважаючи на важливість цих аспектів термінологічної роботи в літературі їх позначають різними термінами (див., наприклад, [23, с. 366-370; 24, с. 187-203; 25, § 27; 26]).

18 Потреба відбивати сутність фахового поняття спричинює уточнення мовної форми терміна. Бо сама ця форма має допомагати фахівцеві орієнтуватися у властивостях певного об'єкта (певних об'єктів) [1, с. 22], що їх абстраговано в понятті та його ознаках (рис. 3).

19 **Термінографія** (*англ. terminography*) – аспект **термінологічної**

роботи, пов'язаний із реєструванням і подаванням **термінологічних даних** [6, п. 3.6.2].

20 Термінологічний словник (*англ.* terminological dictionary) – це сукупність термінологічних статей, що подають інформацію стосовно **понять** або **термінів** з однієї чи з кількох конкретних предметних сфер [6, п. 3.7.1].

21 Лексикозорієнтований підхід (*англ.* lemma-oriented approach) – прийнятий у лексикографії підхід, за якого укладачі словника йдуть від слів (словосполук) і для кожного (кожної) аналізують етимологію, усі або лише потрібні для певного словника значення, іншомовні відповідники тощо.

22 ^ Абетковий порядок (*англ.* alphabetical arrangement; alphabetical order) – макроструктура, у якій термінологічні статті розташовують відповідно до літер абетки, з яких складаються заголовні терміни [6, п. 3.7.11], де **макроструктура** – структура статей у будь-якій сукупності статей [6, п. 3.7.7]

23 Абетково-гніздовий порядок – макроструктура, у якій термінологічні статті розташовують в абетковому порядку в межах гнізда, а гнізда упорядковано за абеткою заголовного терміна гнізда.

24 ^ Систематичний порядок (*англ.* systematic arrangement; systematic order) – макроструктура, у якій порядок розташування термінологічних статей відображає відповідну поняттєву систему [6, п. 3.7.12].

25 Стандартизація – діяльність, що полягає в установленні положень для загального і багаторазового користування стосовно розв'язування наявних чи можливих проблем і спрямована на досягнення оптимального ступеня впорядкованості за даних умов. *Примітка 1.* Зокрема ця діяльність проявляється у процесах розроблення, видавання та застосування стандартів. *Примітка 2.* Суттєві вигоди від стандартизації полягають у підвищенні відповідності продукції, процесів та послуг їхньому призначенню, усуненні перешкод у торгівлі та сприянні науково-технічній співпраці [34, с. 26].

26 ^ Поняттєзорієнтований підхід (*англ.* concept-oriented approach) – прийнятий у термінографії підхід, за якого розробники термінологічних стандартів йдуть від системи понять, формулюючи дефініцію і підбираючи для кожного поняття відповідний термін, іншомовні відповідники тощо.

27 ^ **Поняттсва схема** (англ. concept diagram) – графічне зображення певної **поняттсвої системи** [6, п. 3.2.12].

28 От як висловлено мету створення в одному міжнародному термінологічному стандарті [41, introduction]: As there is a large number of multiple designations in the domain of plain bearings, there is a considerable risk of error in the interpretation of standards and technical literature. This uncertainty leads to the continuous addition of supplementary designations, which only serves to increase the misunderstanding (Оскільки існує велика кількість багатозначних познак у галузі вальниць ковзання, є значний ризик помилки в інтерпретації стандартів і технічної літератури. Ця невизначеність призводить до безперервного включення додаткових познак, що тільки збільшує непорозуміння – наш переклад М. Г., С. К.)

Список літератури:

.

Эта запись была опубликована 26.07.2010 в 19:09. В рубриках: [Литература](#). Вы можете следить за ответами к этой записи через [RSS 2.0](#). Вы можете [оставить свой комментарий](#) или [трекбек](#) со своего сайта.

