Парадигма развития науки

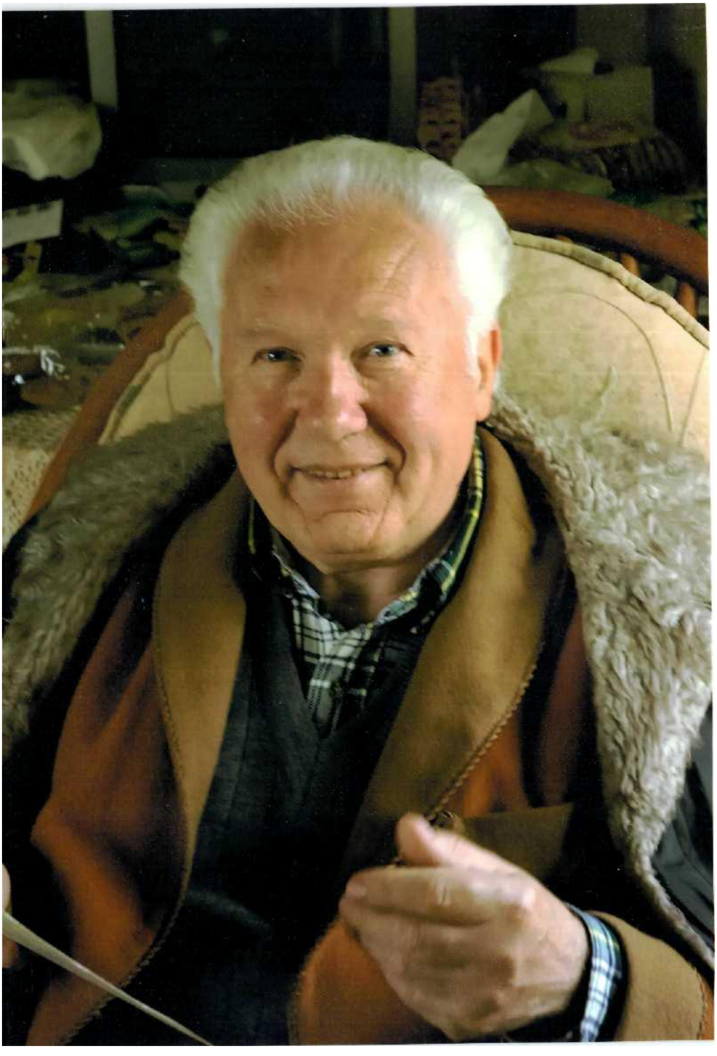
А. Е. Кононюк

Основы фундаментальной теории искусственного интеллекта

Книга 6

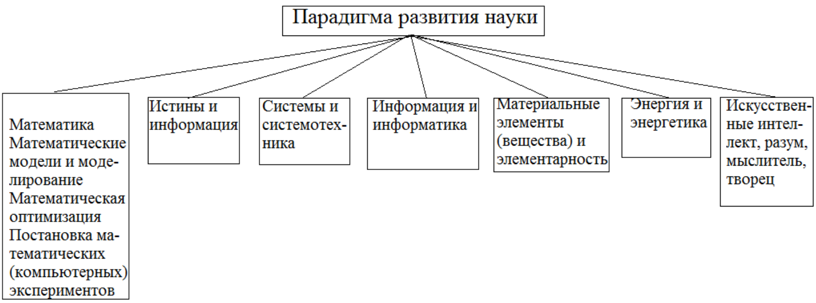
Формирование понятийного аппарата искусственного интеллекта

Киев
«Освіта України»
2018



Кононюк Анатолий Ефимович

Структурная схема
парадигмы развития науки



УДК 51 (075.8)
ББК В161.я7
К65

Рецензент:
Н.К.Печурин - д-р техн. наук, проф. (Национальный авиационный университет).

Кононюк А. Е.
К213 Основы фундаментальной теория искусственного интеллекта. — В 20-и кн. Кн.6. — К.:Освіта України. 2018.— 660 с.

ISBN 978-966-373-693-8 (многотомное издание)
ISBN 978-966-373-694-14 (книга 6)

Многотомная работа посвящена систематическому изложению общих формализмов, математических моделей и алгоритмических методов, которые могут быть исспользуемых при моделировании и исследованиях математических моделей объектов искусственного интеллекта.

Развиваются представления и методы решения, основанные на теориях эвристического поиска и автоматическом доказательстве теорем, а также процедуральные методы, базирующиеся на классе проблемно-ориентированных языков, сочетающих свойства языков программирования и автоматических решателей задач отображения искусственного интеллекта различными математическими средствами.

В работе излагаются основы теории отображения искусственного интеллекта такими математическими средствами как: множества, отношения, поверхности, пространства, алгебраические системы, матрицы, графы, математическая логика и др.

Для бакалавров, специалистов, магистров, аспирантов, докторантов всех специальностей.

УДК 51 (075.8)
ББК В161.я7

ISBN 978-966-373-693-8 (многотомное издание)
ISBN 978-966-373-694-14 (книга 6)

Оглавление

Введение............................... 10
1. Определения в истории понятий...13
1.1. Определение у Платона...13
1.2. Теория определений по Аристотелю...16
1.3. Логика стоиков и определение...31
1.4. Определение в эпоху поздней античности и средневековья...........32
1.5. Конвенционализм Томаса Гоббса...33
1. 6. Значение и определение у Джона Локка...35
1.7. Определение и геометрическое доказательство у Блеза Паскаля...37
1.8. Определение в логике Пор-Рояля..40
1.9. Теория определений у Жозефа Д. Жергонна..................................41
1.10. Денотат, коннотат и определение у Дж. Ст. Милля......................44
1.11. Август де Морган о номинальных и реальных определениях......49
1.12. Тория определений Г. Фреге...50
2. Введение в теорию определений понятий...63
2.1.Общие положения...63
2.1.1. О термине «понятие»...63
2.1.2. Критерии определения понятия..66
2.2. Характеристика признаков объектных и процесных понятий........69
2.2.1. Объект как предмет понятия...77
2.2.2. Процесс как предмет понятия...80
2.2.3. Овеществленный объект (вещество) как предмет понятия..........83
2.2.4. Корректные формы образования понятий....................................89
2.2.5. Последовательность выявления отличительных признаков в научно-технической разработке..90
2.2.6. Методика и последовательность выявления признаков, используемых при разработке понятий..94
2.3. Описания понятий...98
2.3.1. Описание разрабатываемого понятия...98
2.3.2. Графические изображения...106
2.4. Определение понятия как его формула..109
2.4.1. Назначение формулы определения понятия..............................109
2.4.2. Основные требования, предъявляемые к формуле определения понятия и его разработки...110
2.4.3. Правила составления многозвенной формулы определения понятия..117
2.4.4. Общие правила составления первого пункта формулы определения понятия или однозвенной формулы определения понятия..119

2.4.5. Структура первого пункта формулы определения понятия или однозвенной формулы..122
2.4.6. Структура дополнительных пунктов формулы определения понятия..127
2.4.7. Формула определения дополнительного понятия.....................128
2.4.8. Особенности составления формулы определения понятия на различные предметы понятия...129
2.4.9. Использование функциональных признаков в формуле определения понятия для характеристики предметов понятий..........133
2.4.10. Отражение в формуле определения понятия альтернативных признаков...137
2.4.11. Отражение в формуле определения понятия математических зависимостей..141
2.4.12. Теория эквивалентов и формула определения понятия...........142
2.4.13. Выбор вида предмета понятия для отображения его в формуле определения понятия...143
2.4.14. Единство понятия...144
2.4.15. Комплексные понятия.. 148
3. Виды определений...150
3.1. Номинальные и реальные определения.......................................150
3.2. Семантические и синтаксические определения...........................166
3.3. Аналитические и синтетические определения..............................170
3.4. Явные и неявные определения..175
3.5. Дескрипции и дескриптивные определения................................184
3.6. Контекстуальные определения..187
3.7. Классификационные и генетические определения...................... 192
3.8. Определения через абстракцию..195
3.9. Непредикативные и предикативные определения........................198
3.10. Экстенсиональные и интенсиональные определения.................201
3.11. Остенсивные и вербальные определения..................................202
3.12. Лингвистические и концептуальные определения......................207
3.13. Повседневные и теоретические определения.............................208
3.14. Полные и неполные определения..210
3.15. Различные подходы к значению понятия «определение».........211
3.16. О дефиниции определения в широком и узком смысле.............215
3.17. Правила формирования определения.. 218
4. Семиотическая теория определений...228
4.1. Язык, идиолект, речь..229
4.2. Исходный язык и язык расширенный...237
4.3. Расширение естественных языков..242
4.4. Семиотическая интерпретация акта определения........................247

4.5. Остенсивное усвоение имени..264
4.6. Составные элементы и этапы остенсивного определения...........265
4.7. Познавательная ценность и функции остенсивных определений.268
4.8. Различные взгляды на остенсивные определения........................271
4.9. Семиотический подход к остенсивным определениям..................277
5. Операциональные определения...282
5.1. Операциональные определения и операционализм П. У. Бриджмена..284
5.2. О понятиях теории действия..286
5.3. Теория действия и составные элементы операциональных определений...287
5.4. Операциональные определения и предложения редукции 302
5.5. Операциональные определения и измерения................................305
6. Познавательные функции определений...308
6.1. Альтернативные оценки роли определений..................................308
6.2. Определение и практическая деятельность...................................313
6.3. Определение, язык и познание..315
6.4. Определение и исчисление..319
6.5. Определение и аксиоматизация..322
6.6. Определение и обучение..327
7. Методы формулирования аналитических определений..................330
7.1. Методы формулирования аналитических определений на уровне естественного языка..330
7.2. Методы формулирования творческих синтетических определений...334
7.3. Процессы конструктивизации действительности и трудности формулирования определений...336
7.4. Экземплярные определения..344
7.5. Экстенсиональное равенство определений и его ограниченность..348
7.6. Определение и проблема более существенного и менее существенного признака……………………..352
8. О применимости к определениям истинностных оценок................359
8.1. Постановка вопроса о применимости к определениям истинностных оценок в истории философии.......................................359
8.2. Различные виды определений и применимость к ним истинностных оценок..362
8.3. Неистинные реальные определения...368
9. Правила введения и удаления знаковых выражений вводимых посредством определений..373
9.1. Правила введения и удаления на уровне естественного языка.....373

9.2. Правила введения и удаления на уровне науки..............................376
9.3. О строгости определения...381
9.3.1. Понятие строгости определения на различных
уровнях познания..381
9.3.2. Относительный характер строгости определений......................386
10. Методы формирования определений...392
10.1. Исходные понятия..392
10.2. Проблема преобразования определений...................................394
10.2.1. Общий подход..394
10.2.2. Пример...396
10.2.3. Методы исследований свойств пространства поиска
решений..406
10.3. Краткая характеристика основных классов определений.........408
10.3.1. Декларативные методы формирования определений..............409
10.3.2. Процедуральные методы формирования определений............411
10.3.3. Семантические методы формирования определений...............413
10.4. Эвристические методы формирования определений на
основе декларативных методов формирования определений............415
10.4.1. Общая постановка задачи……………………..........................415
10.4.2. Формирование определений в пространстве состояний
(система продукций)..416
10.4.3. Определения в системе редукций. Пропозициональные
графы...417
10.4.4. Механизмы сведения задач к подзадачам...............................422
10.5. Методы доказательства определений на основе
декларативных методов формирования определений........................430
10.5.1. Применение метода доказательства определений...................439
10.6. Обобщенные декларативные методы
формирования определений...441
10.7. Проблема границ в декларативно представляемых
определениях...445
10.8. Процедуральные определения...453
10.8.1. Общие характеристики ПОЯ...453
10.8.2. База данных и механизмы сопоставления по образцу.............454
10.8.3. Стандартные операторы...457
10.8.4. Механизм возврата к точке ветвления.......................................459
10.8.5. Пример...461
10.8.6. Контекстный механизм..464
10.8.7. Проблема границ в процедуральных определениях.................467
10.9. Семантические сети определений..468
10.9.1. Определение семантических сетей..468
10.9.2. Типы объектов...470

10.9.3. Типы отношений..472
10.9.4. Скелеты и сценарии...482
10.9.5. Процессы понимания и вывода в семантических определениях...484
11. Решение задач формирования определений методами эвристического поиска..489
11.1. Вводные замечания..489
11.2. Стратегии формирования определений, основанные на поиске в графе вывода...490
11.2.1. Алгоритм поиска решающего графа...490
11.2.2. Свойства алгоритма..493
11.3. Поиск решений в пространстве состояний..............................496
11.3.1. Алгоритм и его свойства..496
11.3.2. Методы повышения эффективности поиска............................500
11.4. Двунаправленный поиск решения в пространстве состояний...505
11.5. Поиск решения в пропозициональных графах........................509
11.5.1. Алгоритм поиска минимального решающего графа................509
11.5.2. Свойства алгоритма поиска минимального решающего графа..512
11.5.3. Поиск решающего графа в аддитивном пропозициональном графе..516
12. Решения задач формирования определений методами доказательства определений..522
12.1. Структура процедур доказательства определений......................522
12.2. Теоретические основы построения программ доказательства определений...524
12.2.1. Алфавитный порядок символов..526
12.2.2. Лексикографический порядок выражений.........................527
12.2.3. Подстановочные компоненты...527
12.2.4. Подстановки...527
12.2.5. Композиция подстановок...527
12.2.6. Унификация...528
12.2.7. Алгоритм унификации..528
12.2.8. Резольвента..529
12.2.9. Резолюция...530
12.3. Системы вывода в исчислении предикатов без равенства.. 531
12.3.1. Семантическая резолюция...532
12.3.2. Специализация семантической резолюции.............................535
12.3.3. Семантическая резолюция, использующая упорядоченные дизъюнкты...536
12.3.4. Выполнение семантической резолюции..................................539

12.3.5. Линейная резолюция, использующая упорядоченные литеры и информацию о резольвированных литерах..........................542
12.3.6. Линейный вывод..548
12.4. Правила вывода в исчислении предикатов с равенством...........549
12.4.1. Парамодуляция...552
12.4.2. Гиперпарамодуляция...554
12.4.3. Линейная парамодуляция...557
12.5. Стратегии поиска...558
12.6. О машинном доказательстве определений..............................569
13. Теорема о существовании недоказуемых истинных определений...576
13.1. О форме доказуемости существования корректно толкуемых понятий...576
13.1.1. Язык определений понятий..576
13.1.2. О доказательстве определений понятий..............................578
13.1.3. Уточнения формулировки теоремы......................................579
13.1.4. Непротиворечивость и полнота доказательства определения понятия...580
13.2. Начальная теория алгоритмов и ее применения при доказательстве определений понятий...581
13.3. Некоторые критерии неполноты определений понятий........589
13.4. Язык арифметики понятий как средство формального отображения понятий и их определений 592
13.5. Некоторые аксиомы из теории алгоритмов.............................599
13.6. Синтаксическая и семантическая формулировки базовой теоремы, определяющей толкование определения понятия..............607
13.7. Арифметические множества понятий......................................612
13.8. Язык адресных программ..618
13.9. Языки понятий, связанные с ассоциативными исчислениями... 642
Заключение...648
Литература... 652

Введение

Определение — <u>логическая операция</u>, назначение которой состоит в раскрытии смысла понятия, — само нуждается в уточнении. Действительно, в логической литературе нет единого мнения по поводу **природы, видов и функций определений**. Термин «определение» используется в самых различных смыслах. Так, например, у Аристотеля и в традиционной логике определение есть высказывание, раскрывающее суть вещи. Для Томаса Гоббса, Джона Локка и Джона Стюарта Милля определение, напротив, выступает как то, что раскрывает смысл слова при помощи других слов. Для большинства математиков и логиков определение представляет собой лишь **синтаксическую операцию** — правило, позволяющее производить взаимную замену одного выражения другим (Р. Карнап), соглашение об использовании языка (X. Б. Карри) или правило перевода какого-то выражения с одного языка на другой (Л. Витген-штейн).

С точки зрения ряда философов и логиков акт определения фиксирует *онтологические* структуры и объекты; при этом внимание того, кто определяет, сосредоточено на их объективном — независимом от того, кто формулирует определение, — существовании. (Это мнение, помимо тех, кто следует за Аристотелем, разделяют некоторые представители экспериментальных наук — физики, химики, биологи и т. д.)

Существует также точка зрения, согласно которой в определении фиксируется исключительно *термин* как **материальный объект, как носитель значения, а не само его значение, не его конкретный смысл.** Наконец, третья категория логиков и философов видит в **определении операцию, раскрывающую *смысл* понятия, связанного с каким-то предметом**, — то, что делает некоторое понятие *понятным* для группы лиц — мы будем называть их «агентами» или «коммуникантами», — а не объекты или события, к которым это понятие относится.

Столь же различны мнения по поводу правил, условий и требований, предъявляемых к определению. Последователи Аристотеля считали, что определение должно даваться через ближайший род и видовое отличие, что оно должно выражать «сущность» явления, к которому относится. Многие логики, напротив, отрицают правомерность этих двух ограничительных условий. Мнения логиков расходятся также и в отношении условий однозначности, элиминируемости, некреативности определений и т. д.

Еще более значительны разногласия в отношении познавательной ценности определений и их типов. **Для одних определения — это высказывания, обладающие истинностным значением; они могут быть истинными или ложными. По мнению других, определения — это лишь правила сокращения выражений языка. Они не дают никакой информации о внешнем мире и, следовательно, не могут быть истинными или ложными.** Не меньше разногласий и по поводу взаимоотношений определений и теоретических систем, определений и эксперимента или по поводу соотношений определения с операциями классификации, систематизации и логического деления.

Сталкиваясь с этим многообразием взглядов, можно подумать, что в логической литературе нет общепринятых положений, единой отправной точки в разработке теории определений. Однако можно выделить несколько таких исходных пунктов, служащих своего рода опорой в трактовке теории определений. Прежде всего, большинство авторов едины в признании недостатков традиционной логической теории определений, бесполезности накладываемых ею ограничений, формальной некорректности, наличия множества пустых в гносеологическом плане рассуждений. Во-вторых, все больше математических логиков признают **недостаточность чисто синтаксического подхода к определению как элементу логического исчисления и призывают к рассмотрению теории определений с точки зрения логической семантики**. В-третьих, все сильнее дает о себе знать тенденция **трактовать определение в контексте определенного языка, а не естественного языка вообще.** Таким образом, <u>**теория определений связана с теорией искусственных, символических языков и с теорией аксиоматических систем.**</u> **Строгие определения формальных выражений позволили доказать ряд теорем (например, касающихся проблемы разрешения) для некоторых аксиоматических систем.**

Несмотря на успехи, достигнутые в анализе операции определения в аксиоматических и формализованных системах, следует все же отметить, что **определение — операция большой общности, необходимый элемент человеческих познавательных и коммуникативных процессов.** Она имеет место в первую очередь на уровне естественного, разговорного языка и повседневного опыта, на уровне языков, используемых в экспериментальных науках, при построении научных теорий и гипотез и лишь затем уже — в различных искусственных языках типа тех, что используются в формализованных логических и математических системах. Поэтому, применяя в формализованных языках результаты теории определений и некоторые понятия логической прагматики и семантики, необходимо в то же время **разрабатывать общую теорию определений, которая раскрывала бы общие черты любой операции определения, точно формулировала бы правила и требования к определению, устанавливала бы взаимосвязи определений с другими операциями дискурсивного познания, а также с практическими действиями.**

Важная роль в выработке такой теории принадлежит, по нашему мнению, ***семиотике,*** **общей теории употребления знаков**. Определение обладает **формальной** ***логической*** **структурой** и осуществляется всегда в рамках некоторого ***языка*** — отсюда необходимость рассматривать его с ***семиотической*** **точки зрения**. Вместе с тем **оно имеет также** ***познавательную*** **сторону**, **поскольку с его помощью познающий субъект получает информацию о реальном мире или о системе знаков**. Всякое определение производится в определенной познавательной и праксеологической ситуации. Поэтому мы считаем, что определение должно исследоваться с точки зрения *логической, лингвистической, гносеологической* и *праксеологической.* **Основная цель данной работы — исследовать теорию определений в двух аспектах:** ***семиотическом*** **и** ***праксеологическом.*** Наша задача заключается также в том, чтобы проанализировать познавательные функции определений в теоретических системах конкретных наук. Изложению семиотического аспекта теории определений предшествует введение некоторых основных понятий этой дисциплины. Развитие теории определений имеет значение не только для чистой логики. Такая теория имеет важную методологическую значимость для конкретных наук, особенно в плане **построения языка таких наук, в том числе языка научных теорий и гипотез.** Теория определений, в особенности теория **операциональных и остенсивных определений**, играет большую методологическую роль с точки зрения анализа связей теоретических понятий и конструктов с экспериментом и практической деятельностью. Поэтому в работе рассматриваются вопросы разбора этих типов определений. Наконец, теория определений представляет большой интерес также для теории искусственного интеллекта.

1. Определения в истории понятий

1.1. Определение у Платона

Логические исследования вообще, исследования проблем теории определений в частности, были связаны в древней греческой (и, вероятно, не только греческой) философии с развитием ораторского искусства, стимулированным интенсивной политической и общественной жизнью в античных полисах, а также со становлением частных наук, особенно геометрии. Архит из Тарента, современник и друг Платона, является, по-видимому, одним из первых эллинских мыслителей, специально занимавшихся теорией определений. Он сформулировал ряд требований к тому, как следует вводить термины по определению. Аристотель отмечает, что **Архит требовал, чтобы определение относилось к материи или входящим в вещь элементам, а также к форме или к способу соединения элементов**. Полными определениями являются не те, которые относятся лишь к входящим в вещь элементам — материи, и не те, которые относятся к состоянию действительности, а только те, **которые одновременно называют входящие в вещь элементы (материю) и способ их соединения в данный момент — <u>форму и действительность</u>.**

Первым греческим мыслителем, который уделил особое внимание операциям с понятиями — <u>делению и определению</u>, а также <u>общей теории смысла</u>, был Платон. <u>Концепция деления и определения Платона — составная часть его метода раскрытия истины путем дискуссий или споров, ведущихся с помощью диалектики</u>. Платон не разработал особой самостоятельной теории определений и деления. Но он использовал эти приемы в большинстве своих трудов, особенно в «Софисте», «Горгии», «Хармиде», «Меноне» и др. **Определения у Платона, как правило,— <u>звенья в процессе анализа и постепенного деления общего понятия или класса объектов, ступени нисхождения от общего к частному посредством прибавления новых характеристик и, соответственно, последовательного ограничения объема данного понятия (класса).</u> Этот процесс идет до тех пор, пока в конечном итоге не достигается положение, <u>когда приписываемые признаки выделяют определяемый объект, и только этот объект.</u>**

<u>Определение касается не только имени, но и обозначаемых этим именем объектов.</u> Для Платона определение — инструмент идентификации десигната некоторого имени и вместе с тем средство раскрытия природы или сущности этого десигната. Для раскрытия этой «сущности» Платон в своих диалогах использует для одного и того же объекта ряд определений, каждое из которых все полнее и точнее отражает природу определяемого предмета. Платон допускает, что для одного и того же объекта, например «добродетельного человека», «философа» или «софиста», можно построить несколько определений; **что объекты или сущности, обозначаемые определяемыми терминами, могут <u>идентифицироваться по особым признакам или критериям</u>.** Вместе с тем он считает, что существует предпочтительное, наиболее истинное определение, которое адекватно выражает природу объекта.

Таково, например, определение искусства софиста, которое формулируется в конце диалога «Софист». **«Этим именем обозначается основанное на мнении лицемерное подражание искусству, запутывающее другого в противоречиях, подражание, принадлежащее к части изобразительного искусства, творящей призраки и с помощью речей выделяющей в творчестве не божественную, а человеческую часть фокусничества: кто сочтет истинного софиста происходящим из этой плоти и крови, тот, кажется, выразится вполне справедливо».**

Персонаж диалога «Софист», чужеземец из Элей, приходит к этому определению после того, как в своем диалоге с Теэтетом с помощью ряда искусных вопросов заставил последнего высказаться по поводу того, является ли искусство софиста творческим или приобретающим, искусством бога или искусством человека, занимается ли оно реальными вещами или их отображениями, являются ли образы точными копиями или подобиями, творит ли софист призраки посредством орудий или тот, кто творит призраки, сам делает себя орудием, знает ли он или нет вещь, которой подражает, верит ли он, что знает ее, или делает вид, что знает, осуществляет ли он свое искусство публично, перед толпой, или перед отдельным человеком. Выбирая каждый раз вторую альтернативу и суммируя затем получаемые признаки, он приходит к желаемому определению софиста (рис. 1).

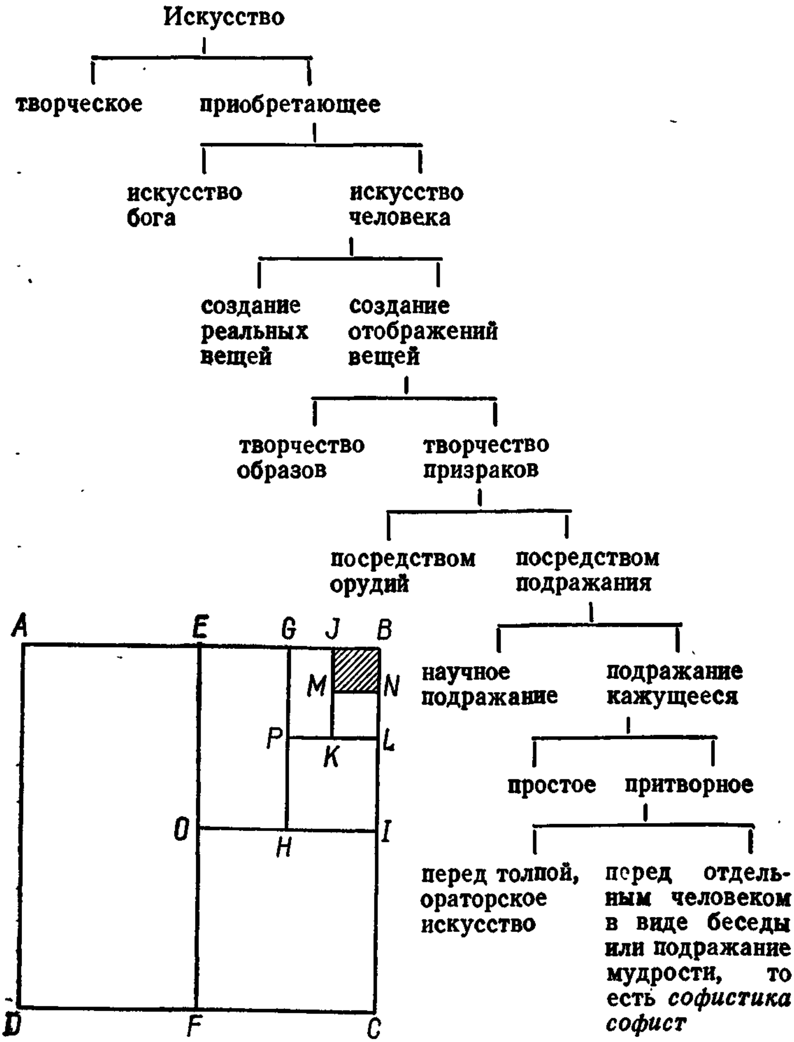


Рис. 1. Схема определения понятия «софист» по Платону: определение в виде графа, представляющего выбор альтернатив; то же в виде системы вложенных один в другой прямоугольников и квадратов. Определение возникает в результате ответов на серию вопросов каждый из которых требует выбора одной из альтернатив.

Собирая и дополняя (иногда отбрасывая) в духе интерпретации Платона ряд признаков, характеризующих деятельность софиста, можно дать следующее определение понятию «софистика»: **это искусство приобретать выгоду и славу в частных дискуссиях об отображениях вещей, в особенности о добродетели и мудрости, используя призраки или ложные представления о вещах в условиях, когда спорящий не знает природы вещей, но делает вид, что знает ее.** Таким образом, определение возникает как результат спора, в ходе которого область поиска десигната определяемого понятия сужается путем прибавления новых признаков до тех пор, пока наконец класс, соответствующий множеству выделенных признаков, не совпадет с классом определяемых объектов.

Нахождение десигната определяемого понятия и характеризующих его признаков складывается из следующих этапов: **соотнесение родового имени (например, «искусство» или «ремесло») с тем, что оно обозначает; нахождение основания деления области наблюдаемых объектов; выбор одной из частей, полученных в результате деления, и нахождение имени для нее; поиск нового основания деления и последующий выбор одной из частей и т. д.** На схеме, представленной на рис. 1, квадрат *ABCD* соответствует объему имени «искусство», прямая *EF* изображает деление «искусства» на творческое и приобретающее, прямоугольник *EBCF* обозначает «приобретающее искусство», *OI* — деление объема понятия «приобретающего искусства» по основанию быть божественным или человеческим, *EBIO* соответствует объему «человеческие искусства» и т. д. Заштрихованный квадрат *JBNM* соответствует объему имени «искусство софиста». Признаки, присущие индивидам, обладающим качеством софиста, складываются из признаков, соответствующих каждому из прямоугольников и квадратов, в которые входит заштрихованный квадрат. Если принять, что признаки, присущие индивидам, обладающим определяемым качеством *S,* описаны одноместными предикатами A_1, A_2, ..., A_n, то можно сказать, что некоторый индивид обладает качеством S (является софистом), если, и только если, ему присущи признаки (предикаты) A_1, A_2, ..., A_n, то есть:

$$S(x) \rightleftarrows A_1\{x)\&A_2(x)\&, ..., \&A_n(x).$$

Очевидно, однако, что если какой-то индивид обладает одним из собственных признаков, например имеет место $A_n(x)$, то он обладает и всеми теми признаками, которые содержатся в A_n, то есть признаками A_{n-1},..., A_1. Иными словами, техника деления, примененная Платоном, предполагает закон обратного отношения между объемом и содержанием понятия, а также так называемые принципы силлогизма: **«Признак признака некоторой вещи есть признак самой вещи»**

(Nota notae est nota rei ipsius) и «Все, что утверждается относительно целого рода или вида, должно утверждаться и относительно всего подчиненного этому роду или виду, и все, что отрицается относительно целого рода или вида, должно отрицаться относительно всего подчиненного этому роду или виду» (Dictum de omni et de nullo).

Геометрические фигуры, в которые не включен заштрихованный квадрат, такие, например, как *MNLK, GJKP* и др., обозначают свойства, которые не могут быть предикатами для индивидов, принадлежащих заштрихованному квадрату, то есть десигнату определяемого понятия. Так, *MNLK* описывает свойство «излагает перед толпой», что, по мнению Платона, характеризует демагога, а не софиста. Эта фигура показывает также, что для софиста и демагога являются общими все свойства, соответствующие прямоугольникам и квадратам, в которые они оба включаются, то есть свойства, соответствующие фигурам *JBLK, GBLP, GBIH, EBIO, EBCF* и *ABCD.*

Хотя диалоги Платона трактуют прежде всего проблемы этики и социальной философии, они все же содержат обширный материал, относящийся к тому, что можно назвать **прикладной логикой**. Это многочисленные примеры определений, делений, классификаций, умозаключений путем сведения к абсурду, силлогизмов и т. д. Платон развивает также теорию имени и предикации, превращая деление и определение в основные инструменты изложения своей философской концепции. Для Платона операция **определения** имеет прежде всего практическое значение, являясь **средством *идентификации объектов***. Как уже отмечалось, **в его концепции определение обращено к реальным объектам (реальной деятельности) или же к идеальным образам.** Вместе с тем он считает, что не все определения имеют равное **эвристическое значение**. В своих диалогах он постоянно стремится получить определения, действительно дающие информацию, «истинные» определения. Эта ориентация теории определений Платона в значительной мере нашла отражение в субстанциалистской концепции определений Аристотеля.

1.2. Теория определений по Аристотелю

Споры, которые велись в академии Платона, дали Аристотелю богатый «экспериментальный материал» для изучения приемов аргументации и опровержения некоторых положений, способов **правильного определения понятий, а также методов обнаружения ошибок в определениях.** Теория определений, столь полно изложенная в VI и VII книгах «Топики», имеет вид теоретического спора между двумя противниками, один из которых выдвигает и защищает тезис, а другой старается тонкими способами его опровергнуть. Назначение «Топики» состоит в том, чтобы вооружить ведущего спор искусством использования ***правдоподобных*** **суждений**, описать общие черты и типичные примеры аргументации и определения в споре, то есть так называемые **топики, или *общие места*. «Топика», имеющая исключительное значение для понимания диалектики Аристотеля, вместе с тем является изложением учения о природе и свойствах логического предиката — <u>предиката суждения</u>.**

В литературе эта теория известна как **аристотелевская теория предикабилий**. По существу, она сводится к заключению, что в зависимости от отношения к субъекту (речь идет о логическом субъекте предикативных суждений) **предикаты делятся на четыре основные категории (предикабилий)**: **<u>случайное, род, собственное отличие и определение</u>**.

Случайное — это предикат, который по природе своей не связан с сущностью вещи (или субъекта), он отнесен к субъекту случайно, в силу внешних причин.

Род выражает общую сущность нескольких классов объектов, отли-, чающихся друг от друга по **видовым признакам**. Будучи предикатом по отношению к виду, род раскрывает не специфическое свойство последнего, а лишь общее свойство, которое присуще как этому виду, так и другим видам.

Собственный признак, хотя и не является существенным для субъекта суждения, все же обозначает свойство, неотделимо с ним связанное, так что всякий объект, подпадающий под субъект, подпадает одновременно и под собственный предикат, и наоборот.

Определение — последняя проанализированная Аристотелем в «Топике» предикабилия — **выступает не только как собственный признак, но как <u>выражающий сущность обозначенного именем объекта</u>. «Определение есть высказывание, обозначающее сущность вещи, причем может быть дано либо высказывание как эквивалент имени (отдельного слова), либо высказывание как эквивалент другого высказывания, ибо и некоторые из тех предметов, которые обозна-. чаются высказыванием, также могут быть определены».**

Предикабилий «собственное» и «определение» порождают необходимо истинные аподиктические суждения, а «случайно» и «род» дают не необходимые суждения, а суждения, истинность которых лишь возможна. Далее, суждения, порождаемые предикабилиями «собственное» и «определение», всегда допускают простое обращение, тогда как суждения, построенные с помощью предикабилий «род» и «случайное», или вообще необратимы, или обратимы с ограничением.

Аристотель считает, что всякое определение должно осуществляться через ближайший род и видовое отличие. Именно род раскрывает сущность определяемого предмета: **«Производящий определение должен сначала подвести (предмет определения) под его род, а затем добавить отличия, ибо из элементов определения род представляется тем, что по преимуществу обозначает сущность определяемого».** По поводу отличия Аристотель отмечает, что оно представляет собой такие признаки, которые, будучи присоединены к индивидам из объема рода, **выделяют внутри него виды**. **Функцию отличия не может, однако, выполнять любой признак или любой предикат, как не может быть подвергнуто определению и индивидуальное.** Так, признаки животного или субстанции не могут быть отличием ни для какого определяемого, ибо они имеют чрезмерно широкий объем. **Присоединенные к роду отличия порождают противостоящие друг другу виды, находящиеся к роду в отношении подчинения. Определение осуществляется именно в процессе такой операции путем указания рода и введения отличия**.

«Поскольку **определение дается ради познания предмета**, а познаем мы не с помощью чего угодно, а с помощью того, что дано раньше и известно лучше, как, например, в случае с доказательствами (именно так обстоит дело со всяким преподаванием и учением), то ясно, что тот, кто дает определение, не прибегая к помощи этого [то есть данного раньше и известного лучше], тот вообще не дает определений. В противном случае у одной и той же вещи будет много определений»

Таким образом, определение оказывается процессом сведения нового, неизвестного одному из участников дискуссии понятия к комбинации понятий, которые ему известны. Определение — процесс анализа и сведения неизвестного к известному.

Э. Б. де Кондильяк считает **определения** исключительно **аналитическими** и отвергает их синтетическую сторону. Назначение определений, по мнению Кондильяка, состоят в том, чтобы указывать вещи.

«Определение, эта операция, имеющая капитальное значение для науки, — пишет Атанасе Жожа, — несомненно, является анализом, поскольку определение — это разложение понятия на его существенные признаки... Но определение — единство противоположностей. Оно не только анализ, деление, но и синтез, единство, ибо, как говорит Аристотель, определение является единой формулировкой не в силу внешней связи, подобно Илиаде, а потому, что оно относится к единому предмету.

Отправляясь от исходного синтетического образа, от «смутного синтеза», определение выявляет стороны, части, признаки, превращает предмет в конкретное проанализированное целое. Вместе с тем осуществляемый в рамках определения синтез преобразует абстрактное универсальное в конкретное универсальное. Так, **исходное понятие «<u>человек</u>» в определении сначала разложено, разделено на род (животное) и видовое отличие (общественное и разумное) и затем восстановлено, синтезировано в выражении с единым смыслом, обозначающим определяющее.**

Анализ, как и синтез, в процессе определения осуществляется посредством языка. Но это не чисто лингвистическое отношение, а отношение, затрагивающее реальные объекты, субстанции. (Аристотель допускает и существование вербальных определений, но не они его интересуют в первую очередь.) Как он неоднократно отмечает, **первичной субстанцией является индивидуальное. Но индивидуальное не может быть предметом определения, оно доступно лишь описанию.** Таким образом, в определении не может быть дана исходная субстанция. Выход Аристотель находит в утверждении, что определения относятся к вторичным субстанциям, infima species, и роду. Например, человек представляет собой такую вторичную субстанцию, для которой Стагирит строит определение «двуногое разумное существо». (Понятие «определение» используется в двух смыслах: 1) как предложение, в котором устанавливается связь между определяющим и определяемым, и 2) как определяющее. В данном случае имеется в виду второй смысл понятия.)

В концепции Аристотеля определения суть необходимо истинные предложения, в которых **определяемое**— definiendum (сокращенно: *Dfd),* выступающее как субъект предложения, и **определяющее** — definiens (сокращенно: *Dfn),* выступающее как его предикат, относятся к одним и тем же объектам. Иными словами, **<u>нет ни одного индивидуального предмета или вида, о котором можно было бы утверждать определяемое и нельзя было бы утверждать определяющее, и наоборот</u>**. **<u>Определяемое и определяющее описывают один и тот же класс объектов.</u>** Вместе с тем Аристотель отмечает, что всякое определение может быть расчленено на два предложения: на предложение типа *«Dfd* есть *Dfn»* (определяемое есть определяющее) и предложение типа *«Dfn* есть *Dfd»* (определяющее есть определяемое), то есть определение детерминирует суждения, обратимые без ограничения.

По мнению Аристотеля, достаточно установить, что два объекта не тождественны, чтобы сделать вывод, что ни один из них не может служить определением другого. Но и простое наличие тождества не говорит за то, что мы имеем дело с определением. **Тождество денотатов двух выражений — необходимое, но не достаточное условие определения.** Действительно, определяющее может просто повторять определяемое. Аристотель, однако, предвидит такой случай и другие случаи ошибочных определений, формулируя ряд условий, которым должно удовлетворять правильное определение.

Эти условия изложены во 2—14-й главах книги VI «Топики». Они представляют собой «общие места», касающиеся того, как избежать неясности в определениях. В последних **не должны использоваться омонимы, метафоры, бессмысленные формулировки; определения не должны содержать лишних слов; предшествующее не должно определяться в них через последующее; определяемый объект нужно относить к его собственному роду; нельзя применять в качестве видового отличия понятия, которые не могут быть таковыми, например категории; запрещается также использовать в этой роли апелляцию к эмоциям, переживаниям и т. д.**

Целью данной работы не является детальное исследование «общих мест» теории определений Аристотеля. Отметим лишь богатство и гибкость его анализа тех требований, которые должны предъявляться к определениям (так же как и анализа встречающихся в определениях ошибок),— в отличие от схематичной трактовки определений, с которой нередко можно встретиться в книгах. В начале первой главы книги VI «Топики» изложены методологические указания относительно того, как мы должны рассуждать, чтобы обнаружить возможные ошибки в определении, данном нашим собеседником. Принимая во внимание прежде всего экстенсиональные отношения между понятиямти, эти указания можно сформулировать следующим образом.

1. Следует проверить, охватывает ли определяющее (definiens) *все* определяемое (definiendum). Отрицательный ответ на этот вопрос, означающий ошибочность определения, будет получен в случае, если существуют предметы, для которых определяемое является предикатом, а определяющее — нет. Эта ситуация может быть передана схемой, представленной на рис. 2 (верхняя слева схема) и выражена следующими формулами:

$$(1)\ Dfn \subset Dfd; \quad (3)\ \forall x\,(Dfn\,(x) \rightarrow Dfd\,(x));$$
$$(2)\ Dfd \not\subset Dfn; \quad (4)\ \forall (Dfd\,(x) \rightarrow Dfn\,(x));$$
$$(5)\ \exists x\,(x \in Dfd\ \&\ x \notin Dfn).$$

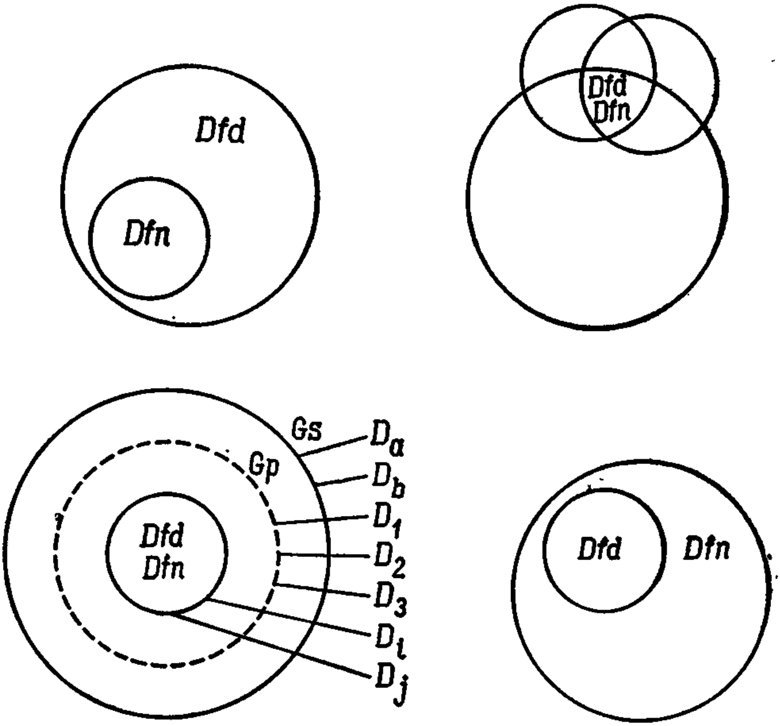


Рис. 2. Экстенсиональный аспект определения, представленный круговыми схемами.

Этот род ошибок легко обнаруживается, поскольку здесь не выполнено требование, согласно которому определяемое и определяющее должны быть экстенсионально (объемно) эквивалентны. Например, очевидна ошибочность определения: «Человек есть разумное двуногое существо желтого цвета».

2. Далее, надо учитывать ошибки, которые могут допускаться при *указании рода определяемого понятия*. Здесь возможны два случая.

а) Вообще не указывается никакого рода, а делается попытка идентификации предмета путем указания его отличия (перечисление признаков). Аристотель иллюстрирует этот случай на примере определений: тело есть «нечто, имеющее три измерения», или человек есть «то, что умеет считать».

b) Определяемая вещь не подводится под ее *ближайший род,* или же происходит перескакивание через род. Примером может служить определение справедливости как «состояния (расположения, склонности), способного производить равенство или распределять равное». В этом случае игнорируется ближайший род («добродетель») и тем самым не находит выражения сама сущность определяемого объекта. Аристотель отмечает, однако, что в том случае, когда указывается не ближайший, а какой-либо более высокий род, определение можно исправить, добавив к этому роду все отличия, характеризующие ближайший род.

Случай *а)* можно графически изобразить в виде пересекающихся кругов, соответствующих признакам, указанным в определяющем (рис. 2, верхняя справа схема). Определяющее *(Dfn)* представлено здесь индивидами, одновременно удовлетворяющими предикатам $D_1, D_2, ..., D_n$ (на рис. 2, верхняя справа схема, представлен случай, когда $n = 3$). Мы получаем в таком случае интенсиональное определение: для любого индивида x

$$P(x) = D_1(x) \& D_2 \& \ldots \& D_n(x).$$

Если принять, что каждый предикат $D_1, D_2, ..., D_n$ определяет класс (будем обозначать класс, соответствующий предикату D_i, через D^*_i), мы получим следующее экстенсиональное выражение определения понятия P (где P есть *Dfd)*:

$$P^* = D^*_1 \cap D^*_2 \cap \ldots \cap D^*_n,$$

где P^* есть класс, соответствующий предикату $P(x)$.

На практике мы часто определяем понятия вышеуказанным образом именно потому, что не знаем род и природу явления, с которым знакомимся исключительно через обнаруженные в нем признаки $D_1, ..., D_n$ (в своей совокупности составляющие его отличие).

Случай *b)* можно представить в виде схемы (рис. 2, левая нижняя схема).

В этом случае интенсиональная сторона определяемого и определяющего терминов задается произведением (конъюнкцией) признаков высшего рода G_s (они обозначены здееь как D_a и D_b), признаков ближайшего рода (D_1, D_2, D_3) и отличия D_i и D_j. Эти последние и выделяют определяемый предмет из ближайшего рода:

$$P(x) = D_a(x) \& D_b(x) \& D_1(x) \& D_2(x) \& D_3(x) \&$$

$$\& D_i(x) \& D_j(x).$$

Экстенсионал же имеет вид:

$$P^* = G^*_s \cap D^*_1 \cap D^*_2 \cap D^*_3 \cap D^*_i \cap D^*_j.$$

3. *Определяющее должно быть присуще только определяемому.* В противном случае получается ошибка, которую передает схема, изображенная на рис. 2 (правая нижняя схема).

Нетрудно заметить, что мы имеем здесь дело с инверсией случая 1. Определение, как мы видели, выражается тождеством. В случаях 3 и 1 это требование не выполняется.

Действительно: $Dfd \subset Dfn$,

но $Dfn \not\subset Dfd$.

Это соотношение может быть выражено и иначе:

$$\forall x\,((x \in Dfd) \rightarrow (x \in Dfn)),$$

$$\exists x\,((x \in Dfn)\,\&\,(x \notin Dfd)).$$

4. Наконец, *определение может оказаться неправильным из-за того, что определяющее выражает собственный признак, но не сущность определяемого предмета.* В этом случае выполняются экстенсиональные условия определения в том смысле, что $Dfd \subset Dfn$, $Dfn \subset Dfd$ и, следовательно, $Dfd = Dfn$, но отсутствует познавательно-информативная сторона определения, а именно, не выполнено требование, чтобы определяющее выражало сущность определяемого предмета. Вопреки мнению Стагирита и многих логиков нужно сказать, что это условие выходит за рамки формальной логики и нереализуемо в ней. Решение этой проблемы дают частные науки в ходе исторического развития, точнее, люди как познающие субъекты. И решение это не абсолютно, оно имеет значение для данных определений и в данную эпоху и зависит от того, что понимается под «сущностью». Утверждая, что определенный признак выражает «сущность» явлений некоторого класса, мы тем самым связываем со знанием некоторую социально-историческую характеристику, основой которой является достигнутый обществом уровень познания. Таким образом, это проблема истории науки, но не логики. Вполне законен вопрос: «Какое из определений атома выражает его «сущность»? То, которое дал Демокрит, или же то, которое дали Эпикур и Лукреций? Схвачена ли сущность атома в определении Дальтона? Или же она выражена в определении Томсона либо в том определении, которое давали Резерфорд и Нильс Бор?»

Мы можем сделать вывод, что **утверждение о «существенном» и «несущественном» исторически обусловлено и <u>зависит от уровня познания</u>, от точки зрения, от принятых критериев и иерархии ценностей. <u>Абсолютного формального критерия для решения этого вопроса не существует</u>**.

В плане *логической формы* нет серьезного различтчия между выделением класса предметов по собственным признакам и по признакам существенным. С точки зрения способности выделять предметы, относящиеся к тому или иному классу, из числа всех других не существует никакого различия между двумя определениями: «Человек — разумное животное» и «Человек — животное, способное смеяться». Практически эта функция различения, разграничения одинаково выполняется как первым, так и вторым определением. Различия, очевидно, имеют место на уровне *содержания* понятий или выражений, с помощью которых построены определения. Какое из них богаче по содержанию, теснее связано с поведением и процессом жизни индивидов — ответ на этот вопрос дается на основе общественно-исторических, статистических, практических, вообще неформальных критериев.

Трудно, например, утверждать, что предложенное Аристотелем определение человека как разумного существа лучше выражает его сущность, чем определение, предложенное Б. Франклином, согласно которому человек — животное, производящее орудия труда. Оба эти определения содержат специфические существенные признаки, так что нет оснований настаивать на каком-либо одном из них. Этот пример, как и другие примеры из истории науки, отражая постоянное стремление человека раскрывать сущность исследуемых предметов и явлений, показывает относительность всякого определения. **В практике научного исследования, в процессе социального фиксирования результатов науки отдельным определениям отдается предпочтение перед другими, они включаются в научные теории или становятся критериями выделения отдельных классов предметов и установления различий между ними.** Случается, что эффективность некоторого определения как элемента теоретического построения, с одной стороны, и эффективность его как средства различения и практического выделения класса предметов или явлений — с другой, неодинакова. Одни определения играют преимущественно теоретическую роль, которая обусловлена их способностью схватить содержание некоторого выражения; другие выполняют преимущественно оперативно-практическую функцию, поскольку вооружают нас надежными, верными критериями различения и классификации предметов. Но в любом случае не вызывает сомнений тот факт, что **определению присущи обе эти функции: оперативно-практическая и теоретико-дедуктивная**.

Требование отражать «сущность», предъявляемое Аристотелем к правильному определению, еще раз подтверждает, что логическая теория определений разрабатывалась им с гносеологических позиций. Более того, эти позиции были главенствующими в его подходе, что особенно наглядно проявилось в требовании, которое рассмотрено ниже.

б. *Определяющие термины* (имена рода и видового отличия) *должны быть уже известны тому, для кого строится определение* (чтобы избежать определения неизвестного через неизвестное же). В связи с этим следует отметить, что у Аристотеля определение того, что предшествует, через то, что следует за ним, рассматривается как акт, происходящий в рамках определенного *коммуникативно-инструктивного процесса,* имеющего место по крайней мере между двумя лицами — задающим вопрос и отвечающим. Аристотель утверждает, что простое в общем случае легче познать, чем сложное (точку легче познать, чем прямую, прямую — легче, чем плоскость, плоскость — легче, чем тело), и что простое предшествует сложному. Он утверждает также, что «такой способ наиболее научен». Однако, принимая во внимание разъясняющую функцию определения, необходимость определять неизвестное через известное в контексте знаний каждого познающего субъекта, Аристотель допускает в виде исключения возможность определять предыдущее через последующее в том случае, когда последующее исторически усвоено познающим субъектом лучше и прежде, чем предыдущее. Таковы, например, определения точки, прямой и плоскости. Действительно, все эти определения объясняют предыдущее через последующее, ибо нам сообщается, что точка — это предел прямой, прямая — предел плоскости, плоскость — предел тела. Однако эти определения имеют, по мнению Аристотеля, тот недостаток, что не выражают сущности определяемого предмета. Поэтому основной тезис остается таким: надо определять последующее через предыдущее, неизвестное через известное. Тут Аристотель сталкивается с новой проблемой.

Поскольку люди не обладают одинаковыми знаниями (даже один и тот же индивид, как отмечает Аристотель, в разные периоды обладает разными знаниями), <u>**определение предмета никогда не будет тождественным в умах различных людей**</u>. Это может привести к релятивизму и к некоторым представлениям, отстаиваемым софистами, против чего неоднократно выступал Аристотель. <u>**Выход он видит в формулировании требования, чтобы определение (или определяющее) строилось относительно того, что «наиболее известно в абсолютном смысле».**</u> Аристотель, однако, не поясняет, что представляют собой род или видовое отличие, «наиболее известные в абсолютном смысле». Он лишь говорит по этому поводу, что наиболее известное в абсолютном смысле не обязательно означает известное каждому.

Оказываются ли «наиболее известными в абсолютном смысле» явления, обладающие изначально элементарной структурой? (Вопрос, к которому следует добавить: всегда ли легче поддается познанию то, что более элементарно по своей природе?) Или Аристотель квалифицирует таким образом предложения, в которых выражены знания, принятые обществом в данную эпоху? Или же, наконец, он имеет в виду предложения с элементарной логической структурой? (Но то обстоятельство, что какое-то предложение имеет элементарную или сложную логическую структуру, еще ничего не говорит о характере выраженного в нем знания — о том, является ли оно более простым или более сложным.)

Аристотель нигде не поясняет, что означает «наиболее известное в абсолютном смысле». На наш взгляд, это понятие лишено реальной основы, ибо всякий познавательный акт — это достижение конкретного индивида, и не могут существовать как таковые объекты или понятия «наиболее известные в абсолютном смысле»; **максимум, чего можно достичь, — это понятия или суждения, верность которых удалось обосновать и которые затем стали достоянием большинства познающих субъектов.** Аристотель нуждается в абсолютном критерии; ибо надеется с его помощью обосновать утверждение о единственном определении для каждого данного объекта определения. **Концепция, согласно которой для данного объекта можно построить единственное истинное определение, то есть выражающее познание в абсолютном смысле и сущность вещи, связана со стремлением Аристотеля обосновать науку как истинное и достоверное знание.** Но очевидно, что один и тот же объект, например химический элемент, геометрическую фигуру и т. д., можно выразить с помощью множества различных определений — в зависимости от намерений того, кто дает определение, и обстоятельств его формулирования. Наряду с этим существует класс предметов, для которых мы строим определения, не претендуя на раскрытие через них сущности вещей. В отдельных случаях определения могут выполнять преимущественно функцию указания предмета или служить пояснениями некоторых используемых терминов.

Аристотель относит к «общим местам» определения предыдущего через последующее такие главные типы возможных ошибок, как определение одной из противоположностей через другую (добра через зло, например), определение idem per idem (то же посредством того же) и определение более общего через подчиненное.

Определение противоположного через противоположное происходит тогда, когда определяемое и определяющее оказываются соотносительными (муж и жена, покупатель и продавец и т. д.), противоположными (белое и черное, добро и зло и т. п.) или одно из них выражает отсутствие какого-либо качества (слепой, глухой, лысый, хромой). Такие определения нарушают требование определять последующее через предыдущее, так как в данном случае ни одну из противоположностей нельзя считать абсолютно предыдущей для другой. В связи с определением idem per idem важно отметить, что Аристотель запрещает не только точное повторение определяемого в определяющем, но и неявное его повторение, например, путем употребления синонима или использования какого-либо выражения, предполагающего определяемое известным. В качестве иллюстрации Аристотель приводит определение солнца как «небесного светила, которое светит днем». Используемый в определяющем термин «день», считает Аристотель, содержит термин «солнце». И чтобы убедиться в этом, говорит он дальше, достаточно заменить в определяющем слово «день» его определением: день — период времени, в течение которого солнце движется над землей. Сразу же обнаруживается возникновение круга в определении. Действительно, определение тогда принимает следующий вид: «Солнце *=Df* небесное светило, которое светит во время движения солнца над землей».

Определение более общего через подчиненное, которое Аристотель также считает особым случаем определения предыдущего через последующее, по сути, сводимо к случаю, проанализированному в пункте 1, ибо Аристотель полагает, что род должен предшествовать виду. Стагирит приводит типичный пример такого определения: «Добро есть состояние добродетели». По его мнению, в иерархии понятий добро стоит выше добродетели. Всякая добродетель, как таковая, есть добро, и, следовательно, невозможно мыслить идею добродетели, не мысля идеи добра. В результате, определяя добро через состояние добродетели, мы апеллируем к тому же добру.

Перед нами снова противоречие в мысли Стагирита. С точки зрения теории определений Аристотель утверждает предшествование рода и видообразующего отличия в отношении вида, к которому в конечном итоге сводится определяемый предмет (этот последний «обнаруживается» как различающийся в рамках такого-то рода). Вместе с тем с точки зрения его теории субстанции, в рамках которой он утверждает первенство индивидуального, самый незначительный вид infima species имеет более высокую степень субстанциальности, нежели род, и в этом смысле он предшествует роду.

6. *Требования к используемым в определении словам.* Эта тема разработана Аристотелем во второй и третьей главах книги VI «Топики», где сформулированы следующие лингвистические условия правильного определения: ни определяемое, ни определяющее, не должны содержать омонимов (нетрудно заметить, что этому аристотелевскому условию соответствует сформулированное современными семантическими теориями требование: **знак или**

комбинация знаков должны иметь единственное значение) должно содержать те же понятия, что и определяемое), (если определяемое содержит омоним, то следует предварительно уточнить, какое из его значений мы определяем); в определении не должны использоваться метафоры (такие, например, как: «Наука есть нечто незыблемое»), а также другие неподходящие слова (здесь снова мы встречаемся у Аристотеля с элементами теории смысла!); не должны употребляться редко встречающиеся выражения; нельзя использовать в определяющем слишком общие термины, перечисляющие известные признаки определяемого и, следовательно, не способствующие его уточнению; определяющее не должно содержать лишних видовых отличий, а также тех из них, которые делают объем определяющего уже объема определяемого; определяющее не должно содержать те же понятия, что и определяемое.

Не анализируя детально перечисленные условия, отметим лишь, что они не являются чисто лингвистическими. В них наряду с формальными имеются в виду гносеологические и логико-семантические стороны определения, такие, например, как отношение имени и его значения, смысл, тождество двух или более выражений, взаимосвязь объема и содержания понятий и др. Отметим также проявляемое в «Топике» внимание к *методологическому* аспекту теории определений. Оно проявляется в той настойчивости, с которой великий мыслитель использует такие выражения, как «не следует упускать из виду, что...», «не надо смешивать», «рассмотрим...», «следует точно выяснять все вещи такого рода и применять их в споре там, где это уместно», «следует знать все моменты такого рода и применять, когда это представляется уместным».

До сих пор мы излагали аристотелевскую теорию определений, как она представлена в «Топике» — одном из его ранних произведений. Аристотель неоднократно возвращался к проблеме определений, в особенности в «Метафизике» и «Второй аналитике». Мы не ставим себе здесь задачу проведения тонких различий между этими работами, принадлежащими к различным периодам его творчества; отметим лишь следующее.

Стагирит обычно рассматривал определение одновременно с различных точек зрения — <u>логической, теоретико-познавательной, лингвистической и методологической</u>. В традиционной логике этот подход часто подменялся формулированием лишь некоторых из логических условий правильного определения, сформулированных великим мыслителем. Именно поэтому представляется целесообразным подчеркнуть основные достоинства теории определений Аристотеля. Одно из них мы уже отметили:

аналитическая и разносторонняя разработка определения как логической и гносеолого-методологической операции. **Другим достоинством следует считать то, что Аристотель** ***рассматривал акт определения в контексте инструктивно-коммуникативного процесса:*** **в рамках отношений между тем, кто задает вопрос, и тем, кто отвечает на него, то есть в ситуации, когда определение служит** ***для объяснения*** **обучаемому того, чему его учат.** Реализуя этот подход, Аристотель интуитивно почувствовал сложную природу операции определения, ее познавательно-информационные и инструктивно-коммуникативные функции. Действительно, всякий **акт определения предполагает субъект логической деятельности, от которого исходит определение, и субъект логической деятельности, которому оно адресовано.** **При этом определение является завершенным, если первый раскрывает для второго или нескольких лиц значение и смысл определяемого понятия.** Лишь четко проводя различие между субъектом логической деятельности, продуцирующим определение, и тем, кто воспринимает его, **можно строго сформулировать лингвистические условия правильного определения, выяснить, какие термины могут использоваться в акте определения, чтобы оно было эффективным с познавательной точки зрения**. Наконец, Аристотель выдвинул требование *тождества* значений определяемого и определяющего, несомненно законное, когда речь идет о явных лексических определениях, и отстаивал идею об отражательном аспекте предложений, выражающих определения, то есть утверждал, что **в определениях отражается истинное представление о событиях окружающего мира**. Дух текстов Стагирита не будет искажен, если сказать, что ***теория определений рассматривается в них одновременно в семантическом и синтаксическом аспектах.***

Как мы видим, аристотелевская теория проводит по крайней мере два весьма строгих ограничения, связанных с выяснением требований, которые следует предъявить к определению, чтобы признать его выполняющим специфические познавательные функции. **Первое из таких ограничений — это требование, чтобы каждое определение осуществлялось через ближайший род и видовое отличие.** Из проведенного выше анализа видно, что смысл и значение определяемого термина могут быть выявлены и в случае, когда берется род более высокого порядка, чем ближайший, но добавляются соответствующие видовые отличия. Более того, значение и смысл определяемого могут быть выявлены даже если не отдавать предпочтение какому-либо роду, а просто построить конъюнкцию некоторых определенных предикатов или пересечение классов, соответствующих этим предикатам (ср. рассмотренные выше случаи *2a* и *2b,*). Существующая практика построения лексических определений, а также определений, используемых в науке, свидетельствует, что определения, нарушающие рассматриваемое требование, тем не менее хорошо выполняют свои индикативные функции, функции разграничения классов объектов, а также синтаксические функции.

Второе ограничение, о котором говорилось выше, — это требование, чтобы всякое определение выражало сущность предмета. Как было выяснено, Аристотель не дает формального логического критерия, который позволял бы устанавливать в каждом случае, указывают ли используемые в определении понятия «сущность» предмета или собственный признак. Утверждение о сущности класса объектов выходит за пределы предмета логики и относится к конкретной истории познания и гносеологии. Вместе с тем верно и то, что в науке сохраняются лишь гносеологически значимые определения, выражающие «сущность». **Третье ограничение, накладываемое аристотелевской теорией, заключается в сведении определяемых объектов к общим именам, или существительным, и тем самым в исключении из поля зрения теории определений понятий, относящихся к другим грамматическим категориям, например глаголам, наречиям, предлогам и т. д.** Просмотрев, даже бегло, любой трактат по математике и любую техническую книгу, можно найти немало случаев, когда **определение относится не к именам, а к глаголам, обозначающим действия, операции, события**. И в обычной речи часто приходится определять, что означает «гравировать», «никелировать», «ксерографировать» или что означает «быть достойным», «становиться ценностью», «соседствовать с» и т. д. С точки зрения математической логики упомянутые **глаголы могут быть описаны как предикаты или функторы с одной или более переменными.**

Будучи первым теоретическим осмыслением операции определения, труды Аристотеля не охватывают всего многообразия типов определений, выявленных последующими потребностями развития познания. Так, у Стагирита не разработана, например, **теория рекурсивных или индуктивных определений**, так же как **и теория контекстуальных определений или определений с йота-оператором.**

Подобно теории дедукции и науке логики вообще, теория определений также является областью познания, подвластной времени и истории. Современная **теория определений отражает необходимость строгих определений математических понятий (номинальные определения, выполняющие функцию сокращений; неявные, аксиоматические**

определения; рекурсивные определения; синтаксические определения), потребность выработки эффективных критериев практически-экспериментального различения классов предметов и явлений (операциональные определения), а также необходимость построения искусственных языков, которые используются в искусственном интеллекте, лингвистике, математике и т. д.

1.3. Логика стоиков и определение

Период поздней античности отмечен развитием двух значительных направлений в логике: **перипатетической школы**, которая продолжила аристотелевскую линию и занималась главным образом **теорией предикации и силлогистических доказательств**, и **школы стоиков**, основанной Зеноном из Китиона (ок. 336—264 г. до н. э.) и блестяще представленной Хрисиппом (ок. 280—208/205 г. до н.э.), который выдвинул на первый план **логическую теорию условных предложений**. Описание этих направлений можно найти в трудах Цицерона и Боэция. Но если аристотелевская традиция в трактовке теории определений представлена многочисленными текстами, то о взглядах стоиков по этим вопросам мы располагаем весьма скудными сведениями.

Тем не менее следует отметить постоянный интерес стоиков к этой проблеме. Как правило, философские системы стоиков делились на **логику, физику и этику**. В рамках логики некоторые стоики выделяли, помимо риторики и диалектики, «...специальный отдел [логики], ведающий определениями». Поскольку **стоики занимались теорией знака и языка**, естественно, что они не могли не уделить внимания теории определений. О повышенном внимании к этому разделу логики свидетельствуют дошедшие до нас многочисленные названия работ, посвященных определению. Диоген Лаэртский называет 9 работ (вместо 37 книг) Хрисиппа, в которых говорится об определении. Даже если допустить, что многие из этих работ посвящены обоснованию каких-то частных определений логики и этики, все же эти скудные сведения позволяют заключить, что **стоики занимались исследованием операции определения, как таковой, и разработали свою теорию определений.** Так, например, тот же Диоген Лаэртский сообщает, что Антипатр из Тарса, автор работы «Об определениях», считал, что «**определение... есть понятие (logos), исчерпывающе выраженное аналитическим образом**». Мы узнаем также, что тот же философ являлся автором работы «О речи и обозначаемом», в которой говорится о собственных и нарицательных именах, глаголе, союзе, артикле, и что автор добавляет к ним еще «среднюю часть речи» (по-видимому, наречие). Сфер, ученик Клеанфа, последователя Зенона, также написал книгу «Об определениях».

Рассмотрение стоической концепции истины и теории языка свидетельствует, что **<u>определение</u> у стоиков выполняло преимущественно функцию отнесения знака к объекту, являясь инструментом выделения и анализа предметов.** Это согласуется со сведениями о том, что Хрисипп рассматривал определение как «экспликацию особенного». К сожалению, пока неизвестны детали стоической теории определений, и поэтому не представляется возможным подробно исследовать этот аспект их логического учения.

1.4. Определение в эпоху поздней античности и средневековья

В логике, продолжающей аристотелевские традиции, интерес к теории определений выражался в постоянном присутствии раздела, трактующего типы возможных предикатов. Эта проблематика, как правило, связывалась с комментариями к «Топике». Ее не обошел своим вниманием Цицерон, переработавший аристотелевскую «Топику» в дидактическо-педагогическом плане. Он исходил при этом из интересов тех молодых патрициев, которые готовились выступить на поприще общественной деятельности и стремились овладеть техникой аргументации в споре и приемами риторики. Дискуссия об антипредикаментах и в ее рамках об определении относится, по мнению Цицерона, к категории топик. Он допускает, однако, использование внешней аргументации, не связанной непосредственно с природой обсуждаемых проблем. Такова, например, ссылка на авторитет. Цицерон, так же как и Аристотель, полагает, что **определение относится к внешнему предмету, а не к понятию, и <u>представляет собой краткое описание свойств определяемой вещи, позволяющее выделить эту вещь из других вещей</u>**.

В период поздней античности проблема определений трактуется в аристотелевском духе с незначительными нюансами и вариациями в «De differentiis topicis» Боэция, в одной из книг «De nuptiis Phitologiae et Mercurii» Марциана Капеллы (озаглавленной «De arte dialectics»), «De definitionibus» Мария Викторина. Все три автора являлись переводчиками на латинский язык и комментаторами трудов Аристотеля.

Марий Викторин выделял **ряд видов определений: <u>субстанциальные, понятийные, заменяющие, описательные, определения через различие, переводящие, экземплификативные, через полное перечисление, риторические, относительные, каузальные</u> и т. д.** Пьер Абеляр (1079—1142) посвятил определению и делению последний из пяти трактатов, носящих общее название «Диалектика». В них дополняется и углубляется разработка тем, начатых Порфирием, Боэцием и другими комментаторами Аристотеля.

В числе средневековых мыслителей следует назвать Гокления, автора трех трактатов об определении: «Commentariolus de ratione definiendi» (1600), «Tractatus de varietate definitiorum» (1601), «De tropo definiendb (1602) и Кекермана, автора работы, опубликованной в Гейдельберге в 1602 году.

Другие средневековые авторы также отдали должное исследованию сложной проблемы знака и языка. В рамках этих исследований они рассматривали определения, пытаясь нередко с помощью чисто речевых средств решать задачи, которые, по существу, требовали экспериментального исследования. Такой подход заставлял в свою очередь философов и логиков стремиться к разработке методологии, отвечающей потребностям развития научного исследования. Было бы, однако, ошибочным и односторонним не принимать во внимание усилий таких логиков, как Альберт Великий, Петр Испанский, Пьер Абеляр, Дуне Скот, направленных на разработку теории знака и понятия.

1.5. Конвенционализм Томаса Гоббса

Размежевание с аристотелизмом в теории определений и формирование новых точек зрения (в рамках традиционной логики) произошло через пять столетий, когда появились труды Томаса Гоббса, Джона Локка, а еще позднее — Джона Стюарта Милля.

В отличие от Аристотеля и его последователей, видевших в определении выражение сущности вещей, Гоббс (а вслед за ним и представители английской эмпирической философии) считал, что определение касается нашего языка и установленных в нем соглашений. **Теория определений связывается им с теорией имен**. В первом разделе книги «О теле» (1655) Гоббс формулирует конвенционалистскую точку зрения на определение и истину, считая, **что первоначальные истины «были произвольно созданы теми, кто впервые дал имена вещам...» и что «первоначальные предложения (аксиомы) представляют собой... всегда определения или**

части определений, и они являются принципами доказательства. Как истины, произвольно установленные говорящими и слушающими, они сами не нуждаются ни в каких доказательствах».

Гоббс правильно отметил, что определение — операция, совершающаяся в рамках какого-то языка, и, следовательно, оно имеет лингвистический аспект. Он по-новому поставил **<u>проблему взаимоотношения определения и доказательства</u>**, которую позднее рассматривал и Лейбниц. Однако Гоббс допускал значительную ошибку, когда из конвенционального характера операции именования делал вывод о конвенциональном характере информации, содержащейся в наших предложениях, которые получаются путем комбинирования имен. Если отношение имени и денотата не подчинено никакому естественному закону, а обусловлено лишь предшествующими лингвистическими соглашениями в рамках некоторого языка, то отношения между сущностями, обозначенными именами, ни в коей мере не произвольны (мы не «выводим» имени объекта из его физико-химических свойств, хотя, как правило, рассматриваем объект в контексте наличной в данный момент его характеристики, выраженной в словах и выражениях.) Если бы и эти отношения были простыми соглашениями и зависели исключительно от формулирующих их агентов или принадлежали к каким-то частным языкам, установленным отдельными группами коммуникантов, то никакое высказывание и никакое определение, построенное в некотором данном языке, нельзя было бы перевести ни на какой другой язык. Но высказывания и определения затрагивают не только звуковую оболочку слов как материальных элементов. Они также выражают отношения между внелингвистическими сущностями. Проблема истины возникает как раз на этом уровне. Именно это не позволяет согласиться с утверждением Гоббса о том, что первоначальные истины были созданы произвольно теми, кто дал имена вещам.

Конвенционалистская позиция в теории смысла, включая и теорию определений, была воспринята Беркли, считавшим, что мы можем так хорошо определять знаки потому, что эти определения совершенно произвольны, всецело зависят от нашей воли. По его мнению, арифметика и алгебра — «чисто вербальные» науки.

Вместе с тем, как показал позднее Джон Стюарт Милль, соединение тезиса Гоббса о том, что определения служат лишь для установления значения имени, и тезиса о том, что постулаты или аксиомы всякой науки суть определения, приводит к нелепым заключениям. Получается, что теоремы или научные истины, описывающие и объясняющие реальность, могут быть выведены из произвольных соглашений между людьми относительно значения слов. Милль утверждал, что **теоремы выводятся из постулатов, относимых к так называемым определениям вещей, и что эти постулаты, могущие быть истинными или ложными, не зависят от употребления слов**. Милль также отвергал тезис Гоббса о том, что определения являются предпосылками всех умозаключений.

Представляет интерес идея Гоббса о том, что **определения служат принципами доказательства**. Несколько лет спустя Лейбниц использует эту идею, утверждая, что **доказательство есть цепь определений** (catenem definitional!). Гоббс и в особенности Лейбниц приблизились к выявлению того, что в одной из последующих глав будет названо **синтаксической функцией определения, то есть к их способности служить правилами вывода как в естественных, так и в научных и в искусственных языках.**

Выражая согласие с Гоббсом в том, что **логика может быть представлена как исчисление** и, что **определение помогает построению такого исчисления**, Лейбниц не разделял взгляда Гоббса на определения как простые соглашения. Он считал, что в **определениях может выражаться некоторое фактическое содержание.** Лейбниц допускал **реальные определения**. **В отличие от номинальных, устанавливающих лишь тождество значений определяемого и определяющего, реальные определения предполагают утверждение о фактической возможности того, что определяется**. Иными словами, **реальные определения — это номинальные, к которым присоединено утверждение об истинности определяющего высказывания.** Эта идея представляется исключительно важной: она в состоянии дать хотя бы частичное объяснение проблемы **взаимоотношения реальных и номинальных определений.** Как мы увидим дальше, решение, предложенное Лейбницем, было потом использовано Августом де Морганом и Джоном Стюартом Миллем.

1. 6. Значение и определение у Джона Локка

Гоббс положил начало направлению, развивающему логическую теорию определений в тесной взаимосвязи с языком и актом коммуникации. Заметных результатов в русле этого направления добился Джон Локк. Концепция определений, изложенная в четвертой главе книги III труда Локка «Опыт о человеческом разуме» (1690), тесно связана с его общей концепцией имен и их значений.

Для Локка определение есть не что иное, как «указание значения одного слова при помощи нескольких других несинонимических терминов». Объектом определения являются не вещи, не их природа, как у Аристотеля или Гегеля, а понятия, обозначающие сложные идеи. **Определить — значит, используя слова, заставить другого человека понять, какую идею обозначает некоторое понятие. Наилучшее определение**, говорит Локк, **достигается путем перечисления простых идей, комбинацией которых является значение определяемого термина** (скорее значение параметра признака – *А.К.*). Таким образом, **определение**, по мнению Локка, **состоит в воссоздании смысла сложного термина путем использования только терминов, обозначающих простые идеи, известные собеседникам, которым адресовано определение.** Весьма примечательным является именно это упоминание собеседников или субъектов логической деятельности, принимающих участие в операции определения; **«...слово определено тогда, когда посредством других слов идею, знаком которой является связанное с ней слово в уме *говорящего,* как бы *представляют или предлагают взору другого,* и таким образом устанавливается ее значение».**

Являясь **логической операцией, определение вместе с тем представляет собой лингвистическую и гносеологическую операцию, предполагающую по меньшей мере двух агентов, между которыми осуществляется коммуникативный процесс.** Особенности определения как коммуникативного процесса, а также его семантические, синтаксические и прагматические условия будут рассмотрены в одном из следующих разделов. Пока же важно отметить, что Локк понял **относительный характер акта определения, необходимость отнесения всякого определения к некоторому словарю и агентам-коммуникантам.** Признавая важность определения используемых терминов (идея, особенно подчеркиваемая Р. Декартом), Локк понимал, что **при построении языка нельзя определить *все* термины— это увело бы в бесконечность — и что необходимо принять ряд неопределяемых терминов, которые впоследствии будут использованы для определения терминов, обозначающих сложные идеи. Неопределяемые термины, по Локку, — это названия «простых идей (по нашему – аксиом – А.К.)».**

Примером термина, обозначающего простую идею, является у Локка «движение». Он отвергает схоластическое определение движения как «действия, обладающего силой, поскольку оно в силе» на том основании, что это выражение не передает ни одному собеседнику идеи движения, не передает смысла. Точно так же он отвергает схоластические определения терминов «свет», «красное» и т. д. Локк, по-видимому, не понял, что неопределимость того или иного термина, например термина «красное», является исторически преходящей. Из того, что данный термин неанализируем в системе общего и научного языка данной эпохи, не следует, что он будет таковым в любую историческую эпоху. Сегодня «красное» можно определить как цвет той части спектра, которая соответствует электромагнитным волнам длиной 6300—7600 А.

Локк, как и многие более поздние логики, не учел того, что определимость или неопределимость термина зависит, помимо прочего, от операционально-практического и теоретического горизонтов эпохи, в которую осуществляется акт определения, и, конечно, от уровня информированности субъектов логической деятельности.

Заслуга Локка в том, что он понял неправомерность одного из ограничений, налагаемых аристотелевской логикой, а именно требования, чтобы определение непременно осуществлялось через ближайший род и видовое отличие. Он показал, что мы используем род не в силу внутренней необходимости, а во имя экономии труда по перечислению простых идей, представляемых родом. Локк связывает определение с переводом, но отличает его от последнего. Выражение «motus есть то же самое, что и движение» не является определением, потому что определяющее — синоним определяемого и, следовательно, мы не имеем дела с анализом содержания сложного термина с помощью терминов, выражающих простые идеи. Здесь Локк находится в согласии с Аристотелем и некоторыми более поздними логиками, которые видят в определении форму переплетения анализа и синтеза в ее спецификации в применении к теории имен и языков.

1.7. Определение и геометрическое доказательство у Блеза Паскаля

В «Рассуждении о методе» и других трудах Р. Декарта содержится острая критика схоластики и средневековой логической практики. Как рационалист и почитатель дедуктивного метода, Декарт выступает не против логики, как таковой, а против превращения ее в повод для бесплодных дискуссий; **он осуждает отрыв логической теории от практики мышления и научного исследования**. Не удивительно, что сформировавшиеся под влиянием картезианства ученые — такие, как Б. Паскаль, А. Арно и П. Николь, — внесли заметный вклад в развитие столь важных разделов логики, как **теория определений и доказательств**. Работа «О геометрическом доказательстве», известная также под названием «О духе геометрии» (1655), сделала Б. Паскаля (1623—1662) предшественником дедуктивно-аксиоматического метода и теории определений, разработанных в конце XIX столетия Г. Фреге, Дж. Пеано, Д. Гильбертом и др.

Определение и доказательство, по мнению Паскаля, — это операции, на которых основывается искусство убеждения собеседника в истинности какого-то тезиса. Эти операции являются идеальным методом организации информации, превращающей ее в конкретную науку. Поскольку в то время эти методы нашли наиболее широкое применение в геометрии, совокупность требований и правил, сформулированных Паскалем относительно определений, аксиом и доказательств, была названа ***геометрическим методом***. Перечислим вкратце эти правила.

Правила, касающиеся определений. (1) Не определяй вещей, известных по самой своей природе, или таких вещей, для уяснения которых ты не располагаешь более ясными понятиями. (2) Не оставляй неопределенным ни одного неясного или двусмысленного понятия. (3) Используй в определениях только слова, которые уже известны.

Правила, касающиеся аксиом. (4) Не допускай не необходимых принципов. (5) В качестве аксиомы бери только очевидные вещи.

Правила, касающиеся доказательств. (6) Не доказывай вещей, очевидных самих по себе. (7) Доказывая любые предложения, даже те, неясность которых невелика, **используй только аксиомы или доказанные ранее предложения**. (8) Мысленно подставляй определяющее вместо определяемого, чтобы не быть сбитым с толку двусмысленностью понятий.

Из правил, относящихся к определениям, только третье формулирует внутреннее условие, специфическое для определения, как такового. В остальных идет речь **о применении определений как метода организации научной информации.** Восьмое правило требует тождества смысла определяемого и определяющего (это семантическое условие) и указывает способ проверки выполнения этого условия с помощью синтаксического приема: взаимной замены определяемого и определяющего.

Паскаль проводит различие между нахождением решения какой-либо проблемы или раскрытием новых истин и обоснованием или доказательством какого-то высказывания, в истинности которого мы убеждены. Его «геометрический метод» служит одновременно и способом обоснования уже известных научных высказываний, и способом получения дискурсивным путем новых, доселе неизвестных научных высказываний.

«Геометрический метод» Паскаля предполагает преимущественно построение научного языка. Поэтому в своих рассуждениях он имеет в виду **определения, называемые логиками номинальными, которые дают имена объектам или сущностям, ясно выраженным с помощью известных понятий.** Отметим, во-первых, что французский философ занимается определением вещей не в духе аристотелевской традиции и, во-вторых, что в рамках так называемых определений имен он квалифицирует как определения лишь те операции, которые приписывают новые значения именам какого-нибудь данного языка. Такие определения получили впоследствии в логической литературе название ***стипулятивных*** (**переквалифицирующих**). Формулировки же, которые воспроизводят, напоминают лишь уже установленное в языке значение термина, являются, по мнению Паскаля, простыми предложениями.

Функция определений заключается в том, чтобы сделать речь *яснее* и *короче.* Определение может обозначать вещи, но не обязательно должно раскрывать природу вещей. Цель определений — достичь столь вожделенной для картезианцев ясности, избежать двусмысленности и туманности выражений. Вот почему, когда мы вводим при помощи определения в язык науки понятие, которое встречается и в живом (бытовом), естественном языке, это понятие следует очистить от его обычного повседневного употребления и использовать только в его стипулятивном смысле. Паскаль отмечал, что нередко трудности и непонимание возникают из-за смешения обычного и стипулятивного смысла.

Паскаль понял, что в науке нельзя ни определить всего, ни доказать всего. Чтобы избежать ухода в бесконечность, необходимо принять без определения *исходные слова,* а также *постулаты* или *аксиомы,* отправляясь от которых мы можем путем определений и доказательств прийти к новым понятиям или предложениям. Как и его младший современник Лейбниц, Паскаль уловил роль определений в математических доказательствах и исчислениях. **Именно эти два аспекта его теории — идея исходных терминов и осознание синтаксической роли определений — сделали Паскаля предшественником современного дедуктивно-аксиоматического метода построения научных теорий.**

Он, однако, является осторожным, сдержанным защитником этого метода. **Человек науки должен придерживаться середины. Он не должен пытаться определять и доказывать все, но он не должен также отказываться от услуг этих ценных методов.** Нужно определять все понятия, которые недостаточно ясны, и доказывать все высказывания, которые неочевидны сами по себе.

1.8. Определение в логике Пор-Рояля

А. Арно и П. Николь, авторы известного учебника «Логика, или Искусство мыслить» (1662), в философском отношении являются продолжателями Декарта. Они занимались определением с целью предоставить нашему уму инструмент получения идей «ясных и четких». **В их понимании теория определений связана с первой из четырех операций ума, которые должны изучаться логикой, а именно с тем, каким образом мы постигаем, усваиваем идеи. К этой операции они добавляют те, посредством которых мы рассуждаем, мыслим и упорядочиваем свои идеи**.

Хотя Арно и Николь выступают в некотором отношении как продолжатели аристотелевской теории, их понимание определений скорее концептуальное, чем реистское. **Реальные определения выражают природу вещей через их существенные признаки, среди которых общие называются *родом*, а собственные — *отличием*.** Арно и Николь считают также, что *реальные определения* понятия раскрывают его обычный смысл (son idee ordinaire) при помощи указания содержащихся в нем других идей (например, в идее человека содержатся идеи животного и разумного). Иными словами, реальное определение выявляет смысл или содержание понятия какого-то сложившегося языка; оно оказывается, следовательно, близким, если не тождественным, тому, что впоследствии было названо *лексическим определением.* В отличие от переквалифицирующего, которое устанавливает новый смысл, лексическое определение, используемое обычно в лингвистических словарях, сообщает или напоминает собеседнику смысл, уже закрепившийся за данным понятием в некотором языке. **Реальные определения могут быть истинными или ложными, и, следовательно, об их правильности можно спорить, в то время как номинальные определения представляют собой языковые соглашения и не могут быть предметом спора.**

В логике Пор-Рояля были сформулированы *условия* правильного лексического определения, которые впоследствии вошли в главы об определении большинства учебников традиционной логики: **универсальность, отличительность и ясность**.

Под *универсальностью* имеется в виду требование, чтобы определение (значение определяющего) охватывало весь объем определяемого понятия.

Требование *отличительности* заключается в том, чтобы свойства, указанные в определяющем, были присущи только определяемому, выражали бы его специфику.

Условие *ясности* определения не раскрывалось. Как и у Декарта или Паскаля, в «Логике» Арно и Николя термины «ясный» и «ясность» сами не являются достаточно ясными. Что мы имеем в виду, когда говорим, что какое-то понятие ясное? То, что мы знаем сущность, к которой относится это понятие? Или же мы знаем совокупность признаков, которые оно предполагает? Или, наконец, что мы определили точный смысл, присущий ему в данном контексте? Считать ли ясность свойством языка или определенностью использования языка тем или иным агентом, если принимать во внимание тот факт, что зачастую то, что ясно для одних, вовсе не ясно для других?

Арно и Николь не предложили дистинкций, которые столь отчетливо стали проводиться в позднейших работах по логике и методологии. И все же они сделали довольно важные семантические замечания. Так, они утверждали, что, оперируя каким-то словом, мы в большинстве случаев используем его не в полном смысле, а лишь в частичном; значение понятий часто богаче, чем кажется. Они различали *основной* и *дополнительный смысл* слова или выражения. По-видимому, под основным смыслом они понимали то, что позднее получило название денотата и конногата (Милль), а под дополнительным — определенный эмоциональный, оценочный и т. д. «заряд», связанный со словом. Некоторые логики (Бохеньский) называют эту функцию слова *экспрессивной.*

С требованием ясности определения можно связать условие — использовать в любом определении лишь известные термины, а также методологическое правило, согласно которому при упорядочении и изложении идей нельзя оставлять неясным, неопределенным ни одного выражения.

Подобно Паскалю, Арно и Николь **придают определению первостепенное методологическое значение**. Оно способствует *упорядочению* наших идей, устранению бесплодных диспутов, связанных с двусмысленностью некоторых понятий, правильному применению слов. **Определение, отмечают они, выполняет также функцию *сокращения* выражений и повышения емкости языка наук, например, языка геометрии.** Оно дает нам возможность относить к одному-единственному слову ложную идею, которую мы получили

1.9. Теория определений у Жозефа Д. Жергонна

Жозеф Д. Жергонн (1771—1859), профессор математики в Нимском лицее, а позднее профессор астрономии в университете города Монпелье, занимает важное место в истории теории определений. Наряду с Лейбницем, Паскалем и Фреге он явился одним из создателей современной математической концепции определений. В «Очерке по теории определений», напечатанном в 1818 году в «Annales de Mathematiques pures et appliquees», а также в ряде других работ, опубликованных в том же журнале, **Жергонн выдвинул новую цельную концепцию определений, отражавшую роль определения в построении языка науки.**

Отправной пункт теории Жергонна — выявление роли *конвенций* в установлении связей между словами как звуковыми или графическими знаками и их значениями. <u>Слова становятся знаками наших мыслей исключительно в силу некоторых соглашений.</u> Не зная последних, равно невозможно ни употреблять правильно слова, ни понимать смысл, который придают им наши собеседники. Поэтому, считал Жергонн, всякий раз, **когда мы вводим новое понятие, <u>необходимо точно указывать его смысл</u>**. В этом и состоит, по его мнению, основная задача определения. Таким образом, ***дать определение* — значит заявить, что мы пришли к соглашению в дальнейшем выражать с помощью некоторого произвольно выбранного слова совокупность идей, которые, если бы мы не прибегли к помощи этого слова, нужно было бы выражать несколькими словами. <u>Определение как раз и устанавливает тождество смысла двух выражений одной и той же совокупности идей.</u>** Из этих выражений более простое и новое является произвольным, в то время как более сложное выражение представляет собой такую последовательность слов, смысл которых уже установлен либо путем их использования в языке, либо с помощью предшествующих соглашений.