[1 комментарий](#)

1 комментарий

1. 04.07.2011 в 15:20

Отличная, глубокая статья. Есть такой вопрос: Существуют признаки и существуют значения этих признаков. Так, например, цвет – это признак; а зеленый – это значение признака. С точки зрения классиологии и логики это факт. Но вот в обычной, да и в научной речи этого разделения нет. Если задать обычный вопрос: «какие вы знаете признаки наступления осени?», то отвечающий перечислит именно значения признаков: похолодание, желтые листья, дождливая погода, период с 1 сентября по 30 ноября т.д. А на самом деле и вопрос задан неправильно и ответ ему под стать. Признаками в данном примере являются: среднедневная температура, цвет листового покрова; интенсивность и тип осадков, период. При этом сами признаки НЕ могут служить основанием для разделения сезонов. А вот их значения будучи проранжированными могут! Как можно эффективно разделить эту понятийную смесь? Сочетания значений признаков (и естественно сами признаки) формируют понятие. Чем более точно выделены признаки, определены их значения и шкала ранжирования, тем более точным будет понятие. «Сократ» – это не признак, это в общем смысле понятие, а точнее имя собственное, ставшее нарицательным. Как носители действующей социокультурной парадигмы мы автоматически наделяем его определенным набором значений признаков. Сам набор признаков может быть таким: уровень интеллекта, склад ума, вид деятельности, годы жизни, место проживания (национальность).

Когда кого-то сравнивают с Сократом (высказываются «ты как Сократ»), то переносят на объект устойчивый набор значений главных признаков этого понятия: высокий уровень интеллекта; философский склад ума.

Признаки и критерии

Определимся с понятиями. Что такое критерий и чем он отличается от признака?

Итак, признак это показатель, примета, знак, характеристика предмета или явления, по которой его отличают от других предметов или явлений.

Критерий - это признак, на основании которого происходит оценка, определение или классификация чего-либо; мерило оценки.

На первый взгляд получается масло масляное. Критерий это признак, а признак это показатель. Ну и чем они могут отличаться?

Начнем по порядку. Что такое показатель? Это обобщенная характеристика свойств объекта, процесса или явления, выступающая инструментом, обеспечивающим возможность проверки теоретических положений с помощью эмпирических данных.

Следовательно, признаки, как и критерии в первую очередь являются свойствами, присущими какому-либо объекту и пусть хотя бы и частично характеризующие его (выделяющие в окружающей среде). При этом это не просто какое-то свойство, а свойство или характеристика явления, выраженное в совокупности переменных, которые могут быть подвергнуты наблюдению и измерению. А иначе, каким образом, можно проверить теоретические положения с помощью эмпирических данных?

Окинув неискuschenным взглядом окружающий мир, мы легко увидим, что выделить можно всего два вида показателей:

- качественные показатели, фиксирующие наличие или отсутствие у рассматриваемого объекта определенного свойства;
- количественные показатели, фиксирующие меру выраженности, развития определенного свойства.

Теперь начинается прояснение. Признаки являются показателями, позволяющими качественно оценить (есть или нет) и выделить из окружающей действительности рассматриваемые объекты. То, чем мы, собственно говоря, и занимались в предыдущих выпусках. То есть искали качественное отличие человека от животного. И в этом смысле, любой признак, является отличительным. Он качественно выделяет объект (отличает его от других аналогичных предметов, явлений) из окружающей действительности.

В свою очередь критерий по определению, это признак являющийся мерилем оценки, составляющей основу какой-либо классификации. Не будем здесь приводить определение классификации, а примем априори, что реальная классификация возможна, только среди множества объектов, изначально обладающих каким-либо свойством, выраженном в том или ином виде. И оценивать это свойство можно количественно. Например, партии представленные в думе. Пять процентов, проходной бал. Пятнадцать, совещательный голос. Пятьдесят плюс один – решающий голос.

Конечно, возможен частный случай классификации на основе отличительных признаков. Но это качественная классификация, не представляющая для нас интереса. Животные могут быть двуногими, а могут быть четвероногими, с хвостом и без, с крыльями и без оных. Повторимся, такая классификация возможна, но она нам не интересна.

Мы рассмотрим классификацию объектов, у которых выражен какой-либо количественный признак. Приведем еще один пример. Крылья у птицы. Все птицы имеют крылья. И в этом отношении, крылья являются одним из отличительных (качественных) признаков птиц. Но мы также можем рассматривать и количественный показатель этих же самых крыльев (например, их размер) и на его основе осуществить классификацию. У пингвинов маленькие крылья, и они не летают, у кур побольше, но они не летают далеко, а у гусей большие, и они способны перемещаться на большие расстояния. Следовательно, мы

можем говорить о размере крыльев, как о критерии, на основе которого проведена наша условная классификация дальности полета птиц.

Вывод: в отличие от признаков, фиксирующих факт наличия или отсутствия какого-либо выраженного свойства у рассматриваемого объекта, критерии являются количественными показателями, фиксирующими меру выраженности того или иного свойства у множества рассматриваемых объектов. Но это свойство обязательно выражено в той или иной мере у всего множества явлений, предметов или процессов, подлежащих классификации.