Эта концепция сходна с семиотическим подходом к определениям, развиваемым в одной из последующих разделов. Ее значение состоит в том, что она **трактует определение как установление тождества двух выражений — определяемого и определяющего — с точки зрения семантического отношения**. Оба выражения относятся к одному и тому же объекту и имеют один и тот же смысл. Вместе с тем указывается на различие между выражением определяемого и выражением определяющего с точки зрения ранее установленных соглашений и субъектов логической деятельности, которые участвуют в акте определения. **Смысл понятий, входящих в определяющее, известен благодаря предшествующим соглашениям или процессу их употребления; определяемое понятие не имеет фиксированного ранее смысла, последнее устанавливается путем его отнесения к понятиям определяющего.** При таком подходе **определение предстает перед нами как способ установления нового лингвистического соглашения в зависимости от ранее установленных соглашений.**

По мнению Жергонна, определения имеют *проективную* функцию, выступая в качестве обязательства употреблять понятия каким-то определенным способом, причем всякое определение постулирует *правило* или *норму* использования некоторого выражения. Таким образом, **<u>задача определения</u> — обобщение смысла, придаваемого некоторому понятию всеми говорящими на одном и том же языке. <u>Определение оказывается правилом лингвистического поведения.</u>**

Задача-минимум определения — выделение предметов и сущностей, к которым относятся наши понятия и выражения. Формулируя определение, мы не ставим целью выразить полное знание об определяемом объекте; мы стремимся лишь четко отличить его от всех остальных объектов; (иными словами, **мы стремимсся не <u>распознать</u> сущность, а <u>узнать</u> ее – А.К)**. Помимо этой минимальной функции, определения часто дают возможность раскрыть содержание понятия во всей его полноте. В нашей мысли, полагал Жергонн, существуют объекты, содержание которых столь полно выражено в их определениях, что невозможно высказать о них что-либо, не содержащееся в этих определениях. Таковы, например, геометрические фигуры: окружность, треугольник и т. д. Определения, полностью заключающие в себе содержание объектов, к которым они относятся, Жергонн называет *полными определениями.* Те же определения, которые достаточны для того, чтобы отличить определяемый объект от остальных, но не достаточны для того, чтобы раскрыть содержание объекта во всем объеме, были названы им *неполными определениями*.

Больше всего Жергонн пишет о *проективных,* то есть номинальных, определениях, которые устанавливают смысл вновь вводимого понятия (стипулятивные, или переквалифицирующие, определения). Этим последним он противопоставляет *лексические определения,* которые констатируют и воспроизводят смысл, уже закрепленный в языке за данным понятием. В этих определениях, в отличие от проективных, соединение имени и значения уже не является целиком произвольным, оно должно удовлетворять требованию соответствия языковому употреблению, принятому большинством говорящих. Жергонн неудачно называет эти лексические определения определениями вещей, противопоставляя их проективным определениям, которые являются лишь определениями имен.

Жергонн ввел важное различение *явных* и *неявных* определений. **Явными называются определения, в которых смысл определяемого понятия полностью передается через смысл определяющих понятий. В неявных определениях отсутствует тождество смыслов определяемого и определяющих понятий; смысл определяемого понятия здесь передается лишь частично, путем установления его отношения к другим понятиям языка.** Неявные определения всегда зависят от контекста. Так, аксиоматическая система определяет некоторое внелогическое понятие, которое в нее входит, очерчивая область, в пределах которой соответствующее понятие может быть использовано, указывая тип переменной, к которой оно относится. Таким образом, аксиоматические неявные определения указывают лишь семантическую категорию, к которой принадлежит понятие, и в особенности формальные синтаксические отношения между ним и другими понятиями.

По мнению Жергонна, в рамках аксиоматической системы определения выполняют роль, подобную той, которую играют аксиомы. Как и последние, они не могут оспариваться, ибо, как считает Жергонн, словам, не имеющим самим по себе какого-либо значения, всегда можно придать произвольный смысл. Конечно, введение в систему любого символа, сокращающего уже допущенное выражение, — это законная и бесспорная операция. Однако оспаривать определения и аксиомы какой-то системы можно в свяаи с какой-либо интерпретацией этой системы или в связи с нарушением требования ее непротиворечивости.

1.10. Денотат, коннотат и определение у Дж. Ст. Милля

Джон Стюарт Милль (1806—1873) в каком-то смысле продолжил разработку теории определений Гоббса и Локка. Как и для его предшественников, для Милля **определение — это высказывание (повествовательное предложение) о значении слов**. Как и они, он считает, что определяем мы имена, а не материальные объекты или идеальные смыслы как таковые. Особенность его концепции определения вытекает из его учения об имени, из различения

денотата (**значения**) **и** ***коннотата*** (**соозначения**) **имен** и в особенности из разделения имен на коннотативные и неконнотативные. **Под *денотатом* имени Милль понимает предметы или сущности, к которым это имя относится, а под *коннотатом* — совокупность признаков или свойств, общих для обозначаемых объектов и вызываемых в памяти человека соответствующим именем.** По Миллю, имя является *неконнотативным,* если оно обозначает или только предмет, или только признак. Имя является *коннотативным,* если оно прямо указывает предмет, а косвенно — признак этого предмета. Примеры неконнотативных имен: Джон, Лондон, белизна, длина. Примеры коннотативных имен: белый, длинный, добродетельный, человек, носорог и т. д. Слова «Джон», «Лондон» означают только предметы, а «белизна», «длина» обозначают только признаки. Наоборот, слово «человек» означает совокупность человеческих индивидов и соозначает множество свойств, присущих человеческому виду, таких, как телесность, определенная организация, жизнь, разумность и т. д.

Смысл коннотативного имени состоит в его коннотате. Определение коннотативного имени представляет собой попытку изложить (или же изложить и проанализировать) коннотат имени. Так, понятие «человек» может быть определен как имя, которое коннотирует свойства телесности, организации, жизни, разумности и т. д. Наличие совокупности признаков у отдельного индивида или у индивидов некоторого класса становится, таким образом, критерием применимости определяемого термина к этим индивидам (рис. 3). **(**Нетрудно заметить сходство между совершенным (полным) определением Милля и полным определением Жергонна. Различие состоит в том, что Жергонн допускает неполные определения, поскольку они несут референ-циальную, выделяющую функцию, а полные определения считает редкими, так как они присущи лишь формальным наукам; Милль же полагает, что любые определения, включая определения эмпирических наук, могут быть сделаны исчерпывающими и адекватными).

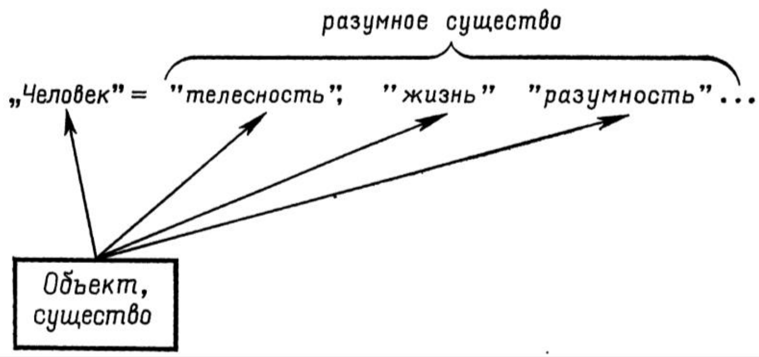


Рис. 3. Схема определения коннотативных имен (по Дж. Ст. Миллю).

По Миллю *X* есть коннотативное имя, если, будучи примененным к какому-либо предмету, оно указывает, что этот предмет обладает свойствами $y_1, y_2, ..., y_n$.

Для Милля вполне правильным (полным, совершенным, адекватным) определением является определение *исчерпывающее:* оно полностью охватывает коннотат имени и обозначает все объекты, составляющие его денотат. **Милль требует от определения, чтобы оно исчерпывало множество признаков и соответственно смысл понятия. В определении должен быть дан полный перечень предикатов, присущих объектам определяемого понятия, что по крайней мере в эмпирических науках практически невозможно. Теория определений, таким образом, превращается в теорию предикатов, которыми потенциально обладает определяемый объект.**

Высказывания, раскрывающие коннотат понятия, представляют собой утверждения, состоящие из одного или более имен с известными значениями (например, «существо» и «разумное» соозначают вместе некоторый ряд свойств, соответствующих определяемому понятию). В этом случае определяющее уже не предстает перед нами лишь как сведение содержания определяемого понятия к простейшим составным элементам, как конъюнкция иерархически равных элементов; оно воплощает одновременно анализ и синтез, поскольку выражение «разумное существо» предполагает понятия, описываемые понятиями «телесность», «жизнь», «разумность» и т. д.

Что касается требования исчерпываемости, то, по мнению Милля, возможны два способа сужения содержания определяемого понятия и, соответственно, два вида несовершенных определений: во-первых, определения, *относящиеся к сущности,* то есть такие, которые, несмотря на то что они неполны, эпистемологически полезны, и, во-вторых, *описательные* (акцидентальные) определения, *относящиеся к случайным признакам;* определения последнего вида выполняют лишь указательно-выделительную функцию и не раскрывают сущности явлений.

Требование равнообъемности (коэкстенсиональности) определяемого и определяющего понятий может быть выполнено и в тех случаях, когда предикаты, входящие в определяющее, описывают случайные свойства. Это, например, имеет место в определениях «Человек — млекопитающее, имеющее две руки» или «Человек — животное, варящее свою пищу». Однако гносеологически эффективное определение понимается Миллем как «сумма всех *эссенциальных,* или *существенных,* предложений, какие можно составить относительно данного имени». Как определяются неконнотативные имена? Прежде всего, собственные имена, несмотря на то, что они являются выражениями, выполняющими функцию выделения — индикативную функцию, не имеют никакого значения и, следовательно, не могут быть определены. Не определяются также свойства, обозначающие самые простые чувственные данные, такие, например, как ощущение красного, ибо их невозможно свести к более элементарным.

Неконнотативное имя, обозначающее одно-единственное свойство, например «белизна», определяется путем привлечения «основания признака», «факта, на котором оно основано». Но это означает выход за пределы языка и сферы дискурсивного познания. Милль не дает и не может дать формального анализа этих определений. В конце цепи дискурсивных лексических определений мы с необходимостью приходим к понятиям, вводимым остенсивно, операционально или с помощью контекстуальных определений. Говоря о фактах, на которых основываются коннотативные понятия, описывающие свойства, Милль тем самым обращается к приемам непосредственного познания или к таким формам научного познания, как наблюдение и эксперимент, предполагающим непосредственное отражение.

Подобно Локку, Паскалю и Жергонну, Милль отвергает реальные определения как особый вид определений. Милль допускает, что существуют некоторые выражения, признаваемые обыкновенно определениями, которые заключают в себе нечто большее, нежели просто объяснение значения того или иного понятия. «Неправильно, однако, было бы называть подобного рода выражения особым видом определений». Следуя Лейбницу, он различает в этом виде определяющих выражений, помимо обычного номинального определения, некоторый постулат — утверждение о существовании (или несуществовании) некоторого предмета или класса предметов. Так, в определении «Треугольник есть прямолинейная фигура, имеющая три стороны» он различает высказывания: (а) «Может существовать фигура, ограниченная тремя прямыми линиями»; (б) «Такую фигуру можно назвать треугольником». Первое из этих предложений совсем не есть определение, а предложение или постулат, который может быть истинным или ложным. Второе — номинальное определение, то есть объяснение смысла некоторого понятия через уже известные понятия, или средство сокращения выражения, состоящего из большого числа знаков, путем замещения его другим выражением с тем же смыслом, но состоящим из меньшего числа знаков.

Замечание Милля обосновано. Его, однако, можно лучше проиллюстрировать, если сформулировать эти два предложения таким образом: (1) «Я называю треугольником плоскую фигуру, ограниченную тремя сторонами» *(номинальное определение,* соответствующее пункту (б)); и (2) «Такая фигура существует или может быть построена» *(постулат о существовании,* соответствующий пункту (а)).

Отождествление определений, устанавливающих лишь тождество смысла двух выражений *(Dfd* и *Dfn)* в рамках данного языка, с определениями, в которых, помимо утверждения этого тождества, присутствует и постулат о существовании, привело в истории науки к целому ряду недоразумений.

Определения, как таковые, по Миллю, не могут быть ни истинными, ни ложными. Истинными или ложными могут быть лишь предложения или постулаты, которые сопровождают определения. Определения часто номинальны, но не произвольны. Определение слова не исключает исследования, идущего глубоко в природу вещей, обозначаемых данным именем. Напротив, чем основательнее такое исследование, тем более глубокие истины содержат сопровождающие определения постулаты. **Наши умозаключения, пишет Милль, основаны на фактах, постулируемых в определениях, а не на самих определениях.** Подобно Паскалю и Жергонну, Милль считает, что определение есть просто предложение тождества: оно «дает указание лишь относительно обычного употребления слов, но из него нельзя извлечь никаких заключений касательно фактов».

Не подлежит сомнению, что лексическое определение устанавливает тождество смысла двух выражений. Это, однако, не исключает того, что определяющее выражение в некоторых случаях может доставлять достоверную информацию о денотате

определяемого понятия. Между тем некоторые логики и математики нередко пренебрегают возможностью выявлять в определениях и постулатах информацию о реальном мире. Определяя такие понятия, как «кислота», «металл», «проводимость», «ген», «наследственность», ученые, помимо того, что они устанавливают тождество двух выражений языка данной науки, фиксируют также социальный опыт в познании предметов и явлений, обозначаемых этими понятиями. **Делая язык науки точным и сжатым, определение концентрирует информацию об окружающем мире.** Впрочем, сам Милль признает роль определений в систематизации и классификации. Определения показывают, в чем содержится и что содержит класс предметов, обозначаемый коннотативными именами. Последние могут определяться через род и вид: **род показывает, в чем содержится референт определяемых терминов, а видовое отличие уточняет, какие подвиды можно выделить в классе, обозначаемом определяемым термином.**

1.11. Август де Морган о номинальных и реальных определениях

Август де Морган (1806—1871), который наряду с Дж. Булем считается основателем математической логики, уделял особое внимание отношению между номинальными и реальными определениями. Его позиция в вопросе о реальных определениях базируется на материалистической философской концепции, четко направленной против субъективного идеализма берклеанского типа. Для де Моргана внешние объекты существуют *реально* и воспринимаются нашим умом, в котором образуется их идеальный образ или идеи о них. Подобно Локку и другим английским философам, де Морган считал, что **предмет определений— это имена, или, точнее, сложные комплексные имена**. ***Имя*** **определено, когда мы с полным основанием можем заменить его другими понятиями.** Таким образом, человек может понять смысл понятия, не имея никакого доступа к предмету, о котором нам говорит понятие. Так, например, смысл слова «остров» может быть легко понят кем-то (а значит, понятие может быть *полностью определено)* с помощью выражения «земля, окруженная водой», и для этого не нужно какого бы то ни было непосредственного опыта. Правда, этот кто-то должен понимать смысл понятий, содержащихся в определяющем выражении.

Неточность и двусмысленность понятий определяющего целиком переносится на определяемое. *Номинальное определение* — это лишь замена одних имен (как правило, более длинных языковых выражений) иными, более короткими именами. Согласно де Моргану, *реальное определение,* подобно номинальному, также является полным или частичным пояснением смысла одного понятия через другие, но оно должно удовлетворять дополнительному условию: в нем должно быть достаточно информации, чтобы мы могли выделить охватываемые понятием предметы из всех других предметов. Таким образом, определяющее выражение должно иметь денотат и заключать в себе критерии отбора или выделения предполагаемых определяемым понятием предметов из числа остальных предметов, не охватываемых данным понятием.

В логике Пор-Рояля или Дж. Ст. Милля реальными считались обычные лексические определения, то есть определения, которые с помощью определяющего воссоздают смысл имеющихся в языке выражений для определяемого понятия. Иначе говоря, реальные определения не сообщают никакого нового смысла. **Де Морган же связывает реальные определения не с лингвистическими факторами, а с существованием соответствия между определяющим и реальностью.** Таким образом, **реальное определение оказывается частным случаем номинального, а именно случаем, когда определяющие понятия выступают как критерий отбора предметов, к которым прилагается определяемое понятие.**

Реальное определение не может быть свободно от использования имен, потому и в этом случае имеет место эквивалентность двух выражений. Реальные определения должны удовлетворять тем же лингвистическим и формальным условиям, что и номинальные определения. Более того, они должны удовлетворять, если пользоваться понятологией, еще и определенным правилам соответствия между областью имен и областью предметов, обозначаемых данными именами.

1.12. Тория определений Г. Фреге

Взгляды Фреге на определения изложены в его работе «Основные законы арифметики», в рецензии на труд Эдмунда Гуссерля «Философия арифметики».

Внимание Фреге к теории определений объясняется его стремлением **построить символический язык, пригодный для адекватного изложения арифметических теорем**. **Предметом определений**

являются *понятия*, а не имена или реальные предметы. По мнению Фреге, **определения строятся в квазиавтономной интерсубъективной области понятий и смыслов,— области, находящейся вне субъектов логической деятельности,— и состоят они в установлении эквивалентностей между этими понятиями. Без строгих определений, утверждает Фреге, мы не можем быть уверены в используемых терминах и не можем успешно применять законы логики, которые предполагают, что границы используемых понятий и отношений четко определены.**

В концепции Фреге правильное определение — это предварительная операция и необходимое условие осуществления арифметических доказательств. Поэтому в «Исчислении понятий» и в других своих дальнейших работах, прежде чем перейти к изложению основных теорем, Фреге уделяет внимание определению используемых понятий. В «Исчислении понятий» он много говорит об определении импликации и операции отрицания, с помощью которых он потом выражает все остальные логические операторы. **Без полных и окончательных определений, говорит Фреге, мы ни в одной науке не будем иметь твердой почвы под ногами** . **Назначение определений состоит в том, чтобы установить точные границы каждого понятия, дабы иметь возможность для каждого произвольно взятого предмета (или предметов) решить, подпадает ли он под данное понятие или нет**. В идеале **каждому понятию должно соответствовать одно, и только одно, имя или символ.** Фреге был глубоко недоволен ситуацией, существовавшей в математике его времени, когда один и тот же символ используется для обозначения двух, трех или более различных понятий; он настоятельно требовал — и в своих трудах соблюдал это требование, — чтобы **каждый отдельный смысл или понятие выражалось отдельным символом**.

«В самом деле, стоит все-таки труда придумать новый знак, если это дает возможность устранить немалые логические опасения и обеспечить строгость доказательств. Однако многие математики как будто мало ценят логическую чистоту и точность, раз они предпочитают использовать одно и то же слово в трех или четырех значениях, вместо того чтобы принять ужасное решение изобрести новое слово». **Фреге считает, что в науке старые, недостаточно уточненные определения следует заменять новыми определениями с четким смыслом.**

По мнению Фреге, естественна ситуация, когда для каждого понятия имеется отдельное имя или знак, и наоборот, знак или имя однозначно соответствует данному понятию. **В науке мы не имеем права использовать имя (или знак) до тех пор, пока не указано, что оно**

обозначает. В обозначении одним и тем же знаком или именем двух или более значений Фреге видит источник многих недоразумений в основаниях математики. Это обстоятельство иллюстрируется им на примере того, как используются в арифметике такие знаки и основные понятия, как «число», «+», «×», «функция», «коническое сечение». Фреге показывает, что каждый из этих знаков или понятий применяется многими математиками в двух или более значениях, несводимых друг к другу, что ведет к пагубным последствиям; эти понятия и знаки используются без предварительного построения соответствующих полных и окончательных определений.

Фреге — ярый противник процедуры построения так называемых *неполных определений*, когда какое-то понятие определяется поначалу лишь для ограниченного класса случаев, а в дальнейшем расширяется на более широкий класс предметов. Так, некоторые математики имеют привычку сначала определять положительные целые числа, а затем распространять определение числа на целые отрицательные числа и ноль; далее, опираясь на новые теоремы, определяют рациональные, иррациональные, действительные числа. Как отмечает Фреге, чтобы такой прием не привел к ошибкам, необходимо, **прежде чем использовать в новом определении некоторое слово или символ, уточнить, что именно оно означает, и каждый раз, когда вводятся новые свойства объектов, вводить новые знаки.**

Фреге весьма осторожен в вопросе об использовании *частичных определений.* В этом смысле убедителен его спор с Джузеппе Пеано. По мнению Дж. Пеано, арифметическая операция сложения может быть полностью определена как результат процесса построения частичных определений, когда сначала определяется операция сложения целых чисел, затем дробей и, наконец, иррациональных чисел. Фреге отмечает наличие общих признаков у этих операций, но считает, что в целом мы не можем использовать этот прием для введения таких понятий, как сложение или равенство в арифметике. Вероятно, мы можем, говорит Фреге, допустить некоторые частичные определения, когда сама их форма с очевидностью показывает, что вместе взятые они покрывают все возможные случаи, ни один из случаев не подпадает под два или более частичных определений, и ни одно из этих определений не используется для построения остальных. Если это имеет место, то **частичные определения, отмечает Фреге, могут быть *формально* скомбинированы в одно определение.** Все же, говорит он, такого рода определений следует избегать.

Фреге, как и Б. Паскаль, — **сторонник *полных и окончательных* определений и непримиримый противник частичных определений**. Это требование Фреге, конечно, следует соотносить с его постоянным стремлением к **аксиоматическому построению логики**; **и арифметики, которое и в самом деле требует таких определений. Логика не признает в качестве понятий неточные, расплывчатые, «мутные» построения, вытекающие из частичных определений; в конечном итоге, логика должна отвергнуть любые процедуры их использования.**

По мнению Фреге, понятие равенства, подобно понятию сложения, не является особым для каждой области предметов, к которой оно применяется: **понятие равенства едино, и по мере того как расширяются наши знания о предметах окружающего мира, мы обнаруживаем новые случаи равенства; «...прогресс науки не требует расширения значения формулы *a*=*b*; просто в рассмотрение вводятся новые свойства (modi) предметов».** Чтобы устранить частичные определения и процедуру их введения, Фреге сформулировал ***принцип полноты* определения**. **Определение является *полным*, если, и только если, имея определение, мы можем о любом произвольно взятом предмете сказать, подпадает он или нет под определяемое понятие**. Иными словами, Фреге требует, чтобы **объем каждого понятия был строго определен, чтобы не было элементов, о которых нельзя было бы точно сказать, подпадают они или нет под определяемое понятие.** В отличие от полного определения неполное определение не очерчивает четких границ для предметов, подпадающих под понятие. **Средство верификации того, является ли определение полным или нет, дает принцип исключенного третьего.** Предположим, что определено понятие *a*. **Можно утверждать, что его определение полно, если о любом произвольном объекте можно решить, принадлежит он или нет к объему понятия *a*.**

Принцип исключенного третьего в применении к неопределенным случаям функционирует как «детектор» полноты или неполноты **определения символа, слова или выражения**. Например, предложение «Каждый квадратный корень из 9 есть нечетное число» не имеет, по мнению Фреге, смысла или по меньшей мере неопределенно до тех пор, пока строго не определено понятие «квадратный корень из 9», то есть пока мы не знаем класса предметов, подпадающих под это понятие. Допустим, кто-то предполагает, что под это выражение подпадают абстрактные предметы 2 и 3. Он ошибается, ибо относит к **значению (объему) понятия** «квадратный корень из 9» число 2. Также было бы ошибкой, если бы кто-нибудь, определяя вышеприведенное выражение, исключил бы из его значения —3. Наконец, точный смысл понятия, выражаемого обычно «квадратный корень из 9», получит тот, кто в значение этого выражения включит 3 и —3 и исключит 2, —4, —5 и т. д.

Фреге считал, что всякий акт **определения — это акт разграничения того, что относится к *значению* и *смыслу* данного знака или слова, и того, что к ним не относится**. От того, как осуществляется это различение— того, что подпадает под определяемое понятие, и того, что под него не подпадает, — зависит и истинностное значение предложений, содержащих его. Так, если мы постулируем, что выражение «квадратный корень из 9» относится *только* к положительным числам, то предложение «Существует единственный квадратный корень из 9» истинно; если же допустить, как это принято в математике, что оно может относиться и к отрицательным числам, то вышеприведенное предложение ложно. Таким образом, очевидно, что истинностное значение предложений, содержащих понятия или выражения, для которых можно строить различные определения, зависит от значения, придаваемого им этими определениями. Иными словами, **правильное использование определений является условием наличия того или иного истинностного значения предложений.**

Точно так же, по мнению Фреге, *отношение* правильно определено, если о любом предмете мы можем сказать, состоит он или нет в этом отношении с любым другим предметом. Как и в случае определения понятий или выражений, Фреге проверяет правильность определения отношения с помощью tertium non datur.

Полное определение отношения исключает неопределенные случаи. **Такое определение дает возможность точно сказать о любом объекте, стоит он или нет в определенном отношении к другому объекту.** Так, например, полное определение отношения «...преемник...» позволяет сказать об упорядоченной паре (Дюма-сын, Дюма-отец), что первый — преемник второго и запрещает обратное утверждение; оно позволяет также исключить из объема нашего отношения пару предметов, между которыми имеет место отношение одновременности или другие типы отношений. Фреге предупреждает о трудностях, возникающих при точном определении некоторых отношений. **Он рассматривает определение отношения «...больше, чем...». Для определения этого отношения надо сначала уточнить область предметов, к которой оно относится. Относится ли оно также и к предметам, отличным от чисел, или же оно относится только к числам? В зависимости от характера области предметов, в которой отношение приобретает значение, выражения, включающие это отношение, будут иметь смысл и значение или же будут псевдоотношениями.**

Фреге приводит следующий пример: если мы хотим, чтобы отношение «...больше, чем...» не было определено для предметов, не являющихся числами, например, для небесных тел (в этом случае выражение «Луна больше, чем нуль» не будет иметь смысла, в то время как «3 больше, чем нуль» будет совершенно законным выражением), то надо внести уточнение: «больше, чем нуль» можно предицировать *только о числах.* Но поскольку Фреге в ходе своего анализа стремится прийти, в конечном счете, именно к логическому определению *числа,* то выражение «...больше, чем...» не может быть использовано для этой цели. Как показывает Фреге, использование некоторых неполно определенных понятий (в приведенном примере — отношения «...больше, чем...») неизбежно ведет к псевдопонятиям и псевдопредложениям. .

Точно так же мы придем к бессмыслице, если в выражении «нечто, дающее в результате единицу, если его прибавить к самому себе» заменим переменную, выраженную словом «нечто», таким предметом, как Луна, который не является числом. В таком случае мы получим: «Сумма Луны и Луны есть единица». Об этом предложении, отмечает Фреге, мы, не можем сказать, истинно оно или ложно, — оно просто бессмысленно. Если бы это предложение было просто ложно, то мы могли бы сказать: смысл выражения «сумма Луны и Луны» отличается от смысла выражения «единица». Но такого утверждения нельзя сделать, ибо выражение «сумма Луны и Луны» не имеет ни референта, ни смысла, в то время как выражение «единица» имеет вполне определенный смысл. **Старания Фреге направлены на исключение бессмысленных выражений, псевдопонятий.** Достаточно, утверждает Фреге, допустить с самого начала бессмысленное выражение типа «сумма Луны и Луны», чтобы благодаря его взаимоотношениям с другими понятиями в нашем теоретическом построении возник целый ряд псевдопонятий и псевдопредложений. **Единственный выход из этой ситуации Фреге видит в определении слов «сумма», «число», «равно» и т. п. в соответствии с принципом полноты. В таком случае лингвистические выражения, построенные на основе этих слов по правилам грамматики и логики, будут давать также четко определенные понятия**.

Помимо принципа полноты, Фреге сформулировал ***принцип простоты*** **определяемого, выражения.** Считая само собой разумеющимся, что операция определения осуществляется каждый раз в рамках естественного или искусственного (имеющего хорошо определенные правила) языка, Фреге требует, чтобы определение проводилось над более простыми частями языка: **«определяемое выражение — определяемый знак — должно быть простым. Иначе**

может случиться, что его части можно будет, в свою очередь, определить отдельно, и эти определения будут противоречить определению целого».

Следует заметить, что в отличие от Локка, Милля и де Моргана, которые считали определяемое сложным термином, Фреге требует, чтобы <u>определяемое было простым</u>. Далее, надо указать на то, что, хотя Фреге и считает, что определяются понятия, здесь он говорит об «определяемом слове».

Мы имеем здесь дело по меньшей мере с понятийной непоследовательностью, если не с противоречием во фрегевских идеях, касающихся определений. В самом деле, как мы выделяем простые составные элементы языка? Это выделение можно осуществлять, анализируя язык или систему знаков науки. Как отмечает Фреге, очень часто мы обнаруживаем целую систему определений, так что многие слова, которые мы хотим определить, появляются в других определениях. Ряд определений, содержащих некоторое число одних и тех же понятий, значение которых не известно, Фреге сравнивает с системой уравнений со многими «неизвестными», о которой без специального анализа мы не знаем, разрешима ли она и однозначны ли ее решения. **Выражение такого языка считается сложным, если в силу общих правил грамматики или системы обозначений его смысл зависит от смысла его частей, появляющихся и в других выражениях и трактуемых как независимые знаки с собственным смыслом. На основании этих соображений Фреге требует, чтобы <u>акт определения осуществлялся лишь над простыми словами и элементарными символами</u>.**

Фреге, однако, не отождествляет теорию определений с алгебраической теорией решения систем уравнений. **Если даны смысл всего выражения и части этого выражения, то смысл оставшейся части не является непосредственно определенным.** Замечание Фреге с формальной точки зрения может быть проиллюстрировано следующим образом.

Рассмотрим сложное выражение *(A&B)&C*, смысл которого мы обозначим через *D*. Рассмотрим выражение *A&B;* это есть часть всего сложного выражения, и пусть ее смысл будет *E*. В таком случае смысл оставшейся части, а именно выражения С, не может быть получен ни «вычитанием» *E* из *D*, ни «делением» *D* на *E*.

Формулировка этого запрета показывает, что Фреге далек от утверждения строгого параллелизма между областью выражений и областью смыслов и что он осознает сложность исторического формирования нашей системы лингвистических знаков, в пределах которой осуществляется акт определения. Верно также, что **Фреге**

постоянно стремился к построению, по крайней мере для логики и математики, формального языка, в рамках которого можно было бы осуществлять операции, аналогичные математическим вычислениям.

Помимо принципов полноты и простоты, Фреге **сформулировал также ряд специальных требований, которым должны удовлетворять в его системе вновь вводимые знаки.** Эти требования выражены в виде **<u>семи правил</u>, касающихся введения сложных знаков, взаимоотношения знаков и обозначаемых ими понятий, различения уровней построенного языка, возможности использования определений в исчислении (среди этих семи правил третьим (в том порядке, в каком их изложил Фреге) стоит принцип простоты. Для принципа полноты не выделяется отдельного правила).**

Первое из этих правил гласит: «Всякое имя, которое правильно построено из имен, имеющих определения, должно иметь некоторое значение»; ибо в противном случае невозможно однозначное использование языковых выражений. Иными словами, в рамках его логико-арифметической системы смысл сложных имён определяется смыслом уже введенных имен.

Второе правило запрещает определять одно и то же имя двумя различными способами, ибо тогда возникло бы сомнение, согласуются ли между собой эти два определения.

В третьем кратко сформулирован принцип простоты.

Четвертое правило показывает, что введеное по определению собственное имя должно быть во всех случаях его вхождения заменимо определяющим (здесь очевидно различие мнений Фреге и Милля. Как мы видели, Милль считает, что собственные имена не могут определяться). Этим правилом Фреге формулирует *синтаксическую функцию* определений в дедуктивной системе, а именно функцию, состоящую во взаимозаменимости двух выражений, обозначающих одно и то же, что *облегчает вычисления и доказательства.* Это же правило запрещает использование собственного имени в качестве имени функции. **Последние три правила** узаконивают условия, при которых можно вводить имена для функций первого порядка с одним или более аргументами. Они весьма важны для понимания символизма Фреге и осуществляемых в его рамках операций, но менее важны для общей теории определений.

<u>Определение</u>, по мнению Фреге, — это операция, с помощью которой детерминируются значение и смысл знака, собственного имени или имени функции путем отнесения к значению и смыслу других знаков, предполагаемых известными собеседнику, к

которому обращено определение. С помощью определения формулируется *тождество* между значением определяемого понятия и аналитического выражения, состоящего из понятий, известных тому, к кому обращено определение.

Фреге сравнивает определение с уравнением, но не с нерешенным уравнением, имеющим неизвестные понятия по обе стороны знака равенства, а с уравнением решенным, <u>в правой части которого нет ни одного неизвестного элемента</u>. В таком случае определяемое соответствует неизвестному в уравнении, а определяющее — правой части решенного уравнения, в которой нет неизвестных. Так, определение можно сравнить с уравнением типа $x = 2 + 1$ или с равносильностью $c \equiv (a\&b)$, где значение a и b известно и известен также смысл оператбра &. Итак, можно констатировать, что у Фреге **<u>определение предполагает в первую очередь *тождество* значений определяемого и определяющего выражений</u>. Само собой разумеется, что эти два выражения взаимозаменимы, то есть сохраняют истинностные значения выражений, в которых осуществляется замена. <u>Это означает, что если в каком-то предложении появляется определяемое некоторого определения, то мы можем заменить определяемое определяющим того же определения без опасения изменить при этом значение всего выражения.</u>**

Совпадение по объему является для Фреге необходимым условием для возникновения такого отношения между понятиями, которое соответствует тождеству, имеющему место между предметами. Но, как уточняет Фреге, в этом случае мы имеем дело с тождеством не в смысле Лейбница (eadem sunt quorum unum protest substitui alteri salva veritate), ибо если всякое определение — тождество, то само тождество не может быть определено. По Фреге, мы можем написать $A = B$, если A и B имеют один и тот же объем и они взаимозаменимы без нарушения истинности выражения, в которое входят. Однако, как видно из многих отрывков, Фреге не ограничивается этим первым условием. Он **постулирует более сильное требование, а именно <u>тождество смысла определяемого и определяющего</u>. <u>В своем символическом языке — и вообще в языке науки — Фреге требует, чтобы символ, однажды введенный для определенного смысла, для некоторого понятия, использовался исключительно для выражения этого смысла</u>, <u>понятия</u>; <u>и наоборот — не следует мыслить данное понятие вне введенного символа или его обозначени</u>я. <u>В таком случае операция определения состоит в установлении взаимно-однозначного соответствия между знаком и понятием.</u>** Собеседнику, которому адресовано определение, соответствующее понятие передается аналитически, поскольку оно поясняется через определяющее. Включая же в свой словарь имя понятия (представленного определяемым), субъект логической деятельности усваивает элементы более сжатого символического языка. **Не выражая этого непосредственно, теория определения Фреге соответствует пониманию определения как посредника в общении двух или более субъектов логической деятельности.**

В теории определений Фреге для каждого символа, слова или выражения мы можем построить одно-единственное определение. (Это, впрочем, сформулировано Фреге в виде второго правила определения.) Так, если в геометрии мы сформулировали понятие конического сечения как «пересечения некоторой плоскости с конической поверхностью вращения», то уже нельзя определять коническое сечение как «кривую, уравнение которой в декартовых координатах есть уравнение второй степени». **Это второе определение в данном языке следует доказать как теорему.** В то же время понятие, зафиксированное выражением «кривая, уравнение которой в декартовых координатах есть уравнение второй степени», **следует обозначить иным символом, чем понятие, передаваемое выражением** «пересечение некоторой плоскости с конической поверхностью вращения». В большинстве случаев, когда для понятия можно построить несколько определений — например для химического элемента, вида растений, профессии, этической категории — мы не используем для каждого определения различные термины, хотя и имеем дело каждый раз с различными понятиями, выраженными аналитически определяющей частью данных определений. Сохранение одного и того же понятия, хотя мы и имеем в виду каждый раз различные смыслы (понятия), основано на неявном соглашении, что определение предполагает десигнат понятия или его референт, а не только некоторый придаваемый ему смысл. **Фреге совершенно прав, когда требует не смешивать два понятия, соответственно два определения какого-то термина, на том основании, что у них один и тот же десигнат (или денотат).** Так же обстоит дело с собственными именами или с различными описательными именами одного и того же предмета. Так, человек и писатель Ливиу Ребряну может быть обозначен собственным именем «Ливиу Ребряну» или выражением «автор романа „Восстание"». **Оба эти выражения в данном случае, подобно определяемому и определяющему выражениям, имеют одинаковый денотат, но не являются именами одного и того же понятия. Имя «Ливиу Ребряну» обозначает одного определенного писателя, в то время как выражение «автор романа „Восстание"», хотя и предполагает**

тот же референт, несет сообщение об одном из произведений данного писателя <u>и имеет, следовательно, другой смысл</u>.

Точно так же для одного и того же десигната, обозначаемого единичным понятием, можно построить его определение с помощью различных понятий. Во избежание путаницы желательно, чтобы в каждом из этих случаев для определяемого использовалось отдельное имя или символ.

Внимание, оказанное Фреге проблеме языка и в этом плане теории определений, было направлено также на то, чтобы <u>избежать в языковых выражениях двусмысленностей и псевдопонятий.</u> Фреге ясно осознает, что ошибка, вкравшаяся в определение понятия, усугубляется, когда это определение используется в дедуктивной теории. **В «Исчислении понятий» и в статье «О смысле и значении» Фреге постоянно обращает внимание на смешение, допускаемое многими математиками, например, имени решения некоторого уравнения с решением, как таковым, имени функции с функцией, как таковой.** Особенно подробно останавливается Фреге на задаче устранения путаницы в определении и употреблении понятий, связанных с понятием функции. Фреге также раскрыл ряд неточностей, касающихся употребления понятия числа. Здесь мы не можем детально останавливаться на определениях понятий функции и числа, которые разработал Фреге. Его забота о правильности определений особенно видна по той критике определений, которые были предложены Е. Гейне, немецким математиком — современником Фреге.

В работе «Элементы теории функций» (§ 1, определение 2) Е. Гейне дает такое определение равенства знаков чисел: «Знаки чисел называются равными или являются взаимозаменимыми, если они принадлежат равным рядам чисел, неравными или невзаимозаменяемыми, если они принадлежат неравным рядам». Это определение для Фреге не пригодно, ибо понятия, используемые в определяющем, являются столь же мало известными, как и понятия, используемые в определяемом. В лучшем случае одно и то же понятие («равно») считается известным, когда оно появляется в определяющем, и неизвестным, когда появляется в определяемом. Данное Е. Гейне определение кажется Фреге столь же неубедительным, как и следующее: «Знаки называются белыми, если они принадлежат белым предметам». Но, говорит Фреге, это предполагает, что мы знаем, что означает понятие «белое», когда оно появляется в определяющем. (Как и Аристотель, Фреге предполагает, что то, что появляется в определяющем, всегда известно.) Поскольку это понятие считается известным, мы его больше не можем определять (в случае его вхождения в определяемое), **иначе это означало бы, что мы в одно и то же время знаем и не знаем понятия.**

Здесь нетрудно заметить классическую ошибку в определении, носящую название idem per idem (Фреге не делает никаких ссылок на этот вид ошибок). Действительно, в определении Гейне понятие «равно» появляется как в определяемом, так и в определяющем. Между тем подлежит определению именно «*равенство* знаков чисел» — и поэтому понятие «равно» не может появляться в определяющем, не повредив определению в целом. Употребление выражения «если они принадлежат равным рядам чисел» предполагает, отмечает Фреге, что нам известно значение слова «равно»; между тем именно это слово подлежит определению.

Фреге явился новатором в теории определений. В отличие от участников дискуссий об определениях, имевших место в традиционной логике, немецкий логик **разрабатывал теорию определений с точки зрения потребностей построенного им символического языка, с точки зрения различения значения и смысла знака.**

Определение, по мнению Фреге, фиксирует в равной мере значение и смысл символа. Недостаточно установить лишь значение знака. Надо еще установить смысл символа, соответственно понятия, обозначенного словом или символом. На традиционный вопрос, получавший различное решение в истории логики, фиксирует ли определение реальный предмет, значение или же смысл знака, Фреге дает однозначный ответ: **определение устанавливает и значение и смысл слова или знака; оно осуществляется как в рамках естественного языка, так и символизма**. Фреге тем самым расширяет сферу того, чего касаются определения. Аристотелевская теория определения предполагала, что определению подлежат общие понятия, общие существительные, остальные же грамматические категории, как, например, собственные имена, глаголы, наречия и др., оставались в стороне. **Создание исчисления высказываний и доказательство выразимости одних логических операторов через другие (Фреге принадлежит бесспорная заслуга и в этом отношении), а также разработка исчисления предикатов (Пирс, Фреге) создали предпосылки для «перенесения» в символический язык процедур определения других грамматических категорий естественного языки, таких, как некоторые предлоги и союзы («и», «или», «если..., то», «если, и только если»), глаголы и более сложные синтаксические конструкции.**

Благодаря своей неразрывной связи со знаком и словом, теория определений сейчас выступает в роли пролегомен к построению

всякого символического языка, ибо прежде чем ввести символ, следует установить синтаксическую или семантическую категорию, к которой он принадлежит, определить его смысл и его значение в соответствующем языке.
Преимуществом фрегевской трактовки определений является то, что она строится на базе основных понятий логической семантики. Вместе с тем Фреге понимал важность теории определений для развертывания **логического исчисления и построения теорий доказательств.** Но Фреге еще не пришел к трактовке определений с явной семиотической точки зрения, к непосредственному формулированию той идеи, что **определение одновременно является и семантической операцией, устанавливающей значение и смысл языка, и синтаксической операцией, с помощью которой происходит отождествление двух выражений (в силу чего оказывается возможным чисто формальное развертывание исчисления).** Наконец, Фрёге был далек от понимания прагматического аспекта акта определения. По-видимому, вне его внимания осталось и исследование познавательных функций «переводящего», экспликативного, синтезирующего, аналитического, «редуктивного» и других определений.
Заслуга Фрёге в теории определений состоит в том, что в трактовку определений он ввел логико-семантическую точку зрения и сформулировал некоторые правила определения с позиции требований, предъявляемых к искусственному языку.

Краткий экскурс в историю показывает большое разнообразие взглядов по вопросу о том, что составляет предмет определения. Философы по-разному отвечали на него: для одних **предметом определения является природа или сущность вещей** (Аристотель, Цицерон, Спиноза); для других — **смысл имени** (Гоббс, Локк и Дж. Стюарт Милль); для третьих — **понятие** (Кант, Фреге, Риккерт). **Сам термин «определение» понимался по-разному: как акт или операция определения, как определяющее выражение, как смысл определяющего выражения, как предложение, раскрывающее смысл понятия или выражения, как воспроизведение или напоминание такого предложения и, наконец, как переплетение двух или более из перечисленных пониманий.**
Несмотря на все это разнообразие точек зрения, исторический экскурс показывает постепенное приближение мыслителей и логиков, занимавшихся определением, к трактовке определений во взаимосвязи с процессом научного познания и, в особенности, с организацией и систематизацией научных данных. У Паскаля,

Лейбница, Арно и Николя, у Жергонна и позднее у Фреге **определение играет методологическую роль (можно сказать, что определение играет скорее идеологическю роль — А.К) — оно является инструментом усовершенствования научного языка и средством анализа содержания научных теорий**.

Заметный прогресс в понимании механизма определения и особенно взаимоотношения определяемого и определяющего связан с деятельностью Жергонна и Фреге. Они показали, что **определение, помимо тождества денотатов, или значений, определяемого и определяющего, предполагает также тождество смыслов.** Жергонн отметил нормативную функцию стипулятивных определений в построении научных языков, **Фреге проанализировал роль определений в аксиоматических системах, сформулировав ряд правил и условий правильного использования знаков и сложных выражений языка.**

Долго обсуждавшаяся проблема номинальных и реальных определений нашла близкое к истине решение у Дж. Ст. Милля и А. де Моргана.

Многие авторы показали значительное разнообразие видов определений по сравнению с тем, как подходили к этому вопросу Платон и Аристотель, сняв чрезмерные требования к определению, которых придерживались античные ученые. В частности, современные авторы выделили переквалифицирующие и лексические определения, выявили новые функции определений, такие, например, как функция сокращения.

2. Введение в теорию определений понятий

2.1.Общие положения

2.1.1. О термине «понятие»

В процессе научного творчества человек может сделать открытие, создать новую теорию, построить научную гипотизу и пр. Понятия эти строго разграничены.

Открытие определяется как установление неизвестных ранее объективно существующих закономерностей, свойств и явлений материального мира, вносящие коренные изменения в уровень познатия.

Закономерности, свойства и явления материального мира существуют в природе независимо от воли людей. Часть этих свойств и явлений уже установлена, они нам известны и формируют наше представление об окружающем мире. Другие закономерности и явления хотя и существуют, но пока неизвестны и будут устанавливаться и процессе творческой деятельности человека, направленной на изучение материального мира. Каждое открытие вырывает у природы еще одну тайну и увеличивает наши знания. Мы знаем, что между телами действуют силы гравитации, что тела при нагревании расширяются, что в проводнике при пересечении им магнитных силовых линий возникает электрический ток и т. д. Эти наши знания основаны на когда-то сделанных открытиях.

Неважно, каким образом происходило познание: наблюдением, теоретическим исследованием, экспериментально с применением сложных приборов и т. д. <u>Важно, что сообщение об открытом явлении подняло уровень наших знаний об окружающем мире еще на одну ступеньку.</u>

Мы можем что-то узнать о явлении или закономерностисти, использовать их, устранить их вредное влияние, **но не можем изменить явление или закономерность как таковые**.

<u>Понятие</u> - это мозговой продукт человеческого творчества, оно создается человеком как ответ на запросы его повседневной деятельности.

С появлением и развитием цивилизаций начинается научная и техническая деятельность человека и для **<u>фиксации (описания) процессов и результатов появляются понятия</u>**. Колесо, копье, очаг, лук и стрелы, соха суть понятий. Если бы человеческая цивилизация развивалась другими путями, были бы другие потребности и появились бы другие понятия.

Если открытие новых явлений связано с областью познания, то формирование понятий относится к области жизнедеятельности человека. <u>Без понятий жизнь человека невозможна</u>. <u>Человек общается с окружающим миром посредством понятий. Отбери у человека эту возможность и человек погибнет.</u>

Используя вновь открытые свойства и явления материального мира, человек формирует новые понятия, **характеризующие такие определяемые предметы как объект, процесс, вещество (однородная материальная среда), явление;** совершенствует науку и технику для удовлетворения своих жизненных потребностей.

Большинство свойств, явлений и закономерностей материального мира не могут быть использованы человеком непосредственно без описания их новыми понятиями, что в конечном итоге порождает необходимость создания системы понятий. Открытое в свое время свойство проводника нагреваться при прохождении по нему электрического тока постепенно привело к появлению множества новых понятий для описания открытых новых явлений в этой области. Открытие М. Фарадеем явления возникновения в проводнике э. д. с. при пересечении им магнитных силовых линий дало возможность создать генератор электрического тока и электродвигатель, и одновременно потебовало для описания этого явления образовать новые понятия и дать им определения.

Понятия имеют важное методологическое значение. **Продуктивность, работоспособность понятия зависит от его научности, от того, насколько полно оно отражает определяемый предмет в свете имеющихся и перспективных потребностей практики и уровня развития науки. Понятия не неподвижны, а вечно движутся, переходят друг в друга, переливаются одно в другое, без этого они не отражают живой жизни.** В век бурного социального и научно-технического прогресса многие из научных понятий подвергаются критическому пересмотру.

Слово *понятие* многозначно. **Понятием называют как процесс создания чего-то нового, ранее неизвестного, так и результат этого процесса.** Сам результат может быть различным по характеру: говорят, например, о таких понятиях, как машины и рифмы, технологические приемы и новые обряды, шахматы, письменности, азбуки, нумерации, системы счислений.

В науке термин *понятие* имеет научнообоснованное определенное значение. По большому счету, **понятие это результат научной деятельности** (если понимать **науку в широком смысле слова как отрасль человеческой деятельности, производящую знания**).

Отсутствие **четкого определения понятия** может породить неясности, недоразумения по поводу точного значения термина и, **как следствие, неоднозначность его толкования.**

Понятия выражаются различными способами.

1. Понятие выражается только термином, который может и не поясняться, так как либо он достаточно известен и понятен, либо его содержание должно быть определено **путем формулирования научного определения или толкование его как аксиому**.
2. **Понятие поясняется характеризующими его признаками.**
3. Введя термин, обозначающий понятие, необходимо пояснить термин перечислением предметов, охватываемых понятием.

4. Может быть дано **прямое определение понятия**, построенное по правилам логики, т. е. в виде так называемого **формально-логического определения.** Таким является, например, определение понятия открытия.
5. Определение понятия может быть дано с использованием более сложного приема, когда общее определение дополняется, конкретизируется, либо указываются исключения из общего определения, причем эти дополнения или исключения могут находиться в определениях других понятиях.

Например, построенное по правилам формально-логических определений, понятие «наука» содержит в качестве родового понятия *решение научной задачи,* и в качестве видовых отличий— *существенную научную новизну* и *нучный результат.*

Итак, **формируемое понятие должно обладать определенными признаками или, иными словами, отвечать следующим критериям: являться результатом нучной деятельности человека; понятие должно быть, как правило, эксклюзивным; оно должно обладать существенными отличиями в сравнении с известными понятиями**. Эти критерии будут рассмотрены в следующем параграфе.

2.1.2. Критерии определения понятия

Применительно к родовому признаку образования понятия возникает вопрос о его связи с понятием ***процедуры образования***. **Процедура образования понятия определяется в функциональном плане, т. е. характеризуется как совокупность средств образования понятий в системе понятий, используемых в науке и общественной практике для достижения различных целей.** Основываясь на этом, можно считать, что родовой признак образования понятия следует понимать как требование, чтобы понятие относилось к определенной области науки. В тоже время, область науки не является единственным предметом деятельности по образованию понятий: образование понятий осуществляется в сферах народного образования, культуры и пр.

Установим в качестве родового признака понятия именно *процедуру образования понятия,* что указывает на строго определенное содержание понятия, а именно — связанное с объектом, процессом, веществом, явлением.

В связи с этим важное значение приобретает вопрос о предметах образования понятий. **К предметам образования понятий будем относить: объект, процесс, вещество, явление**.

Таким образом, **семантически значимое понятие характеризуют не только общие критерии, но и предметы составляющие сущность понятия.**

Заметим, что решение задачи образования понятия есть указание на конкретные пути (средства) решения задачи образования понятия, а не просто ее постановка: как бы ни была важна поставленная задача образования понятия, какие бы перспективы дальнейшего развития научной и технической мысли ни были с ней связаны, при наличии одной лишь постановки задачи образования понятия образованного понятия нет.

Итак, как мы уже говорили, будем так регламентировать базовые понятия: **объект, процесс, вещество, явление**.

Объект **как предмет понятия** характеризуется конструктивными (компоновочными) средствами — определенными формами элементов (деталей, узлов), их взаимным расположением, средствами связи и взаимодействием, соотношением размеров и т. п.

Процесс **как предмет понятия** характеризуется технологическими средствами — различного рода процессами (обработки, наблюдения, контроля и пр.), содержанием которых являются процедуры (операции), их последовательность, сочетание, режимы (температурные, временные и пр.) и т. д.

Вещество **как предмет понятия** характеризуется качественными средствами — ингредиентами, их новым соотношением (долевым, весовым, процентным), новым сочетанием и пр.

В принципе этот предмет понятия **характеризуется структурными отличиями** (вновь синтезированного соединения). В описании понятия вещества, полученного химическим путем, должны быть приведены также данные о его химическом строении, физико-химических свойствах, а также раскрыт процесс (процессы) получения этого вещества.

Эксклюзивность понятия. Эксклюзивность понятия имеет существенное значение при его **семантическом толковании**, так как **позволяет избежать повторяемости при образовании нового понятия**. **В определении понятия следует избегать критерия существенной эксклюзивности понятия**. Названный критерий является неудачным, прежде всего, в семантическом плане, поскольку приводит к смешению двух различных понятий — формальной эксклюзивности и качественного уровня организации понятия в сравнении с известным уровнем знаний. Мы будем использовать отчетливое выражение идеи отделения признака эксклюзивности понятия от критерия качественного уровня организации понятия. Можно утверждать, что **признак эксклюзивности понятия имеет самостоятельное значение и, таким образом, понятие эксклюзивности не может быть выведено из какого-либо другого понятия.**

Литература бедна исследованиями критериев эксклюзивности понятия. В настоящей работе мы постараемся в предельно отчетливой форме выявить те допущения и абстракции, которые необходимы для формулирования эксклюзивности понятия и которые можно успешно использовать для **установления формальной эксклюзивности понятия.** Речь будет идти о **<u>критерии эксклюзивности</u>**, суть которого сводится к следующему. **<u>Научное познание</u> действительности есть процесс, имеющий какое-то <u>*условное* начало во времени</u>.** В связи с этим заметим, что можно до бесконечности спорить о том, датируется ли современная наука трудами Галилея, Ньютона, Бэкона или ее первое достижение следует искать у александрийцев, Пифагора и более древних авторов; однако вряд ли возможны утверждения, что наука в принятом ныне смысле была свойственна мышлению неандертальца. **Следовательно, если в принципе можно утверждать, что наука имеет некоторое временное начало, и если принять, что будут рассматриваться знания, зафиксированные в письменных текстах в виде понятий, то можно сделать следующие допущения:**

1) все эти **знания выражены понятиями** на языке современной науки;

2) каждая **<u>единица знания</u> представима понятием и это понятие может быть <u>индексировано</u>**;

3) **<u>единицы знания</u>** можно представить в виде **<u>упорядоченного определенным образом списка или серии списков понятий.</u>**

С учетом вышеизложенного **<u>критерий эксклюзивности понятия</u>** сформулируем следующим образом: **та или иная единица научного знания (которым является понятие) считается эксклюзивной, если она к моменту ее создания отсутствует в списке ранее установленных научных знаний (понятий).** Указанный критерий эксклюзивности полностью применим и к понятиям: **<u>понятие считается эксклюзивным, если оно неизвестно специалистам.</u>**

Существенные отличия. Не всякое, даже весьма оригинальное, ранее неизвестное понятие может быть признано научно-разработаным понятием: научно-разработанное понятие, которое хотят признать таковым, должно не просто логически вытекать из существующего уровня знаний, а представлять качественное развитие знания, превышать уровень существующего. Качественная оценка научно-образованного понятия и заключается в установлении его соответствия (или несоответствия) критерию существенных отличий.

Установим, что **научно-разработанное понятие считается обладающим существенными отличиями**, если по сравнению с понятиями, известными в науке и технике оно **характеризуется новой совокупностью признаков**. Следовательно, если при оценке эксклюзивности научно-разработанного понятия соотносящимся предметом служит извлеченное из совокупности сущестующих понятий «отдельное знание» об объекте, ближайшем к определяемому по своим элементам (признакам) и функции, то при качественной оценке научно-разработанного понятия соотносящимся предметом служит уже совокупность знаний (уровень техники).

Следует сказать, что дать исчерпывающее определение критерия существенных отличий — дело весьма трудное, однако смысл этого критерия, а также формы его выражения в конкретных предложениях в процессе накапливания опыта образования понятий непрерывно конкретизируются.

Как отмечалось, понятие не может быть охарактеризовано лишь общими критериями, содержащимися в общем определении (техническое решение, новизна и др.): в определение понятия входит и характеристика его предметов. Причем, если общие критерии достаточно стабильны, круг предметов, воплощающих научно-образованное понятие, непрерывно расширяется под влиянием научно-технического прогресса, различных экономических факторов.

Как мы уже говорили, будем различать следующие базовые предметы: *объект, процесс, вещество*. Следовательно, научно-технический результат, который будет претендовать на признание его базовым понятием, должен четко подпадать под один из установленных предметов.

Вместе с тем существует и другая проблема, возникающая в связи с типологией предметов понятий: неправильное отнесение сфомированного понятия к одному из предметов (например, описывается процесс (процессное понятие), а рассматривают его как объект (объектное понятие)) влечет непредвиденные последствия при семантическом толковании понятия.

Предложим методологию анализа объектных и процессных понятий.

Объект суть система расположенных в пространстве элементов, определенным образом взаимодействующих;

процесс - это совокупность процедур, выполняемых в определенной последовательности или с соблюдением определенных правил, например, в течение определенного времени или в определенных условиях (при определенной температуре, определенном значении тока и пр.), т. е. *процесс* — не что иное, как система элементов, характеризующаяся их определенной последовательностью во времени;

вещество, представляя определенную структуру, также характеризуется расположением составляющих ее элемнтов в пространстве.

Каждый из перечисленных предметов характеризуется строго определенными признаками, в связи с чем, прежде чем перейти к характеристике непосредстенно упомянутых понятий, необходимо остановиться на понятии собственно признака объектных и процесных понятий.

2.2. Характеристика признаков объектных и процесных понятий

Будем различать ряд признаков характеризующих понятие, по которым следует определять, **во-первых**, относится ли предложенное понятие к одному из установленных предметов понятий, **во-вторых**, — к какому именно предмету понятий относится предложенное понятие и, **в-третьих**, как эти признаки помогают составить правильно **<u>лингвистическое определение понятия</u> — словесную характеристику сущности понятия в виде совокупности признаков, необходимых и достаточных для формирования определения понятия.** Чтобы правильно составить определение понятия, удовлетворить требованию единства понятия (что исключительно важно для точного выражения сущности понятия), **предмет понятия формулируется только из признаков того предмета, к которому относится образовываемое понятие.** Поэтому знание признаков предметов понятий очень важно.

Признаком предмета понятия будем называть всякое внесенное в определение понятия указание на использование в понятии элемента (узла или детали в объекте, операции или процедуры в процессе, ингредиента или компонента в веществе); на особую форму любого упомянутого в определении элемента; на взаимное расположение элементов; на наличие или форму связей между элементами, на соотношение размеров элементов, всякое указание на параметры, характеризующие температурные, временные, электрические и другие режимы и т. д.

Все признаки предметов понятий можно разделить по степени важности (существенности) признака для характеристики предмета понятия и по группам, характеризующим сущность предметов понятий.

Классификация признаков по степени их важности для характеристики предмета понятия.

По этому основанию **признаки предметов понятий будем делить на существенные (главные), дополнительные и случайные (излишние).**

Каждый предмет понятия, так же как и любой другой предмет, отражается в нашем сознании в виде множества признаков**. Признаки характеризуют как весь предмет в целом, так и его части.** Например, они могут характеризовать конструкцию, элементы объекта, принципы его работы, материал, из которого он сделан, его качество, чистоту поверхности, окраску и т. п. **Совокупность всех признаков отличает данный объект от любого другого. Нет двух объектов, абсолютно похожих друг на друга.** В совокупности признаков, присущих объекту, всегда найдутся признаки (например, точность выполнения отдельных элементов, точность дозировки, положение объекта в пространстве относительно других тел и т. п.), отличающие его от другого, даже очень похожего объекта.

Однако среди многообразия признаков, характеризующих предмет понятия, **есть признаки, выражающие сущность, природу предмета, его коренные свойства**. **Такие признаки будем называть существенными (главными). Каждый из существенных признаков необходим, и все вместе достаточны для характеристики предмета понятия.**

Другие признаки лишь дополняют полностью охарактеризованный существенными признаками предмет или конкретизируют его существенные признаки. **Если отсутствие в характеристике предмета понятия существенного признака приводит к неопределенности, к невозможности понимания этого предмета, то отсутствие дополнительного признака лишь уменьшает степень конкретизации предмета, не вызывая затруднений в его реализации.**

При этом в одном предмете понятия в зависимости от решаемой задачи существенные и дополнительные признаки могут меняться местами; дополнительный признак может стать существенным, а существенный — дополнительным. Например, при создании автомобилей для стран с тропическим климатом, дополнительный признак — антикоррозийное покрытие нижней части автомобиля — становится существенным. При модификации предмета понятия обычно часть дополнительных признаков в зависимости от цели модификации и решаемой задачи становится существенной, а часть существенных признаков становится дополнительной или вообще отпадает. Например, на современных автомобилях отсутствует заводная ручка — существенный признак старых конструкций.

В формальной логике обычно обходятся двумя типами признаков: существенными и дополнительными. **В логике понятий при анализе признаков предметов такая классификация недостаточна, и поэтому приходится вводить третий тип, а именно, излишние или случайные признаки.**

Если существенные признаки характеризуют, а дополнительные конкретизируют понятие, то случайные признаки не требуются ни для характеристики, ни для конкретизации понятия. Дело в том, что любая конкретная сущность наряду с существенными и дополнительными признаками содержит массу случайных признаков, характерных для местных конкретных условий и не имеющих к понятию никакого отношения. **Эти случайные признаки не характеризуют понятие, поэтому при образовании понятия конкретной сущности следует фиксировать только существенные и дополнительные признаки, имеющие отношение не только к данной сущности, но и к другим похожим сущностям этого же класса.** Например, мы хотим образовать понятие «карбюратор для автомобилей». Для образования понятия необходимо перечислить отличительные признаки присущие этому объекту. Опишем признаки принадлежащие понятию «карбюратор для автомобилей». Карбюратор для автомобилей содержит поплавковую камеру с поплавком, игольчатый клапан, смесительную камеру с жиклером, распылителем, диффузором, дроссельной и воздушной заслонками, в котором жиклер на стороне, обращенной к дроссельной заслонке, имеет раструб. Причем раструб выполнен в виде конической расточки в теле поплавковой камеры, а корпус — из алюминиевого сплава методом литья под давлением. С внешней стороны поплавковой камеры расположена заводская марка в виде латунной пластины, на которой выгравировано наименование завода-изготовителя, тип карбюратора и дата его изготовления. Опытный образец карбюратора изготовлен неудачно, так как был нарушен технологический режим при изготовлении корпуса.

В данном примере для образования понятия описана конструкция карбюратора, причем кроме целого ряда существенных и дополнительных признаков приведены также и случайные признаки, не имеющие к объекту образования понятия никакого отношения. **К ним относятся сведения о заводской марке и месте ее расположения; сведения о причинах неудачи изготовления опытного образца**

корпуса карбюратора; сведения об изготовлении корпуса карбюратора из алюминиевого сплава методом литья под давлением, поскольку они не имеют никакого отношения к образу понятийного объекта. (Сам по себе способ литья мог бы составить предмет понятия, но это было бы уже другое понятие и другой понятийный объект.)

Итак, понятия реального объекта и понятийного объекта, для которого образовано понятие, не совпадают, так как в объем понятия «карбюратор для автомобилей» не входят случайные признаки, которые совместно с существенными и дополнительными характеризуют реальный объект.

Таким образом, совокупность существенных признаков, необходимых и достаточных для образования понятия, характеризует сущность понятия; совокупность существенных и дополнительных признаков описывает конкретную форму образования понятия; совокупность существенных, дополнительных и случайных признаков описывает конкретную машину, устройство, способ или вещество, реализованные в промышленности.

Каждая группа понятий характеризуется своими специфическими признаками, которые, однако, подчинены общей закономерности по их значимости. **В эту общую закономерность включается также <u>взаимосвязь признаков</u> понятийных объектов.** Для характеристики понятийного объекта важно не просто перечислить его главные, обязательные признаки, но и выявить определенную, присущую данному конкретному объекту, взаимосвязь этих признаков. **Указание на взаимосвязь главных, обязательных признаков имеет принципиальное значение, так как свидетельствует об их единстве и, следовательно, <u>об одном эксклюзивном понятии, которое толкуется однозначно</u>. Если же между группами главных, обязательных признаков нет структурной взаимосвязи, если группы признаков не зависят одна от другой и характеризуемая ими часть объекта может применяться в других сочетаниях, в других комплексных объектах, то это свидетельствует о возможности образования двух или более понятий, так как в комплексе нет единства решения.**

<u>Содержание понятия</u> будем представлять в виде <u>формулы определения понятия</u>. В первом пункте формулы определения понятия перечисляются все главные, обязательные, взаимосвязанные признаки понятийного объекта, характеризующие объект лишь в самом общем принципиальном виде. Первый пункт формулы определения понятия отражает основное содержание (идею) понятия, но не отражает конкретных форм и решений частных задач, которые нужны для формирования определения понятия. Поэтому, **составляя формулу определения понятия, необходимо подробно описать понятийный объект, указав все его признаки: как главные, так и дополнительные.**

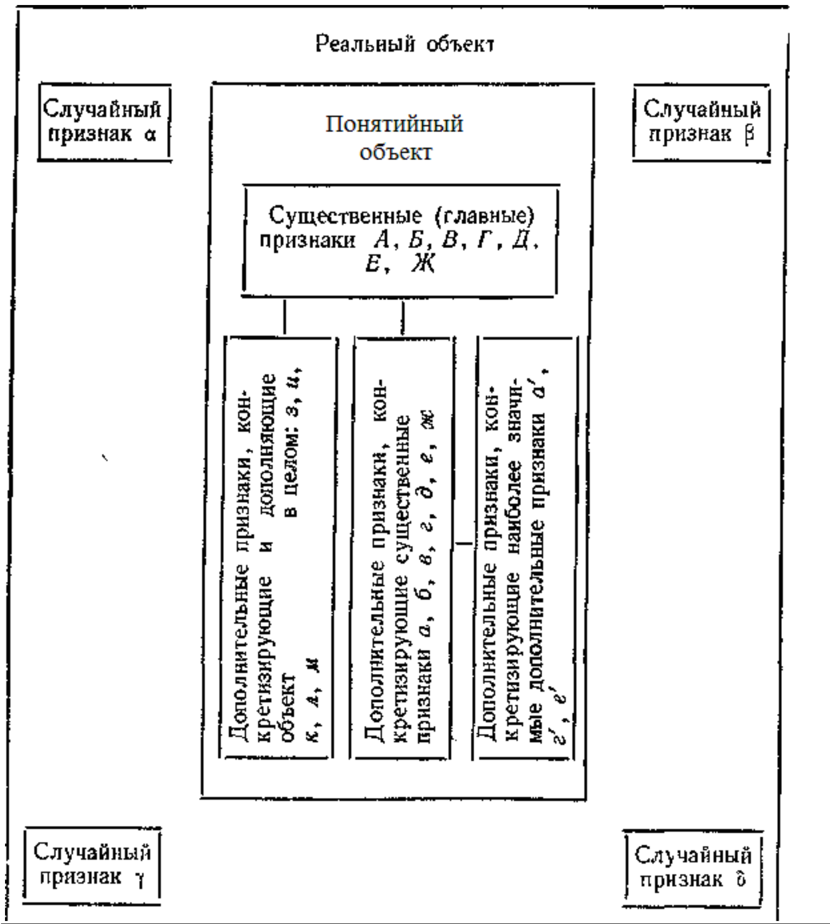
Дополнительные признаки есть у большинства понятийных объектов. Однако они не всегда отражаются в формулах определений понятий, а поэтому формулы определений понятий оказываются неполными, схематичными и часто не позволяют в семантическом плане однозначно толковать понимание понятия.

Если понятийный объект охарактеризован только существенными признаками, то может сложиться впечатление, что реальный объект в целом относится к одной категории понятий, а понятийный объект — к другой. Однако если в формулу определения понятия включены как главные, так и дополнительные признаки, то оснований для возникновения таких суждений нет, ибо объект охарактеризован подробно и для образования определения понятия не требуется решать дополнительные задачи.

Дополнительные признаки понятийного объекта можно разграничить на: признаки, дополняющие и конкретизирующие определение понятия в целом; признаки, конкретизирующие существенные признаки определения понятия и признаки, конкретизирующие более значимые дополнительные признаки.

Подобное деление носит чисто условный характер: признаки приведенных трех групп по существу ничем не отличаются друг от друга.

Структурная схема расчленения и взаимоподчинения признаков реального объекта, для которого обзазовывается понятие (формула определения понятия), выглядит следующим образом.



В анализируемом реальном объекте выявлют и фиксируют минимум главных признаков, необходимых и достаточных для суждения о сущности объекта. Нельзя, напримр, характеризуя вещество, указать, что оно в основном состоит из двух конкретных ингредиентов, не упомянув остальных, если без них вещество не может быть охарактеризовано в достаточной мере, позволяющей его однозначно понимать. Но не обязательно указывать какой-либо конкретный краситель для вещества, если получение разной окраски вещества достигается с помощью различных красителей либо вообще без них. Этот признак необязательный, так как он не взаимосвязан с главными признаками.

Комплексный объект следует делить на отдельные части, если каждая из них несет самостоятельную функцию, структурно не взаимосвязана с другими, может выполнять свою функцию и в другом сочетании и представляет, таким образом, отдельное понятие. У каждого самостоятельного понятийного объекта в этом случае выявляются и фиксируются главные признаки, хотя каждый отдельный понятийный объект представляет собой только часть машины, станка и т. п. Однако если отдельные узлы или механизмы объекта структурно взаимосвязаны, т. е. способны выполнять свои функции только в данном конструктивном виде, только в сочетании с другими конкретными узлами, то в этом случае делить комплексный объект нельзя, так как взаимосвязь подобных узлов и механизмов является одним из главных и обязательных признаков, характеризующих комплексный объект. Затруднения могут возникнуть и вследствие большого количества обязательных признаков (это характерно для конструкций машин) и сложности их отграничения от дополнительных признаков, так как для формирования определения понятия нужны не только главные, но и многие другие признаки.

При формировании определения понятия необходимо тщательно анализировать признаки, не смешивая обязательные, главные с дополнительными, подчиненными. От правильности анализа признаков в дальнейшем зависит правильность изложения формулы определения понятия и, следовательно, правильное определение объема понятия.

Классификация признаков по группам, характеризующим понятийные объекты.

Множество признаков, характеризующих предметы (машины, механизмы, процессы, вещества и т. п.), можно классифицировать по нескольким формам или группам признаков. Естественно, что на эти группы разграничиваются все признаки независимо от их важности для понятия, т. е. и существенные, и дополнительные, и случайные признаки одинаково принадлежат к одной из групп признаков. При этом каждый вид предмета (объект, процесс, вещество) имеет свои присущие только ему группы признаков. Однако между группами признаков разных видов понятий можно провести параллель, которая выливается в классификацию признаков, общую для всех видов понятий. Для каждого вида понятия будем различать пять групп признаков, которые представлены в табл. 1.

Таблица 1

Классификация признаков по группам, характеризующим предметы

Номер группы	Группы признаков, характеризующие объект со стороны	Признаки, присущие объекту	Признаки, присущие процессу	Признаки, присущие овеществленному объекту
I	Структуры	Элементы (узлы, детали)	Приемы, операции	Ингредиенты
II	Взаимоположения, взаимосвязи	Взаимоположение и взаимосвязь элементов	Последовательность операций	Взаимоположение ингредиентов
III	Формы	Геометрическая форма элементов, форма взаимосвязи элементов	Режимы, конкретные технологические параметры	Форма отдельных ингредиентов
IV	Соотношения	Соотношение размеров элементов	Соотношение материалов, используемых в процессах	Соотношение ингредиентов
V	Материала	Материал, из которого выполнены элементы	Элементы и материал, используемые в процессах	Характеристика ингредиентов

Следует иметь в виду, что кроме приведенных в таблице групп признаков, общих для всех видов понятий, существуют и другие группы признаков, характерные для каждого вида понятия. В этом мы убедимся ниже при анализе процесса как предмета понятия.

2.2.1. Объект как предмет понятия

Объект (искусственный) как предмет понятия — это обладающее существенными отличиями сооружение, изделие, являющееся конструктивным элементом или совокупностью конструктивных элементов, находящихся в функционально-конструктивном единстве.

Объектом (понятийным объектом) будем называть агрегаты, машины, механизмы, орудия труда, инструменты и другие продукты овеществленного труда, предназначенные для выполнения производственных и технологических процессов, для воздействия на природу или для удовлетворения любой потребности общества.

Такие объекты разделим на два вида.

К первому виду относятся приспособления, инструменты, орудия труда, готовые изделия. Объекты первого вида характеризуются тем, что ни они сами, ни элементы, из которых они состоят, **в процессе работы не связаны между собой функционально**, например, слесарные или столярные инструменты, детали до их сборки и т. п.

Ко второму виду относятся объекты (сооружения, агрегаты, механизмы, приборы, электросхемы и т. п., отдельные узлы или детали), которые **в процессе использования находятся в функциональной взаимосвязи.** Одним из элементов устройств второго рода является источник энергии.

Объект характеризуется только ему присущими признаками. Если в формуле определения понятия объекта появляется признак, нехарактерный для объекта, значит формула определения понятия составлена неправильно или неправильно определен понятийный объект.

Признаками, характеризующими объект, являются:

I. Элементы, т. е. детали, узлы, агрегаты и тому подобные законченные материальные единицы, которые входят в объект.

II, а. Взаиморасположение элементов, т. е. положение элементов, которые описаны в первом пункте, относительно друг друга.

II. б. Взаимосвязь элементов, т. е. виды связующих органов или действий, при помощи которых элементы объекта воздействуют друг на друга, обеспечивая функционирование объекта.

III. Форма элемента, всего объекта или его части, а также форма взаимосвязи между элементами.

IV. Соотношение размеров элементов в объекте.

V. Материал, из которого выполнен элемент, группа элементов или весь объект.

I группа признаков, характеризующих любой объект, — элементы — является наиболее важной. **Без наличия элементов нельзя представить и описать ни один объект. <u>Если нет признаков первой группы — нет объекта</u>, так как сочетание признаков остальных групп без наличия элементов представляет собой бессмыслицу.** Наличие в формуле определения понятия новых элементов обычно говорит о том, что данное понятие обладает существенными отличиями. Как правило, новые элементы относятся к новым существенным признакам и **отражаются в отличительной части первого пункта формулы определения понятия.** Термины, при помощи которых признаки группы вводятся в формулу определения понятия, — это общеупотребительные, наиболее устоявшиеся названия элемента. Если такого названия нет, то необходимо употребить ближайшее родовое, общеупотребительное наименование с видовым отличием, характеризующим название элемента. Совершенно недопустимо использование специальных или местных, жаргонных наименований. Обычно **признаки I группы (элементы) следует вводить в формулу определения понятия при помощи существительных в единственном числе и характеризовать причастиями совершенного вида.**

Чаще всего признаки I группы следует вводить в формулу определения понятия при помощи следующих слов: снабжен, имеет, несет, размещен, установлен, встроен, содержит, включает, оснащен и т.п..

Признаки II группы, т. е. признаки взаимоположения и взаимосвязи элементов в понятийном объекте, — следующая по значимости группа для характеристики образовующегося понятия. **Простой механический набор признаков объектов — еще не понятие. Оно станет понятием, когда будет раскрыто взаимоположение, взаимодействие и взаимосвязь элементов, составляющих объект, что обеспечивается наличием признаков II группы.** Если элементы (узлы, детали) можно сравнить с кирпичами, из которых возводится здание, то признаки II группы являются тем связующим раствором, который соединяет все кирпичи в единое здание.

К сожалению, признаки II группы в формулировке предмета понятия часто неоправданно опускаются. Редко такое исключение этих признаков оправдано. Конечно, если предметом понятия является, например, электродвигатель и формула определения понятия на него излагается в следующей редакции: «Асинхронный электродвигатель, содержащий статор и ротор, отличающийся тем...», вместо того чтобы сформулировать: «Асинхронный электродвигатель, содержащий статор и расположенный в нем ротор...», такую формулировку определения можно оправдать тем, что асинхронный электродвигатель является широко известным объектом и даже неспециалисту ясно, что в асинхронном двигателе ротор может быть расположен только в статоре. Но если при характеристике объекта в формуле определения понятия просто перечисляется ряд элементов, из которых этот объект состоит, а сам объект не является столь же широко распространенным как, например, асинхронный электродвигатель, то такое положение совершенно недопустимо, так как простое перечисление элементов — это не описание понятия. **Особенно важно указывать признаки взаимоположения и взаимосвязи при введении новых элементов (признаков I группы), поскольку неизвестно, где новый элемент должен быть расположен.**

Новые признаки взаимоположения и взаимосвязи, как правило, сообщают, правда, в меньшей степени, чем новые элементы, объектам, к которым они относятся, новые качества, обеспечивающие возможность построения полной формулы определения понятия. **Как и новые элементы, новые признаки II группы желательно фиксировать в отличительной части первого пункта формулы определения понятия.**

Признаки взаимоположения и взаимосвязи следует вводить в формулу определения понятия обычно при помощи причастий совершенного вида, но иногда можно использовать и глаголы совершенного вида в прошедшем времени, например: прикреплен, соединен, расположен, размещен и т. д. Реже следует использовать глаголы несовершенного вида настоящего времени, например: воздействует, контактирует. Необходимо заменять такие глаголы на причастия, например: воздействующий, контактирующий и т. п.

Наиболее часто для выражения признаков взаимоположения и взаимосвязи **в формуле определения понятия следует использовать слова-термины: воздействующий, связанный, контактирующий, встроенный, совмещенный, зафиксированный, взаимодействующий, соединенный, посредством, размещенный, с возможностью перемещения, сопряженный, скользящий.**

Признаки III, IV и V групп, т.е. признаки, характеризующие форму (обычно геометрическую) элемента или форму взаимосвязи между элементами, соотношение размеров элементов и материал, из которого они сделаны, относят к вспомогательным признакам, т. е. к признакам, которые дополняют, конкретизируют понятие, выраженное при помощи первых двух групп признаков. **Чаще всего сущность понятия достаточно полно выражается совокупностью элементов (узлов и деталей) и признаков взаимоположения и взаимосвязи.** Признаки, выражающие форму элемента, а еще реже — соотношение элементов и материал, привлекаются лишь для конкретизации определения понятия и поэтому носят вспомогательный характер. **В формулировке определения понятия новые признаки последних трех групп используются обычно в отличительных частях зависимых пунктов формулы определения понятия.**

Но иногда сущность понятия характеризуется именно признаками формы, соотношения размеров или материала. Тогда эти признаки будут не дополнять, а раскрывать сущность понятия, будут носить существенный характер и, следовательно, должны находиться в первом пункте формулы определения понятия. Естественно, что если эти признаки новые, то они должны быть в отличительной части формулы определения понятия. Поэтому принадлежность признака одной из трех последних групп еще не дает оснований считать этот признак дополнительным. Такое утверждение носит вероятностный характер, т. е. вероятность того, что он дополнительный, выше. Окончательно же вопрос может быть решен лишь при анализе формулы определения понятия по существу.

При введении в формулу определения понятия признаков последних трех групп рекомендуется использовать слова: выполненный в виде, представляющий собой, в отношении (1 :2), П-образная.

2.2.2. Процесс как предмет понятия

Процесс как предмет понятия — это обладающий существенными отличиями процесс выполнения взаимосвязанных действий, необходимых для достижения поставленной цели образования понятия.

Процесс отличается от принципа действия машины или механизма тем, что в нем отсутствует причинно-следственная связь между операциями и приемами, которые объединены лишь общей задачей. В этом плане можно сказать, что **<u>процесс</u> — это совокупность последовательно осуществляемых операций, между которыми отсутствует причинно-следственная связь и которые объединены лишь общей решаемой задачей образования понятия.**

К процессам (искусственным) относятся:

а) процессы добычи, заготовки и получения сырья и материалов;

б) технологические процессы как совокупность действий, направленных на материальные объекты с целью их полезного преобразования — процессы обработки и переработки сырья и полуфабрикатов в готовые продукты и изделия;

в) процессы предохранения готовых веществ от вредных влияний, обеспечения их сохранности, а также маркировки, расфасовки, укладки, дозировки, упаковки продуктов и изделий;

г) процессы измерения, испытания и контроля готовности, надежности, соответствия заданным параметрам искусственно созданных или существующих в природе объектов или явлений;

д) процессы монтажа, сборки и установки изделий, оборудования, сооружений;

е) процессы наладки, настройки, ухода, управления и регулирования, предупреждения аварийных ситуаций, обеспечивающие нормальное функционирование приборов, машин, агрегатов, поточных линий;
ж) процессы уничтожения и переработки производственных или иных отходов, очистки, охраны внешней среды от загрязнений и т. п.;
з) процессы воздействия на естественные природные процессы и явления с целью придания им полезного направления — процессы закрепления сыпучих песков; стимулирования роста растений и животных; селекции и гибридизации и т. п.;
и) процессы профилактики, диагностики и лечения заболеваний людей и животных.

Процесс, так же как и объект, характеризуется присущими только ему признаками. При характеристике процесса не следует использовать признаки других видов предметов образования понятий.

Процесс характеризуется следующими признаками:

I. **Процедурами, операциями**, т. е. **различными целенаправленными действиями, совершаемыми для достижения определенной цели. Совокупность и последовательность операций составляет законченный технологический процесс.**

II. **Последовательностью операций**. Последовательность операций в технологическом процессе может быть различной. Часто однородные технологические процессы включают одинаковые операции, но различаются их последовательностью.

III. **Режимом проведения операции**, т. е. конкретными параметрами (температурой, давлением, концентрацией, временем — в химии; усилием резания, стойкостью резца — в металлообработке и т. п.), которыми характеризуется операция.

IV. **Соотношением материалов, используемых при проведении процессов.**

V. **Использованием элементов (аппаратов, механизмов, машин, контрольно-измерительных приборов и т. п.) и материалов (сырья, полупродуктов, катализаторов) при проведении процесса.**

Для характеристики процессов, так же как и для характеристики объектов, наиболее важной группой является первая. Сами операции и процедуры и составляют технологический процесс, **без совокупности процедур не может быть и признаков других групп** (последовательность, режим и т. п.). Наличие в предмете понятия новых операций обычно обусловливает для него наличие существенных отличий, так как наличие новой операции, как правило, сообщает предмету понятия новые свойства. Новые операции в процессе отражаются в отличительной части первого пункта формулы определения понятия.

Признаки I группы следует вводить в формулу определения понятия с помощью наиболее употребительных, устоявшихся названий операций (процедур). Обычно это глаголы действительного залога изъявительного наклонения в третьем лице и множественном числе, например: нагревают, прессуют, добавляют, протягивают, разбавляют, перемешивают, окисляют, пробивают и т. д.

Признаки II группы — последовательность операций — тесно связаны с признаками I группы, так как всегда операции осуществляются в определенной последовательности. Сама по себе последовательность операций довольно редко является новым элементом, поскольку если имеется какой-то установившийся технологический процесс, то в нем чаще меняются операции или режимы их проведения и значительно реже меняется их последовательность. **Зато введение в технологический процесс новой операции всегда сопровождается введением признака последовательности.** Отсюда в формуле определения понятия могут появляться такие выражения: «перед штамповкой нагревают», «после добавления серной кислоты перемешивают» и т. д. Поскольку последовательность операций тесно связана с самими операциями, а последние обычно являются существенными признаками и приводятся в первом пункте формулы определения понятия, то признаки II группы также включаются в первый пункт формулы определения понятия. **Признаки II группы обычно вводятся словами: перед, после, до, вслед, одновременно, последовательно, параллельно, затем и пр.**

Признаками III группы являются режимы проведения операций, которые конкретизируют признаки I и II групп. **Режимом проведения операции называется конкретная форма ее осуществления**. Например, форма проведения операции нагревания предусматривает определенный интервал температур, при котором проводится эта операция, и времени, в течение которого эта температура поддерживается. Режим проведения операции прессования — значения прикладываемого усилия, температуры, при которой ведется прессование, и т. д.

Известные признаки III группы редко указываются в формуле определения понятия, а новые признаки могут указываться в отличительных частях определения, как дополнительных, так и главного пункта формулы определения понятия. Обычно если предложение заключается в добавлении (или замене) одной или нескольких операций и указании режима их проведения, а также в изменении режима проведения известной операции, то совокупность известных и новых операций слудет указывать в первом пункте формулы определения понятия, а режимы их проведения — в дополнительных. Если предложение заключается в изменении режима проведения совокупности операций и это изменение может составить предмет нового понятия, то параметры, характеризующие режим операций, указывают в первом пункте определения. Несмотря на то что признаки III группы чаще указываются в дополнительных пунктах определения, они очень важны для характеристики процесса, поэтому их необходимо указывать при формулировке предмета понятия. По своей значимости признаки III группы стоят непосредственно после признаков I группы.

В формулу определения понятия признаки III группы должны вводится обязательно с указанием интервала, например при температуре от 20 до 50° С, при давлении от 1,5 до 2 *атм* и т. д.

Признаки IV группы - указание на соотношение материалов и веществ, применяемых в процессе, — обычно используются при характеристике процесса проведения химического процесса или процесса получения нового вещества. Эти признаки, как правило, вводятся в дополнительные пункты формулы определения понятия.

К V группе относят признаки, характеризующие использование в процессе различных элементов (и материалов). Признаки, характеризующие элементы, как самостоятельные, используются только в дополнительных пунктах формулы определения понятия, а признаки, характеризующие материал, — в главных. Признак, характеризующий элемент, будучи введен в главный пункт формулы определения понятия, имеет подчиненное значение по отношению к той операции, для которой элемент (аппарат, приспособление, прибор и т. п.) применен, и служит в основном для характеристики этой операции, например: фильтруют в вакуум-фильтре, промывают в реакторе с рамной мешалкой и т. д.

2.2.3. Вещество как предмет понятия

Вещество как предмет понятия — это обладающее существенными отличиями искусственно созданное материальное образование, являющееся совокупностью взаимосвязанных элементов, ингредиентов и др.

Под <u>веществом</u> будем понимать характеризующиеся составом искусственно созданные материалы, обычно единые по своей структуре и используемые для изготовления различных элементов или в качестве готового продукта:

1) вещество, полученное механическим смешиванием ингредиентов, например: смеси, составы, различные марки цветных и черных металлов, разнообразные конструкционные материалы, замазки, шихта и т. п.;

2) вещество, полученное физико-химическими превращениями, при которых вместе с механическим смешением происходят некоторые практически трудно выявляемые химические процессы. Сплавы, керамические массы, строительные материалы, стекла и т. п. состоят из множества разных молекул, поэтому их невозможно выразить химической формулой. Такие вещества рассматриваются как полученные нехимическим способом;

3) вещество, полученное химическим способом, или химические соединения, в том числе и высокомолекулярные.

Вещество, полученное нехимическим способом, характеризуется следующими признаками:

I. Ингредиентами, т. е. компонентами, составляющими вещество после обработки, например после сплавления.

II. Взаимоположением ингредиентов.

III. Формой отдельных ингредиентов.

IV. Соотношением (пропорцией) ингредиентов.

V. Характеристикой ингредиентов.

I группа признаков наиболее важна. **Без наличия ингредиентов нельзя представить себе никакое вещество**.

Наличие нового ингредиента в составе вещества позволяет считать, что объект обладает существенными отличиями, так как новый ингредиент обычно сообщает веществу совершенно новые качества.

Ингредиенты вводятся в формулу определения понятия при помощи терминов, которыми являются общеупотребительные названия этого ингредиента. Если ингредиент не имеет названия, то употребляется родовое наименование с видовым признаком.

Наименования ингредиентов вводятся в формулу определения понятия при помощи существительных (часто содержащих определения) единственного числа в именительном или винительном падеже.

II группа признаков — взаимоположение ингредиентов — для веществ, полученных нехимическим способом, малоупотребительна. Для новых веществ, полученных химическим способом, признаки II группы характеризуют структурные формулы.

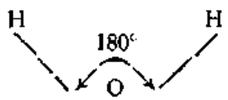
III группа признаков — форма отдельных ингредиентов — обычно используется в дополнительных пунктах формулы определения понятия. В главном пункте формулы определения эти признаки редко имеют самостоятельное значение, а служат обычно для характеристики ингредиентов.

IV группа признаков — соотношение ингредиентов. Это наиболее важная группа признаков после I группы. Употребляется как в главном, так и в дополнительных пунктах формулы определения понятия. Если предложение представляет собой сочетание новых и известных ингредиентов и их соотношение, то обычно новые ингредиенты указываются в отличительной части первого пункта формулы определения понятия, а их соотношение — в дополнительных пунктах определения.

Если же предложение заключается просто в новом соотношении известных ингредиентов, то это соотношение указывается в отличительной части первого пункта формулы определения понятия.

В формуле определения понятия следует приводить не точное соотношение ингредиентов (это можно сделать в описании понятия), а лишь в известных границах, которые позволяют однозначно толковать понятие.

V группа признаков — характеристика ингредиентов — употребляется обычно в дополнительных пунктах формулы определения понятия. В главном пункте определения они используются только как определения к наименованиям ингредиентов, существенных отличий и самостоятельного значения не имеют. Вещество, полученное химическим путем, характеризуется признаками, определяющими его качественный (атомы определенных элементов) и количественный (число атомов каждого элемента) состав, химическую связь между атомами и взаимное их расположение в молекуле. Совокупность всех этих признаков необходима и достаточна для характеристики существа химического соединения, т. е. его химической природы, и может быть выражена структурной формулой молекулы химического соединения, например H_2O — вода; качественный состав — водород и кислород; количественный состав — 2 атома водорода и 1 атом кислорода; для выражения остальных характеристик необходима структурная формула:



из которой ясна химическая связь между атомами и взаимное их расположение. Но структурная формула и достаточна для выражения химической природы соединения, так как она включает все признаки, характеризующие химическое соединение.

Предмет понятия составляют впервые полученные химические соединения, характеризуемые новой структурой.

Ко всем неорганическим соединениям следует применять перечисленные выше принципы, как к овеществленным объектам, полученным химическим способом. Признаками, характеризующими полимеры (высокомолекулярные соединения), являются химический состав, структура одного звена макромолекулы, структура макромолекулы в целом (линейная, линейная с разветвлениями, сшитая, разветвленная, стереорегулярная), молекулярный вес. Эти признаки определяют свойства полимера.

Химический состав и структура одного звена макромолекулы могут быть выражены символом и названием полимера. Например, $(CH_2 — O)_n$ — полиоксиметилен; $(CH_2 — C\ (CH)_3 = CH — CH_2)_n$ — каучук натуральный. Структура макромолекулы в целом и молекулярный вес (МВ) могут быть выражены конкретно, например: сшитый полимер с МВ 100 000-150 000.

2.2.4. Корректные формы образования понятий

В предыдущих параграфах были подробно рассмотрены виды предметов понятий и их признаки. Эти признаки для каждого конкретного понятия могут быть известными или новыми, могут быть существенными, дополнительными или излишними, но все вместе, за исключением излишних признаков, они характеризуют одно понятие. **Новые признаки занимают в понятии особое место, ибо именно они делают его непохожим на остальные понятия, придают ему новые качества.**

Новые признаки проявляются в понятии в виде вполне определенных <u>корректных форм</u>, которые выражаются в определенной взаимосвязи новых и известных признаков, в определенных сочетаниях новых признаков и в различном введении в формулу определения понятия новых признаков, относящихся к разным группам. <u>Эти корректные формы полностью отражаются в формуле определения понятия.</u> Значит новый признак вводится в формулу определения понятия таким образом, чтобы он соответствовал (совместно с другими новыми признаками, если они имеются) одной из корректных форм понятия. Введение нового признака в формулу определения понятия помимо разработанных корректных форм нежелательно. Соблюдение корректных форм при составлении формулы определения понятия помогает с определенной степенью достоверности определить наличие в образовываемом понятии существенных отличий, а также разграничить существенные признаки от дополнительных. На соблюдении в формуле определения понятия определенных корректных форм основана **методика определения формального понятия**. Однако здесь необходимо делать следующую оговорку.

Введение новых признаков в формулу определения понятия в виде определенных корректных форм не только необходимо для контроля наличия в понятии существенных отличий, но и обеспечивает правильность составления форулы определения понятия и точное распределение новых признаков по пунктам формулы определения понятия, т. е. их разграничение на существенные и дополнительные.

Приведем корректные формы понятий, при помощи которых новые признаки предметов вводятся в формулу определения понятия:

1. **Полностью новое сочетание признаков**. Указывает на наличие существенных отличий, приводится в отличительной части первого пункта формулы определения понятия. Полностью новое сочетание признаков имеют так называемые **корневые понятия**.

Схема введения в формулу определения понятия: «Предмет (объект, процесс, овеществленный объект)..., характеризующийся тем, что он состоит из *А + В + С + D...».*

2. **Частично новое сочетание признаков**. Указывает на наличие существенных отличий, приводится в отличительной части первого пункта формулы определения понятия.

Схема введения в формулу определения понятия: «Предмет, содержащий *А+В,* отличающийся тем, что он содержит *C+D...-»,* где *А+В* — известное сочетание признаков, C+D — новое сочетание признаков.

3. **Введение нового признака**. Указывает, как правило, на наличие существенных отличий.

Схема введения в формулу определения понятия: «Предмет, содержащий *А + В + С,* отличающийся тем, что он снабжен D...», где *А+В + С* — известные признаки, *D* — новый признак.

4. **Замена части признаков новыми**. Указывает, как правило, на наличие существенных отличий.

Схема введения в формулу определения понятия: «Предмет, содержащий *А + В,* отличающийся тем, что он содержит С...», где *А + В* — известные признаки, *С* — новый признак, который заменил имеющийся в прототипе признак *С.*

5. **Использование более конкретного признака в качестве общепринятого.** Нередко указывает на наличие существенных отличий.

Схема введения в формулу определения понятия: «Предмет, содержащий *A+B+C+D,* отличающийся тем, что *D* выполнен в виде *D'...»,* где *A+B+C+D* — известные признаки; *D'* — конкретный признак, используемый в качестве *D.*

Как видим, **в первых пяти корректных формах понятия используются только <u>новые структурные признаки</u>**.

В следующих трех корректных формах понятия используются <u>новые признаки связи и взаимоположения</u>.

6. **Новое взаимоположение признаков**. Часто указывает на наличие существенных отличий, хотя редко эта корректная форма понятия используется самостоятельно. Гораздо чаще она должна использоваться совместно с одной из предыдущих корректных форм понятия.

Схема введения в формулу определения понятия: «Предмет, *A + B + C+D,* отличающийся тем, что *A* расположено над *B,* а *C* встроено в *D»* или «Предмет, содержащий *A + B + C + D,* отличающийся тем, что *A* выполняют перед *B,* а *C* одновременно с *D...»,* где *A, B, C, D* — известные признаки.

7. **Новый тип связи и взаимодействия между признаками**. Часто указывает на наличие существенных отличий, особенно для таких понятий, как электрические схемы, для которых эта корректная форма понятия используется самостоятельно, для других понятий чаще используется совместно с корректными формами понятия, где присутствуют структурные признаки.

Схема введения в формулу определения понятия: «Предмет, содержащий *A + B + C+D,* отличающийся тем, что *A* контактирует с *B,* а *C* одновременно соединено с *A* и *D*...», где *A, B, C, D* — известные признаки.

8. **Совместное использование применявшихся ранее порознь признаков в виде нового сочетания.** Указывает на наличие существенных отличий только, если появляется новый эффект, которого не наблюдается при использовании порознь примененных признаков.

Схема введения в формулу определения понятия: «Предмет, содержащий *A + B,* отличающийся тем, что они используются совместно с *C + D...-»,* где *A+B* и *C+D* — известные признаки, применяемые по своему прямому назначению.

9. **Новая корректная форма (режим, структура) признака**. Для объектов не указывает на наличие существенных отличий. Используется в зависимых пунктах формулы определения понятия. Нередко включается в первый пункт формулы определения понятия.

Схема введения в формулу определения понятия: «Предмет, содержащий *A + B + C+D,* отличается тем, что С выполнен цилиндрическим, а *D* в виде конуса...» или «Предмет, содержащий *X + B + C + D*, отличающийся тем, что С проводят при температуре до 50° С...», где *A + B + C + D* — известные признаки.

10. **Новое количественное соотношение признаков**. Для овеществленного объекта нередко указывает на наличие, а для остальных предметов понятий, как правило, на отсутствие существенных отличий (если нет других новых признаков).

Схема введения в формулу определения понятия: «Предмет, содержащий $A + B + C+D$, отличающийся тем, что он выполнен на основе A, B взято от $a\%$ до $b\%$, C — от $c\%$ до $d\%$ и D — от $m\%$ до $n\%$...», где $A+B + C + D$ — известные признаки.

11. **Сочетание двух и более одинаковых признаков**.

Указывает, как правило, на отсутствие существенных отличий. Используется, но не часто, в зависимых пунктах формулы определения понятия. Схема введения в формулу определения понятия: «Предмет, содержащий $A+ B + C+D$, отличающийся тем, что D образует цепочку из трех элементов...», где $A + B + C + +D$ — известные признаки.

12. **Использование нового материала**. Иногда указывает на наличие существенных отличий в процессе, реже в объекте и практически никогда в овеществленном объекте.

Схема введения в формулу определения понятия: «Предмет, содержащий $A + B + C + D$, отличающийся тем, что D выполнен из фторопласта...», где $A+B + C+D$ — известные признаки.

В этой форме под использованием нового материала для овеществленного объекта понимают характеристику ингредиента, например, предварительно обработанный сплав.

К этой форме относится также иногда использование в процессах нового количественного сочетания материалов.

13. **Использование известных технических средств, ранее не применяемых для этих целей.** Характерно только для процесса. Как правило, указывает на отсутствие существенных отличий. Существенные отличия появляются лишь при использовании совместно с новой операцией.

Схема введения в формулу определения понятия: «Процесс, состоящий в $A+B + C+D$, отличающийся тем, что D осуществляют в вакуум-фильтре...», где $A +B + C+D$ — известные признаки.

Все рассмотренные тринадцать корректных форм понятий предметов можно свести в единую таблицу, которая показывает, какой вид понятия образует данная корректная форма с конкретными признаками, а также насколько существенны отличия полученного объекта.

Таблица 2

Корректные формы образования понятий

№ п.п.	Форма новизны	Признаки, используемые в данной форме	Элементы (узлы, детали)	Приемы (операции).	Ингредиенты	Формы , наиболее часто использующиеся с данной
1	Полностью новое сочетание признаков	Структурные	У	С	В	—
2	Частично новое сочетание признаков	То же	То же	То же	То же	6, 7, 9, 11 (для устройства)
3	Введение нового признака	Структурные	У, с	То же	То же	6, 7, 9, 12, 10 (для вещества)
4	Замена части признаков новыми	То же	У, у	С, с	То же	6, 7, 9, 12
5	Использование более конкретного признака в качестве общепринятого	То же	То же	То же	В, с	9, 12
6	Новое взаимоположение	Взаимосвязи и взаимоположения	То же	С	—	2, 3, 4
7	Новый тип связи и взаимодействия между признаками	То же	У, у	с	—	2, 3, 4
8	Совместное использование применявшихся ранее порознь признаков в виде нового сочетания	То же	у, У	С	—	—
			То же	С, с	в	2, 3, 4,5
9	Новая форма (режим, структура) признака	Формы				
10	Новое количественное соотношение признаков	Соотношения	у	—	В, с	3 (для вещества)
11	Сочетание двух и более одинаковых признаков	То же	То же	с	—	2 (для устройства)
12	Использование нового материала	Материал	у, У	С, с	С, в	3, 4, 5
13	Использование известной аппаратуры, ранее не применяемой для этих целей		У	с	—	—

Принятые обозначения: У — объект (новизна существенная); у — объект (новизна несущественная); С — процесс (новизна существенная); с — процесс (новизна несущественная); В — вещество (новизна существенная); в — вещество (новизна несущественная).

2.2.5. Последовательность выявления отличительных признаков в научно-технической разработке

Разберем методику выявления **отличительных признаков** в научно-технической разработке **как последовательность логических приемов и операций, <u>направленных на выделение идеи по образованию нового понятия</u>** на основании изучения результатов конкретной научно-технической разработки, сравнение ее с известными понятиями той же задачи и **формулировку вновь образовываемого понятия как единой совокупности признаков**.

Рассмотрим этапы выявления отличительных признаков в научно-технической разработке.

Этап первый. Выявление отличительного признака начинается с определения, является ли предложение по образованию понятия решением задачи образования нового понятия. Устанавливается, имеет ли научно-техническое решение конкретные отличительные признаки, относится ли научно-технической разработка к объектам, в которых можно определить такие отличительные признаки, которые позволят образовать новое понятие.

Этап второй. На этом этапе производится выделение в научно-технической разработке отличительных признаков, которые могли бы быть обобщены на другие понятия этого класса или группы. **Утилитарный, узко направленный, полезный только для данного конкретного случая признак практически никогда не может быть использован при образовании нового понятия, обычно он может быть использован для уточнения (конкретизации) существующих понятий**. **Новое понятие должно отражать что-то новое в научно-техническом прогрессе, поэтому не может локализоваться, замкнуться только на одном научно-техническом решении. Новое понятие должно сделать шаг, пусть небольшой, по пути совершенствования науки и техники и оказать, пусть даже незначительное, влияние на развитие науки и техники.** В конкретной научно-технической разработке очень важно выделить общие признаки, которые были бы полезны при определенных условиях для целей группы образовыемых понятий и таким образом могли оказать влияние на научно-технический прогресс. Пусть даже это будет небольшая часть разработки или один из ее вариантов.

Этап третий. На этом этапе необходимо **установить полноту информации по выявленному и обобщенному для целой группы понятий научно-техническому решению**, очищенному от локальных наносных условий. Естественно, что перед началом разработки проводится ознакомление с научно-технической литературой. **На базе знаний, почерпнутых из этой литературы, и рождается <u>проект образования понятия</u>.**

Этап четвертый. Здесь рассматриваются признаки научно-технического решения и делается заключение, к какому предмету (объекту, процессу, веществу) относятся выявленные признаки. Остановимся на следующих двух моментах. Во-первых, вид предмета, для которго разрабатывается понятие, не обязательно должен соответствовать виду научно-технического решения. Во-вторых, если при выявлении признаков предмета разработки понятия будут выявлены признаки двух или более видов предметов, относящихся к решению одной задачи разработки понятия, то следует рассмотреть вопрос о целесообразности разработки прототипа понятия на каждый вид предмета отдельно или совместно, а может быть, только на один выбранный вид предмета.

Иногда весьма трудно решить вопрос, на какой вид предмета составлять описание на предполагаемое понятие. В этом случае приходится параллельно формировать определение понятия на несколько видов предметов, определять существенные отличия и полноту охвата содержания понятия по каждой формулировке определения и выбирать тот вид предмета понятия, где существенные отличия и полнота охвата содержания понятия значительнее.

Этап пятый. На этом этапе формулируется **цель разработки понятия**, причем желательно сформулировать все цели, т. е. начальную, промежуточную, конечную и пр., чтобы лучше понять назначение предложения по формированию определения понятия и затем при разработки понятия легко выбрать цель, наиболее полно отражающую назначение предложения.

Естественно, что формулируется не цель конкретной разработки, из которой выявлены отличительные признаки, а цель разработки понятия, не содержащего недостатки, присущие аналогичным понятиям.

Этап шестой. На основе найденной научно-технической информации выбираются **аналоги разрабатываемого понятия**, т. е. предметы того же назначения, что и рассматриваемый, сходные по научно-технической сущности и по достигаемому результату при их использовании и близкие по совокупности признаков, которые послужили или могли бы послужить базой для разработки нового понятия.

Поиск аналогов ведется по всем доступным информационным источникам.

При поиске аналогов следует возможно более полно использовать преимущества справочно-поискового аппарата, а также разработанные поисковые системы, методы и средства механизированного поиска. Поиск аналогов заканчивается, если просмотрены все информационные источники, которые разработчик мог использовать, или найден аналог, полностью совпадающий по совокупности существенных признаков с предполагаемым понятием, или же аналог, часть признаков которого полностью совпадает с совокупностью существенных признаков разрабатываемого понятия.

Библиографические данные об аналогах заносятся в таблицу «Карта результатов исследования по источникам научно-технической информации».

Из найденных аналогов выбирается прототип разрабатываемого понятия — это наиболее близкий аналог по технической сущности и по достигаемому результату при его использовании.

Для определения прототипа понятия проводится анализ отобранных при происке аналогов и выявляется для каждого из них признаки, сходные с признаками предполагаемого понятия.

Выбор прототипа определяется максимальным количеством сходных существенных признаков предполагаемого понятия и аналогов, одним-двумя существенными признаками, которые в большей степени по сравнению с другими влияют на достижение эффекта и могут быть выделены из числа сходных с признаками аналога, максимально близким техническим решением по предполагаемомк эффекту.

Если в формуле определения понятия характеризуются предметы разных видов, то прототип определяется для каждого из них. Если в формуле определения понятия предмет понятия охарактеризован совокупностью его существенных признаков как главных частей целого и дополнительно в последующих пунктах определения охарактеризовано содержание этих частей как форм выполнения существенных признаков, то в качестве прототипа может быть принят аналог, содержащий признаки, сходные с существенными признаками предполагаемого понятия или с признаками предмета, характеризующими содержание этих частей, т. е. содержание существенных признаков.

Нежелательно использование в качестве прототипа нескольких аналогов (так называемый сборный прототип), если техническое решение не характеризуется несколькими взаимосвязанными видами понятий.

Если выявленный предмет разрабатываемого понятия представляет собой соединение независимых частей, не связанных между собой, т. е. каждая из которых не влияет на функции другой части, то в качестве прототипа для такого предмета могли бы быть использованы одновременно несколько аналогов.

При выборе прототипа из аналогов учитываются и другие соображения. Разработчику нового понятия в качестве прототипа следует выбирать такой аналог, который помог бы полнее раскрыть сущность понятия, выявить его отличительные стороны, подчеркнуть вклад данного понятия в общий научно-технический прогресс, в развитие искусственного интеллекта. Выбранный в качестве прототипа аналог должен помочь выявить существенные отличия понятия и показать творческий характер вновь разработанного понятия. Может сложиться впечатление, что среди аналогов обычно есть одно понятие, которое по совокупности признаков максимально приближается к разрабатываемому новому понятию, и, следовательно, только оно является прототипом этой разработки. Действительно, если осуществляется разработка конкретного понятия, то так и будет. Но, как правило, в конкретной разработке ищут общее для целой группы понятий, которое и служит основой понятия. При этом степень обобщения может быть разной. И при каждой степени обобщения будет свой аналог, максимально совпадающий по совокупности признаков с этим обобщенным понятием, т. е. свой прототип, прототип для данной степени обобщения разрабатываемого понятия. Трудность же состоит в том, чтобы найти ту степень обобщения и соответствующий ей прототип, которые бы максимально проявляли содержание понятия, вскрывали его существенные отличия, творческий уровень, вклад данного понятия в научно-технический прогресс.

Как этого добиться? Общих рекомендаций здесь нет. Необходимо каждую степень обобщения решения проверить на существенность отличий и выбрать наиболее перспективную с точки зрения проявления сущности понятия степень обобщения. Кроме того, надо стараться так выбрать степень обобщения решения по разработке понятия, чтобы соответствующий прототип являлся объектом широко известен.

Этап седьмой. Далее определяются **существенные отличия выявленных признаков**. Для этого используется наиболее подходящий способ оценки существенных отличий.

В тех случаях, когда выявленное решение при разной степени обобщения имеет различные аналоги, все они должны быть проверены на существенные отличия с помощью различных способов. В этом случае определяется наиболее перспективный с точки зрения существенных отличий вариант обобщения содержания понятия. Аналог этого варианта становится прототипом разрабатываемого понятия.

2.2.6. Методика и последовательность выявления признаков, используемых при разработке понятий

Прежде чем приступить к разработке понятия, необходимо выявить **признаки предметов**, которые будут использоваться при разработке понятия. Эти признаки, как правило, сосредоточены в новых научных исследованиях и технических разработках. Научные исследования и технические разрабртки оформляются в виде научно-технических решений. **Именно в научно-технических решениях сосредоточены отличительные признаки предметов исследования, которые необходимо выявить, прежде чем приступать к разработке нового понятия.**

Выявление отличительных признаков предметов преследует **следующие цели**.

1. Проверить, удовлетворяют ли выявляемые отличительные признаки требованиям, предъявляемым к разработке понятий, правилен ли выбор прототипа понятия.
2. Закончить выявление отличительных признаков четкой формулировкой предложения по разработке понятия в виде перечня взаимосвязанных признаков.

3. Выявить существенные и несущественные признаки вновь разрабатываемого понятия.
4. Сформулировать предмет разрабатываемого понятия, точно определить объем понятия.

Разберем этапы поиска отличительных признаков в научно-технических разработках, которые будут положены в основу разработки нового понятия.

Этап первый — выделение признаков, характеризующих научно-техническое решение. Для этого производят анализ — мысленное расчленение решения на составляющие его части. Если анализируется объект, необходимо перечислить все основные узлы, агрегаты, детали, из которых он состоит, указать их взаимосвязь, форму выполнения и при необходимости — важнейшие соотношения размеров. Если анализируется процесс, то перечисляются операции, из которых он состоит, их последовательность в технологическом процессе и режим его выполнения, материалы и вещества, участвующие в процессе, технические средства для выполнения операций и т. п.

Не допускается описание данного вида объекта признаками, присущими объекту другого вида. Если сразу трудно определить вид объекта, так как научно-техническое решение характеризуется признаками нескольких (чаще двух) объектов, то при анализе необходимо выписывать все признаки независимо от того, к какому объекту они принадлежат.

Анализ — это ответственный этап выявления отличительных признаков предметов. Не всегда легко разбить целое научно-техническое решение на его составляющие части. Это далеко не механическая работа, так как требует детального знания сущности научно-технического решения. В противном случае анализ будет произведен неправильно, что может привести к неправильному выявлению отличительных признаков в научно-техническом решении.

Этап второй — разграничение признаков, выявленных на предыдущем этапе, на существенные и несущественные.

Разграничением признаков на существенные и несущественные получают совокупность существенных признаков, описывающих вновь разрабатываемое понятие, и совокупность несущественных признаков, конкретизирующих вновь разрабатываемое понятие в один из его вариантов. Из совокупности существенных признаков в дальнейшем может быть сформулирован первый пункт формулы определения понятия, а из совокупности несущественных признаков — дополнительные пункты формулы определения понятия. Признаки записываются в таблицу (см. далее).

Этап третий — формулировка цели разработки понятия. Рекомендации по формулировке цели разработки нового понятия приводятся далее.

Этап четвертый — определение вида понятия и проверка единства понятия. На этом этапе определяют, все ли выделенные существенные признаки предмета относятся к решению одной задачи, т. е. не нарушено ли при составлении формулы определения понятия единство понятия (**совокупность всех признаков должна относиться к решению только одной задачи, признаки должны быть объединены одной общей идеей, воплощенной с их помощью).** Если какой-либо признак выпадает из общей идеи решения задачи, не подчинен ей, а служит решению другой задачи, он нарушает единство понятия и должен быть удален из совокупности расчлененных признаков.

Этап пятый — выделение признаков, характеризующих аналоги понятий. Эта работа проводится точно так же, как выделение признаков в рассматриваемом научно-техническом решении (см. этап первый).

Этап шестой — разграничение признаков, характеризующих аналоги, на существенные и несущественные и разделение существенных признаков по типам, характерным для данного вида понятия. Работа проводится аналогично разграничению признаков предложенного научно-технического решения (см. этап второй).

Этап седьмой — проведение сопоставительного анализа существенных признаков предложенного решения с существенными признаками аналогов. Сопоставительный анализ ведут обычно по типам признаков. Например, для объекта сначала выясняют, все ли элементы (детали и узлы), на которые было разбито предложенное техническое решение, присутствуют в аналогах; затем проводят сравнительный анализ признаков взаимосвязи и взаиморасположения деталей, узлов и т. п. При этом выясняются новые существенные признаки предложенного технического решения, которые отсутствуют в аналогах.

При проведении сравнительного анализа следует определить признаки разрабатываемого понятия, сходные с признаками аналогов понятий. **Сходными называются признаки идентичные или эквивалентные**.

***Идентичные признаки* — это признаки, совпадающие по выполняемой функции и форме, т. е. по конструкции, материалу, технологии и т. п.**

***Эквивалентными называются признаки*, совпадающие по выполняемой функции и достигаемому результату.** При определении эквивалентности признаков принимается во внимание их взаимозаменяемость, т. е. выполнение ими одинаковой функции при отличии по форме выполнения (по конструкции, технологии или материалу).

Эквивалентность признака подтверждается также тем, что использование признака аналога вместо эквивалентного в разрабатываемом понятии не придает последнему дополнительных полезных качеств или существенных преимуществ перед аналогом понятия. Признак разрабатываемого понятия считается известным, если он идентичен или эквивалентен признаку прототипа понятия. Признак разрабатываемого понятия считается новым, если в прототипе понятия отсутствует идентичный или эквивалентный ему признак.

Этап восьмой — проверка правильности выбора прототипа разрабатываемого понятия. Когда разрабатываемое понятие и понятия-аналоги были расчленены на составляющие их признаки и был проведен сопоставительный анализ, выявивший новые признаки разрабатываемого понятия по сравнению с каждым аналогом, появляется возможность проверить правильность выбора прототипа. Прототип выбирается с учетом рекомендаций, изложенных в п.2.2.7.

Этап девятый — составление формулы определения понятия. Проведенная на предыдущих этапах работа подготавливает материал для составления формулы определения понятия. И если эта работа проведена достаточно тщательно, то формулировка определения понятия обычно не вызывает затруднений.

Затруднения, встречающиеся при составлении формулы определения понятия, свидетельствуют обычно, что или данное предложение не может быть квалифицировано как разработка, результатом которой может быть образовано новое понятие, или на каком-либо из этапов выявления отличительных признаков допущены серьезные ошибки.

Составление формулы определения понятия будет подробно рассмотрено в посдедующих разделах.

2.3. Описания понятий

Составление описания понятия — это первый этап процесса разработки понятия.

Описание понятия должно включать:

1) описание понятия с формулой определения понятия

2) чертежи, схемы и другие материалы, иллюстрирующие разрабатываемое понятие, если они необходимы для наиболее полного раскрытия смысловой сущности и значимости понятия.

2.3.1. Описание разрабатываемого понятия

Описание понятия является важнейшей частью процесса разработки понятия. Без преувеличения можно сказать, что от тщательности, полноты и правильности описания разрабатываемого понятия зависит дальнейшее использование понятия в науке. Между тем, именно эта часть работы по формированию понятия вызывает наибольшие трудности: качество описаний понятий в ряде случаев чрезвычайно низкое, они составляются настолько неясно и неточно, что практически не могут быть поняты пользователями.

Нужно отметить, что язык, используемый при составлении описания, и в особенности формулы определения понятия, специфичен, отличается от языка обычной научной публикации. Использование именно такого языка позволяет разобраться в семантической сущности понятия, в силу чего в ряде случаев совершенство описания понятия, и в особенности формулы определения понятия, имеет решающее значение.

Описание с формулой определения понятия должно:

— полностью раскрывать семантическую сущность понятия и содержать достаточную информацию для дальнейшей разработки понятия;

— давать точное и ясное представление о новизне, существенных отличиях разрабатываемого понятия.

Описание понятия должно иметь следующую обязательную структуру:

— имя понятия и класс принятой классификации понятий, к которому оно по мнению разработчика относится;

— область, к которой относится понятие, и преимущественная область использования понятия;

— характеристика аналогов понятия;

— характеристика прототипа, выбранного разработчиком;

— критика прототипа;

— цель разработки нового понятия;

— семантическая сущность понятия и его отличительные признаки;

— перечень фигур графических изображений (если они необходимы);

— примеры конкретного выполнения;

— формула определения понятия.

Отклонения от указанной структуры описания может допускаться в исключительных случаях, когда из-за характера разрабатываемого понятия необходимо применить порядок изложения, способствующий лучшему пониманию понятия.

При изложении описания понятия необходимо:

— использовать термины, общепринятые в данной области;

— соблюдать единство терминологии;

— использовать одну систему единиц измерения.

Не следует вводить в текст описания каких-либо чертежей и схем; в случае необходимости допускаются только химические, математические и другие формулы, причем все буквенные значения, входящие в математические формулы, должны быть расшифрованы.

Выбор единиц измерений должен согласовываться с действующими стандартами Международной системы единиц СИ.

Допускается применение в тексте описания лишь общепринятых сокращений: т. д., т. е., т. п. и др.

Имя понятия должно быть кратким и точным, содержать не более 8—10 значимых слов и соответствовать сущности понятия; оно должно характеризовать назначение предмета понятия или указывать на принадлежность к определенной отрасли науки и техники. Сочетать краткость с двумя последними требованиями в ряде случаев нелегко. Например, имя «Ключ» кратко, но не конкретно; имя «Устройство для окраски крыльев самолетов и тому подобных деталей» хотя и необоснованно длинно, но не однозначно; имя «Процесс охлаждения объектов» представляется неопределенным.

Можно заключить, что идеальным при соблюдении вышеуказанных требований будет имя, вписывающееся в одну из рубрик классификатора понятий, что значительно облегчает классификацию рассматриваемых предложений. ***Имя понятия совпадает с начальными словами формулы определения понятия***.

Необходимо отметить, что правильная формулировка имени имеет большое семантическое значение, поскольку каталоги носителей понятийной информации (библиотеки понятий, альбомы понятий, модули понятий) содержат лишь имена понятий.

Если в разрабатываемом понятии содержатся два и более разных предмета, например процесс и объект, которые служат единой цели и могут применяться лишь совместно, имя понятия должно включать имена этих предметов (например «Процесс извлечения урана из урановых руд и устройство для его осуществления»).

Составление описания следует начинать с указания области, к которой относится понятие, и преимущественной области его использования.

Эту часть описания следует начинать словами: «Понятие относится к...».

Описание не должно расширенно толковать понятие. Например, если формула определения понятия характеризует «Процесс изготовления свинцовой оболочки электрического кабеля», то в описании не следует писать, что «понятие относится к процессам изготовления металлических, например свинцовых, оболочек кабеля» или что «понятие относится к процессам изготовления свинцовых оболочек кабеля или труб».

Не следует в описании сужать объем понятия по сравнению с тем, как изложено в пунктах формулы определения понятия. Например, если формула определения понятия характеризует «Процесс изготовления металлических защитных оболочек электрических кабелей», то нельзя указывать в описании, что «понятие относится к процессам изготовления защитных оболочек из черных металлов», так как в формуле определения понятия также подразумевается изготовление этих оболочек и из алюминия, цинка и других цветных металлов.

В разделе «Характеристика аналогов понятия» следует описать известные аналогичные понятия той же задачи (аналога), т. е. предметы понятий того же назначения, что и разрабатываемое понятие, сходные с ним по сущности.

Аналоги приводятся из числа наиболее близких к разрабатываемому понятию.

В краткой характеристике аналога (или аналогов), т. е. **в описании сущности известных понятий, должны быть раскрыты его (их) существенные признаки и обязательно указаны все те из них, которые имеют сходство с признаками разрабатываемого понятия.** Должны быть отмечены и недостатки аналогов, которые частично или полностью устраняются в разрабатываемом понятии.

При поиске аналогичных разрабатываемому понятию необходимо исследовать описания понятий по соответствующему классу (классам).

В разделе «Характеристика выбранного прототипа» необходимо описать конкретное известное понятие объекта, процесса или вещества, наиболее близкого по сущности к разрабатываемому понятию, т. е. наиболее близкий аналог из ранее приведенных. При этом необходимо отметить все существенные признаки прототипа, общие для него и разрабатываемого понятия. В этом разделе должна быть приведена библиографическая ссылка на источник, в котором описан выбранный прототип.

В разделе «Критика прототипа» описываются только те его недостатки, которые устраняются разрабатываемым понятием.

В разделе «Цель разработки понятия» цель излагается объективно и обоснованно, без утверждений рекламного характера. Объективность цели обосновывается необходимостью удовлетворения научной потребности, вызвавшей к жизни данное решение научно-технической задачи, или необходимостью совершенствования уже известного понятия.

Цель разработки понятия, указанная в п. 1 формулы определения понятия, должна быть причинно связана с признаками предмета понятия, которые перечислены в формуле определения понятия и обеспечивают достижение этой цели.

В описании разрабатываемого понятия допускается изложение и других целей (не упомянутых в формуле определения понятия), которые имелись в виду при разработке понятия.

В разделе «Сущность понятия» должно быть приведено краткое изложение **содержания понятия в виде совокупности всех существенных признаков с выделением признаков, которые характеризуют новизну разрабатываемого понятия.** Для составления этого раздела используется формула определения понятия, но имеющиеся в ней ***признаки должны быть не просто перечислены, а подробно разъяснены***. При этом должна быть показана существенность отличий предмета понятия, т. е. ***раскрыта связь между новой совокупностью признаков.***

Если формула определения понятия многозвенная, в этом разделе описания в виде отдельных абзацев необходимо привести характеристику не только первого пункта, но и всех дополнительных пунктов формулы определения понятия.

После описания сущности понятия, в случае пояснения понятия прилагающимися к описанию графическими изображениями, должен быть приведен перечень всех фигур графических изображений с кратким указанием, что изображено на каждой из них. Фигуры нумеруются арабскими цифрами, при этом к каждой фигуре должно быть дано отдельное пояснение.

Если фигура, поясняющая описание, одна, она не нумеруется, но ссылка на нее должна быть приведена. Например: «на чертеже изображен общий вид предложенного...», «предложенный процесс поясняется схемой...», «приведенная схема отражает...» и т. д.

Представление четких и ясных чертежей или схем не освобождает разработчика понятия от необходимости составления подробного текстового описания разрабатываемого понятия.

В разделе описания «Примеры конкретного использования разрабатываемого понятия» описываются лучшие (или лучший) из примеров использования разрабатываемого понятия. Этот раздел имеет различия в зависимости от того, что описывается — понятия «объект», «процесс» или «вещество».

Описание объектного понятия (в дальнейшем – объекта) должно быть изложено так, чтобы упоминаемые в нем понятия элементов не нуждалось в догадках и предположениях. Упоминаемые в описании элементы, а также связи между ними, в том числе между известными и новыми элементами, частями объекта, должны быть показаны на чертежах или схемах. Следует приводить ссылки на цифровые обозначения всех упоминаемых в описании элементов, показанных на чертежах. Цифровые обозначения соответствующих элементов проставляются по мере их упоминания в порядке возрастания, начиная с единицы. Этими же цифровыми обозначениями должны быть помечены элементы на чертежах или других графических материалах.

Все имеющиеся в описании позиции должны быть представлены и в графических материалах, при этом если описываемый объект поясняется несколькими фигурами, то первая позиция обязательно должна быть на первой фигуре.

Описание объекта начинают с описания его структуры, рассматриваемой в статическом состоянии; здесь должны быть указаны все элементы, составляющие данный объект и показанные на чертежах, пояснены их назначения, связи и взаимное расположение частей объекта.

В этой части описания должны быть подробно изложены конструктивные, а также, при необходимости, технологические особенности объекта.

После описания объекта в статическом состоянии необходимо описать его действие или способ использования, ссылаясь при этом на цифровые обозначения на чертежах.

Следует указать оптимальный вариант разрабатываемого понятия и дать его характеристику.

Если понятие несложно и однозначность толкования понятия очевидна без описания, то допускается в полном объеме такое понятие не описывать.

Описание процессного понятия (в дальнейшем – процесс) на примере выполнения процесса следует начинать с перечисления приемов, операций, процедур которые надо осуществить для достижения цели разрабатываемого понятия. При этом, если важна временная последовательность приемов, операций, то их совокупность приводится только в определенной последовательности, охарактеризованной в формуле определения понятия. Далее указываются реальные параметры режимов (температура, давление и т. п.) процесса и применяемые при этом приспособления и вещества.

Приводимые примеры должны содержать, кроме основных параметров, упоминаемых в формуле определения понятия, также другие необходимые для характеристики процесса показатели, например, вес исходных и конечных продуктов, выход продуктов, способы выделения и т. п., которые, хотя и отсутствуют в формуле определения понятия, но необходимы для воспроизведения процесса.

Количество конкретных примеров, помещаемых в описании процесса, зависит от характеристики отличительных признаков, внесенных в формулу определения понятия. Если в формуле определения понятия в качестве отличительных признаков приведены параметры режима, например указан интервал температур нагревания реакционной массы и этот интервал сравнительно велик (минус 20 плюс 60°С), следует дать конкретные обоснования граничных значений интервала и привести по одному примеру на оптимальные и граничные значения этого интервала с подробным указанием характеристик или свойств выходного продукта (количество, качество).

Если интервал температур невелик и возможность проведения процесса при его граничных значениях очевидна, достаточно привести один пример осуществления процесса с оптимальными параметрами. Если в отличительных признаках процесса получения вещества нет параметров режима, следует привести также один пример.

При составлении описания понятия на процесс получения группы соединений, представляющих собой один гомологический ряд, следует привести пример на процесс получения одного члена этого ряда, если возможность распространения этого процесса на другие члены ряда очевидна. Это относится не только к гомологическому ряду, но и к соединениям, характеризуемым общей структурной формулой определения понятия.

В описание процесса получения нового химического соединения необходимо указать на биологическую или физиологическую активность соединения в отношении тех или иных органов или систем живого организма и привести соответствующие экспериментальные данные.

В конкретных примерах разрабатываемого понятия, относящегося к веществу (смеси, растворы, сплавы, стекла и т. п.), приводятся ингредиенты, входящие в состав овеществленного объекта, их характеристики и количественное соотношение. Количественное соотношение ингредиентов в конкретных овеществленных объектах должно находиться в диапазоне предельных соотношений ингредиентов, указанных в формуле определения понятия, включая и граничные значения диапазона. Если количественное соотношение ингредиентов выражено в формуле определения понятия в процентах по весу или по объему, то сумма значений процентов, взятая по ингредиентам, для конкретного примера вещества должна составлять 100%. Конкретные примеры выполнения должны относиться как к предельным значениям ингредиентов, так и к их средним значениям. Следует также указать физическое состояние и качество этих ингредиентов в исходном виде.

В описании понятия вещества, полученного химическим способом, должны быть приведены также данные о его химическом строении, физико-химических свойствах, а также раскрыт процесс (процессы) получения.

В описании следует привести сравнительные характеристики получаемых химических соединений (в случае синтеза соединений из известной группы), в частности данные о температуре кипения или плавления и спектральные характеристики. В случае новых, не описанных в литературе соединений в описании следует привести результаты полного анализа, доказывающие структуру полученных соединений и дающие значения физических констант.

При этом не допускается характеристика соотношения ингредиентов неопределенными выражениями, как-то: «около», «приблизительно», «примерно», «в области значений».

В описании понятия, включающего два или более разнородных объектов (вещество и процесс его получения, процесс получения какого-либо вещества и объекта для осуществления этого процесса), которые служат единой цели и могут быть использованы лишь совместно, приводится подробное описание каждого объекта. При этом в разделе «Область науки и техники» указывается область, к которой относится решение общей задачи, приводится (если есть) известное аналогичное решение той же общей задачи, указываются недостатки этого решения и цель образования нового понятия; в разделе «Сущность понятия» приводятся существенные признаки каждого из объектов.

В описании понятия должно быть четко показано, почему два или более объектов могут быть использованы лишь совместно.

Ни одна из частей описания понятия не может быть заменена ссылкой на описание этой части в другом документе, например, в каком-либо литературном источнике. Однако в описании допускаются ссылки на источник (источники), в котором описаны уже известные признаки понятия, содержащиеся в описании.

В разделе описания «Характеристика выбранного прототипа» приводится характеристика этого понятия.

Цель разработки нового понятия должна быть подкреплена убедительными доказательствами ее достижения. Необходимо провести объективный анализ преимуществ разрабатываемого понятия по сравнению с известными.

Описание заканчивается <u>формулой определения понятия</u> (см. следующий раздел), т. е. кратким изложением признаков понятия, сделанным по рекомендованным правилам и характеризующим объем понятия, его новизну и цель.

Можно сказать, что успех составления формулы определения понятия зависит от правильности и глубины анализа описания понятия. Если анализ полон и правилен, если верно определен прототип, если точно выявлены действительно принципиальные признаки понятия, то не представит значительного труда изложение формулы определения понятия в соответствии с вышеуказанными требованиями, **так как в этом случае <u>формула определения понятия</u> будет как бы краткой <u>аннотацией</u> проведенного по правилам анализа.**

Вышеизложенное показывает, что формулу определения понятия необходимо составлять в строгом соответствии с принятыми правилами. **Всякая ошибка в формуле определения понятия — логическая, грамматическая, формальная — может привести к непониманию смысла понятия, его неправильному толкованию, искажению его смысла, может сузить или необоснованно расширить предмет понятия, лишить его необходимой ясности и определенности.** Поэтому описание понятия и формула определения понятия, составленные с нарушением вышеуказанных правил, не обеспечивают реализацию цели, поставленной для разработки нового понятия.

2.3.2. Графические изображения

Графические изображения должны полностью соответствовать описанию понятия, поскольку они содержат все названные в нем элементы понятия. Одной из ошибок описания понятия является включение в графические изображения тех элементов понятия, которые либо несущественны, либо не отражены в тексте описания. Поскольку графические изображения носят эскизный характер, излишняя детализация пользы не приносит.

Графические материалы (чертежи, схемы, графики, рисунки), прилагаемые к тексту описания понятия, должны быть строго согласованы с текстом описания и давать отчетливое представление о предмете понятия.

Каждое графическое изображение нумеруется как фигура (рис. 1, рис. 2 и т. д.), независимо от вида этого изображения (чертеж, схема, график, рисунок и др.) в порядке единой нумерации, в соответствии с очередностью приведения в тексте описания.

В правом верхнем углу каждого листа графических изображений указывается сокращенное название понятия.

На одном листе может быть расположено несколько фигур, однако в этом случае они должны быть четко отграничены друг от друга. Если фигуры, расположенные на нескольких листах, образуют единую фигуру, то они располагаются так, чтобы полная фигура могла быть скомпонована без пропуска какой-либо части любой из фигур, изображенных на различных листах.

Каждый элемент любой фигуры выполняется пропорционально всем другим элементам этой фигуры за исключением случаев, когда различие пропорций необходимо для более четкого понимания понятия.

Масштаб чертежей и четкость их графического выполнения должны быть таковы, чтобы при фотографическом репродуцировании с линейным уменьшением размеров до $^2/_3$ можно было различать без затруднения все детали.

В чертежи не следует включать второстепенные детали, не упомянутые в тексте описания понятия. Однако количество и деталировка чертежей должны быть достаточны для уяснения сущности предложения по предполагаемому понятия.

Чертежи выполняются в линейном масштабе в соответствии с правилами изготовления технических чертежей на одном или нескольких листах, линиями одинаковой толщины по всей длине без растушевки и раскрашивания. Линии чертежа должны быть выполнены в черном цвете и быть достаточно плотными, темными, четкими, пригодными для репродуцирования.

Объект на чертеже должен быть изображен в прямоугольных проекциях (в различных видах, разрезах и сечениях), в необходимых случаях, для наглядности, чертежи могут быть дополнены изображением в аксонометрической проекции.

Разрезы следует показывать наклонной штриховкой с промежутками не менее 2 *мм.* Штриховка не должна препятствовать чтению ссылочных обозначений и основных линий. Для обозначения разрезов и сечений следует применять прописные буквы русского алфавита — для каждого разреза или сечения при одной секущей плоскости по две одинаковые буквы; *А — А, Б — Б* и т. д.; для обозначения углов —

греческий алфавит; для обозначения участков деталей, узлов, устройств — латинский алфавит.

Не допускается показывать сечения и разрезы частей деталей и узлов без обозначений и пояснений, какому месту основного чертежа они соответствуют; фигуру, показывающую сечение или разрез, следует нумеровать цифрой, следующей за цифровым обозначением фигуры, на которой произведены разрез или сечение.

На чертежах не должно быть надписей и пояснений кроме названия понятия.

Все данные, поясняющие чертеж, должны быть изложены в тексте описания понятия.

В виде исключения, для облегчения понимания изображенного объекта, на чертежах допускаются краткие пояснения, например «вода», «пар», «открыто», «закрыто» и т. п. На одной фигуре чертежа должен быть изображен общий вид объекта (конструкции) или того его элемента, который является предметом понятия.

Отдельные проекции, части объекта могут быть изображены на том же или других чертежах. Фигуры на чертеже необходимо располагать так, чтобы листы чертежа были максимально насыщенными и чтобы чертеж можно было читать в вертикальном положении, т. е. короткие стороны листа должны быть нижней и верхней частью чертежа.

Размеры на чертежах не указываются. Если они имеют существенное значение для уяснения понятия, то их следует приводить в описании понятия.

Изображенные на чертеже элементы обозначаются теми же арабскими цифрами, что и в описании понятия, в порядке их упоминания в тексте описания. Один и тот же элемент на нескольких фигурах обозначаются одной и той же цифрой. Лишних, не упоминавшихся в тексте описания, цифровых или иных обозначений на фигурах быть не должно.

Цифровые обозначения узлов и деталей или буквенные обозначения разрезов и сечений, как правило, должны быть вынесены за пределы изображения обозначаемого узла или детали и соединяться с соответствующими частями прямой линией, более тонкой, чем линии фигуры.

Эти линии — выноски — должны оканчиваться с одной стороны точкой, а с другой — горизонтальной черточкой (полкой), над которой указывается цифровое обозначение.

Цифровые обозначения должны отстоять друг от друга и от линии изображения на такое расстояние, чтобы можно было рядом написать измененное цифровое обозначение, вводимое при корректировке.

В некоторых случаях допускается размещение позиций внутри контура изображаемого объекта (например, при наличии пустых мест внутри контура, необходимости пересекать выносной линией несколько деталей или заштрихованное поле и т. п.).

Цифровые и буквенные обозначения должны быть ясными и четкими. Толщина линий, букв и цифр должна соответствовать толщине линий чертежа или схемы, размер цифр и букв — не менее 5 *мм.*

Схемы выполняются без соблюдения масштаба, действительное пространственное расположение составных частей изделий (установок) показывается приблизительно. Схемы должны быть выполнены компактно, но без ущерба для ясности и удобства их чтения.

На схемах должно быть наименьшее количество изломов и пересечений линий связи.

При выполнении схем следует применять условные графические обозначения. Стандартные условные обозначения на схемах не поясняют. Нестандартизованные условные графические обозначения на схемах должны быть пояснены.

На схеме одного вида допускается изображать отдельные элементы схем другого вида, непосредственно влияющие на работу схемы этого вида (например, на электрической схеме изображают кинематические или гидравлические элементы).

Рисунки должны носить схематический характер и быть простыми по выполнению. К описанию их следует прибегать лишь в том случае, если их невозможно проиллюстрировать чертежами или схемами (например, станок для фиксации животных, в котором надо показать положение животного).

Фотографии представляются только как дополнение к другим видам графического изображения. В исключительных случаях допускается представление фотографий как основного вида графических изображений, например, если необходимо показать этапы проведения хирургической операции. Однако в этом случае изображение на фотографии должно быть четким.

Формат фотографии не должен превышать установленных размеров листа или графических изображений. Фотографии малого формата должны быть аккуратно наклеены на листы белой бумаги.

В графиках, приводимых в тексте описания, для большей ясности следует помещать вдоль осей ординат и абсцисс надписи, указывающие, что обозначают величины, помещаемые на этих осях. Надпись надо располагать параллельно оси ординат или оси абсцисс в их средней части.

Надписи на самом графике, относящиеся к кривым и точкам, необходимо оставлять только тогда, когда их немного и они краткие. Надписи следует заменять позициями, которые расшифровываются в тексте описания.
Кривые графика следует вычерчивать четко, их линии должны быть толще координатной сетки.

2.4. Определение понятия как его формула

2.4.1. Назначение формулы определения понятия

<u>Формула определения понятия</u> — это краткая, составленная в виде аннотации по определенным правилам и форме словесная характеристика сущности понятия как единой совокупности признаков, взятых в их единстве, характеризующих понятие, которые необходимы и достаточны для его однозначного семантического толкования.

Описание понятия должно давать полное представление о понятии, раскрывать его смысловое значение. В описании обычно содержатся подробные сведения о понятии с главными и дополнительными признаками. При отсутствии формулы определения понятия из-за таких подробностей возникает необходимость в многочисленных оговорках в тексте описания, указывающих на необязательность тех или иных элементов описываемого предмета, на возможность замены их другими и т. д. Кроме того, определение объема понятия по подробному описанию, требует затраты большого количества времени. В результате возникла потребность в необходимости краткой формулировки определения понятия, т. е. в необходимости **формулы определения понятия**.
Формула определения понятия имеет научно-техническое и информационное значение.
Научно-техническое значение формулы определения понятия. Формула определения понятия не только определяет границы понятия и фиксирует вклад ученых в научный прогресс, но и характеризует ту новую ступень, на которую поднимает науку данное понятие. Формула определения понятия кратко и четко выражает научную сущность понятия, т. е. **отображает в логическом определении предмет понятия совокупностью его существенных признаков**. Ученый в своей творческой работе обычно отправляется от какого-то

существующего уровня развития науки и привносит новый научный результат, имеющий преимущества по сравнению с существующими. Максимально обобщенным предмет понятия описывается только в формуле определения понятия, где он, очищенный от всех конкретных, случайных признаков, **предельно раскрывает смысел понятия**.

Информационное значение формулы определения понятия. В формуле определения понятия описывается совокупность признаков, необходимых и достаточных для разработки понятия. Специалист по данной отрасли, познакомившись с формулой определения понятия, может понять его и использовать понятие в своих исследованиях. Это значит, что формула определения понятия приобретает важное информационное значение.

2.4.2. Основные требования, предъявляемые к формуле определения понятия и его разработки

Для того чтобы формула определения понятия в полной мере отвечала своему назначению, она должна обладать следующими основными качествами: **лаконичностью, общностью, полнотой и определенностью, а также отвечать требованию единства понятия.**

Лаконичность формулы определения понятия требует определения предмета понятия без лишних слов. Для достижения лаконичности и единообразия в толковании формулы определения понятия следует следовать определенным правила формирования формулы определения понятия, в известной мере условным.

Общность (широта) формулы определения понятия заключается в том, что она определяет смысл понятия в возможно более широких границах. Достаточно общая формула определения понятия охватывает своим смыслом понятие во всех обобщенных видах, а не только в частном изложении. Для достижения общности предмет понятия должен быть охарактеризован общими признаками, соответствующими его смыслу.

Полнота формулы определения понятия определяется включением в нее всех существенных признаков, составляющих понятие, причем не только общих, но и частных.

Определенность формулы означает, что записанные в ней признаки, характеризующие предмет, **не допускают произвольного истолкования**.

Единство понятия отвечает требованию, чтобы одна формула определения понятия, относилась к одному понятию.

Формулировка определения понятия во многих случаях предопределяет распознавание или даже постановку проблемы. В определении обнаруживает себя сущность явления, которая может быть первого, второго и т. д. порядка. Например, понятие капитала первоначально определялось экономическими терминами. Сегодня существует иное его определение, учитывающее современные проблемы и потребности социально-экономического развития, например функционирование понятия "человеческий капитал". Аналогичные примеры можно привести по таким важным понятиям в менеджменте, как потенциал, цель, эффективность.

Разработка определения — это один из методов исследования. Без определений невозможно описание проблемы, оценка ситуаций, доказательства результатов, презентация идеи.

Существуют явные и неявные определения. Явные построены на поиске наиболее удачных с точки зрения практики синонимов, т. е. таких понятий, которые представляются бесспорными, которые известны, функционируют в системе знаний.

Но определения не строятся только на сопоставлении понятий. Они конструируются посредством дополнения этих понятий, их ограничением, выделением существенных свойств. И это не менее важная часть определения, нежели сопоставление. Проанализируем с этих позиций, скажем, определение понятия "управление". ***Управление* —** это целенаправленное воздействие, согласующее совместную деятельность людей. Оно построено на сопоставлении понятий "управление" и "воздействие". Но не всякое воздействие может быть управлением. Есть воздействия случайные, непредвиденные. Поэтому необходимо выделить вид воздействия и его назначение — целенаправленное и согласующее деятельность.

Аналогичным образом конструируется любое определение, но не всегда оказывается простым делом сконструировать определение. В конечном итоге практика подтверждает реальность и точность такой конструкции.

Существуют неявные определения. При таких его видах сущность и смысл явления передаются через использование понятия в контексте других понятий, в его концептуальных связях, функциях в системе объяснений и обоснований. Такое определение всегда неполно и неустойчиво, односторонне и туманно. Но с этим приходится мириться, как правило, до поры до времени. Ведь бывают такие явления, которые при исследовании первоначально можно только обозначить некоторым названием или термином, и только впоследствии возникает возможность определить их более точно. Это происходит в процессе последовательного формирования концепции. Примером тому могут быть понятия "менеджмент", "качество управления", "экологический менеджмент" и др.

Существуют правила разарботки определения, которые нельзя нарушать, если стремиться к адекватности реальности, научной корректности, концептуальной значимости.

1. Правило соразмерности определяемого и определяющего понятий. Например, можно сказать, что метод управления — это вид воздействия. Но виды воздействия практически выделяются не только по методам управления, но и по функциональному содержанию, по силе воздействия, по реакции на него. Это явно не полное определение, сопоставляющее несоразмерные понятия.

2. Правило исключения порочного круга. ***Согласно этому правилу нельзя определять понятие либо через само себя, либо через другое понятие, которое, в свою очередь, определяется через исходное понятие.*** Например, можно определить понятие управляющая система следующим образом: управляющая система — это субъект управления. Но далее понятие субъекта управления определять через понятие управляющей системы. Кстати, нередко даже в словарях по управлению такие определения встречаются.

3. Правило ясности и конкретности всех понятий определяющей части. Это значит, что в определяющей части необходимо использовать только понятия известные, практически выверенные, общепринятые, понятные. Здесь **не следует использовать метафоры или слова, допускающие многозначное толкование.** Например, управление — это решающий фактор прогресса. Такое утверждение можно рассматривать как некий прием убеждения, дополняющее суждение, но не как определение ключевого для исследования или концепции понятия.

4. Правило различения определения-описания и определения-опредписания. Первое относится к определениям понятий, функционирующих уже в деятельности, но требующих уточнения, второе — к понятиям, которыми оперируют по некоторой договоренности, в определенных условиях, в рамках некоторой концепции. В исследовании систем управления такие определения-предписания необходимы, например при использовании понятий "организация управления" и "управление организацией".

5. Определять понятие можно только посредством понятий определенных, иначе говоря, известных, понятных, принятых, проверенных. Нельзя определять понятие через неизвестное понятие. Например, контроль исполнения — это мониторинг качества. А что такое мониторинг? Что такое качество? И качество чего здесь предполагается?

Определение понятий является сильным формально-логическим методом исследования, без которого невозможно построить концепцию объяснения тех или иных явлений, невозможно отстаивать идеи и мысли, доказывать и обосновывать их значимость и практическую ценность. А все это необходимые элементы исследовательской деятельности. **Любой исследователь должен хорошо владеть этими методами.**

Особым видом использования формально-логических операций являются методы мысленного эксперимента, которые построены на мыслительном моделировании объекта исследования и установлении характера его поведения, при изменении каких-либо параметров или условий функционирования. При этом *эффект этих методов значительно повышается, если они сочетаются с имитационным моделированием с помощью компьютера и проигрыванием вариантов поведения объекта.*

Мыслительно-логические методы исследования в значительной своей части построены на использовании приемов формальной логики, которыми исследователь должен владеть в полной мере. Поэтому **к мыслительно-логическим методам исследования можно отнести и методы классификации и построения типологии, методы доказательства и конструирования гипотез, метрологические методы (методы оценок).**

В практике исследований большую роль играет также признание и понимание выводов и рекомендаций, сделанных или разработанных исследователем. Поэтому *к арсеналу методов исследования надо также отнести методы научного обсуждения и научной полемики.* Многие исследовательские проекты и рекомендации возникали в результате успешно построенного и поставленного обсуждения проблем, научной полемики.

Это общая схема системы общенаучных методов исследований. Но некоторые из них требуют дополнительного объяснения и конкретизации, особенно те, которые играют наиболее существенную роль в исследовании систем искусственного интеллекта , например, ***методы доказательства***

Понятие доказательства в практике исследовательской деятельности рассматривается как приведение любых аргументов, подтверждающих некоторое положение. Такими аргументами могут быть факты, проверенные положения, заключения, точки зрения признанных авторитетов, результаты эксперимента.

Не все и не всегда можно доказать при помощи фактов, да и не всегда существуют доступные восприятию факты. В этом случае доказываемые положения выводятся из других, достоверность которых полагается установленной.

Надежность доказательства определяется аргументацией, фактологией, методологией его построения, формально-логическим следованием, готовностью к восприятию аргументов и фактов.

Доказательство — это интеллектуальная операция, состоящая в установлении истинности некоторого суждения, посредством его вывода из других суждений, истинность которых полагается установленной до этой операции и независимо от нее, а также посредством подтверждения фактами и практической деятельностью.

В зависимости от характера и особенностей предмета исследования и возможностей его проведения формы доказательства могут быть различными.

Существуют доказательства **фактологические**, опирающиеся в основном на фактический материал; **формально-логические**, главной опорой которых являются законы формальной логики; **экпериментальные** — построенные на эксперименте; **эмпирические** — опирающиеся на осмысленный и обобщенный опыт**.**

Корректность доказательства определяется его строением. В каждом доказательстве существует три элемента: **тезис, аргументы (основания), демонстрация:**

тезис *— это суждение, истинность и приятие которого устанавливается в доказательстве;*
аргументы *— суждения, из которых выводится тезис;*
демонстрация *— логическая форма связи названных двух элементов, обусловливающая необходимость выведения одного из другого, тезиса из аргумента.*

Существует множество разнообразных приемов и способов доказательства**.**

1. Доказательство от определения. Оно построено на четком определении ключевых категорий, так, чтобы определения этих категорий не вызывали сомнений относительно их адекватности реальным явлениям и практическому опыту.

2. Доказательство от обратного. Если принимаются аргументы об абсурдности обратного, противоположного доказываемому, то считается, что первоначальное суждение истинно или, по крайней мере, корректно.

3. Доказательство, построенное на анализе свойств исследуемого объекта.

4. Доказательство по принципу приведения к нелепости, абсурдности. Это прием опровержения допуска истинности, которая оказывается нелепостью.

5. Доказательство на основе классификации факторов, позволяющей установить свойства объекта исследования и причины его оригинального поведения.

6. Аксиоматическое доказательство. Первоначально формулируется **аксиома — бесспорное, понятное и принятое положение**, затем строится доказательство, базирующееся, как правило, на нескольких аксиомах.

7. Фактологическое доказательство, в котором главную роль играет систематизация фактов.

8. Доказательство по рабочей гипотезе или концепции (гипотетическое, концептуальное доказательство).

9. Экспериментальное доказательство. Здесь главная опора — эксперимент и его результаты.

10. Доказательство по концентрации фактов. То или иное положение, вывод или идею могут доказывать не отдельные или разрозненные факты, а их определенная концентрация и конструкция. Факты надо накапливать и систематизировать.

Эффективность доказательства определяется правильным выбором его приемов в соответствии с предметом и характером исследования, особенностями и назначением его результатов.

В обобщенном представлении эффективность доказательства зависит от множества факторов — гносеологических, методологических, социально-психологических, риторических**.** Но наиболее важную роль играют факторы, **отражающие содержание доказательства**.

Тезис или доказываемое положение должны соответствовать правилу точности формулировки, неизменности на всех этапах доказательства. В практике нередко приходится наблюдать подмену тезиса, подмену понятий. Эта ошибка проявляется в том, что выдвинутый в начале доказательства тезис в процессе доказательства заменяется другим. Бывает подмена количественных характеристик тезиса (доказанное относительно части объекта переносится на весь объект), подмена модальности (вероятность выдается за достоверность).

В обеспечении эффективности доказательства необходимо следовать и **правилу истинности аргументов**. Часто встречаются ошибки недоказанного основания. Одной из распространенных ошибок является "круг в доказательстве". Она заключается в замкнутости аргументов, не выходящих на тезис. Принципом, предостерегающим от этих ошибок, является принцип доказательственной независимости аргументов.

Если аргументационная процедура не является логически строгим доказательством, но обеспечивает некоторому суждению определенную степень вероятности, ее называют обоснованием.

2.4.3. Правила составления многозвенной формулы определения понятия

Требование общности в формуле определения понятия в соответствии с логическим законом обратного отношения вступает в противоречие с требованием полноты и частично определенности. **Если в соответствии с требованием общности формула определения понятия должна состоять из минимально возможного числа общих признаков, то в соответствии с требованием полноты она должна включать все возможные существенные признаки предмета понятия. Эти противоречия преодолеваются правилом, по которому формула определения понятия может состоять из нескольких пунктов (так называемая многозвенная, или многопозиционная, формула определения понятия).** При составлении первого пункта формулы определения понятия предпочтение отдается требованию общности, т. е. в этот пункт включается минимальное число обобщенных признаков предмета понятия, совокупность которых, однако, достаточна для характеристики сущности понятия. В остальных пунктах предпочтение отдается требованию полноты. Первый пункт составляется с такими необходимыми общими признаками, чтобы объем понятия выраженный совокупностью этих признаков, охватывал все последующие пункты, но сам первый пункт не зависит от последующих. Таким образом, ***первый пункт формулы определения понятия является главным, самостоятельным, несущим основную смысловую нагрузку и не зависимый от последующих.*** Признаки предмета понятия, включаемые во все следующие за главным пункты формулы определения понятия, должны развивать, конкретизировать и добавлять (но не изменять!) признаки, изложенные в основном пункте формулы определения понятия. Поэтому **все последующие пункты излагаются так, чтобы в них отражалась синтаксическая и**

семантическая подчиненность, зависимость от первого или от предшествующих пунктов формулы определения понятия.

Рассмотрим теперь синтаксический и семантический смысл многозвенной формулы определения понятия. Обычно вновь разрабатываемые понятия формируются по результатам законченной научной или научно-технической работы, которая содержит признаки предметов новых понятий, максимально конкретизированное для реализации образования новых понятий или уточнения существующих. Причем вариант конкретизации зависит от условий и целей работы. Понятия, содержащиеся в работе, могут быть полезны для целой группы предметов, поэтому в первом пункте формулы определения понятия формулируется **обобщенное понятие**, а в последующих — **конкретизированные его варианты**. Часто разработчики понятия стремятся изложить формулу определения понятия так, чтобы она характеризовала один наиболее разработанный и оптимальный, по их мнению, предмет понятия; по существу этот предмет нередко представляет собой только один из вариантов вновь разрабатываемого понятия. Таким образом, ряд связанных в определенной последовательности отличительных признаков, которые изложены в описании понятия, должен быть сформулирован **в такой редакции, чтобы формула определения понятия характеризовала смысл понятия во всех возможных вариантах, точнее — в общем виде и во всех существенных частностях и дополнениях.** Тогда будут выполнены предъявляемые к формуле определения понятия важнейшие и противоположные по своей сущности требования общности и полноты.

Многозвенная формула определения понятия имеет большое информационное значение, так как сущность понятия, выраженная обобщенно в первом пункте формулы определения понятия, не всегда может быть точно понята пользователем. Конкретизация предмета понятия в последующих пунктах имеет серьезное информационное значение. Из изложенного следует также, что нет необходимости записывать в формулу определения понятия дополнительные пункты, характеризующие признаки предмета не на уровне дополнительного понятия. Как правило, во многих случаях к признакам дополнительных пунктов допускается менее строгий подход. Это объясняется тем, что дополнительные пункты не сужают синтаксис и семантику понятия по сравнению с первым.

Связи между пунктами многозвенной формулы определения понятия образуются указанием в начале каждого дополнительного пункта того пункта формулы определения понятия, признак которого развивается или дополняется и которому он непосредственно подчинен, например:

«Понятие объекта по п. 1, отличающееся тем, что...» или «Понятие объекта по п. 2, отличающееся тем, что...».

В дополнительном пункте формулы определения понятия, характеризующей один предмет, во всех случаях под понятием «Понятие объекта по п. 1» подразумевается полное содержание первого пункта формулы определения понятия, т. е. совокупность всех без исключения признаков, приведенных в его ограничительной и отличительной частях.

В первом пункте излагается основная, «скелетная», конструкция, в которой воплощается идея понятия, а во втором пункте приводится одна из модификаций реальной конструкции понятия.

2.4.4. Общие правила составления первого пункта формулы определения понятия или однозвенной формулы определения понятия

Первый пункт формулы определения понятия представляет собой определение предмета совокупностью его существенных признаков.

Для достижения однозначности и лаконичности рекомендуется каждый пункт формулы определения понятия излагать одним предложением без точек с запятыми. Лишь в тех исключительных случаях, когда характеризующих признаков очень много и их трудно изложить одним предложением, допускается отступление от указанного правила.

Первый пункт предмета понятия делится на две основные части словом «отличающийся» («отличающееся», «отличающаяся»). **Первая, доотличительная, часть содержит известные признаки, общие с признаками прототипа, а вторая, отличительная, часть — новые признаки.** Иначе говоря, доотличительная часть формулы определения понятия характеризует известный тип (или разновидность) предмета понятия, к которому относится данное понятие и который совершенствуется данным понятием, а отличительная часть содержит признаки, которые внесены в этот тип предмета понятия.

Обе части характеристики, доотличительная и отличительная, описываются только в сочетании, причем в совокупности всех признаков, которые записаны в характеристике. Доотличительную часть формулы определения понятия можно называть **ограничительной** из тех соображений, что она содержит признаки, расширяющие смысл понятия. **Открывается ограничительная часть всегда именем понятия.**

После слов «...отличающийся тем, что, с целью...» приводится цель разработки (функционирования) понятия.

Требование общности распространяется прежде всего на первый пункт формулы определения понятия, поэтому совершенно недостаточно распределить признаки понятия в зависимости от их существенности по разным пунктам; необходимо, чтобы каждый признак включался в первый пункт формулы определения понятия в максимально обобщенном виде, так чтобы формулировка первого пункта охватывала все возможные частные случаи понятия.

В первый пункт формулы определения понятия не следует включать точное соотношение размеров объектов, точные соотношения применяемых компонентов, точные технические характеристики процесса (температуру, давление) и т. п.; указания о выполнении того или иного предмета из определенного материала, если он может быть сделан из другого материала; дополнительные факультативные признаки понятия, т. е. такие, которые должны быть изложены во втором или последующих пунктах.

Чем больше признаков записано в первый пункт формулы определения понятия, тем подробнее и конкретнее его редакция. Формула определения понятия должна быть составлена так, чтобы не выходить за пределы данного понятия, не охватывать неправомерно уже известное, а относиться к группе предметов, в которой это понятие может быть использовано.

Нельзя обобщать признаки предмета понятия настолько, чтобы формула определения понятия потеряла определенность. Для определенности понятия формула определения понятия не должна допускать произвольных догадок и предположений. **Она должна характеризовать не постановку задачи, не идею, а решение поставленной задачи в виде объекта, схемы технологического процесса и т. п.**

Редакция первого пункта формулы определения понятия не должна позволять обхода формулы возможным исключением какого-либо признака из числа указанных в ней или заменой одного признака другим без дополнительного научного обоснования. По этой же причине нельзя вводить в формулу слова, выражающие не общие, а частные понятия, неправильно ограничивающие объем понятия. Например, вместо слов «привинчен», «припаян» следует применять слова «прикреплен», «соединен» и т. д., выражающие более общие понятия. Термины же, обозначающие частные понятия, следует применять лишь в тех случаях, когда они выражают суть предмета понятия, т. е. в том случае, когда нужно подчеркнуть, например, что предметы не просто скреплены один с другим, а склеены.

Нельзя вносить в формулу определения понятия указание на размеры, если сама сущность понятия не заключается в выборе определенного размера или замене одного материала другим.

Нельзя вводить в формулу определения понятия слова и выражения, вызывающие неопределенное представление, например: «толстый», «холодный», «достаточно легкий», «достаточно прочный», «небольшое количество» и т. п. Однако общепринятые выражения можно вводить в формулу определения понятия, когда ими традиционно характеризуется в той или иной области науки и техники конкретное понятие. Например, «процесс ведут при незначительном нагревании», «слабый раствор кислоты» и т. п. Указания в сравнительной степени, например «более толстый», «более прочный» и др., допускаются, если четко показаны объекты сравнения. Нельзя вводить в формулу определения понятия для характеристики какого-либо элемента слова «специальный», «особенный», «новый». Такие общие слова не дают никакого представления об элементе.

Формула определения понятия должна быть изложена четко, простым и ясным языком, с применением терминов, общепринятых в научно-технической литературе. Термины, эпитеты, марки, условные сокращенные наименования, не имеющие широкого употребления или носящие рекламный характер, например «кран АМЖК», «сплав 5793», «высокопроизводительный ткацкий станок», «сверхпрочный полиэтилен» и т. п., не должны применяться. Общеупотребительные же термины и понятия, например «способ скоростного резания металлов», «жароупорная сталь», «твердый сплав», допустимы. Не следует писать «легкий токарный станок», но общепринятые термины «быстроходный токарный станок» или «легкий сплав» можно применять. **Не рекомендуется использование местных и жаргонных терминов и оборотов.**

Признаки в каждой части формулы определения понятия (ограничительной и отличительной) приводятся в порядке их важности для раскрытия понятийного замысла.

Каждый признак, впервые упоминаемый в формуле определения понятия, вводится в нее при помощи слов «состоит из», «снабжен», «имеется» и т. д. так, чтобы было ясно, введен ли новый признак, или изменена форма известного признака, или установлена новая взаимосвязь признаков.

Нельзя в отличительной части формулы определения понятия конкретизировать признак, если он не был упомянут в ограничительной части.

Следует избегать употребления слова «применен» в формуле определения понятия при характеристике предмета как совокупности признаков, так как это слово свидетельствует не о связи с известными признаками. Не следует употреблять его и в дополнительных пунктах формулы определения понятия.

2.4.5. Структура первого пункта формулы определения понятия или однозвенной формулы

Первый пункт формулы определения понятия состоит из **имени понятия, ограничительной части, цели понятия и отличительной части.**

Имя понятия — это имя того предмета, для которого разрабатывается понятие, характеризующее узкую научную область, где используется понятие.

Имя понятия должно удовлетворять следующим требованиям.

1. Являться родовым признаком по отношению к остальным существенным признакам, составляющим формулу определения понятия. Например, имя понятия «Контейнер для хранения источников гамма-излучений» находится в родовидовом отношении к признакам, указанным в формуле определения понятия (корпусу, разгрузочной трубке, центральному барабану, крышке и т. п.).
2. Быть общим для прототипа и предложения.
3. Вписываться в рубрику Международной классификации понятий.
4. Должно отвечать сущности понятия. Нельзя называть понятия «Процесс...», если оно касается объекта или вещества, и наоборот. При несовпадении имени и содержания формула определения понятия часто становится двусмысленной и создает трудности в определении объема понятия.
5. Точно соответствовать объему понятия. Например, если все отличительные признаки понятия относятся только к одному понятию «узел», то формировать понятие необходимо на этот узел, назвав понятие наименованием этого узла.

Например, совершенно правильно понятие названо «Радиационная головка аппарата для лучевой терапии», а не «Аппарат для лучевой терапии», так как понятие и, следовательно, все признаки формулы определения понятия относятся к одному узлу аппарата — радиационной головке.

Имя понятия может включать ограничительные определения предмета, если понятия относится к ограниченному кругу тех предметов, которые определяются общим термином.

Например, «Защитный транспортный контейнер», а не «Контейнер».

6. Должно минимальным числом слов определять общее назначение и тип предмета разрабатываемого понятия, т. е. имя должно представлять собой общее определение предмета понятия: машины, прибора, сооружения, конструктивного элемента, вещества, технологического процесса и при этом быть терминологическим или описательным. Терминологическое имя более предпочтительно. Например, лучше назвать «Тележка», чем «Устройство для перевозки грузов», название «Автопогрузчик» лучше, чем «Устройство для погрузки» и т. д.

Совершенно неудовлетворительным представляется имя понятия «Установка с источником гамма-излучения ^{60}Co». Это и не терминологическое, и не описательное название. Оно говорит о том, что установка содержит какую-то часть (источник гамма-излучения), и эта часть конкретизирована (^{60}Co). Не говоря уже о том, что такая конкретизация значительно снижает объем понятия (почему кобальтовый источник, а не любой другой, например цезиевый?), имя понятия через целое и часть не дает ему возможности быть родовым признаком по отношению ко всем остальным признакам. Поэтому формула определения понятия оказывается составлена не по логическим правилам определения предмета. Правильным было бы одно из следующих названий: терминологическое — «Радиационная установка», описательное — «Установка для облучения».

7. Должно быть общеупотребительным, не содержать специальных, условных или сокращенных названий. Применяемые термины должны носить общепринятый в нучной литературе характер. Неудачно, например, названо понятие «Устройство для работы с закрытыми радиоактивными препаратами». Термин «закрытый радиоактивный препарат» не употребляется в атомной технике. Остается только гадать, что имели в виду авторы описания: герметично упакованный радиоактивный препарат, радиоактивный препарат без пылеотделения или радиоактивный препарат, находящийся в защитном транспортном контейнере? Даже после изучения описания понятия эта неопределенность не проясняется.

Совершенно излишне включать в имя понятия слова «конструкция», «схема», например «конструкция манипулятора», «схема радиоприемника» и т. д.

Имя должно излагаться в единственном числе: «Радиационная установка», «Защитный транспортный контейнер» и т. д. Множественное число для имен понятий следует применять лишь тогда, когда этого нельзя избежать по правилам русского языка: «Защитные откатные ворота» и т. д.

Имя должно характеризовать, как правило, видимый предмет или видимый технологический процесс. Следует избегать включения в название цели понятия в виде технического, физического, биологического эффекта, например, нежелательно писать «Объект для повышения устойчивости деформаций штока гидравлического плунжера». Лучше написать «Гидравлический плунжер».

8. Должно быть предельно кратким и конкретным, соответствующим сущности понятия. Этому требованию не отвечает понятие, которое названо «Терапевтическое средство для подвижного облучения рентгеновскими гамма-лучами и другими видами проникающего излучения». Абсолютно не конкретно названо понятие «Пневматическое управляющее средство». Управляющее чем? Из описания понятия можно уяснить, что это управляющее средство можно использовать лишь при транспортировке шарообразной радиоактивной ампулы из места хранения к месту просвечивания, т. е. для вполне конкретных утилитарных целей. Давать широкое и неопределенное название объекта, приспособленного для столь узких целей, — неправомерно.

9. Должно использовать повествовательную без инверсий очередность слов. Например, «Поршневой насос», а не «Насос поршневой», «Транспортный защитный контейнер», а не «Контейнер защитный транспортный» и т. д.

10. При описательном названии понятия должно включать частицу «для». Необходимо писать, например, «Средство для перемешивания», а не «Средство перемешивания».

11. Имя дополнительного понятия должно в точности соответствовать основному.

12. Недопустимо указывать в имени отличительные признаки предмета понятия.

Ограничительная часть открывается именем понятия, которое может быть конкретизировано, но лишь за счет терминов, размещаемых вслед за собственно именем понятия. **Непосредственно после конкретизированного имени в первый пункт формулы определения понятия включают совокупность существенных признаков, общих для предложения и прототипа.** Эта совокупность описывается в формуле определения понятия во взаимосвязи и вводится в нее при помощи слов «содержащий», «включающий», «включающее», «состоящий», «методом», «на основе», «вводят», «берут» и т. п. Выражения «включающий» и «содержащий» в ограничительной части указывают, что помимо существенных признаков, перечисленных в формуле определения понятия, предмет понятия имеет другие признаки, которые не упомянуты в формуле определения понятия. При использовании в ограничитечьной части таких выражений, как «состоящий из» или «составленный из», предполагается, что предмет понятия характеризуется только совокупностью признаков, которая перечислена в формуле определения понятия.

В ограничительной части первого пункта формулы определения понятия не обязательно указывать все признаки предмета понятия, общие для прототипа и предложения. Иногда бывает достаточно указать существенные признаки, взаимосвязанные с новыми признаками предложения, и существенные признаки, без которых данное понятие не может быть использовано, а признаки, не взаимосвязанные с новыми признаками и очевидные для данного предмета понятия, можно опустить. При этом чем известнее предмет понятия, тем больше признаков можно опустить, если они не связаны с новыми.

В ограничительной части формулы определения понятия не допускается указание на признаки, общие с несколькими прототипами или с так называемым сборным прототипом. Не рекомендуется также вводить в ограничительную часть формулы определения понятия качественные характеристики или пояснения к принципу действия объекта или физическим принципам, положенным в основу процесса, и т. д.

Нередко допускается ошибка, которая заключается в том, что в доотличительной части формулы определения понятия отмечаются признаки прототипа, не являющиеся фактически признаками формулируемого определения понятия. Например, включаются такие элементы прототипа, которые были исключены из него благодаря новым, отличительным особенностям предмета понятия или прямо заменены новыми особенностями. В таком случае формула определения понятия не будет соответствовать предмету понятия.

Если понятие не имеет прототипа более близкого, чем тот, который характеризуется самим наименованием понятия, или если сущность понятия может быть использована в нескольких прототипах, общим признаком которых является только наименование, то в формуле определения понятия ограничительная часть может отсутствовать, т. е. она будет представлена самим наименованием понятия. Это, однако, вовсе не означает пионерское понятие, так как само название в большинстве случаев и характеризует собой прототип, например «Рентгеновский аппарат».

Цель понятия формулируется за ограничительной частью формулы определения понятия после слов «отличающийся (отличающаяся, отличающееся) тем, что...». Она указывает на эффект, который может быть получен в результате использования понятия. Этот эффект должен содержать указание на новое свойство (или свойства) предмета, которое причинно обусловлено всей совокупностью существенных признаков, включенных в формулу определения понятия.

Указание на эффект в формуле определения понятия обосновывает существенность отличий предложения и правомерность разработки понятия.

Однако, хотя это целесообразно для понимания смысла понятия и оценки его уровня, указание на цель не влияет на объем понятия.

Поскольку указание цели в формуле определения понятия, принятой в науке, имеет значение обоснования понятия, следует стремиться как можно лучше оправдать это значение, насколько позволяет лаконичность формулы определения понятия. Во многих случаях достичь этого бывает весьма трудно, **поэтому следует записывать цель понятия в формуле определения понятия в виде непосредственного технического, физического, химического или другого результата, используемого в понятии**: «с целью разгрузки вала от изгибающих моментов», «с целью исключения коррозии», «для достижения газонепроницаемости» и т. д.

Если подробного указания первопричины полезности окажется недостаточно, можно это указание развить: «с целью разгрузки вала от изгибающих моментов для снижения веса его».

Указание цели в формуле определения понятия необходимо для обоснования целесообразности понятия, поэтому не следует характеризовать цель разработки понятия общими словами, не отражающими новых функциональных или технологических свойств предмета. Например, не рекомендуется употреблять выражения «с целью улучшения конструкции», «с целью совершенствования процесса», «с целью повышения качества продукции» и т. п. ***Цель понятия как можно более четко должна раскрывать сущест-венные отличия опредмета***. Ее следует излагать лаконично. Указание на цель понятия не вводится в формулу определения понятия в тех случаях, когда само имя содержит целевую установку, например «Процесс повышения четкости изображения». В данном случае цель понятия сформулирована в самом наименовании.

Отличительная часть первого пункта формулы определения понятия приводится после изложения цели понятия. В отличительной части характеризуются существенные отличия предмета понятия. Эти отличия излагаются во взаимосвязи и связи с существенными признаками ограничительной части. При этом недопустимо указание на какую-либо связь нового признака с известным, если этот известный признак не отражен в ограничительной части первого пункта формулы определения понятия. В отличительной части первого пункта формулы определения понятия содержатся новые существенные признаки предмета понятия, отличающие его от прототипа, которые в совокупности с признаками, приведенными в ограничительной части формулы определения понятия, необходимы и достаточны для решения задачи с достижением цели понятия.

Существенные отличия понятия должны характеризоваться в отличительной части формулы определения понятия не постановкой задачи, а конкретными средствами ее решения. Например, нельзя, определяя в понятии существенную новизну конструкции самолета, в отличительной части формулы определения понятия указывать, что крыло имеет профиль, который уменьшает сопротивление воздушному потоку. В данном случае необходимо дать конкретную форму профиля крыла, с помощью которого достигнут требуемый эффект.

Пример.

«Винтовой конвейер, содержащий грузовые тележки, каждая из которых несет платформу, взаимодействующую с приводным винтом, отличающийся тем, что, с целью обеспечения возможности транспортирования грузов по лабиринтной трассе с перпендикулярными поворотами, винт каждого прямолинейного участка трассы снабжен свободно перемещающейся по нему гайкой с выступом, входящим соответственно в один из перпендикулярно расположенных пазов платформы грузовой тележки.»

В этой формуле определения понятия каждый отличительный признак связан или с другим новым признаком, или с уже упомянутым признаком ограничительной части.

2.4.6. Структура дополнительных пунктов формулы определения понятия

Как уже указывалось, дополнительные (зависимые) пункты характеризуют различные конкретные формы формирования предмета понятия (обычно оптимальные) и содержат признаки, которые развивают и уточняют признаки первого пункта.

Признаки, приведенные в дополнительных пунктах, развивают и конкретизируют как новые существенные признаки понятия, указанные после слова «отличающийся» в первом пункте формулы определения понятия, так и известные, включенные в ограничительную часть. Развитие признаков понятия ограничительной части допустимо при условии, если модификации понятия, охарактеризованные с привлечением этих признаков, могут использоваться только в совокупности с новыми существенными признаками предмета понятия.

Таким образом, в дополнительных пунктах многозвенной формулы определения понятия определяются понятия, подчиненные понятию предмета понятия в первом пункте. Это означает, что дополнительные пункты не расширяют объем понятия, а лишь раскрывают его.

Ограничительная часть дополнительного пункта формулы определения понятия состоит из имени понятия, часто укороченного до одного или двух первых слов и ссылки на первый или предыдущие дополнительные пункты. Например «Объект по п. 1» или «Процесс по п. 1 и 2».

Указание на цель понятия не обязательно. Оно проставляется, если цель введения новых признаков в дополнительный пункт отличается от цели, которую решает предмет понятия, изложенный в главном пункте.

Отличительная часть начинается словом «отличающийся» (отличающаяся, отличающееся), вслед за которым, если цель не указывается, приводится новая совокупность признаков, характеризующих дополнительное понятия.

Пример.

«1. Средство для радиационно-химических исследований в газовой, паровой и жидкой фазах, состоящее из последовательно соединенных пульта питания, коммуникационных труб, реакционной зоны и пульта управления и регистрации, отличающееся тем, что, с целью повышения точности и воспроизводимости проведения экспериментов при высоких давлениях и температурах, на отводящей трубе установлен регулятор давления «до себя».

2. Средство по п. 1, отличающееся тем, что коммуникационные трубы выполнены токопроводящими и на концах их установлены электроизолирующие разъемы.»

2.4.7. Формула определения дополнительного понятия

Формула определения дополнительного понятия включает в себя:

- название дополнительного понятия, которое берется из формулы определения основного понятия;

- ссылку на описание основного понятия вместо перечисления ограничительных признаков. Это возможно, потому что все признаки основного понятия обязательно должны быть включены в ограничительную часть формулы определения понятия дополнительного понятия;

- характеристику цели понятия, соответствующую тому совершенствованию, которое вносится в основное понятие;
- существенные отличительные признаки, которые привносятся для совершенствования основного понятия.

Если понятие совершенствует более раннее понятие, являющееся в свою очередь совершенствованием еще более раннего, то в формуле определения понятия указывается имя понятия того понятия, которое непосредственно совершенствуется данным.

Таким образом, правила составления формулы определения дополнительного понятия почти не отличаются от правил составления второго и последующих пунктов многозвенной формулы определения понятия. Различие заключается лишь в том, что в зависимом понятии вместо ссылки на первый или предыдущий пункт в многозвенной формуле определения понятия дается ссылка на понятие, так как дополнительные пункты в многозвенной формуле определения понятия по существу и характеризуют собой дополнительные понятия.

2.4.8. Особенности составления формулы определения понятия на различные предметы понятия

Особенности составления формулы определения понятия на объект. В формуле определения понятия-объекта (объектного понятия) признаки объекта понятия отражаются в статическом, а не динамическом состоянии. Поэтому **в формуле определения понятия не должно быть глаголов изъявительного наклонения, выражающих незавершенное действие.**

Пример.

«Буровое дисковое долото, включающее лапы и два смонтированных на оси с помощью подшипников качения и смещенных по отношению друг к другу диска, отличающееся тем, что, с целью повышения стойкости долота, внутренняя обойма каждого периферийного подшипника выполнена в виде замковой втулки, закрепленной неподвижно на оси.»

Формула определения понятия-объекта должна характеризовать объект понятия **не эффектами, а признаками понятия**, так как эффекты являются лишь следствием признаков понятия и находят свое отражение в изложении цели понятия.

Когда в формуле определения понятия-объекта признаки понятия характеризуют не конкретное выполнение элементов или объекта в целом, а лишь наличие элементов и связи между ними, его изображают в виде схемы, в которой реальные элементы представлены в виде общепринятых условных обозначений, а связи между элементами — в виде соединительных линий.

Схемные изображения объекта понятия подразделяются на виды и типы.

В зависимости от видов элементов и связей, характеризующих объект, схемы подразделяются на следующие виды: **электрические, гидравлические, пневматические, оптические, комбинированные.**

А в зависимости от специфичности характеристики объекта понятия, схемы подразделяются на следующие типы: **функциональные, структурные, принципиальные (полные, развернутые), общие схемы, схемы соединений (монтажные), схемы подключения, схемы расположения.** Один и тот же объект может быть представлен одновременно несколькими схемами различных видов и (или) различных типов. Например, объект, в состав которого входят элементы и связи разных видов, характеризуемый с какой-то одной точки зрения, может быть изображен в нескольких схемах соответствующих видов одного типа (схема электрическая принципиальная и схема гидравлическая принципиальная). Этот объект может быть изображен в виде комбинированной схемы, содержащей элементы и связи разных видов (схема электрогидравлическая принципиальная). А объект, состоящий из элементов и связей одного вида, но характеризуемый с различных точек зрения, может быть изображен в одном графическом документе несколькими схемами этого вида, но различных типов, например схема электрическая принципиальная и схема электрическая монтажная.

Особенности составления формулы определения понятия на процесс. В формуле определения понятия на процесс **признаки предмета понятия, представляющие собой перечень и последовательность операций, отражаются при помощи глаголов действительного залога, изъявительного наклонения, стоящих в настоящем времени, третьем лице множественного числа.**

Если операция в процессе может быть выполнена разными способами и выбор способа проведения операции совершенно не влияет ни на конечный эффект, ни на трудоемкость проведения процесса, то допустимо привести лишь наименование этой операции и указать, что ее можно провести любым известным способом. Такая характеристика возможна в виде исключения только в том случае, если режимы проведения операции общеизвестны для аналогичных процессов.

Особенности составления формулы определения понятия на вещество, полученное нехимическим способом. Если свойства вещества, полученного нехимическим способом определяются только качественным составом ингредиентов, то в первый пункт формулы определения понятия включают только совокупность известных и новых ингредиентов, составляющих вещество, без указаний на их количественное соотношение. Если свойства вещества определяются как качественным, так и количественным составом, то формула определения понятия, характеризующая такие вещества, как сплав, стекло, керамика, цемент, пластическая масса, клей, паста, раствор, бетонная смесь, шихта, замазка и т. п., должна содержать в первом пункте в качестве существенных признаков собственно ингредиенты и их количественное соотношение. При этом количественное содержание каждого ингредиента следует выражать в любых единицах двумя числами, характеризующими пределы содержания. Не допускается указание количества неопределенным числом, например: до 15%, около 5%; примерно 8,2%, не более 2% и т. п. Подобное описание возможно лишь для указания содержания вредных примесей, которое должно не превышать определенного предела для конкретного овеществленного объекта. Это указание дается не в формуле определения, а в описании понятия.

Второй и последующие пункты формулы определения понятия могут содержать уточнения количественного содержания ингредиентов для характеристики, например, оптимального их количества.

Не допускается выражение суммарного количественного содержания двух и более ингредиентов вещества, если не указано содержание каждого из этих ингредиентов в составе данного вещества.

Особенности составления формулы определения понятия на вещество, полученное химическим способом. При составлении формулы определения понятия на химическое вещество следует придерживаться следующих принципов:

1. Первый пункт формулы определения не делится на ограничительную и отличительную части и должен содержать наименование соединения по одной из принятых в химии номенклатур и его химическую структурную формулу (химическую природу) с указанием значений радикалов.