Определение критерия

Критерий это количественный показатель, присущий всем элементам какого-либо множества объектов (явлений), позволяющий осуществить их классификацию. Следовательно, прежде всего, необходимо выделить само это рассматриваемое множество из окружающей среды. Это возможно сделать на основе каких-либо отличительных признаков. То есть объекты, классифицируемые по одному признаку, ранее должны быть выделены, среди себе подобных, по каком-либо другому. Например, с птицами. Что бы рассматривать крылья как критерий способности птиц к перемещению по воздуху, они должны быть первоначально выделены из класса всех существ как животные, по какому-либо другому признаку. Ну, скажем, по наличию лап. То есть размер крыльев является критерием, по которому можно классифицировать птиц, ранее выделенных из мира животных по признаку наличия лап. К бабочкам этот критерий уже не подходит.

После того, как мы выделили рассматриваемое множество из окружающей среды, необходимо найти свойство, присущее в той или иной мере всем рассматриваемым объектам, имеющее количественное выражение и определить меру этой выраженности. После этого мы сможем сказать, что такое-то свойство является критерием рассматриваемого множества по такой-то мере. Например, само по себе наличие крыльев у птиц, как мы уже говорили, не может являться критерием, так как, не понятна мера, по которой мы хотим осуществить классификацию. Мерой в данном случае может быть размер крыльев, частота их взмахов, форма, или характер размаха. Выбрав меру, например частота движения крыльев, мы можем уже их классифицировать: колибри, воробьи, голуби, утки, орлы. Я не

претендую на точность классификации пернатых. Эти примеры необходимы для понимания сути критерия.

Количественная оценка выраженного свойства, позволяет вывести некую градацию или его оценочную лестницу. На нижней ступеньке этой лестницы минимальное проявление свойства (показателя), а на верхней его максимальная выраженность. Все промежуточные ступеньки являются как бы переходными состояниями. Следовательно, что бы определить какой-либо критерий, необходимо кроме прочего разобрать следующие понятия:

1. Верхняя и нижняя границы, в чем их отличие.
2. Возможные переходные состояния (качественная оценка).
3. Сами ступеньки. То есть меру (количественная оценка), соответствующую переходам по этим ступенькам.

Таким образом, с помощью критерия осуществляется связь количественной выраженности рассматриваемого свойства, и качественного состояния самого объекта.

Как пример вспомним определение отличия человека от животного на основе критерия сознательности. Больше 50 процентов сознательных действий - человек, меньше - животное. Чем плох этот критерий? Полная путаница понятий. Не определены ни верхняя, ни нижняя границы. Что такое 100 процентов сознательных или бессознательных действий? А как их оценить? Кроме того, сравниваются не сравнимые объекты (мера, ступеньки лестницы). Животное разве может мыслить сознательно, а человек может ли существовать полностью на бессознательном уровне. Конечно, нет. Да и вообще, а что такое сознательное действие? Что автор вкладывает в это понятие? Остановим критику на этом. На мой взгляд, это был пример огульного использования терминов. Вернемся к нашей теме.

Мы выяснили, для того чтобы определить критерий чего-либо, необходимо разобраться со следующими категориями:

1. Множество объектов, подлежащих классификации.

2. Свойство, присущее всем элементам выбранного множества, выраженное как параметр, или другими словами, подлежащее количественной оценке.
3. Возможные верхняя и нижняя границы оцениваемого параметра.
4. Мера количественной оценки выбранного параметра.
5. Возможные состояния критерия, соответствующие классификационной лестнице—

признак

[Перевод](#)

Ссылки

1. [Войшвилло Е. К.](#) Понятие. — М.: Изд-во МГУ, 1967. — 284 с.
2. [Войшвилло Е. К.](#) Понятие как форма мышления: логико-гносеологический анализ. — М.: Изд-во МГУ, 1989. — 239 с.
3. [Власов Д. В.](#) [Логические и философские подходы к построению теоретической модели образования понятия // Электронный журнал «Знание. Понимание. Умение».](#) — 2009. — № 1 - [Философия. Политология.](#)
4. [Понятия в уголовно-тюремном мире](#)
5. [Психологический словарь](#)
6. [VIGL — Видео Глоссарий \(беседы с личностями, которые трактуют значение понятий\)](#)