В случае, когда новое соединение (группа соединений, описываемая одной общей структурной формулой) имеет структуру, не относящуюся ни к одной из известных в химии структур, необходимыми и достаточными признаками, характеризующими это соединение, являются название соединения и его структурная формула, так как решенная исследователем задача, состоящая в синтезе нового соединения неизвестной структуры, достаточно широка и требует формирования новых понятий.

Когда новое соединение (группа соединений) имеет структуру, относящуюся к известной группе (ряду) химических соединений, необходимым и достаточным признаком первого пункта формулы определения является, кроме наименования соединения и его структурной формулы, также назначение такого соединения, обусловленное либо не закономерными для данной структуры, либо неожиданно усиленными известными для этой структуры свойствами.

В этом случае исследователь решил более узкую задачу синтеза соединения принципиально известной структуры с известными свойствами, обусловливающими новое назначение известного ряда соединений.

2. Когда структурная формула описывает ряд, группу соединений, получаемых одним способом и проявляющих одинаковые свойства, имя должно излагаться во множественном числе, например: «Производные формазанов...», для охвата всего объема понятия, когда этот объем подтвержден примерами.

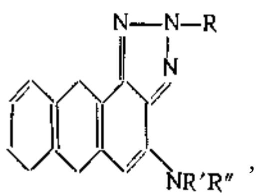
3. Имя понятия должно содержать, кроме названия соединения, также его конкретное назначение, поскольку назначение относится к существенным признакам первого пункта формулы определения понятия.

4. При условии, что способ получения химического соединения характеризуется новой совокупностью существенных признаков, его следует включать во второй или один из последующих пунктов формулы определения и в имя понятия, например: «Аминопроизводные антрахинонтриазолов для крашения искусственных полиамидных волокон и способ их получения».

Итак, формула определения понятия на химическое вещество имеет свои особенности. Она составляется без разграничения на ограничительную и отличительную части. Приведем пример формулы определения понятия на химическое вещество.

Пример.

«1. Аминопроизводные антрахинонтриазолов общей формулы:



где R — арил, содержащий различные заместители, например алкил-, галоид-, нитро-, сульфо-, карбокси-, алкокси-группы; R' и R''—водо-

род, алкил, аралкил; NR' = R'' входит в состав гетероцикла для крашения искусственных полиамидных волокон.
2. Процесс получения соединений по п. 1, отличающийся тем, что производные антрахинонтриазолов обрабатывают амином формулы R'R''NH в среде органического растворителя, например диметилформамида, при температуре от 50 до 200° C ».

2.4.9. Использование функциональных признаков в формуле определения понятия для характеристики предметов понятий

Как указывалось, в первый пункт формулы определения понятия включается как можно меньше максимально обобщенных признаков предмета понятия, совокупность которых, однако, достаточна для характеристики сущности понятия.

В некоторых случаях можно добиться предельной степени обобщения признака использованием вместо него любого другого признака, выполняющего ту же функцию, поскольку свойства предмета понятия, понятийный уровень решения совершенно **не зависят от формы признака, а только от выполняемой им функции.** В этом случае признак можно характеризовать посредством выполняемой им функции. Такие ***признаки, которые характеризуются не по конкретной форме выполнения, а лишь по их функциональному назначению, называются <u>функциональными признаками</u>***. В этом случае в формуле определения понятия структурные признаки выражаются при помощи словосочетании «механизм..., осуществляющий определенную функцию,» например: «механизм для подъема источника излучения»; «средство для...», например: «средство для передачи вращательного движения»; «приспособление для...» и т. п.

К функциональным признакам не относят терминологические признаки, такие, как привод, облучатель, захват и т. п., поскольку под такими признаками подразумевают определенный в общем виде тип вполне конкретных известных элементов. Не относятся к функциональным признакам и такие, как, например, «кран поворотный на 360°», так как в этом случае подразумеваются определенные конструктивные признаки, дающие возможность крану поворачиваться на 360°, а не функциональные.

К функциональному признаку предъявляются следующие требования.

1. Форма выполнения функционального признака никак не влияет на предмет понятия, понятийный уровень решения.
2. Функциональный признак представляет собой предельное обобщение нескольких конкретных форм воплощения при помощи признаков I, II и III групп.
3. Разработчику понятия совершенно ясно, какие конкретные средства и в какой форме могут быть использованы для реализации функционального признака в предложенном понятии.
4. Как правило, функциональный признак используется по своему известному назначению. Если же назначение функционального признака ново, то конкретная форма выполнения функционального элемента предложенного понятия обязательно раскрывается в последующих пунктах формулы определения понятия.
5. Если функциональный признак находится в отличительной части формулы определения понятия, то одно только его наличие в сочетании с другими признаками, а не конкретные формы его выполнения, обеспечивает существенные отличия понятию.

Но, поскольку границы понимания функциональности признака условны и не столь определенны, использование в формуле определения понятия функциональных признаков часто служит предметом разногласий между разработчиком понятия и рецензентом этого понятия, требующим конкретизировать характеристику внешними, видимыми признаками. Критика содержания понятия часто мотивируется тем, что представленная формула определения понятия неопределенна, что характеристика понятия не решает научно-технической задачи. Включать же в основной пункт формулы определения понятия конкретные решения признака, приведенные в виде примеров в описании или предусмотренные в последующих пунктах, нежелательно для разработчика понятия, так как эти решения не исчерпывают всех возможных вариантов понятия, и формула определения понятия с такими признаками будет недостаточно широкой. Возможность или невозможность исполнения функционального признака специалистом тоже не всегда определяется объективно или с достаточной бесспорностью. Иначе говоря, оценка возможности применения того или иного функционального признака в формуле определения понятия субъективна. Нельзя предвидеть мнение рецензента понятия по каждому частному вопросу, поскольку практика отношения к функциональным признакам различна в разных областях науки и техники и даже у разных рецензентов понятия одной и той же области науки и техники. Поэтому, если составить достаточно широкую формулу определения понятия без этих признаков не представляется возможным, следует основной, главный, пункт формулы определения понятия изложить с использованием функциональных признаков, а второй и последующие пункты представить в более конкретном выражении.

Использованию функциональных признаков для характеристики предмета понятия не придается должного значения. Как правило, эти признаки используются лишь в крайнем случае, когда без них невозможно обойтись. А между тем ***функциональный признак — это мощное средство выражения понятийной идеи***. И дело здесь не только в том, что использование этих признаков позволяет сформулировать предмет понятия в наиболее общем виде (хотя это тоже очень важно для научного значения формулы определения понятия). **Каждое понятие — новое продвижение по пути научно-технического прогресса, и формула определения понятия должна показывать это.** Поэтому она должна описывать не частный случай воплощения понятийной идеи, а воплощение ее в общем виде. Для этих целей иногда без функциональных признаков не обойтись. ***В этом большое научно-техническое значение функциональных признаков, они помогают нам понять и осознать сущность понятийной идеи, значение каждого понятия, его место в научно-техническом прогрессе.*** Естественно, из этого не следует, что функциональные признаки нужно применять везде. Их использование допустимо только тогда, когда они удовлетворяют указанным выше пяти требованиям.

Недостаточно широкое использование функциональных признаков в формуле определения понятия приводит к тому, что формулы определения некоторых понятий характеризуются частными признаками и, следовательно, информируют научно-технический мир о создании в какой-то мере утилитарного, частного, хотя и нового, передового научно-технического решения.

Если формула определения понятия выражена частными признаками, то случается, что такое понятие проходит незамеченным, используется только в месте его разработки и не оказывает того влияния на научно-технический прогресс, которое оно могло бы оказать, если бы было образовано в более общих выражениях. Это происходит потому, что частное понятие легко использовать только в тех конкретных условиях, для которых оно разрабатывалось, а таких конкретных условий в другом месте может и не быть. **Перейти от одного частного понятия к другому можно только через общее решение, но для этого уже требуется научное творчество.** Вот и получается, что если в двух разных местах, каждое из которых имеет свои специфические условия, имеется необходимость в решении какой-то научно-технической задачи и эта задача решена в одном из этих мест на уровне разработки нового понятия, но выражена в формуле определения частными признаками применительно к своему случаю, то информационное значение такой формулы определения понятия может оказаться недостаточным, и в другом месте могут не заметить, что решена по сути дела стоящая перед ними задача, только выражена она в другом варианте. Если бы решение этой задачи было выражено в более общем виде, то применять его к частному, конкретному, случаю было бы делом простым, не требующим научного творчества. Отсюда видно, **насколько велико информационное значение функциональных признаков при использовании их в формуле определения понятия.**

При решении научно-технической задачи, необходимость в которой назрела, редко бывает так, что вместе с общим решением исследователь сразу дает и оптимальное частное решение. И не всегда исследователь, решивший общую задачу, способен найти ее лучшее частное воплощение. Анализ понятия показывает, что если в формуле определения понятия отражено общее решение, то скоро будет образован ряд ценных понятий, конкретизирующих это решение применительно к разным целям. Если решена какая-то проблема и в формуле определения понятия отражено частное решение, то появление «свиты» у этого понятия происходит намного медленнее.

Итак, **необходимо шире использовать функциональные признаки при формулировке предмета понятия, что поможет отражать воплощение научной идеи в более общем виде.** Что же препятствует использованию функциональных признаков в формуле определения понятия? Такими препятствиями являются **две причины**:

1) использование функциональных признаков в формуле определения понятия значительно увеличивает объем понятия, и это якобы перекрывает дальнейшее научное творчество по данной проблеме;

2) при помощи функциональных признаков зачастую не удается выразить научно-техническое решение, которое можно было бы осуществить без дальнейшего научного творчества.

Использование функциональных признаков в формуле определения понятия не только не препятствует развитию научного творчества, а, наоборот, способствует ему, так как помогает сформулировать сущность понятия в общем виде и тем самым дает идею для новых понятия.

О второй причине уже говорилось. Функциональный признак может быть использован в формуле определения понятия, если без дополнительного научного творчества совершенно ясно, какие конкретные средства и в какой форме могут быть использованы для его реализации. Эти формы выполнения функционального признака могут быть или общеизвестны, или вытекать из характеристики самого функционального признака, или быть описаны в дополнительных пунктах формулы определения понятия. В противном случае это не функциональный признак, а попытка охарактеризовать предмет понятия достигнутым эффектом.

2.4.10. Отражение в формуле определения понятия альтернативных признаков

При составлении формулы определения понятия разработчик понятия нередко сталкивается с возможностью использования различных элементов для характеристики одного признака понятия в формуле определения понятия без какого-либо ущерба для понимания понятия. Это возможно, если различные элементы могут взаимно заменять друг друга в научно-техническом решении, так как являются эквивалентами. Чаще всего с этим приходится сталкиваться при получении химических веществ, когда приходится характеризовать сами вещества или процессы их получения, используя для этих целей различные компоненты реакции: растворители, восстановители, окислители, катализаторы, а также различные значения радикалов одной структурной формулы. Если, стремясь к однозначности формулы определения понятия, при характеристике подобного признака указывать только один из возможных для его осуществления элементов, то неоправданно сужаются объем понятия, так как создаются предпосылки для обхода формулы определения понятия без дополнительного научного творчества заменой такого элемента эквивалентным.

Кроме того, включение в разрабатываемое понятие только одного элемента из нескольких возможных может дать рецензенту повод для вынесения отрицательной рецензии на том основании, что разработанное понятие якобы не выполнено на достаточном научном уровне разработки понятий, так как один из описанных новых существенных признаков с достаточной очевидностью можно заменить на другой с достижением того же научного эффекта. **Чтобы искусственно не сужать объем понятия, необходимо в формуле определения понятия охарактеризовать все элементы признака. Такие признаки называют *альтернативными.*** Правомерность введения альтернативных признаков в формулу определения понятия в свое время подвергалось сомнению: считали, что альтернативные признаки, предполагая альтернативность понятия, т. е. наличие нескольких видоизмененных понятий в первом пункте формулы определения понятия, приводит к нарушению единства понятия.

Однако более глубокое исследование вопроса показало ложность этого мнения. В действительности при использовании в первом пункте формулы определения понятия нескольких альтернативных признаков понятие остается одно и единство понятия не изменяется. Это подтверждается и тем обстоятельством, что введение альтернативных признаков не сужает, как это всегда происходит при нарушении единства понятия, а, наоборот, расширяет объем понятия. Объем понятия по формуле определения с несколькими признаками, связанными союзом «или», равен сумме объемов понятия по нескольким формулам определения, включающим эти признаки по отдельности.

Способы выражения альтернативных признаков в формуле определения понятия можно свести к следующим.

1. Если подлежащие включению в формулу определения понятия альтернативные признаки, будучи научными или техническими эквивалентами, входят в объем обобщающего их родового понятия, то в формулу определения понятия должен быть внесен признак, определяемый этим родовым понятием, с последующим приведением указанных эквивалентов со словом «например» и перечислением их через союз «или».

Пример.

«..2. Процесс по п. 1, отличающийся тем, что в качестве десульфирующих соединений используют соли или окислы тяжелых металлов или окислители, например перекись водорода или натрия, азотистую кислоту.»

Во втором пункте формулы определения понятия определено родовое понятие — окислители — для альтернативных признаков перекиси водорода или натрия, которые вводятся в формулу определения понятия при помощи слова «например».

Следует отметить, что если в понятии возможно обобщение альтернативных признаков, то иногда при небольшом их числе альтернативы вообще можно избежать включением обобщающего признака в первый пункт формулы определения понятия, а альтернативных — в последующие.

2. Если подлежащие включению в формулу определения понятия альтернативные признаки не могут быть обобщены из-за того, что такое обобщение неправомерно или не приводит к достижению поставленной цели, то они могут быть включены в формулу определения понятия при помощи союза «или», если являются эквивалентами.

Пример.

«Процесс получения лекарственного средства из иловых грязей материковых озер путем экстракции с последующим отгоном растворителя и стерилизации, отличающийся тем, что, с целью повышения биологической активности целевого продукта, экстракцию проводят смесью этилового спирта и диэтилового эфира в соотношении 1 : 5 или смесью этилового спирта и дихлорэтана в том же соотношении.»

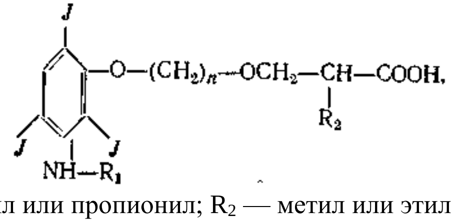
3. Если подлежащие включению в формулу определения понятия альтернативные признаки не могут быть обобщены и настолько многочисленны, что многократное использование союза «или» при введении их в формулу определения понятия приводит к чрезмерному ее усложнению, то в этом случае для введения альтернативных эквивалентных признаков в формулу определения понятия следует воспользоваться выражением, при котором альтернативные эквивалентные признаки вводятся в формулу определения понятия простым перечислением вслед за словами: «выбранное из группы, содержащей...» или «выбранного из ряда, состоящего из...».

Пример.

«Процесс получения полимеров акриловых и метакриловых соединений путем полимеризации соответствующих мономеров или их смесей в присутствии катализатора, отличающийся тем, что, с целью упрощения и интенсификации технологического процесса, в качестве катализатора применяют оловоорганическое соединение, выбранное из группы, состоящей из оловоорганических галогенидов, содержащих станкоксановую связь, и солей двухвалентного олова и органических кислот.»

4. Если альтернативные признаки являются конкретными заместителями радикалов группы химических соединений, описываемых одной структурной формулой, и все представители этой группы (с указанными заместителями как альтернативой) могут быть получены способами-аналогами и проявляют одинаковые свойства, определяющие их одинаковое назначение, то они в формулу определения понятия вводятся при помощи союза «или».

Пример. «3-[(3-ациламино-2,4,6-трииодфенокси)-алкокси]-2-алкилпропионовая кислота общей формулы



где R1 — ацетил или пропионил; R_2 — метил или этил; *n* — целые числа 2, 3 или 4.»

5. Не допускается включение в формулу определения понятия альтернативных признаков, если:

а) альтернативные признаки, выражающие конкретные эквиваленты, явно сужают границы понятия, т. е. не исчерпывают научных средств, возможных для решения данной задачи;

б) альтернативные признаки являются по существу эквивалентными, но один из них выражен абстрактным понятием, например «машина или подобное средство», так как под последним можно подразумевать какое угодно средство, что неправомерно расширяет объем понятия.

Разделительный логический союз «или» имеет два значения: соединительно-разделительное и исключающе-разделительное.

Союз «или» имеет соединительно-разделительное значение, если связанные им признаки не исключают друг друга, т. е. существуют в объекте одновременно. Например, если в рассмотренном процессе для очистки газа могут одновременно применяться все указанные вещества, то союз «или» имеет в данной формуле понятия соединительно-разделительное значение. **Если же использование одного вещества исключает другое, союз «или» применяется как исключающе-разделительдый.** В зависимости от значения этого союза объем понятия, выраженный формулой определения понятия, может быть шире или уже. Чтобы исключить неточность в толковании объема понятия по формуле определения понятия, содержащей альтернативные признаки, целесообразно для выражения соединительно-разделительной связи использовать сложный союз «и (или)», а для исключающе-разделительной — союз «или».

2.4.11. Отражение в формуле определения понятия математических зависимостей

Следует сказать, что введение математических зависимостей в первый пункт формулы определения понятия снижает ее значение, поскольку, во-первых, на практике трудно убедиться, что используется именно записанная в формуле определения понятия зависимость, а не другая; во-вторых, можно применить другие математические зависимости и обойти формулу определения понятия. Поэтому следует составлять первый пункт формулы определения понятия без использования математических зависимостей, которые могут быть отражены в дополнительных пунктах формулы определения понятия.

Однако иногда новые понятия, разработанные с использованием глубоких теоретических исследований и отвечающие принятым критериям научной новизны, не могут быть охарактеризованы без использования математических формул, так как их существенные отличия заключаются в новых математических зависимостях между параметрами изучаемого объекта. В принципе расчетная формула может быть включена в формулу определения понятия, если она является не единственным отличительным признаком понятия, а непосредственно связана с другим (или другими) отличительным признаком. **Под <u>расчетной формулой</u> понимается выражение в виде уравнения или неравенства, служащее для расчета какой-либо искомой конкретной величины, получаемой одноразовой подстановкой соответствующих величин в правую или левую часть уравнения или неравенства.**

Математические зависимости в формуле определения понятия должны использоваться для выражения реальных признаков субъекта. Например, если субъект понятия — объект, с помощью математических зависимостей можно описывать форму выполнения его отдельного элемента или объекта в целом, соотношение размеров, а в отдельных случаях и абсолютные размеры его элементов.

Во всех случаях символы и обозначения, входящие в математическую зависимость, должны быть расшифрованы в формуле, как это сделано в приведенных ниже примерах.

Иногда при характеристике процесса контроля, измерения и т. п. в формуле определения понятия используют математические зависимости, определяющие методы расчета как конечную операцию процесса. Если эта расчетная операция — единственная отличительная особенность процесса, он не может быть признан понятием, толкующем его однозначно. Если же расчетная операция, характеризуемая определенной математической зависимостью, — не единственная отличительная особенность процесса, указанная математическая зависимость может быть введена в формулу определения понятия для более полной характеристики процесса как законченной последовательности операций.

Пример.

«Криостат.

Криостат, состоящий из сосуда Дьюара, заполненного хладагентом и опущенного в сосуд хвостовика, соединенного с экспериментальной камерой в виде обоймы с образцами, отличающийся тем, что, с целью получения линейной зависимости температуры обоймы от времени без внешнего регулирования, хвостовик выполнен с переменным по его длине сечением, площадь которого $\delta(x)$ определяют в зависимости от его длины (L, M) по следующему соотношению:

$$\frac{\sigma(x)}{L} = \frac{2aS}{\lambda}\left(\frac{x}{L}\right)^{3/2},$$

где

$$L = \frac{aSv}{2\pi r^2 \beta\rho}\left(\frac{\theta_0 - \theta_x}{V} - \frac{cM}{aS}\right)^2;$$

a — коэффициент теплоотдачи с поверхности обоймы, *ккал/(м*^{2}*·град·ч);* *S* — открытая поверхность обоймы, *м*^{2}*;* *r* — внутренний радиус сосуда Дюоара, *м;* *с* — удельная теплоемкость материала обоймы, *ккал/(кг·град);* *М* — масса обоймы, *кг;* λ—-коэффициент теплопроводности материала хвостовика, *ккал/(ч·м·град);* β — удельная теплота испарения хладагента, *ккал/кг;* ρ — удельный вес хладагента, *кГ/м*^{3}*;* θ_0, θ_x — температура окружающей среды и хладагента, °С; *v* — требуемая скорость роста температуры обоймы, °С/ч; *х* — текущая координата от нижней точки хвостовика, *м.»*

2.4.12. Теория эквивалентов и формула определения понятия

Объем понятия характеризуется кругом предметов, на которые распространяется действие понятия, поскольку эти предметы содержат совокупность всех признаков, указанных в первом пункте формулы определения. Чем больше признаков в первом пункте и чем каждый из них подробнее охарактеризован, тем меньше круг поредметов, содержащих эту совокупность признаков, и у́же объем понятия.

При толковании формулы определения понятия возникают в основном два практических вопроса:

а) распространяется ли объем понятия на предметы, которые являются дальнейшим усовершенствованием предмета понятия, но не обладают существенными отличиями;

б) можно ли считать понятие общепризнаваемым, если в реализуемом на практике предмете один или несколько признаков понятия заменены взаимозаменяемыми элементами.

На первый вопрос можно ответить утвердительно. С точки зрения формальной логики, объем понятия, характеризующегося большим по сравнению с формулой определения количеством признаков, у́же объема предмета понятия и является его частью, так как в понятие реализованного предмета входят все без исключения признаки понятия.

Для ответа на второй вопрос следует обратиться к доктрине эквивалентов.

Из этой теории вытекает, что если два средства выполняют одну и ту же работу одним и тем же способом и дают по существу один и тот же результат, то они одинаковы, даже если отличаются одно от другого по имени, виду и форме. Если реализуемый объект отличается от объекта понятия отсутствием некоторого несущественного признака, включенного в первый пункт формулы определения, то по смыслу указанного разъяснения вытекает, что и в таком объекте понятие имеет право на жизнь.

При правильно составленной формуле определения понятия, особенно ее первом пункте, не должны возникнуть вопросы, требующие применения теории эквивалентов. Однако на практике еще часто образовывают понятия с формулами определения, где неполно отражен объем понятия. Для того чтобы от этого не страдали разработчики понятий, и используется теория эквивалентов.

2.4.13. Выбор вида предмета понятия для отображения его в формуле определения понятия

В большинстве случаев сущность понятия заключается в модификации или образовании понятия определенного вида, т. е. понятие объекта, процесса, или вещества. В этом случае выбирать вид предмета понятия не приходится — его надо определить на основе анализа существенных признаков понятия.

Но так бывает не всегда. В так называемых стыковых случаях разработанное научно-техническое решение в равной степени может быть охарактеризовано в одном случае признаками объекта или процесса, в другом — процесса или вещества. Соответственно и описание понятия может ориентировано или на объект, или на процесс, или на вещество. При разработке таких технических решений перед исследователем встает вопрос выбора вида предмета понятия.

Когда разработано несколько научно-технических решений, то вопрос решается следующим образом. Если эти научно-технические решения относятся к разным видам предметов, но служат единой цели и могут быть применены лишь совместно, формулируются цель и задача на комплексное понятие.

Если научно-технические решения могут применяться не только совместно, но и раздельно, — осуществляются описания несколько самостоятельных понятий.

Если разработано одно научно-техническое решение, которое, однако, может быть отнесено к разным видам предметов, то необходимо выбрать один предмет понятия и на него разрабатывать понятие. Выбор вида предмета понятия определяется следующими факторами.

1. Предмет понятия должен быть выбран так, чтобы максимально проявилась существенность отличий предложенного понятия от известных. Большое значение в данном случае имеет возможность выбора в качестве прототипа понятия широкой известности.
2. Предмет понятия должен позволить составить формулу определения понятия с использованием наименьшего возможного числа максимально обобщенных признаков.
3. Предмет понятия должен обеспечивать охват формулой определения понятия наибольшего круга предметов.
4. Предмет понятия должен обеспечивать большую по сравнению с другими возможными объектами вероятность его использования и быть с научной точки зрения наиболее перспективным.

2.4.14. Единство понятия

Принцип единства понятия заключается в том, что в один документ, в том числе и в описание понятия, не могут быть включены два или более независимых понятия.

Другими словами, каждое отдельное описание понятия и каждый отдельный документ должны быть объединены единым понятийным замыслом и относиться только к одному решению, одной задаче.

Поскольку сущность понятия выражается в его формуле определения, то соблюдение или нарушение требования единства понятия определяется по формуле определения понятия. Поэтому вопрос единства понятия рассматривается на основе анализа формул определения понятия.

Единство понятия считается соблюденным, если научно-техническим решением одной единственной задачи является один предмет понятия (объект, процесс или овеществленный объект); несколько предметов понятия, если они служат единой цели и могут быть использваны для описание понятия лишь совместно (комплексное понятие).

Одним предметом понятия считается описанное разработчиком целое, т. е. единство частей, существующее только благодаря их взаимосвязи, которая носит устойчивый характер и обеспечивает появление у целого новых свойств, не присущих разобщенным частям. **Части целого**

называются признаками Понятия целого и части — это соотносительные понятия. Любая составная часть целого является в то же время целым по отношению к составляющим ее частям. Поэтому описания понятий могут быть представлены для рецензирования на целое как на систему, так и на отдельные ее части.

Единство понятия не нарушается, если в описании и формуле определения понятия (в первом пункте формулы определения) описан один предмет как целое совокупностью его существенных признаков (главных частей целого) и дополнительно охарактеризовано содержание этих частей, т. е. указаны их существенные признаки (части частей целого).

Такое отображение предмета в многозвенной формуле определения понятия допускается при условии, что части целого или части частей целого, отраженные в дополнительных пунктах формулы определения понятия, не являются сами по себе понятиями, которые могут быть использованы отдельно, самостоятельно, или в других предметах.

Единство понятия не нарушается также в том случае, если отличительный существенный признак (признаки) предмета выражен в первом пункте формулы определения общим понятием и, кроме того, в дополнительных пунктах формулы определения указаны его видовые понятия, т. е. указаны технически эквивалентные значения этого существенного признака.

Единство понятия соблюдено, если существенный признак предмета понятия выражен в описании (в описании и формуле определения понятия) перечислением эквивалентов при условии, что они не могут быть выражены обобщающим их понятием.

Единство понятия будет нарушено всегда, если в описании и в формуле определения понятия отображена искусственно собранная в кажущееся целое сумма отдельных предметов (элементов, средств, веществ и т. п.), не взаимосвязанных для достижения общего положительного эффекта, свойственного только целому.

Указанные требования, предъявляемые к формуле определения понятия для решения вопроса о том, относится ли предложение к одному решению одной научно-технической задачи, можно дополнить следующими пояснениями.

Для соблюдения требования единства понятия в первый пункт формулы определения или в формулу определения, состоящую из одного пункта, должны быть включены только такие отличительные признаки предмета, которые имеют между собой обязательную связь и без которых понятия нет.

Требование единства понимается не буквально в том смысле, что формула определения понятия в целом, в том числе и многозвенная, должна характеризовать только одно понятие, один предмет, а в том, что каждый последующий пункт должен характеризовать не более как дополнительное понятие, т. е. такое, которое не может существовать без главного понятия или без главного не обладает существенными отличиями. Иначе говоря, единство соблюдается, если признаки, отмеченные в дополнительных пунктах формулы определения понятия, конкретизируют или дополняют отличительные признаки первого пункта формулы определения понятия.

Однако вполне возможны и такие случаи, когда развиваются доотличительные признаки и при этом единство не нарушается. Это бывает тогда, когда развитие доотличительных признаков не может быть выполнено без отличительных или имеет существенное значение только при наличии отличительных признаков.

Ошибочно считать требование единства удовлетворенным, если второй или другие пункты развивают какой-либо признак главного пункта, в том числе и доотличительный, без выполнения изложенных выше условий; такое развитие относилось бы к прототипу и не имело бы обязательной связи с данным понятием.

Альтернативные признаки, относящиеся к значению радикалов *(R)* одной структурной формулы, не являются нарушением единства понятия в тех случаях, когда все соединения, описанные этой структурной формулой с каждым из значений радикалов, получены принципиально одним способом и свойства всех производных с данными значениями радикалов одинаковы, т. е. налицо эквиваленты.

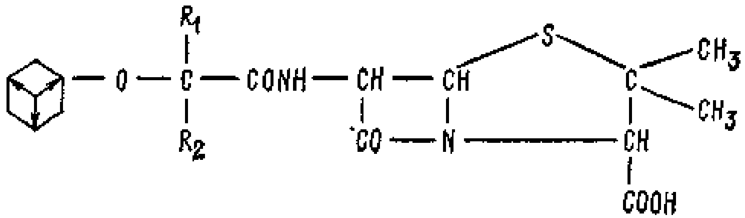
Единство понятия для химического соединения считается соблюденным, если формула определения понятия содержит признаки ряда соединений, выраженных одной общей структурной формулой; если доказана идентичность их химической структуры; если они могут быть получены принципиально одним способом и имеют принципиально одно конкретное название с одинаковым эффектом, обусловленное идентичными свойствами; если признаками, отраженными в пунктах формулы определения понятия, следующих за пунктами с существенными признаками самого соединения и процесса его получения, являются соответственно конкретные соединения, отвечающие общей структурной формуле, признаки, развивающие, конкретизирующие процесс получения соединения, и признаки, развивающие конкретное назначение, указанное в первом пункте формулы определения понятия.

Единство понятия считается нарушенным, если вместе с новым химическим соединением описано новое промежуточное вещество, исходное для получения этого соединения; если вместе с новым химическим соединением описан новый продукт, в который это соединение входит как один из ингредиентов; если вместе с новым химическим соединением описаны два или более новых процесса его получения и указаны два или более его конкретных назначения.

Единство понятия в формуле определения, содержащей часть и целое и альтернативу, нарушено, если формула описывае ряд соединений, а свойствами, обнаруженными у новых соединений, обладают только некоторые представители этого ряда, что отражено в описании.

Пример.

Производные 6-амино-пенициллановой кислоты и (или) их соли общей формулы:



где R_1 — водород, алифатический радикал, содержащий до 4 углеродистых атомов; циклоалифатический радикал, содержащий до 6 углеродистых атомов или меноциклический ароматический радикал; R_2 — водород или алкил, содержащий до 4 углеродных атомов, который может быть также связан с R_1 в двухвалентный алифатический радикал, содержащий от 2 до 8 углеродных атомов.

Эта формула иллюстрирует нарушение единства понятия из-за наличия части и целого и альтернативных признаков в формуле определения, но при условии, что в описании отсутствует подтверждение одинаковых свойств произвольных 6-амино-пенициллановой кислоты и их солей, а лишь установлено наличие указанных свойств у производных кислот (но не у их солей).

Последствия нарушения единства понятия сказываются прежде всего на неоправданном сужении объема понятия. Действительно, если бы два разных научно-технических решения были описаны в одной формуле определения понятия (или первом пункте многозвенной формулы определения понятия), то это явилось бы нарушением единства понятия и такая формула определения описывала бы только совокупное использование независимых научно-технических решений, а это довольно редкий случай.

Нарушение единства понятия в дополнительном пункте формулы определения также приводит к сужению объема понятия, но в меньшей степени. Это происходит потому, что если в первом пункте формулы определения понятия охарактеризовано одно научно-техническое решение, а в дополнительном — другое независимое научно-техническое решение, которое в соответствии с правилами составления многозвенной формулы определения понятия имеет ссылку на первый пункт, то объем понятия практически характеризуется научно-техническим решением, указанным в первом пункте. В этом случае объем понятия, характеризующийся одним научно-техническим решением, все же больше, чем объем понятия, характеризующийся совокупным применением двух независимых научно-технических решений.

2.4.15. Комплексные понятия

Иногда встречаются такие многосторонние научно-технические задачи, которые требуют разработки, например, нового технологического процесса и нового оборудования для его проведения или нового материала.

В результате решения такой комплексной задачи может быть разработано несколько понятий на различные предметы или, можно сказать, несколько разновидностей понятия. Эти несколько понятий, хотя и являются результатом решения одной комплексной задачи, могут рассматриваться как самостоятельные, если каждое из них (или некоторые из них) может использоваться не только в комплексе, но и вне связи с другими. Тогда говорят, чго между понятиями нет обязательной связи, нет единства понятия. Такие понятия необходимо оформлять отдельными описаниями, как и всякие самостоятельные понятия.

Но если одно или несколько понятий, использующихся при решении комплексной задачи, можно применить только совместно с другим или только для выполнения другого, значит разработано комплексное понятие, состоящее из нескольких разновидностей понятий, развивающих одно понятие.

Допускается объединение в одном описании двух или более понятий, относящихся к разным предметам (объект, процесс, овеществленный объект), если они служат одной цели и могут быть использованы лишь совместно.

Оговоренные в этой формулировке условия единства понятий требуют пояснения.

В качестве положения, необходимого для соблюдения единства понятия при описании одной формулой определения объемов разных видов, вводится так называемый единый понятийный замысел. ***Под единым понятийным замыслом следует понимать задуманную***

разработчиком и воплощенную в описании совокупность средств, которая решает одну задачу (проблему).

Условие совместного применения предметов разных видов (разнородных предметов) будет соблюдено в том случае, если предмет одного вида не может решить задачу без предмета другого вида указанной совокупности. Последнее условие совместной реализации следует понимать так, что новый овеществленный объект, например, может быть описан только одним понятием вместе с ним процессом, а сам процесс пригоден для получения только этого нового овеществленного объекта.

Указанные условия необходимы и достаточны для признания правомерности включения в одну формулу определения понятия двух и более предметов разных видов, т. е. для признания единства понятия соблюденным.

Все пункты многозвенной формулы определения понятия, характеризующие разнородные предметы, являются одинаково существенными в решении одной задачи (каждый предмет необходим, вместе — достаточны) и представляют собой равноценные существенные признаки.

Место каждого объекта в многозвенной формуле определения (первый, второй и третий пункты), таким образом, определяется не его значимостью в едином понятийном замысле, а только тем, какая задача (проблема) решена совокупностью разнородных объектов.

Именно решенная задача (проблема) обусловливает факт, что в первом пункте многозвенной формулы определения понятия содержится характеристика овеществленного объекта, процесса или объекта в зависимости от истинных границ понятийного замысла.

Итак, формула определения понятия, включающая два или более разнородных предметов понятия, составляется в виде многозвенной формулы, при этом:

а) в первом пункте формулы определения характеризуется тот предмет понятия, который является доминирующим в данном сочетании;

б) во втором пункте формулы определения характеризуется предмет понятия, находящийся в связи с предметом первого пункта, что выражается, например, словами «способ получения вещества по п. 1».

Поскольку объект, характеризуемый в п. 2, служит достижению единой цели, указываемой в п. 1, цель предмет понятия в п. 2, как правило, не указывается;

в) в третьем пункте формулы определения характеризуется предмет понятия, находящийся в связи с предметом второго пункта, что

выражается, например, словами «средство для осуществления способа по п. 2». Цель понятия в этом случае не указывается;
г) если в дополнительных пунктах формулы определения развиваются, уточняются признаки, содержащиеся в независимых пунктах формулы определения, то такие дополнительные пункты формулируются как в обычной многозвенной формуле определения, характеризующей один предмет понятия, т. е. с подчинением их соответствующим пунктам формулы определения и расположением соответственно подчинению.

3. Виды определений

3.1. Номинальные и реальные определения.

Как мы уже говорили, под **определением понимается логический прием, позволяющий:**
а) отличать, отыскивать, строить интересующий нас предмет;
б) уточнять значение уже введенного в науку понятия, а также формировать значение вновь вводимого понятия.
Поскольку знание отличительных признаков и свойств предметов, значений соответствующих понятий означает владение понятиями об определяемых предметах, в логике зачастую говорится не об определении предметов и значений понятий, а об **определении соответствующих понятий**.
Определение охватывает собой и процесс выработки соответствующего предложения и результат этого процесса, т. е. само предложение. В последнем случае его часто называют **дефиницией**. **То, что определяется, в дефиниции называется дефиниендумом (Definiendum — сокращенно Dfd), то, посредством чего нечто определяется, носит название дефиниенса** **(Definience — сокращенно Dfn).**
Деление определений на номинальные и реальные связано прежде всего с ответом на вопрос о том, что определяется: **значение ли, смысл понятия, или сам предмет**.
Концептуалистская традиция в логике, особенно в немецкой философии и логике начиная от Х. Вольфа и И. Канта и кончая Г. Риккертом, отстаивала взгляд, согласно которому **в дефиниции раскрывается содержание понятия.** Отсюда устойчивое словосочетание в русском языке «определение понятия» представляющее собой кальку с соответствующего выражения

немецкого языка. Однако среди философов и логиков концептуалистского толка имелись такие, которые склонялись к пониманию определений как **номинальных: определяя понятие, мы определяем в первую очередь смысл, значение соответствующего понятия.** Другие же, концептуалистски настроенные философы и логики склонялись к истолкованию их как **реальных: определяя понятие, мы определяем в первую очередь объем понятия, предмет, отображаемый соответствующим понятием.** Поэтому указанные точки зрения по вопросу о том, что определяется, чаще всего находят свое выражение в альтернативной постановке вопроса:

номинально или реально данное определение, т. е. определяем мы понятие или соответствующий ему предмет.

В истории европейской логики впервые исследованием логической процедуры определения сути вещей, видимо, начал заниматься Демокрит. Как указывает Аристотель, «о «сути бытия» и об определении сущности в то время не имели понятия, и коснулся этого впервые Демокрит, — не как необходимого для рассмотрения природы, а просто будучи приведен к этому самим делом». Платон, по-видимому, сводил все определения к реальным. В «Теэтете» он указывает, что **«логос» в греческом языке употребляется в значении признака, посредством которого интересующую нас вещь можно отличить от всех иных вещей**. Аристотель рассматривает определения в первую очередь как реальные. В «Топике» и «Аналитиках» он указывает, что **определением называется речь, обозначающая суть бытия**. Он подчеркивает при этом, что **определение есть речь и не может состоять из одного слова**. По Аристотелю, **единичная материальная вещь не может быть определена. Определяется лишь то общее, что существует во многих единичных вещах. Это общее («вторая сущность») наделяется особым именем** (например, общим именем для того общего, что имеется у индивидуальных людей, является слово «человек»). Тогда суть человека можно, например, определить так: «Человек есть животное, обладающее разумом». **Свойство, специфицирующее вторую сущность, не может быть просто собственным (отличительным) признаком, а должно быть именно существенным признаком (особым видом собственного признака).**

Однако в тех случаях, когда Аристотель касается вопроса об определениях как составной части математических теорий, где он рассматривает исходные самоочевидные **начала научных теорий (аксиомы, постулаты и первичные понятия)**, там он трактует определения как определения значений слов, т. е. **рассматривает определения как номинальные.** В таком случае определение выступает как «некоторое высказывание, разъясняющее, что обозначает название, или высказывание, обозначающее <вещь> другими <словами>, например, что обозначает треугольник <или> что есть <фигура>, поскольку она <называется> треугольником». Обоснование неопределяемых первичных понятий, вводимых в теорию, равно как и иные начала науки, подлежит, вообще говоря, компетенции не математика, а философа. В «Метафизике» Аристотеля они анализируются по существу и определяются на основе категорий (материи, формы, вещи, количества, величины, непрерывности, дискретности и т. п.), т. е. вводятся на основе реальных определений, которые, строго говоря, лежат уже за пределами соответствующих теорий.

Ряд философов, и в особенности те, которые были настроены против Аристотеля, стали подчеркивать номинальную сторону определений.

Так, например, по Д. Локку, «дать определение — значит лишь дать другому понять при помощи слов, какую идею обозначает определяемый термин». Паскаль специально в «Духе геометрии» подчеркивает значение номинальных определений для математики. «В геометрии, — пишет он, — принимаются только те определения, которые логики называют номинальными определениями, которые представляют собой отнесение (impositions) имен к вещам и которые должны быть ясно обозначены хорошо известными понятиями. Их полезность и применение состоят в том, чтобы понятия сделать ясными и сокращать процесс рассуждения».

В XIX в. попытка сведения всех определений к номинальным была предпринята В. Вундтом. В методологии и логике XX в. признается правомерным подразделение всех определений на номинальные и реальные.

Немецкий логик и математик XX в. В. Дубислав подразделяет все **учения об определении в зависимости от того, что определяется в дефиниции, на следующие классы:**

1) учения об определении как средстве раскрытия сущности определяемого предмета (например, Аристотель, Г. В. Гегель);

2) учения об определении как средстве раскрытия (экспликации) содержания понятий (например, Х.Вольф, И. Кант);

3) учения об определении как способе установления, уточнения значения уже используемого в языке знакового выражения (Т. Гоббс, Б. Паскаль) или как способе установления значений для вновь вводимых знаковых выражений в языки науки.

Эта традиция продолжалась философами и логиками, связанными с разработкой проблем математической логики и анализом языка науки. Поэтому в формулировках общей дефиниции определения они в первую очередь подчеркивали номинальный характер всякого определения.

Так, Б. Рассел и А. Уайтхед определение понимают как «констатацию (declaration) того, что вновь вводимый символ должен означать то же самое, что и другая определенная комбинация символов, значения которых уже известны». Л. Витгенштейн пишет, что «определения суть правила перевода с одного языка на другой». Р. Карнап понимает определение как «правило для взаимной трансформации слов в том же самом языке» или как экспликацию понятия.

Г. С. Леонард в книге «Введение к принципам правильного рассуждения» исходит из того, что **во всяком определении мы имеем дело с раскрытием или установлением значения понятия**. Поэтому проводимое им различение между номинальными и реальными определениями относится к области номинальных определений в широком смысле.

Под реальными определениями Леонард понимает выяснение (эксплицитное описание) значений понятий, в основе которого лежит их общечеловеческое употребление. Если речь идет о введении нового понятия, не встречавшегося в науке (или в языке вообще), то соответствующее определение будет также реальным, если оно рекомендуется при этом для широкого употребления. Номинальным же определением Леонард называет уточнение понятия, данного в контексте, которое может варьировать в зависимости от обстоятельств (от изменений смысла контекста, установок субъекта, дающего определение, и т. п.).

Так, если в кругу своих коллег в процессе рассуждения кто-то уточняет смысл выражения «человек, подготовленный к вступительным экзаменам по математике», говоря: «Под человеком, подготовленным к вступительным экзаменам по математике, я буду иметь в виду такого человека, который за 2 часа сумеет решить комплекс задач, предложенных мною», то в этом случае, по его мнению, мы имеем дело с номинальным определением.

Видимо, вводимое Леонардом деление определений по указанному основанию имеет определенный смысл. Однако это деление определений ни в какой мере не может заменить традиционного деления определений на номинальные и реальные, которое производится совсем по другому признаку. Для того чтобы иметь основания для придания совсем иного смысла уже используемым в науке понятиям, следовало бы доказать бессмысленность принятого в философии, логике и методологии наук деления определений на номинальные и реальные. Однако такого анализа в книге Леонарда не содержится. Р. Робинсон в книге «Определение»[1], подразделив все определения на реальные и номинальные, предлагает следующую классификацию номинальных определений. **Номинальные определения подразделяются им на слово-словесные (word-word) и слово-вещные (word-thing).**

Слово-словесные определения имеют такой вид: одно выражение имеет то же значение, что и другое. Например, если кто-либо сообщит, что неизвестное вам французское слово rouge имеет то же значение, что и русское «красный», то это будет слово-словесное определение слова rouge. **Слово-вещные определения, имеют такой вид: «Данное словесное выражение используется для обозначения такой-то вещи (или такого-то класса вещей)».** Слово-вещные определения подразделяются им на лексические и выборочные (stipulative).

Лексические — это определения неизвестных нам выражений через описание их значений. **Выборочные** — это определения неизвестного нам выражения, которое употребляется в разных контекстах в различных значениях и которое предполагает процедуру выбора одного из значений, подходящих для данного случая. Слово-словесные определения, представляющие перевод выражений с одного языка на другой, мы не будем рассматривать как определения вообще.

Что же представляют собой <u>номинальные и реальные определения</u>?

Номинальное определение есть определение, посредством которого

a) формулируется в явной форме значение уже введенного в язык науки или в естественный язык понятия (в том числе и символов в искусственных языках науки).

Уточнение значения уже существующего понятия иногда истолковывается как его введение в науку или естественный язык на некотором ином уровне познания (а следовательно, как его нововведение: будет вводиться новое, уточненное значение для уже существующего знакового выражения);

b) устанавливается значение вновь вводимого понятия в естественный язык или в язык науки. В этом случае вводится новое значение и при этом для нового знакового выражения;

c) устанавливается, что понятия определяемого (Dfd) и определяющего (Dfn) обозначают одни и те же объекты;

d) вводится новое понятие как простое сокращение для иного (обычно более сложного) выражения. При этом мы временно отвлекаемся от содержания понятий Dfd и Dfn и рассматриваем лишь их знаковые формы (эти определения в отличие от иных видов номинальных определений будем называть *номинальными в узком смысле слова).*

Реальное определение есть определение, посредством которого решается вопрос о спецификации, **об однозначном отличении интересующего нас объекта среди объектов соответствующей предметной области.** Условием успешности такой спецификации является равнообъемность классов, *представленных* посредством понятий Dfd и Dfn (или, что то же самое, когда объекты, *представленные* понятиями Dfd и Dfn, суть те же самые объекты). Заметим, что слово «представленные» в приведенных выше формулировках имеет понятийный смысл, который будет установлен ниже.

Осуществляя спецификацию интересующего нас объекта посредством реального определения, мы иногда одновременно стремимся и к тому, чтобы охарактеризовать Dfd существенным образом, вскрыть специфические причины появления или способы генезиса определяемого объекта, его структуру.

В приведенных характеристиках номинальных и реальных определений различие между ними на уровне логико-семантического анализа остается еще неопределенным. Поэтому необходимо это различие сформулировать таким образом, чтобы оно содержало более эффективные критерии для распознавания номинальных и реальных определений. Для осуществления этого введем некоторые различения в характеристике употребления понятий, встречающиеся в литературе по математической логике и логической семантике.

Будем различать употребление понятия в функциях ***упоминания*** **и** ***использования.*** При этом понятие об употреблении термина в функции упоминания будет нами несколько *обобщено* по сравнению с тем, как его понимает, например, А. Чёрч (А. Чёрч считает, что термин в функции упоминания употребляется лишь тогда, когда термин употребляется автоноино (см. *А. Чёрч.* Введение в математическую логику, т. 1. М., 1960, стр. 59). С автонимным употреблением знакового выражения мы имеем дело тогда, когда оно рассматривается в отвлечении от обозначаемого, как некоторый самостоятельный материальный объект, как знак самого себя. Например, в предложении «Слово «слово» состоит из пяти букв» закавыченное выражение употреблено автонимно.). Употребление понятия в функции упоминания мы не ограничиваем его ***автонимным*** **употреблением, т. е. как знака самого себя**; оно будет распространено и на случаи, когда предметом обсуждения будут и смысловые характеристики понятия. Будем говорить, что понятие ***упоминается*** по крайней мере тогда, когда

а) понятие употреблено автонимно, т. е. как знак самого себя;

б) нечто высказывается о понятии как истинное, но для установления истинности и ложности этого высказывания требуется обращаться к анализу его экстенсиональных характеристик;
в) речь идет об области применения некоторого понятия посредством указания соответствующего множества объектов, заданного через его интенсиональные или экстенсиональные характеристики2;
г) выясняется значение некоторого знакового выражения посредством установления его синонимичности другому знаковому выражению;
д) вводится новое знаковое выражение для сокращения иного (обычно более громоздкого) знакового выражения.

Во всех этих случаях речь будет идти именно о понятии или в отвлечении от его значения, или об установлении его значения, о формальных характеристиках понятий, предполагающих учет их значений, о замене одного знакового выражения другим.

Экстенсиональные характеристики относятся к объему понятия, к области приложения знакового выражения.

Интенсиональные характеристики относятся к содержанию понятия, к структуре знакового выражения.

Приведем примеры различного употребления понятия в функции упоминания:

а) со случаем автонимного употребления знакового выражения мы имеем дело тогда, когда знаковое выражение рассматривается как некоторый материальный объект в отвлечении от его интерпретации (смысла и значения). Таково, например, употребление знакового выражения «человек» во фразах: ««Человек» состоит из семи букв», «В слове «авваа» три раза встречается одна и та же буква а». Для того чтобы подчеркнуть, что в приведенных фразах мы имеем дело с автонимным употреблением понятия, фразы или дополняются (в устном языке) соответствующими словами (ср. «Слово «человек» состоит из семи букв»), либо (в письменном языке) автонимно используемое слово берется в кавычки или выделяется особым шрифтом (ср. ««Человек» состоит из семи букв», *«Человек* состоит из семи букв»). Целесообразность отвлечения от интерпретации автонимно употребляемых знаковых выражений в приведенных примерах уместна тогда, когда мы занимаемся, например, анализом структуры, формальных свойств знаковых выражений;

б) рассмотрим предложение: «Слово «Таня» женского рода». В этом предложении нечто высказывается именно о знаковом выражении. Однако истинность этого высказывания не может быть обоснована анализом чисто формальных свойств этого слова. Для обоснования его истинности мы должны прибегнуть к семантическому анализу, указав, что «Таня» — имя собственное и используется в русском языке для наименования лиц женского рода. Это необходимо сделать, поскольку слово с теми же формально-синтаксическими признаками (с тем же окончанием) может быть и мужского рода (ср. «Слово «Коля» мужского рода»);

в) примерами упоминания знаковых выражений, предполагающих наделение их значением через описание их или интенсиональных, или экстенсиональных характеристик, могут быть следующие: «Слово «пятиугольник» употребляется для наименования многоугольников с пятью сторонами», «Словосочетание «домашние животные» употребляется для обозначения коров, лошадей, свиней, овец, коз, ослов, верблюдов, кошек, собак и т. п.». В этих случаях характеризуются именно знаковые выражения со стороны их значений через описание их интенсиональных или экстенсиональных характеристик;

г) с употреблением знакового выражения в функции упоминания, предполагающим установление синонимичности двух знаковых выражений, мы имеем дело в таком выражении: «Слово «луна» имеет в русском языке то-же значение, что и слово «месяц»»;

д) примером употребления знакового выражения в функции упоминания, предполагающим, что одно выражение может быть использовано как сокращение для другого, более сложтого выражения, может быть такой: «Вместо того чтобы употреблять выражение «колебания, амплитуда (и соответственно энергия) которых уменьшается с течением времени», мы будем пользоваться более простым выражением — «затухающие колебания»».

Сокращением одного выражения другим мы можем пользоваться в условиях полного отвлечения от интерпретации соответствующих знаковых выражений. Например, можно условиться, что всюду, где нам встретится выражение, представляющее некоторое сочетание слов (например, «равносторонний прямоугольник»), мы его заменим другим, более простым выражением, состоящим из меньшего числа слов (например, одним словом «квадрат»).

При употреблении какого-либо понятия в функции *использования* (речь идет не о характеристике знакового выражения (рассматриваемого совместно с его интерпретацией или в отвлечении от нее), а о том объекте (материальном или абстрактном, о его свойствах или соотношениях), который в известном смысле независим от конкретных способов его языкового кодирования. В этом случае понятия выполняют роль заместителей, представителей объектов, указывающих на них. В контексте же речь идет именно об объектах: о них нечто высказывается, между ними устанавливаются известные отношения, о них нечто утверждается или отрицается, им приписываются известные оценки и т. п. Функцию, подобную использованию понятия, играет **жетон (номер**), который мы получаем вместо сданного на вешалку пальто: он указывает на тот объект, который он замещает, дает критерии для его поиска; **он является носителем информации об идентификации принадлежащего какому-то лицу предмета с самим собой. (Аналогично и слова, и словосочетания несут в себе информацию о тех предметах, которые они представляют, и тем самым обеспечивают коммуникативность в процессе речевого общения.)** Когда человек теряет жетон, то он волнуется не по поводу утраты жетона как особого индивидуального предмета, а по поводу возможности утраты, того, что данный жетон замещает. Так, в предложениях «Снег белый», «Подай мне стакан воды!» понятие «снег», «стакан воды» употреблены в функции использования. В первом предложении характеризуется именно материальный объект — снег, а не слово «снег»: утверждается, что некоторый объект (а не слово) является белым. Во втором предложении речь идет о том, чтобы подали стакан воды, который можно выпить, а не о словосочетании «стакан воды». Ясно, что все иные слова в приведенных предложениях употреблены в функции использования.

(Видимо, на этих путях можно было бы проанализировать различие между употреблениями понятий в функциях замещения (представления) и обозначения, которое так ярко проявляется в естественных языках. Функция обозначения знаком объекта в речевой деятельности выявляется лишь тогда, когда в предложении явно формулируется, что таким-то знаковым выражением называются (обозначаются) такие-то объекты (ср. предложения, выражающие семантические определения, см. 3.2). В большинстве же случаев знаковые выражения в речи употребляются в функции использования, а потому они представляют, замещают соответствующие объекты. **В процессе изучения, анализа речевой деятельности на уровне лингвистики и логики все отношения знака и объекта превращаются нами в отношение обозначения (именования).)**

После сказанного выше можно сформулировать дефиниции номинального и реального определения.

Под *номинальным* определением понимается определение, в котором то, что требуется определить (Dfd), представляет собой понятие в функции его *упоминания.*

Под *реальным* определением понимается определение, в котором определяемое (Dfd) представляет собой объект (реальный, абстрактный или воображаемый), поскольку понятие,

соответствующее этому объекту, употреблено в функции его *использования.*

Среди номинальных определений следует выделить в первую очередь следующие два подкласса:

а) те номинальные определения, в которых Dfd представляет собой понятие, употребляемое в функции упоминания и рассматриваемое совместно со своим значением;

б) те номинальные определения, в которых Dfd и Dfn представляют собой знаковые выражения, рассматриваемые в отвлечении от их значений. В них Dfd вводится как сокращение для Dfn. Мы их называли номинальными определениями в узком смысле.

Среди номинальных определений первого подкласса можно выделить в свою очередь следующие два вида: определения, в которых знаковое выражение, играющее роль Dfd, наделяется значением посредством указания на класс объектов, заданных экстенсионально или интенсионально (ср. «Словосочетание «домашние животные» употребляется для обозначения коров, лошадей, свиней и т. д.», «Понятием «инсулин» будем обозначать секрет, обладающий такими-то свойствами»). Понятие Dfd здесь употребляется в функции упоминания, а понятие Dfn — в функции использования. Эти определения называются семантическими определениями (см. 3.2). Во втором примере, строго говоря, вводимое в язык понятие «инсулин» употребляется первоначально в отвлечении от его значения, но в контексте определения в целом оно приобретает соответствующее значение. Говоря, что в рассматриваемых номинальных определениях Dfd представляет собой упоминаемое понятие совместно со своим значением, мы будем иметь в виду контекст определения, в который оно введено.

Ко второму виду номинальных определений подкласса (а) мы отнесем определения, в которых и понятие Dfd, и понятие Dfn употребляются в функциях упоминания (например, выражение «затухающие колебания» означает то же самое, что и «колебания, амплитуда (и соответственно энергия) которых уменьшается с течением времени»).

Как было сказано, **в реальном определении в отличие от номинального понятия Dfd и Dfn употребляются одновременно в функциях их использования, замещения. Поэтому они и интерпретируются обычно как предложения, в которых Dfd есть некоторый объект, а Dfn — свойства этого объекта, позволяющие его специфицировать.** Ответы на поставленные вопросы в такой форме: «Что такое антициклон?», «Что представляет собой атом?», «Как определить квадрат?» — представляют собой реальные определения: в них перечисляются специфические свойства соответственно антициклона, атома, квадрата, позволяющие отличать их от иных объектов.

Спецификация определяемого объекта может быть осуществлена не только через указание его отличительных признаков и свойств, но и перечисление операций, производимых над ним, и получаемых при этом эффектов, через описание взаимоотношений его с иными объектами области, через описание его структуры, генезиса и т. п.

Выработка номинальных и реальных определений предполагает использование знаковой деятельности, связанной с формированием предложений известной структуры, с анализом значений входящих в них понятий и т. п., и деятельности, связанной с изучением соответствующих объектов, с использованием ранее о них приобретенной информации. При формировании номинальных и реальных определений знаковая деятельность играет различную роль. **В процессе выработки номинальных определений знаковая деятельность является исходной, базисной: мы начинаем с введения знаковых выражений, с анализа значений понятий, с обсуждения вопроса о том, какое понятие следует ввести для сокращения сложного знакового выражения. В процессе выработки реальных определений мы, наоборот, отправляемся от анализа соответствующих объектов, хотя и *представленных* в знаковой форме, а собственно знаковая деятельность отступает на задний план.**

В каждом определении Dfd может быть или объектом, представленным посредством знакового выражения, или самим знаковым выражением, рассматриваемым в связи с его значением или в условиях абстрагирования от него. В содержательных рассуждениях и теориях, где мы встретимся с определениями значений знаковых выражений («номинальное определение»), нам придется рассуждать и о функциях и свойствах самого знакового выражения. В таком случае нами будет употребляться выражение «понятие Dfd».

Посредством реального определения могут определяться не только объекты, соответствующие именам, но и объекты, соответствующие **предикаторам** (т. е. предикаты), знаковым выражениям для предметных и логических функций (т. е. сами функции), знаковым выражениям для высказываний (т. е. ситуации, описываемые высказываниями) и т. п. (**Предикаторы суть знаки для свойств и отношений, т. е. для предикатов**.)

Посредством номинального определения определяются различные виды самих знаковых выражений или в отвлечении от значений (как, например, в определениях типа сокращений), или в связи с их значениями.

Структура явного (см. 3.4) (номинального или реального) определения в логике обычно записывается различными авторами в виде одного из выражений:

$$Dfd =_{Dj} Dfn;\ Dfd \sim_{DJ} Dfn;\ Dfd \sim_{PI} Dfn;\ Dfd \leftarrow Dfn;\ dfdDdfn.$$

Каждое из них читается: «Dfd равен по определению Dfn». Эти общие схемы для явных определений были введены в книгах и руководствах по математической (символической) логике; они были ориентированы на те виды явных определений, которые фигурируют в формализованных языках и формальных системах.

Определениям в таких системах присущи, например, следующие особенности:

1. В строго построенные теории непременно включается «минимальный словарь», т. е. совокупность первичных (базисных) не определяемых в рамках теории понятий и соответствующих им объектов, если теория с самого начала имеет интерпретацию. В формальных системах эти понятия иногда рассматриваются как представляющие неспецифицированные, «абстрактные» объекты. При развертывании формальной системы (например, **формализованной аксиоматической теории**) явными определениями поэтому вводятся лишь новые понятия (и соответствующие им объекты). Новое понятие (и соответствующий ему объект), естественно, вводится в теорию «по определению». **Посредством определения, на основе определения устанавливается соглашение о введении нового знакового выражения вместо другого, уже появившегося в системе.** Точнее, лишь на основе определения такой объект становится предметом рассмотрения.
2. Введение понятий (объектов) в таких случаях, как правило, производится на одном уровне рассуждения: понятия определяются через понятия, оъбъекты — через объекты (например, функции — через функции).

Для некоторых аналогов семантических определений («Пятиугольником называется многоугольник с пятью сторонами»), где Dfd — знаковое выражение, а Dfn — соответствующий ему объект, в формальных системах для удобства используется особый знак — знак графического равенства. Так, в теории алгоритмов выражение
$A \sim 1+2$ означает, что A есть не что иное, как сокращенное обозначение для «слова» в некотором алфавите, состоящего из трех букв: 1, + , 2 .

Этот знак целесообразно сохранить и для семантических *содержательных* определений, имея в виду, что здесь он уже будет вводиться не для временного удобства, что обычные семантические содержательные определения являются важным средством расширения языков науки.

В обычной научной и языковой практике мы имеем дело с более широким спектром определений, выполняющих новые функции. Так, нам часто приходится 1) уточнять значения уже сложившихся в обычном языке или в научной практике значений понятий, 2) выявлять в форме явного определения интуитивно понимаемое значение уже введенного в некоторый язык понятия, 3) посредством семантических определений вводить новые понятия, существенным образом расширяющие языки.

В первых двух случаях понятие (и соответствующий ему объект) в содержательных теориях или в естественном языке не вводится определением, оно существует до определения. Поэтому здесь прочтение знакового выражения Dfd=nfDfn: «Dfd равно по определению Dfn» не соответствует функциям вводимых определений, если иметь в виду тот смысл, который вкладывается в прочтение этого знакового выражения в системах и теориях математической логики, где в рамках теории определениями всегда вводятся новые объекты или новые знаковые выражения. В особенности это несоответствие явно проявляется, когда мы имеем дело с реальным определением материального объекта: он существует до всякого определения, не вводится им, а лишь специфицируется на основе определения в соответствии с известными требованиями, хотя для некоторых видов реальных определений выражение «по определению» соответствует существу дела. К тому же это равенство Dfd и Dfn по определению не всегда является очевидным. Так, в семантических содержательных определениях, где Dfd — некоторое понятие, а Dfn — объект, этого равенства не видно непосредственно; наоборот, интуитивно ясно, что объект никогда не равен знаковому выражению, которым он именуется. В определениях типа сокращений в формальных неинтерпретированных системах отождествляются явно различные объекты, представляющие собой знаковые выражения.

Однако, несмотря на сказанное, целесообразно сохранить знак = и (равен по определению) для выражения общей структуры явного определения и в содержательных теориях, в обычных языках и в математической логике, но уточнив его. В связи с этим мы будем в выражение «равно по определению» вкладывать иной смысл, а именно: «**Всякое определение заключает в себе (иногда в неявной форме) способ <u>отождествления</u> Dfd и Dfn независимо от статуса их** существования». **Заметим, что «равенство по определению» не является равенством (тождеством) в собственном смысле**, но оно порождает таковое в том смысле, что уже в готовом определении оно (на основании дополнительных соображений и применения дополнительных процедур) может быть заменено обычным отношением равенства (Dfd = Dfn) или отношением эквивалентности (Dfd~Dfn). Так, в формальных системах в определениях типа сокращений Dfd и Dfn — различные знаковые выражения. Но мы можем их отождествить, поскольку они могут быть сведены к одному и тому же окончательному определяющему, представляющему собой одну и ту же комбинацию первичных символов.

В целях удобства вместо знака = Df мы будем использовать знак = . Отношение же эквивалентности в широком смысле, т. е. как такое отношение, которое обладает свойствами рефлексивности, симметричности и транзитивности (отношение типа равенства), мы будем обозначать знаком ~ .Таким образом, в отличие от обычного знака равенства (тождества) знак = мы будем называть знаком *дефиниционального равенства* (тождества). В различных конкретных случаях он может быть знаком логической эквивалентности знаком равенства, знаком сокращения одной записи для другой, знаком для операции взаимозаменимости равного равным.

В целях различения номинальных и реальных определений целесообразно конкретизировать описание их структуры. Для этого следует различать, когда понятия Dfd и Dfn употребляются в функциях *упоминания* и когда в функциях *использования.* Предлагаем следующие формы записи для реальных и номинальных определений:

*(1) Dfdj= Dfn_*

(2) « D / d »= D / n

(3) «D/rf» = «D/n».

Черта под выражениями Dfd и Dfn означает, что они употреблены в функции использования. Закавыченные выражения Dfd и Dfn означают, что они употреблены в функции упоминания. Запись (1) выражает структуру реального определения, так как понятия Dfd и Dfn употреблены в функции использования. Записи (2) и (3) выражают структуры номинальных определений, так как понятие Dfd здесь употреблен в функции упоминания.

Запись (2) выражает структуру семантических номинальных определений; ее можно было бы записать и в следующем виде: Dfd~o~Dfn. Запись (3) охватывает две разновидности номинальных определений: номинальные определения, в которых устанавливается равенство по значению понятий Dfd и Dfn, и номинальные определения, в которых понятие Dfd является сокращением для понятия Dfn. В формальных системах и в формализованных языках логики выражение Dfd Л Dfn и означает, что определение выступает в роли некоторого правила, позволяющего осуществлять взаимозаменимость Dfd и Dfn.

Заметим, что когда явное определение рассматривается лишь как правило взаимозаменимости Dfd и Dfn, становится безразличным, применяются ли понятия Dfd и Dfn в функциях использования или упоминания, т. е. являются они номинальными или реальными: правило взаимозаменимости имеет место для любых корректно построенных определений, но оно безоговорочно применимо тогда, когда понятия Dfd и Dfn либо одновременно *используются,* либо одновременно *упоминаются.* К форме записи (2) это правило непосредственно неприменимо. Для того чтобы оно стало применимым, оно должно быть переведено в форму (1) или (3) (см. об этом 3.2).

Каково же соотношение номинальных и реальных содержательных определений?

Если речь идет об определениях как предложениях, встретившихся нам в каком-либо языке, то каждое реальное определение может быть переведено в номинальное (ср. «Спекуляция есть скупка и перепродажа товаров и иных предметов с целью наживы» и «Понятие «спекуляция» употребляется для обозначения скупки и перепродажи товаров и иных предметов с целью наживы»). Аналогично и каждое номинальное определение (если не рассматривать номинальных определений как простые сокращения в условиях отвлечения от значений знаковых выражений Dfd и Dfn) может быть переведено в реальное.

Выбор способа номинального или реального определения в каждом конкретном случае обусловлен целями, задачами исследования, дидактическими соображениями, соображениями простоты, естественности и другими прагматическими установками субъекта, вводящего определение.

При определении Dfd, которым соответствуют знаковые выражения, уже существующие в том или ином языке, мы прибегаем к реальным дефинициям или к аналитическим номинальным (см. 3.3). Наоборот, когда вводится новое понятие, вследствие чего происходит расширение языка, приходится обращаться к номинальным синтетическим определениям (см. 3.3). Так, определение предложения «Решить новую задачу» («Новая задача считается решенной») можно осуществить в форме реального определения: «Решить новую задачу — *это* значит свести ее решение к задачам, которые мы уже умеем решать» (ср. «Новая задача считается решенной в том, и только в том, случае, когда ее решение удается свести к решению задач, которые мы уже умеем решать»). Соответствующее номинальное семантическое определение звучало бы неестественно (ср. «Выражение «решить задачу» нами будет употребляться для обозначения. ..»),

Очень часто, вводя первоначально в формализованные теории и формальные системы новые знаковые выражения как сокращения для уже существующих выражений путем номинальных определений типа сокращений, мы затем можем их при нахождении интерпретации истолковывать как реальные.

Часто определение, построенное как реальное и относящееся к дотеоретическому уровню познания, затем на уровне теории может уже формулироваться как номинальное, как расширяющее язык нашей теории, а затем вновь переводиться в реальное.

Формы детерминации определений действительностью и прошлым опытом различны. Реальные определения, в которых специфицируется некоторый объект, для которого уже существует понятие в том или ином языке, мало чем отличаются в интересующей нас связи от обычных суждений: их содержание является функцией отражаемой в них действительности. Здесь происходит уточнение, исправление, экспликация той информации, которая была извлечена в результате изучения объектов, обозначенных понятием Dfd, на основе более глубокого изучения объектов, выделения в прежней информации наиболее важного и существенного для решения поставленных задач.

Те или иные языки научных теорий обычно расширяются и обогащаются за счет введения новых понятий посредством номинальных семантических определений (DfdHPfn). Так, например, для вновь обнаруженного объекта или явления, описанного через его объективные характеристики, вводится новое имя. Dfn в таком случае — некоторая объективная информация, являющаяся отражением действительности, а понятие Dfd вводится по соглашению. Иногда введение нового понятия достаточно строго детерминировано принятыми в той или иной науке правилами построения системы понятий (ср. язык органической химии). Введенные таким путем определения затем могут быть переведены в реальные, где понятие Dfd будет применяться не в функции упоминания, а в функции использования (DM,=Dfn) (см. о правомерности таких переводов 3.2).

С более сложными случаями в методологическом и гносеологическом отношении мы встречаемся тогда, когда для определяемого объекта не просто отсутствует понятие (имя) в соответствующем языке, а когда сам объект *как предмет познания* вводится нами посредством определения.

В качестве примеров укажем лишь на два таких случая. Во-первых, это та ситуация, при которой значение вновь вводимого понятия посредством семантического номинального определения детерминируется тем, как мы расчленим, конструктивизируем изучаемую действительность. В первую очередь введение его детерминируется соображениями прагматического характера. С такими случаями мы зачастую встречаемся при введении в науку единиц измерения. Принятие той или иной единицы измерения (например, принять ли в качестве эталона измерения длины фут, аршин или метр) решается на основе прагматических соображений. Поэтому определения такого сорта (независимо от того, формулируются они как номинальные или реальные) обусловливаются содержанием действительности иначе, чем, например, определения Луны, железа, атома.

Во-вторых, это та ситуация, при которой определениями вводятся в рассмотрение такие абстрактные и идеализированные объекты, для которых в материальной действительности в лучшем случае можно найти лишь весьма отдаленные корреляты. Введение таких объектов обусловливается уже не непосредственно материальной действительностью, но в первую очередь внутренними потребностями абстрактных теорий.

3.2. Семантические и синтаксические определения.

Среди определений обычно выделяют семантические и синтаксические определения.

Под ***семантическими*** определениями понимают **определения <u>значений знаковых выражений</u>** посредством явного указания объекта, описанного через его отличительные признаки. Например, «Слово «пятиугольник» применяется для обозначения плоского многоугольника с пятью сторонами»; «Выражение «затухающие колебания» употребляется для обозначения колебаний, амплитуды (и соответственно энергия) которых уменьшаются с течением времени»; «Знак ***h*** употребляется для обозначения кванта действия».

Если принять предложенную нами детализацию структуры номинальных и реальных определений (см. 3.1), то структура семантического определения будет иметь вид: «Dfd»=Dfn или DfdXXDfn (упоминаемое понятие Dfd обозначает объект, где соответствующее ему понятие Dfn используется).

К определениям, имеющим данную структуру, непосредственно нельзя предъявить требование, обязательное для всех **полных явных**

определений, а именно требование взаимозаменимости Dfd и Dfn. По отношению к реальным определениям взаимозаменимость Dfd и Dfn обеспечивается их равнообъемностью, экстенсиональным тождеством понятий Dfd и Dfn. По отношению к иным видам номинальных определений указанная взаимозаменимость обеспечивается экстенсиональным тождеством значений понятий Dfd и Dfn, которые при этом упоминаются. В чисто формальных определениях, где Dfd рассматривается как сокращенная запись для Dfn, указанная взаимозаменимость обеспечивается особой редукционной процедурой, основанной на так называемых **определяющих аксиомах**.

В приведенной же выше схеме DfdiXDfn знак _O_ является по существу знаком отношения обозначения.

Это отношение связано со значительными трудностями для логического анализа.

В целях обеспечения применимости правила взаимозаменимости к семантическим определениям их обычно переводят в реальные определения или в номинальные, имеющие соответственно структуры «Dfd» или «Dfn».

Так, приведенное выше семантическое определение может быть трансформировано в следующие: «Пятиугольник есть плоский многоугольник с пятью сторонами» (реальное определение), «Понятие «пятиугольник» имеет то же значение, что и понятие «плоский многоугольник с пятью сторонами»» (несемантическое номинальное определение).

В какой мере правомерны такого рода преобразования?

В семантических определениях всегда дан через описание некоторый объект Dfn (понятие Dfn в таком случае употреблено в функции использования), для которого вводится имя (понятие употребляется в функции упоминания). Отношение ТГ. есть отношение обозначения.

Здесь может встретиться два случая: когда семантическим определением вводится новое, не существовавшее в языке понятие Dfd и когда рассматривается в целях уточнения (экспликации) уже существующее в языке знаковое выражение. В последнем случае мы будем его интерпретировать так: **определяемое знаковое выражение применяется *только лишь* для выражения той информации, которая содержится в описании свойств Dfn, и для обозначения соответствующих этому описанию объектов (**иными словами, определяемое знаковое выражение может рассматриваться как имя для свойств, указанных в Dfn, и как имя соответствующего класса.) От иной информации, которая ранее ассоциировалась с определяемым знаковым выражением, мы отвлекаемся.

На основании изложенного можно сформулировать постулат, устанавливающий условие равенства некоторых контекстов по заключающейся в них содержательно-семантической информации. *Два контекста, представляющие собой явные определения, каждый из которых получается друг из друга путем перевода, состоящего в замене знаковых выражений, употребленных в функции упоминания, на соответствующие знаковые выражения, употребленные в функции использования, и наоборот, мы будем считать несущими равную содержательно-семантическую информацию;* при этом замена должна производиться таким образом, чтобы в ее результате получались определения, имеющие одну из следующих форм:

Dfd=Dfn\ «Dfd» =—«Dfm>; «Dfd»_= Dfn.

Так, следующие дефиниции несут одну и ту же информацию: «/г обозначает квант действия» (номинальное семантическое определение); «/г есть квант действия» (реальное определение); «Выражение *h* имеет то же самое значение, что и выражение «квант действия» » (номинальное несемантическое определение). Аналогично мы будем считать, что и следующие два предложения: «Первый покоритель космоса есть Юрий Гагарин», «Первый покоритель космоса носит имя (именуется) Юрий Гагарин» — имеют одну и ту же содержательную информацию.

Из указанного постулата в качестве непосредственных следствий можно получить следующие теоремы:

Т.1. Семантическое определение в форме Dfd~O~Dfn эквивалентно в смысле содержащейся в нем содержательно-семантической информации реальному определению Dfd = Dfn. Это можно записать так:

Dfd ТГ Dfn *Dfd = Dfn.*

Т.2. Семантическое определение в форме Dfd .О Dfn эквивалентно по содержащейся в нем содержательно-семантической информации соответствующему номинальному несемантическому определению «D/d» = «D/n»:

Dfd IT Dfn *«D/d»—= «Dfn».*

Т.3. Реальное определение Dfd =' Dfn эквивалентно в смысле содержащейся в нем содержательно-семантической информации номинальному определению вида

«Dfd»=«Dfn»; *Dfd =—Dfn* *«Dfd» == «Dfn».*

Под синтаксическими явными определениями в широком смысле этого слова понимают определения, которые непосредственно (т. е. без предварительных переводов) могут рассматриваться как правила взаимозаменимости Dfd и Dfn в любых стандартных контекстах.

Схему синтаксического определения часто записывают так: $Dfd^{A}Dfn$.

Понятие синтаксического определения в широком смысле приобретает точный смысл лишь по отношению к формальным системам и формализованным языкам, где явными определениями вместо одной комбинации символов ставится в соответствие с помощью знака л новый символ (или их комбинация). Этот новый символ Dfd рассматривается как сокращение для некоторой комбинации символов, уже введенных в систему. Такие определения расширяют язык системы и рассматриваются одновременно как правила замены Dfn на Dfd и наоборот. Обоснование этого правила для систем указанного типа может быть осуществлено в общем виде; во всяком случае имеется общий алгоритм такого обоснования.

Содержательные определения вида Dfd=Dfn и «Dfd»=_«Dfn» могут также непосредственно рассматриваться как правила взаимозаменимости Dfd и Dfn (от иных функций определения мы на время можем отвлечься). Однако это обоснование осуществляется уже на основе анализа конкретного содержания определений.

Синтаксическим определениям в широком смысле противопоставляются семантические определения *(«Dld»=Dfn),* которые непосредственно не допускают взаимозаменимости Dfd и Dfn. Эта взаимозамеиимость возможна лишь после того, как они будут переведены в соответствующие номинальные или реальные определения.

В литературе по логике под синтаксическими определениями иногда понимают и такие реальные определения, где Dfn представляет собой описание определяемого объекта по тем процедурам и операциям, которые можно с ним производить. Такие определения будем называть *синтаксическими в специальном смысле.*

Синтаксические определения в специальном смысле противопоставляются тем определениям, в которых спецификация Dfd осуществляется через описание его свойств.

Приведем примеры синтаксического определения в широком смысле и синтаксического — в специальном смысле.

Допустим, дано сложное описание: «Секрет, выделяемый островками Лангерганса поджелудочной железы». Это описание можно сократить, введя взамен его простое понятие «инсулин». Тогда наше определение, имеющее вид: «Инсулин = секрет, выделяемый островками Лангерганса поджелудочной железы», будет синтаксическим определением в широком смысле, коль скоро оно истолковывается нами как правило взаимозаменимости Dfd и Dfn.

В самых различных играх (шахматы, карты и т. п.) значение фигур, карт выясняется через их роли, через допустимые правила оперирования с ними в процессе игры. Названия фигур «король», «ладья», «ферзь» и т. п. в шахматной игре можно рассматривать как сокращения для описания их исходных положений на шахматной доске в начале игры и возможных ходов в процессе игры. Через свойства эти фигуры определить нельзя: все они, вообще говоря, могут быть различной формы и сделанными из различного материала (например, потеряв короля, мы можем заменить его пуговицей, куском сахара, камешком и т. п.). **В этом случае мы будем иметь дело с <u>синтаксическими определениями в специальном смысле</u>.**

Таковы же определения натурального ряда чисел в конструктивной математике и логике через описание порождающей процедуры последовательности чисел 1, 2, 3, 4, 5...

Если, например, натуральный ряд считается уже заранее заданным, построенным (например, порожденным из пустого множества предметов по Фреге — Расселу), то мы можем определять различные числа через описание правил оперирования с ними. Так, описание «Число, большее нуля, которое, будучи сложено с самим собой, дает свой квадрат» может быть заменено знаком «2».

В таком случае мы получим определение: «2 = число, большее нуля, которое будучи сложено с самим собой, дает свой квадрат». Аналогично определяются такие объекты, как скобки, знаки препинания, а именно через правила их употребления, оперирования с ними в различных контекстах. Таковы, например, и определения сосуда как того, во что может быть налита жидкость с целью ее сохранения, кипячения и т. п.; пищи — как того, что можно съесть с целью утоления голода и поддержания жизни; председателя собрания — как человека, выполняющего определенные организаторские функции, и т. п.

Так называемые **операциональные определения** следует рассматривать **как вид синтаксических определений в специальном смысле** (мы их рассмотрим ниже). Анализ семантических и синтаксических определений будет продолжен в связи с обсуждением определений в формализованных языках и формальных системах**.**

3.3. Аналитические и синтетические определения.

В логике и философии различают аналитические и синтетические определения.

Известно, что проблема аналитических и синтетических суждений, аналитического и синтетического знания вообще подробно рассматривалась в философии и логике еще И. Кантом (а до Канта — Лейбницем). По Канту, **<u>аналитическое суждение</u> a priori обладает свойствами всеобщности и необходимости и в силу этого является**

истинным независимо от обращения к непосредственному опыту. Так, всякое атрибутивное суждение, относительно которого без обращения к опыту известно, что предикат *P* включен в содержание субъекта *S*, является аналитическим и потому истинным (например, «всякое тело протяженно»). Ряд синтетических суждений так же могут обладать свойствами всеобщности и необходимости (например, «5+7=12») и быть поэтому независимыми от опыта всеобщими истинами, но уже в силу иных оснований («синтетические суждения a priori»).

Проблема аналитического и синтетического существует и по отношению к определениям. Р. Робинсон **номинальные семантические определения подразделяет на аналитические и синтетические**.

Предлагаемое Р. Робинсоном подразделение семантических определений на аналитические и синтетические можно принять при условии, если предполагается, что осуществлен перевод всех реальных определений в ранг семантических. Переводы реальных определений в семантические номинальные будут принадлежать классу аналитических определений. Следует также предположить, что и несемантические номинальные определения вида «Dfd»=«Dfn» также переведены в ранг семантических: среди них могут встретиться как аналитические, так и синтетические определения. Отсюда следует, что деление определений на номинальные и реальные не является изоморфным их делению на аналитические и синтетические, поскольку в число аналитических войдут и некоторые номинальные определения, и переводы реальных в номинальные, а синтетические составят лишь часть номинальных.

Перевод же всех определений в ранг семантических для выявления их аналитического или синтетического характера детерминируется задачами исследования, в частности, потребностями выработки различений между разными видами аналитических и синтетических определений.

В работе «Об аналитических и синтетических определениях» Л. Борковский[1] выделяет три понимания аналитического и синтетического определения.

Первое понимание аналитического (соответственно синтетического) определения связано с тем, что определение некоторого слова *W* формулируется по отношению к *данному* языку *S*. Это понятие аналитического и синтетического определений он называет *безотносительным.*

Второе понимание аналитического (соответственно синтетического) определения связано с тем, что некоторая аналитическая или синтетическая дефиниция слова *W*, принадлежащая некоторому языку *S,* тем не менее соотнесена с другим языком. Это понятие аналитической или синтетической дефиниции Борковский называет *относительным.*

Третье понимание аналитического и синтетического определений связывается Л. Борковским с тем, что оно может быть соотнесено с тем или иным лицом. Такое понятие аналитического или синтетического определений называется Л. Борковским *прагматическим*.

Аналитическое и синтетическое определения в первом понимании можно определить так.

D есть аналитическое определение слова *W* в языке *S*: 1) *D* есть определение слова *W* в языке *S*; 2) в языке *S* существуют истинные доказанные положения, которые релевантно содержат слово *W* и являются истинными, доказанными положениями не в силу определения *D*. (**Слово *W* входит в истинное доказанное предложение релевантно, если, и только если, замена его константным словом той же семантической категории, принадлежащей этому языку, отличающимся от слова *W* своим объемом, приводит к тому, что это предложение не является уже доказанным, истинным**.)

D есть синтетическое определение слова *W* в языке *S*: 1) D есть определение слова *W* в языке *S*; 2) в языке не существует доказанных истинных предложений, которые бы релевантно содержали слово *W* и не рассматривались бы как таковые кроме как на основе определения *D*.

Примерами аналитических определений могут быть различные определения слов, встречающиеся в толковых словарях, поскольку эти слова входят во многие тезисы естественного языка, и притом не на основе тех определений, которые мы даем им в словарях. **Допустим, в некоторой научной дисциплине встречается понятие *W*. Мы его затем уточняем посредством определения *D*. Это определение будет <u>аналитическим</u>.**

С безотносительными синтетическими определениями мы имеем дело тогда, когда естественный язык расширяется за счет слов, значения которых вводятся определениями, которых ранее в языке не существовало.

Это бывает связано с тем, что в действительности появляются некоторые новые объекты, явления, ситуации, которых ранее не было. Так, например, вводились в язык слова «спутник», «космонавт», «кибернетика».

Допустим, при систематическом построении геометрии Евклида (язык *S*) нами впервые вводятся определениями понятия «окружность», «квадрат», то эти определения будут синтетическими. Эти понятия затем могут много раз встречаться в нашей теории, но первоначальное их определение продолжает оставаться синтетическим. Введение новых понятий, обозначающих вновь открываемые элементарные частицы в физике микромира, также осуществляется путем синтетических определений.

Приведем примеры аналитических и синтетических определений в относительном смысле. **Вводимое учителем определение в процессе обучения может быть синтетическим для «языка» учащихся, но аналитическим для «языка» учителей**. Явное определение дизъюнкции в аксиоматическом исчислении высказываний (язык *S*), где в качестве первичных понятий фигурируют знак импликации и знак отрицания относительно данного языка *S*, является синтетическим. Но эта дефиниция является аналитической относительно языка Si — относительно содержательно-алгоритмического построения логики, где дизъюнкция определена таблично.

Синтетическое определение словосочетания «натуральное число» в теории множеств и в логике будет аналитическим в отношении языка обычной арифметики.

Безотносительное и относительное понимание аналитических и синтетических определений в отношении некоторого лица *P* предполагает высказывание им некоторой оценки о дефиниции. Если в его опыте, в его «языке» определяемое слово *W* содержалось в иных контекстах, то он оценит его как аналитическое, свидетельством чему может явиться его оценка данного определения как истинного, как такого, в котором соблюдено правило взаимозаменимости Dfd и Dfn. Если таких оценок лицо *P* не может выработать, то это означает, что определение для него является синтетическим. При прагматическом подходе к анализу определения выясняется, что его оценка определения как аналитического или синтетического действительно детерминируется объективными фактами его подготовки, прошлого опыта и т. д. (в зависимости от этих фактов будут меняться и оценки определений у различных лиц). Однако его оценки, относящиеся к истинности и правильности определений, могут иметь гносеологическую природу и не зависеть от психологических факторов.

Таким образом, в самом общем смысле аналитическое определение представляет собой определение, являющееся явным (эксплицитным) формулированием значений понятий, уже существующих в том или ином языке, где они могут быть

первоначально определены независимо от вводимого определения, например, неявно, контекстуально.

Синтетическим определением в самом общем смысле называется определение значения вновь вводимого в тот или иной язык понятия или сознательное уточнение, изменение значения понятия, уже существующего в некотором языке; в последнем случае по существу имеет место введение нового значения для уже существующего понятия в некотором языке. Заметим, что правило взаимозаменимости Dfd и Dfn, основанное на тождестве их экстенсиональных характеристик, требуется проверять лишь по отношению к аналитическим определениям. По отношению к синтетическим определениям корректность этого правила обеспечивается самим построением определения, которое непосредственно и естественно может быть истолковано как определение типа сокращений (при этом мы, разумеется, отвлекаемся от исторической ограниченности наших знаний).

Аналитические и синтетические определения являются номинальными, поскольку в них идет речь об определении именно понятия, а не соответствующего ему объекта (понятие Dfd в этих определениях упоминается).

Заметим, что все реальные определения могут быть рассмотрены как переводы соответствующих аналитических определений. Поэтому реальные определения и рассматриваются нами как определения, в которых объект представлен уже соответствующим именем в соответствующем языке до определения.

Понятия, которые введены в язык синтетическим определением, при повторном их анализе, экспликации путем нового определения приобретают иногда характер аналитических.

3.4. Явные и неявные определения.

Явные определения — это такие определения, в которых присутствуют Dfd и Dfn (их обобщенная схема: Dfd=DfDfn или Dfd = Dfn).

Эти определения при соблюдении известных требований содержат и правила введения (в самых различных стандартных контекстах теории понятие Dfn может быть заменено понятием Dfd), и правила удаления (понятие Dfd может быть заменено в различных стандартных контекстах понятием Dfn).

В виде явных определений могут формулироваться самые различные определения: номинальные и реальные, семантические и синтаксические, аналитические и синтетические и т. п.

Явные определения делятся на **абсолютные и неабсолютные**. **Абсолютными** называются определения, в которых ни одна имеющая самостоятельное лексическое значение часть понятия Dfd не встречается в составе понятия Dfn независимо от того, применяются они в функции использования или упоминания. С такими случаями в корректно построенных определениях мы встречаемся всегда, когда понятие Dfd состоит из одного слова (ср. определение человека, функции, инсулина и т. п.).

Неабсолютными называются определения, в которых какая-то имеющая самостоятельное постоянное лексическое значение часть понятия Dfd входит и в состав понятия Dfn.

Например, «Затухающие колебания — это такие колебания, амплитуды (и соответственно энергия) которых уменьшаются с течением времени». Здесь слово «колебания» входит и в состав Dfd, и в состав Dfn. Такие определения имеют вид: Dfd (А, В)=Din(.. .В...) (понятия Dfd и Dfn включают в качестве общей части В, но сложный термин Dfd построен из А и А).

Аналогичны определения простого числа, четного числа, добродетельного человека, рекурсивной функции и т. п. Такого рода повторения частей Dfd в составе Dfn не означают ошибки порочного круга. Обычно с неабсолютными определениями мы встречаемся тогда, когда некоторые классы объектов (например, числа, функции) и соответствующие им общие имена уже определены на уровне науки или на уровне естественного языка. При этом возникает задача определить какие-то правильные подмножества этого класса (может оказаться, что элементы этих подмножеств обладают важными для познания или практики специфическими свойствами). Если эти подмножества не имеют особых абсолютных имен в языке, то мы можем ввести определением новое сложное (неабсолютное) имя таким образом, чтобы оно указывало, к части какого уже известного нам класса оно относится (нам важно по строению названия знать, что четные числа представляют собой подмножество натуральных чисел, а рекурсивные функции — вид функций).

Порочного круга в неабсолютных определениях не возникает, поскольку в них определяется не значение понятия В, повторяющегося в понятиях Dfd и Dfn (а равно и не значение понятия А), а сложное имя, имеющее новое значение по сравнению со значениями понятий А и В. Это сложное имя, вообще говоря, может быть заменено новым абсолютным именем, и тогда неабсолютные определения примут вид абсолютных определений.

Определения предикатов, представленных в виде пропозициональных функций, такие, как: простое число (х), не рассматриваются как неабсолютные, несмотря на то, что х входит и в состав Dfd, и в состав Dfn. Дело в том, что свободные переменные не являются понятиями, имеющими самостоятельное лексическое значение. В такого рода дефинициях определяются значения понятий, а именно предикатов, но не через сведение последних к области значений х, которым они удовлетворяют (т. е. к экстенсионалу функции «х — простое число»), а через иные предикаты.

Под неявными определениями мы будем понимать определения посредством аксиом в <u>аксиоматических теориях</u> (назовем их неявными определениями в собственном смысле). Иные виды определений, характеризуемых как неявные, но которые могут быть по известным алгоритмам преобразованы в явные, будут рассмотрены особо. Для неявных аксиоматических определений не существует правил, позволяющих осуществить указанное преобразование в рамках теории: здесь первичные понятия теории определяются друг через друга в неэлиминируемых в рамках теории контекстах.

К числу неявных (в собственном смысле), как уже указывалось, относят **<u>аксиоматические определения, т. е. определения первичных объектов посредством первичных предложений (аксиом) в аксиоматических теориях</u>**.

Специфика неявных определений по сравнению с явными проявляется наиболее ярко в следующих моментах.

В отличие от явных определений, имеющих структуру Dfd=Dfn, в неявных отсутствуют понятия Dfd и Dfn, и вследствие этого не производится никаких способов их отождествления. Посредством неявных определений выделяется некоторая система множеств, обладающих известной структурой, и притом таким образом, что аксиоматическое описание при применении к нему правил логики дает возможность получать об этих множествах новую информацию, доказывать о них теоремы. Первичные объекты системы (и соответствующие им понятия) определяются друг через друга: неявные определения — круговые определения; однако содержащиеся в них круги не являются порочными. В силу того что эти определения являются круговыми, каждый первичный объект (соответственно понятие) не может быть определен через остальные: неявное определение того или иного объекта (или понятия) не может быть заменено соответствующим явным определением. Это означает, что для неявных аксиоматических определений не существует правил удаления в рамках замкнутых теорий. Для явных определений Dfd = Dfn существуют не только правила введения объектов (и соответствующих понятий), но и правило их удаления внутри теории. Так, некоторое описание, соответствующее Dfn, мы можем заменить понятием Dfd (правило введения). Затем в случае надобности мы можем в некотором контексте понятие Dfd элиминировать, заменив его понятием Dfn.

С простейшими аксиоматическими определениями мы встречаемся в алгебре. В качестве примера рассмотрим определение группы в алгебре.

Непустое множество G называется группой, если в нем определена алгебраическая операция, называемая (условно) умножением, которая каждым двум элементам a, b из G ставит в соответствие элемент ab также из G, называемый условно их произведением, и обладает следующими свойствами:

(1) $a(bc) = (ab)c$ (закон ассоциативности).

(2) Для любых a и b из G уравнения $ax = b$ и $ya = b$ разрешимы в G, т. е. в G существуют элементы c и d такие, что $ac = b$ и $da = b$ (закон обратимости).

Этому определению удовлетворяют некоторые множества с определенными на них алгебраическими операциями и потому являются, согласно определению, группами. Таковы все целые, рациональные, действительные и все комплексные числа относительно операции сложения чисел, играющего роль групповой операции умножения. Ни одно из этих множеств не является группой относительно операции умножения чисел. Но все рациональные, все действительные и все комплексные числа, исключая число 0, являются группами относительно операции умножения. Итак, с помощью этого определения мы можем выделить совокупности конкретных множеств с соответствующими операциями, определенными на них, которые могут квалифицироваться как группы.

Обратим внимание на следующие черты приведенного определения. Во-первых, в данном определении встречается ряд переменных: G—для множеств; a, b, c—переменные для элементов множеств G; умножение — переменная для алгебраических операций.

Во-вторых, с помощью данного аксиоматического описания вводится некоторая система взаимосвязанных объектов, находящихся за пределами аксиоматической теории, а именно множеств с операциями, определенными на них, которые удовлетворяют аксиоматическому описанию. Свойства этих операций и описываются аксиомами (1) и (2).

Рассмотрим второй пример[2].

Пусть система неопределяемых объектов состоит из множества (области) D, нуля — элемента этого множества и унарной операции над элементами множества D, т. е. операции ('). Эту систему объектов обозначим <D, 0, ' > .

Эта система объектов, как и в предыдущем примере, является абстрактной, поскольку мы ничего не знаем о природе объектов, кроме соотношений между ними, описываемых соответствующими аксиомами. Аксиоматическая же система, описывающая соотношения между этими объектами, является содержательной, поскольку это - описание осуществляется на обычном (но не формализованном) языке. Такие аксиоматические системы часто называют абстрактно-содержательными. Когда те же самые аксиоматические системы противопоставляются конкретно-содержательным (системам (ср. аксиоматическое изложение геометрии Евклидом), где объекты, описываемые аксиомами, считаются известными ранее аксиом, то их часто называют формальными.

Для этой же теории можно отыскать ряд других моделей (представлений), которые ей удовлетворяют (в том числе и не только математических). Но все эти представления будут изоморфны множеству натуральных чисел. (Два представления (множества) называются изоморфными друг другу, если между элементами первого и элементами второго множеств можно установить взаимно-однозначное соответствие и предикаты, определенные на них, отличаются следующим свойством: если они выполняются (или не выполняются) для некоторых фиксированных элементов первого множества, то они соответственно выполняются (или не выполняются) для элементов второго множества, которые сопоставлены (в ходе установления взаимно-однозначного соответствия) элементам первого множества, и наоборот.)

Если системы объектов изоморфны друг другу и если одна из них удовлетворяет некоторой аксиоматической теории, то и остальные удовлетворяют ей.

Если две системы объектов не изоморфны друг другу и одна из них удовлетворяет некоторой аксиоматике, то здесь могут встретиться два случая: (1) другая может ей не удовлетворять; (2) другая может ей и удовлетворять.

Допустим, нам дана система вычетов по модулю 2: 0, 1,0, 1,0, 1...

Натуральный ряд превратится в эту систему, если каждое число, начиная с нуля, заменить его остатком от деления на 2. Эта система объектов не изоморфна натуральному ряду чисел, поскольку между этими системами объектов нельзя установить взаимно-однозначного соответствия.

Итак, существуют **троякого рода аксиоматические теории**.

1. Аксиоматические теории, для которых все ее представления изоморфны друг другу. Такие системы аксиом называются **категоричными**.

2. Аксиоматические теории, для которых существуют неизоморфные друг другу представления. Такие системы аксиом называются **неполными**.

3. Аксиоматические теории, для которых не существует представлений. Такие системы аксиом называются **невыполнимыми**.

В противоположность невыполнимым системам категорические и неполные системы называются выполнимыми.

Теперь обсудим вопрос о том, в каком смысле об абстрактно-содержательных аксиоматических теориях можно говорить как об определениях. Это представляется важным, поскольку не все логики склонны относить аксиоматики к особому виду определений, т. е. рассматривать их в качестве так называемых неявных определений: они иногда рассматриваются как особый способ задания первичных объектов теории, который осуществляется не посредством определений, а просто посредством аксиом.

Когда строились конкретно-содержательные аксиоматические системы (ср. построение геометрии Евклидом), где изучаемые объекты предполагались данными и в какой-то мере изученными до построения теории, где формулированию аксиом предпосылались явные определения изучаемым объектам, а аксиомы истолковывались как истинные предложения, описывающие соотношения между ними, в методологии науки не возникало вопроса о том, являются ли аксиомы определениями или нет. **Аксиомы безоговорочно исключались из числа определений.**

В абстрактно-содержательных аксиоматиках, как мы видели, конкретные изучаемые объекты и их соотношения фигурируют в виде соответствующих переменных, и в контексте теории они «определены» лишь на грамматическом уровне. Например, **в аксиоматике теории групп о знаке *G* мы знали лишь то, что это переменная для множеств, о знаках *a, b, c* мы знали, что это переменные для элементов множества *G*, о выражении «операция, условно называемая умножением» мы знали, что это переменная для математических операций.** Поскольку нестрого построенные содержательные научные теории обычно предполагают включение в них явных определений изучаемых объектов, **встал вопрос о том,**

могут ли быть построены теории без определений вообще или сами аксиомы здесь играют роль определений.

Многие логики склонны абстрактно-содержательные аксиоматики рассматривать как особого рода неявные определения, хотя всем ясно, что способ введения изучаемых объектов посредством аксиом существеннейшим образом отличается от способа введения изучаемых объектов посредством явных определений. Мы полагаем, что рассмотрение абстрактных аксиоматик как определений имеет некоторые основания (хотя, вообще говоря, для этого способа введения объектов в науку можно было бы придумать и новое имя). С. Клини в этой связи пишет: «Иногда говорят, что аксиомы аксиоматической теории служат неявным определением системы объектов этой теории, но это может означать только, что аксиомы определяют то, к каким системам, определенным вне теории, эта теория применима».

Само собой понятно, что выделение с помощью аксиом систем объектов, которые находятся за пределами теории и которые им удовлетворяют, возможно лишь тогда, когда контекст, состоящий из совокупности (конъюнкции) аксиом, имеет некоторое семантическое значение, независимое от конкретных областей их применения.

Добавление каждой последующей аксиомы (если она является независимой от всех остальных) сужает круг возможностей ее применения к объектам.

Вообще говоря, и элементарные пропозициональные функции, включающие лишь переменные, также определяют множества, которые им удовлетворяют, а именно с их помощью удается произвести различение множеств, соответствующих одноместным предикатам, множеств, соответствующих двухместным предикатам, и т. д. Однако они не рассматриваются как определения вообще, поскольку в соответствующих системах они не выполняют функций определений: они не содержат требований и правил и не рассматриваются как теоремы системы. Каждая же аксиома теории может рассматриваться (как явное определение, вводимое в систему) в качестве теоремы. **Как и явные определения, расширяющие круг наших дедуктивных возможностей, аксиомы используются при развитии теории, при доказательстве соответствующих теорем.**

Мы привыкли к тому, что всякая теория (и строгая и нестрогая) включает в свою базисную часть определения тех основных объектов (соответственно понятий), которые она изучает, хотя и способы их определения могут существенно отличаться друг от друга. Это, видимо, и послужило основанием для того, чтобы процедуры, связанные с аксиоматическим способом введения основных объектов теории, отнести к числу определений и не вводить для них нового особого имени. Специфика этих определений подчеркивается наличием словосочетания «неявные аксиоматические» в словосочетании «неявные аксиоматические определения», являющемся именем для рассматриваемого способа задания объектов теории.

Неявные аксиоматические определения могут быть истолкованы в известном смысле и как явные. Многие неявные аксиоматические определения и формулируются часто как соответствующие явные (в особом смысле).

Если для объектов, которые удовлетворяют аксиоматическим описаниям, ввести особое имя, то мы получим явное определение этих объектов в том смысле, что в рамках теории введенное имя может быть элиминировано тем же способом, что и в явных семантических определениях (Dfd и Dfn становятся взаимозаменимыми в различных контекстах).

Иногда для систем объектов, описываемых множеством аксиом (и эта система аксиом не является полной, т. е. аксиоматика не является категоричной), бывает затруднительно придумать общее имя, которым удовлетворяет система вычетов по модулю 2 и система натуральных чисел.

Для системы объектов абстрактной аксиоматики геометрии Евклида можно было бы дать имя «Объекты евклидовой геометрии».

Часто аксиоматические определения и формулируются как явные определения в указанном выше смысле.

Таково было рассмотренное выше определение группы («Непустое множество называется группой, если...»,).

Указанные выше явные определения, возникающие из соответствующих систем аксиом, являются явными лишь в смысле взаимозаменимости Dfd и Dfn в пределах теории. Однако они существенным образом отличаются от иных явных определений по структуре Dfn, по способу детерминации тех систем объектов, лежащих за пределами теории, которые им удовлетворяют. Поэтому указанные определения будем называть квазиявными аксиоматическими определениями.

Аксиоматические теории следует отличать от интуитивных аксиоматик, примером которых может быть аксиоматика Евклида. В «Началах» Евклида даются явные определения отдельным «первичным» терминам системы. Эти определения лежат вне самой системы и как бы предпосылаются ее построению. Понятия, в которых описываются определения ряда исходных понятий, не входят затем в формулировки соответствующих первичных предложений (постулатов и аксиом) и в доказательства теорем, и потому такие понятия в геометрии Евклида, как «точка», «прямая», «поверхность», «плоскость», следует рассматривать как первичные понятия, введенные без определений. При доказательстве соответствующих теорем учитываются лишь те их свойства, которые описываются соответствующими первичными предложениями (аксиомами и постулатами).

Определения различных первичных понятий по отдельности в «Началах» Евклида формулируются как реальные и предполагаются интуитивно ясными, а первичные предложения, в которых описываются свойства и соотношения этих объектов, в истории философии часто рассматривались как самоочевидные истины. О свойствах и соотношениях более сложных объектов, вводимых путем обычных явных определений, доказываются соответствующие теоремы.

Геометрия Евклида строилась и долгое время истолковывалась как теория, непосредственно описывающая свойства реального физического пространства.

Новый этап в развитии аксиоматики связан с именами М. Паша, Ф. Клейна и др. и нашел свое завершение и применение в «Основаниях геометрии» Д. Гильберта. Большую роль в формировании новых взглядов на аксиоматические построения и характер фигурирующих в них аксиом сыграли открытия неевклидовой геометрии, сделанные Я. Бойаи и Н. И. Лобачевским.

Первым шагом в построении таких теорий является отбор систем объектов, их свойств и отношений между ними (осуществляемый нередко на основе анализа соответствующих содержательных построений, в том числе и аксиоматических).

Именно потому, что первичные понятия на этом этапе построения теории не связаны с какой-то фиксированной интерпретацией, аксиомы перестают играть роль некоторых истин (тем более самоочевидных истин). Они, по мнению Р. Столла, играют роль теорем, принимаемых в системе за доказанные предложения о некоторых неспецифицированных объектах. Истинность аксиом в таком случае заменяется их доказуемостью на формально-синтаксическом уровне, коль скоро они могут быть рассмотрены как теоремы системы.

Непосредственно аксиомы не могут рассматриваться как истинные утверждения; они суть некоторые неявные определения неспецифицированных объектов. <u>Но аксиоматические системы создаются для решения определенных научных задач</u>. Поэтому исследователи всегда ищут определенную интерпретацию для системы, стремятся построить <u>модель, удовлетворяющую</u>

<u>абстрактной аксиоматической системе</u>. Когда модель построена, аксиомы становятся истинными предложениями.

При аксиоматизации одной и той же интуитивно-содержательной теории может иметь место отбор различных совокупностей первичных понятий. Так, в аксиоматике евклидовой геометрии, созданной Д. Гильбертом, имеется шесть первичных понятий: «точка», «прямая», «плоскость», «инцидентно», «между» и «конгруэнтно».

В аксиоматике евклидовой геометрии, разработанной М. Пиери, два первичных понятия: «точка» и «движение». В этом случае, как говорят, мы имеем дело с различными формулировками одной и той же теории.

Для **<u>абстрактных аксиоматических систем</u>, как и для большинства явных содержательных определений, не существует алгоритма, позволяющего отыскивать системы объектов, удовлетворяющих соответствующим описаниям, т. е. составлять список всех систем объектов, удовлетворяющих данному описанию. Такое описание осуществляется на основе интуитивно-содержательных соображений.**

<u>Аксиома обычно определяется как предложение, принимаемое в рамках той или иной теории без доказательств</u>. Такое определение аксиомы являет*ся вполне приемлемым, если методологию науки ограничивать рассмотрением внутренних проблем науки. Если же методология науки строится на основе учета и внутренних и внешних проблем науки, то приведенное определение аксиомы представляется слишком узким.*

Многие (и притом наиболее интересные в научном отношении) аксиоматические абстрактно-содержательные теории или формализованные системы возникают в результате формализации соответствующих конкретносодержательных теорий. «Интерпретация побуждает метаматематика, — пишет С. Клини, — выбрать ту или иную формальную систему, которая вводится посредством определений. Она руководит им при выборе относящихся к этой системе проблем, которыми он будет заниматься. Она может даже доставить ему ключи, существенные для решения этих проблем. Только в окончательных формулировках и доказательствах он (как метаматематик) должен отказаться от пользования интерпретацией».

Эту же мысль высказывал значительно ранее Ф. Энгельс. Он указывал, что (при историческом подходе) основные принципы, **аксиомы науки выступают всегда не как исходные начала исследования, а как его заключительные результаты.**

При таком подходе аксиомы абстрактно-содержательных или формализованных теорий уже не являются предложениями,

которые не обосновываются, они не обосновываются лишь в рамках замкнутой теории. На методологическом же уровне, учитывающем не только «внутренние», но и «внешние» проблемы научных теорий, они получают обоснование (пусть и не строго формальное).

В процессе такого обоснования, видимо, играют роль и такие критерии, как «интуитивная ясность», «очевидность» и т. п., которые формулировались великими математиками и философами прошлого.

Поэтому было бы целесообразным расщепить понятие об аксиоме и кроме определения аксиомы в узкологическом смысле, связанного с анализом внутритеоретичееких проблем, **ввести понятие об аксиоме в специально-методологическом смысле, связанном с обсуждением внешнетеоретических проблем науки.**

3.5. Дескрипции и дескриптивные определения.

В логике существуют различные способы выделения индивидуальных предметов. **Наиболее распространенным является способ выделения индивидуумов посредством <u>собственных имен</u>** (ср. «Волга», «Леонардо да Винчи», «Юрий Гагарин»), Однако индивидуумов несравненно больше, чем собственных имен. **В естественном языке существует и иной способ спецификации единичных объектов (индивидуумов). Он осуществляется посредством <u>фиксации предиката или комбинации предикатов, принадлежащих лишь тому или иному единичному объекту</u>.**

Зафиксированные в языке предикаты и их комбинации, выполняющие роль **спецификации единичных объектов, носят название <u>дескрипций</u>** (точнее, **<u>определенных дескрипций</u>**). К дескрипциям как средствам спецификации мы прибегаем и тогда, когда единичные объекты имеют постоянное собственное имя (ср. «Волга» и «самая большая река в Европе»), и тогда, когда они не имеют собственного имени или оно навсегда забыто (ср. «самое высокое дерево в таком-то саду», «изобретатель колеса»).

Иногда **дескрипции включают многоместные предикаты и собственное имя** (ср. «жена А. С. Пушкина»). **Объекты и события специфицируются и посредством <u>описаний их временных и пространственных координат</u>.** Этот способ выделения применяется в точных науках и имеет то преимущество, что **<u>освобождает описание от всяких двусмысленностей и обеспечивает применение к нему математических методов.</u>**

При оперировании с определенными дескрипциями предполагается, что существует объект, им удовлетворяющий (**дескриптум**), и притом **единственный**.

Для дескрипции обычно используется обозначение (1 x) *f* (x), которое читается: «тот который обладает свойством *f*», *f* — здесь предикат или комбинация предикатов). Таким образом, **i-оператор (йота-оператор) превращает некоторую функцию *f* (*) в некоторое имя**.

И собственные имена, и дескрипции входят в предложения естественного языка. **Собственные имена и дескрипции играют роль аргументов в предложениях, представляющих собой логические функции.** Использование дескрипций в качестве аргументов в функциях имеет то преимущество по сравнению с дескриптумами собственных имен, что они **раскрывают структуру** дескриптума, сообщают о нем дополнительную информацию.

В математике с помощью i-оператора вводятся чаще всего **индивидуальные абстрактные объекты**. В этом случае дескрипции должны однозначно описывать именно некоторый индивидуальный объект. **Существование дескриптума означает непротиворечивость дескрипции, единственность дескриптума означает ее полноту.**

Введение индивидуальных объектов посредством дескрипций осуществляется в **форме определений через дескрипции**: **дескрипция превращается в Dfn определения, а роль Dfd играет вводимое для дескриптума собственное имя**. Так, дескрипция «То число, на которое нельзя делить в арифметике» заменится определением: «Нуль есть то число, на которое нельзя делить в арифметике». Аналогично дескрипция «То число, которое, будучи добавлено к произвольному числу *n*, дает число *n*» заменится определением: «Нуль есть то число, которое, будучи добавлено к произвольному числу *n*, дает число *n*».

Допустим, дана дескрипция «То натуральное число x, которое обладает таким свойством, что $x+x=x^2$ и $x>0$».

Этой дескрипции удовлетворяет единственное число, обозначаемое цифрой «2». Соответствующее определение примет вид: «2 есть то натуральное число *x*, которое обладает тем свойством, что $x+x=x^2$ и $x>0$».

Вопрос о формальном определении i-оператора, о трудностях синтаксического характера, связанных с использованием таких определений, а равным образом и вопрос об определении оператора неопределенной дескрипции мы обсудим ниже в связи с рассмотрением контекстуальных определений (см. 3.6).

Дескриптивные определения в логике и математике трактовались различными учеными по-разному. Г. Фреге, например, отстаивал взгляд, согласно которому дескриптивные определения не могут вводить, создавать предмет, который они описывают: если предмета не существует, то его нельзя ввести определением (при помощи определения нельзя, например, указывал Фреге, ленивого ученика превратить в прилежного). Можно, конечно, создать такую дескрипцию, как «то число, которое меньше двух и больше трех», но эта дескрипция противоречива, так как таких чисел все равно не существует. По Фреге, и 0 нельзя ввести определением, если такого объекта нет в действительности. Р. Карнап в трактовке дескриптивных определений исходит из точки зрения Фреге. Согласно Карнапу, прежде чем создать и использовать дескриптивные определения, мы должны доказать, что существует предмет, и притом только один, который удовлетворяет этому определению.

Точка зрения, высказанная Р. Карнапом, оспаривалась многими логиками. При этом справедливо указывалось, что в таком случае дескриптивные определения как особый вид определений теряют свой смысл, так как доказательство (в конструктивном смысле) того, что предмет, удовлетворяющий дескрипции, существует, означает, что он может быть в таком случае предварительно задан через имя и определен обычным путем, без йота-оператора. В целях защиты своей точки зрения на дескрипции Р. Карнап предложил такой выход: для доказательства существования предмета не обязательно его конструктивное доказательство (например, его непосредственная демонстрация). Можно при этом ограничиться доказательством от противного, т. е. показать, что предположение о существовании предмета не ведет к противоречию. Тогда дескриптивные определения приобретают смысл и становятся средством введения в науку новых абстрактных предметов (таких, как, например, мнимые числа).

Наиболее интересная и полезная для математики точка зрения по поводу дескриптивных определений развивалась Д. Гильбертом в связи с разработкой им исчислений с i-оператором. Согласно его точке зрения, эти определения можно вводить независимо от того, существуют предметы, соответствующие дескрипции, или нет, существует один предмет или много: дескрипции могут описывать и индивидуальные предметы, и предметы, являющиеся элементами некоторого класса («те предметы, которые обладают некоторым свойством Р»). Предметы в этом случае становятся неразличимыми с точки зрения свойства Р, они «склеиваются», образуя некоторый «абстрактный предмет». **Если предмет не существует, то его можно ввести путем дескрипции. Логический анализ такого рода предложений позволяет доказать несуществование введенных дескрипцией предметов.** Так, если введение несуществующих предметов в теорию приводит к противоречию, то мы можем сделать вывод, что таких предметов не существует. Так, введение в теологию такого ее основного объекта изучения, как бог (тот объект, который обладает свойствами всемогущности, всеведения и т. п.), порождает массу абсурдных противоречий внутри самой «теории», не говоря уже о противоречиях с фактами действительности и науки (например, из этой дескрипции можно вывести следствие о том, что бог может создать такой камень, который он поднять не может).

В целом теория, оперирующая такого рода дескрипциями, приобретает гипотетический характер, поскольку существование или несуществование предметов, введенных дескрипциями, может быть и не доказано. Но наличие таких дескрипций в теории не приводит ни к чему дурному, так как их введение всегда сопровождается оговоркой, «если такой предмет существует». Свой оператор Гильберт называет ε-оператором (эпсилон-оператор) в отличие от i-оператора, который им также анализируется.

Для оправдания правомерности вводимых путем дескрипции новых абстрактных, не данных в чувственном опыте объектов Д. Гильберт формулирует следующую **ε-теорему**: если при доказательстве какой-либо теоремы мы пользуемся предметом, введенным дескрипцией,
ε-символом (при этом сама формулировка теоремы ε-символа не содержит), и если с этим доказательством мы можем сопоставить иное доказательство, в котором ε-символ не фигурирует, то это означает, что объект, введенный дескрипцией (ε-символом), правомерен и им
можно пользоваться. Именно потому мы можем пользоваться в доказательстве недоказанной посылкой (оперируя с ней как с доказанной), что она может быть затем элиминирована по теореме о дедукции.

В этих рассуждениях Д. Гильберт отстаивает мысль о том, что расширение аппарата логики и математики должно осуществляться только таким образом, чтобы он при определенных обстоятельствах мог бы быть сведен к старому, чтобы с помощью старого аппарата можно было бы получать новые результаты.

3.6. Контекстуальные определения.

Эти определения бывают двух видов:

1) определения, в которых значение понятия задано некоторым контекстом или совокупностью контекстов, на основе анализа которых оно может быть сформулировано в явной форме;

2) определения, в которых выяснение значения понятия сводится к определению контекстов, в которых он встречается.

Дефиниции первого вида мы назовем **контекстуальными в собственном смысле**, дефиниции второго вида — **контекстуальными определениями для употребления**, или, следуя за Г. Рейхенбахом, просто определениями для употребления (definitions in use).

Рассмотрим первый вид определений. Часто в естественном языке нам встречаются незнакомые выражения в контексте иных знаковых выражений, значения которых уже известны. При этом мы не владеем точными алгоритмами установления неизвестных значений знаковых выражений на основе анализа соответствующих контекстов. Однако результат такого анализа удается сформулировать в виде явных определений значения неизвестных знаковых выражений: **они оказываются заданными определенной (и притом часто однозначно) совокупностью контекстов.** О значениях этих знаковых выражений мы и будем говорить, что они определены контекстуально в собственном смысле. Лингвист-лексиколог и прибегает часто к анализу такого рода контекстов, выясняет значения интересующих его знаковых выражений и соответствующие явные определения этих знаковых выражений вносит в толковые и фразеологические словари. Задачи такого рода часто предлагаются учащимся на лингвистических олимпиадах.

Если отвлечься от возможной омонимичности анализируемых знаковых выражении, то все описательные контексты при соответствующей их конкретизации, в которых встречается определяемое понятие, становятся часто не просто семантически осмысленными, но и допускающими истинностные оценки, когда значение определено правильно. Однако работа лексиколога не является чисто аналитической, поскольку он никогда не может быть уверен, что в подлежащих анализу контекстах изучаемое понятие употреблено правильно, т. е. так, как оно может быть употреблено в некоторых контекстах-образцах. Явное формулирование значений понятий связано с процессом их идеализации и реконструкции. В отличие от контекстуальных определений в собственном смысле неявные аксиоматические определения (которые при соответствующих дефинициях понятия контекстуальности также могут быть рассмотрены как вид контекстуальных определений), как мы видели, не могут быть превращены в явные в рамках языка данной системы.

Иногда контекстуальные определения определяют не значения, а лишь некоторый вид семантического значения.

Заметим, что иногда в процессе исследования мы и не ставим себе задачи отыскания конкретного значения того или иного имени, но стремимся выяснить лишь вид семантического значения, т. е. область применения имени. В последнем случае вряд ли можно говорить о неоднозначности контекстуального определения, коль скоро перед нами стоит задача выяснения области применения незнакомого именени.

К числу контекстуальных определений рассматриваемого вида относятся неявные определения значений неизвестных в соответствующих уравнениях. В алгебре, в теории дифференциальных уравнений, в математической логике, в математической лингвистике и т. п. имеются случаи, когда для уравнений (и их систем) существует алгоритм, позволяющий распознавать, имеет ли система решение, а если да, то он дает возможность отыскивать это решение. **Под решением здесь понимается система значений, которая обращает уравнения в тождества. Уравнения или система уравнений, имеющие решения, определяют значение неизвестного (или неизвестных) .** Хотя значение неизвестных и не дано в явной форме, тем не менее к уравнениям некоторого вида мы можем применить алгоритмы, позволяющие элиминировать контекст, в котором встречаются переменные.

Решая уравнение, мы превращаем неявное, контекстуальное определение в явное определение неизвестных.

Так, решая уравнение $x+4=6$, где значение неизвестного уже определено неявно, контекстуально, мы определяем его явно (элиминируя при этом контекст), а именно находим, что $x=2$ (значение выражения «*x*» есть число два).

Рассмотрим теперь контекстуальные определения для употребления. Очень часто, вместо того чтобы определять то или иное понятие независимо от контекста, мы определяем его в контексте иных понятий, в совокупности с которыми оно чаще всего встречается в научной или лингвистической практике; при этом определяется интересующее нас понятие не изолированно, а именно контекст, в который мы его при этом вводим. Такие контекстуальные определения и называются **определениями для употребления**. Эти определения являются явными.

Так, вместо того чтобы определять значение понятия «наука логики», мы можем (для известных целей) определять значение выражения «овладеть наукой логики», например, так: «Овладеть наукой логики — это значит знать и уметь использовать те правила рассуждения, которые описываются в соответствующих учебных пособиях». Вместо того чтобы определять значение слова «замуж», мы можем определять контекст «выйти замуж».

Г. Рейхенбах приводит такой пример. Определить значение понятия «метаболизм» достаточно сложно, и еще более сложно воспользоваться этим определением во многих практических ситуациях, например когда требуется выяснить, при каких обстоятельствах обмен веществ в организме является нормальным или отклоняется от нормы. В таком случае можно ограничиться определениями контекстов: «метаболизм является нормальным», «метаболизм отклоняется от нормы».

Ценность определений для употребления в отличие от определений через род и видовое отличие состоит в следующем. **В определениях через род и видовое отличие всегда менее общее и более конкретное определяется через более общее и менее конкретное, т. е. через более абстрактное (ср. «человек есть животное...», «О есть число...»).** Когда систематизируются результаты нашего познания, такие подходы вполне правомерны. **Когда же осуществляется сам процесс познания, исследования или когда встречаются сложные случаи применения результатов нашего познания к конкретным фактам, целесообразно прибегать к определениям для употребления**.

И это связано с тем, что при описании процесса познания верификация, проверка более абстрактного и более общего осуществляется через менее абстрактное и менее общее. Эти определения, на наш взгляд, оказывают существенную помощь тогда, когда мы пытаемся разъяснить предельно общие понятия, используемые в самых различных системах и языках. Таковы, например, **категории. Естественным способом их определения являются аксиоматические дефиниции, т. е. через описание их соотношений (ср. определения сущности и явления, формы и содержания и т. п.).** При определении же непарных категорий естественно прибегать к контекстуальным определениям для употребления.

Определения для употребления могут быть истолкованы и как номинальные и как реальные. Определения для употребления широко используются в логике и математике. Так, в логике и теории множеств, для того чтобы определить классы в понятиях функций, мы прибегаем к контекстуальным определениям для употребления. Вместо того чтобы определять класс F (или $xF(x)$) как известную совокупность объектов, для которых функция $F(x)$ принимает значение истины (где F — некоторое свойство объектов), мы можем это определение заменить более оперативным определением контекста «x принадлежит классу $xF(x)$».

Это предложение определяет одновременно и класс, и отношение принадлежности к классу. В этом предложении в отличие от определения класса как совокупности непосредственно видно, каким образом введение класса может быть элиминировано путем использования функций.

Определенным дескрипциям, которым соответствует один-единственный индивидуум, обычно в логике противопоставляются неопределенные дескрипции, которым соответствует более чем один индивидуум. В естественном языке неопределенные дескрипции выражаются словосочетаниями: «те х, которые (обладают таким-то свойством)», «какие-то из объектов класса или области (обладают таким-то свойством»), «один из тех объектов, которые...». Они записываются в символической форме обычно так: *r\xf(x)* («те из *х*, которые удовлетворяют функции *f(x)*»). Неопределенную дескрипцию, так же как и определенную, можно определить посредством контекстуальной дефиниции для употребления, т. е. описать схему явных определений тех контекстов, в которые входит *r* -оператор:

g[r\(x)f(x)] = Rxf(x)Ag(x).

В Dfn определения здесь не входит. Синтаксис неопределенных дескрипций более сложен, чем синтаксис определенных дескрипций. Важно подчеркнуть, что при определении значения функции в символической логике неопределенные дескрипции не используются в качестве ее аргументов.

Область применения контекстуальных определений в науке и в повседневной жизни чрезвычайно широка.

Г. Рейхенбах не случайно указывает на то, что существуют лишь два основных класса определений, различающихся по своей структуре и назначению: **определения через род и видовое отличие и определения для употребления.**

До сих пор мы рассматривали такие контекстуальные определения для употребления, в которых Dfd представлял собой некоторое предложение (контекст), где основные его понятия определялись совместно. Видимо, можно так обобщить понятие о контекстуальных определениях для употребления, чтобы в его множество включить и определения предметных функций, рассматриваемых в контексте переменных.

Допустим, нам требуется определить тригонометрическую функцию sin. Определение этого абстрактного предмета сводят к определению контекста sin *x*. При, этом стремятся дать такое определение этой функции которое обеспечивало бы эффективный способ вычисления ее значений. Функция sin *x* для всех значений *x* может быть определена по-разному. Например, она может быть определена рядом, в который разлагается sin *x* (именно sin *x*, а не sin разлагается в ряд). Функцию синуса можно определить и посредством таблицы значений sin *x*, но вместе с правилами ее составления. Можно сказать, что абстракция sin есть некоторая функция, которая в качестве своего значения имеет значения функции sin *x* вместе с правилами их вычисления. Иными словами, в целях определения функции sin мы сводим ее дефиницию к определению контекста sin *x*. Это дает нам возможность обеспечить эффективность создаваемых определений, **позволяет элиминировать определяемый контекст, сводя его в каждом конкретном случае к соответствующим значениям (числам)**. Затем мы можем вновь определять не sin *x*, а абстрактный предмет sin. Здесь мы пользуемся оператором абстракции *A*, который из sin *x* строит выражения *Axsin*x, где уже переменная *x* связана. Этот абстрактный предмет *Axsin x* может быть вновь элиминирован и сведен к функции sin *x* вместе со свободной переменной посредством операции приложения.

Аналогичным образом определения абстракций, образованных при помощи изолирующей абстракции, мы сводим обычно к определениям соответствующих пропозициональных функций. Так, вместо того чтобы определять причинность, равенство, мы определяем пропозициональные функции *a* причина b, *x* = *y*.

3.7. Классификационные и генетические определения

В логике различают классификационные и генетические определения. К первым относят определения через род и видовое отличие. В определениях через род и видовое отличие Dfd отличается от предметов некоторой области (она при этом явно указывается в определении — род) посредством описания специфических свойств Dfd, фиксируемых в Dfn (видовое отличие).

Примерами таких определений могут быть следующие: «Ромб есть плоский четырехугольник, у которого все стороны равны», «Человек есть животное, способное к труду, членораздельной речи и мышлению». В первом определении множество плоских четырехугольников представляет собой род, **а свойство «иметь равные стороны» — видовое отличие. С помощью этого свойства из множества плоских четырехугольников выделяется то его подмножество, элементы которого являются ромбами.**

Формирование определения через род и видовое отличие предполагает существование определяемых объектов до определения, а также существование в некотором языке имен для Dfd. Предполагается также, что спецификация Dfd может быть осуществлена через свойства — «видовое отличие». Иными словами, имеется в виду, что эти определения имеют аналитический характер в том смысле, как это было определено в 3.3. **Обычно они формулируются как реальные определения.** Определения через род и видовое отличие, таким образом, служат **уточнению границ между предметами**

(соответственно между значениями терминов), которые уже как-то выделены в опыте человечества, между которыми уже установлены
некоторые простейшие систематизирующие классификационные отношения. Эти определения в логику были введены еще Аристотелем. Однако в дальнейшем в логике наметилась тенденция к чрезмерному (а иногда и неоправданному) расширению этого класса определений: к ним стали причислять и различные виды собственно синтетических определений. Было расширено и понятие о видовом отличии. **Под видовым отличием стали понимать любой признак, специфицирующий Dfd, а не только лишь свойства определяемого объекта.** Расширение этого класса определений осуществлялось и по другим линиям, что часто опиралось на предположение о возможности осуществить исчерпывающий логический анализ определения, взятого вне контекста, в его изолированности, а не как элемент, компонент научной дисциплины в целом.

Допустим, в результате анализа действительности обнаруживается некоторый новый объект, <u>описанный через его характеристики</u>. Мы можем поставить этому объекту в **соответствие новое имя**, не существовавшее в прежнем языке *S*. Введение этого нового имени осуществляется посредством номинального семантического определения. (Ср. «То, что имеет такие-то характеристики, назовем как-то». Например, «То вещество, которое выделяется островками Лангерганса поджелудочной железы, будем называть инсулином».) Непосредственно такое определение не является определением через род и видовое отличие. Однако в дальнейшем оно может быть переведено в реальное аналитическое определение, истолковываемое как определение через род и видовое отличие. Например, определение «Инсулин является секретом, выделяемым островками Лангерганса поджелудочной железы» является уже определением через род и видовое отличие: **в нем уже специфицируется объект — инсулин — через род и видовое отличие.**

Такого рода переводы и сведения мы производим довольно часто, что и создает иллюзию о том, что определения через род и видовое отличие представляют собой очень большой класс определений. Возможность такого сведения, видимо, и обусловила тот факт, что правила определения в учебных пособиях по логике формулировались почти всегда по отношению к определениям через род и видовое отличие, являющимся аналитическими и реальными (ср. в этой связи формулировку первого правила как правила соразмерности, равнообъемности Dfd и Dfn). Видимо, сам факт стремления произвести указанное сведение был обусловлен наличием той родо-видовой систематизации опыта, которая нашему уму представляется наиболее простой, а потому и наиболее естественной.

Из числа определений через род и видовое отличие раньше всего в истории логики были выделены в особый класс так называемые **генетические определения**. **Если определениями через род и видовое отличие решался вопрос о выделении некоторого подмножества предметов из некоторого множества существующих предметов (рода) по некоторым их свойствам, то генетическими определениями решается вопрос о спецификации определяемых объектов посредством описания способов их образования, возникновения, построения.**

Обычно в учебниках по формальной логике генетическим определениям ставятся в соответствие определения через род и видовое отличие.

Так, генетическому определению окружности: «Окружность есть замкнутая кривая, образованная вращением на плоскости отрезка прямой АВ вокруг неподвижной точки А; при этом точка В и опишет кривую, называемую окружностью» — ставится в соответствие, например, такое определение через род и видовое отличие: «Окружность есть замкнутая плоская кривая, все точки которой одинаково удалены от одной точки (центра окружности), лежащей в той же плоскости, что и кривая».

Однако в некоторых учебниках и по традиционной логике подчеркивалось, что многие генетические определения не только естественнее, но и более эффективны, чем определения через род и видовое отличие, коль скоро в них описывается процедура (рецепт) изготовления определяемого объекта (ср. «Щи — это суп из капусты», «Кислые щи — это суп из квашеной капусты», «Зеленые щи — это суп из щавеля» — определения через род и видовое отличие и рецепты в поваренных книгах, описывающие процедуры изготовления щей, кислых щей, зеленых щей, т. е. генетические определения). С аналогичным положением мы встречаемся в медицине, технике, технологии производства.

Генетические определения имеют в науке самостоятельное значение, они не являются некоторыми равнозначными во всех отношениях модификациями определений через род и видовое отличие (последние иногда характеризовались в истории логики как определения через описание сущности предмета, коль скоро видовое отличие оказывалось существенным свойством). **Так, в контексте развивающегося знания генетические определения выполняли иные функции, отличные от классификационных определений.**

В науке часто пользуются генетическими (или индуктивными — в другой терминологии) определениями тогда, когда еще не сформировалось соответствующее определение через род и видовое отличие. В химии, когда то или иное сложное вещество является в известном смысле нераскрытым «черным ящиком», его обычно определяют через описание способов и условий его получения из других веществ. Выработка **сущностного определения в таких случаях не отменяет соответствующего генетического**, поскольку для решения многих задач оно может оказаться более эффективным. Так, посредством генетического (индуктивного) определения задается любое индивидуальное натуральное число.

Такие определения не являются временными модификациями определений через род и видовое отличие, они используются в теориях, построенных генетически; способ их построения обязывает пользоваться именно определениями данного типа, а не какими-либо другими. Широко используются генетические определения и в опытных науках: например, с их помощью может быть обосновано введение в науку идеализированных объектов.

3.8. Определения через абстракцию.

Важную роль в науке играют так называемые определения через абстракцию.

Они представляют собой определения, связанные с выделением в виде «абстрактных предметов» некоторых множеств или соответствующих им свойств через установление между изучаемыми предметами отношений типа равенства и введением для них некоторых имен. Они представляют собой этап в образовании соответствующих понятий.

Отношение типа равенства определяется аксиоматически. Определение этого отношения формулируется обычно в следующем виде: отношением типа равенства R называется бинарное отношение между объектами x и y области D, если оно удовлетворяет следующим условиям (аксиомам):

(1) отношение R рефлексивно в области D;

(2) отношение R симметрично в области D;

(3) отношение R транзитивно в области D.

Этому определению отношения R удовлетворяют различные конкретные отношения, определенные на соответствующих областях предметов. Таково само отношение равенства (=), так как оно рефлексивно (каждый объект x изучаемой области равен самому себе: $x=x$); симметрично (в отношении каждой пары объектов x и y

изучаемой области верно, что если $x=y$, то и $y = x$); транзитивно, так как если $x = y$, а $y=z$, то $x=z$.

Этому же определению удовлетворяют и такие отношения, как: взаимно-однозначное соответствие (множеств), равновесие (тел), обмениваемость (товаров на рынке), одновременность (событий), подобие (фигур), параллельность (прямых на плоскости) и т. п. Поэтому перечисленные отношения войдут в класс отношений типа равенства. Такие же отношения, как «больше», «меньше», не являются отношениями типа равенства, так как они не удовлетворяют аксиомам (1) и (2); например, неверно, что $x>x$ (неверно, что каждый объект области больше самого себя), неверно, что если $x>y$, то $y>x$.

Пусть у нас имеется неспецифицированная область D, среди предметов которой имеются предметы O_1, O_2, O_3, ..., O_n. Тогда мы можем доказать следующую теорему: если для каждого предмета O_1, O_2, O_3, ..., O_n области D среди них существует такой, к которому все они находятся в отношении типа равенства R, все предметы O_1, O_2, O_3, ..., O_n окажутся приравненными друг к другу отношением R.

Это будет означать, что у них имеется некоторое общее свойство *P*, в котором они являются неразличимыми, вследствие чего они и войдут в один и тот же класс M_i.

Рассмотрим конкретные примеры. Пусть область D состоит из самых различных товаров и только некоторые из них (например, O_1, O_2, O_3, ..., O_n) вступают друг с другом в отношение R — отношение непосредственной обменивав мост и друг на друга (на рынке). Эти некоторые товары, таким образом, в процессе обмена приравниваются друг другу.

Они оказываются в чем-то равными друг другу, и это равное делает их неразличимыми, объединяя в один класс M_i. Это общее, что существует в обмениваемых непосредственно друг на друга товарах, можно назвать стоимостью именно этих товаров (а не стоимостью вообще). С помощью R обнаруживается общее свойство данного множества M_i равностоящих товаров.

В этой же области могут встретиться самые различные товары O_1, O_2, O_3, ..., O_n**,** которые также непосредственно обмениваются друг на друга, но ни один из них не обменивается на любой предмет O_i. С помощью R мы у них обнаружим некоторое общее свойство P (именно «иметь такую-то стоимость»), которое позволит включить все товары O_i в множество M_2, не имеющее общих элементов с множеством M_1 и т. д.

Пусть область D содержит множество различных совокупностей предметов и между элементами некоторых из них устанавливается отношение R — отношение взаимно-однозначного соответствия (например, мы устанавливаем взаимно-однозначное соответствие между пальцами правой руки, лепестками цветка лютика, числом вершин пятиугольника, числом букв в слове «буква» и т. п.; они при этом оказываются равночисленными). Данные совокупности при этом приравниваются в чем-то друг другу, становятся неразличимыми. То общее, что существует в совокупностях, между которыми установлено взаимно-однозначное соответствие, представляет собой **мощность, кардинальное число этих совокупностей предметов** и может быть названо, например, именем «пять». В этом случае мы опять-таки выделили не свойство «иметь мощность», «число» вообще, а свойство, характеризующее указанные совокупности.

Аналогично через отношение тел, находящихся друг к другу в отношении равновесия, мы еще не можем выделить свойства веса вообще, но лишь свойство веса для тел, каждое из которых уравновешивает некоторое другое.

Допустим теперь, что между элементами некоторого множества установлено отношение «быть тождественным в некотором непосредственно зрительно наблюдаемом свойстве Р» (отношение типа равенства R). Это отношение R в отличие от рассмотренных выше включает описание некоторого непосредственно наблюдаемого свойства Р. Множество объектов, тождественных в свойстве Р, составляется при этом следующим образом: берем, например, молоко и отбираем те объекты, которые тождественны с ним в некотором свойстве (окраске): снег, лебеди, цветы вишни, известь и т. п. Поскольку общим у всех такого рода объектов будет свойство, относящееся к их окраске, и мы убеждаемся непосредственно в их равноокрашенности, то мы можем выделить то общее, что у них существует, а именно свойство какого-то определенного цвета, и дать ему имя, например, «белый». Свойство цвета вообще в таком случае еще не выделено нами.

Итак, с помощью описанной процедуры при допущении некоторых условий (а именно когда любой объект некоторого множества области оказывается приравненным некоторому другому через отношение R) нельзя еще выделить свойств числа вообще, стоимости вообще, веса вообще, цвета вообще и образовать соответствующие понятия. Мы можем выделить лишь такие свойства, как: «быть в таком-то числе (иметь такую-то мощность)», «иметь определенную стоимость», «иметь определенный вес», «иметь определенный цвет».

Для образования абстракций более высокого уровня необходимо продолжить анализ.

3.9. Непредикативные и предикативные определения.

В современной логике и математике различают так называемые непредикативные и предикативные определения.

Непредикативными определениями в специальном смысле этого слова называются такие, которыми вводятся некоторые новые объекты через множества, в которые эти новые вводимые определением объекты включаются одновременно в качестве их элементов.

Такие определения непосредственно должны рассматриваться как определения с порочным кругом, так как Dfd в них определяется через Dfn, в состав которого определением вводится Dfd. В целях избежания порочного круга такие определения особым образом интерпретируются, по отношению к ним формулируются дополнительные допущения.

Обычно проблема предикативности или непредикативности возникает по отношению к реальным определениям.

В качестве непредикативного определения часто рассматривают определение верхней границы множества действительных чисел: «Верхней границей множества действительных чисел называется самое большое число этого множества, т. е. число, которое больше любого числа этого множества».

В этом определении Dfd «верхняя граница множества действительных чисел» определяется через множество чисел, куда Dfd включается в качестве своего элемента: **то, что вводится определением, определяется через множество, куда вводимый определением объект предполагается включенным**. Если при этом имеется в виду, что данного объекта («верхней границы») до определения не имелось в качестве элемента в множестве действительных чисел (множество действительных чисел не предполагается существующим в «готовом» виде до нашего определения), то мы будем иметь дело с определением, содержащим порочный круг.

Если же предполагается, что множество действительных чисел уже как-то существует, как-то «задано» независимо от нашего определения, то порочного круга не получается. В таком случае мы будем не вводить определением новый предмет, а выделять уже существующий предмет из состава некоторого множества предметов, определенного заранее. **Это выделение осуществляется через указание специфических характеристик определяемого предмета**. **Такого рода определения в классической математике принимаются как** **<u>полноправные определения</u>.** Порочный круг в них устраняется за счет того, что: (1) Множество, через которое определяется Dfd, считается как-то уже заданным, заранее определенным, заранее существующим. (2) Определением вводится не новый предмет, а из состава некоторого множества, некоторого целого выделяется уже существующий объект. **(2) является следствием (1).**

Множество действительных чисел в классической математике экземплифицируется множеством точек на прямой и в этом смысле считается существующим для определения. В конструктивной же математике такие определения исключаются.

Другим видом непредикативных определений являются определения «с кругом» (но без «порочного круга»), по отношению к которым заранее известно, что Dfd и то множество, в которое он входит в качестве элемента и через которое он определяется, уже определены, «введены» в науку, как-то «заданы» до определения. В этих случаях заранее уже известно, что определением не вводится нового объекта, а лишь отличается, выделяется существующий предмет (элемент) некоторого существующего множества.

Такими свойствами обладает довольно широкий класс определений. В определениях через род и видовое отличие (см. 3.7) Dfd включается в состав некоторого множества в качестве его элемента и затем выделяется из состава множества по некоторому специфическому для него свойству. Так, определяя Марс как планету Солнечной системы, четвертой по порядку от Солнца, мы Dfd, т. е. планету Марс, включаем как составную часть в Dfn — в число планет Солнечной системы, а затем отличаем ее по специфическому свойству среди других планет.

В дескриптивных явных определениях (с i-оператором, т. е. с оператором «тот... который») мы также включаем Dfd в состав Dfn и затем через некоторые характеристики отличаем его от иных элементов множества (см. 3.5). Таковы, например, определения: «Данный человек есть тот, который является самым высоким среди работников нашего учреждения», «Число «2» есть то число, которое больше нуля и которое, будучи сложено с самим собой, дает свой квадрат». В этих определениях Dfd («данный человек», «число 2») включаются в множества, в которые они входят в качестве элементов («работники нашего учреждения», «числа»), и затем отличаются от остальных элементов по их отношению к ним, по операциям, которые над ними производятся: данный человек оказывается самым высоким среди работников нашего учреждения, число «2» — тем числом, которое, будучи сложено с самим собой, дает свой квадрат (и при этом не равно нулю).

Эти определения отвечают всем требованиям, предъявляемым к научным определениям, именно за счет предположения о том, что

все элементы множества или предметной области, в которую включается определяемый предмет, уже определены нами, существуют как-то до
определения.

Именно в первую очередь по отношению к непредикативным определениям в специальном смысле Б. Рассел формулировал **аксиому сводимости, согласно которой для определяемых предметов таким способом должны существовать иные способы задания множеств, куда определяемый объект включен в качестве своего элемента независимо от непредикативного определения; в таком случае непредикативное определение не заключает в себе порочного круга. Вследствие этого такого рода непредикативными определениями можно пользоваться.**

В рамках классической (канторовской) математики мы можем принять определение верхней границы множества действительных чисел, поскольку это множество (в том числе и Dfd определения) можно, например, экземплифицировать (и тем самым в каком-то смысле задать), например, множеством актуально существующих точек на отрезке прямой (0,1).

Мы неограниченно пользуемся определениями через род и видовое отличие по отношению к предметам и множествам предметов материальной действительности именно потому, что Dfd и Dfn существуют в материальной действительности до всякого определения. Более того, мы неявно предполагаем, что Dfd и Dfn исчерпывающим образом могут быть определены остенсивно или заданы списком. **Задание множества через их свойства не формирует, не создает элементов этого множества и само собрание этих предметов, а отличает то, что уже существует независимо от определения.** Правда, при этом мы совершаем важный акт абстракции, превращая реально существующие предметы в элементы множества, неразличимые с точки зрения некоторого свойства P, а собрания предметов — в «абстрактные предметы» (в множества, в классы), все элементы которых при этом «склеиваются». Итак, **следует различать определения с порочным кругом (определения, для которых придумывается интерпретация с целью избежать «порочный круг») и определения просто с кругом, не являющимся порочным. Существуют и определения, не содержащие никакого круга. Эти определения называются предикативными.**

Типичным предикативным определением будет любое индуктивное определение, любое остенсивное определение, те номинальные определения, которые рассматриваются как сокращения для описания специфических свойств некоторого класса объектов.

3.10. Экстенсиональные и интенсиональные определения.

Иногда определения (в первую очередь номинальные) подразделяют на экстенсиональные и интенсиональные в зависимости от того, определяется значение понятия через описание его экстенсионала или интенсионала.
В естественном языке, когда класс конечен и сравнительно легко регистрируем, мы можем понятие, обозначающее любой из элементов этого класса, определить не только через описание соответствующих свойств (интенсиональное определение), но и через перечисление элементов, обозначаемых этим понятием (экстенсиональное определение). Так, допустим, нам требуется определить значение понятия «материки». Мы можем определить его интенсионально: «Материками называют крупные участки суши, окруженные со всех сторон или почти со всех сторон водами Мирового океана». Экстенсиональное же определение будет выглядеть так: «Понятия «материки» употребляется для обозначения только Европы и Азии (один материк), Африки, Северной Америки, Южной Америки, Австралии и Антарктиды».
Если класс очень многочислен (не говоря уже о практически бесконечных классах), то экстенсиональное определение соответствующего понятия не может быть осуществлено: мы можем лишь ограничиться приведением примеров для пояснения соответствующего понятия.
Мы часто определяем различные математические функции, а также и логические функции табличным способом. В таком случае Dfd не просто представляет собой таблицу значений для Dfd, но таблицу вместе с правилами ее образования, с правилами вычисления ее значений (ср. табличные определения тригонометрических функций). Иногда множества объектов в математике определяются через правила порождения их элементов из некоторых исходных. В таких случаях вряд ли уже можно говорить о чисто экстенсиональных определениях,
вряд ли можно сами правила и порождающие процедуры относить к экстенсиональным характеристикам соответствующего понятия. Равным образом их, видимо, нельзя отнести и к интенсиональным характеристикам понятия (и соответствующего объекта). Дело в том, что операции (такие, как «+», «следующий за» и т. п.) не являются характеристиками тех объектов (и соответствующих им понятий), к которым они применяются в том или ином случае и в этом смысле существенно отличаются от таких характеристик объектов, как

свойства и отношения (и соответственно от интенсиональных характеристик понятий и значений понятия).

3.11. Остенсивные и вербальные определения.

Часто различают остенсивные и вербальные определения. **<u>Вербальные определения</u> формулируются на основе знаковой деятельности в самом широком смысле и содержащейся в знаках информации.** Для формулирования остенсивных определений одной знаковой деятельности уже недостаточно: приходится выходить за ее пределы и обращаться к непосредственной опытной деятельности (в том числе и практической).

Определения значений слов естественного языка в толковых словарях, а также определения, создаваемые в науках и научных теориях, для их понимания требуют знания лишь языка, в котором зафиксирован опыт человечества. О п р е д е л е н и я, формулируемые на уровне эмпирического познания являются вербальными. Собственно процесс формулирования определения в таком случае обычно сводится к тому, что исследователь для результатов описаний специфических характеристик объектов подыскивает соответствующее имя; иногда же для определения значений слов приходится прибегать к непосредственному оперированию с предметами, и эти операции входят в описание механизма определения (**остенсивные определения**).

Под <u>остенсивными определениями</u> понимаются определения значений слов и словосочетаний путем непосредственного ознакомления обучаемого с предметами, действиями и ситуациями, обозначаемыми этими словами и словосочетаниями. Остенсивные определения, таким образом, представляют собой определения незнакомых для обучаемого слов и словосочетаний, при объяснении которых обучающий не прибегает к значениям иных слов и словосочетаний.

Обучающий владеет значениями слов и словосочетаний, которые требуется разъяснить обучаемому, и в этом смысле его язык более богат, чем язык обучаемого. Это разъяснение обучающий производит не на основе рассуждения, а на основе демонстрации предметов, ситуаций, на основе оперирования с предметами, осуществления действий и одновременного наименования, называния незнакомыми для обучаемого словами этих предметов, действий, ситуаций.

Использование остенсивных определений является необходимым компонентом процесса обучения ребенка родному языку. Взрослый показывает ребенку предметы и называет их. При этом предметы показываются и называются взрослым в различных ситуациях. Поскольку знаки и знаковые выражения являются более «жесткими», более стабильными, чем обозначаемые ими предметы, процесс остенсивного определения играет огромную роль в выработке у ребенка навыков к отождествлению предмета, называемого одним и тем же именем, с самим собой, к отождествлению различных предметов (поскольку различные предметы именуются одинаково), к различению разных предметов и их классов (поскольку различные в каких-то свойствах предметы могут получать различные наименования). **Процесс остенсивного определения развивает у ребенка навык к абстракций отождествления**. Наиболее продуктивными для овладения значениями слов и словосочетаний оказываются те ситуации, которые связаны с активной деятельностью ребенка, с удовлетворением его потребностей.

Ребенок овладевает на основе остенсивных определений значениями не только отдельных слов, но и целых словосочетаний («пей молоко», «это — кошка» и т. п.). В этих определениях Dfd — знаковое выражение, а Dfn — демонстрируемый материальный предмет, не зафиксированный в языковой форме, независимый от понятия Dfd. Поэтому схема явного семантического определения «Dfd» ~~Dfn не может быть применена для описания структуры остенсивного определения. Остенсивные определения представляют собой способ установления соответствий между знаками и объектами, в результате чего **знак приобретает для обучаемого значение**. **Поэтому не случайно многие авторы рассматривают <u>остенсивные определения не как определения, а как протоопределения</u>.**

Установление путем остенсивного определения того, к чему относится знаковое выражение, не всегда является столь тривиальным, как это может показаться на первый взгляд. Например, мы показываем ребенку молоко в бутылке, в стакане, в блюдце и т. п. и называем его словом «молоко» (эти названия предмета представляют собой скорее соответствующие предложения в **эллиптической (сокращенной) форме)**. Естественно, что на основании этого показа бутылки и услышанного названия «молоко» ребенок не может решить, к чему относится это название: к бутылке, к бутылке с молоком или к тому, что можно из нее вылить. Выявление того инварианта, к которому относится данное слово, связано с анализом многих различных случаев употребления слова «молоко» с анализом ребенком своей собственной деятельности, сопровождающей эти употребления слова.

Только на этой основе может быть выделен тот инвариант в демонстрируемом предмете, который затем ассоциируется со словом «молоко» как его значение.

Возникает вопрос о пределах того, что может быть усвоено путем остенсивного определения и где необходимо уже обращаться к словесным разъяснениям через другие слова. Множество слов, относящихся к различным частям речи, усваивается человеком путем остенсивных определений. Разумеется, научное познание действительности не может быть осуществлено путем лишь остенсивных определений, и не только потому, что наука опирается на огромный и сложный опыт предшествующих поколений, который приходится передавать посредством языка, но и потому, что наука с начала своего возникновения пользуется такими абстракциями, и деализациями, схематизациями, которые не даны непосредственно в чувственном опыте (не могут быть непосредственно «показаны»). Если значение слова «кошка» или «собака» может быть выяснено путем остенсивного определения, то уже усвоение значений таких слов, как «животное», вряд ли может быть объяснено остенсивным путем (когда нам, например, придется называть одним и тем же именем человека и какой-нибудь вид коралловых полипов).

У А. Чёрча встречается понятие **имплицитные остенсивные определения**. Необходимость их выделения А. Чёрч усматривает в том, что в языке имеются слова, значение которых выясняется остенсивным путем, но которые, однако, употреблены в некотором контексте. Так, например, «здесь» и «теперь», «то» и «это», «до» и «после», «далеко» и «близко» нельзя указать непосредственно. Но их значение выясняется через контекст (например, «здесь грязно, а там чисто», «здесь молоко, а там хлеб» и т. п.).

Среди определяемых посредством имплицитных остенсивных дефиниций слов встречается много таких, которые иногда называют **демонстративными.** Отличительной особенностью демонстративных слов является то, что их значение в определенной мере изменяется в каждом новом случае их употребления (т. е. в зависимости от того, кто, где и когда их произносит). Таково, например, слово «теперь». Так, предложение «Теперь стало тепло» может быть истинным или ложным в зависимости от того, в какое время и в каком месте оно произнесено. Это происходит оттого, что значение слова «теперь» изменяется в связи с его соотнесенностью с известными условиями места и времени. **Не случайно в <u>языках строгих наук</u> эти слова заменяются временными и пространственными характеристиками в определенной системе координат (например, одно положение движущегося тела характеризуется одной четверкой чисел, другое — другой и т. п.).**

При этом наблюдатель, регистрирующий характеристики «здесь» и «теперь» движущегося тела, приобретает свойство «интерсубъективности», поскольку и место и время наблюдения нами точно фиксируются, а сам наблюдатель в каждой ситуации может быть заменен любым другим наблюдателем или даже соответствующим прибором, и это не влияет на результаты сообщаемых им показаний в каждом отдельном случае.

Путем остенсивных определений не только не представляется возможным определить значения многих слов и словосочетаний, но и определения значений понятий, достигаемые этим путем, как правило, не отвечают требованию однозначности (полноты). Ребенок может, например, остенсивно овладеть значениями таких слов, как «рыба», «птица», о чем может свидетельствовать тот факт, что употребление им этих слов по отношению к отдельным рыбам, птицам будет совпадать с общепринятым употреблением. Однако такое совпадение происходит обычно в сфере того опыта, в условиях которого осуществлялось овладение значениями этих слов (или в условиях того нового опыта, который по внешним признакам в высшей степени сходен с предшествующим). Если, например, овладение значением слова «рыба» осуществлялось на примере рыб, которые водятся в реках, то, очевидно, увидев кита или дельфина, ребенок назовет их также рыбами (имея в виду их внешнее сходство с теми животными, которых он ранее называл рыбами). Эти определения являются неполными (см. 3.14).

Однако если для остенсивных определений специально ввести ограничение той области предметов, по отношению к которой в первую очередь и важно научить ребенка правильно употреблять слова («область домашнего обихода»), и соответственно различать и отождествлять предметы, то эти определения будут полными в некотором условном смысле, т. е. по отношению к тем целям, которые и реализуются посредством этих определений. В таком случае неполнота остенсивных определений будет существенно отличаться от неполноты некоторых иных видов неполных определений, например от определений, которые ставят себе целью указать род, к которому относится некоторый его вид, неизвестный обучаемому (ср. «Кит — это такое большое морское животное, похожее на рыбу»). **Эти определения уже не остенсивны, а <u>вербальны</u>** (см. 3.14).

Расширение сферы деятельности, овладение ребенком информацией, накопленной человечеством, убеждают его в том, что полное для его уровня знаний и деятельности определение на самом деле является неполным. В процессе своего умственного развития, в процессе воспитания и обучения ребенок меняет определения, обнаружившие свою неполноту. **Этот процесс является многоступенчатым: в**

некотором смысле он повторяет развитие понятий и их определений в филогенетическом плане.

Если человек овладел известной совокупностью значений слов и словосочетаний остенсивным путем, то затем на основе этого «остенсивного» словарного запаса мы можем вводить в словарь обучаемой множество значений других слов посредством **вербальных определений**.

В явных вербальных определениях Dfd. будет представлять собой неизвестный обучаемому термин, а Dfn. — словосочетание, значение которого усвоено остенсивно или в свою очередь определено вербально.

С какого-то времени в процессе воспитания и обучения ребенка удельный вес вербальных определений постоянно возрастает и играет уже главенствующую роль в овладении учащимся накопленным человеческим опытом. В данной связи может быть здесь уместна такая аналогия. Известно, что язык научной теории включает некоторый минимальный словарь, значение понятий которого предполагается известным (они не определяются формально в рамках данной теории, а поясняются через примеры, через описание логических и методологических процедур их формирования и т. п.). Значения других понятий теории вводятся путем определений. Они становятся для нас известными, определенными, поскольку в конечном итоге могут быть сведены, редуцированы к значениям понятий минимального словаря. **Процесс введения понятий в научную теорию можно уподобить процессу овладения человеком накопленными знаниями.**

Аналогично и память ребенка пополняется определенной совокупностью выражений естественного языка не путем формальных, чисто вербальных определений, а на базе опытной деятельности. На основе значений понятий «минимального словаря» затем посредством формальных определений вводятся новые значения, понятия, объекты.

На основе приведенной аналогии можно предложить следующую гипотезу. Подобно тому как одна и та же научная теория может быть более продуктивной и плодотворной в зависимости от выбора «минимального словаря», овладение опытом ребенком, его дальнейшее развитие, направление и темпы совершенствования не только интеллектуальной, но и психической жизни в целом существенным образом зависят от того, какой словарь слов и словосочетаний (и по объему и по содержанию) будет заложен в его память на основе остенсивных определений, каков будет минимальный словарь значений, усвоенных остенсивно, который позволит успешно осуществить переход к более продуктивному вербальному овладению опытом. Эта гипотеза плюс анализ опыта построения научных теорий, видимо, могут послужить основой для разработки полезных педагогических и психологических экспериментов.

Некоторые аналоги остенсивных определений используются и в науке. В физике в процессе экспериментальной деятельности ученые наблюдают различные эффекты, описывают способы их получения и наделяют их именем. Этот способ введения имени отличается от остенсивного тем, что вербально вводится не только новое имя, но и дается некоторое вербальное разъяснение по поводу способов получения интересующего ученых эффекта. Поскольку вербальное разъяснение, рассмотренное само по себе, не однозначно описывает Dfd и даже, взятое изолированно, не претендует на это, данное описание не может быть рассмотрено как вербальное определение. Цель однозначного описания реализуется здесь в совокупности вербального описания и остенсивной демонстрации. **Такие определения иногда называют полуостенсивными.** Так, пытаясь объяснить, что представляет собой эффект Зеемана, говорят: «Посмотри на ту желтую линию спектрометра, а теперь наблюдай, что произойдет, когда я включу электромагнит; это — эффект Зеемана». Близки к остенсивным определениям и так на зываемые экземплярные определения (определения через пример).

Интересный анализ соотношения остенсивных и вербальных определений в связи с привлечением идей семиотики дает К. Попа.

3.12. Лингвистические и концептуальные определения.

Иногда в естественном языке среди номинальных различают так называемые лингвистические и концептуальные определения.

Под лингвистическими определениями понимают номинальные определения значений слов и словосочетаний незнакомого нам иностранного языка через соответствующие словари, посредством информации, получаемой от обучающего (например, Der Tisch — стол; La table — стол). Остальные номинальные определения, имеющие своей целью установление значения терминов внутри данного языка, называют концептуальными. Однако так называемые лингвистические определения, с нашей точки зрения, нельзя рассматривать как определения вообще. Дело в том, что значения слов в различных естественных языках уже определены: или контекстуально на уровне речи, или явно на уровне языка (например, в толковых словарях). Перевод незнакомого слова для учащегося можно было бы истолковать как синтетическое номинальное определение, где Dfd — незнакомое понятие иностранного языка, а Dfn — понятие родного языка, значение которого известно. Однако понятие определения вообще предполагает, что анализ значения понятия осуществляется именно в рамках данного языка.

Такое ограничение, по нашему мнению, целесообразно потому, что осуществление перевода и установление его адекватности оригиналу предполагает использование ряда таких процедур и правил, которые не имеют отношения к определениям.

Среди концептуальных определений иногда особо выделяют так называемые **хортативные определения** (hortative definitions). Хортативные определения представляют собой временно вводимые в целях обеспечения корректности некоторого рассуждения уточнения значений неполных выражений языка. Например, рассуждая об акселерации, об ускорении развития, увеличении роста современных людей, мы можем ввести определением понятие «высокий человек»: «Под высоким человеком мы будем понимать человека, имеющего рост более 180 см».

3.13. Повседневные и теоретические определения.

Все определения можно подразделить на повседневные и теоретические в зависимости от того, имеем мы целью уточнить значение понятия естественного языка, ввести новое понятик в естественный язык или пытаемся произвести ту же самую операцию на уровне науки, научных теорий. В последнем случае теоретические определения являются существенными компонентами научных теорий. В сфере естественного языка к определениям предъявляются требования одного уровня строгости, к определениям в сфере науки— требования других уровней.

Определения значений слов, которые встречаются в толковых словарях, могут быть примерами повседневных определений. Определения в словарях (толковых и фразеологических), как известно, вводятся по отношению к выражениям, упорядоченным в алфавитном порядке.

Поэтому если в пределах одного определения значения слова мы как-то справляемся с порочным кругом в определении, а именно добиваемся того, чтобы понятие Dfd (когда оно является простым понятинм) не встречался в составе понятия Dfn, то в пределах толкового или фразеологического словаря в целом не представляется возможным справиться с проблемой круга в определении.

Мы постепенно вводим в алфавитном порядке все новые понятия для Dfd, определяем их через некоторые выражения для Dfn, затем при определении понятий, встречающихся в Dfn, мы вновь используем уже определенные через них понятия Dfd. При этом мы стремимся (разумеется, на уровне того опыта, который аккумулирован в естественном языке) сформулировать однозначные определения для слов и словосочетаний, имеющих различные значения. Существенную помощь в достижении однозначности определений оказывают приведения различных контекстов, в которых используется понятие Dfd.

Строгие формальные требования, относящиеся к технике определений, при формулировании повседневных определений отступают перед требованием достижения интуитивной ясности смысла, значения понятия Dfd.

<u>Теоретические определения</u>, создаваемые в сфере научного познания, могут быть разбиты на <u>классы</u> в зависимости от уровня научного познания. Мы укажем лишь на два таких класса определений.

Первый класс характеризует уровень эмпирического познания (имеются в виду опытные науки). На этом уровне познания в рамках той или иной научной дисциплины создается <u>научная понятилогия</u>. <u>Из научных понятий исключаются омонимы</u>. Поскольку уточняется понятие области исследования, а описания объектов осуществляются на основе данных, полученных в ходе эксперимента и наблюдения, возникают условия для достижения взаимозаменимости понятий Dfd и Dfn определения в более строгом смысле, чем в случае повседневного определения.

Однако избежать порочных кругов в контексте той или иной научной дисциплины в целом еще очень трудно, поскольку на этом уровне познания обычно не выделяется «минимальный» словарь науки, т. е. запас ее неопределяемых первичных понятий. **На теоретическом уровне (<u>второй класс теоретических определений</u>) дефиниции рассматриваются как <u>органический компонент теоретической системы</u>.**

На уровне математических теорий и теорий математического естествознания процесс определения понятий и изучаемых объектов существенным образом упорядочивается. Здесь отбирается класс некоторых исходных понятий, значение которых обычно поясняется (дабы избежать порочных кругов) независимо от значений понятий, которые встретятся при последовательном развитии теории. Такое пояснение значений исходных понятий осуществляется через примеры, понятия другой науки, через описание способов образования этих понятий и т. п. Эти пояснения обычно рассматриваются как лежащие за пределами замкнутой теории. Введение новых объектов и понятий и соответствующих им терминов на основе определений в пределах замкнутой теории в конечном итоге опирается на некоторый запас значении первичных понятий. С такой упорядоченной системой определений мы встречаемся не только в теориях математического естествознания, но и, например, в ряде биологических и общественных теорий, которые в целом характеризуются как качественные описания изучаемой области действительности.

3.14. Полные и неполные определения.

Существенную роль для методологии наук имеет различение среди явных определений полных и неполных.

<u>Полными</u> называются <u>явные определения</u>, которые удовлетворяют требованию равнообъемности (соответственно взаимозаменимости) Dfd и Dfn в стандартных контекстах. Под <u>неполными определениями</u> понимаются определения, не удовлетворяющие указанному выше требованию.

Неполными определениями мы иногда пользуемся а) из-за неподготовленности адресата к пониманию соответствующих полных определений; б) неполнота определений может быть и свойством самих определений, а также детерминироваться контекстами, в которых последния встречаются.

Примером неполных определений, возникающих в силу неподготовленности адресата к пониманию соответствующих полных, являются определения, адресованные к ребенку или лицу, не имеющему надлежащей подготовки в той или иной области. Например, отец на вопрос своего ребенка «А что такое страус?» может ответить: «Страус — это такая большая птица, которая не может летать». Учитывая опыт адресата, может быть, иное, более полное и научное определение было бы в данной ситуации нецелесообразным. **По своим функциям названное предложение — определение, но, вообще говоря, неправильное определение**. К этому же виду определений принадлежат и рассмотренные нами выше остенсивные определения (см. 3.11).

Примером неполного определения второго вида может быть рекурсивное определение, для которого не существует алгоритма, который бы позволял находить значение функции для любых значений ее аргументов (общерекурсивная функция не является всюду определенной), а также определения посредством систем аксиом.

Примером неполного определения этого же вида могут быть так называемые экземплярные определения (exemplarische Bestimmungen) неопределяемых понятий в содержательных теориях, построенных, например, аксиоматически. Эти определения предшествуют построению теории, опираются на нашу интуицию, опыт, знания других наук. Но без них, видимо, невозможно обойтись при развитии научного знания. Трудно себе представить, чтобы развитие геометрии могло начаться с тех понятий о точке, прямой и плоскости, признаки и соотношения признаков которых учтены лишь в соответствующих аксиомах.

На уровне философско-методологического, прагматического подхода анализ неполных определений представляет значительный интерес. Они часто относятся в традиционной логике к числу приемов, заменяющих определения.

Мы рассмотрели далеко не все виды определений, встречающихся в естественном языке и в различных научных теориях, сконцентрировав при этом свое внимание на тех их видах, которые чаще всего встречаются в самых различных науках, при обсуждении и решении самых различных вопросов. Описание видов определений, содержащихся в настоящем разделе, является основой для рассмотрения вопроса о том, что представляет собой операция определения вообще, о правилах определения.

3.15. Различные подходы к значению понятия «определение».

Понятие «определение» не имеет однозначного значения. Различные авторы дают различные ответы на вопрос о том, какие процедуры могут быть названы определениями. Говоря об определении, обычно имеют в виду и некоторую логическую процедуру, и результат этой процедуры, фиксируемый в соответствующем знаковом выражении.

Независимо от того, как решается теми или иными авторами вопрос о том, что определяется в определении, не существует однозначного ответа и по вопросу о том, какие процедуры и соответствующие им предложения следует относить к числу определений. Эти разногласия существуют и среди логиков, и среди специалистов в тех или иных областях знаний.

В рамках истолкования определений как реальных возникали вопросы о том, следует ли любое описание определяемого предмета через его отличительные, специфические свойства рассматривать как его определение или к числу определений следует относить лишь такие однозначные описания определяемого предмета, которые осуществляются через указание его существенных отличительных свойств.

В плане концептуальных подходов к определению тот же самый вопрос ставился так: правомерно ли при определении уже сложившегося понятия ограничиваться перечислением его несущественных признаков, хотя и однозначно выделяющих соответствующий этому понятию предмет? Не будем ли мы в таком случае иметь дело всего лишь с установлением значения соответствующего определяемому понятию слова, а не с определением понятия? Можно ли вообще все экстенсионально эквивалентные, но однозначные описания одного и того же Dfd считать его определениями? Может быть, целесообразно в класс определений включать лишь научные определения? На эти вопросы в истории логики давались различные ответы.

Некоторые логики вопрос ставили и в такой форме: обязательным ли является для определения требование однозначности описания определяемого? Можно ли в качестве определений рассматривать так называемые аксиоматические определения, определения через абстракцию, неполные явные описания предметов?

Обсуждая эти и им подобные вопросы, Г. Леонард рассматривает процедуру определения весьма широко.

Так, в число определений у него попадают разъяснения знаковых выражений такого вида: «Тет-де-пон — это особое военное предмостное укрепление», если это выражение является, например, ответом преподавателя на вопрос учащегося о том, что такое тет-де-пон (в этом ответе указывается на сорт объектов, к которому относится тет-де-пон, но не дается его однозначное определение). Такие описания Г. Леонард называет неполными определениями1 (см. 3.14).

Логики постоянно обсуждают и вопрос о том, следует ли класс определений ограничить теми процедурами, которые не выходят за пределы умственной и знаковой деятельности, или рассматривать в качестве определений и те процедуры, которые кроме использования умственной и знаковой деятельности в каждом конкретном случае предполагают выход за пределы этих видов деятельности и обращение к предметной деятельности? Те авторы, которые придерживаются первой точки зрения, лишают статуса определений, например, так называемые остенсивные определения, часто их называют протоопределениями (так поступает, например, М. Бохенский).

Другие же авторы включают остенсивные определения в класс определений (так поступает, например, Леонард, подразделяя все определения на остенсивные и вербальные — см. 3.11)

Допустим теперь, что мы ограничили класс определений лишь явными вербальными определениями, которые при этом встречаются лишь в науках. Даже при таком сильном допущении мы не обнаружили бы единодушия у различных представителей наук в вопросе о том, все или лишь некоторые из указанного нами ограниченного круга предложений являются определениями в собственном смысле этого слова. Так, определения, которые без особых оговорок рассматриваются в большинстве опытных наук как полноправные дефиниции, отвечающие всем требованиям научной строгости, в логико-математических дисциплинах часто трактуются как поясняющие предложения, как описания. Таковы, например, определения алгоритма, формулируемого на основе обычного естественного языка, а также определения соответствия, множества, функции, переменной, буквы алфавита и других исходных математических понятий. Они описываются с помощью слов, значение которых предполагается ясным из повседневного опыта, и поясняются с помощью примеров.

Вместе с тем при построении строгих математических исчислений некоторые исходные элементарные объекты принимаются вообще без определений. Иные же сложные объекты теории (например, то или иное число или значения зависимой переменной для некоторой функции) уже определяются, и процедура их определения часто сводится к указанию алгоритма, позволяющего построить такое число, найти значения этой функции. В этом случае математический объект определяется посредством применения совокупности правил к иным объектам, которые принимаются без определений. Определение в математике считается удовлетворяющим математическим критериям строгости, если оно кроме общих логических требований отвечает также ряду дополнительных условий, детерминирующих направление и границы математического рассуждения, которое имеет целью получение новых результатов, обеспечение строгости и эффективности доказательств.

Сформулируем в самой общей форме те дополнительные условия, присоединение которых (по крайней мере одного из них) к общим логическим требованиям возводит определение в ранг собственно математического, отвечающего математическим критериям строгости.

(а) Определение, введенное в состав математической теории или исчисления, должно допускать применение строгих формальных правил к введенным определениями объектам и используется не только в целях расширения языка теории, но и в процессе решения задач, доказательства теорем теории, в целях формулирования новых правил. При этом все характеристики, указанные в определениях, должны использоваться в деятельности математика. Примером, когда определения содержательной математической теории не отвечают этому требованию, могут быть некоторые из определений, предпосланных первой книге «Начал» Евклида, таких, как: «Точка есть то, что не имеет частей», «Линия есть длина без ширины», «Прямая есть линия, которая одинаково расположена относительно лежащих на ней точек» и т. п., а также предложения, в которых определяются поверхность и плоскость. Дело в том, что на протяжении всех 13 книг Евклид этими определениями не пользуется для развития геометрии, для доказательства теорем о свойствах иных геометрических объектов. В. Ф. Каган справедливо отмечает, что **понятия «точка», «прямая», «поверхность», «плоскость» у Евклида следует рассматривать как основные понятия, введенные без определений. Это означает, что данные определения не могут быть оценены как математические определения**. Однако на другом уровне (например, догеометрического рассуждения) они могут быть рассмотрены как правомерные определения. (Заметим, что приведенное определение прямой и на этом уровне дефектно в том отношении, что свойством, фиксируемым в приведенном определении, обладает не только прямая, но и окружность и винтовая линия.)

(b) Явные определения, вводимые по отношению к объектам, относительно которых предполагаются, что они уже как-то построены, существуют до создания теории, должны позволять выводить все иные их свойства (т. е. доказывать все теоремы о свойствах этих объектов) на основе правил, исходных предложений теории и ранее доказанных теорем. Таковы, например, определения окружности, квадрата, треугольника в геометрии Евклида. Однако в математические теории на каких-то этапах их развития могут проникать определения, не отвечающие дополнительному требованию (b). Так, из определения непрерывной кривой как такой, которую можно начертить, не отрывая карандаша от бумаги (определение Декарта), вряд ли можно было вывести существование таких непрерывных кривых, которые ни в одной из своих точек не имеют касательных (теорема Вейерштрасса — Больцано). Для этого уже требуется более точное определение.

В формализованных теориях логики, в формальных системах формулировкам правил определения стремятся придать еще более конструктивный характер; в различных формализованных системах логики по отношению к определениям формулируются новые требования, налагается ряд ограничений на правила оперирования с объектами, вытекающие из определений.

Все сказанное выше означает, что выработка общей дефиниции, того, что следует понимать под определением, сталкивается со значительными трудностями. **Выбор того или иного вида**

определения, отвечающего тому или иному критерию строгости, обусловлен в первую очередь целями познавательной деятельности и иными условиями (например, уровнем познания, характером построения научной теории и т. п.).

3.16. О дефиниции определения в широком и узком смысле.

Мы убедились в том, что **в научной и языковой практике определениями именуются <u>логические процедуры</u>, существенным образом отличающиеся друг от друга**.

Вряд ли, однако, в данном случае вопрос о дефиниции понятия определения можно свести к перечислению и описанию тех процедур, которые в обычном языке и научной практике именуются определениями.

Ситуация в данном случае такова. С одной стороны, имеется сложившаяся практика языкового употребления термина «определение». Возникает естественное желание выработать такую дефиницию определения, которая бы охватывала все случаи языкового употребления слова «определение», т. е. выработать соответствующее аналитическое номинальное определение этого понятия. Это означает, что класс объектов, которые требуется определить, существует до определения. **Задача состоит в том, чтобы обнаружить у элементов этого класса общие и существенные характеристики и включить их в соответствующее реальное определение**.

Однако может случиться и так (а это часто и случалось в истории науки), что одним и тем же термином наименовываются столь разнородные объекты, что затем приходится исключать из класса, соответствующего Dfd, некоторые из его подклассов, что связано с расщеплением вводимого дефиницией понятия. Однако все без исключения определения преследуют одну общую цель и решают (во всяком случае стремятся решить) одну познавательную задачу. Считая, что все определения переведены нами в ранг номинальных (как мы видели, это возможно, см. 3.2), мы можем дефиницию определения в самом широком методологическом смысле (имея в виду единую цель, задачу, решаемую любым определением) сформулировать следующим образом.

<u>**Определение есть мысленный прием, с помощью которого стремятся отыскать, уточнить, разъяснить значение знакового выражения в том или ином языке S или расширить язык S за счет введения нового знакового выражения.**</u>

Итак, если наличествует указанная цель, то мы будем иметь дело с определением в широком смысле. В свете приведенной дефиниции в число определений попадут остенсивные определения, поскольку их средствами мы расширяем, обогащаем язык обучаемого. Среди очерченных посредством приведенной дефиниции предложений, рассматриваемых как определения, могут встретиться и так называемые неполные определения, т. е. такие, по отношению к которым не выполняется требование взаимозаменимости Dfd и Dfn в силу тех или иных обстоятельств.

Мы уже указывали на то, что неполнота определения может быть обусловлена рядом причин (см. 3.14). Так, первичные понятия содержательной теории не могут быть явно определены в рамках самой теории (иначе неизбежен regressus in infinitum). В таком случае мы ограничиваемся приведением примеров («экземплярные определения»), описаниями значений этих понятий на основе естественного языка, на основе терминов и понятий, заимствованных из других наук. Кроме того, все определения, вырабатываемые в науке на основе обобщения и анализа эмпирического опыта, могут считаться полными лишь в известных исторических условиях, поскольку наши знания об объектах постоянно изменяются, развиваются, и может случиться так, что определение, считавшееся полным (имеется в виду экстенсиональное равенство Dfd и Dfn), окажется со временем неполным, чересчур широким (когда Dfd<Dfn) или чересчур узким (когда Dfd>Dfn). То же самое mutatis mutandis можно сказать и об определениях в математике (ср. изменение в процессе исторического развития определений переменной, непрерывной кривой, числа и т. п.). Неполнота определения, как уже указывалось, может быть и функцией особой структуры определения, обусловленной в свою очередь структурой соответствующей теории (ср. неявные аксиоматические определения). Неполнота может быть детерминирована и некоторыми дидактическими соображениями, например уровнем подготовленности адресата.

Дефиницию определения в собственном (логико-семантическом) смысле (имея в виду, что реальные определения переведены нами в несемантические номинальные определения) можно сформулировать так: **это мысленный прием, с помощью которого стремятся не просто осуществить задачу по отысканию, уточнению, разъяснению значения знакового выражения или по расширению некоторого языка S за счет введения нового знакового выражения, но и выполнить требование взаимозаменимости Dfd и Dfn по отношению к соответствующим предложениям языка S, если**

выполнению этих требований не препятствуют структура самих определений и уровень общественного познания.

Таким образом, определения в собственном логикосемантическом смысле представляют собой правильную часть определений в широком, методологическом смысле.

В их число не войдут, например, неполные и остенсивные определения.

Приведенная дефиниция предполагает внесение некоторых уточнений и разъяснений.

(1) Предполагается, что мы умеем разумно отвлечься от исторической неполноты наших знаний, которые используются при выработке соответствующей дефиниции, и сформулировать дефиницию, отвечающую требованиям полноты на данном этапе развития познания. На базе создаваемых на основе таких отвлечений дефиниций мы строим научные теории. Развитие наших знаний часто заставляет нас перестраивать, совершенствовать созданные теории, в том числе и совершенствовать введенные ранее определения.

(2) Приведенная дефиниция определения в собственном смысле охватывает все случаи явных полных определений, аксиоматические неявные определения (поскольку их неполнота детерминирована структурой самих определений, входящих в аксиоматическую теорию), а также все случаи неявных определений, которые могут быть сведены к полным явным определениям и таким явным, неполнота которых детерминирована указанными выше условиями.

(3) Само понятие о пояснении, уточнении значения уже существующего в языке *S* знакового выражения предполагает сведение, редукцию менее известного (поясняемого) к более известному. Последнее возможно лишь тогда, когда новое понятие вводится через понятия, значения которых уже известны, определены, когда уточнение, обновление значения осуществляются через уже известное понятное и в конечном счете через принятое в рамках известной теории за первичное, исходное.

Когда речь идет об определениях в естественном языке, невозможно достаточно строго и без ограничения общности решить вопросы о том, какие понятия и выражения более понятны и какие менее понятны. Одним людям одно может казаться более понятным, другим — другое. Само понятие определения получает более точный смысл, а лежащая в основе определений основная познавательная задача — более ясную формулировку, когда процесс определения анализируется по отношению к тем или иным научным теориям, научным концепциям, научным рассуждениям, имеющим более или менее законченный характер. В этих случаях представляется возможным выделить то, на что мы опираемся как на известное, а следовательно, выделить запас понятий, значения которых предполагаются уже установленными, известными. На их основании путем определений мы можем вводить новые понятия в случае синтетических определений и уточнять ранее введенные в язык *S* понятия в случае аналитических определений.

При этих же условиях удается избежать порочного круга. Определения же, содержащиеся в толковых словарях, являются круговыми в силу отмеченных выше причин (см. 3.13). Однако эти определения нельзя рассматривать как определения с порочным кругом, поскольку сам тип упорядоченности слов того или иного языка в толковом словаре неизбежно приводит к круговым определениям; здесь мы и не ставим себе целью создать такую последовательность введения понятий в язык, с которой мы встречаемся в рамках замкнутой и достаточно строго построенной научной теории.

3.17. Правила формирования определения.

К содержательным научным дефинициям предъявляется ряд требований, которые носят название правил формирования определения. Эти требования бывают трех видов: **литературные, фактические и логические**.