7. ↑ [Философский словарь. — СПб. 1911. — С. 205](#)
8. ↑ Маркс К., Энгельс Ф. Соч. 2-е изд. Т. 20. С. 550.
9. ↑ Элементарные понятия статистики. Электронный учебник <http://www.statsoft.ru/home/textbook/esc.html>
10. ↑ Виктор Франкл. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ ЛОГОТЕРАПИИ / Перевел А. Бореев, отредактировал В. Данченко. <http://psylib.ukrweb.net/books/franv01/index.htm>
11. ↑ Сергей Ермилов. Карикатура «Законы — понятия» <http://caricatura.ru/parad/ermilov/4941/>
12. ↑ Леонард Терновский. Закон и «понятия». <http://www.mhg.ru/publications/5B0A77C>
13. ↑ Ильенков Э. В. Диалектическая логика. М., 1984. Очерк 5.
14. ↑ ¹ ² IВid
15. ↑ И. Ф. Берков. ЛОГИКА: задачи и упражнения. Минск: ТетраСистемс, 1998
16. ↑ Р. Бенерджи «Теория решения задач. Подход к созданию искусственного интеллекта» — М.: Мир, 1972 г.

↑ Выготский Л. С. Мышление и речь. М., 1999. Гл. 5; Сахаров Л. С. О методах исследования понятий // «Психология», 1930 (т. III, вып. 1); Выготский Л. С., Сахаров Л. С. Исследование образования понятий: методика двойной стимуляции // Хрестоматия по общей психологии. Психология мышления / Под ред. Ю. Б. Гиппенрейтер, В. В. Петухова. М., 1981.; [Сахаров Л. С. О методах исследования понятий \(1930\) // Культурно-историческая психология. 2006. № 2. — С. 32-47.](#)

(Этот материал для теории определения понятий)

Формальная система

Материал из Википедии — свободной энциклопедии
(перенаправлено с [«Формальная теория»](#))

Формальная система (формальная теория, аксиоматическая теория) — результат строгой [формализации теории](#), предполагающей полную абстракцию от смысла слов используемого языка, причем все условия, регулирующие употребление этих слов в теории, явно высказаны посредством [аксиом](#) и правил, позволяющих вывести одну фразу из других^[1].

Формальная система — это совокупность абстрактных объектов, не связанных с внешним миром, в которой представлены правила оперирования множеством символов в строго синтаксической трактовке без учёта смыслового содержания, то есть семантики. Строго описанные формальные системы появились после того, как была поставлена [задача Гильберта](#). Первые ФС появились после выхода книг [Рассела](#) и [Уайтхеда](#) «Формальные системы». Этим ФС были предъявлены определенные требования.

Основные определения

Формальная теория считается определенной, если^[2]:

1. Задано конечное или [счётное множество](#) произвольных символов. Конечные последовательности символов называются *выражениями* теории.
2. Имеется подмножество выражений, называемых *формулами*.
3. Выделено подмножество формул, называемых *аксиомами*.
4. Имеется конечное множество отношений между формулами, называемых *правилами вывода*.

Обычно имеется эффективная процедура, позволяющая по данному выражению определить, является ли оно формулой. Часто множество формул задаётся индуктивным определением. Как правило, это множество бесконечно. Множество символов и множество формул в совокупности определяют *язык* или *сигнатуру* формальной теории.

Чаще всего имеется возможность эффективно выяснять, является ли данная формула аксиомой; в таком случае теория называется *эффективно аксиоматизированной* или *аксиоматической*. Множество аксиом может быть конечным или бесконечным. Если число аксиом конечно, то теория называется *конечно аксиоматизируемой*. Если множество аксиом бесконечно, то, как правило, оно задаётся с помощью конечного числа *схем аксиом* и правил порождения конкретных аксиом из схемы аксиом. Обычно аксиомы делятся на два вида: *логические аксиомы* (общие для целого класса формальных теорий) и *нелогические* или *собственные аксиомы* (определяющие специфику и содержание конкретной теории).

Для каждого правила вывода R и для каждой формулы A эффективно решается вопрос о том, находится ли выбранный набор формул в отношении R с формулой A , и если да, то A называется *непосредственным следствием* данных формул по правилу R .

Выводом называется всякая последовательность формул такая, что всякая формула последовательности есть либо аксиома, либо непосредственное следствие каких-либо предыдущих формул по одному из правил вывода.

Формула называется *теоремой*, если существует вывод, в котором эта формула является последней.

Теория, для которой существует эффективный алгоритм, позволяющий узнавать по данной формуле, существует ли ее вывод, называется *разрешимой*; в противном случае теория называется *неразрешимой*.

Теория, в которой не все формулы являются теоремами, называется *абсолютно непротиворечивой*.