К числу литературных обычно относят требования такого вида: определение должно быть возможно более ясным, должно избегать фигуральных и метафорических выражений. Это требование состоит в том, чтобы смысл понятий, используемых в определении, был достаточно ясным для адресата. Только в этом случае может быть раскрыто значение поясняемого или вводимого дефиницией понятия. На научном и вообще интеллектуальном уровне рассуждения следует стремиться избегать фигуральных и метафорических выражений, которые являются специфичными для иных уровней использования языка (например, для языка художественной литературы) . Дело в том, что на уровне художественного, поэтического языка значение некоторого выражения как целого существенно отличается от значения этого выражения на уровне науки или даже повседневного языка. **То, что на уровне поэтического, художественного языка является вполне допустимым, становится абсурдным при переводе его на язык науки.** Спецификация описываемого объекта на уровне языка художественной литературы к тому же осуществляется не на основе его объективных существенных свойств, а на основе некоторого образа, создаваемого художественными языковыми средствами.

Так, если бы определение «Архитектура — это не что иное, как окаменевшая музыка» мы пытались интерпретировать на уровне науки, то, естественно, мы должны были бы всякое архитектурное сооружение рассматривать как возникшее из музыки в результате каких-то процедур или превращений. Поэтому мы должны были бы рекомендовать для создания архитектурных сооружений отбирать те или иные музыкальные произведения, исполнять их и воплощать затем в архитектуру, что, очевидно, является абсурдным.

Необходимость ясности и недвусмысленности понятий определения подчеркивалась еще Аристотелем. Он писал: «Но если при рассуждениях не следует прибегать к метафорам, то ясно, что нельзя ни давать определения метафорами, ни давать определения того, что выражено метафорами. Иначе было бы необходимо при рассуждениях пользоваться метафорами».

К фактическим требованиям, предъявляемым к определениям, относятся:

1. В реальных определениях (в том числе и в тех реальных определениях, которые могут быть получены в результате перевода номинальных определений в реальные) выделение, спецификация Dfd должны осуществляться по существенным признакам. Соответственно в номинальных определениях, связанных с уточнением уже существующего в языке понятия или с введением нового понятия в язык, интенсиональные характеристики значения, явно фиксируемые в понятии Dfn, должны быть существенными. Применение этого правила связано с трудностями, поскольку не существует достаточно «жесткого» критерия, позволяющего в общем виде решать, какие характеристики являются более существенными и какие — менее существенными. Однако на основе учета целей содержательных теорий, концепций, рассуждений, характера решаемых при этом задач, на основе учета уровня достигнутых знаний, использования прошлого опыта имеется возможность различать менее существенное и более существенное. Это требование поэтому играет роль некоторого принципа, направляющего поисковую, познавательную деятельность. Надо, однако, иметь в виду, что в математике теряет смысл различение существенного и несущественного: если нам удалось путем определения отличить, выделить некоторый объект теории, то независимо от характера свойств, специфицирующих некоторый объект, добавление этого определения к аксиомам, ранее доказанным теоремам и уже введенным определениям дает возможность доказывать одни и те же теоремы. В этом смысле такие определения дедуктивно равны. Видимо, это связано с тем, что в математике (в отличие от опытных наук), которая оперирует с абстрактными объектами, при формировании абстрактных объектов выделяют только лишь существенное и отвлекаются от всего несущественного.

2. Уточнение, пояснение уже введенного понятия в некоторый язык должны осуществляться через понятия, значения которых уже известны, более ясны и понятны, чем значение уточняемого понятия.

Когда введение понятия осуществляется в рамках строгой теории (например, аксиоматической, где вводимые одно за другим явные определения являются синтетическими), это правило становится излишним, поскольку новые понятия вводятся здесь через некоторый запас первичных, смысл которых известным образом раскрывается в аксиомах, или через понятия, ранее определенные. На уровне же естественного языка в нестрогих рассуждениях это требование необходимо соблюдать, хотя оно и не является конструктивным. Определения же, содержащиеся в учебных пособиях и руководствах, где излагаются в сжатом, сокращенном виде основы той или иной науки, непременно должны отвечать этому требованию. Его необходимо учитывать и при определении основных исходных понятий тех или иных наук. К числу таковых, например, относятся: «число», «функция», «прямая», «фигура», «множество» — в математике; «длина», «масса», «время» —в физике (это те первичные понятия, которые в рамках строго построенной замкнутой теории принимаются без определений, но которые нестрого определяются за пределами теорий). Так, определение натурального числа (количественного) по Фреге — Расселу (см. 3.8), страдает тем недостатком, что в нем интуитивно более ясные вещи определяются через теоретико-множественные понятия, которые вряд ли можно считать более ясными и понятными, чем само понятие о натуральном числе.

Логические требования мы сформулируем по отношению к явным определениям.

1. **Правило взаимозаменимости (или элиминируемости**): в определениях, имеющих структуру Dfd_= Dfnt определяемое и определяющее могут быть заменены друг на друга в любых стандартных контекстах. Иногда это правило называют и правилом переводимости.

Это основное правило требует пояснений и уточнений.

a) По отношению к реальным определениям, где понятия Dfd и Dfn употреблены равным образом в функции использования (Dfd =- Dfn), это правило формулируется обычно как правило соразмерности (равнообъемности, равноинтерпретируемости понятий Dfd и Dfn).

Поэтому в языке, где действует принцип экстенсиональности, понятия Dfd и Dfn становятся заменимыми друг на друга (см. 3.1).

b) К номинальным семантическим определениям, в которых понятие Dfd употреблено в функции упоминания, а понятие Dfn — в функции использования («Dfd»_=— Dfn), применение правила взаимозаменимости предполагает предварительное преобразование этих определений в одном из двух направлений (см. 3.2): необходимо, чтобы понятия Dfd и Dfn равным образом или использовались (тогда мы получим реальное определение: Dfd = Dfn), или равным образом упоминались (тогда мы получим номинальное определение вида «Dfd» ~_«Dfn»). В первом случае понятия Dfd и Dfn станут взаимозаменимыми, коль скоро они являются равнообъемными; во втором случае они станут взаимозаменимыми, коль скоро они будут иметь одно и то же значение. Когда правило взаимозаменимости формулируется как правило соразмерности (это имеет место в большинстве книг по традиционной логике), то, вообще говоря, оно имеет более узкую область применения, чем сформулированное выше правило взаимозаменимости: его имеет смысл применять лишь к аналитическим реальным определениям. К синтетическим определениям, представляющим собой семантические определения, правило соразмерности непосредственно неприменимо. После перевода их в ранг реальных определений это правило применять к ним также не имеет смысла, так как выполнимость этого правила обеспечивается самим построением синтетического определения.

c) Когда в содержательных теориях, рассуждениях, концепциях введение понятия Dfd рассматривается как сокращение для более громоздкого описания, соответствующего Dfn, то понятия Dfd и Dfn становятся взаимозаменимыми в силу соображений, изложенных в пункте (b): понятия Dfd и Dfn становятся или соразмерными, поскольку употребляются для обозначения одного и того же, или имеющими одно и то же значение.

d) Правило взаимозаменимости (или элиминируемости понятия Dfd посредством его замены на понятие Dfn, или переводимости друг в друга этих понятий) формулируется обычно по отношению ко всем контекстам. Здесь имеются в виду самые различные контексты, встречающиеся в пределах тех или иных фиксированных теорий, рассуждений, концепций, и предполагается, что мы умеем дифференцировать различные значения для одних и тех же знаковых выражений в различных науках. Известно, что в различных науках иногда одни и те же знаковые выражения наделяются различным значением (ср. «масса» — в физике и «масса» — в общественных науках, «реакция» — в химии, «реакция» — в физиологии, «реакция» — в общественных науках). Однако и при применении данного правила по отношению к текстам, относящимся к одной и той же области знания, необходимо также ввести некоторые ограничения.

В контекстах, сформулированных на уровне метаязыка, нельзя знаковые выражения для Dfd заменять знаковыми выражениями для Dfn, и наоборот.

Аналогично должны быть исключены и так называемые неэкстенсиональные контексты. Поясним это на примере. Допустим, что имеется определение: «Квадрат есть прямоугольник с равными сторонами», а также контекст: «Он не понимает, что квадрат может рассматриваться как прямоугольник с равными сторонами». В этом контексте нельзя заменить Dfn на Dfd и наоборот. Если первый контекст является истинным, то получившиеся в результате замены контексты могут оказаться ложными (ср. «Он не понимает, что квадрат может рассматриваться как квадрат», «Он не понимает, что прямоугольник с равными сторонами может рассматриваться как прямоугольник с равными сторонами»). Поэтому, желая сохранить общность основного правила, мы и вводим в его формулировку понятие стандартного контекста, под которым понимаются различные осмысленные контексты определенных фиксированных теорий, рассуждений, концепций, исключая неэкстенсиональные и метаязыковые контексты указанного выше типа. Значение истинности контекстов при этом сохранится, так как мы в данном случае имеем дело со стандартным контекстом.

2. Правило запрета порочного круга.

Этот вопрос мы рассмотрим раздельно по отношению к научным теориям, научным рассуждениям и концепциям (т. е. научным контекстам) и по отношению к отдельным дефинициям, встречающимся не только в науке, но и в обычном языке. По отношению к научным контекстам это правило следует сформулировать следующим образом: Если взамен некоторого сложного описания (т. е. понятия Dfn) вводится новое понятие (т. е.

понятие Dfd), то каждое понятие, входящее в состав сложного описания, не может быть введенно ранее или разъясняться позднее посредством вводимого понятия. Так, в рассуждении будет допущен порочный круг, если мы логику определим как науку о правилах, в соответствии с которыми строится всякое разумное рассуждение. А затем окажется, что разумное рассуждение было уже определено или будет затем вновь определяться как рассуждение, строящееся в соответствии с правилами, изучаемыми логикой. Или если, например, истина определяется как верное отражение действительности, а затем верное отражение действительности мы определяем в свою очередь не независимо от понятия об истине, а прибегая к нему (например, так: верное отражение — это такое отражение действительности, которое является истинным), то в рассуждении будет допущен порочный круг.

Иными словами, понятие Dfd и иные выражения, определенные посредством этого понятия, не должны встречаться в Dfn. Иначе возникает ошибка, аналогичная порочному кругу в доказательстве, когда теоремы, на основе которых доказывается данная теорема, включают и данную теорему (например, в иной формулировке) или были доказаны в свою очередь на основе этой теоремы.

Это правило применяется равным образом как к абсолютным явным определениям (например, в приведенных выше примерах), так и к неабсолютным (см. 3.4).

Так, если в теорию вводится понятие «затухающие колебания», то неабсолютное реальное определение примет вид: «Затухающие колебания — это такие колебания, которые...» Понятия, используемые в Dfn, не могут быть до введения этого определения определены посредством понятия Dfd, т. е. посредством термина «затухающие колебания».

При выяснении вопроса о том, нет ли в определениях теории порочного круга, следует иметь в виду, что при строгом построении научной теории новые понятия (и соответственно объекты) вводятся на основе первичных, не определяемых явно в рамках теории. На основе вновь введенных понятий и первичных вводятся опять новые понятия и т. д. Иными словами, введение новых в теорию должно осуществляться на основе лишь ранее введенных.

Так, в классической механике часто рассматривают в качестве первичных такие физические величины, как масса, длина и время, а в качестве базисных выбираются следующие единицы: грамм, см, сек. Через эти величины можно определить скорость (см/сек), ускорение (см/сек^2), силу (г-см/сек^2 — дина), работа (г-см^2/сек^2 — эрг), мощность (г» см^2/сек^2— эрг/сек) и т. д. Эти величины определяются контекстуально, т. е. через соответствующие формулы. Мы видим, что все вновь вводимые путем определений объекты могут быть выражены через исходные.

Далее, если мы определяем мощность как работу, совершаемую в сек, то не только понятие «работа» в данной системе не может быть в свою очередь определено через мощность, но через мощность не могут быть определены и все ранее введенные в теорию понятия.

По отношению к отдельным определениям правило запрета порочного круга формулируется как частный случай приведенного выше правила, а именно определение не должно быть тавтологичным, т. е. понятие Dfd не должно встречаться в составе Dfn. С нарушением этого правила мы будем иметь дело, например, в следующем определении: «Демократ есть человек демократических убеждений». К числу таких же тавтологических определений относятся определения, претендующие быть научными, в которых, однако, понятие Dfd встречается в составе Dfn в форме его синонима; например, «Истинное суждение есть достоверное суждение».

Когда дефиниции формулируются на основе естественного языка, может создаваться впечатление, что определение содержит порочный круг, хотя его в действительности нет. Допустим, имеется определение: «Решить задачу — это значит (=) свести ее решение к решению иных задач, которые мы умеем решать или принимаем за решенные». Можно подумать, что Dfd определяется здесь через Dfd: выражение «решение задачи» содержится и в Dfd и в Dfn. Однако в действительности здесь значение понятия «решение (некоторой) задачи» выясняется через значение выражения «сведения решения какой-то задачи к некоторым иным задачам».

Определения, заключающие в себе круг, который не является порочным, рассматриваются как полноценные определения. О них мы говорили в 3.9.

3. Правило частичного тождества структур понятий Dfd и Dfn.

Это правило требует:

а) Если Dfd имеет форму предложения, сформулированного в некотором языке, то и Dfn должен иметь форму предложения. Например, «Решить задачу — это значит (=) свести ее решение к решению задач, которые мы умеем решать или принимаем за решенные», «Формула логики высказываний называется тождественноистинной, если, и только если она для всех наборов входящих в нее переменных принимает значение истины», «Информация является (называется) избыточной, если, и только если...»;

б) если Dfd представляет собой понятие (абсолютное или неабсолютное), то и Dfn должен быть понятием, а не быть функцией или предложением. Таково большинство явных определений;

в) если Dfd является некоторой пропозициональной функцией, то и Dfn должно представлять собой пропозициональную функцию с теми же свободными переменными.

г) если Dfd является функцией-указателем, то и Dfn должен быть функцией-указателем.

4. Правило однозначности.

Это правило формулируется по отношению к определениям с учетом научных контекстов, в которых встречается дефиниция. По отношению к отдельным определениям, сформулированным на научном языке, это правило не следует формулировать, так как его требования уже содержатся в формулировке правила взаимозаменимости. По отношению к дефинициям, рассматриваемым в контексте научной теории, это правило можно сформулировать так: **в пределах теории каждому Dfn должен соответствовать одино-единственное понятие Dfd, играющее роль научного понятия теории, но не наоборот. Так что каждому понятию Dfd, играющему роль научного понятия теории, может соответствовать ряд понятий Dfn.**

Так, в геометрии Евклида научное понятие «квадрат» может служить в определениях дефиниендумом для целого ряда дефиниенсов. Например, мы можем в зависимости от потребностей определить квадрат по-разному: «Квадрат есть параллелограмм, у которого все стороны равны между собой и все углы прямые», «Квадрат есть равносторонний прямоугольник», «Квадрат есть равноугольный ромб» и т. п. Но каждому из содержащихся в приведенных определениях дефиниенсов соответствует лишь один-единственный научное понятие— «квадрат».

Это правило регулирует создание научного понятиведения, языка научной теории понятий. Его применение при построении научной теории понятий обеспечивает устранение из языка теории понятий явления омонимии.

Тот факт, что каждому Dfd может соответствовать множество Dfn, означает, что синонимичность выражений в теориях проявляется не только в том, что нам приходится встречаться с выражениями типа Dfd —Dfn, но и в том, что для одного Dfd можно построить множество выражений вида: . :Dfd~Dfn1, Dfd~Dfn2, Dfd ~Dfn3 и т. д. Между Dfn и Dfd, таким образом, здесь имеют место отношение однозначности, а не одноoднозначности. Однако Dfn1, Dfn2, Dfn3 и т. д. могут быть отождествлены между собой по их объему, экстенсионалу. В пределах науки, таким образом, одно и то же знаковое выражение как элемент понятоведения не должно вводиться для обозначения различных объектов (имеются в виду первичные понятия и понятия, вводимые взамен сложных описаний, которые в конечном итоге могут быть сведены к комбинациям одних и тех же первичных понятий). Однако одному и тому же понятию в контексте определения могут соответствовать различные в интенсиональном отношении Dfn. Используя терминологию Г. Фреге, можно сказать, что одно и тот же научное понятие должено иметь всегда одно значение, но может иметь различный смысл.

Эти различия Dfn для одного и того же Dfd могут быть элиминированы (устранены, заменены) в рамках строгой теории, и тем самым доказано не только их экстенсиональное равенство, но в определенном смысле

и их интенсиональное равенство. Различные в интенсиональном отношении Dfn1 Dfn2, Dfn3 и т. д. могут быть представлены в виде одной и той же комбинации первичных символов. Необходимым условием доказательства интенсионального равенства Dfd и Dfn является перечисление всех первичных, неопределяемых понятий с самого начала. Однако даже самые строгие теории иногда строятся таким образом, что запас неопределяемых понятий постоянно расширяется по мере развития теории, и это расширение не всегда фиксируется.

Мы ограничимся приведением примера установления интенсионального равенства Dfd и Dfn. Допустим, в рамках описания системы единиц классической механики в качестве первичных неопределяемых понятий нами выбраны следующие величины: длина (см), масса (грамм), время (сек). Здесь величины рассматриваются в связи с единицами измерения.

Мы можем определить работу как величину, пропорциональную силе, приложенной к телу, и пути, проходимому этим телом. Можно, однако, работу рассматривать и как величину, пропорциональную массе тела, приданному ему ускорению и пути, проходимому этим телом. Но, выразив эти определения в исходных понятиях (величинах), мы убедимся, что наши определения интенсионально равны: Dfn будет в таком случае представлен в виде одного и того же выражения: г $см^2/сек^2$.

5. Определение не должно быть противоречивым.

По отношению к явным определениям вида Dfd = Dfn это правило означает:

Во-первых, не должно быть противоречивым каждое отдельное определение, рассматриваемое изолированно от того контекста, в котором оно встречается;

во-вторых, если в результате добавления непротиворечивого определения к некоторой законченной, построенной дедуктивно теории мы получаем противоречие, то возможны два случая. Может оказаться, что вводимое определение является дефектным и от него следует отказаться и заменить его другим. Может быть и такая ситуация, когда вводимое определение, детерминированное опытом или иными разумными соображениями, потребует изменения самой теории (в том числе и изменения уже введенных в теорию определений). Такие случаи часто встречаются в теориях математического естествознания (например, в физике). С такими ситуациями можно встретиться не только в строго построенных теориях, но и на уровнях эмпирического познания, в различных документах, фиксирующих некоторый опыт людей (например, в области права в различных кодексах, постоянно дополняемых иными постановлениями и решениями).

Аксиоматические неявные определения, рассматриваемые совместно с правилами системы, также должны быть непротиворечивы. Способы установления непротиворечивости аксиоматических систем разработаны математикой и математической логикой.

Примером противоречивого определения, встречающегося в теории множеств, может быть определение нормального множества, т. е. множества тех множеств, которые не содержат себя в качестве своего элемента. Так, множество коров не является коровой и поэтому не может быть отнесено к множеству коров (т. е. множество коров является нормальным). Множество же понятий является в свою очередь понятием и потому должно быть включено в множество понятий (т. е. множество понятий не является нормальным).

Пусть переменная f имеет в качестве своих значений множества и соответствующие им предикаты.

Пусть F будет предикатом — «быть нормальным множеством».

Тогда определение нормального множества в символической форме можно записать так: F ~ (f) - где ~ знак эквивалентности.

Это определение удовлетворяет лишь нормальным множествам: его правая и левая части приобретают значение истины, когда f — нормальное множество или соответствующий ему предикат. Так, если вместо f подставить «коровы», то A f (f) —истина (неверно, что множество коров является коровой — истина). Поэтому и правая часть является истинной: такое множество попадает в класс нормальных. Его правая и левая части становятся ложными, если вместо f подставить, например, множество понятий.

В целях устранения возможностей появления такого рода парадоксальных противоречий различными авторами предлагаются некоторые ограничения, налагаемые на соответствующий логический аппарат (Б. Расселом, например, в этих целях была разработана теория типов, которая представляет собой некоторое исчисление, в котором такого рода парадоксальные противоречия исключаются).

4. Семиотическая теория определений

В литературе различные типы определений перечислены и описаны в основном эмпирически, один рядом с другим, они не охвачены единой теорией. В этом разделе будет показано, что многие виды определений, которые рассматривались до сих пор отдельно, могут быть объяснены в рамках **единой теоретической конструкции при условии, что определение трактуется в двух аспектах: *семиотическом* и *праксеологическом.*** Необходимость выделения праксеологического аспекта в теории определений станет очевидной в связи с пояснением механизма остенсивных и операциональных определений, которые составят предмет последующих разделов. В данном разделе **с позиций <u>общей теории знаков</u> будут охарактерованы семантические, синтаксические и прагматические условия введения познавательно эффективных определений**. С этой целью рассмотрим сначала соотношение естественного языка, языка индивида — назовем этот язык *идиолектом* — и речи. Покажем, что акт определения осуществляется на уровне речи или систематического изложения чего-либо и что, как правило, **определение возникает в рамках процесса коммуникации**. После введения некоторых понятий, касающихся исходных, канонических и т. д. языков, и некоторых уточнений относительно сохранения логико-семантических свойств в этих языках покажем, что **<u>определения</u> — это форма расширения идиолекта познающего агента благодаря коммуникативным процессам, в которые этот агент включен вместе с другими коммуникантами, также обладающими индивидуальными языками.**

В противоположность У. О. Куайну и другим авторам, оспаривающим существование индивидуальных языков, мы считаем, что эти последние — единственная форма существования естественных языков; общественный язык — всего лишь результат «интерференции» личных языков индивидов. Рассматривая определения как расширение идиолекта, мы вместе с тем должны исследовать соотношение имен и дескрипций; покажем, что определение состоит в постулировании либо констатации внутриязыковой синонимии имени и дескрипции, которые имеют самостоятельные познавательные статусы в отношении агента, выдвигающего определение, и в отношении агента, воспринимающего его. Таким образом, проблему синонимии, как и проблему определения, следует решать локально в рамках определенной речи или формулировки, предложенной каким-то агентом, а не в рамках какого-то естественного языка вообще.

Исходя из принятых семантических, синтаксических и прагматических условий познавательно эффективных определений, установим, какие дополнительные требования следует включить в семиотическую модель, чтобы последовательно вывести частные случаи реальных, номинальных, семантических, синтаксических, лексико-экспликативных, стипулятивных, сокращающих и т. д. определений. Руководствуясь выдвинутой Попа семиотической точкой зрения, изложим познавательные функции определений и проанализируем соотношение определений и правил или постулатов замены одних выражений другими, а также взаимоотношение определения и перевода как логико-семантической операции.

4.1. Язык, идиолект, речь

Естественный язык может быть охарактеризован как исторически сложившаяся система конвенциональных знаков, основная функция которой состоит в опосредовании общения людей. В отличие от других **знаковых систем**, возникших среди биологических популяций, предшествовавших человеку, лингвистические знаки — не просто средства сигнализации или предупреждения; они также не являются воспроизведением или изображением обозначаемых предметов (иконо-графические знаки). Специфика лингвистического знака состоит в его произвольном, *конвенциональном* характере. **Между знаком и обозначаемой им вещью нет никакой естественно-физической связи; между ними существует только искусственная социокультурная связь.**

На протяжении веков — от стоиков до Ф. де Соссюра— отмечался произвольный, искусственный характер лингвистической конвенции. Несколько меньше подчеркивалась *общность* и *органичность* лингвистических конвенций, образующих тот или иной язык. **Условием введения для какой-либо категории собеседников того или иного соглашения, касающегося употребления некоторого знака, является присоединение его, хотя бы временное, к ранее установленным соглашениям.** Чтобы можно было видоизменить правило или соглашение относительно употребления какого-то понятия или выражения, следует неявно принять другие соглашения, а именно те, которые касаются употребления понятий и выражений, разъясняющих смысл нового знака. Лингвистические конвенции и правила, используемые агентом в определенном процессе коммуникации, не должны противоречить друг другу. Отсюда, однако, не следует, что они не противоречат правилам употребления лингвистических знаков, используемых двумя или несколькими коммуникантами. Более того, может оказаться, что соглашения, регулирующие употребление одних и тех же знаков и выражений одним и тем же агентом, если рассматривать их в различные периоды времени, не будут непротиворечивыми.

Естественный язык не является в целом системой конвенций, и, следовательно, он может порождать множество пропозициональных выражений, содержащих логические противоречия. Тот факт, что правила и соглашения естественного языка не являются непротиворечивыми, объясняется конкретно-историческим, стихийным и независимым способом их введения: различными агентами, осуществляющими одновременно и практически-преобразующую и дискурсивно-познавательную деятельность. Вошедшие в язык, зафиксированные в научно-литературных трудах и присутствующие в живой речи лингвистические конвенции —это продукт истории человеческое общества, пользующегося данным языком, это способ фиксирования добытого этим обществом опыта.

Перед лицом того факта, что естественные языки не отвечают требованиям связности, последовательности и систематичности, лингвисты, не склонные к эмпиризму и описательности, пытались строить частичные модели языка как особого явления или предлагали строго различать язык как идеальную структурированную систему, с одной стороны, и речь как последовательность физико-акустических событий, с другой. **Современные исследования колеблются между альтернативой построения формальных моделей** (которые, детально описывая некоторые синтаксические свойства языка, тем не менее не учитывают способов установления лингвистических соглашений на уровне индивидов, процесса созидания ими языка как общественного явления в ходе их взаимодействий) **и альтернативой изучения некоторых подсистем языка в отрыве от логико-семантических и познавательных аспектов акта лингвистической коммуникации.**

Выход из этого положения можно видеть в исследовании лингвистических процессов с точки зрения теории коммуникации, когда лингвистическая теория принимает во внимание, кроме взаимоотношений знаков и обозначаемых ими сущностей или отношений между знаками, также и взаимоотношения знаков и использующих их личностей. Это побуждает провести различение индивидуального и социального языков и признать необходимость изучения их взаимозависимости.

Таким образом, статус знаков и лингвистических конвенций может быть исследован на <u>**трех уровнях**</u>: **на уровне сложившегося естественного языка; на уровне индивидуального языка; на уровне речевого изъяснения или разговорного поведения как проявления лингвистических ресурсов индивида**. Поскольку индивиды являются в равной мере и создателями, и потребителями естественных языков, поскольку, далее, именно они осуществляют процесс речевого общения, исходным пунктом анализа должно стать исследование индивидуального языка, или **идиолекта**. **Под *идиолектом* мы понимаем совокупность знаков и выражений, используемых или**

понимаемых некоторым агентом. Идиолект содержит: собственные имена, общие имена, дескрипции, а также правила и операции, описывающие существующие между ними семантические и синтаксические отношения. Идиолект содержит знаки для логических связок, опосредствующих переработку информации в знаки и пропозициональные выражения. С генетической точки зрения идиолект — продукт операционально-праксеологических и выраженных в речи познавательных контекстов, в которых участвовал индивид.

Различают **активный и пассивный идиолект**. ***Активный идиолект* состоит из совокупности знаков и выражений, которые может производить агент; *пассивный идиолект* охватывает множество знаков и выражений, которые агент, не производя их самостоятельно, понимает, когда они исходят от другого агента.** В определенных пределах это различение совпадает с различением активного и пассивного словаря лица, говорящего на каком-нибудь языке. Идиолект, однако, охватывает и характерные для языка говорящего синтаксические структуры, и свойственные ему фонетические признаки.

Идиолект некоторого агента включает не только знаки родного естественного языка, но и знаки выученных чужих языков или знаки специализированных языков некоторых наук в той мере, в какой эти последние входят в семиотический арсенал, используемый агентом в его общении с другим агентами. Наше понимание термина «идиолект» не совпадает с «индивидуальным (privat) языком» Айера или Куайна. Для Айера **<u>индивидуальный язык</u> — это код или система знаков, созданная и используемая некоторым познающим агентом исключительно для описания своего собственнного опыта**. Английский философ допускает возможность построения такого кода. Куайн, напротив, считает, что не может быть индивидуального языка ни в каком утилитарном смысле этого слова. По мнению Куайна, **<u>язык</u> — это способ взаимодействия (скорее – взаимопонимания (А.К.)) по крайней мере между двумя людьми, говорящим и слушающим**. Того же мнения придерживается и Кирил Барра, для которого индивидуальный язык в смысле Айера — это лишь необычное употребление сложившегося языка.

Далеким от понимания в смысле Попа термина «идиолект» (или «индивидуальный язык») является также и смысл, придаваемый термину «индивидуальный язык» психологом Дж. Флейвеллом. По мнению Флейвелла, индивидуальный язык состоит в интроспективном внутреннем разговоре индивида с самим собой.

По нашему мнению, индивидуальный язык не следует отождествлять ни с кодом, принадлежащим исключительно какому-то индивиду, ни с особым невысказанным внутренним разговором отдельного человека. Громадное большинство знаков и выражений некоторого идиолекта используется в том же или в подобном (а иногда противоположном) смысле и в идиолектах других агентов. Всякий идиолект, однако, предполагает особые знаки или выражения или, по крайней мере, употребление в особом смысле, в соответствии с видоизмененными конвенциями, хотя бы некоторых терминов и выражений, имеющихся и в других индивидуальных языках. **Можно говорить *о языке некоторого индивида* лишь в той мере, в какой введение им знаков дает ему возможность, по крайней мере теоретически, быть понятым любым другим слушателем или собеседником.** Таким образом, Куайн прав, утверждая, что акт коммуникации посредством лингвистических знаков предполагает по меньшей мере два лица. Он, однако, неправ, когда оспаривает возможность говорить об индивидуальном языке в каком бы то ни было значении этого термина. Более того, как полагает Попа, что это противоречит его же собственным взглядам. Куайн стремился развить натуралистско-эмпирическую теорию языка и смысла в соответствии с тезисом, согласно которому «**ум и смысл — это стороны одного и того же реального мира». Он считает, что мир смыслов и умственных отображений в конечном итоге должен быть сведен к определенным поведенческим предрасположенностям или склонностям.** Только таким путем, по мнению Куайна, семантка сможет избавиться от ментализма и спиритуализма, которые ей вредят.

Отрицание индивидуального языка, специфики проявления социального языка на уровне индивида делает одинаково невозможной как разработку теории языка и смысла с точки зрения поведения (что является целью Куайна), так и ее праксеологическую разработку. Ибо лишь на основе анализа поведенческих ситуаций, в которых участвуют агенты, на основе исследования используемых и понимаемых ими знаков и выражений можно объяснить способ установления исходных лингвистических конвенций и их изменение во времени, а также выдвижение новых конвенций. **Посредством идиолекта — <u>собственного языка</u> — индивид проявляет себя одновременно и в качестве потребителями в качестве творца социального языка. Собственный язык индивида — <u>троякая реальность</u>: физическая, социальная и психико-познавательная**. По мнению Попа, скорее можно поставить под сомнение существование социального языка, чем отрицать реальность идиолекта. Естественный язык какого-то коллектива, социальный язык — это всего лишь результат пересечения

идиолектов, следствие частичного совпадения конвенций. **Естественный язык может быть описан как множество идиолектов, между составными выражениями и знаками которых имеют место отношения пересечения, а семантические соглашения и правила совпадают, по крайней мере в определенных пределах.**
Естественный язык, как и человеческое общество, существует до и после индивида и его собственного языка. Индивидуальный язык, как таковой, формируется и развивается на основе социального языка, в процессе общения с другими говорящими. **<u>Индивид— прежде всего потребитель социального языка</u>. Позднее, когда индивид достигает определенной степени развития, он начинает проявлять себя и как <u>созидатель — «конструктор» — языка</u>; на этом этапе он переводит в лингвистические выражения и знаки, которыми пользуются другие субъекты, часть своего, неизвестного другим лицам опыта.** Социальный язык, таким образом, становится хранителем важной частаи ндивидуального, неповторимого опыта миллионов и миллионов индивидов. В какой степени индивидуальный опыт может быть переведен в опыт социальной, рационально-речевой, передан с помощью лингвистических знаков, — это проблема особая, которой мы не будем здесь заниматься. Пока же примем как факт возможность преобразования хотя бы части строго индивидуального опыта в опыт социальный и в результате непрерывный рост массива информации и знаний, заложенного в социальном языке, соответственно в естественном языке и в языках частных наук. Этот запас информации, выраженный лингвистическими знаками, существовавшими до появления и развития того или иного индивида, решающим образом влияет на развитие его познавательной и операциональной компетентности и в особенности на формирование и обогащение индивидуального языка. Итак, **идиолект следует рассматривать в процессе его исторического становления и обогащения, расширения его возможностей.** Подобно социальному языку он обладает **диахроническим измерением**. **<u>Дискретной и преходящей</u>, кратковременной формой проявления идиолекта является <u>речь</u>**.
Таким образом, ***речь*** **можно было бы определить как использование некоторым лицом лексической и синтаксической наличности его индивидуального языка для осуществления некоторого сообщения в данных условиях.** Иначе говоря, **<u>речь — это обычная форма использования агентом своего идиолекта в целях общения с другими агентами.</u> Речь — это передача сообщения одного агента другим, «отрезок разговора», в пределах которого коммуниканты не меняют своего статуса передающих или воспринимающих.** Как правило, речь предполагает неизменность установки говорящих,

одинаковость предметной области и конвенций, используемых коммуникантами, сохранение направленности сообщения, то есть статуса агентов как передающего и воспринимающего, соответственно единство их регистров. Хотя речь исходит от агента, по своему содержанию она не субъективна. Напротив, она — средство объективации и социализации индивидуального опыта, который неизбежно содержит множество субъективных элементов. Логика и когерентность проявляются на уровне речи, а не идиолекта или естественного языка.

Исходя из характера установленных между агентами социальных и коммуникативных отношений, можно выделить несколько видов речевой коммуникации, различающихся своим праксеологическо-операциональным, познавательным и логическим статусом. Основные виды речевой коммуникации таковы: утверждение (полагание, «декларация»), приказ, обещание, просьба, вопрос, восклицание и т. д.

Описательно-повествовательные, «декларативные» предложения или утверждения появляются, например, в научных теориях каждый раз, когда описывается какой-либо факт или положение дел. Приказ, обещание, запрет и т. д. описывают не факты или состояния вещей, а будущие действия и события; они выполняют функцию предписания. Помимо этих двух видов (дескриптивного и предписывающего), с точки зрения замысла речи или сообщения можно также выделить категорию субъективно-экспрессивных предложений, несущих информацию о внутреннем состоянии личностей, от которых исходят сообщения, об их эмоциях, желаниях и мнениях. Речевые коммуникативные акты, будучи включенными в различные операциональные контексты, обогащают и расширяют собственный язык индивида.

Переход от одного этапа к другому в развитии идиолекта зависит не столько от времени, сколько от полноты и действенности коммуникативных процессов, в которых участвует познающий агент. Идиолект агента на более высоком этапе можно с некоторой степенью приближения описать как расширение его идиолекта, сформировавшегося на предыдущем этапе. И наоборот, частный язык предыдущего этапа со временем становится подъязыком частного языка индивида на данном этапе его развития.

Изменения некоторого идиолекта — это не только новые знаки и выражения в речи агента, но и видоизменение семантических конвенций, регламентирующих использование прежних знаков, установление новых случаев применения или новых внутренних соответствий между выражениями некоторого языка. В результате обогащения непосредственного опыта агента или усвоения более широкой области социального опыта в рамках собственного языка часто происходят радикальная перестройка и изменение смысла ранее усвоенных терминов и выражений. **Как правило, такими радикальными изменениями в идиолекте сопровождается переход от общего языка к языку научному.** Иногда в языке субъекта сохраняется употребление некоторых понятий и выражений в двух несовпадающих значениях: одно из них принадлежит исходным лингвистическим слоям, оно связано с первоначальным усвоением естественного языка; другое относится к специализированному языку некоторой науки.

Таким образом, важно различать в идиолекте несколько способов употребления знаков — в зависимости от праксеологического и коммуникативно-речевого контекста, в который включен агент. **Диапазон изменчивости идиолекта в зависимости от операционально-праксеологического контекста и от взаимоотношений с другими агентами Попа называет *регистром* идиолекта**. Регистр может включать изменения на уровне фонетическом, лексическом, синтаксическо-структурном. **Понятие регистра идиолекта можно связать с понятием статуса или роли индивида в данной общественной системе, в пределах которой его разнообразная деятельность подчинена различным нормативным системам.** Так, в плане звуковой интонации один и тот же агент может говорить фамильярным или торжественным тоном, авторитетно или просительно, безразлично или эмоционально, медленно или быстро, шепотом или громко — все эти оттенки связаны с взаимоотношениями между говорящим агентом и агентом или агентами, воспринимающими его речь. Праксеологический контекст и особенности агентов, воспринимающих сообщения, влияют не только на тон, но и на лексику и (в определенной степени) на грамматические структуры говорящего. Желая быть понятым, последний приспосабливает свою лексику и звуковую типологию к особенностям тех, кто его воспринимает.

Для акта лингвистического общения особое значение имеет исследование взаимосвязей, которые могут сложиться между идиолектами агентов, участвующих в процессе коммуникации. Тщательное описание этих связей, как мы видим, представляет интерес как для теории определений, так и для герменевтики, или теории понимания. Если I_i и I_j — два идиолекта, принадлежащие агентам a_i и a_j, то между ними могут существовать следующие отношения:

$$\text{(I)}\quad I_i \subset I_j; \qquad \text{(II)}\quad I_i \cap I_j;$$
$$\text{(III)}\quad I_i = I_j; \qquad \text{(IV)}\quad I_i + I_j.$$

I. Идиолект одного агента может *включаться* в идиолект другого агента. С некоторыми оговорками как пример такого отношения можно рассматривать случай, когда ребенок обучился естественному языку у своей матери; его язык включается в язык его матери.

II. Индивидуальные языки двух агентов могут *пересекаться.* Это наиболее частый случай, возникающий между двумя общающимися людьми. Область пересечения — это основа взаимопонимания и предпосылка речевого расширения идиолектов участвующих в общении агентов. К этому случаю относится, как мы увидим далее, использование явных лексических определений, а также стипулятивных определений.

III. *Тождество* индивидуальных языков двух агентов — вещь теоретически возможная, но практически нереализуемая. Если бы какой-то идиолект был совершенно тождествен другому, то это уже был бы не «идиолект», а *«диа»*- или *«полилект».* В таком случае лишается смысла всякая попытка со стороны одного коммуниканта ввести путем определения понятие или выражение, новое для другого коммуниканта, ибо оба собеседника располагают одними и теми же семиотическими инструментами.

IV. Идиолекты двух агентов не *имеют общей части:* находятся в *альтернативном* отношении. Как правило, в этом случае они не принадлежат одному и тому же естественному языку. Если все же они относятся к одному и тому же естественному языку, то данный естественный язык настолько многообразен, что это мешает ему быть одинаково значимым для всего множества его носителей. В таком случае становится невозможным прямое и непосредственное общение; необходимо прибегнуть к помощи опосредствующих идиолектов и внутрилингвистических «периодов». Понятно, что и в **этой ситуации не может быть явных <u>определений</u>**, ибо рассматриваемые два агента не располагают множеством одинаково понимаемых выражений, которое могло бы служить отправным пунктом для речевого расширения идиолектов.

Наиболее естественный путь достижения тождественности смыслов ряда знаков и выражений, принадлежащих тому или иному идиолекту, — это <u>праксеологический операциональный подход,</u> состоящий в обращении к внесемиотическим, остенсивным и операциональным приемам. Это обстоятельство как будто подтверждает тезис, что в основе первоначального осмысления или первоначального понимания человеком знаков лежит преимущественно операционально-праксеологическая и биологическо-поведенческая мотивация. Только на базе знаков с интерсубъективным смыслом стал возможным впоследствии переход к рационально-речевым формам общения и познания. Но печать праксеологического лежит не только на области лексического и лексических отношениях.

Грамматики естественных языков отражают, помимо прочего, операционально-праксеологические структуры. Так, **имя фиксирует агента действия, глагол — предпринятое действие, прямое дополнение — предмет действия, обстоятельства места и времени — общие рамки действия.**

Исследование взаимоотношений идиолектов может пролить новый свет на некоторые логико-семантические, гносеологические и лингвистические проблемы. **Прежде всего сомнительно, можно ли определять естественный язык как *систему* знаков**. Поскольку лингвистические конвенции в значительной степени варьируют от агента к агенту, будучи различными в разных идиолектах, и поскольку они меняются даже в пределах одного и того же идиолекта по мере его развития и расширения или перехода от одного регистра к другому, **трудно считать, что естественный язык — это последовательная система знаков, семантические, синтаксические и прагматические правила которой непротиворечивы.**

Как уже отмечалось, непротиворечивость и последовательность — это свойства, появляющиеся на уровне речи или систематического изложения, осуществляемого некоторым коммуникантом и адресованного агентам определенного класса, чьи идиолекты объединяет некоторое множество условий. **Естественный язык, скорее, можно интерпретировать как семью идиолектов, между множествами понятий и выражений которых имеют место отношения пересечения и конвенции которых согласуются или частично совпадают.**

Таким образом, **естественный язык аналитически сводим к понятию идиолекта, при разъяснении которого, как мы видели, используются понятия знака и выражения, относящиеся к семиотике, а также более трудная для понимания идея *значения* знака или выражения**. Если к отстаиваемому Куайном биолого-поведенческому обоснованию исходных смыслов добавить праксеологически-операциональное обоснование, то теория естественных языков окажется в тесной связи не только с общей теорией коммуникации (охватывающей, в частности, коммуникативные процессы во внечеловеческих сложных динамических системах), но и с теорией антропогенеза, с этнографией и праксеологией.

4.2. Исходный язык и язык расширенный

Выражения «исходный язык», «расширенный язык», «канонический язык» часто встречаются в работах по математической логике, теории множеств и теории алгоритмов. В данном параграфе напомним, в каком смысле употребляются эти выражения в упомянутых областях, с тем чтобы в следующем параграфе использовать их для анализа естественного языка и языков частных наук, подвергнув особенно подробному рассмотрению возникающие при этом различные их интерпретации.

Введение понятий, которые далее будут проанализированы, поможет описать взаимоотношения идиолектов, а также стадий развития одного и того же идиолекта и объяснить операцию определения в понятиях отношения между выражениями расширенного языка и выражениями его подъязыка.

Алфавитом **называется конечное непустое множество знаков или букв. Особенностью всякого алфавита является то, что он служит исходным материалом при построении выражений языка**. В логике и математике понятие алфавита не сводится к совокупности графических знаков, обозначающих звуки или фонемы естественного языка, а имеет гораздо более абстрактное и общее значение. **Алфавит здесь — это множество постулированных исходных объектов, из которого затем строится множество всех допустимых в данном языке выражений или значений**. А. А. Марков различает *конкретный алфавит,* то есть конечную непустую совокупность конкретных букв, соответственно физических событий или объектов, наделенных функцией обозначения, и *абстрактный алфавит* — множество конкретных алфавитов одной и той же формы, то есть множество, в котором любые два конкретных алфавита считаются одинаковыми.

Примеры алфавитов

$$A_0 = \{a, b\};$$
$$A_1 = \{a, b, c, d\};$$
$$A_2 = \{a, b, c, d, e\};$$
$$A_3 = \{a, b, c, d, e, f, g, h, i, k, l, m\};$$
$$Ч = \{|\};$$
$$C = \{|, *\};$$
$$Ц = \{|, —\};$$
$$M = \{|, —, *, \square\};$$
$$T = \{|, —, *, \square, \&\}.$$

Некоторый алфавит *В* называется *расширением* алфавита *А*, если всякая буква алфавита *А* есть буква алфавита *В*. В наших примерах алфавит A_1 есть расширение алфавита A_0, A_2— расширение A_1, A_3 — расширение A_2; точно так же *С* и *Ц* суть расширения *Ч,* алфавит *М* есть расширение как *С*, так и *Ц*. Отношение расширения между алфавитами *А* и *В* обозначается как $A \subset B$.

По двум данным алфавитам *А* и *В* могут быть построены их объединение, пересечение и разность. Алфавит *С* есть *объединение* алфавитов *А* и *В* (обозначается через $A \bigcup$ B), если *С* содержит буквы, каждая из которых принадлежит по крайней мере одному из алфавитов: *А* или *В;* он есть *пересечение* алфавитов *А* и *В* (обозначение: $A \cap B$), если *С* содержит буквы, принадлежащие каждая *А* и *В*; он есть *разность* алфавитов *А* и *В* (обозначение: $A \backslash B$), если он состоит исключительно из букв, принадлежащих *А* и не принадлежащих *В*.

В логико-математических языках и в теории алгоритмов всякий исходный знак (или, как обычно говорят, буква), принадлежащий некоторому алфавиту, вместе с тем является *словом,* или *правильно построенным выражением.* Словами в алфавите *А* называется также всякий ряд исходных букв, построенный по определенным правилам образования или построения, относимым к данному алфавиту. Так, например, правилом образования в искусственном языке может быть прибавление (приписывание) к слову справа некоторой буквы или букв, принадлежащих данному языку. В качестве правила образования можно рассматривать также присоединение к данному выражению слева некоторого знака, играющего роль одноместного оператора. Выражение можно также образовать из двух или трех выражений с помощью бинарного или тернарного операторов. Наконец, выражение можно получить из другого с помощью подстановки на место одного из его компонентов другого правильно построенного выражения.

Приведем примеры таких правил.

R_1. Если a — однобуквенное выражение, то aa — выражение.

R_2. Если a, b — однобуквенные выражения, то ab есть выражение.

R_3. Если a — выражение, то $\neg a$, $\Diamond a$, $\Box a$—тоже выражения.

R_4. Если a, b — выражения, то выражениями являются Aab, Kab, Dab, Iab, Cab, Eab.

R_5. Если даны три выражения A, B, C, такие, что B—компонента C, а A относится к той же синтаксической категории, что и B, то мы можем построить новое выражение D, которое имеет ту же форму, что и C, за исключением того, что B в каждом своем вхождении в C будет заменено на A (правило подстановки).

R_6. Если B $\varphi(A_1, ..., A_n)$ является определением в данном языке, а C — выражением, в котором имеется $\varphi(A_1, ..., A_n)$, то мы можем построить выражение D (которое будет равнозначно C), заменив выражение $\varphi(A_1, ..., A_n)$ в любом месте, где оно встречается в C, на B (правило замены по определению).

R_7. Если A, A→B — истинные выражения, то B — истинное выражение (modus ponens).

Первые четыре правила известны как правила образования. Последние три называются правилами преобразования, правилами логического следования или правилами вывода. Правила вывода служат не увеличению класса правильно построенных выражений, а *отбору* среди них класса таких выражений, которые в соответствии с какой-либо из интерпретаций являются истинными предложениями (высказываниями или теоремами).

***Искусственный язык* определен, если задан его алфавит и правила образования и преобразования. В логике и математике для определения языка теории, помимо алфавита и правил, задается некоторое число первоначально принимаемых или выделенных предложений, называемых аксиомами, отправляясь от которых по правилам преобразования, можно получить множество всех вообще принимаемых выражений системы.** Правила образования и преобразования искусственного языка соответствуют идее грамматического правила традиционной лингвистики. Они являются одновременно нормами порождения и критериями отбора правильно построенных выражений. Поэтому неудивительно, что некоторые лингвисты пользовались опытом построения искусственных языков для разработки своих концепций естественных языков и их грамматик. С этой точки зрения ***грамматика*— механизм, порождающий все правильно сформированные предложения и только их**; это аппарат, производящий новые правильно построенные выражения из некоторого числа данных правильно построенных выражений или слов. Таким образом, **грамматику можно рассматривать как систему норм, регламентирующих расширение языка**.

Язык L_1 является *расширением* языка L, если всякое выражение языка L является одновременно выражением языка L_1. Расширение искусственного языка может осуществляться двумя способами:

(1) введением новых знаков в алфавит или в словарь;

(2) видоизменением правил образования правильно построенных выражений.

Очевидно, что язык, построенный на алфавите A_3, шире, чем языки в алфавитах A_0, A_1 и A_2, если во всех этих языках действуют одни и те же правила образования.

Пусть в некотором языке $L°$ над алфавитом A_o действует правило R_2. Видоизменим это правило так, чтобы оно позволяло получать в языке не только двубуквенные, но и трехбуквенные выражения. В результате мы получим *новое* правило R'_2, отличающееся тем, что если этим правилом *заменить* в $L°$ правило R_2, мы получим новый язык $L°_1$, являющийся расширением языка $L°$.

Новое правило имеет вид:

R'_2. Если a, b, c — однобуквенные выражения, то ab — выражение и abc — тоже выражение.

В соответствии с правилом R'_2 ряды букв *aaa, aab, aba, abb, baa, bab, bba, bbb* являются выражениями языка $L°_1$, в то время как их нельзя считать правильно построенными выражениями в языке $L°$, полученными по правилу R_2. Вместе с тем последовательности *aa, ab, ba, bb,* относящиеся, согласно правилу R_2, к языку $L°$, принадлежат также языку $L°_1$ в соответствии с правилом R'_2. Это показывает, что расширенный язык сохраняет все правильно построенные выражения исходного языка. Иными словами, **всякое выражение, удовлетворяющее свойству грамматической правильности в исходном языке, будет удовлетворять этому свойству и в расширенном языке. <u>Этот тезис верен, только если видоизменения правил образования не аннулируют ни одно из правил исходного языка.</u>**

В используемых в математике формализованных языках наряду с правилами образования имеются также правила вывода и некоторое число исходных рядов букв данного алфавита — слов. Правила вывода служат для отбора в качестве истинных некоторого подмножества выражений или предложений из всего множества предложений, которые в зависимости от данной интерпретации могут быть истинными или ложными. Таким образом, правила вывода функционируют как инструмент создания и отбора истинных предложений или теорем.

В этом случае при переходе от исходного языка к расширенному возникает новая проблема — **сохранения или несохранения свойства быть теоремой**. Язык L_u представляющий собой расширение языка L, называется *консервативным* расширением, если любое произвольно выбранное выражение в алфавите языка L тогда, и только тогда, является теоремой в этом языке, когда оно является теоремой и в языке L. Множество предложений исходного языка L, являющихся теоремами в нем, — теоремами, которые остаются таковыми и в его расширении L_1 — оказывается неизменным в любом консервативном расширении языка L. С помощью понятия консервативного расширения можно ввести понятие класса канонических выражений. Класс выражений (слов) $\mathfrak{C}$ в алфавите A языка L называется *каноническим*, если существует консервативное расширение языка L — язык L_1 и слово σ такое, что выражение α является элементом $\mathfrak{C}$ тогда, и только тогда, когда α является словом в A и σα является теоремой в L_1. Итак, слово α принадлежит классу канонических выражений, если оно состоит из букв алфавита A, принадлежащего исходному языку L, и последовательность знаков (букв) $\mathfrak{C}$ σα является теоремой в языке L_1 — консервативном расширении L. Элементы канонического класса могут быть порождены с помощью конструктивного процесса.

4.3. Расширение естественных языков

В специальной литературе имеются многочисленные исследования взаимосвязи исходных и расширенных языков со специальным приложением к формализованным языкам теории множеств и математической логики. Особое внимание уделяется при этом проблеме сохранения формальной правильности (то есть **свойства быть грамматически правильным выражением) и свойства быть теоремой**. Но в применений к естественным языкам проблема расширения некоторых их фрагментов мало исследована с помощью формального аппарата. Одним из первых вопросов, который возникает в этом случае, является вопрос об уточнении уровня и типа лингвистической структуры, в рамках которой рассматривается расширение языка. Можно ли, говоря о расширении естественного языка, утверждать, например, что современный русский язык — это расширение русского языка конца XIX века, или же более плодотворным будет исследование расширения языка на уровне идиолекта? Наконец, возможно третье направление исследования: исследование расширения языка на уровне речи или способа выражения, используемого одним или несколькими людьми для систематизации и передачи накопленной информации в рамках данной деятельности. Если принять последнюю альтернативу, **возникают** дальнейшие **проблемы: как соотносится расширение некоторого языка с идиолектами различных лиц, участвующих в речевой деятельности; какое влияние оказывает расширение их идиолектов на языки различных наук или на естественные языки и т. д.**

Другой очень важный вопрос, возникающий в связи с приложением понятия расширения языка (или его части — подъязыка) к естественным языкам или их фрагментам, — это установление типа семантических, синтаксических и прагматических свойств, сохраняющихся при переходе от исходного языка к расширенному.

Нет сомнения в том, что при расширении некоторых фрагментов естественных языков нужно учитывать не только формальную правильность и сохранение множества теорем (как в случае формализованных языков), но и видоизменение или сохранение **референциальных и коннотативных функций языковых выражений**, **отношения синонимии, способов доказательства и т. д.** Отсюда следует, что **понятийный аппарат, построенный для исследования формализованных языков в математических дисциплинах, будучи весьма полезным для изучения одних аспектов естественного языка, оказывается недостаточным для исследования других его аспектов.**

Наконец, **третья практическая проблема — это установление соответствия между механизмом построения и расширения формализованных и искусственных языков и механизмов расширения естественного языка.** Имеется ли соответствие в «статусе» алфавитов естественных и формализованных языков? Какова степень строгости правил образования естественных языков и какие типы операторов, работающих над языковыми выражениями, встречаются в естественных языках в ходе их развития? В чем сходство и в чем различие этих операторов по сравнению с операциями над словами в алфавите в теории алгоритмов и операторами других искусственных языков?

Попытаемся ответить в общих чертах на последние из этих вопросов. **Алфавиты естественных языков имеют принципиально иной статус, чем алфавиты различных кодов и искусственных языков**. **В естественных языках буквы алфавита вообще являются инфрасемантическими компонентами, а в теориях знаковых систем, например в теории алгоритмов и некоторых формализованных построениях логики и математики, они являются базовыми лексическими единицами. В естественных языках буквы — и соответственно фонемы и морфемы — не являются словами — это элементы, с помощью которых образуются слова**. Несмотря на то, что лингвистика исследует и инфралексические системы — фонемы и морфемы, лингвисты считают, что слова — это те «предельные элементы», которые можно фактически выделить в условиях сохранения десигнативно-коммуникативных функций.

В отличие от формализованных языков, в которых значение непосредственно соотносится с символом или буквой, в естественных языках значением обладают знаки, имеющие сложную структуру, слова, составленные из звуков или букв. Это значит, что если подойти к естественному языку с формально-конструктивной точки зрения, то в качестве минимальной значимой единицы надо рассматривать слова, а не буквы или фонемы. Как отмечает Р. Якобсон, фонемы участвуют в обозначении, не имея все же своего собственного значения. Таким образом, **слова—это исходные знаки любого фрагмента естественного языка, фрагмента, к которому можно применить операцию расширения.** Однако, в отличие от символов или исходных знаков искусственных языков, **слова имеют двойственное положение и статус**. По отношению к предложению, фразе слова являются исходными элементами. В то же время как значимые выражения или материальные носители значения они являются сложными предметами, анализируемыми в терминах различных инфралексических лингвистических дистинкций типа: корень и окончание, суффикс и префикс, морфемы, фонемы и т. д.

Изменения, происходящие на уровне слова как значимой системы, оказывают непосредственное влияние на его десигнативные и референциальные функции, а также на тип его взаимоотношений с другими словами в пропозициональном выражении, фразе или речи. Последняя констатация ведет нас к идее естественных лингвистических операторов, посредством которых мы осуществляем переход от определенных номинальных выражений или данных пропозициональных структур к другим, отличным от них или тождественным с ними в формальном или познавательно-информационном отношении. **Естественные языки — подобно языкам формализованным — являются <u>конструктивными образованиями</u>. Из некоторого числа данных выражений по определенным правилам можно строить множество сложных выражений**. В этом случае возникают реальные проблемы: можно ли говорить об одинаковости в применении к лингвистическим операторам, действующим на различных уровнях структурирования естественного языка? В какой степени операторы естественных языков идентичны с операторами, встречающимися в формализованных языках, и не присутствуют ли в естественных языках операторы, еще не проанализированные в понятиях какого-либо из искусственных языков? Допускает ли естественный язык все возможные комбинации, порождаемые наличествующими в нем операторами, то есть действуют ли в нем факторы и критерии отбора внелингвистической природы (социокультурные, например)? В какой мере комбинации, получаемые в естественных языках путем операций, аналогичных тем, которые используются в языках искусственных, подобны соответствующим знаковым комбинациям этих последних с точки зрения информационного содержания и значения?

Полный ответ на все эти вопросы привел бы нас к разработке ***<u>операциональной теории естественных языков</u>***, к чему как будто устремлены усилия многих исследователей.

Учитывая задали данный главы, сформулируем некоторые краткие ответы на поставленные вопросы. **Под *алфавитным оператором,* или *алфавитным преобразованием,* понимается установление однозначного соответствия между определенными словами данного алфавита и другими словами, построенными из букв этого же или иного алфавита.**

Аналогично этому **под *лингвистическим оператором* мы будем понимать установление однозначного соответствия между словами, *принадлежащими к некоторому словарю,* и словами, принадлежащими к *тому же самому или другим словарям.*** На уровне естественных языков — и соответственно на уровнях идиолекта и речи — мы будем **различать *три типа лингвистических операторов: номинальные* операторы, *пропозициональные* операторы и *интерпропозициональные* операторы.**

Номинальные операторы — лингвистические инструменты построения сложных имен из других имен или из других грамматических категорий. Таков, например, оператор расположения рядом. Из двух имен — «собака» и «волк» путем расположения рядом или присоединения образуется сложное имя «собака-волк». В роли номинальных операторов выступают различные виды префиксов и суффиксов, а также некоторые предлоги.

Пропозициональными операторами — языковые средства, позволяющие из некоторого числа имен, дескрипций или предикатов образовывать пропозициональные выражения определенного типа. Так, к пропозициональным операторам будем относить помещение после собственного имени или индивидуальной дескрипции одноместного предиката и соответственно присоединение к двум именам или дескрипциям двуместного предиката. К пропозициональным операторам будем относить также некоторые вспомогательные глаголы, служащие средствами порождения из данных имен или дескрипций некоторых пропозициональных выражений.

Меж-* или *интерпропозициональными операторами будем называть логико-математические операторы $\neg$, &, $\vee$, $\rightarrow$, $\equiv$, $|$, $\forall$, $\exists$ и др., с помощью которых из одного или двух (или более) данных предложений образуются другие сложные предложения.

Лингвистические операторы являются, таким образом, средствами образования номинальных выражений, предложений и речи как связной последовательности произносимых или написанных предложений. С их помощью правила и соглашения функционирующего в обществе языка — социального языка — актуализируются в речи или индивидуальном высказывании в соответствии с определенной ситуацией действия и коммуникации.

Естественные языки располагают более разнообразным набором преобразований, чем любой из искусственных языков. Прежде всего **многие искусственные языки не имеют разработанной теории имен и дескрипций**. Естественным языкам присуще множество приемов и схем образования сложных имен. Так, например, в румынском языке имеется более двадцати приемов образования выражений для существительных и тридцати приемов межкатегориальных преобразований, десять из которых применяются к номинальным выражениям. Такое многообразие преобразований делает естественные языки гибкими, дает им огромные конструктивные возможности. Практически ни один естественный язык не использует и не допускает на практике всего множества выражений, которые можно построить в соответствии с допустимыми «языковыми моделями» и схемами построения. Далеко не всякое лексическое образование признается сложным словом или синтагмой лишь потому, что оно построено в соответствии с некоторым допустимым правилом построения таких выражений. Чтобы лексическая конструкция была допущена в качестве выражения или слова, она должна удовлетворять также определенным прагматико-коммуникативным требованиям. Таким образом, в данном словаре может быть множество формально правильных лингвистических конструкций, которые все же не будут признанными словами данного естественного языка, хотя эти конструкции и осуществлены в «духе» языка. Из этого замечания следует, что естественные языки, в отличие от формальных систем и формализованных языков, в своей структуре одержат некоторые «пустые ниши», т.о е. лексические конструкции, формально правильные, но в данный момент не признаваемые выражениями языка. **Заметим, что естественные языки, подобно формальным системам и формализованным языкам, могут рассматриваться как конструктивные образования, подчиняющиеся определенному числу операциональных правил номинального, пропозиционального и межпропозиционального уровня**. Следовательно, если взять фрагмент данного естественного языка, состоящий из словаря W и некоторого числа правил (образования и преобразования), определяющих грамматику, то можно построить расширенный язык, который будет содержать все правильные выражения исходного языка и плюс к этому класс правильно построенных выражений, полученных путем применения данных правил к исходному словарю. Минимальной конструктивной единицей в этом случае будет слово, а не буква, как это имеет место в искусственных языках. В свою очередь слово, взятое как значимая конструкция, анализируемо в таких терминах, как корень, окончание, фонема, морфема и т. д.

4.4. Семиотическая интерпретация акта определения

Определение — внутрилингвистическая операция, устанавливающая отношение синонимии между двумя лингвистическими выражениями. Мы говорим— *внутрилингвистическая,* потому что в отличие от перевода она не выходит за пределы данного языка, хотя она выходит за границы способов выражения или регистра идиолекта. Понятие *синонимии* будем считать здесь известным, **интерпретируя синонимию как отношение между двумя выражениями, имеющими один и тот же смысл.**

В данном параграфе ставим следующие вопросы. Каковы семиотические, формально-логические и гносеологические условия, которым должно удовлетворять высказывание, описывающее упомянутое отношение между двумя выражениями, чтобы это высказывание являлось определением? Каково соотношение определения с актом коммуникации и взаимопониманий людей и как определение влияет на расширение идиолектов познающих агентов и на развитие специализированных языков наук? В какой мере семиотический подход к определению помогает получить традиционные виды определения (реальные, номинальные, синтаксические, семантические, лексические, переквалифицирующие)? **Какое влияние оказывает операция определения на язык соответствующей научной дисциплины, на множество доказуемых в ней теорем? Каковы условия элиминации и некреативности определений в научных теориях? Наконец, каковы значение и пределы семиотической разработки теории определений?**

Поскольку всякое определение происходит в рамках некоторого языка, рассмотрим сначала язык *L*, состоящий из словаря *W,* в котором выражения строятся в соответствии с грамматикой *G*. В согласия с изложенным в параграфах 2 и 3 данного раздела допустим, что грамматика может быть описана конечным числом правил, порождающих формально правильные выражения. Обозначим множество правильно построенных (то есть таких, которые могут быть сконструированы по правилам грамматики) выражений словаря *W* через *F*. Допустим также, что в множестве *F* можно выделить подкласс *S* выражений, которые получаются познающими индивидами эмпирически — в процессе какой-либо деятельности либо в дискурсивно-коммуникативном процессе; при этом данные выражения обладают интерсубъективно-коммуникабельным смыслом (значением), обнаруживающимся в коммуникации и носящим внесубъективный характер.

Следует отметить, что выражения, образующие подмножество *S*, отбираются не по единому формальному критерию, а являются продуктом истории человеческих групп, использующих данный язык. С точки зрения теории, которую мы строим, *S* можно интерпретировать как множество осмысленных выражений, фактически произведенных или производимых индивидами. Наконец, в рамках множества *S* можно выделить новое подмножество *V* интерсубъективно-коммуникабельных осмысленных выражений, которые так или иначе признаны верными, Истинные предложения из множества *V* должны быть грамматически правильными и осмысленными, что можно представить в виде следующего утверждения: между классами *V,* S, *F* имеет место отношение $V \subset S \subset F$.

В языке *L*, точнее, в его словаре *W* — и в подмножествах *S* и *V* — можно выделить следующие категории выражений: (1)

постоянные, или собственные имена, — *a_1, ..., a_n;* (2) индивидные переменные — *x, y, z,...;* (3) общие имена, или предикаты— *P, Q, R,...;* (4) предикатные переменные — *F, G, H,...*; (5) операторы образования имен (например, путем расположения двух выражений одно за другим) и другие грамматические формы образования значащих выражений языка; (6) пропозициональные операторы («есть», «имеет» и др.); (7) межпропозициональные операторы («и», «или», «если..., то» и др.).

Если *L* — естественный язык или фрагмент естественного языка, то легко увидеть, какие именно типы лингвистических выражений соответствуют категориям (1) — (7). Прежде всего очевидно, что всякий естественный язык содержит средства индивидуализации: собственные имена и индивидные дескриптивные понятия. Естественные языки располагают также семиотическими средствами для обозначения различных типов индивидных и предикатных переменных. Такие выражения, как «некто», «нечто» или «некоторая вещь», «какая-то личность», «некоторый предмет», и др., как правило, обозначают индивидные переменные. Вместе с тем понятия «признак», «свойство», «отношение» и др. могут интерпретироваться как предикатные переменные, под которые подпадают конкретные качества или свойства, такие, например, как «быть голубым», «быть гладким» и др.

Значение, которое мы придаем этим трем категориям лингвистических операторов, вытекает из сказанного в параграфе 3. Следует лишь отметить, что мы называем пропозициональными операторами лингвистические средства, с помощью которых образуются предложения (например, связка «есть», образующая предложение из двух имен), а логические увязки, образующие сложные предложения, мы называем межпропозициональными операторами, поскольку они связывают несколько предложений.

Так как идиолекты — составные элементы естественного языка, мы можем сходным образом и внутри них выделить множества выражений, аналогичных *S* и *V*. Точно так же мы можем рассмотреть применительно к ним введенные выше синтаксические категории. Если, исходя из интересов рассматриваемой теории, выделить только два идиолекта, I_{s_1} и I_{s_2}, принадлежащих познающим субъектам s_1 и s_2 (соответственно — говорящему и воспринимающему агентам, участвующим в акте дискурсивного познания), то мы вправе выделить множество выражений S_{s_1}, используемых или понимаемых агентом s_1 и множество выражений S_{s_2}, используемых или понимаемых агентом

s_2. Так же можно выделить подмножества V_{s_1} и V_{s_2}, соответствующие выражениям, принятым в качестве истинных агентом s_1 и соответственно агентом s_2. Поскольку мы считаем, что идиолекты агентов s_1 и s_2 построены на основе одной и той же грамматики G, то F_{s_1} совпадает с F_{s_2} *2* (то есть $F_{s_1} = F_{s_2}$).

Теперь можно заново сформулировать семиотические условия правильности явного определения и рассмотреть операцию определения через призму теории процесса коммуникации.

Определение А. Будем говорить, что познающий субъект s_1 *определяет* для познающего субъекта s_2 понятие β, где β есть *Dfd,* посредством выражения $\varphi(\alpha_1, ..., \alpha_n)$, где $\varphi(\alpha_1, ..., \alpha_n)$ есть *Dfn,* в языке L, если:

(1) $I_{s_1}, I_{s_2} \subset L$;

(2) $I_{s_1} \cap I_{s_2} \neq \varnothing$; $I_{s_1} \cap I_{s_2} \neq \mathbf{I}$ **(здесь ∅ означает пустое, а I универсальное множество)**[50];

(3) $\beta \in I_{s_1}$; $\beta \notin I_{s_2}$;

(4) $\varphi(\alpha_1, \ldots, \alpha_n) \in I_{s_1}$; $\varphi(\alpha_1, \ldots, \alpha_n) \in I_{s_2}$;

(5) $\beta \rightleftarrows \varphi(\alpha_1, \ldots, \alpha_n)$ **в** I_{s_1}, I_{s_2}, L.

Условия (1) и (2) уточняют отношения, которые должны иметь место между языками, используемыми говорящим и воспринимающим субъектами: оба языка должны быть подъязыками одного и того же языка, причем их пересечение не должно быть ни пустым, ни универсальным классом. Если $I_{s_1} \cap I_{s_2} = \varnothing$, то данные два агента не могут общаться друг с другом, если $I_{s_1} \cap I_{s_2} = \mathbf{I}$, то, допустив, что знаки обоих идиолектов имеют одно и то же значение, мы получим случай, когда коммуникантам *нечего* сообщить друг другу. Мы не сформулировали условие (2) в виде $I_{s_2} \subset I_{s_1}$ ибо это более сильное условие, чем нужно, а именно: словарь говорящего субъекта должен во всяком случае содержать определяемый и определяющие понятия, соответственно β и $\alpha_1, ..., \alpha_n$, а словарь воспринимающего субъекта — определяющие понятия, то есть $\alpha_1, ..., \alpha_n$. Конечно, как I_{s_1}, так и I_{s_2} должны содержать лингвистические операторы; в нашей записи их использование говорящим обозначено через φ. Эти требования сформулированы условиями (3) и (4). Отметим, что φ не является собственным именем (именами) или предикатом (предикатами); это определенный номинальный лингвистический оператор (операторы), такой, например, как расположение рядом (по крайней мере в некоторых случаях φ может интрепретироваться как конъюнкция).

Условие (5) устанавливает возможность замены определяемого определяющим, и наоборот. Это синтаксическое или формально-логическое условие. **Отношения (1) — (5) представляют общие условия операции определения, имеющие силу для <u>семантических, синтаксических, реальных и номинальных определений</u>.**

Основные моменты операции определения или определительного процесса в рамках акта коммуникации таковы: s_1 на базе собственного познавательного опыта приходит к выявлению нового *смысла* или *понятия* (это может быть достигнуто лингвистической кодификацией ряда индивидуальных восприятий индивида s_1 либо путем независимой переработки информации, полученной в предшествующих коммуникативных процессах); выделенное новое понятие или смысл мыслятся агентом s_1 первоначально посредством существующей системы знаков, то есть как $\varphi(\alpha_1, ..., \alpha_n)$; на уровне индивидуального познавательного действия лицо s_1 вводит для понятия, которым владеет аналитически, *имя* или *сокращение* (β); с помощью предложения метаязыка он формулирует взаимосвязь между именем и новым смыслом;

$\beta =_{s_1} \varphi(\alpha_1, ..., \alpha_n)$, где знак $=_{s_1}$ означает «тождественно по смыслу для агента s_1». (Конечно, это предполагает материальное производство последовательности знаков в соответствии с грамматикой установленного языка.) Агент s_2 воспринимает эту последовательность, кодифицирующую познавательный опыт его коммуниканта s_1, то есть сопоставляет материальные знаки из идиолекта лица s_1 (то есть из I_{s_1}), выражающие эту последовательность, включая β, со знаками и выражениями, принадлежащими своему собственному идиолекту (I_{s_2}).

Осмысляя определяющее предложение, исходящее от s_1, агент s_2 сначала расшифровывает значение знаков, входящих в его определяющую часть $\varphi(\alpha_1, ..., \alpha_n)$. Затем, в силу их эквивалентности выражению β, выступающему в качестве *Dfd,* определяемое приобретает для воспринимающего субъекта смысл или значение, идентичное тому, которое ему придано агентом s_1 (рис. 4).

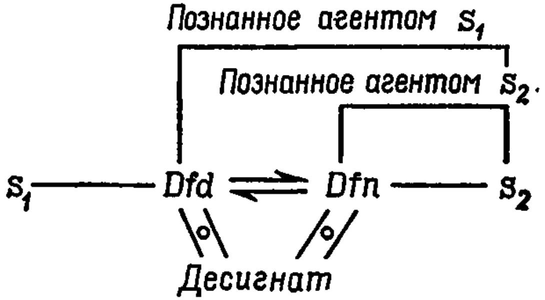


Рис. 4. Операция определения с точки зрения взаимоотношения субъектов логической деятельности (познающих агентов, коммуникантов).

В процессе определения субъект логической деятельности s_1 воссоздает для s_2 смысл или значение понятия β, используя для этого понятия $\alpha_1, ..., \alpha_n$ и операторы, входящие в φ и имеющиеся в языке агента s_2. Синтаксический аспект, символически выраженный на схеме через $\rightleftharpoons$, устанавливает возможность взаимозаменимости β и $\varphi(\alpha_1, ..., \alpha_n)$. Ясно, что синтаксические операции имеют место и на уровне определяющего — в самом φ. Семантическая сторона, изображенная на схеме знаком $\overline{\underline{\circ}}$, указывает на тождество смыслов понятия β и выражения $\varphi(\alpha_1, ..., \alpha_n)$, то есть на тот факт, что оба они являются именами одного и того же объекта или класса объектов (экстенсиональная интерпретация) или именами одного и того же информационного содержания или смысла (интенсиональная интерпретация). **Прагматический аспект определения представлен графически горизонтальными линиями, показывающими направление познания терминов *Dfd* и *Dfn* каждым из двух субъектов логической деятельности.** Определение как часто используемая в научном исследовании операция предполагает учет всех этих отношений.

В различные моменты познания на первый план может выдвинуться тот или иной аспект либо та или иная компонента определения.

В случае, когда определение состоит в установлении *имени* для значения или смысла, который уже известен субъекту логической деятельности, воспринимающему определение, последнее называется *номинальным.* Воспринимающий субъект владеет значением определяющего, но у него нет для него более короткого *имени.* Целью акта определения является усвоение воспринимающим субъектом нового имени для ранее усвоенного им смысла.

Когда воспринимающий субъект имеет в своем словаре имя β, выступающее в качестве определяемого *(Dfd),* причем это имя есть для него лишь знак-посредник, не имеющий определенного смысла или значения, тогда назначение определения, которое агент s_1 сообщает агенту s_2, состоит в том, чтобы построить для последнего этот смысл или значение. Внимание воспринимающего субъекта в этом случае сосредоточено на *значении* или *смысле* имени β, которое до этого осмыслялось им лишь на уровне грамматических категорий: все, что знал о нем s_2, это то, что оно представляет собой правильно построенное выражение (знак) определенного типа. Этот вид определения мы будем называть *семантическим* определением. С его помощью s_2 осуществляет переход от некоторого имени к смыслу или значению этого имени.

Когда преобладающим моментом познания является установление возможности строго формальной замены *Dfd* и *Dfn* (и наоборот) и определение служит правилом в некотором исчислении, тогда на первый план выступает синтаксический аспект определения как такового, и определение называется *синтаксическим.*

Номинальное определение фиксирует переход от значения или смысла, зафиксированного в виде сложного выражения, составляющего определяющее, к новому имени — определяемому понятию; семантическое определение, наоборот, предполагает переход от некоторого имени, или определяемого понятия, к его значению или смыслу, передаваемому выражениями, входящими в определяющее.

Как номинальное, так и семантическое определения — это *явные лексические определения,* которые либо вводят имена для ранее известных смыслов, либо определяют смыслы некоторых понятий, которые имеют значение для воспринимающего агента. Характерной особенностью этого типа определений является использование исключительно внутриязыковых средств, отвлечение как от внелингвистических, так и от межлингвистических отношений. Как будет видно в дальнейшем, остенсивные и операциональные определения не исключают внелингвистических отношений. С другой стороны, в акте перевода присутствуют межлингвистические отношения: используются отношения синонимии или смысловое соответствие выражений, словари как мета- и межлингвистические нормативы.

В лексических определениях мы поясняем язык через язык. Поэтому в их рамках невозможно избежать определенного *замкнутого круга.* Свидетельством этого являются одноязычные словари. Как отмечает К. И. Льюис, **ряды лексических определений отличаются между собой лишь величиной кругов, к которым они ведут, то есть числом**

операций определения, в результате которых в определяющем появляются понятия, для которых ранее были построены другие лексические определения.

Попытка избежать порочного круга в лексических определениях приводит к другой крайности — к так называемой *дурной бесконечности.* **Выход из этой альтернативы состоит в допущении внелингвистических — остенсивных и операциональных — определений, в рамках которых некоторое число понятий, так называемый «минимальный словарь», усваивается познающими субъектами с помощью непосредственного соотнесения этих понятий с воспринимаемыми наглядными («остенсивными») или поведенческо-пра-ксеологическими ситуациями или контекстами**. **<u>Семантическая теория в конечном итоге должна опираться на поведение и праксеологию.</u>**

Независимо от проблемы генезиса языка, от тонкого механизма взаимосвязей лингвистических знаков в контексте инфралингвистических семиотических структур **язык можно рассматривать как множество понятий и выражений, между которыми можно установить <u>отношения синонимии, различия или противоположности смыслов</u>.** Мы не будем заниматься здесь определением этих отношений. Отметим лишь, что, поскольку идиолекты общающихся агентов различны, строго внутрилингвистические лексические определения хотя и не обогащают языка, на котором общаются члены общества, — социального языка, могут быть тем не менее познавательно эффективными: они расширяют идиолект одного из агентов и тем самым обогащают его возможности в плане дискурсивно-рационального познания.

С точки зрения изменений или «мутаций» смысла, которые вызывают определения в отношении - соглашений, действующих в социальном языке, можно выделить следующие **три категории определений**.

Первая категория — *регистрирующие, или резюмирующие,* определения; иногда их называют «чисто лексическими». Они не вводят никакого нового смысла, а фиксируют конкретные внутрилингвистические отношения синонимии между терминами и выражениями. Например: «Холостяк $=_{Df}$ неженатый мужчина»;

«Слепой $=_{Df}$ человек, лишенный зрения», и т. д.

Вторая категория — *уточняющие,* или *разграничительные,* определения; они соотносят смысл определяемого понятия с нормами языка. Этот вид определений имеет отчасти резюмирующий, отчасти новаторский характер (когда они вносят новое в смысл понятия).

Третья категория — *переквалифицирующие (стипулятивные)* определения. Посредством них познающий агент предлагает принципиально новый смыслопределяемого понятия — смысл, который не опирается ни на один из ранее использованных в языке смыслов. **Переквалифицирующие определения — инструменты, с помощью которых мы создаем искусственные языки, специализированные языки наук или некоторые специальные коды.** «Чисто лексические», регистрирующие определения используются для того, чтобы зафиксировать способ употребления понятиий и выражений языка определенным классом говорящих, для составления монолингвистических словарей, региональных лингвистических атласов и т. д. **Уточняющие определения возникают преимущественно в языках наук, основывающихся на эксперименте и наблюдении, являются необходимым моментом на пути установления собственных языков этих наук.**

В *переквалифицирующих,* или *постулятивных,* определениях **познающий агент выступает как <u>автономный созидатель семантических правил и норм</u>, как индивидуальный строитель языка, адекватного определенному опыту и деятельности.** В этом случае агент обладает максимумом свободы в лингвистическом конструировании, поскольку оно ограничено лишь мерой его практического и теоретического опыта, грамматическими нормами и категориями, которыми он пользуется, и структурой предыдущих лексических соглашений, на основе которых агент сформировался как мыслящее существо. Сам акт введения новых соглашений обусловлен предшествующими соглашениями. В той мере, в какой мы продвигаемся по пути *постулятивного* — посредством введения новых конвенций — формирования языка, уже введенные соглашения ограничивают и детерминируют эти наши нововведения.

С точки зрения отношений между познающими личностями важно также различать объявление или предложение определения, которое является задачей агента s_1 — задачей, в некотором роде аналогичной предложению новых правил или норм поведения (что делает определение правилом лингвистического поведения),— и *восприятие* или *понимание* определения, что является задачей агента s_2 и в некотором роде аналогично *интерпретации* или *применению* правила поведения. В лексических определениях s_1 не предлагает правила или соглашения, а напоминает или описывает одно из употреблений. В уточняющих определениях соглашение напоминается и модифицируется в определенных рамках. Наконец, в переквалифицирующих определениях говорящий агент устанавливает правило употребления данного понятия путем соотнесения его с правилами, регулирующими употребление других ранее введенных понятий.

Для s_1 — агента, объявляющего определение, — последнее имеет преимущественно функцию *сокращения,* поскольку определение вводится для сложного описательного выражения с тем, чтобы выразить его смысл или значение определенным именем β. Для s_2, который «затребовал» определение, последнее, напротив, является преимущественно *экспликативным,* ибо оно сводит неизвестное агенту s_2 значение или смысл понятия β к значению или смыслу комбинации знаков, составленной из компонентов, имеющих для s_2 определенное значение. Тот, кто предлагает определение, находится преимущественно в положении законодателя, устанавливающего нормы лингвистического поведения, воспринимающий же агент скорее находится в положении человека, применяющего или использующего нормы для решения определенных проблем частного характера, а именно: (1) «Что означает β?» (ответ дает семантическое определение); (2) «Чем мы обозначаем значение сложного номинального выражения $\varphi(\alpha_1, ..., \alpha_n)$?» (ответ дает номинальное определение).

Итак, каковы основные познавательно-коммуникативные ситуации или отношения, в которых могут находиться оба коммуниканта, если принимать во внимание одновременно и ситуацию, и специфический характер коммуникативной деятельности каждого из них?

Из условий (3) —(4) определения А следует, что говорящему агенту должны быть известны как условия (соглашения или правила) использования знака β и знаков $\alpha_1, ..., \alpha_n$, так и природа операций, подразумеваемых в β. Как таковой, он не может находиться в *разных* отношениях с β и $\varphi(\alpha_1, ..., \alpha_n)$, поскольку он знает и использует оба эти знака. Но агент s_1 как познающий субъект логической деятельности может, как мы видели, находиться в различных позициях в отношении *правила,* устанавливающего внутрилингвистическую синонимичность β и $\varphi(\alpha_1, ..., \alpha_n)$. Здесь можно выделить следующие возможности.

(а) Агент s_1 *использует* или *напоминает* правило, ранее введенное в язык, в силу которого β равнозначно $\varphi(\alpha_1, ..., \alpha_n)$.

(в) Агент s_1 использует правило, которое устанавливает эквивалентность β и сложного выражения $\varphi(\alpha_1, ..., \alpha_n)$ так, как оно использовалось до сих пор, *частично модифицируя* его.

(с) Агент s_1 *вводит* новое понятие и новое соглашение для употребления этого понятия.

Воспринимающий определение коммуникант в свою очередь может находиться в одной из следующих ситуаций.

(1) Агент s_2 *знает* и *понимает* как определяемое понятие, так и определяющее его выражение.

(2) Агент s_2 понимает, к какому *типу знаков* принадлежит определяемое понятие, но не знает его значения.

(3) Агент s_2 понимает и идентифицирует понятие, ситуацию или объект, который характеризуется некоторым описанием $\varphi(\alpha_1, ..., \alpha_n)$, но *не имеет* для него единого знака или имени.

(4) Агент s_2 понимает, к каким типам знаков принадлежит определяемое понятие и определяющее выражение, но не знает значения *ни первого, ни второго.*

Если скомбинировать эти состояния познающих агентов s_1 и s_2, то мы получим (как это видно из табл. 1) двенадцать возможных ситуаций применения операции явного лексического определения.

Таблица 1

		s_2			
		1	2	3	4
s_1	*a*	*a*1	*a*2	*a*3	*a*4
	b	*b*1	*b*2	*b*3	*b*4
	c	*c*1	*c*2	*c*3	*c*4

Дадим краткую характеристику этих ситуаций.

Ситуация al. Агент s_1 напоминает или воспроизводит для s_2 лексическое соглашение о синонимии двух выражений, которая известна и s_2. В этом случае s_2 не узнаёт ничего нового об использовании лингвистических знаков. Это случай, например, лексического определения типа «Слепой $=_{Df}$ человек, лишенный зрения» в условиях, когда лицу, перед которым произносится это определение, заведомо известно содержащееся в нем соглашение об употреблении языковых выражений.

Ситуация а2. Как и в предыдущем случае, s_1 напоминает или воспроизводит ранее введенное в язык соглашение, но при этом s_2 воспринимает определяемое понятие лишь как представителя знаков определенного типа, не зная его значения. Эта ситуация имеет место в случае, когда, например, учитель, обучая математике своих учеников, вводит понятие «нечетное число» посредством определения «Нечетное число $=_{Df}$ число, которое не делится на 2 без остатка».

В случае *а2* мы имеем дело с определениями, которые выше мы охарактеризовали как *лексико-семантические.*

Ситуация а3. Агент s_2 из своего предыдущего опыта знает, каково значение — каков «референт» или десигнат — дескрипции *Dfn,* но не имеет для него особого имени с тем же значением. Так, например, ученику, изучающему географию, обычно известен тот факт, что существует рельеф, имеющий вид суши, с трех сторон окруженной водой, но он может не знать или не помнить соответствующего географического понятия. В этом случае он может спросить, как называется вид рельефа, представляющего собой сушу, с трех сторон окруженную водой. Узнав от s_1 соответствующее этому десигнату имя («полуостров»), s_2 получает полезные сведения языкового характера. Этот вид определения можно назвать *лексико-номинальным.*

Ситуация а4. Агент s_2 получает знание о семантической эквивалентности двух знаков (как правило, имени-понятие и описательного выражения), чисто формально, внешне, на уровне знаков, но он не представляет себе той области значений, к которой они относятся. Это имеет место, например, когда s_2 просматривает одноязычный словарь, который не понимает. Два выражения, между которыми устанавливается семантическая эквивалентность, являются для s_2 просто какими-то материальными объектами, а не знаками, имеющими смысл.

Отличительным признаком определений группы *а* является то, что s_1 *использует* или восстанавливает ранее введенные лингвистические соглашения или правила; он обучает других уже существующим в языке соглашениям, не модифицируя их и не предлагая других.

Для ситуаций группы *b* характерны *модификация,* уточнение или собственная интерпретация существующих соглашений. При этом агент s_1 отбирает определенные множества объектов и определенные смыслы из множества смыслов, фиксированных в естественным образом сложившемся лингвистическом соглашении, касающемся данного понятия или данного описательного выражения.

Ситуация b1. Агент s_1 использует и частично модифицирует естественно сложившееся лингвистическое соглашение, касающееся определяемого понятия в условиях, когда s_2 понимает как определяемое понятия, так и определяющее выражение. Новым для s_2 оказывается лишь отношение, установленное между именем- понятием и определяющим выражением: собственная ограничительная или расширительная интерпретация, которую придает этому отношению s_1 то есть обучающий субъект.

Ситуация b2. Это случай разграничительно-семантических определений, когда s_2 воспринимает определяемое понятие как знак определенного типа; агент s_2 может даже знать его общее лингвистическое значение, но не знает, в чем состоит его специфическая интерпретация и границы применения, которые устанавливаются агентом s_1 с учетом социально-обусловленных соглашений. Цель s_2

заключается в том, чтобы уловить особый смысл, придаваемый агентом s_1 определяемому понятию, существо модификации, которую он предлагает.

Ситуация b3. Агенту s_2 известно множество предметов, событий, действий или состояний, используя которые s_1 производит или видоизменяет членение семантического поля; но s_2 не владеет соответствующим понятием. Понятие это и предлагает s_1 в своем определении, и s_2 усваивает его.

Ситуация b4. Агент s_2 способен различать и использовать определяемое понятие и определяющее выражение в качестве лингвистических знаков в рамках общеязыковых соглашений, но он не улавливает их значения и тех видоизменений в них, которые произвел агент s_1. Другими словами, s_2 не понимает s_1 именно в плане специфической содержательной направленности исходящего от s_1 акта коммуникации.

Случаи группы *с* относятся к переквалифицирующим определениям, посредством которых в язык вводятся новые понятия и правила.

Ситуация с1. Это практически невозможный случай. Не может быть, чтобы s_1 ввел новое понятие с помощью переквалифицирующего определения и чтобы это определение было известно агенту s_2 до акта его введения.

Ситуация с2. Это возможный и часто встречающийся случай — случай *переквалифицирующе-семантических* определений. Агент s_2 понимает, к какому типу знаков принадлежит понятие β, но s_2 не закрепляет за понятием β определенного смысла. Смысл имени β усваивается агентом s_2 посредством дескрипции $\varphi(\alpha_1, ..., \alpha_n)$, где $\varphi(\alpha_1, ..., \alpha_n)$ принадлежит идиолекту как агента s_1, так и агента s_2. Так коммуникант s_2 обучается индивидуальному языку коммуниканта s_1.

Ситуация с3. Это случай *переквалифицирующее номинальных* определений. Агент s_2 способен произвести членение семантического поля так же, как это делает s_1 своим определением, но s_2 не имеет специального понятия или символа, используемого s_1 при проведении разграничения в семантической области; этот специфический символ и вводится определением вида с3.

Ситуация с4. В этом случае s_1 предлагает переквалифицирующее определение, непонятное для s_2. Единственное, что последний может усвоить, — это отвлеченную идею равнозначности данного определяемого понятия и определяющего его выражения. Поскольку термины, входящие в определяющее выражение, не относятся к его идиолекту, s_2 не может понять и определяемый термин. Это положение имеет место, например, тогда, когда агенту s_2 предъявляется эквивалентность или определение в рамках такой формальной системы, для которой ему не известно ни одной *модели* или интерпретации.

Какие заключения можно сделать из рассмотрения этих случаев? **Каково их значение для теории определений, для гносеологии и герменевтики как общей теории понимания?**

Для начала отметим наличие определенного соответствия между колонками 1—4 табл. 1 и той классификацией отношений двух идиолектов, которая была рассмотрена в параграфе 1 этого раздела. Колонка 1, относящаяся к случаям, когда s_2 знает и понимает как определяемое понятие, так и определяющее его выражение, находясь с этой точки зрения на том же уровне, что и s_1, соответствует отношению тождества идиолектов (случай III). Акт определения здесь становится с познавательной точки зрения неэффективным.

Колонка 4, которая описывает случай, когда s_2 не знает ни значения определяемого, ни значения определяющего, соответствует случаю IV (два идиолекта не имеют общей части). В этом случае определение, эффективное с познавательной точки зрения, невозможно из-за отсутствия пересечения языков агентов s_1 и s_2. Колонки 2 и 3 совпадают со случаем II, когда имеет место пересечение индивидуальных языков обоих агентов и когда понимание агентом s_2 сообщения, поступившего от агента s_1, теоретически возможно; пересечение идиолектов рассматривается здесь с точки зрения цели, которую преследует s_2, или под углом зрения «ориентации» отношения между знаками определяемого и определяющего выражений. Колонка 2 соответствует ситуации перехода от имени к значению, и поэтому соответствующие определения называются *семантическими;* колонка 3 описывает переход от некоторого объекта или некоторого членения семантической области к имени, обозначающему этот объект или данное членение; поэтому соответствующие определения мы называем *номинальными.*

Какова роль явных определений в расширении идиолектов, социальных, естественных и искусственных языков? Какова их роль в акте понимания? **Если можно интерпретировать теорию доказательства как теорию понимания повествовательных предложений, как теорию обоснования некоторого данного предложения через ряд ранее допущенных предложений, то теорию явных определений можно интерпретировать как теорию акта понимания имен (и выражений, играющих роль имен) как чисто лингвистического процесса.**

Явные определения — инструмент расширения индивидуальных языков и вместе с тем средство, с помощью которого в процессе коммуникации происходит расширение языков социальных.

Идиолект воспринимающего агента обогащается в результате усвоения понятия β — имени или определяемого понятия. Так обстоит дело в лексико-резюмирующих (регистрирующих) определениях и с некоторыми модификациями в лексико-разграничительных (уточняющих) определениях. В обоих этих случаях акт определения развертывается в рамках существующих семиотических ресурсов базового языка *L*. В переквалифицирующих определениях, напротив, **агент s_1 этот коммуникант — строитель языка, вводит новые знаки, которых до этого не было в социальном языке, и узаконивает правила или нормы их использования. Принятие или непринятие социальным языком предложенных знаков и регламентации зависит от содержательности и практической пользы различаемых объектов, от их воздействия на информативно-пояснительную речь, от их полезности в социальной коммуникации.**

Лексические регистрирующие определения служат обеспечению однородности индивидуальных языков, постоянной взаимной адекватности собственных языков индивидов, которые формируются с учетом требований социально-единого языка. **Существует постоянный конфликт между требованием соблюдения уже введенных языковых соглашений (ибо без этого у нас нет шансов быть понятыми другими) и потребностью охватывать средствами языка все новый чувственно-наглядный, аффективно-эмоциональный, социально-практический опыт — потребностью, которая ведет к модификации ранее введенных и введению новых языковых соглашений, к переквалифицирующим определениям.** Акты коммуникации требуют от коммуникантов в равной мере одинаковости, постоянства и новаторства в использовании лингвистических знаков и соглашений.

Возникает вопрос, как соотносится семиотическая интерпретация акта определения с традиционной классификацией явных определений, в частности, с разделением их на номинальные и реальные определения?

Мы видели, что предложенный семиотический подход ведет нас к выделению большого числа видов явных определений, если учитывать одновременно отношение говорящего агента к языковым соглашениям и отношение воспринимающего агента к определяемым и определяющим выражениям. Среди полученных комбинаций *(a1—c4)* нетрудно заметить как уже описанные в литературе виды определений (лексические, переквалифицирующие, номинальные, семантические, синтаксические), так и новые их виды, порождаемые зависимостью определений от лексического и прагматического статуса коммуникантов. Здесь возникает следующая проблема: каким образом, отправляясь от общей схемы акта определения, введенной выше как определение А, мы можем получить классические типы явных определений, проанализированные в разделе, посвященном истории теории определений. Мы вправе также поставить вопрос, что выделяет каждый тип явных определений и как осуществляется переход от одного типа к другому.

Явные лексические определения как в форме номинальных определений, так и в виде определений семантических могут быть получены из нашей схемы (Определение А) путем подстановки *S* на место *L* и соответственно S_{s_1}, S_{s_2} на место I_{s_1}, I_{s_2}. Согласно введенным в начале этого параграфа обозначениям, S есть множество реально осуществленных (или могущих быть реально осуществленными) выражений, обладающих смыслом, обнаруживающимся в коммуникации и носящим внесубъективный характер; при этом элементы из S удовлетворяют требованию «грамматичности», то есть являются правильно построенными *(S* есть подмножество множества *F).*

Таким образом мы получаем следующую схему лексических определений (семантических и номинальных).

Определение В. Будем говорить, что познающий субъект s_1 вводит для познающего субъекта s_2 явное *лексическое определение* понятия β, где β есть *Dfd,* через выражение $\varphi(\alpha_1, ..., \alpha_n)$, где $\varphi(\alpha_1, ..., \alpha_n)$ есть *Dfn,* в языке (множестве выражений) S, если

$$(1')\ S_{s_1},\ S_{s_2} \subset S;$$

$$(2')\ I_{s_1} \cap I_{s_2} \neq \varnothing;\ I_{s_1} \cap I_{s_2} \neq \mathbf{I};$$

$$(3')\ \beta \in S_{s_1};\ \beta \notin S_{s_2};$$

$$(4')\ \varphi(\alpha_1, \ldots, \alpha_n) \in S_{s_1};\ \varphi(\alpha_1, \ldots, \alpha_n) \in S_{s_2};$$

$$(5')\ \beta \rightleftarrows \varphi(\alpha_1, \ldots, \alpha_n)\ \text{в}\ S_{s_1},\ S_{s_2},\ S.$$

Семантические определения в том их значении, . которое выражено колонкой 2(a2, b2, c2*),* и номинальные определения в значении, описанном колонкой 3(a3*,* b3, c3*),* осуществляются на уровне выражений, обладающих внеличностным смыслом, способным передаваться в актах коммуникации (интерсубъективный и коммуникабельный лингвистический лексический смысл). Различие между этими двумя типами определений состоит исключительно в познавательно-прагматической ситуации, в которой находится воспринимающий агент. В одном случае познающий агент воспринимает определяемое понятие просто как знак, принадлежащий к определенному типу, —

знак, значения которого он не постигает. Познание здесь имеет направление от имени к определяющему выражению и от него — к значению имени. В другом случае познание имеет направление от значения, которое известно, к определяющему выражению, имеющему это значение, и от этого выражения — к имени или символу, с помощью которого мы производим «сжатие» информации, содержащейся в определяющем выражении (рис. 5).

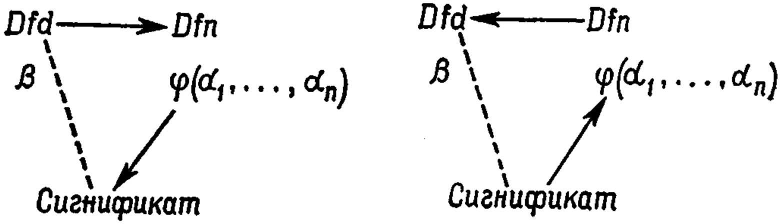


Рис. 5. Схемы семантического и номинального определений, наглядно передающие различие в направленности познавательного процесса в обоих случаях.

Переход от лексических, семантических или номинальных определений к реальным, выполняющим выделяющую функцию в мире физических объектов, может быть совершен путем подстановки в Определение А на место L, I_{s_1}, I_{s_2} множеств V, V_{s_1}, V_{s_2}.

Напомним, что под *V* имеется в виду множество выражений, описывающих истинные предложения, или множество имен, которым соответствуют предметы или события физической или социально-исторической реальности и которые выполняют функцию обозначения этих предметов.

Таким образом, можно ввести следующую схему для **реальных определений, или определений, отражающих внешние физические предметы или явления.**

Определение С. Будем говорить, что познающий субъект s_1 вводит для познающего субъекта s_2 реальное определение понятия β, где β есть *Dfd*, через выражение $\varphi(\alpha_1, ..., \alpha_n)$, где $\varphi(\alpha_1, ..., \alpha_n)$ есть *Dfn*, в языке (множестве выражений) *V*, если:

$$(1'')\ V_{s_1},\ V_{s_2} \subset V;$$

$$(2'')\ V_{s_1} \cap V_{s_2} \neq \varnothing;\ V_{s_1} \cap V_{s_2} \neq \mathbf{I};$$

$$(3'')\ \beta \in V_{s_1};\ \beta \in V_{s_2};$$

$$(4'')\ \varphi(\alpha_1, \ldots, \alpha_n) \in V_{s_1};\ \varphi(\alpha_1, \ldots, \alpha_n) \in V_{s_2};$$

$$(5'')\ \beta \rightleftarrows \varphi(\alpha_1, \ldots, \alpha_n)\ \text{в}\ V_{s_1},\ V_{s_2},\ V.$$

Поскольку *V* — подкласс множества S, всякое реальное определение формально является лексическим, номинальным или семантическим определением. Но реальное определение, кроме того, требует выполнения дополнительного условия, относящегося к семантическому аспекту выражений, а именно, требует, чтобы эти выражения имели денотативную, или референциальную, функцию.

4.5. Остенсивное усвоение имени

Наша задача — проанализировать условия введения остенсивных определений, то есть определений, детерминирующих процесс усвоения смысла понятия путем указаний на предмет, к которому оно относится. Мы рассмотрим также познавательные функции этого вида определений и взгляды логиков по этому поводу, а также взаимоотношение остенсивных определений с другими видами определений.

Термин «остенсивное определение» был введен в 1921 году Джонсоном. Под этими определениями Джонсон предложил понимать «...произведение имени в процессе введения в рассмотрение, предъявления или указания предмета, к которому оно прилагается».

Под *остенсивным определением* целый ряд авторов (У. Э. Джонсон, Б. Рассел, Ю. М. Бохеньский, Р. Робинсон, Д. П. Горский, П. Коус и др.) **понимают прием установления смысла языкового выражения путем одновременного произнесения слов и указания на обозначаемый ими предмет**.

Если я произношу слово «жираф» в присутствии собеседника (который, предположим, до сих пор не знал о существовании данного животного), когда этот собеседник, например ребенок, находясь в зоопарке, смотрит внимательно на некоторое животное, то это значит, что я осуществил для данного познающего субъекта остенсивное определение термина «жираф».

Примеры подобных определений подобрать нетрудно. В обычной речи и деятельности они заключаются в использовании выражений вида «это есть...», сопровождаемых жестом, указывающим на называемый предмет, или же просто в произнесении имени предмета в то время, когда собеседник воспринимает этот предмет.

Легко заметить, что здесь понятие «определение» используется для описания других операций или приемов, чем в тех случаях, когда мы строим дискурсивно-пояснительные определения неизвестных нашему собеседнику понятий. Чтобы сделать очевидной разницу между этими значениями понятия «определение» и в особенности чтобы стало ясным, можно ли распространить понятие «определение» на операцию установления смысла слова путем указания предмета, необходим более подробный анализ компонентов и этапов остенсивных определений.

4.6. Составные элементы и этапы остенсивного определения

Во всяком остенсивном определении содержатся следующие составные элементы: субъект логической деятельности s_1 — обучающий субъект; субъект логической деятельности s_2, воспринимающий сообщение, идущее от субъекта s_1— обучающийся субъект s_2; слово или выражение «*a*»; и предмет или событие *a*, к которому оно относится.

Операция остенсивного определения предстает как операция детерминации отношения между этими составными элементами, которое будем обозначать как $R(s_1, s_2, «a», a)$. Результат операции остенсивного определения состоит, как мы увидим в дальнейшем, в мысленном установлении связи между случаями появления предмета или события *a* и случаями появления знака «*a*».

Для осуществления правильного остенсивного определения в данном языке необходимы следующие условия.

(i) Обучающему субъекту s_1 из его предыдущего опыта должно быть известно правило или соглашение, согласно которому в языке *L* имеет место соединение выражения (или знака определенного типа) «*a*» с предметом или явлением, либо классом предметов или явлений *a* (*лингвистическое* условие).

(ii) Агент s_1 производит знак «*a*» (произносит словесное выражение «*a*») тогда, когда в данном месте и в данный момент происходит физическое явление *a* (*онтологическое* условие, или условие одновременности).

(iii) Физическое воплощение явления *a* должно быть заметно невооруженным глазом или обнаруживаемо средствами наблюдения, имеющимися в распоряжении воспринимающего субъекта *(операциональное* условие).

(iv) Внимание воспринимающего субъекта должно быть сосредоточено на фиксируемом предмете, явлении или свойстве *(психологическое* условие).

(v) Агент s_1 воспроизводит знак «*а*» (или произносит имя «*а*») при наличии явления *а* до тех пор, пока между этими двумя рядами процессов в уме агента s_2 не установится связь *(педагогическое* условие).

При наличии всех этих условий мы будем говорить, что субъект логической деятельности s_2 *усвоил* остенсивное определение понятия «*а*» для предмета *а*, если, и только если, появление предмета *а* связывается для s_2 с именем «*а*» и, наоборот, произнесение имени «*а*» ведет у s_2 к зрительному поиску и выделению названного предмета (когда предмет находится в поле восприятия субъекта s_2) или вызывает представление об этом предмете (когда предмет отсутствует) .

Спонтанный переход от предмета к имени и от имени к предмету как конечный результат остенсивных определений осуществляется в ходе процесса, имеющего *несколько фаз* и составляющего предмет исследования психологии, теории обучения и педагогики. Этот переход, как нам кажется, интересует также эпистемолога и логика в той мере, в какой они изучают процессы введения имен или предикатов.

Первая фаза ведет к тому, что s_2 начинает воспроизводить имя события или предмета при каждом их появлении.

Вначале внимание субъекта s_2 сосредоточено на предмете. Он спрашивает себя: «Что это?» или «Как называется?». На этом этаде переход преимущественно осуществляется от предмета (и образа предмета) к его имени. Агент s_2 производит какой-то знак, сопровождающий данное явление, или произносит «*а*», чтобы поименовать появление *а*. Следовательно, он приобретает умение *называть* данный предмет (когда встречает его) в соответствии с установленными в языке *L* соглашениями.

Отметим, что как *а*, так и «*а*» здесь обозначают классы событий, а не индивидуальные события; *а* обозначает класс индивидуальных физических событий $a_1, a_2, ..., a_{n-1}, a_n, a_{n+1}, ...$, которые мы подводим под родовое физическое событие, обозначаемое *а;* «*а*» обозначает класс всех возможных случаев произведения или порождения соответствующего этим событиям знака.

Во *второй фазе* агент s_2, отправляясь от появления знака, наделяет его некоторым значением, а именно ставит в соответствие знаку предмет или свое представление о нем (образ).

На этом этапе внимание познающего субъекта (s_2) сосредоточено на знаке или имени; он задается вопросом: «Что означает знак (или слово)?» Произнесенное в данный момент слово (или другой возможный знак) вводится в контекст предшествующего опыта познающего субъекта s_2, выполняя тем самым *репрезентативную функцию.* Поскольку s_2 владеет именем предмета и умением воспроизводить это имя, он устанавливает в соответствии со своим чувственным и речевым опытом *значение,* или *денотат,* имени. В этот момент для s_2 возникает связь между случаями, когда появляется данное физическое событие, и случаями, когда воспроизводится имя этого события. Воспринимающий субъект s_2 в равной степени способен осуществлять переход от предмета к имени и от имени к предмету. У предмета есть имя, и имя это имеет значение в языке обучающегося субъекта. Остенсивное определение осуществлено.

Ситуация была бы чрезвычайно радужной, если бы все сводилось к установлению этой двусторонней связи между элементами области обозначаемых физических событий и элементами области знаков. Дело, однако, весьма осложняется, если мы отказываемся от крайне идеализированных постулатов, предполагающих полное отвлечение от речевого опыта воспринимающего субъекта, а также от того факта, что языковой знак вступает в связь не только с самим получившим имя предметом — с денотатом, но и с образом денотата, а также с «концептом», или понятием, которое образовано нами о соответствующем классе явлений. В этом случае вместо двучленного отношения «имя — предмет» мы вынуждены оперировать с трехчленным или четырехчленным отношением (или по крайней мере принимать его во внимание, считая вышеизложенную трактовку лишь идеализированным приближением)**, которое одновременно охватывает имя, именуемый предмет, представление агента s_2 о предмете (а у него может быть множество таких представлений) и понятие или множество свойств и признаков, связываемых с данным понятием в языке данной научной дисциплины или в каком-то естественном языке**.

В первом приближении, анализируя остенсивные определения, мы можем, однако, абстрагироваться от реальной сложности операции именования, поскольку определения этого рода, как мы увидим, являются инструментом уточнения референциальной, или денотативной, функции языковых знаков, а не их смысла. Остенсивные определения представляют собой неизбежный аспект усвоения начал индивидуального языка и, следовательно, необходимое условие введения развитых дискурсивных определений.

Для *третьей фазы* остенсивных определений характерно приобретение воспринимающим субъектом умения самостоятельно использовать остенсивно введенные понятия, в том числе в ситуациях, когда предмет не присутствует в области наблюдения и понятие не произносится собеседником.

В процессе усвоения иностранного языка третья фаза соответствует активному овладению языком, когда субъект, пользуясь иностранным языком, не прибегает к операции перевода с родного языка на иностранный и с иностранного на родной: акты его дискурсивного мышления осуществляются непосредственно в знаках и выражениях иностранного языка.

На этом этапе проявляются инициативность и творческий дух познающего субъекта, а также относительная независимость конструкций в естественных языках. Исходное остенсивно определенное понятие органически включается субъектом логической деятельности в создаваемые им цепочки языковых выражений, оно обрастает связями с другими понятиями. То, что раньше человеку впервые *показали,* теперь может быть им описано, объяснено, выведено. Новое понятие теперь может быть использовано познающим субъектом для дискурсивного определения других понятий его системы понятий или же может быть само определено дискурсивно. Этот момент соответствует переходу от восприятия и «живого созерцания к абстрактному мышлению...».

4.7. Познавательная ценность и функции остенсивных определений

Остенсивные определения служат для того, чтобы с помощью неязыковых средств вводить в словарь субъекта логической деятельности имена, выражения либо «схемы знаков» (то есть знаки, про которые известно лишь, к какому *типу* знаков они принадлежат). Это оказывается возможным, как мы видели, благодаря совпадению во времени физического события (предмета) и появления символа или словесного выражения — при условии, что обучающийся субъект воспринимает и то и другое: как предмет, так и его имя.

Психологически остенсивные определения часто основываются на зрительных и звуковых восприятиях вместе, однако, могут быть остенсивные определения, основывающиеся на одном из этих видов восприятий, например зрении или слухе («это речевой ритм ямб», «это нота ля»). Возможны и визуальные остеисивные определения, когда, например, при проведении опыта в лаборатории или на заводе, вместо того чтобы вслух произнести название явления, которое привлекло внимание коммуникантов, его имя выписывается на бумаге.

Остенсивные определения — это определенный способ отношения познания к окружающей реальности, способ, связанный с воздействием человека на эту реальность и имеющий существенное значение.

Первая функция остенсивного определения — это *введение имени* явления или события, являющегося предметом непосредственного восприятия. Первоначально использование имени ограничивается воспринятыми или воспринимаемыми предметами; оно замыкается на них, когда идет речь об остенсивно определенных собственных именах. Если же речь идет о предметах общих имен, то соответствующий знак или имя повторяется для *различных* физических предметов и событий — предметов и событий, между которыми имеются определенные различия. Так, слово «конь» служит для именования как рыжего, так и серого коня, как лошади для верховой езды, так и тяжеловоза (оно, следовательно, играет роль «схемы знака»). **Здесь проявляется *обобщающая функция* слова, введенного остенсивно**. Произнесенные слова или произведенный знак вначале обозначают воспринимаемое коммуникантами s_1 и s_2 индивидуальное явление или событие на основании того, что эти слова или знак совпадают по форме с другими словами и знаками, связанными остенсивно с соответствующими случаями восприятия индивидуальных физических событий и предметов; в дальнейшем словесное выражение при его воспроизведении становится обозначением класса индивидуальных предметов, причем не обязательно попавших в поле чувственного восприятия. Через слово или знак мы отходим от чувственно конкретного, от непосредственного контакта с индивидуальным предметом, подвергаем экзамену со стороны нашего мышления предметы, лежащие за пределами наших чувственных восприятий, усваиваем социальный опыт.

Другая функция остенсивных определений — *определение денотата,* или *референта,* знака или слова, использованного при определенных обстоятельствах, установление *семантической стороны* последнего способом, отличным от обычных языковых приемов. Эта функция осуществляется на *второй фазе,* описанной в предыдущем параграфе, и состоит в переходе от появившегося знака (соответственно от произнесенного в данный момент слова) к тому, что он представляет или описывает при соответствующих обстоятельствах.

Остенсивные определения выполняют преимущественно обозначающую — референциальную, денотативную— функцию, а не интенсиональную, не коннотативную. Действительно, они ограничиваются *указанием на случай,* к которому применяется определяемое понятие или слово, дают *пример* использования понятия в данных обстоятельствах, не определяя строго ни **экстенсионал (объем), ни интенсионал (смысл)** определяемого понятия. Они связывают собственное имя либо предикат с физическим предметом, который «здесь» и «сейчас» воздействует на наши органы чувств. В первом случае вводится *собственное имя* и с помощью внеязыковых средств уточняется его денотат. Во втором случае формулируется *экзистенциальное суждение:* предикат *P* соотносится с константой, также неспецифицированной лингвистически, но указанной практически. Об этом предикате воспринимающий субъект знает лишь то, что он применяется к конкретному случаю, специфицированному местоимением «этот». Он не имеет никакой информации об объеме Р, не знает полностью области значений, удовлетворяющих *P.* Поэтому справедливо считают, что **остенсивные определения нестроги, что они не разграничивают четко область предметов — не позволяют решить вопрос, к каким предметам общее имя (предикат) применимо, а к каким — не применимо**. Исходная неточность остенсивных определений в процессе естественной речи постоянно корректируется путем приложения определяемого понятия к другим случаям, а также путем исключения случаев неправильного его употребления. Б. Рассел отмечал, что для понимания процесса все более точного разграничения предметов, обозначаемых понятиями, вводимыми посредством остенсивных определений, можно осуществить моделирование этого процесса с помощью миллевских методов исследования причинных связей. Действительно, если ребенок, обучающийся родному языку, ассоциирует со словом «молоко» не только молоко, как таковое, но и форму бутылки, в которой он впервые увидел молоко, то затем в процессе последующих ассоциаций (когда молоко подается в тарелке и т. д.) он постепенно исключает из значения этого слова случайные обстоятельства (характер посуды, в которой подается молоко и т. п.).

Наряду с этим по мере развития дискурсивного языка индивида и его использования в обычных процессах коммуникации происходит постоянное согласование понятий индивидуального словаря с их значениями в стандартном языке коллектива, к которому принадлежит индивид. Это приведение в соответствие собственного языка с коллективным осуществляется на первом этапе стихийно — как результат наблюдения индивида за так называемыми контекстуальными, или неявными, определениями понятий в речи собеседников, позднее же оно происходит с помощью явных лексических и переквалифицирующих семантических определений.

Наконец, следует отметить, что остенсивные определения, неизбежные как один из исходных пунктов познания на индивидуальном уровне, непригодны для введения понятий, возникающих на более развитых этапах усвоения научных знаний. Трудно, если не невозможно, ввести остенсивно число 1015 или остенсивно определить «скорость электрона» и т. д. Трудно предположить, что, показывая собеседнику какую-то установку и говоря «Это вычислительная машина», мы тем самым предоставляем ему критерии, достаточные, для того, чтобы он в других обстоятельствах не спутал вычислительную машину с иной установкой, лишь внешне похожей на ЭВМ.

4.8. Различные взгляды на остенсивные определения

В оценке логического статуса остенсивных определений мнения специалистов расходятся. Включение или исключение этих определений из пределов логики зависит прежде всего от определения того, что такое определение. Если мы будем вслед за Аристотелем считать, что **определение должно производиться через ближайший род и видовое отличие** **и что операция определения предполагает раскрытие сущности предмета**, то, конечно, остенсивные определения не будут относиться к области логики, **поскольку они не раскрывают содержания определяемого понятия** и, более того, даже **не фиксируют его объем**.

К тому же выводу (хотя и с иным обоснованием) мы придем, если примем точку зрения Дж. Локка, согласно которой определение служит для выражения сложных идей через простые и для указания значения отдельно взятого слова при помощи нескольких других несинонимичных с ним терминов. Ибо в остенсивных определениях делается попытка установить значение слова с помощью внелингвистических средств, то есть средств иных, чем те, которые допускались Локком для операций определения.

А. Чёрч считает, что исследование остенсивных определений не относится к области логики; вместе с тем он отмечает, что они являются предпосылками логики, ибо только через них знаки языка соотносятся с предметами (objective reference). Чёрч выделяет особый вид остенсивных определений, связанных с установлением смысла указательных имен типа «я», «ты», «здесь», «этот», «сейчас», «вчера», «завтра», «близко», «далеко» и др., называя их *неявными остенсивными определениями.* **Для этих определений характерна изменчивость смысла — зависимость значений определяемых**

имен от каждого нового обстоятельства, в которых они применяются. Изменяя свое значение, указательные местоимения меняют и истинностное значение предложений, в которые входят («Вчера была хорошая погода» — это высказывание в одном случае может быть истинным, в другом — ложным). Б. Рассел понятия этого рода называет «эгоцентрическими», ибо они касаются того, кто произносит слова, и не имеют постоянного смысла; **стремясь к объективации, научный язык исключает <u>эгоцентрические понятия</u>**.

В статье «О видах определений и их значении в науке» Д. П. Горский характеризует процесс остенсивного определения смысла понятия как «...процесс превращения незнакомых для слушающего звуков или их сочетаний в знаки, имеющие значение». По мнению Горского, сочетание звуков *З* становится знаком языка, обозначающим предмет *П*, в том случае, когда *П* может быть заменен на *З* и при этом у слушающего будут возникать те же реакции, что и в случае непосредственного воздействия предмета *П.* В общих чертах это соответствует той части процесса установления имени объекта, которая описана выше как первая фаза. Разница состоит лишь в том, что для Горского — как, впрочем, и для Рассела ,— и предмет *П*, и замещающий его знак *З* имеют в качестве значения иное событие, а именно — реакцию *R* воспринимающего субъекта на появление предмета *П* или знака *З*. В этой интерпретации понятия значения знака *З* нетрудно заметить определенное влияние теории условных рефлексов И. П. Павлова и «поведенческой» установки в психологии, исходящих из связи стимула (в нашем случае таким стимулом оказывается одновременное присутствие физического объекта и звуковой оболочки слова) и поведения (в трактовке, данной Расселом и Горским, таким поведением является реакция *R*, понимаемая как значение знака *З*).

В работе «Проблема значения (смысла) знаковых выражений как проблема их понимания» Д. П. Горский высказывает взгляд, что знаковое выражение имеет смысл или значение, если для него могут быть даны правила введения и правила исключения. Для остенсивных определений такими правилами являются следующие: 1) обучающий демонстрирует ситуацию, показывает предмет, оперирует с ним и употребляет соответствующее знаковое выражение (правило *введения);*
2) обучаемый находит предметы по их именам и описаниям, выполняет определенные действия, когда воспринимает известные предложения-предписания, отыскивает ситуации, соответствующие контекстам (правило *исключения).*

Эти правила соответствуют описанным выше двум основным ситуациям: переходу от предмета к имени и от имени к предмету. В сравнении с предыдущей статьей об определении в работе Д. П. Горского 1967 г. вносится ряд новых моментов. Во-первых, автор рассматриваемой статьи справедливо считает, что по своей логической характеристике остенсивные определения можно отнести к типу семантических определений, не забывая вместе с тем, что они осуществляются в процессе практической деятельности, оперирования с предметами. Во-вторых, он высказывает мысль, что остенсивно могут усваиваться не только отдельные имена или предикаты, но и более сложные знаковые выражения, включая их синтаксические структуры. И наконец, отметим идею Д. П. Горского о возможности остенсивного усвоения некоторых неповествовательных высказываний, в частности повелительных предложений.

Если, однако, рассмотреть отношение Д. П. Горского к остенсивным определениям через призму понимания им понятия «определение», то получится (вопреки взгляду А. Чёрча, к которому Горский присоединяется), что остенсивные определения не выходят за границы понятия «определение», так как являются приемом, позволяющим устанавливать значение понятия и отыскивать интересующие нас предметы. (Впрочем, Горский учитывает особый статус этих определений, и именно этим объясняется отдельное рассмотрение им остенсивных определений в вышеупомянутой статье.)

Другие логики (У. Э. Джонсон, Б. Рассел, Р. Робинсон, Ю. М. Бохеньский, М. Скрайвен, П. Коус, А. Пап, П. Уэлш) понимают остенсивные определения как прием, позволяющий устанавливать смысл (значение) понятия или выражения. Они обосновывают свое понимание остенсивных определений, опираясь на весьма широкое толкование понятия «определение». По мнению Робинсона, Бохеньского, Скрайвена, Уэлша, определение — это любой процесс или операция, с помощью которой индивид сообщает другому индивиду смысл символа, будь этот символ словом или чем-нибудь другим

Определение по Горскому «Определение есть логический прием, позволяющий отличать, отыскивать, строить интересующий нас предмет, позволяющий формировать значение вновь вводимого термина или уточнять значение уже существующего слова в языке» («О видах определений и их значении в науке», в: «Проблемы логики научного познания», стр. 296).

Упомянутые авторы считают, что природа определения не требует сама по себе использования исключительно лингвистических средств. Чтобы установить смысл (значение) слова или символа, допускаются и практические операциональные и чувственно-интуитивные приемы.

Мы можем сообщить кому-то значение понятия, показывая обозначаемые им предметы или явления или же формулируя операциональный критерий, позволяющий установить принадлежность или непринадлежность предмета к классу предметов, обозначаемому понятием. Очевидно, что при таком подходе остенсивные определения по праву относятся к области логики.

Робинсон считает, что остенсивные определения могут быть включены в категорию определений типа «слово — предмет», а Коус относит их к категории «внешних определений», то есть таких определений, которые выходят за пределы научной теории и словаря, в котором она сформулирована. Стремление умалить значение остенсивных определений, утверждает Р. Робинсон, это заблуждение тех, кто очарован волшебной страной логических систем, оторванных от опыта.

Р. Робинсон различает шесть способов остенсивного введения понятия: 1) формирование у обучающегося общего умения пользоваться знаками; 2) произнесение слова, когда обучающийся сосредоточил свое внимание на именуемом предмете; 3) способ, когда одновременно производится явление, произносится слово и жестом указывается на явление; 4) способ, когда одновременно производится явление, произносится слово, делается указательный жест и все это сопровождается указательными выражениями типа «Это...»; 5) апелляция к предыдущему восприятию обучающегося субъекта в ситуации, когда называемый предмет отсутствует; 6) произнесение имени предмета при наличии рисунка или какого-либо изображения этого предмета.

За исключением первого пункта, который описывает не специальный прием, а общее условие, пункты 2) — 6) характеризуют различные ситуации передачи с помощью нелингвистических средств смысла слова познающему субъекту, взаимодействующему с окружающей средой, что представляет несомненный интерес для гносеологии и теории обучения.

Первостепенная познавательная функция остенсивных определений, по мнению Робинсона, — это введение собственных имен, а также многих общих имен, введение, основанное на апелляции к действительности, что является предпосылкой введения номинальных определений уже другими способами. Робинсон допускает, что одни и те же понятия могут быть определены остенсивно и аналитически (например, круг, квадрат и т. д.) или остенсивно и синтаксически. Он ставит важную гносеологическую проблему: каким образом неостенсивные типы определений (аналитические, синтетические и т. д.), в основе которых лежат остенсивно введенные понятия, то есть понятия, имеющие довольно низкий уровень четкости, способствуют достижению высокого уровня строгости? Робинсон заявляет, что он не готов ответить на этот вопрос. **Не приводя здесь подробной аргументации, мы должны сказать, что ответ следует искать в процессе коммуникации людей: в исключении в нем ошибок индивидуального остенсивного познания, <u>в стандартизации употреблений понятий в ходе практической деятельности.</u>**

Остенсивное определение в своем самом элементарном виде предстает перед нами как указание предмета вместе с произнесением его имени. Оно выполняет, по мнению Коуса, две функции: *называет* элемент восприятия (в нашем анализе это соответствует первой фазе, то есть **переходу от предмета и его образа к имени предмета**) и *определяет* понятие, используемое в качестве имени. Несомненно, в этом случае воспринимающий субъект может, не слишком рискуя ошибиться, узнать собственное имя воспринимаемого предмета, или имя класса, к которому этот предмет относится, или имя свойства предмета. Маловероятно, однако, чтобы воспринимающий субъект в единичном акте остенсивного познания получил более точное понятие о *классе* предметов, к которому прилагается понятие, произносимое обучающим. Произнесение имени, например предиката Р, в связи с индивидуальным случаем, к которому он применяется, как мы видели ранее*, не определяет,* а лишь *иллюстрирует* предмет. Единственное, что может узнать воспринимающий субъект в результате применения этого приема, это то, что предикат *P* приложим к индивидуальным предметам наблюдаемого вида или что есть случай, когда *P* выполняется. **Но определения должны ограничивать, давать возможность отличать предметы, обладающие свойством *P,* от предметов, этим свойством не обладающих.** Остенсивное объяснение смысла определяемого понятия не дает четкого описания класса предметов, к которым применимо это понятие. Отсутствие информации о точных границах объема и об интенсионале понятия — неизбежные недостатки остенсивных определений.

Все же, сколь бы ни был несовершенен этот способ, он, несомненно, играет большую роль в познании, представляя собой путь получения исходного словаря, базовых понятий в естественных языках, предпосылку введения (с помощью дескриптивных, переквалифицирующих, семантических и т. д. определений) понятий конкретных наук.

В работе «Человеческое познание» Б. Рассел посвящает отдельную главу анализу природы и роли остенсивных определений. Он называет остенсивным определением «процесс, благодаря которому человек любым способом, исключая употребление других слов, научается понимать какое-либо слово». Рассел также утверждает, что остенсивное определение состоит из «повторного употребления какого-либо определенного слова лицом *A*, в то время когда то, что это слово обозначает, занимает внимание другого лица, *B*. (Мы можем допустить, что *A* есть кто-либо из родителей, а *B*— ребенок). Сравним эти определения Рассела.

В первом определении утверждается *нелингвистический* характер приемов, с помощью которых воспринимающий субъект усваивает значение определяемого понятия. Таким образом, перед нами отношение понятий не с самим собой, а с предметами и действиями внешнего мира. Такого рода отношения, как мы уже отмечали, принадлежат области семантики. В первом определении примечательно также *отнесение теории определения к акту обучения* и особенно к *проблеме понимания*. Уже нет необходимости доказывать важность разработки зрелой теории понимания значения, смысла, содержания используемых нами слов.

Второе определение уточняет, что *остенсивное определение дается в рамках коммуникативно-обучающего процесса.* Элементами этого процесса, как мы видели ранее, являются: обучающий субъект; воспринимающий (или обучающийся) субъект; предмет, событие или операция, привлекающая внимание воспринимающего субъекта; знак или словесное выражение, произнесенное обучающим субъектом.

Из второго определения Рассела также вытекает, что акт остенсивного определения выполняется в определенное время, что он предполагает одновременность двух событий (физического события *a* и воспроизведения его имени «*a*») и что для фиксирования определения необходимо некоторое число повторений. По мнению Рассела, повторение необходимо для остенсивного определения, поскольку такое определение предполагает создание привычек, а привычки, как правило, приобретаются постепенно. Здесь очевидно родство проблематики остенсивных определений с психологическими исследованиями. Б. Рассел различает два типа остенсивных определений: ***полностью остенсивные*** **определения — таковы определения, с помощью которых мы усваиваем первые слова родного языка, — и *частично остенсивные,* которые мы усваиваем под влиянием определенной ситуации, в которой появляется предмет и его имя в иностранном языке**; в последнем случае мы уже владеем одним естественным языком — родным, и нам известно также какое-то имя наблюдаемого в данный момент предмета или явления.

Слово «вода» усваивается ребенком, для которого родной язык — русский, полностью остенсивно через ассоциацию с случаями наблюдения соответствующей жидкости; слово же «water», выученное тем же ребенком после произнесения этого слова англичанином, когда тот ему предлагал стакан воды, усвоено частично остенсивно. В последнем случае, помимо семантического отношения слова и обозначаемого предмета, может возникнуть синтаксическое отношение, отношение взаимозаменимости и семантической эквивалентности между словами «вода» и «water». Установление значения слова «water» через его эквивалентность со словом «вода» выходит за пределы остенсивного познания, так как включает приемы дискурсивного познания.

Роль остенсивных определений по мнению Рассела состоит в том, что они вводят минимальный словарь, отправляясь от которого, мы затем строим словарь современных языков и научную терминологию.

Следует указать на существенное различие между тем, как понимается понятие «определение» в «Principia mathematica» Уайтхеда и Рассела, и тем, как Рассел использует этот термин в книге «Человеческое познание». В «Principia» авторы вообще имеют в виду синтаксические определения с функцией сокращения, являющиеся вспомогательным средством в исчислении (когда *Dfd* и *Dfn* взаимозаменимы); в упомянутой же гносеологической работе Рассел называет определениями приемы, посредством которых некоторый агент усваивает смысл (значение) понятия, используя, в частности, и нелингвистические средства. Очевидно, что рассматриваемый тип определений — остенсивные — не удовлетворяет условию элиминируемости и не может выполнять поэтому «вычислительные» синтаксические функции, характерные для определений в аксиоматических системах. Мы видим в этом непостоянстве понимания понятия «определение» не столько непоследовательность, сколько попытку сделать понятия логики более пригодными для объяснения механизма научного познания.

4.9. Семиотический подход к остенсивным определениям

Какие выводы можно сделать из приведенного выше анализа и сопоставления различных точек зрения? Каково место и роль остенсивных определений в логико-эпистемологическом исследовании?

Ответ на такого рода вопросы будет зависеть главным образом от того, *что* мы понимаем под «определением», а также от того, *как* мы понимаем операцию определения. Мы считаем, что **операцию определения следует рассматривать в трех аспектах: *логическом, гносеологическом и лингвистическом.*** **Их интеграция может быть**

обеспечена использованием семиотических, семантических и прагматических понятий. Поэтому для понимания операции определения необходимо сначала охарактеризовать язык, на котором дается определение, и особенно индивидуальные языки субъектов логической деятельности — **говорящего s_1 и воспринимающего s_2, выявить отношения, существующие между используемыми для определяемого *(Dfd)* и определяющего *(Dfn)* лингвистическими знаками и субъектами логической деятельности (*прагматический* аспект определения — R_p) — с одной стороны, и между *Dfd* и *Dfn* и обозначаемыми ими предметами или сущностями (*семантический* аспект определения — R_{sem}) — с другой стороны, а также взаимоотношения между прагматическим и семантическим аспектами (порождающие *синтаксический* аспект — R_{syn}).**

При таком подходе операция определения предстает перед нами как коммуникативный процесс, развивающийся в рамках данного языка между говорящим и воспринимающим, процесс, в котором говорящий воссоздает для воспринимающего значение определяемого понятия с помощью сочетания знаков, значения которых понятны воспринимающему.

Пусть $\sum_{def}$ — коммуникативный процесс определения, *а* — называемый предмет, или денотат, имени α, которое мы хотим определить (α есть *Dfd),* и $\varphi(\beta_1, \beta_2, \ldots, \beta_n)$ — понятия и отношения, используемые в определяющем. Состав дискурсивного определения с референциальной функцией может быть выражен записью:

$$\Sigma_{def} = \langle R_{sem}, R_{syn}, R_p, s_1, s_2, a, \alpha, \varphi(\beta_1, \beta_2, \ldots, \beta_n)\rangle. \quad (1)$$

В этом случае *семантические* отношения можно записать в виде:

$$\alpha R_{sem} a, \quad (2)$$

$$\varphi(\beta_1, \beta_2, \ldots, \beta_n) R_{sem} a, \quad (3)$$

и читать «α обозначает предмет *a*» и «$\varphi(\beta_1, \ldots, \beta_n)$ обозначает предмет *a*». Для семантического отношения используется также знак $\eqcirc$.

Синтаксическое отношение имеет вид:

$$\alpha R_{syn} \varphi(\beta_1, \beta_2, \ldots, \beta_n), \quad (4)$$

что читается «Выражение *a* может быть заменено выражением $\varphi(\beta_1, \ldots, \beta_n)$, и наоборот». Синтаксическое отношение в рамках определения обозначается также символами $\rightleftharpoons$ и $=_{Df}$.

Прагматические (или, при некоторой интерпретации, гносеологические) отношения таковы:

$$s_1 R_p \alpha, \qquad (5)$$

$$s_1 R_p \varphi(\beta_1, \ldots, \beta_n), \qquad (6)$$

$$s_2 R_p \varphi(\beta_1, \ldots, \beta_n). \qquad (7)$$

Эти записи читаются соответственно как: «Агент s_1 знает и использует понятие α»; «Агент s_2 знает и использует выражение $\varphi(\beta_1, ..., \beta_n)$»; «Агент s_2 знает и использует выражение $\varphi(\beta_1, ..., \beta_n)$».

В силу (2), (3), (4), с одной стороны, и (7) — с другой, имеем:

$$s_2 R_p \alpha, \qquad (8)$$

что читается: «Агент s_2 знает и использует понятие α». Иными словами, α приобрело значение в словаре агента s_2.

Перейдем теперь к остенсивным определениям. Отметим сначала, что они, по крайней мере в случае определений, полностью остенсивных, не совершаются в рамках уже установленного языка, — они являются операциями построения языка или, по выражению Рассела, средствами введения минимального словаря.

В пределах остенсивных определений символ или понятие появляется как <u>элементарная языковая единица</u>. Сам символ еще не составляет языка, он является лишь предпосылкой его возникновения. **Моррис определил язык как совокупность знаков, для использования которых установлены семантические, синтаксические и прагматические правила**. У остенсивных определений отсутствует синтаксическое отношение, ибо замещению в этом случае может подлежать единственное понятие α, а это может приводить лишь к рефлексивному отношению $\alpha \rightleftharpoons \alpha$.

Состав коммуникативного процесса, в рамках которого осуществляется остенсивное определение, может быть представлен записью:

$$\Sigma_{def.\,ost} = \langle R_{sem}, R_p, s_1, s_2, a, \alpha \rangle, \qquad (1')$$

причем

$$\alpha R_{sem} a, \qquad (2)$$

$$s_1 R_p \alpha; \qquad (5)$$

это выражает тот факт, что говорящий субъект знает и использует понятие α, имеющий в качестве денотата предмет a.

Поскольку в остенсивном определении нет имен $\beta_1, ..., \beta_n$ и операции φ, для воспринимающего субъекта остаются совершенно неиспользуемыми отношения (3) и (4); эти отношения не дают ему никакой информации ни о предмете a, ни об имени α. Отношение (6), когда оно выполнено для s_1, также не может быть использовано агентом s_2. Для s_2 невыполнимо и отношение (7), ибо иначе он был бы способен к восприятию дискурсивного определения, в котором значение выражения воспроизводилось бы благодаря знанию значений выражений $\beta_1, ..., \beta_n$ и логической операции φ.

У s_2 остается единственная возможность — установление остенсивного отношения, то есть непосредственного восприятия как физического предмета *а,*— денотата понятия α, так и понятия α. Это можно записать как:

$$s_2 R_{ost} a, \tag{9}$$

$$s_2 R_{ost} \alpha. \tag{10}$$

Отношение (9) описывает то, что в психологии называется чувственным восприятием, отношение (10) также описывает чувственное восприятие, но физического предмета или события, функционирующего в рамках некоторого языка (на котором говорит коммуникант s_1) как знак предмета *а.* Первоначально звуковое выражение α не имеет никакого рефлекторного значения для коммуниканта s_2; оно воспринимается им только как физическое явление. Его одновременность с воспринимаемым предметом, *повторение* этого выражения в конечном итоге приводит к тому, что воспринимающий субъект ассоциирует звуковой комплекс с воспринимаемым событием или предметом; при этом воспринимаемое словесное выражение становится знаком воспринимаемого образа или самого предмета. Так нелингвистическим путем достигается отношение (8).

Вышеприведенное сравнение дискурсивных и остенсивных определений позволяет сделать следующие выводы.

1. Остенсивные определения не относятся к логике, ибо процесс их введения не включкет формальное, синтаксическое отношение между определяемым понятием α и другим выражением: $\varphi(\beta_1, ..., \beta_n)$. В них просто нет определяющего. Указываемый предмет— это не выражение, определяющее имя α, а его денотат.

2. **Остенсивные определения представляют собой начальный процесс — процесс установления семантического аспекта собственного имени или предиката для воспринимающего сообщение субъекта логической деятельности; <u>эти определения суть элементарная форма фиксирования в знаке информации о внешнем мире</u>**. В рамках этих определений на уровне психической деятельности воспринимающего субъекта **устанавливается связь «в обе стороны» между именем и именуемым им предметом.** Переход от предмета к имени или отнесение звукового (или графического) знака к воспринимаемому предмету

является *остенсивной операцией именования.* Переход от имени к именуемому им предмету является *операцией остенсивного установления денотата имени.* После усвоения имени субъектом логической деятельности воспроизведение имени в присутствии предмета является *актом узнавания.*

3. **Остенсивные определения — это также способ введения исходных лингвистических правил и соглашений**; они необходимы в процессе формирования индивида как субъекта логической деятельности. На начальной стадии его обучения они неизбежны. В то же время остенсивные определения — это путь *расширения класса тех субъектов логической деятельности,* которые знают и используют данное понятие.

4. Поскольку остенсивные определения вводят исходные имена, являются *первоначальным условием использования других типов определений* и выполняют некоторые функции собственно определений (например, фиксируют — хотя бы и приблизительно — денотат определяемого понятия), их можно назвать *протоопределениями.*

5. Хотя они играют существенную роль на начальном этапе формирования интеллекта, было бы ошибкой считать, что остенсивные определения совершенно отсутствуют на развитых ступенях познания. Напротив, они часто сопровождают наши дискурсивные определения, удовлетворяя нашу потребность в интуитивно-понятном, конкретном, осязаемом.

6. Об отношении остенсивных определений к остальным типам определений можно сказать следующее. Остенсивные определения сходны с реальными, поскольку и те и другие устанавливают денотат понятия. Используемые в науке реальные определения, однако, выражены в развитой дискурсивной форме, когда значение определяемого раскрывается в определяющей части через другие понятия, известные воспринимающему субъекту. **Реальное определение — подобно номинальному, от которого оно формально не отличается, — может быть представлено как отношение эквивалентности между двумя предикатными функциями: <u>определяемым и определяющим</u>, причем в этом отношении используется <u>квантор общности</u>.** Остенсивное определение не порождает общего правила применения имени, оно лишь иллюстрирует правильные случаи его применения. Субъект остенсивного определения, через который остенсивно определяется предикат (скажем, «синее»), всегда является выражением, передающим нечто индивидуальное («Это есть...»; вместо «это» может стоять собственное имя).

Остенсивные определения близки семантическим определениям в том отношении, что они выступают как первая возможность установления семантического аспекта знаков. Они — форма или *наиболее чистое выражение семантических определений,* ибо в них совершенно отсутствует синтаксический аспект. Что касается взаимоотношения остенсивных определений с синтаксическими, <u>то первые выступают как предварительное условие вторых</u>. Взаимозаменимость двух выражений как типично синтаксическая операция имеет в естественном языке семантическое основание: **их экстенсиональное или интенсиональное тождество**. Между тем, как мы видели, **<u>остенсивные определения являются необходимым путем для первоначального установления семантического аспекта знаков</u>**. Будучи способом «соединения» имени с предметом, остенсивные определения, конечно, сходны с номинальными. Различие между ними проистекает лишь из того, что последние используют для этого *другие имена,* уже известные воспринимающему субъекту, а первые вводят исходные имена с помощью неязыковых средств.

Можно говорить и об *остенсивно-операциональных* определениях, в которых операция установления денотата имени допускает использование специальных средств наблюдения.

7. Не принадлежа к формальной логике в ее современном понимании, теория остенсивных определений тем не менее явилась переломным пунктом в исследовании *развития* логических форм и выражений. **<u>Теория эта находится на пересечении таких традиционных наук, как психология, теория познания, лингвистика, педагогика и, конечно, логика.</u>** При исследовании остенсивных определений могут быть использованы результаты экспериментальной психологии и теории обучения и особенно исследований в области генетической, семиотической и герменевтической эпистемологии.

5. Операциональные определения

Хотя теория определений имеет историю, насчитывающую более 2400 лет, **понятие <u>операционального определения</u> — продукт последних семи десятилетий**. Выделение операциональных определений — следствие широкого развития экспериментальных и количественных методов физики, логико-методологического влияния этих методов на технику определения и измерения, а также на понятийный аппарат науки.

Вопрос об операциональных определениях вызывает многочисленные дискуссии. Некоторые логики и специалисты в конкретных науках (Бриджмен, Франк, Карнап и др.) защищают их **<u>как единственную</u>**

или главную возможность поставить систему понятий науки под контроль практики и эксперимента. Другие (Бунге, Вильсон и др.) категорически отвергают их как искусственные построения тех, кто занимается философией науки. На наш взгляд, **операциональные определения, предполагающие использование экспериментальных средств, являются эффективным способом решения вопроса о том, выполним или нет предикат (отношение или количественная характеристика) в рассматриваемом случае или множестве случаев.** Особенность операциональных определений состоит в том, что *семантическое* решение здесь опосредовано *экспериментом* и *действием.* Теория операциональных определений находится, таким образом, в точке пересечения *логической семантики* с *праксеологией или теорией действия.* Следовательно, **представляется правомерной попытка объяснить структуру и особенности операциональных определений, исходя из понятий этих двух дисциплин.**

На базе понятий семиотики и логической семантики могут быть объяснены отношения между определяющим и определяемым выражениями, роль индивидуального языка в акте определения, взаимоотношения и взаимопереходы между реальными и номинальными определениями, между определениями семантическими и синтаксическими и т. д. Однако не все аспекты определений поддаются такому истолкованию. Прежде всего в рамки одного лишь семиотического подхода не укладываются остенсивные и операциональные определения. Чтобы охватить единой теорией и эти типы определений, надо дополнить или расширить семиотическую точку зрения. Остенсивные и операциональные определения не осуществляются исключительно в рамках языка; **они с необходимостью включаются в контекст деятельности, жестко связаны с агентами действия, предметами, средствами, операциями и результатами действия; они соединяют смысл слов с действием и поведением.**

Изучение основных понятий теории действия, а также постоянный интерес к общей теории определения позволили взглянуть на проблематику операциональных определений как на вопросы, возникающие на пересечении логической семантики с праксеологией. Основная идея данного раздела заключается именно в том, чтобы применить некоторые понятия праксеологии, или теории действия, к объяснению механизма и статуса операциональных определений.

Приводимая интерпретация операциональных определений отличается от большинства точек зрения, имеющихся в литературе. **Одно из этих отличий состоит в проведении четкой границы между операциональными определениями и операциями измерения.**

Вместе с тем предлагается характеристика взаимосвязи лексических и операциональных определений и формулирование «предельных условий», при которых ряд операциональных определений, касающихся одного и того же класса предметов, может быть преобразован в единое лексическое определение. Более того, можно считать, что операциональные определения постоянно используют лексические средства; они лишь добавляют к ним праксеологические приемы.

Анализ основных компонентов операциональных определений предоставляет в наше распоряжение критерии классификации последних. При этом обнаруживается стихийная тенденция к введению определенного рода понятий посредством ссылки на использование их денотата в каком-то контексте действия.

Приводимая интерпретация определения позволяет сделать некоторые выводы философского характера, например касающиеся интерпретации понятий практики и объективной истины.

5.1. Операциональные определения и операционализм П. У. Бриджмена

Операционализм как методологическое направление, требующее связывания теоретических понятий, включаемых в теорию, с экспериментальными методами и приемами, возник в конце 20-х годов XX столетия. Он во многом родствен эмпирической философии науки той эпохи. Классической операционалистской работой стала «Логика современной физики» П. У. Бриджмена (1927).

Бриджмен выдвинул взгляд, что смысл научного понятия следует устанавливать путем указания операции проверки, в результате которой мы получаем критерии, позволяющие решать, применимо или не применимо некоторое научное понятие для характеристики данного случая.

Смысл понятия, по мнению Бриджмена, устанавливается лишь после выявления связанной с ним операции. «Понятие длины, — пишет П. У. Бриджмен,— фиксировано поэтому тогда, когда фиксирована операция измерения длины. Таким образом, понятие длины означает не более и не менее, как множество операций, с помощью которых определяется длина; *поятие* [concept] *есть синоним соответствующего множества операций»*.

Сведение смысла понятия к множеству операций подводит нас к новой теории имени и понятия. **Обычно под определением понятия понимается определение как его интенсионала, так и**

экстенсионала. Но в случае операциональных определений мы не определяем вполне ни интенсионала, ни экстенсионала рассматриваемого понятия. Определяется лишь то, приложимо или нет данное понятие к рассматриваемым случаям, и, как максимум, теоретически предписываются экспериментальные условия его приложения к возможному множеству случаев.

Бриджмена не занимают взаимоотношения операционально введенного теоретического понятия с множеством других понятий, составляющих понятийную сеть теории, хотя он и сознает внутреннюю взаимосвязь и единство понятий науки. Он находится во власти методологической идеи о тесном единстве теоретического и экспериментального аспектов. **С этой точки зрения цель операционализма — десубъективи-зация понятий науки (в особенности физики), стремление обосновать их с помощью действия и эксперимента.** Такая тенденция вполне отвечает духу науки и не чужда материалистической теории познания. Однако, несмотря на «прагматический» характер этой идеи, Бриджмен не сумел дать удовлетворительного разъяснения способов, которыми в науку вводятся понятия с объективным информационным содержанием, преодолевающим субъективность познающих агентов, не объяснил операций, которые они осуществляют и которыми управляют. Результат, к которому он приходит, скорее противоположен поставленной им цели, ибо его выводы несут на себе печать гносеологического релятивизма и скептицизма.

Присоединяя к каждому понятию определенное множество операций и превращая это множество и соответствующие результаты в показатель применимости данного понятия, Бриджмен оказывается вынужденным разъединить, разорвать на части некоторые единые понятия на том основании, что их можно охарактеризовать, каждое, с помощью ряда различных операций. Так, Брйджмен отличает понятие длины, получаемое с помощью осязания, от оптического или акустического понятия длину. Серии операциональных понятий Бриджмена еще более расширяются в результате принятия так называемых «операций, совершаемых карандашом на бумаге», которые, различным образом комбинируясь с материальными операциями, порождают новые ряды понятий. Брйджмен приходит к выводу, что существует столько же понятий длины, массы, энергии, времени, скорости, ускорения и т. д., сколько имеется множеств физических или интеллектуальных операций (операций «карандашом на бумаге»), посредством которых можно определить значения, получаемые этими величинами в различных конкретных случаях. Так мы приходим к чрезмерному «рассеиванию» понятий науки, к их жесткой зависимости от выбора операций проверки.

Отправляясь от тех же фактических предпосылок, а именно от возможности отождествления предметов посредством применения некоторых рядов операций, мы делаем иной вывод, — вывод не о существовании *нескольких* предметов, **а о существовании независимого от личности, объективного информационного содержания понятия, выявляющегося, в частности, благодаря совпадению экспериментальных результатов в «операциональных пересечениях».** Но что мы понимаем под *операциональным пересечением?* Брйджмен не употребляет такого понятия, хотя, как нам кажется, операциональное пересечение неявно содержится в некоторых его примерах и вполне согласуется с некоторыми его утверждениями.

Понятие, пишет Брйджмен, должно применяться исключительно для квалификации тех предметов и событий, над которыми возможны эффективные проверочные эксперименты. Для тех частей универсума, которые еще не подвергались данному эксперименту, понятие остается неопределенным, оно не может быть здесь применено. Брйджмен, однако, считает, что если мы все же хотим использовать понятие для характеристики некоторых предметов из новой области универсума, то мы должны найти также другое множество операций (реализуемых как в старой, так и в новой области универсума), которое дало бы возможность выделить в обеих областях те случаи, к которым применимо множество операции, связанных с исходным понятием.

В дальнейшем будет показано, что такое расширение области приложения операционально определенного исходного понятия происходит благодаря существованию области *операционального пересечения* — получению одинаковых результатов для всех случаев, проверяемых обеими сериями операций.

5.2. О понятиях теории действия

***Действие* — это преднамеренное, сознательное изменение предметов природной или социальной среды в соответствии с заранее поставленной целью.** Действие следует отличать от чисто физических процессов или событий, а также от биологически обусловленного инстинктивного поведения. **Действие — это целенаправленное поведение, имеющее социальное обоснование и проявляющееся в видоизменении окружающей — природной или социальной — среды**. **Составными элементами действия являются: агент действия, цель действия, условия действия, используемые в действии средства, знания, на которые опирается**

агент действия, применяемые им правила действия и его результат. Действие характеризуется определенным значением, которое приобретают различные его компоненты (переменные), и природой их взаимосвязи.

Понятия, описывающие действие, являются соотносительными. Подобно исходным понятиям аксиоматической системы, они определяются неявно, через систему установленных между ними отношений. Вместе с тем оптимальный путь понимания действий состоит в их соотнесении друг с другом, в выявлении каузальных и телеологических структур, через которые они осуществляются. Акцент исключительно на детерминистско-каузальное обоснование ведет к механицизму и фатализму; акцент преимущественно на телеологическое обоснование ведет к волюнтаризму и субъективизму.

Среди понятий теории действия особый интерес в связи с разработкой теории операциональных определений представляют **понятия предмета, операции и результата**. Мы называем ***предметом*** **всякую систему, на которую направлено опосредованное действие агента**; ***операция*** **— это события или последовательность событий, вызванных агентом с помощью какого-то средства (или средств). Операция — это момент, фрагмент или «квант» действия.** Она имеет значение лишь в той мере, в какой она включена в некоторый ряд операций и подчинена определенной цели. ***Результат*—** **изменение, происшедшее в системе вследствие осущестЁления операции или ряда операций.**

Перед нами стоит теоретическая проблема: как можно связать в единую конструкцию классическую теорию операциональных определений, разработанную Бриджменом и Карнапом, с основными понятиями праксеологии и анализа системы действия — акциональной системы, предпринятого Т. Котарбиньским, Т. Парсонсом и другими?

5.3. Теория действия и составные элементы операциональных определений

Чтобы уточнить природу и статус операциональных определений, необходимо сначала проанализировать их составные элементы. Рассмотрим несколько случаев операциональных определений:

(a) *x*— кислота, если, и только если, лакмусовая бумажка, опущенная в *x,* краснеет;

(b) лекция длилась час, если, и только если, большая стрелка часов за время лекции совершила полный оборот (360°);

(c) расстояние между двумя деревьями равно 15 м, если, и только если, условная единица измерения — метр уместилась в этом расстоянии ровно 15 раз;

(d) кварц тверже свинца, если, и только если, при соприкосновении грани кристалла кварца с поверхностью свинцовой пластинки на последней остается царапина.

Определение (a) утверждает: чтобы назвать какую-то жидкость «кислотой», следует осуществить над ней операцию (погружение в нее лакмусовой бумаги). Если вследствие этой операции (операции проверки) мы не получим специфического результата, то понятие неприложимо к данному случаю. Аналогично истолковываются определения (b)—(d).

Абстрагируясь от некоторых особенностей приведенных примеров, отметим общие черты любого операционального определения.

Следуя специальной литературе, посвященной этой проблеме (работы Карнапа, Маргено, Папа, Коуса, Вильсона), отметим, что во всяком операциональном определении имеются: определяемое понятие или предикат Q (который может быть описан предикатной функцией с одним или несколькими аргументами); операция O или ряд операций определенного рода; предмет x, на который распространяется операция; результат (результаты) R проверочной операции, который выступает как индикатор или критерий применимости определяемого понятия к каждому данному случаю.

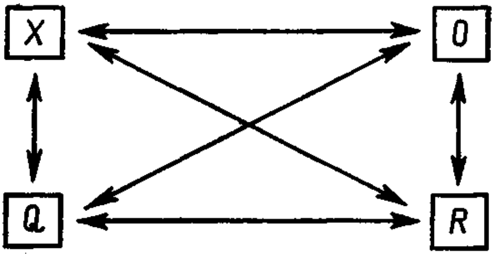


Рис. 6. Отношения между составными элементами операционального определения.

Q-предикат, подлежащий операциональному определению; *x*—предмет (предметы), над которым осуществляются операции (*O*) с ожидаемым результатом *R*.

В символическую формулировку операционального определения, таким образом, должны входить: предикат Q, соответствующий определяемому понятию; индивидная переменная *x,* принимающая значения из области дискретных физических объектов, над которыми могут осуществляться операции и к которым применяются предикаты; и две переменные, одна из которых принимает значения из области операций *O*, а другая — из области их результатов *R*.

Если на момент представить эти символы в качестве «равноправных партнеров», то между ними теоретически возможны **шесть бинарных, четыре тернарных и одна кватернарная комбинации.** При условии, что принимается во внимание порядок или направление отношений между элементами, возникает большее число возможных их соединений. Какие из них следует учитывать в теории операциональных определений? С точки зрения характеристики логико-праксеологического процесса, в ходе которого строится операциональное определение, разумно принять во внимание следующие отношения (см. также рис. 6).

I. xR_1O, или отношение между предметом (предметами) *x* и операцией *O*;

II. OR_2R, или отношение между операцией (*O*) и ее результатом *(R);*

III. RR_3Q, или отношение между результатом (*R*) и определяемым понятием (*Q*);

IV. QR_4x, или отношение между определяемым понятием и физическими предметами *(x),* к которым он относится.

Последовательность I—IV этих бинарных отношений соответствует основным моментам построения операционального определения как **редукционного предложения**. Действительно, для получения такого определения необходимо, во-первых, уточнить операцию, которую надо осуществить, и предмет, над которым будет осуществляться операция. Во-вторых, следует выяснить, какие результаты операции окажутся существенными. В-третьих, следует установить тип отношений, имеющих место между результатами и определяемым понятием. Наконец, исходя из всего этого следует определить, приложимо (или нет) исследуемое понятие к предметам, над которыми осуществляется операция.

Первые два отношения имеют праксеологический, вторые два — логико-семантический характер. В совокупности эти бинарные отношения выступают как звенья или моменты кватернарного отношения, реализующего операциональное определение; они описывают специфический способ связывания теории (соответственно теоретических понятий) с практикой (соответственно с экспериментом или измерением как ее разновидностями).

Представим теперь подробнее эти отношения. Пусть O — переменная, значениями которой являются конкретные операции O_0, O_1 ..., O_m, а x— индивидная переменная, принимающая значения в области конкретных предметов x_0, x_1, ..., x_n;отношение xR_1O, или в обычной записи R_1 (x, O), можно будет определить для каждой праксеологической ситуации, подставляя на место переменных их значения. Выражение $R_1(x, O)$, описывающее — после осуществления соответствующей подстановки — отношение между конкретной операцией и индивидуальным предметом в некотором контексте, примет одно из следующих двух возможных значений: «реализуемо», «нереализуемо». Отношение между множеством индивидуальных предметов x_0, x_1, ..., x_n и множеством операций O_0 ..., O_m можно охарактеризовать матрицей вида, представленного на таблице 2, в которой 1 означает «истинно», а 0 — «ложно».

Таблица 2

$O \backslash x$	x_0	x_1	x_2	...	x_n
O_0	1	0	1	...	0
O_1	0	1	1	...	1
O_2	0	0	0	...	1
⋮	⋮	⋮	⋮		⋮
O_m	1	0	1	...	0

Множество случаев, в которых некоторая операция *применима,* называется областью ее применимости. Обозначим *область применимости* операции O_i (индекс i пробегает значения из множества 0,1, ..., n) через $A(O_i)$. Точно так же выделим для каждого индивидуального предмета из области, на котррой определена переменная x, *операционально открытую область,* состоящую из множества операций, которые можно применять к данному предмету. Обозначим операционально открытую область предмета x_j через $D(x_j)$ (здесь индекс j пробегает значения из множества 0, 1, ..., m).

Согласно табл. 2, в область применимости $A(O_0)$ входят, в частности, предметы x_0 и x_2; в область применимости $A(O_1)$ —в частности, предметы x_1, x_2 и x_n и т. д. (мы это запишем как $A(O_0)=\{x_0, x_2, (\ldots)\}$;

$$A(O_1)=\{x_1, x_2, (\ldots), x_n\};\ A(O_2)=\{(\ldots), x_n\};\ (\ldots);$$

$A(O_m)=\{x_0, x_2, (\ldots)\}$). Операционально открытые области имеют вид: $D(x_0)=\{O_0, (\ldots), O_m\};\ D(x_1)=$

$$=\{O_1, (\ldots)\};\ D(x_2)=\{O_0, O_1, (\ldots), O_m\};\ (\ldots);\ D(x_n)=\{O_1, O_2, (\ldots)\}.$$

Теоретически можно допустить существование операций, которые не применимы ни к какому предмету, так же как можно допустить ситуацию действия, в которой участвуют предметы, к которым не применимы никакие операции. Будем называть операцию, не применимую ни к какому предмету, *пустой операцией,* а предмет, к которому не применима никакая операция, — *операционально закрытым предметом.* Вследствие развития познания и экспериментальной деятельности операционально закрытые предметы в определенный исторический момент становятся *операционально открытыми предметами.* В любую историческую эпоху в экспериментальных науках существуют предметы, которые обнаруживают *относительность* операции, то есть то, что применение к ним данной операции может происходить лишь при использовании определенных экспериментальных методов и приемов. Поэтому для каждой операции O_i мы вправе рассматривать наряду с областью ее применимости дополнительную к ней *область неприменимости операции,* которую мы обозначим через $\sim A(O_i)$. Аналогично введем понятие *операционально закрытой области* произвольного предмета x_j как множества всех тех, и только тех, операций, которые к нему не применимы (мы обозначим ее через $\sim D(x_j)$).

Между областями применимости двух операций и соответственно между операционально открытыми областями двух предметов могут иметь место различные отношения и над ними могут производиться различные операции (включение, тождество, несовместимость, пересечение, объединение и т.д.). Используя обычные логические символы, определим понятия операционального пересечения, операционального включения, операционального тождества, операциональной несовместимости и т. д., играющие важную роль в операциональной проверке понятий.

Пусть O_i и O_k — произвольные операции, тогда для областей применимости этих операций могут иметь место следующие случаи:

1. $A(O_i) \cap A(O_k) =_{Df} \hat{x}(R_1(x, O_i) \,\&\, R_1(x, O_k))$;
2. $A(O_i) \subset A(O_k) =_{Df} \forall x(R_1(x, O_i) \rightarrow R_1(x, O_k)) \,\&$ $\&\, \exists x(\neg R_1(x, O_i) \,\&\, R_1(x, O_k))$;
3. $A(O_i) \equiv A(O_k) =_{Df} \forall x((R_1(x, O_i) \rightarrow R_1(x, O_k)) \,\&$ $\&\, (R_1(x, O_k) \rightarrow R_1(x, O_i)))$;
4. $A(O_i) \mid A(O_k) =_{Df} \forall x \neg (R_1(x, O_i) \,\&\, R_1(x, O_k))$;
5. $A(O_i) + A(O_k) =_{Df} \hat{x}(\neg (R_1(x, O_i) \,\&\, R_1(x, O_k)) \,\&$ $\&\, (R_1(x, O_i) \vee R_1(x, O_k)))$;
6. $A(O_i) \cup A(O_k) =_{Df} \hat{x}(R_1(x, O_i) \vee R_1(x, O_k))$.

Легко заметить, что согласно табл. 2, например (если в ней нет других единиц, кроме явно выписанных) :

$$A(O_0) \cup A(O_2) = \{x_0, x_1, x_2, (\ldots), x_n\};\ A(O_0) \cap A(O_1) = \{x_2\}.$$
$$A(O_2) \subset A(O_1);\ A(O_0) \mid A(O_2).$$

Пусть x_j и x_i — произвольные предметы. Тогда для операционально открытых областей этих предметов могут иметь место следующие случаи:

7. $D(x_j) \cap D(x_i) =_{Df} \hat{O}(R_1(x_j, O) \,\&\, R_1(x_i, O))$;
8. $D(x_j) \subset D(x_i) =_{Df} \forall O(R_1(x_j, O) \rightarrow$ $\rightarrow R_1(x_i, O)) \,\&\, \exists O(\neg R_1(x_j, O) \,\&\, R_1(x_i, O))$;
9. $D(x_j) \equiv D(x_i) =_{Df} \forall O((R_1(x_j, O) \rightarrow R_1(x_i, O)) \,\&$ $\&\, (R_1(x_i, O) \rightarrow R_1(x_j, O)))$;
10. $D(x_j) \mid D(x_i) =_{Df} \forall O \neg (R_1(x_j, O) \,\&\, R_1(x_i, O))$;
11. $D(x_j) + D(x_i) =_{Df} \hat{O}(\neg (R_1(x_j, O) \,\&\, R_1(x_i, O)) \,\&$ $\&\, (R_1(x_j, O) \vee R_1(x_i, O)))$;
12. $D(x_j) \cup D(x_i) =_{Df} \hat{O}(R_1(x_j, O) \vee R_1(x_i, O))$.

Формально существует явная аналогия между определениями пересечения, включения, тождества, несовместимости, исключения и объединения для областей применимости операций и определениями аналогичных понятий для операционально открытых областей. Различие, по существу, возникает лишь на уровне операторов, связывающих переменные: в первом случае они фиксируют область индивидуальных предметов, к которым прилагаются определенные операции; во втором они относятся к области операций, в отношении которых «открыт» (соответственно «закрыт») некоторый предмет.

Формулы 1—6 характеризуют переход от операций к предметам, формулы 7—12 — от предметов к применимым в отношении них операциям.

Какое значение имеют предложенные понятия для уточнения теории операциональных определений и понимания их познавательно-методологических функций?

Понятие области применимости операции важно для установления необходимых условий операционального определения. Действительно, как мы покажем в дальнейшем, операционально определить, применим или нет предикат Q для квалификации предмета x_j посредством операции O_k, можно тогда, когда $x_j \in A(O_k)$. Однако условие $x_j \in A(O_k)$ необходимо, но недостаточно. Вполне возможно, что $x_j \in A(O_k)$ имеет место, но, поскольку для предмета x_j не выполняется антецедент условия

13. $E(y, O_k, x_j) \rightarrow ((R_1(x_j, O_k) \& (Q(x_j) \equiv R_1(x_j, O_k)),$

понятие Q не будет прилагаться к x_j. (Здесь E — трехместный предикат, в котором y — переменная, определенная на области агентов действия, и который имеет смысл: «применяет», «осуществляет»; запись $E(y, O_k, x_j)$ читается: «Агент y применяет операцию O_k к предмету x_j».)

Принадлежность предмета к области приложимости данной операции является условием sine qua non операционального определения: **операционально закрытые предметы нельзя определить операционально**.

Понятие операционально открытых предметов отражает многообразие путей введения операциональных определений конкретных объектов. Чем больше степень, если так можно сказать, операциональной открытости тех или иных физических явлений или предметов, тем больше возможных способов их операционального определения, проверки применимости или неприменимости теоретического или диспозиционального понятия, тем больше, соответственно, возможность использования — для так называемых «метрических» определений — методов количественного определения значений физических величин, выступающих в качестве определяемого понятия. Применение к одному и тому же случаю различных методов делает возможным сравнение и взаимоверификацию результатов, а тем самым и формулировку объективных законов.

Возможность такого же сравнения и взаимоверификации экспериментальных данных обеспечивают и случаи пересечения областей применимости двух или нескольких операций.

Пересечение областей операционального применения обеспечивает непротиворечивость и органичность практической деятельности людей, введение в науку общих, имеющих объективное содержание понятий — понятий, относительно независимых от каких-либо отдельных операций или частных случаев их применения. Если же говорить о понятиях, охватывающих нормы действий людей, то их введение полезно не только для установления положений, касающихся отношений между составными элементами операциональных определений, но и для разработки общей логики действия людей.

Рассмотрим теперь отношения между операцией и ее результатом. Всякий результат каким-то образом квалифицируется, относительно него выносится строгое аксиологическое решение; он оценивается как положительный или отрицательный, благоприятный или неблагоприятный. **Результат должен быть четко зафиксирован, поскольку он служит критерием последующего семантического вывода о применимости теоретического понятия**. Поэтому можно говорить о *принципе дихотомии,* или *двузначности, результатов процедуры проверки,* входящей в операциональные определения. Этот принцип символически можно представить в виде формулы

$$14.\ \forall x\,(O^{\circ}(x) \rightarrow (R(x) \vee \neg R(x))),$$

которая читается: «Каким бы ни был предмет или материальная система *x,* в применении к которой осуществима операция O°, результат ее будет благоприятным ($R(x)$) или неблагоприятным ($\neg R(x)$)».

Можно, однако, представить себе и такой случай, когда операция ведет не к единственному правильному (релевантному) результату, а к множеству таких результатов. Тогда отношение между операцией и результатом будет описано так:

$$15.\ \forall x\,(O^{\circ}(x) \rightarrow (R_0(x) \vee \ldots \vee R_n(x) \vee \neg R(x))),$$

где $R_0(x),\ \ldots,\ R_n(x)$— случаи релевантных, или благоприятных, результатов, а запись $\neg R(x)$ сокращенно представляет результаты, не имеющие значения с точки зрения достижения цели. Отметим, что и в этом случае действует принцип дихотомии, или двузначности, результатов операции: множество результатов делится на благоприятные случаи $R_0(x),\ \ldots,\ R_n(x)$ и неблагоприятные случаи, представленные записью $\neg R(x)$. Принцип двузначности проявляется здесь как исключение возможности случаев, отличных от благоприятных и неблагоприятных. (Можно провести аналогию с распространением принципа tertium non datur двузначной логики на логики многозначные.)

Естественно спросить, каково отношение между результатом операции, то есть наблюдаемым невооруженным глазом или соответствующими техническими средствами физическим событием, состоянием или свойством, с одной стороны, и соответствующим определяемым понятием, то есть ненаблюдаемым предикатом, — с другой. Ответ состоит в том, что событие на онтологическом уровне, индуцированном действием человека, становится признаком, или знаком-индексом, позволяющим произвести семантический акт — квалифицировать данный объект через ненаблюдаемый предикат теоретического языка. **Тем самым строится мост, соединяющий область взаимодействия материальных операций, принадлежащих к уровню физических систем, которые являются объектом наблюдения и эксперимента, с областью логико-семантической деятельности, к которой, бесспорно, относится квалификация физического состояния или события путем подведения его под теоретический предикат.** Между множеством описаний — дескриптивных предложений, содержащих R как физическое следствие операции $O°$,— и множеством «теоретических» предложений, содержащих предикат Q, устанавливается импликативное отношение: всякий раз при наличии $R(x)$— результата операции $O°(x)$ мы будем также иметь $Q(x)$; $R(x)$ и $Q(x)$ будут, следовательно, равнообъемны.

Отношение RR_3Q, хотя оно всегда имеет смысл в определенном праксеологическом контексте, обладает преимущественно семиотической природой. Его особенностью является использование естественных знаков, или знаков-индексов, для характеристики случаев осмысленного употребления теоретических выражений.

Наконец, необходимо рассмотреть отношение между понятием и предметом. Оно опосредовано и обусловлено, во-первых, осуществлением определенной операции и, во-вторых, достижением определенного результата. Некоторый индивидуальный предмет x_j, к которому применяется операция O_i с благоприятным результатом $R(x_j)$, доставляет нам случай верного предицирования Q об x_j; x_j, следовательно, оказывается элементом объема, или референтом, для предиката Q. Из этого вытекает, что на основании констатации $R(x_j)$ можно сказать, что существует предикат Q, для которого верно $Q(x_i)$. Предикат Q в отношении x_j — операционально введенное теоретическое понятие, а отношение между Q и x_j является семантическим отношением установления для Q референта, осуществляемым посредством некоторой операции O_i.

Для всякого операционально определенного диспозиционального или теоретического понятя Q можно установить *область операциональной определенности, связанную с данной операцией* O_i или с данным множеством операций $O_0, \ldots, O_m$. Отвлекаясь от природы конкретных операций, участвующих в операциональном определении, можно ввести в рассмотрение представление об *обобщенной области операциональной определенности понятия* Q. Соответственно можно определить *область операциональной неопределенности* понятия Q. Наконец, два или несколько операционально определенных понятий могут быть сравнимы между собой с точки зрения областей операционального определения; тем самым для этих областей можно определить отношения, аналогичные отношениям, определенным для областей применимости операций.

В целях введения упомянутых определений и отношений воспользуемся следующими сокращениями.

Пусть $DDO(Q)$ есть обобщенная область операциональной определенности понятия Q; $DIQ(Q)$ - обобщенная область операциональной неопределенности понятия Q; $DDO(Q/O_i)$—область операциональной определенности понятия Q при операции Q_i; $DIO(Q/O_i)$—область операциональной неопределенности понятия Q при операции O_i; $DDO(Q/O_0, O_1 \ldots O_m)$ — область операциональной определенности понятия Q при операциях $O_0, \ldots, O_m$; $DIO(Q/O_0, O_1, \ldots, O_m)$ — область операциональной неопределенности понятия Q при операциях $O_0, O_1, \ldots, O_m$.

Определения:

16. $DDO(Q/O_i) =_{Df} \hat{x}(((O_i(x) \& R_i(x)) \lor \lor (O_i(x) \& \neg R_i(x))) \& ((O_i(x) \& R_i(x)) \equiv \equiv Q(x)) \& ((O_i(x) \& \neg R_i(x)) \equiv \neg Q(x)));$

17. $DIO(Q/O_i) =_{Df} \hat{x} \neg O_i(x);$

18. $DDO(Q/O_0, O_1, \ldots, O_m) =_{Df} \hat{x}((((O_0(x) \& R_0(x)) \lor \lor (O_0(x) \& \neg R_0(x))) \& ((O_0(x) \& R_0(x)) \equiv Q(x)) \& \& ((O_0(x) \& \neg R_0(x)) \equiv \neg Q(x))) \lor \lor (((O_1(x) \& R_1(x)) \lor (O_1(x) \& \neg R_1(x))) \& \& ((O_1(x) \& R_1(x)) \equiv Q(x)) \& ((O_1(x) \& \neg R_1(x)) \equiv \equiv \neg Q(x))) \lor \ldots \lor (((O_m(x) \& R_m(x)) \lor \lor (O_m(x) \& \neg R_m(x))) \& ((O_m(x) \& R_m(x)) \equiv \equiv Q(x)) \& ((O_m(x) \& \neg R_m(x)) \equiv \neg Q(x))));$

19. $DIO(Q/O_0, \ldots, O_m) =_{Df} \hat{x}(\neg O_0(x) \& \& \neg O_1(x) \& \ldots \& \neg O_m(x));$

20. $DDO(Q) =_{Df} \hat{x} \exists O(((O(x) \& R(x)) \lor \lor (O(x) \& \neg R(x)) \& ((O(x) \& R(x)) \equiv \equiv Q(x)) \& ((O(x) \& \neg R(x)) \equiv \neg Q(x)));$

21. $DIO(Q) =_{Df} \hat{x} \neg O(x).$

Проанализируем эти определения.

Понятие множества $DDO(Q/O_i)$ определено с помощью понятий операции, результата соответствующей операции и предикации. В определяющей части этого определения выписаны три условия (три члена конъюнкции в выражении, входящем в область действия оператора $\hat{x}$) принадлежности x области $DDO(Q/O_i)$. Первое из них заключается в возможности осуществления операции O_i над всеми предметами, принадлежащими $DDO(Q/O_i)$ независимо от результата этой операции; иными словами, если предмет x не принадлежит $A(O_i)$, то он не будет принадлежать и $DDO(Q/O_i)$. Два тождества, имеющиеся в определяющей части определения 16, — это лишь частный случай приложения принципа двузначности результата всякой операции.

Понятие $DIO(Q/O_i)$ задано множеством всех предметов, над которыми невозможно осуществить операцию O_i. Понятие $DDO(Q/O_0, \ldots, O_m)$ задано дизъюнкцией членов вида $DDO(Q/O_i)$, где $i = 0,1, \ldots m$. В сжатой форме 18 можно записать так:

18а. $DDO(Q/O_0, \ldots, O_m) =_{Df} DDO(Q/O_0) \lor \lor DDO(Q/O_1) \lor \ldots \lor DDO(Q/O_m).$

20 вводит важное понятие *DDO(Q).* Оно задано множеством предметов, над которыми может осуществляться произвольная операция *О*, в зависимости от результата которой решается вопрос о выполнении предиката Q по отношению к данному предмету.
Отметим, что область операциональной определенности некоторого понятия охватывает как случаи применимости данного понятия, так и случаи, к которым оно неприменимо, то есть случаи, для которых мы можем экспериментально установить неудовлетворимость в заключенных в *О* условий проверки. Это те предметы *х,* для которых имеет место

$$\textbf{22.}\quad \exists O\,(((O(x)\,\&\,\neg R(x))\,\&\,((O(x)\,\&\,\neg R(x)))\equiv \neg Q(x))).$$

Случаи же, удовлетворяющие условиям проверки, составляют, согласно определению 20, множество

$$\textbf{23.}\quad \hat{x}\,(\exists O\,((O(x)\,\&\,R(x))\,\&\,((O(x)\,\&\,(R(x))\equiv Q(x))).$$

Из 23 вытекает, что объем понятия *Q* совпадает с совокупностью тех *х,* для которых существует операция *О,* такая, что ее приложение к *х* дает благоприятный результат *R(x).*
Под понятие обобщенной области операциональной определенности, введенное дефиницией 20, подпадают как фактически проверенные благоприятные случаи, так и фактически проверенные неблагоприятные случаи; случаи, к которым было применено *Q*, являются лишь подклассом класса применимости операции *О.* Два или несколько понятий можно сравнивать с точки зрения их областей операциональной определенности *(DDO).* Поскольку *DDO* определяются с помощью некоторых операций, между областями операциональной определенности двух понятий может быть столько же отношений, сколько их может быть между областями применимости соответствующих операций. Следовательно, можно определить пересечение, включение, тождество, несовместимость, симметрическую разность *DDO* двух или более понятий. Данные определения будут аналогичными тем, которые выше были даны для отношений между областями применения двух операций— $A(O_i)$ и $A(O_k)$ и для отношений между операционально открытыми областями двух предметов, $D(x_j)$ и $D(x_i)$, — отношений, принадлежащих некоторым экспериментально-операциональным контекстам.
Пусть *Q* и *P* — два произвольных операционально определяемых понятия. Тогда:

24. $DDO\,(Q/O_i) \cap DDO\,(P/O_k) =_{Df} \hat{x}\,(x \in A\,(O_i)\,\&$
$\&\,(x \in A\,(O_k));$

25. $DDO\,(Q/O_0, O_1, \ldots, O_m) \cap DDO\,(P/O_0', O_1', \ldots, O_s') =_{Df}$
$=_{Df} \hat{x}\,(x \in A\,(O_0 \vee O_1 \vee \ldots \vee O_m)\,\&\, x \in$
$\in A\,(O_0', \vee O_1' \vee \ldots \vee O_s'));$

26. $DDO\,(Q/O_i) \subset DDO\,(P/O_k) =_{Df} \forall x\,(x \in A\,(O_i) \rightarrow$
$\rightarrow x \in A\,(O_k))\,\&\,\exists y\,(\neg\,(y \in A\,(O_i))\,\&\, y \in A\,(O_k));$

27. $DDO\,(Q/O_0, O_1, \ldots, O_m) \subset DDO\,(P/O_0', O_1', \ldots, O_s') =_{Df}$
$=_{Df} \forall x\,(x \in A\,(O_0 \vee O_1 \vee \ldots \vee O_m) \rightarrow$
$\rightarrow x \in A\,(O_0' \vee O_1' \vee \ldots \vee O_s'))\,\&$
$\&\,\exists y\,(\neg(y \in A\,(O_0 \vee O_1 \vee \ldots \vee O_m))\,\&$
$\&\, y \in A\,(O_0' \vee O_1' \vee \ldots \vee O_s'));$

28. $DDO\,(Q/O_0, O_1, \ldots, O_m) \equiv DDO\,(P/O_0', O_1', \ldots, O_s') =_{Df}$
$=_{Df} \forall x\,((x \in A\,(O_0 \vee O_1 \vee \ldots \vee O_m) \rightarrow$
$\rightarrow x \in A\,(O_0' \vee O_1' \vee \ldots \vee O_s'))\,\&$
$\&\,(x \in A\,(O_0' \vee O_1' \vee \ldots \vee O_s') \rightarrow$
$\rightarrow x \in A\,(O_0 \vee O_1 \vee \ldots \vee O_m)));$

29. $DDO\,(Q/O_0, O_1, \ldots, O_m) \mid DDO\,(P/O_0', O_1', \ldots, O_s') =_{Df}$
$=_{Df} \forall x\,(\neg\,(x \in A\,(O_0 \vee O_1 \vee \ldots \vee O_m)\,\&$
$\&\, x \in A\,(O_0' \vee O_1' \vee \ldots \vee O_s'));$

30. $DDO\,(Q/O_0, O_1, \ldots, O_m) + DDO\,(P/O_0', O_1', \ldots, O_s') =_{Df}$
$=_{Df} \hat{x}\,(\neg\,(x \in A\,(O_0 \vee O_1 \vee \ldots \vee O_m)\,\&$
$\&\, x \in A\,(O_0' \vee O_1' \vee \ldots \vee O_s'))\,\&$
$\&\,(x \in A\,(O_0 \vee O_1 \ldots \vee O_m) \vee$
$\vee\, x \in A\,(O_0' \vee O_1' \vee \ldots \vee O_s')));$

31. $DDO\,(Q/O_0, O_1 \ldots, O_m) \cup DDO\,(P/O_0', O_1 \ldots, O_s') =_{Df}$
$=_{Df} \hat{x}\,((x \in A\,(O_0 \vee O_1 \vee \ldots \vee O_m) \vee$
$\vee\, x \in A\,(O_0' \vee O_1' \vee \ldots \vee O_s')).$

Дефиниции 24—31 описывают отношения и операции, возможные для *DDO* двух понятий. Но, как мы отмечали, одно и то же понятие может иметь различные области операциональной определенности, если последние связаны с различными операциями; эти области могут между собой пересекаться, находиться в отношении включения, тождества и т. д. Аналогично приведенным выше дефинициям можно построить ряд подобных дефиниций для таких относительно различных *DDO* одного и того же понятия *Q*. Для случая пересечения областей дефиниция будет иметь вид:

$$DDO(Q/O_i) \cap DDO(Q/O_k) =_{Df} \hat{x}(x \in A(O_i) \,\&\, x \in A(O_k)).$$

Остальные дефиниции легко получаются из дефиниций 24—31, если в них на место предиката *P* подставить предикат *Q*.