Определение и разновидности

Дедуктивная теория считается заданной, если:

1. Задан [алфавит](#) ([множество](#)) и правила образования выражений ([слов](#)) в этом алфавите.
2. Заданы правила образования [формул](#) (правильно построенных, корректных выражений).
3. Из множества формул некоторым способом выделено подмножество T [теорем](#) (*доказуемых формул*).

Разновидности дедуктивных теорий

В зависимости от способа построения множества теорем:

Задание аксиом и правил вывода

В множестве формул выделяется подмножество аксиом, и задается конечное число правил вывода — таких правил, с помощью которых (и только с помощью их) из аксиом и ранее выведенных теорем можно образовать новые теоремы. Все аксиомы также входят в число теорем. Иногда (например в [аксиоматике Пеано](#)) теория содержит бесконечное количество аксиом, задающихся при помощи одной или нескольких [схем аксиом](#). Аксиомы иногда

называют «скрытыми определениями». Таким способом задается [формальная теория](#) (*формальная аксиоматическая теория, формальное (логическое) исчисление*).

Задание только аксиом

Задаются только аксиомы, правила вывода считаются общеизвестными.

При таком задании теорем говорят, что задана *полуформальная аксиоматическая теория*.

Примеры

[Геометрия](#)

Задание только правил вывода

Аксиом нет (множество аксиом пусто), задаются только правила вывода.

По сути, заданная таким образом теория — частный случай формальной, но имеет собственное название: [теория естественного вывода](#).

Свойства дедуктивных теорий

Непротиворечивость

Теория, в которой множество теорем покрывает всё множество формул (все формулы являются теоремами, «истинными высказываниями»), называется *противоречивой*. В противном случае теория называется

непротиворечивой. Выяснение противоречивости теории — одна из важнейших и иногда сложнейших задач формальной логики. После выяснения противоречивости теории, как правило, не имеет дальнейшего ни теоретического, ни практического применения.

Полнота

Теория называется *полной*, если в ней для любой формулы F выводима либо сама F , либо ее отрицание $\neg F$. В противном случае, теория содержит [недоказуемые утверждения](#) (утверждения, которые нельзя ни доказать, ни опровергнуть средствами самой теории), и называется *неполной*.

Независимость аксиом

Отдельная аксиома теории считается *независимой*, если эту аксиому нельзя вывести из остальных аксиом. Зависимая аксиома по сути избыточна, и ее удаление из системы аксиом никак не отразится на теории. Вся система аксиом теории называется *независимой*, если каждая аксиома в ней независима.

Разрешимость

Теория называется *разрешимой*, если в ней понятие [эффективный процесс](#) теоремы *эффективно*, то есть существует (алгоритм), позволяющий для любой формулы за конечное число шагов определить, является она теоремой или нет.

Эффективный процесс

Пусть задано некоторое [множество](#) M , часть элементов которого обладает свойством U . Тогда **эффективным процессом** (методом, [алгоритмом](#)) называется такой процесс, который для любого элемента $x \in M$ позволяет за конечное число шагов выяснить, обладает ли элемент x свойством U или не обладает.

Полуэффективный процесс

Если элемент x обладает свойством U , *полуэффективный процесс* позволяет это выявить за конечное число шагов. Если же x не обладает свойством, полуэффективный процесс, возможно, не сможет сказать ничего определенного об x за конечное число шагов.

Таким образом, с помощью полуэффективного процесса мы либо узнаем, что x обладает свойством U , либо не сможем ничего выяснить в отношении x .

Важнейшие выводы

- В 30-е гг. XX века Курт [Гёдель](#) показал, что есть целый класс теорий первого порядка, являющихся неполными. Более того, формула, утверждающая непротиворечивость теории, также невыводима средствами самой теории (см. [Теоремы Гёделя о неполноте](#)). Этот вывод имел огромное значение для математики, так как формальная арифметика (а на ней базируется теория действительных чисел, без которой нельзя представить современную математику) является как раз такой теорией первого порядка, а следовательно,

формальная арифметика и все теории, содержащие ее, в том числе теория действительных чисел, являются неполными.

- Проблема неразрешимости логики предикатов. Чёрчем доказано, что не существует алгоритма, который для любой формулы [ЛОГИКИ ПРЕДИКАТОВ](#) устанавливает, логически общезначима формула или нет.
- [Исчисление высказываний](#) является непротиворечивой, полной, разрешимой теорией, причем все три утверждения доказуемы в рамках самой логики высказываний.

┐

┐