Возможность установления случаев законного применения одного и того же понятия посредством двух различных операций (или двух рядов различных операций) является основным способом «интерсубъективизации» понятия — придания ему внесубъективного характера, превращения его в понятие, которое зависит не от наших намерений или желаний, а от результатов операций, которые мы осуществляем над природными объектами. Более того, благодаря «интерференции» *DDO* понятие перестает быть зависямым от одной-единственной операции или от частного ее результата; оно становится подконтрольным нескольким экспериментальным приемам и операциям. Наряду с этим благодаря феномену операционального пересечения наши практическо-операциональные действия становятся последовательными, приобретают определенную органичность и могут взаимо проверяться. Операциональное пересечение делает возможным взаимоконтроль операционных процедур, формирование единого результата деятельности людей как «сплава» результатов проводимых ими различных операций, социально-историческую практику вообще.

Следует также подчеркнуть теоретическое и практическое значение отношения «интерференции» между областями операциональной определенности двух различных понятий. **Выражения 26—27 выявляют отношение двух понятий с точки зрения их связи с экспериментальными и измерительными средствами. Одной из характерных черт науки, наряду со стремлением использовать возможно более общие и абстрактные понятия, является стремление использовать понятия с возможно более широкой обобщенной областью операциональной определенности**. **Примером этого служит замена в науке «качественных» понятий «количественными»; количественным метрическим понятиям**

стремятся придать широкие области операциональной определенности.

Отношение 29 обращает наше внимание на возможность появления операционально несовместимых понятий, для которых нет ни одного предмета такого, чтобы он одновременно принадлежал областям применимости операций, связанных с одним и с другим понятием. Примером, по-видимому, может служить отношение между положением в пространстве-времени объектов микромира и применением динамических законов сохранения, на которых основывается детерминистское описание классической физики.

Проведенный анализ позволяет сделать некоторые выводы. **Предполагая, что мы берем в качестве основных элементов операционального определения операцию, предмет, результат и предикат, или определяемое понятие, — таковы те элементы операционального определения, которые чаще всего рассматриваются в литературе, — мы приходим к заключению, что учитывать следует отношения между предметом и операцией, между операцией и результатом, между результатом и предикатом и, наконец, между предикатом и предметом. Рассмотрение этих отношений приводит нас к понятию об области применения операции и операциональной открытости предмета, к установлению некоторых отношений между областями применения, а также между операционально открытыми областями.** Это позволяет предложить некоторые важные понятия, такие, как понятие области операциональной определенности предиката Q и дополнительное по отношению к нему понятие области операциональной неопределенности. Отношения между областями операциональной определенности открывают путь к пониманию единства практическо-экспериментальных действий людей и процесса объективации — через эти действия — тех понятий, которые используются в науке. Анализ отношений между операцией и результатом позволяет сформулировать принцип двузначности результата, а анализ отношения между результатом и предикатом раскрывает роль естественных знаков или знаков-индексов в формулировании операциональных определений, а также те способы, какими семантический аспект знаков взаимосвязан с объективными отношениями между предметами и явлениями.

5.4. Операциональные определения и

предложения редукции

Рассмотрим «парадоксальные» следствия, вытекающие из

$$1.\ O(x) \equiv (Q(x) \to R(x)),$$

если знак → интерпретировать как материальную импликацию, и попытки Карнапа исключить эти следствия через

$$2.\ O(x) \to (Q(x) \equiv R(x)),$$

или так называемые *двусторонние редукционные предложения.*

Применяя к 2 некоторые правила вывода логики высказываний, мы получаем

$$3.\ (O(x) \,\&\, R(x)) \to Q(x),$$

что читается: «Если, осуществляя над предметом *x* операцию *O*, мы получаем *R*, то *x* можно квалифицировать с помощью Q». Иными словами, *O(x)&R(x)* есть достаточное условие для признания того, что *Q(x)*. Формула 3 выражает необходимое отношение между результатом операции и его теоретическим значением. Таким образом, мы приходим к важному выводу о том, что **всякое операциональное определение основано на взаимосвязи знака-индекса— как правило, явного и наблюдаемого — и свойства или признака, не воспринимаемого явно.** Эта взаимосвязь устанавливается при формулировке законов науки и ее теоретических конструкций. Итак можно сказать, что *операциональные определения связывают знаки-индексы, данные на уровне наблюдения и эксперимента, с соглашениями или символами, возникающими на уровне теоретических конструкций.*

Каков логический и эпистемологический статус так называемых диспозициональных понятий? В какой мере теоретические понятия могут сводиться к понятиям наблюдения? К каким результатам привели попытки Карнапа, Гемпеля и других подкрепить эмпиризм посредством теории предложений сводимости — редукционных предложений?

Особое внимание уделяется отношениям между операциональными определениями и явными лексическими определениями, а также «предельным условиям», в которых осуществляется переход от операциональных определений к явным. Операциональные определения не удовлетворяют условию элиминируемости и условию некреативности. Они не определяют строго экстенсионал и интенсионал определяемого понятия, а решают праксеологическими средствами вопрос о применимости понятия в данных условиях. Операциональные определения устанавливают соответствие между случаями достижения определенного результата и случаями оправданного приложения теоретического понятия к предметам некоторого множества. Но экстенсионал данного теоретического понятия может быть определен по характерным результатам или различным показателям, полученным благодаря соответствующим операциям проверки; поэтому можно считать, что *множество операций проверки с благоприятным результатом* отбирает также и случаи приложения теоретически определяемого понятия:

$$4.\ (O_1(x)\ \&\ O_2(x)\ \&\ \ldots\ \&\ O_m(x)) \rightarrow (R_1(x) \equiv R_2(x) \equiv \ldots \equiv R_m(x)).$$

Предполагая ряд операциональных определений, выделяющих экстенсионал данного теоретического понятия Q: $O_1(x) \rightarrow (Q(x) \equiv R_1(x))$, $O_2(x) \rightarrow (Q(x) \equiv R_2(x))$, ..., $O_m(x) \rightarrow (Q(x) \equiv R_m(x))$ в некотором праксеологическом контексте, можно считать также определенным и интенсионал понятия Q:

$$5.\ Q(x) =_{Df} ((O_1(x) \rightarrow R_1(x))\ \&\ (O_2(x) \rightarrow R_2(x))\ \&\ \ldots\ \&\ (O_m(x) \rightarrow R_m(x)).$$

Определение интенсионала дается через конъюнкцию импликаций между операциями и благоприятными результатами.

Интенсионал теоретического или диспозиционального понятия, таким образом, характеризуется обращением к ряду практически-экспериментальных операций и к их результатам. Наряду с этим смысл того же понятия Q может быть определен в соответствующем теоретическом контексте путем обращения к смыслу других теоретических понятий на основе явных или неявных определений.

Одновременное выявление операционального и теоретического смысла одного и того же понятия является распространенным способом сопоставления теории с практикой и, наоборот, — практики с теорией. Это одна из существенных познавательных функций операциональных определений. Поэтому будем возражать против тезиса М. Бунге о том, что применение операциональных определений ведет к толкованию понятий физики посредством антропоцентрических категорий, таких, как «условие проверки», «наблюдаемое условие». Можно согласиться с утверждением М. Бунге, что научный прогресс отмечен проведением все более тонких различий в области используемых теоретических понятий, введением понятий, с которыми связаны количественные характеристики, развитием аппарата формального анализа и т. д. Однако, при этом не следует упускать из виду следующее обстоятельство. **В той мере, в какой научная теория**

связана с экспериментом и наблюдением, в той мере, в какой она выполняет свою роль источника рекомендаций для производства, в ней имеет место *переход* от теоретических понятий, формул и переменных к их частным случаям, к измерениям и эмпирическим данным. Именно на этом уровне операциональные определения и «предложения редукции» приобретают неоспоримое значение, так как выполняют задачу установления конкретных случаев, к которым приложимы (или не приложимы) данные диспозициональные или теоретические понятия; тем самым они способствуют укреплению связи между теоретическим и эмпирическим, между абстрактным мышлением и практической деятельностью.

Каково отношение, существующее между законами природных систем, экспериментальной деятельностью и операциональными определениями?

Онтологически «законы» можно охарактеризовать как закономерности или инварианты в развертывании явлений в рамках физико-природной системы; они описывают отношения сосуществования или последовательности между событиями или актами взаимодействия физических систем. Существуют также законы, выражающие необходимую связь между свойством или предикатом наблюдения и так называемым диспозициональным понятием, то есть понятием, описывающим свойство, проявляющееся лишь в определенных операционально-экспериментальных условиях. Взаимодействия натуральных систем природы, через которые проявляются законы, могут протекать естественным путем, но они могут быть вызваны и вмешательством человека. С этой точки зрения ***эксперимент* предстает перед нами как деятельность, целью которой являтся понимание, предсказание и реализация *проверяемого взаимодействия* между элементами материальной системы. В таких случаях предикаты наблюдения служат естественными знаками — признаками, показателями — для диспозициональных или теоретических предикатов, а закон, связующий эти предикаты, лежит в основе операционального определения соответствующих понятий**. Операциональное определение, таким образом, обращено как к эмпирическим законам, так и к экспериментальным и вычислительным средствам. Такое определение — одна из возможностей установления условий приложимости **диспозиционального или теоретического понятия**, опираясь на операции, выявляющие отдельные физические закономерности.

5.5. Операциональные определения и измерения

Сложно согласиться с тезисом о тождестве операциональных определений и измерений, отстаиваемым Бриджменом, Карнапом и др., поскольку очевидны как общие черты, так и различия между этими двумя операциями. Определение — даже тогда, когда оно предполагает операции проверки, — служит логико-семантическим приемом выявления смысловой, значащей стороны понятия. **С помощью определения мы устанавливаем, приложим (или не приложим) некоторый предикат как характеристика к некоторому предмету или рассматриваемому событию.** Осуществляя операцию измерения, мы обычно не подвергаем сомнению вопрос о приложимости или неприложимости некоторого предиката (или величины). А поскольку такая приложимость уже неявно допускается в рассматриваемом случае, мы лишь устанавливаем «степень», в которой данный предмет удовлетворяет предикату. **И определение и измерение — процедуры ограничения, выделения**; первая из них служит определению предиката через другие предикаты или установлению с помощью внелингвистических остенсивных или операциональных средств применимости (неприменимости) предиката или определяемого понятия к данным случаям; вторая процедура определяет «степень», меру, в какой предмет удовлетворяет предикату.
***Измерение* — это выделение объекта в рамках данного качества**. В случае операции измерения роль определяемого понятия играет предикат, величина или параметр (длина, объем, давление, температура, твердость и т. д.), который измеряется путем сопоставления с *эталоном* или отнесения числа из множества *действительных чисел.* **Использование эталона и отнесение к измеряемому объекту некоторого действительного числа — отличительные черты операции измерения**. Другая характерная черта этой операции — **порядок**. ***Измерять* означает упорядочивать множество предметов, имеющих общее свойство, в соответствии с тем, как они относятся к некоторому другому предмету, обладающему таким же свойством, «меру присутствия» которого в этом предмете мы принимаем в качестве эталона.** Акт измерения содержит двоякое сравнение. Прежде всего каждый элемент сравнивается с эталоном. Затем происходит сравнение между собой различных элементов на основании их соотнесенности с эталоном (одновременно измеряемым элементам ставятся в соответствие действительные числа).

Измерение — основной способ, каким физические переменные или физические величины ставятся во взаимосвязь с математическими сущностями, в частности с числами.

Когда, измеряя предметы, можно сказать, что два предмета тождественны или различны по величине? Пусть *O* — операция, *e* — эталон, *A* — свойство или признак измерителя, И — акт измерения каких-то предметов *x* и *y*. Отношения «тождественно», «различно», «больше» и «меньше» между *x* и *y* через величину, устанавливаемую в измерении, можно определить следующим образом:

$$1.\ x =_m y \mid A =_{Df} \forall O \forall e \left((\text{И}O(x) \,\&\, \text{И}O(y)) \rightarrow \left(\frac{x}{e} \neq \frac{y}{e} \right) \right);$$

$$2.\ x \neq_m y \mid A =_{Df} \forall O \forall e \left((\text{И}O(x)\, \text{И}O(y)) \rightarrow \left(\frac{x}{e} \neq \frac{y}{e} \right) \right);$$

$$3.\ \forall x \forall y \left((x \neq_m y \mid A) \rightarrow ((x <_m y \mid A) \vee (x >_m y \mid A)) \right);$$

$$4.\ x <_m y \mid A =_{Df} \forall O \forall e \left((\text{И}O(x) \,\&\, \text{И}O(y)) \rightarrow \left(\frac{x}{e} < \frac{y}{e} \right) \right);$$

$$5.\ x >_m y \mid A =_{Df} \forall O \forall e \left((\text{И}O(x) \,\&\, \text{И}O(y)) \rightarrow \left(\frac{x}{e} > \frac{y}{e} \right) \right).$$

Среди операциональных определений могут быть выделены различные виды. Основанием деления при этом могут служить, например, число используемых в определении предикатных констант, характер операций проверки или используемых при этом технических средств, познавательные функции операциональных определений и т. д.

Термин «операциональное определение» в логико-методологической и специальной литературе многозначен. Под операциональным определением понимают, во-первых, способ обоснования применимости понятия, предиката — свойства или отношения — к данному случаю, поскольку этот способ приводит в ходе экспериментальной физической операции к определенному результату; во-вторых, установление количественного значения физической величины (измерение); в-третьих, процедуру, устанавливающую связь между некоторым предикатом и определенными результатами синтаксическо-вычислительных процессов. Изложенная концепция позволяет выявить различие между операциональными определениями и операцией измерения. Однако следует отметить также формальное и функциональное сходство этих познавательных приемов.

Операциональные определения отличаются от явных прежде всего тем, что в них используются, наряду с лексическими средствами, праксеологическо-экспериментальные приемы, которые связывают акты определения и предикации с результатами действий, произведенных над элементами материальной системы. **Операциональные определения, как и операции измерения, представляют собой, таким образом, специфическую форму связи**

понятийного мышления (соответственно, теории) с экспериментом (соответственно, практической деятельностью). В отличие от лексического определения операциональное определение устанавливает смысл определяемого понятия лишь частично, оставляя нерешенным вопрос о подпадении предметов под определяемое понятие в случаях, которые не удовлетворяют условиям процедуры проверки. Одному и тому же понятию в различных праксеологических условиях можно дать несколько операциональных определений, эквивалентных лишь с точки зрения их выделяющей функции. В отличие от лексических определений, которые являются *внутри-лингвистическими* логико-семантическими операциями, операциональные определения способствуют нахождению логико-семантических решений с помощью внелингвистических, праксеологическо-экспериментальных приемов. Их точность и познавательная эффективность зависят как от множества установленных объективных законов (и, следовательно, от уровня развития теоретического мышления), так и от нашего умения отбирать используемые для операциональных определений экспериментальные средства.

Данное изложение не преследует цель дать завершенную праксеологическую теорию операциональных (точнее, семантическо-праксеологических) определений. Тем не менее можно надеяться, что хотя бы некоторые из введенных понятий и сформулированных положений окажутся полезными для развития этой теории, равно как логической семантики и праксеологии. Вместе с тем можно считать, что введение понятий операции, области применимости операции, области операциональной определенности понятия и операционально открытых предметов, а также установление отношений между этими понятиями дают возможность выявить новые аспекты в понимании действия и практической деятельности, заложить основы своего рода «логики действия».

Данный подход позволяет, в частности, подвергнуть анализу в более точных понятиях вопрос о том, как практика, действие и эксперимент ведут к десубъективизации человеческих знаний, к установлению области объективных истин науки.

Таким образом, операциональные определения предстают перед исследователем как способ обоснования и экспериментального контроля границ наших теоретических понятий и высказываний. Будущее развитие теории операциональных определений зависит в большой мере от совершенствования самой праксеологии, от развития системы ее понятий, которые должны стать более точными и гибкими.

6. Познавательные функции определений

Определение — операция логическая, лингвистическая и гносеологическая одновременно. И тем не менее оно чаще всего рассматривается с какой-либо одной, как правило, логической точки зрения, причем его лингвистический, методологический и гносеологический аспекты упускаются из виду.

Конечная цель всякого определения — <u>познание</u>. Особенностью определения является его роль как инструмента опосредованного, дискурсивного познания, осуществляющегося с помощью языка. Поскольку в научном познании используется не только естественный язык, но и обширный спектр других знаков, организованных в искусственные языки, мы считаем, что **<u>полную теорию определения можно создать лишь в рамках семиотики как науки об использовании знаков</u>** .

В этом разделе мы дадим краткое изложение взглядов некоторых мыслителей Попа относительно роли определения в познании, проанализируем с семиотической точки зрения основные познавательные функции определений (останавливаясь подробно лишь на некоторых из них) и сформулируем определенные эпистемологические и дидактические выводы.

6.1. Альтернативные оценки роли определений

По мнению Аристотеля, «определение есть высказывание, обозначающее сущность вещи». Хотя определение осуществляется с помощью языка и в нем фигурируют понятия и высказывания, оно фиксирует внутреннюю природу вещей, самостоятельно существующие предметы. Как пишет Стагирит, «...очевидно, что определение и суть бытия вещи в первичном и прямом смысле относятся к сущностям. Правда, они сходным образом относятся и к остальному, однако не в первичном смысле». По Аристотелю, цель определения — познание внешней реальности, объективного существования, высшим воплощением которого является индивидуальное — эта истинная субстанция мира. Как видно и из приведенной цитаты, он допускает и другие сущности, которые могут быть определены,— так называемые вторичные сущности. Т. Котарбиньский ставит ему в упрек именно это отклонение от субстанциалистской концепции.

Номинальные определения (которые Аристотель выделяет, хотя и не использует для них специального понятия) выражают содержание или смысл понятия. Они осуществляются в границах языка и устанавливают отношение взаимозаменимости различных его выражений, способствуют обогащению словаря того, кто дает определение, новыми выражениями и понятиями.

Наконец, **третья познавательная функция определений — служить первыми началами доказательств**. Действительно, чтобы обосновать доказательство, не впадая в дурную бесконечность, следует принять некоторые определенные исходные понятия путем непосредственного их соотнесения с сущим.

Не вдаваясь здесь в детали аристотелевской концепции определения, отметим, что по мнению Аристотеля **определения выполняют** по меньшей мере следующие **три функции: выражают сущность класса предметов, что достигается с помощью ранее добытых знаний и уже известных выражений; уточняют или вводят новое значение понятия или выражения; в доказательстве они играют роль его начал и облегчают саму процедуру доказательства.**

Против аристотелевской точки зрения на роль определений в познании, господствовавшей на протяжении веков в формальной логике, активно выступил представитель скептицизма Секст Эмпирик, живший в конце II — начале III века н.э. По его мнению, определения бесполезны и не играют никакой роли ни в познании, ни в процессе обучения.

Секст Эмпирик приводил следующие аргументы.

Человек, не знающий предмета, не может дать его определения. Когда же он познал предмет и может его определить, то посредством определения он лишь выражает явно то, что уже узнал, но тогда определение не помогает ему познать природу вещи. **Определение не есть познание, оно выступает только как дополнение к уже осуществленному акту познания.**

Допуская, что определения могут быть полезными в познании, и каждый раз строя определяющее с помощью новых понятий, в свою очередь, нуждающихся в определении, мы впадаем в дурную бесконечность. Если же допустить, что некоторые понятия можно считать *понятными* без определения и принять их в качестве таковых, то с точно таким же основанием можно допустить в качестве понятных и понятия, которые до сих пор вводились через определение.

Определения не необходимы и в обучении, ибо если тот, кто осуществляет определение, пришел к познанию определяемой вещи без помощи определения, то таким же путем могут достигнуть соответствующего знания и другие люди.

Наконец, всякое определение опирается на предварительные знания, от которых оно так или иначе зависит; следовательно, оно не может способствовать их объяснению. Определение увеличивает количество вопросов и сомнений. Интерес к определению и использование определений в повседневной жизни и в познании кажется Сексту Эмпирику чем-то искусственным и смешным.

«Так, например (скажем что-нибудь и ради шутки), если бы кто-нибудь, желая узнать от другого, не встретился ли ему человек, едущий на лошади и влекущий за собой собаку, поставил ему вопрос так: «о, разумное, смертное животное, способное к мышлению и знанию, не встретилось ли тебе животное, одаренное смехом, с широкими когтями, способное к государственной науке, поместившее закругление зада на смертное животное, способное ржать и влекущее за собой четвероногое животное, способное лаять?».

Приведенный отрывок, действительно, вызывает улыбку. Это, однако, проистекает не из бесполезности определения в познании, а из замены общих имен в банальном предложении индивидными дескрипциями без соответствующей спецификации конкретных обстоятельств. Если отвлечься от иронии мыслителя-скептика, вышеприведенные критические замечания заслуживают внимания.

Остановимся сначала на первом замечании. За определением не признается никакой роли в процессе получения новых знаний. Это мнение разделяют многие исследователи, которые полагают, что операция определения и вообще логические приемы осуществляются лишь после того, как завершился творческий этап познания.

Какую позицию здесь занять? Прежде всего следует различать формально-логическую теорию определений как изучение его механизма и общих условий и конкретные способы применения определений в актах научного творчества, в дидактическо-воспитательной деятельности и в повседневной жизни. Неправильное применение тем или иным исследователем операции определения в процессе своего научного творчества столь же мало влияет на справедливость логической теории определения, сколь неумелое применение каким-нибудь инженером или экономистом алгебраических теорем — на их истинность. **Построение ученым оригинального определения в большинстве случаев есть спонтанный логический акт, не изолированный от психологических, лингвистических или материально-технических компонентов познания**.

Для объяснения акта выработки совершенно нового, оригинального определения нам представляются важными два аспекта. Первый аспект — это структура и словарь ранее усвоенного исследователем специального научного языка, второй аспект — собственный научный опыт ученого, осуществленные им наблюдения и эксперименты, ощущения и образы, возникающие при непосредственном контакте с предметом познания. **В эмпирических науках введение нового определения часто является формой перевода информации, полученной познающим субъектом индивидуально через код восприятий, в языковое выражение, обладающее общезначимым смыслом.**

<u>Оригинальное определение</u> — это новый способ организации значимых элементов, выражений с определенным смыслом, которыми оперирует наше мышление. Определяя новое понятие и формулируя новое имя для него, мы тем самым вводим в обращение новый значимый элемент, который в последующем смогут употреблять и другие субъекты. Конечно, введение нового определения можно понимать и исключительно как следствие анализа понятий некоторого установленного научного языка, когда автор определения не имеет опыта непосредственных действий с определяемыми предметами. В таком случае язык выступает как потенциально бесконечный ряд выражений, в которых сконцентрирован социальный опыт и с помощью которых могут осуществляться последовательности операций по переработке информации, установление тождества значения и смысла двух выражений. **Первичный акт определения, тесно связанный с пониманием исследуемых предметов и событий, активно участвует в процессе получения новых знаний, будучи общим приемом формирования понятий и анализа их содержания на основе других ранее усвоенных понятий.**

Что касается второго довода Секста Эмпирика, то еще Аристотель сознавал, что определение понятий не может уходить в бесконечность. Наши определения в конечном итоге должны опираться на нечто иное, нежели понятия и выражения. **<u>Денотатом начальных определяющих выражений являются материальные предметы и события</u>. В основе операции определения лежит остенсивное познание, непосредственное восприятие предметов реальности в процессе практической деятельности. Обращение к онтологии неизбежно, таким образом, как для логики, так и для теории познания.**

Третий аргумент Секста Эмпирика (отрицающий пользу определений в обучении и воспитании) с самого начала кажется наиболее сомнительным из всех. Мыслитель-скептик, по-видимому, игнорирует тот факт, что познание осуществляется индивидом не изолированно, а во взаимосвязи с обществом, взаимосвязи, которая опосредствована языковым общением. С помощью определения, адресованного обучающемуся субъекту (или субъектам) и содержащего понятные ему термины, воссоздается содержание понятий. Оно обозначается единым понятием *(Dfd),* принадлежащим субъекту, осуществляющему определение.

Таким образом, определение предстает перед нами как форма коммуникации двух или более субъектов логической деятельности. Его познавательная эффективность выявляется в рамках коммуникативного процесса и состоит в усвоении субъектом логической деятельности нового понятия, в уточнении его значения и смысла. **Посредством определения — фундаментальной операции в рамках коммуникации людей — отдельный познающий субъект имеет возможность воспользоваться информацией, добытой, проверенной и объективированной человечеством в процессе ее практического применения, в ходе исторического развития познания**.

Вопреки мнению Секста Эмпирика операция определения играет полезную роль в процессе обучения, в актах передачи накопленных знаний от старших поколений к последующим. После того как дети остенсивным путем усваивают значение первых слов, смысл большинства выражений и понятий, составляющих словарь взрослого индивида, постигается с помощью явных или неявных определений. Сообщение и определение, приемы дискурсивного познания вообще экономят силы познающего субъекта, помогают ему усвоить уже сформировавшиеся в ходе истории познания понятия и идеи, избавляя его тем самым от трудностей, сопряженных с приобретением этих понятий на собственном опыте.

Мы остановились столь подробно на воззрениях Аристотеля и Секста Эмпирика потому, что они сформулировали свои позиции особенно четко и категорично, и эти позиции радикально противоположны.

Аристотель видит в определениях средство, дающее возможность познать предмет, раскрыть его сущность. Секст Эмпирик, наоборот, отрицает какую бы то ни было роль определений в познании. Последующая история проблемы представляет собой колебания между этими двумя концепциями. В ходе ее в понимание функций определений в процессе познания были внесены дальнейшие уточнения. Отметим вкратце некоторые из них.

Для Декарта определения — средство обретения ясных и отчетливых идей. Он, как позднее Лейбниц, подчеркивал необходимость определения понятий, видя в этом условие эффективности рационального действия. Арно и Николь, авторы «Логики Пор Рояля», продолжали картезианскую традицию, формулируя требование исключать неясные понятия путем использования явных определений. Они подчеркнули роль определений в разработке дедуктивных систем. Заслугой Арно является указание на такую функцию определения, как сокращение. Паскаль также считал, что роль определений в познании состоит в уяснении понятий и сокращении выражений нашего языка. Он показал важность номинальных определений в геометрическом рассуждении. Назначение определений состоит не в раскрытии природы определяемых вещей, а в том, чтобы опосредовать обозначение предметов. По мнению Джона Локка, которое уже приводилось ранее, определение служит для раскрытия значения одного слова при помощи нескольких других несинонимичных понятий. Разделяя взгляд на определение как на средство установления содержания и объема понятия, Локк не сводил его виды к определениям через ближайший род и видовое отличие, он допускал, что можно определять понятие, указывая раскрывающие его смысл идеи. Следует отметить, что Локк, как и Аристотель, считал, что определение есть процесс, осуществляющийся между двумя или несколькими собеседниками. В этом видно некоторое предвосхищение трактовки определения с точки зрения семиотической концепции коммуникативного процесса.

Лейбниц среди других функций определений отмечал их роль в исчислении, в дедуктивной системе. Эта функция базируется на возможности замещать определяемое определяющим и наоборот.

Построение логико-математических систем раскрыло новые логические и методологические функции определений и привело к формулировании дополнительных требований к их употреблению.

Для Фреге, как и для Декарта, основное достоинство определения состоит в таком уточнении значения и смысла понятия, чтобы в отношении любого предмета можно было решить, приложимо ли к нему данное понятие или нет. **Определение должно исключать двусмысленность, использование одного и того же понятия в различных смыслах, устранять возможное смешение предмета и его имени.** У Фреге теория определений является как бы дополнением его стремлений построить искусственный язык, адекватный дедуктивному изложению логики и математики. Вместе с тем для интерпретации определений он использует некоторые понятия логической семантики.

Для многих логиков определение — это соглашение относительно использования языка, лингвистическое средство сокращения выражений в символическом языке или правило взаимной замены двух формул. Взгляды некоторых логиков будут рассмотрены в ходе дальнейшего изложения.

6.2. Определение и практическая деятельность

Если допустить, что определение не есть исключительно логическая и чисто формальная операция, то надо допустить также, что **теорию определения следует рассматривать в более широком плане — в плане познания и практической деятельности человека в целом.** При таком подходе первая функция определения — *практически-операциональная,* и состоит она в указании коммуникантам некоторых критериев отождествления и различения предметов, событий и действий. **Прежде чем различать независимые понятия, говорить о «сущности» класса явлений, люди различают предметы, события, действия.** С этой точки зрения нам представляется оправданным ассоциировать, по меньшей мере генетически, операцию определения с различными практическими действиями по отождествлению и различению материальных предметов.

Практически определению понятия предшествуют физические операции выделения или отбора предметов, обладающих одним и тем же свойством. Следовательно, можно говорить об «экспериментальной» интерпретации акта определения. Конечно, определение нельзя отождествлять с этими действиями. Теория определений возникла из необходимости выработки критериев, действенных для таких операций. Но определение можно соотнести с указанными операциями не только благодаря его генезису. Даже в современных условиях, когда получили развитие абстрактные науки, располагающие сложным формальным аппаратом, определения не перестают выполнять (как в экспериментальных, так и в прикладных науках) функцию отождествления и различения предметов. Эта видно, например, из широкого использования в физике, химии, биологии, медицине и т. д. операциональных определений, которые позволяют решать, исходя из результата некоторых материальных операций, принадлежит (или нет) предмет некоторому классу.

Возьмем, например, утверждение «*x* — кислота, если, и только если, погруженная в *x* лакмусовая бумажка краснеет». В этом случае мы не раскрываем сущность химического понятия кислоты, а формулируем практический оперативный критерий, позволяющий решать, относится ли то или иное вещество к классу кислот. Следовательно, операциональные определения соотносят понятийный акт с практической деятельностью, они являются инструментом, облегчающим решение вопросов при отборе или классификации, причем в плане реальной деятельности, а не теоретических рассуждений. Получение с помощью операционального определения ответа на вопрос, принадлежит предмет или событие к данному классу или нет, по существу является применением принципа tertium non datur в его онтологическом плане. Тем самым еще раз подтверждается соответствие и единство логического и онтологического в познании и практической деятельности.

Будем считаем, что функции, которые выполняют определения в практической деятельности, являются весьма важными; они стоят выше тех «абстрактных» функций, которые оно выполняет в теоретическом познании. *Определения суть средство отбора, разграничения и классификации* предметов реальной действительности, и в этом смысле они служат эффективным инструментом практической деятельности человека.

6.3. Определение, язык и познание

Помимо упомянутой праксеологической функции, определение выполняет также следующие познавательные функции: (1) устанавливает значение (денотат) и смысл понятия или, иначе говоря, объясняет его смысл в некотором языке; (2) уточняет смысл некоторого понятия или вводит новое понятия в язык; (3) позволяет исключать из языка понятие (как правило, неизвестное), выявляя его смысл с помощью других (известных) понятий; (4) служит средством синтаксическо-вычислительной переработки информации, действуя как правило вывода в доказательствах; (5) служит средством сокращения, концентрирования и совершенствования научного языка; (6) опосредует передачу информации от одного субъекта к другому, позволяет производить социальное объективирование результатов познания; (7) делает возможным *анализ* понятийного содержания понятия или сложного выражения, его разложение на *простейшие определяющие* выражения и, наоборот, синтез содержания понятия.

Анализ познавательных функций явных определений мы начнем с семиотической интерпретации акта определения, которая предложена в одной из предыдущих глав. Как уже отмечалось, два агента — участники акта коммуникации s_1 и s_2 — находятся относительно определяемого понятия β в различных прагматических и познавательных ситуациях. Они находятся в «квазитождественных» или по меньшей мере сходных ситуациях в отношении ряда знаков $\alpha_1, ..., \alpha_n$ и операции φ в том смысле, что как один агент, так и другой в состоянии их понять и использовать.

Для агента s_2 явное определение выступает как способ усвоения смысла понятия β на основе тождества смыслов выражений β и $\varphi(\alpha_1, ..., \alpha_n)$. Определение здесь предстает перед нами как языковая операция, с помощью которой *расширяется идиолект агента.* В отношении s_1, особенно в случае уточняющих (разграничительных) определений и определений стипулятивных, определения выступают как *способ построения языковых соглашений.* Из Определения А и рис. 4 становится очевидной фундаментальная познавательная функция определения: субъект логической деятельности s_1, предлагающий определение, устанавливает для воспринимающего определение субъекта s_2 значение или смысл понятия β, тем самым расширяя словарь последнего. Конечно, точность установления агентом s_2 значения и смысла понятия β и, следовательно, восприятия определения зависит от точности понятий $\alpha_1, ..., \alpha_n$, от степени строгости их использования с тем же значением и в том же смысле в идиолектах I_{s_1} и I_{s_2} .

Когда два различных субъекта логической деятельности придают одно и то же значение (смысл) одному и тому же понятию, то это — результат усвоения единого языка L, проверки и уточнения понимания понятия в процессе предшествующих актов коммуникации, в которых принимали участие эти субъекты, вместе с другими, говорящими на том же языке.

Из вышесказанного следует также, что *высказывание агентом* s_1 *определяющего* $\varphi(\alpha_1, ..., \alpha_n)$ *равносильно построению им для агента* s_2 *экспликации понятия* β, *первоначально неизвестного последнему.* Таким образом, акт объяснения понятия состоит в анализе его значения, смысла или содержания, а также в умении передать их исключительно с помощью понятий, понятных или известных субъекту логической деятельности, которому адресовано объяснение.

Очевидно, что объяснение понятия относительно, поскольку оно зависит от класса субъектов логической деятельности, которым оно адресовано, от множества входящих в объяснение понятий, имеющих определенные значение и смысл. Объяснение неизвестного понятия в конечном итоге есть сведение этого понятия к совокупности известных понятий, причем определение выступает здесь как одна из операций, опосредующих объяснение. Во многих логико-эпистемологических работах, посвященных теории объяснения, упускается из виду объяснительная функция определений и подчеркивается лишь тот факт, что объяснение — вывод предложения, описывающего элемент теории или логический закон, сопряженный с экзистенциальным предложением. Два субъекта логической деятельности — участники операции определения находятся в неодинаковом отношении к определительному предложению. Если для воспринимающего субъекта акт высказывания определения означает объяснение понятия β, правило, обосновывающее введение понятия в его собственный язык I_{s_2} , то для субъекта логической деятельности, строящего определение, оно означает лишь возвращение к анализу содержания понятия β, утверждение эквивалентности значений или смыслов, уже познанных им ранее. Для s_1 определение — лишь акт повторения или обучения, в котором он играет роль преподавателя; для воспринимающего обучающегося субъекта s_2 акт определения означает усвоение смысла нового понятия, установление связи между некоторой информацией и знаком. Таким образом, можно говорить об асимметрии позиций обоих агентов, участвующих в операции определения.

Мы выделяем три типичных ситуации, в которых может находиться субъект логической деятельности, дающий определение:

(1) ситуацию, в которой s_1 *знает* содержание и значение определяемого понятия и лишь *воспроизводит* их для своего собеседника s_2;

(2) ситуацию, в которой s_1 воспроизводит и *частично видоизменяет* правило, связывающее значение определяемого понятия с значением определяющей дескрипции;

(3) ситуацию, в которой s_1 *впервые в рамках языка L дает определение понятия* независимо от того, имеется (или нет) собеседник, которому можно было бы сообщить это определение.

В отличие от случая, когда в целях обучения какого-то субъекта логической деятельности определение лишь *воспроизводится* и когда понятие β обладает новизной лишь для воспринимающего субъекта s_2, в последнем из рассмотренных случаев понятие β является новым для любого *субъекта логической деятельности,* говорящего на языке *L*. Определяющий субъект *вводит* в прямом смысле этого слова понятие для значения, выделенного ранее в результате своего собственного остенсивного и дискурсивного опыта. Этот вид определений, с помощью которых вводится понятие, новое для любого субъекта логической деятельности, мы будем называть *новаторскими переквалифицирующими определениями.* Задача такого опрeределения — присвоить название новому смыслу (понятию или значению), выделенному определяющим агентом с помощью комбинации понятий, уже существующих в его языке. Это типичная форма *социальной объективации результатов познания индивида с помощью языка.*

Ясно, что могут иметь место и такие переквалифицирующие определения, которые не несут принципиально нового значения (ситуация 2 из описанных выше трех ситуаций или ситуация группы 6, представленная на табл. 1), а лишь вносят некоторые уточнения в смысл понятия, уже имеющегося в языке или словаре какой-либо научной дисциплины. Такого рода определения мы будем называть *уточняющими переквалифицирующими определениями.*

Агент, который формулирует определение, уже знает значение или смысл (понятие), подпадающие под это определение (знает их в результате своего практического опыта и остенсивного познания или благодаря использованию некоторых уже известных понятий). Для него **определение выполняет *роль средства сокращения или концентрирования информации, содержащейся в используемых им знаках.* Вновь открытое понятие благодаря определению обозначается не сложным аналитическим выражением, а именем или символом. Таким образом, научное знание становится более концентрированным, естественный язык частично заменяется символическим.**

Определение служит не только средством введения нового понятия в научную теорию или в естественный язык, оно есть также средство обоснованного *устранения или исключения понятия*. «Чтобы устранить из формулировки задачи некоторое специальное понятие, — пишет Д. Пойа, — мы должны знать его определение». Исключение специальных понятий происходит часто в популярной научной литературеили в процессе дискурсивного разъяснения проблемы менее сведущим читателям.

Устранение специального понятия из текста осуществляется путем замещения всех его вхождений определяющей частью переквалифицирующего определения, с помощью которого оно было введено. При этом размеры текста увеличиваются, число знаков возрастает, но вместе с тем текст становится более *доступным и понятным*.

Между объясняющей способностью и доступностью текста, с одной стороны, и его краткостью — с другой, имеет место обратное отношение. Чем большее количество информации заключено в отдельном знаке, то есть чем короче текст, тем меньше доступность и относительная объясняющая способность выражений и формул соответствующего языка; и наоборот, удлинение текста в результате замены специальных понятий выражениями естественного языка сопровождается увеличением доступности и относительной объясняющей способности предложений и фраз данного языка. Большинства научных дисциплин тяготеют к увеличению краткости и концентрированности, к возможному минимуму знаков. Это привело во многих науках к созданию специализированных символических языков, недоступных для непосвященных. Как говорит Р. Оппенгеймер, происходит возрастающее отчуждение мира науки от мира естественного языка. Говорят даже о пропасти между интеллектуальным миром ученого и миром людей, изучающих с помощью естественного языка фундаментальные проблемы человека. Вне всякого сомнения, определению принадлежит важная роль в наведении мостов между специализированными языками и естественным языком.

6.4. Определение и исчисление

Определения выполняют синтаксическую функцию; им принадлежит значительная роль как в исчислениях, математических и логических доказательствах, так и в переработке информации в естественном языке. Как отмечалось выше, семантический аспект определений заключается в установлении значения и смысла понятия, отношения между определенным понятием и некоторыми внеязыковыми предметами (десигнатом); синтаксический аспект определений состоит в постулировании взаимозаменимости определяемого и определяющего выражений во всех случаях их вхождения в речь или текст. В силу тождества значения и смысла знаки, используемые для определяемого, и знаки, используемые для определяющего, взаимозаменимы (эта синтаксическая функция определения была обозначена нами ранее символом $\rightleftharpoons$). Обычно при оперировании определением абстрагируются от семантической основы этой замены, а отношение между именем (β) определяемого объекта и определяющим выражением ($\varphi(\alpha_1, \ldots, \alpha_n)$) рассматривают исключительно как отношение между знаками-посредниками; сохраняется лишь строго *операциональный* аспект: разрешение взаимозамены выражений, стоящих по обе стороны от знака $\rightleftharpoons$. Таким образом, определение выступает как *правило вывода в исчислении,* правило, представляющее собой последовательность «квазисемантических» операций. Формула, выражающая определение, приобретает *предписывающие — прескриптивные — операциональные функции.* Для иллюстрации синтаксической функции определения, его роли в доказательствах или логических исчислениях приведем два примера, касающихся исчисления высказываний.

Рассмотрим аксиоматическую систему исчисления высказываний Гильберта и Аккермана, записанную в символике Лукасевича.

Следуя Ю. М. Бохеньскому, в качестве исходных элементов языка примем одноместный оператор N и двуместные операторы А, К, С, Е, а также двуместный оператор Шеффера D; кроме того, элементами языка являются пропозициональные переменные *p, q, r, s*, ... Правила образования: (а) каждая переменная есть (переменное) высказывание; (б) всякое высказывание, к которому слева приписана буква N, есть тоже высказывание; (в) если слева от написанных друг за другом высказываний написать один из знаков А, С, D, Е и К, то в каждом из этих случаев тоже получается высказывание. *Правилами вывода* служат: правило подстановки, правило подстановки по определению и правило отделения (modus ponens). Аксиомами являются формулы;

1. **CA*ppp***
2. **C*p*A*pq***
3. **CA*pq*A*qp***
4. **CC*pq*CA*rp*A*rq*.**

Вводятся следующие определения:

1. $\mathrm{N}p =_{Df} \mathrm{D}pp$
2. $\mathrm{A}pq =_{Df} \mathrm{DN}p\mathrm{N}q$
3. $\mathrm{C}pq =_{Df} \mathrm{AN}pq$
4. $\mathrm{K}pq =_{Df} \mathrm{NAN}p\mathrm{N}q$
5. $\mathrm{E}pq =_{Df} \mathrm{KC}pq\mathrm{C}qp$.

Доказательство теоремы CC*pq*CC*rp*C*rq* содержит следующие шаги. В аксиому 4 осуществляется подстановка формулы N*r* вместо формулы *r*, что дает:

(1) CC*pq*CAN*rp*AN*rq;* к (1) дважды применяется определение (3), причем один раз в нем предварительно произведена подстановка *r* на место *p* и *p* на место *q*, а второй раз — только подстановка *r* вместо *p,* что дает

(2) CC*pq*CC*rp*C*rq,* что и требовалось доказать.

В данном случае определение $\mathrm{C}pq{=}_{Df}\mathrm{AN}pq$ играло роль посредствущего звена при замещении выражений AN*rp* и AN*rq,* в которых отсутствовал знак импликации, выражениями C*rp* и C*rq,* в которые этот знак входит. Такую операцию можно считать чисто механической, осуществляющейся в соответствии с данными синтаксическими правилами независимо от какой-либо интерпретации. Результат операции можно истолковать в понятиях логической теории. Интерпретируя материальную импликацию в понятиях логического следования, формулу (2) можно прочитать следующим образом: если из *p* следует *q*, то если *p* следует из *r*, то и *q* следует из *r*, или иначе: антецедент антецедента является антецедентом консеквента.

Второй пример. Предположим, что мы хотим проверить с помощью приведения к конъюнктивной нормальной форме, является ли формула CCK*pqr*CKN*rq*N*p* логическим законом, логическим противоречием или выполнимой формулой. Для этого мы последовательно применяем определение, которое позволяет исключать знак импликации, а также правила логики высказываний, выражающие закон снятия двойного отрицания, закон де Моргана, законы ассоциативности и дистрибутивности для конъюнкции и дизъюнкции и некоторые другие. В конечном счете, если исходное выражение является логическим законом, мы приходим к такой конъюнкции элементарных дизъюнкций, в которой каждая дизъюнкция содержит по крайней мере одну переменную вместе с ее отрицанием.

В приведенной ниже последовательности формул слева дано исходное выражение и результаты его последовательного преобразования, а справа — некоторые из тех определений и правил, которые применяются (к формулам, написанным слева), чтобы осуществить переход к следующему выражению:

1°. CCK*pqr*CKN*rq*N*p*	C*pq* $=_{Df}$ AN*pq*
2°. CANK*pqr*ANKN*rq*N*p*	C*pq* $=_{Df}$ AN*pq*
3°. ANANK*pqr*ANKN*rq*N*p*	NK*pq* = AN*p*N*q*
4°. ANAAN*p*N*qr*AANN*r*N*q*N*p*	NN*p* = *p*
5°. ANAAN*p*N*qr*AA*r*N*q*N*p*	NA*rq* = KN*r*N*q*
6°. AKNAN*p*N*q*N*r*AA*r*N*q*N*p*	NA*pq* = KN*p*N*q*
7°. AKKNN*p*NN*q*N*r*AA*r*N*q*N*p*	NN*p* = *p*
8°. AKK*pq*N*r*AA*r*N*q*N*p*	
9°. KKAAA*p*N*p*N*qr*AAA*q*N*p*N*qr*AAAN*r*N*p*N*qr*.	

Как в первом, так и во втором примерах определения служили правилами вывода. В первом случае, отправляясь от аксиомы и используя правила, мы построили вывод формулы (тезиса) в рамках формализованной аксиоматической системы. Определение здесь позволило дважды ввести двуместный функтор (оператор) C; а именно, благодаря определению 3 в формуле (1) оказалось возможным произвести замещение выражений AN*rp* и AN*rq* соответственно выражениями C*rp* и C*rq*. В результате мы получили новую доказуемую формулу — тезис — этой системы.

Во втором примере определения были использованы в эквивалентных преобразованиях: с их помощью мы получили формулу, эквивалентную исходной (это видно из того, что таблицы истинности формул 1° и 9° совпадают: обе формулы принимают одинаковые значения при одних и тех же значениях переменных), но отличающуюся от нее набором символов и структурой. Интерес к «каноническим», или «нормальным», формам, подобным той, к какой мы привели формулу 1°, вызван тем, что они позволяют решать вопрос, является ли данная формула тезисом, исключительно по форме выражения.

6.5. Определение и аксиоматизация

Одновременное использование семантико-десигнативной и синтаксически-вычислительной функций определений сделало возможным сведение с их помощью словаря ряда дисциплин к некоторому числу *исходных понятий,* или *первоначальных определяющих выражений.* Выявление этих исходных понятий или элементарных понятий и отношений между ними, выраженных в *аксиомах, постулатах, принципах,* является предварительным условием дедуктивно-аксиоматического построения соответствующей области знания.

Исходные определяющие выражения не могут быть охарактеризованы в рамках дискурсивного познания. Их постижение происходит остенсивно, на основе чувственного познания, в ходе непосредственного восприятия мира в процессе практической деятельности. Попытка дискурсивного определения исходных понятий неизбежно ведет к порочному кругу, к использованию в определяющем понятий, которые не были предварительно определены и обычно определяются посредством исходных понятий.

Вместе с тем отказ от идеи исходных определяющих выражений, обоснование которых выходит за границы языка, неизбежно ведет к дурной бесконечности, ибо всякое данное определение предполагает другие два, три или более определений. Следовательно, надо допустить, что смысл некоторых понятий устанавливается не с помощью языковых определений, а другим путем; что **первичные навыки называть предметы и употреблять слова человек приобретает ассоциативным путем, в практической деятельности, в ходе которой устанавливается связь между употреблением некоторых знаков, жестов, звуков и т. д. и событиями, предметами, явлениями, органическими и психическими состояниями.** **Операция *именования* предшествует операции определения.**

В таком случае определение предстает перед нами как процедура в рамках установленного языка: она не является первичной, с одной стороны, и не может уходить в бесконечность — с другой. **Как отмечал Б. Паскаль, лучше не пытаться все доказывать или определять, но вместе с тем следует допустить, что некоторые вещи могут быть определены.** В этой промежуточной ситуации нужно воздерживаться от того, чтобы определять ясные и понятные всем людям вещи, и следует определять остальные. Последовательное использование определений позволяет анализировать понятия словаря науки, устанавливать иерархии степеней их сложности, объясняющей силы и в конечном счете выявлять исходные определяющие элементы.

И действительно, прогресс познания в ряде наук позволил тщательно проанализировать их понятия и словарь, вычленить исходные понятия и элементарные отношения, прояснить начальные принципы. Благодаря этому удалось осуществить аксиоматическое изложение евклидовой геометрии, арифметики, механики, некоторых разделов физики, биологии и т. д. **Аксиоматизация является, как правило, не начальным, а завершающим этапом познания в данной научной дисциплине.** Как мы уже отмечали, **ей предшествует анализ понятий, сведение языка науки к исходным терминам**. Первостепенное внимание к исходным понятиям — исторически обусловленное явление и выражает лишь один из способов организации в систему совокупности добытых знаний.

Ни один из способов организации знаний нельзя абсолютизировать. **Большинство научных дисциплин совместимо с различными способами организации, структурированными в логико-дедуктивные системы.** Различные подходы отличаются, в частности, и тем, что в качестве исходных элементов выбираются различные понятия, а остальные определяются на базе принятых исходных понятий. Так, построение исчисления высказываний можно осуществить, беря в качестве исходных понятий: N и К, или N и A, или N и C, или N, К и E, или один штрих Шеффера, обозначенный в предыдущем параграфе через D. Во всех этих случаях остальные операторы могут быть с помощью определений *введены* (определение выполняет здесь функцию сокращения) или, напротив, если это потребуется, *исключены,* или заменены выражениями, содержащими только исходные понятия. В приведенной ранее системе определения 1—5 позволяют исключать из формул и доказательств символы N, A, C, К, E. Так, определение Np $=_{Df}$ Dpp позволяет исключать одноместный оператор N, отождествляя отрицание предложения с предложением, несовместимым с самим собой. (Фактически предложение, несовместимое с самим собой (самонесовместимое предложение), следует отождествлять не с отрицанием, а с ложностью предложения. Но утверждение ложности предложения можно интерпретировать как отвержение его истинности, то есть как отрицание предложения). Второе определение, вводящее символ A, использует в *Dfn* символ N, введенный ранее с помощью D. Третье определение, вводящее символ C, содержит символ A, сводимый в соответствии с определением 2 к символам D и N; четвертое определение, вводящее символ К, использует символы N и A, уже введенные прямо или косвенно через D.

Это же имеет место и в определении 5, которое вводит символ E; в его определяющую часть также входят лишь понятия, сводимые прямо или косвенно к D.

Последовательное осуществление операций подстановки, выполняемых с помощью этих пяти определений, позволяет привести любую формулу исчисления высказываний, в которую входят функторы N, A, K, C, E, к формуле, содержащей только D.

Прежде чем проиллюстрировать это на примерах, исключим из определяющих частей определений 2—5 последовательно символы A, C, K, E (справа от равенств названы те определения либо правила логики, по которым равенство получено из ему предшествовавшего) :

1°. $\mathrm{N}p =_{Df} \mathrm{D}pp$

2°. $\mathrm{A}pq =_{Df} \mathrm{DN}p\mathrm{N}q$

$= \mathrm{DD}pp\mathrm{DD}qq$ **(по определению 1)**

3°. $\mathrm{C}pq = \mathrm{AN}pq$

$= \mathrm{DNN}p\mathrm{N}q$ **(по определению 2)**

$= \mathrm{D}p\mathrm{N}q$ **(по правилу снятия двойного отрицания)**

$= \mathrm{D}p\mathrm{D}qq$ **(по определению 1)**

4°. $\mathrm{K}pq = \mathrm{NAN}p\mathrm{N}q$

$= \mathrm{NAD}pp\mathrm{D}qq$ **(по определению 1)**

$= \mathrm{NDND}pp\mathrm{ND}qq$ **(по определению 2)**

$= \mathrm{NDDD}pp\mathrm{D}pp\mathrm{DD}qq\mathrm{D}qq$ **(по определению 1)**

$= \mathrm{DDDD}pp\mathrm{D}pp\mathrm{DD}qq\mathrm{D}qq\mathrm{DDD}pp\mathrm{D}pp\mathrm{DD}qq\mathrm{D}qq$ **(по определению 1)**

5°. $\mathrm{E}pq = \mathrm{KC}pq\mathrm{C}qp$

$= \mathrm{KD}p\mathrm{D}qq\mathrm{D}q\mathrm{D}pp$ **(по определению (3)**

$= \mathrm{DDDD}p\mathrm{D}qq\mathrm{D}p\mathrm{D}qq\mathrm{DD}p\mathrm{D}qq\mathrm{D}p\mathrm{D}qq\mathrm{DD}\mathrm{D}q$
$\mathrm{D}pp\mathrm{D}q\mathrm{D}pp\mathrm{DD}q\mathrm{D}pp\mathrm{D}q\mathrm{D}pp\mathrm{DDDD}p\mathrm{D}qq\mathrm{D}p\mathrm{D}qq$
$\mathrm{DD}p\mathrm{D}qq\mathrm{D}p\mathrm{D}qq\mathrm{DDD}q\mathrm{D}pp\mathrm{D}q\mathrm{D}pp\mathrm{DD}q\mathrm{D}pp\mathrm{D}q$
$\mathrm{D}pp$ **(по определениям 4 и 3).**

Если добавить к этим определениям, излагаемым у Бохеньского, определение строгой дизъюнкции:

6°. $\mathrm{J}pq = \mathrm{NE}pq,$

то выражение этой дизъюнкции через единый символ D представляло бы собой формулу, состоящую из двукратного написания выражения через D для E*pq*, к которому слева приписан еще один символ D.

Для передачи K*pq*, E*pq* и J*pq* в языке, из числа операторов содержащем только D, мы располагаем несколько более простыми формулами, чем вышеприведенные. А именно:

4°°. K*pq* = DD*pq*D*pq*,

5°°. E*pq* = DDD*p*D*qq*D*q*D*pp*DD*p*D*qq*D*q*D*pp*,

6°°. J*pq* = DDDD*p*D*qq*D*q*D*pp*D*p*D*qq*D*q*D*pp*DDD*p* D*qq*D*q*D*pp*DD*p*D*qq*D*q*D*pp*.

Очевидно, что определяющее в определении 4°° утверждает несовместимость несовместимости *p* и *q,* что означает их совместимость, то есть конъюнкцию. Второе определение (5°°) легко получить, если к E*pq* = KC*pq*C*qp* = KD*p*V*qq*D*q*D*pp* применить приведенное выше определение для K*pq,* приняв, что *p* — это D*p*D*qq,* а *q* — это D*q*D*pp.* Определение для J*pq* мы получаем, приняв, что оно означает отрицание формулы E*pq,* то есть ее самонесовместимость. Применение этих правил обеспечивает сведение всякой формулы исчисления высказываний к формуле, в которой появляется единственный оператор D.

Рассмотрим еще два примера исключения операторов по определению. Возьмем закон контрапозиции C*pq*CN*q*N*p* и элиминируем из него C и N.

1. CC*pq*CN*q*N*p*

2. CC*pq*CD*qq*D*pp* (по определению 1)

3. CD*p*D*qq*DD*qq*DD*pp*D*pp* (по определениям 3° и 2°)

4. DD*p*D*qq*DDD*qq*DD*pp*D*pp*DD*qq*DD*pp*D*p* (по определениям 3° и 2°).

Закон экспортации импликации имеет вид CC*pqr*C*p*C*qr;* исключим C и K.

1. **CCK*pqr*C*p*C*qr***
2. **CCK*pqr*C*p*D*q*D*rr* (по определениям 3° и 2°)**
3. **CCDD*pq*D*pqr*D*p*DD*q*D*rr*D*q*D*rr* (по определениям 4°, 3° и 2°)**
4. **CDD*pq*D*pq*D*rr*D*p*DD*q*D*rr*D*q*D*rr* (по определениям 3° и 2°)**
5. **DDD*pq*D*pq*D*rr*DD*p*DD*q*D*rr*D*q*D*rr*D*p*DD*q*D*rr*D*q*D*rr* (по определениям 3° и 2°).**

Первое, что бросается в глаза при употреблении определений для исключения из языка исчисления высказываний знаков некоторых функторов,— это значительное удлинение формул. Существует обратное отношение между числом исходных знаков и длиной (количеством знаков) выражений, передающих один и тот же логический тезис. Это можно видеть и из простого сравнения выражений 1 и 4 или 1 и 5 в последних двух примерах.

Во-вторых, уменьшение числа исходных знаков, по крайней мере в некоторых логических и алгебраических системах, как будто затрудняет понимание семантического и операционального смысла формул; из этого можно заключить, что как в естественных языках, так и в языках, построенных для специальных научных целей, неизбежно должны присутствовать знаки, выполняющие функцию сокращения выражений. Как мы видели, **типичным способом выполнения этой функции в научном языке являются стипулятивные определения**.

Процедура, противоположная процедуре сведения информации к исходным понятиям, — это введение новых понятий в целях сокращения. Она, как видно из рассмотренного материала, играет значительную роль в построении языка науки.

Выполняя функции исключения и введения терминов, определения служат оптимизации множества используемых в языке знаков в соответствии с требованиями передачи, переработки и восприятия значимой, осмысленной информации познающими субъектами.

Заключая изложенное в последних двух параграфах, отметим, что синтаксическая функцияопределений состоит в превращении их в рамках дедуктивных и формальных систем в *правила вывода в исчислении;* это облегчает получение новых предложений или тезисов. Далее, определения используются при переработке последовательности знаков, выражающих пропозициональный тезис; такая переработка ведет в конечном счете к формуле, которая эквивалентна исходной, но имеет иную структуру, дает новую информацию о первоначальном выражении. Наконец, сведение к исходным понятиям, хотя оно и не исключает полностью семантические аспекты, происходит в ряде случаев как типично синтаксическая операция, которая регламентирует в зависимости от задач процесса коммуникации, анализа или синтеза множество используемых знаков.

6.6. Определение и обучение

Определение не только опосредует «механическую» замену одного понятия другими; оно облегчает также воссоздание смысла или понятия, обозначаемого понятием. Обращение к определению, на котором настаивал Б. Паскаль, замена специального понятия его определением — обычный прием в математических доказательствах. С его помощью проблема, сформулированная на специальном техническом языке, «переводится» на научный язык, доступный более широкому кругу собеседников, или даже на обычный язык.
Определения помогают уяснению содержания проблем. Будучи первоначально сформулированными в большинстве случаев одним познающим субъектом, определения почти всегда *используются* многими индивидами; **они становятся инструментами, применяемыми не только для различения и выделения классов материальных предметов и событий, но и для различения идеальных предметов, различных смыслов или значений, придаваемых знакам языка**. Определения *раскрывают интерсубъективное значение понятий,* характеризуют их объективное содержание. **Благодаря определениям слова утрачивают неясность, их денотативная и коннотативная функции приобретают четкость. Можно сказать, что определения делают наши знания общедоступными, детерминируют основные значения, в которых мы используем понятия языка, дают возможность образовывать в умах различных познающих субъектов одни и те же понятия.**
Определения играют большую роль в социально-исторической объективизации и фиксировании знаний некоторой эпохи в языке науки; **они способствуют сохранению и переработке информации и в особенности ее усвоению все более широкими кругами познающих субъектов**. Это последнее обстоятельство объясняет, почему определение интересует не только логику, но в еще большей мере эпистемологию, педагогику, лингвистику и психологию. Исследуя условия и методы получения новых знаний всеми познающими

субъектами, эпистемология изучает и то, как новая идея или понятие фиксируются в интерсубъективно-коммуникабельных языковых выражениях. **Определение и язык суть средства социальной оценки результатов познания индивидуального субъек**та. Таким образом, **язык как социально-историческое явление предстает перед нами как бесконечный процесс получения, фиксирования, сохранения и преобразования информации.**

Педагогика и особенно дидактика уделяют большое внимание выработке наиболее эффективных методов перевода информации, фиксированной в языке и опыте обучающего субъекта, в язык и в опыт обучаемых. Вопреки мнению Секста Эмпирика в этой операции определению принадлежит едва ли не основная роль. Процесс обучения посредством языка оказывается непрерывным чередованием *операции исключения* специальных или неизвестных обучаемым понятий путем сведения их к понятиям, им известным, и *операции введения* новых понятий, выполняющих функцию сокращения в отношении обозначений смыслов, первоначально выраженных в языке аналитически. С точки зрения педагогики теория определения должна давать рекомендации, когда следует прибегать к операции определения и когда эта операция может быть дополнена остенсивным знанием о природе используемых в определении знаков. Она должна также способствовать оптимизации отношений между аналитико-экспликативной и синтетической функциями в соответствии с требованиями обучения как коммуникативного процесса.

В обучении можно встретиться с двумя как бы противоположными тенденциями: с избытком определений, в том числе определений понятий, смысл которых известен, и с отсутствием определений для некоторых неизвестных коммуникантам понятий. Злоупотребление определениями известных понятий, например, делает сообщение педантичным, бедным с точки зрения содержащейся в нем информации. Отсутствие же определений некоторых фундаментальных понятий делает изложение непонятным, неэффективным. Как уберечься от этих крайностей, найдя оптимальный вариант, — это в большей степени проблема «дидактического чутья» и «педагогического искусства». Понимание познавательных функций определений, исследование их роли в обучении может до некоторой степени способствовать совершенствованию индивидуального мастерства, столь важного в процессе воспитания, содействовать формированию общих норм и навыков оперирования понятиями.

Теория определений неразрывно связана с психическим актом *понимания* понятия или выражения данного языка. Когда, на основании каких критериев можно сказать, что субъект *понял* понятие или выражение? Достаточно ли для этого простого использования этого понятия в соответствующем контексте? Можно ли свести понимание понятия к чисто операциональному аспекту? В какой мере акт понимания слова следует относить к предыдущему операциональному опыту и практической деятельности индивида и в какой мере — к прежним его языковым навыкам и структурам? Вот лишь некоторые из капитальных проблем психологии, логики и семантики интеллектуального акта, которые так или иначе связаны с уяснением природы операции определения.

Определения можно также изучать независима от психологических и педагогических аспектов, а именно — с точки зрения абстрактной теории языка, изложенной в алгебраической форме. Тут можно исследовать синтаксические взаимосвязи знаков, их зависимость от установленных правил, определимость некоторых выражений в данном языке и т. д.

Поскольку исследование определений и их познавательных функций имеет множество различных сторон, только совместные усилия логиков, лингвистов, математиков, педагогов и других специалистов смогут, по-видимому, пролить свет на все аспекты темы, содействовать важным практическим и методологическим выводам.

Наряду с процессами именования и вывода (дедукцией) определения принадлежат к фундаментальным операциям всякого языка. Поэтому нам кажется, что **теорию определений** целесообразно разрабатывать с позиций **семиотики**, ибо только такой подход **позволяет рассматривать определения одновременно с семантической, синтаксической и прагматической точек зрения**.

Определение дается и воспринимается различными субъектами логической деятельности, оно выполняет различные комплексные познавательные функции в отношении участников процесса определения: указывает значение и смысл понятия; вводит и исключает понятие; объясняет и сокращает; определение выполняет синтаксически-вычислительную функцию; служит анализу и уменьшению используемых в языке понятий; велика его обучающе-воспитательная и информационная роль. Помимо этого, в большинстве человеческих действий определение выполняет операциональную функцию, опосредствуя разграничение и классификацию предметов и явлений.

Определение не всегда выражает сущность явлений. Тем не менее бесспорна роль определений в фиксировании и передаче результатов познания. Более того, в рамках научного познания как формы кооперирования людей постоянно осуществляется отбор определений по их познавательному значению, эвристической и методологической ценности. В этом смысле можно сказать, что **определения некоторых фундаментальных понятий научных дисциплин выражают на уровне данной эпохи сущность соответствующих явлений**.

7. Методы формулирования аналитических определений

7.1. Методы формулирования аналитических определений на уровне естественного языка.

Методы формулирования аналитических определений разработаны польским логиком Т. Котарбиньским. Он указывает на **четыре метода** построения и обоснования аналитических определений: **индуктивный, словообразовательный, филологический и интуитивный.**

Индуктивный метод построения аналитических определений на уровне естественного языка является основным. Им уже широко пользовались античные философы при выработке определений этических понятий (например, Сократ, Платон и Аристотель). Т. Котарбиньский воспроизводит анализ Аристотелем понятия «великодушный». Чтобы выработать определение этого понятия, Аристотель рассматривает людей, о которых можно сказать, что они великодушны. Трудность выявления общих отличительных черт для анализируемых в таких случаях предметов (т. е. трудность осуществления по отношению к ним абстракции отождествления) состоит в том, что анализируемое понятие в различных контекстах далеко не всегда употребляется в одном и том же смысле. Так, Аристотель показывает, что людей типа Сократа называют великодушными потому, что они сохраняют душевное равновесие при всех мыслимых обстоятельствах. Людей типа Аякса и Алкивиада называют великодушными за то, что они не оставляли безнаказанной ни одной обиды. Но кроме указанных значений понятие «великодушие», как указывает Котарбиньский, имеет и иной (и притом главный) смысл, а именно когда великодушными называют тех людей, «кто бескорыстно, не считаясь с убытками и собственным трудом, не останавливаясь перед опасностью и издержками, щедро оказывают помощь лицам, взятым на свое попечение, и в то же время со всей возможной терпимостью и чувством собственного достоинства не таят зла за причиненные им обиды...».

Выявление тождества и различий в значениях анализируемого знакового выражения предполагает установление *синонимичности* (тождественности) знаковых выражений. Два знаковых выражения считаются *экстенсионально синонимичными* (**имеющими одно и то же значение**), коль скоро они имеют одно и то же обозначаемое (денотат). В противном случае считается, что они не являются экстенсионально тождественными, а различными. Эти принципы при формулировании аналитических определений применяются на содержательном уровне.

Раскрытие *омонимичности* в употреблении анализируемых понятий раскрывается на основе указанных принципов сравнительно просто в тех случаях, когда этим понятием обозначаются множества предметов, не имеющие общих элементов (например, понятие «страна» используется для обозначения государств; понятие «страна» используется для обозначения точек горизонта, стран света — запад, восток, север, юг; он же употребляется для обозначения местности, территории, например, в выражениях «дальние страны», «северные страны»). Границы между различными значениями слова «страна» здесь обозначены достаточно четко. Множества, состоящие из государств, точек горизонта и территорий, не имеют в языке специальных имен. Различия их значений не отображаются в различиях соответствующих имен.

В рассмотренном примере с определением понятия о великодушном человеке мы сталкиваемся с более сложным случаем. Дело в том, что человек типа Сократа может быть одновременно великодушным и в смысле наличия у него тех качеств, которыми обладали люди типа Аякса и Алкивиада, а также и в третьем обычном смысле. Сумма великодушных людей в указанных трех смыслах и их дополнений имеет специальное имя с четко фиксированным значением, а именно имя «человек». Это имя может быть рассмотрено как имя соответствующей предметной области.

В том случае, когда мы встречаемся с употреблением слова «страна», денотаты настолько отличны друг от друга, что дают возможность однозначно решить вопрос, к какому из трех значений принадлежит употребление данного слова в данном контексте. Неопределенность в различиях контекстов в *этом* случае компенсируется определенностью в различиях денотатов.

В примере с контекстуальным определением значения понятия «великодушный» ситуация осложняется еще и тем, что предикат «быть великодушным» является диспозиционным. Свойство «быть великодушным» (в каждом из трех указанных выше значений) проявляется лишь в соответствующих ситуациях и притом так, что в некоторых ситуациях человек может проявить свое великодушие сразу в каждом из указанных выше значений. Это создает условия для крайней неопределенности анализируемых контекстов. Однозначность определения значения слова «великодушный» требует анализа контекстов большой длины и сопоставления ряда контекстов. **Диспозиционный характер анализируемых свойств делает и предметную область крайне неопределенной, если в ее состав включаются не только люди, но и их различные нравственные качества.**

Выявить с абсолютной точностью все оттенки значений слова «великодушный», видимо, невозможно. Дело в том, что разные контексты имеют различную ценность для анализа, так как эти контексты создаются людьми различных уровней образования, в разной степени владеющих языком. К тому же этих контекстов практически бесчисленное множество. Поэтому один лишь анализ естественного языка дает приблизительные результаты.

Лингвист в создаваемые таким путем определения вносит синтетический момент: **он вносит в них необходимую <u>точность и строгость, стандартизует их значения</u>.** Он прибегает тем самым в процессе познания к тем «огрублениям» и «омертвлениям» действительности, которые всегда свойственны процессу познания.

Словообразовательный метод формулирования аналитических определений, по Т. Котарбипьскому, состоит в разъяснении значения знаковых выражений на основе их этимологического анализа. Так, мы можем определить демократию как народовластие. Это определение возникает как перевод с греческого двух составных частей слова «демократия».

В данном случае этимологический анализ приводит нас к определению одного из значений слова «демократия».

В Философской энциклопедии указывается, что термин «демократия» употребляется: «1) для обозначения народовластия; 2) для характеристики государства, которое отличается рядом юридических признаков (признание воли большинства в качестве источника власти и декларирование свободы и равноправия граждан); 3) как синоним прав и свобод граждан».

Значение, которое является этимологическим значением слова «демократия», оказывается определением лишь одного из значений этого слова на современном уровне знания. В этом случае этимологический анализ приводит нас к определению одного из значений слова.

Когда этимологический анализ не приводит нас к современному определению хотя бы одного из значений знакового выражения, тогда этот анализ нельзя считать средством формулирования определений. Так, этимологический анализ слова «трагедия» не привел бы нас к определению значения этого слова в современном его понимании. Это слово состоит из слов tragos (козел) и odia (пение). Этимологический анализ привел бы нас к нелепой дефиниции трагедии как козлиного пения. В историко-культурном смысле такой анализ, однако, имеет важное значение, ибо вскрывает генетические корни такого произведения драматургии (соответственно театрального представления). Дело в том, что трагедия как вид театрального представления произошла от обрядовых хороводов, участники которых переодевались в сатиров, похожих на козлов.

От предшествующих двух методов формулирования аналитических определений Т. Котарбиньский отличает так называемый *филологический метод.* В отличие от индуктивного метода здесь не прибегают к ссылкам и анализу примеров экстралингвистического характера. Анализ здесь связан с контекстуальным определением незнакомых слов иностранного языка.

Поскольку общее понятие об определении мы сформулировали таким образом, что оно охватывает установление или уточнение понятий в рамках данного языка *S* или его расширениях, то (в отличие от Т. Котарбиньского) процедуру контекстуального определения незнакомых слов иностранного языка и перевода их на родной язык мы ее считаем определениями этих незнакомых слов. Если же устанавливаемое контекстуально значение незнакомого нам слова родного языка или иностранного слова включается в лексику родного языка, то такое установление значения следует считать определением.

Под *интуитивным методом* выработки аналитического определения Т. Котарбиньский понимает некоторый умственный эксперимент, связанный с анализом денотата некоторого понятия. Т. Котарбиньский пишет по этому поводу: «Так, многие ставят перед собой вопрос: «Что такое нация?» — и пытаются ответить на него следующим образом: мысленно представляют себе какую-либо конкретную нацию, например французов; предварительно мысленно нанизывают сумму признаков, характеризующих французов как нацию (следовательно, такие, как общность происхождения, общая история, общая государственность, своеобразный общий язык, своеобразная общая духовная культура), а затем размышляют: «Что бы произошло, если бы французы потеряли свою государственность, как когда-то поляки; прекратили бы они свое существование как нация? А если бы усвоили чужой язык, забыв свой?» Наконец, из таких и подобных им мысленных операций вырисовывается свободное от несущественных признаков определение нации».

7.2. Методы формулирования творческих синтетических определений.

Когда мы подходим к анализу определений чисто формально и рассматриваем их в рамках замкнутой системы, то все синтетические явные определения могут быть истолкованы как определения типа сокращений.

Метод их формулирования и сострит во введении нового знакового выражения в систему как сокращение для другого (обычно более громоздкого) выражения, которое строится по некоторым правилам в ходе развития системы.

Мы ранее анализировали проблему о творческом характере определений в связи с расширением дедуктивных возможностей замкнутой теории. Мы рассмотрели там преимущественно те из синтетических определений, которые не являются творческими. Однако некоторые синтетические определения обладают творческим характером, во-первых, тогда, когда их включение в теорию ведет к такой ее перестройке, что в ней оказывается доказуемо и объясняемо то, что недоказуемо и необъясняемо в рамках прежней теории, когда некоторые из положений прежней теории (в свете введенного определения) оказываются ложными, когда меняется базис теории и т. п. Во-вторых, когда посредством определений *конструируются, строятся* новые объекты теории. Они *изменяют сам характер деятельности исследователя.* Их введение при этом может приводить к существенным расширениям теории.

Творческий характер синтетических определений во втором смысле по отношению к содержательным математическим дисциплинам подчеркивал Г. Вейль. **Творческими он называл определения, в которых фиксируются эффективные способы построения, конструирования новых объектов, и в особенности таких объектов, которые он называл «идеальными элементами».** Эти определения он противопоставлял определениям, посредством которых вводятся так называемые производные отношения на основе применения некоторых формально-комбинаторных процедур. **К классу определений посредством формально-комбинаторных процедур Г. Вейль относит определения тех объектов, которые определяются не через действия с ними, а через явное описание их свойств и отношений между ними.** Таким образом, «мы подчиняем генетическое построение покоящемуся бытию отношений; в дальнейшем, однако, мы, наоборот,

заменим все отношения конструктивными процессами». Примером такого нетворческого определения может быть
определение отношения параллельности (gUg'): (прямые *g* и *g'* параллельны, если, и только если не существует такой точки *x,* которая бы лежала на прямой *g* и прямой *g';* выражения *xg* и *x'g'* означают соответственно: «точка *x* лежит на прямой *g»,* «точка *x'* лежит на прямой *g').*

Отличительным свойством этих определений является то, что они (в рамках абстрактно-содержательных математических теорий) опираются на предположение о существовании всех объектов (а не только элементарных) до процесса их введения посредством определения. Все же идеальные объекты конструируются посредством творческих определений.

Для пояснения того, как путем определения вводятся в геометрию Евклида такие идеальные элементы, как бесконечно удаленные точки, Г. Вейль пишет: «Бесконечно удаленные точки» евклидовой геометрии, в которых будто бы пересекаются параллельный прямые, представляют собой подобные идеальные элементы, присоединенные к действительным точкам при помощи творческого математического определения. Таким же способом можно и в более общем виде исходя из геометрических образов какой-либо ограниченной и единственно нам доступной части пространства *R* ввести, присоединить в качестве идеальных элементов и недоступные (включая бесконечно удаленные) точки и таким путем расширить ограниченную часть пространства до полного пространства проективной геометрии. Для этого надо при помощи геометрических построений в *R* установить, когда несколько действительных, т. е. пересекающих *R,* прямых исходят из одной идеальной точки. Проще всего определить эту точку как вершину некоторого (образуемого действительными прямыми) трехстороннего угла. Таким путем получается следующее определение: «три не лежащих в одной плоскости прямых *a, b c*, каждая пара которых лежит в одной плоскости, определяют некоторую «идеальную точку» (*a, b c*) ».

Описанным путем расширяется, обобщается и первоначально заданная область операций при помощи присоединения идеальных элементов. Классическим примером такого рода является введение в математику мнимых чисел.

Часто такого рода расширения связаны с приданием смысла выражениям, которые появляются в ходе развития научных теорий и в свете уже существующих определений должны считаться бессмысленными.

Так, первоначально определение операции вычитания формулировалось в математике с некоторым ограничением: «*a*—*b* — *c*^А*b*+*c* = а, где *a*^Л*b*». При этом, когда *a* — *b*, выражение *«a—b»* истолковывалось как отсутствие числа: нуль как равноправное число был введен позднее. Выражение «*a*—*b*» при *b*>*a* считалось не имеющим смысла. Для того чтобы придать смысл этому выражению, потребовалось ввести в математику отрицательные числа. Тогда уже прежнее определение вычитания можно было формулировать без указанного ограничения. **Формулирование нового определения было связано, таким образом, и с введением новых объектов в предметную область,** и с распространением на нее операции вычитания без указанных ограничений. Это и означает, что обобщенное определение вычитания имело синтетический характер, несмотря на то что понятие «вычитание» уже было введено в науку.

Применение в самых различных науках определений через абстракцию всегда связано с формулированием определений, имеющих синтетический характер: посредством этих определений выделяются, обнаруживаются в изучаемых объектах некоторые непосредственно невоспринимаемые свойства, которым соответствуют некоторые множества. Для этих свойств (и соответствующих им множеств) вводятся новые имена.

Синтетический, творческий характер многих определений (в первом смысле) часто обнаруживается в том случае, когда изучение теории опытного знания нами осуществляется не в условиях абстрагирования от эмпирического уровня познания, а, наоборот, предполагает постоянное обращение к тем фактам и соотношениям, анализ которых предшествует и формированию и совершенствованию соответствующих теорий, обусловливает переход от одной теории к другой. В таком случае процесс определения понятий теории органически связывается с процессом их формирования, с процессами обобщения экспериментально-измерительной деятельности, с построением соответствующих гипотез. Синтетический, творческий характер (в любом смысле) вводимых в теорию определений в таком случае не подлежит сомнению.

7.3. Процессы конструктивизации действительности и трудности формулирования определений.

Многие трудности формулирования определений связаны с так называемым процессом *конструктивизации* действительности. С этим процессом мы сталкиваемся на всех этапах и уровнях познавательной деятельности.

Что же представляет собой процесс конструктивизации действительности? Материальная действительность *диалектична* по своему существу. Это проявляется в том, что каждый предмет постоянно изменяется в каких-то его характеристиках (и в этом смысле не является одним и тем же), между отдельными единичными предметами не существует строгих разграничительных линий. Если это так, то возникает, например, вопрос о том, что является основанием для применения одного и того же собственного имени или определенной дескрипции к индивидуальному предмету в различное время (например, применение одного и того же имени к человеку в разные периоды его жизни, применение дескрипций к отдельным деревьям, ручьям и т. д. в различные времена года и т. п.). Такие применения слов и словосочетаний могут быть обоснованы лишь в том случае, если мы умеем отождествлять *отдельные предметы* сами с собой во времени и отличать их друг от друга в пространстве. *Указанный процесс отождествления и различения называют процессом конструктивизации действительности в узком смысле.*

Процесс конструктивизации в узком смысле и в логическом и генетическом отношении является условием дальнейшего развития познания и адекватного использования языка. Конструктивизация объектов действительности в узком смысле при постоянно расширяющейся сфере нашего опыта является условием прогресса познания на любых его уровнях и этапах. Прогресс познания связан с выработкой новых (достаточно сложных, а иногда и противоречащих здравому смыслу) способов конструктивизации действительности (таковы, например, некоторые способы отождествления в классической статистической физике и в квантовой статистической физике).

На первоначальных же этапах человеческого познания процесс конструктивизации в узком смысле был непосредственно и существенным образом связан с общественной практикой.

Объективной основой конструктивизации действительности является диалектика движения и покоя. Выделение в изменяющихся предметах относительно постоянного, инвариантного и лежит в основе отождествления предметов с самими собой. При этом относительно тождественное, инвариантное в ходе познания нами абсолютизируются.

Наличие инвариантного «спокойного» в предметах не детерминирует жестко однозначности производимого нами членения действительности на дискретные единицы. Об этом убедительно говорят данные этнографии п языкознания. Так, у одних народов, стоящих на сравнительно низкой ступени общественного развития, вводятся такие членения действительности, которые отсутствуют у других. В тасманийском языке, например, имелись особые имена для реки вообще, для большой реки, для очень большой реки, для очень маленькой реки. В языке же эскимосов существует до 20 слов для обозначения льда в разных состояниях его образования и таяния.

Членение текучей, связанной в своих частях непрерывными переходами действительности детерминируется не только существующей в самих предметах относительной их тождественностью и различимостью, но и потребностями общественной практики. Вычленение многих видов рек у тасманийцев и многих видов состояний льда у эскимосов и введение особых имен в язык для этих видов предметов произошли потому, что реки в жизни тасманийцев, а лед в жизни, в производстве эскимосов играли особо важную роль. Введение в их языки специальных имен для разновидностей этих предметов обеспечивало большую надежность в общении людей, в их взаимопонимании в процессе производства. Практика входит в определение предмета и в том смысле, что на ее основе очерчиваются границы предметов, а тем самым и их специфика (от того, как, например, будет проведена граница между животным и растительным миром, специфицирующие свойства этих областей будут различными). Практика входит в определение и в том смысле, что способы использования, употребления одного и того же предмета иногда рассматриваются как специфицирующие признаки самих предметов (и соответствующих им понятий) и связаны с наделением их различными именами. Мысль о том, что в ходе отражения действительности мы используем процесс ее конструктивизации в узком смысле, связанный с превращением непрерывного в дискретное, с разделением целого на части, с превращением относительного в абсолютное и т. п., содержится в высказывании В. И. Ленина о диалектическом характере отображения движения. В. И. Ленин пишет: «Мы не можем представить, выразить, смерить, изобразить движения, не прервав непрерывного, не упростив, угрубив, не разделив, не омертвив живого. Изображение движения мыслью есть всегда огрубление, омертвление, — и не только мыслью, но и ощущением, и не только движения, но и всякого понятия. И в этом *суть* диалектики. *Эту-то суть* и выражает формула: единство, тождество противоположностей».

Процесс отражения действительности уже на уровне ее конструктивизации является творческим и диалектически противоречивым. Это, например, выражается в том, что **качества, соответствующие категориям, познаются через свою**

противоположность: непрерывное — через дискретное, изменения — через их инварианты, целое — через свои части, относительное — через абсолютное и т. п. Эти диалектические трудности отображения движения обсуждались еще в античной древности и продолжают обсуждаться в современной науке.

Процесс конструктивизации действительности в узком смысле, представляя собой результат сложного противоречивого отражения действительности, в свою очередь является *условием дальнейшего более глубокого отражения действительности.* **Трудно вообразить, как может осуществляться процесс дальнейшего познания, если предметы как объекты познания уже не отождествлены сами с собой и не отличены друг от друга, т. е. если они не конструктнвизированы (в узком смысле)**. Если же указанная конструктнвизация осуществлена, мы можем, например, отождествлять различные предметы между собой, образуя соответствующие множества и тем самым отличать их друг от друга, проводить между множествами предметов «жесткие» границы.

Процесс конструктивизации в узком смысле, а также процесс установления жестких границ между множествами конструктивизированных объектов мы назовем *процессом конструктивизации вообще.* На основе этого процесса мы можем производить дальнейшее упрощение действительности, классификации, устанавливать закономерные связи и отношения между множествами предметов.

На любом уровне познания выработка определений индивидуальных объектов связана с процессом конструктивизации действительности в узком смысле. <u>**Процесс определения и состоит в явном формулировании специфицирующих характеристик и процедур выделения индивидуумов**</u>**.**

Определения одних и тех же объектов в интенсиональном отношении могут отличаться друг от друга: они могут специфицироваться и выделяться различными способами. Когда отдельные объекты изучаемой области действительности конструктнвизированы, мы можем, применяя, например, абстракцию отождествления, образовывать классы объектов, описывать их на основе определений. Так, после того как нами изучены и определены отдельные химические элементы, мы можем определять классы металлов и неметаллов. При этом корректность определений металлов и неметаллов предполагает изученность достаточно широкого класса отдельных химических элементов**. Каждый индивидуум в этом случае получает собственное имя именно в силу того, что он играет весьма существенную роль в теоретической и практической деятельности**

человека. Иногда же такого рода собственных имен для каждого индивидуума не вводится.

Конструктнвизация каждого индивидуума, проведение достаточно точных и «жестких» границ между индивидуумами и классами меньшей общности не обеспечивает, однако, проведения таких же жестких границ между классами большей общности. Так, мы можем провести достаточно жесткие границы между видами млекопитающих, рыб, птиц и т. п., но проведение конструктивизирующей границы между миром животных и растений связано уже со значительными трудностями.

Очень сложно провести конструктивизирующие границы (и соответственно выработать строгие определения) между некоторыми общественными явлениями, между предметами различных наук. Споры возникают не только по поводу того, как определить философию, как провести конструктивизирующую границу между наукой и искусством, но и по поводу определения математики, по поводу проведения конструктивизирующей границы между математикой и логикой и т. п. Проведение таких границ и выработка соответствующих определений облегчаются тогда, когда мы начинаем оперировать абстрактными объектами (отличными от абстракций первого уровня), а также идеализированными объектами. Так, в математике мы оперируем натуральными числами, представляющими собой множества множеств, эквивалентные некоторым эталонным множествам. С этими множествами множеств мы оперируем как с индивидуальными, но абстрактными объектами и снабжаем их собственными именами: 1, 2, 3, 4...

В физике мы оперируем абстрактными объектами, представляющими физические величины (например, масса, время, длина, скорость, ускорение). В научные теории вводятся и такие идеализированные объекты, как «материальная точка», «идеальный газ», «абсолютно черное тело» и т. п. Указанные абстрактные и идеализированные объекты конструируются в результате применения к реальным объектам различных умственных приемов. Важную роль в формировании натуральных чисел играют определения через абстракцию, в формировании указанных идеализированных объектов — особый умственный эксперимент, называемый идеализацией. Когда такие объекты вводятся в теории в качестве первичных, их определения обычно не даются на уровне данной теории, а обосновываются на уровне методологических проблем. Иные же абстрактные объекты теории явно определяются в рамках замкнутой теории посредством элементарных объектов (в том числе и таких объектов, которые представляют собой операции).

В тех случаях, когда объекты исследования очень сложны, наука иногда предлагает различные способы их конструктивизации. Вопрос о том, какая из предлагаемых в таком случае конструктивизаций лучше, какие из них должны быть приняты, а какие отвергнуты, решается опосредствованно на основе учета их продуктивности для науки и для решения практических задач.

Поясним эти вопросы на конкретных примерах.

Известно, что почти в каждой науке предлагаются различные (экстенсиональные неравные) уточнения их предметов. Так, логику определяют и в более узком и в более широком смысле, и для каждого из определений предлагаются не лишенные веских аргументов обоснования. Различные предлагаемые определения общего понятия о болезни (человека) также отличаются указанными особенностями. При определении средств труда все специалисты к их числу относят механические средства труда (орудия труда, орудия производства). Однако разногласия между различными авторами возникают по поводу отнесения к средствам труда следующих компонентов: 1) «сосудистой системы производства» (трубопроводы, различные емкости); 2) производственных зданий, железных и шоссейных дорог, освоенных водных путей, каналов, средств связи и т. п.; 3) земли как производственной площади и как носительницы свойств, используемых для воздействия на предмет труда; 4) покоренных человеком сил природы (пар, электричество, энергия света, ветра, рек и т. п.).

Аналогичная ситуация имеет место и по отношению к определению материального производства, которое большинством авторов определяется как производство средств к жизни, производство материальных благ. Так в Философской энциклопедии оно определяется следующим образом: «Производство — процесс, посредством которого люди преобразуют предметы природы для удовлетворения своих потребностей, собственной деятельностью опосредствуют, регулируют и контролируют обмен веществ между собой и природой»[1]. Ф. Энгельс более широко понимал процесс производства. Он писал: «Согласно материалистическому пониманию, определяющим моментом в истории является в конечном счете производство и воспроизводство непосредственной жизни. Но само оно, опять-таки, бывает двоякого рода. С одной стороны — производство средств к жизни: предметов питания, одежды, жилища и необходимых для этого орудий; с другой — производство самого человека, продолжение рода. Общественные порядки, при которых живут люди определенной исторической эпохи и определенной страны, обусловливаются обоими видами производства: ступенью развития, с одной стороны — труда, с другой — семьи».

В математике также конструктнвизация объектов, осуществляемая посредством определений, также часто вызывает горячие споры. В этой связи достаточно напомнить о спорах между представителями классического и конструктивного направлений в математике и логике и о предлагаемых ими различных определениях бесконечности (актуальной и потенциальной, рассматриваемой в рамках абстракции потенциальной осуществимости), отрицания (классического и конструктивного) и т. п.

В приведенных примерах предлагаемых экстенсионально неравных определений (где Dfd, однако, представлен одним и тем же понятием) непосредственный опыт не может быть судьей в пользу того или иного определения. Вопрос о выборе определения решается на основе выяснения большей или меньшей *продуктивности* одного из предлагаемых определений. **Определения являются более продуктивными, *если построенные на их основе научные теории и концепции дают возможность решить* (и притом более эффективно, конструктивно и строго) *большее число научных задач, дают возможность эффективнее применять полученные результаты на практике* (в самом широком смысле этого слова), *если построенные на основании принимаемых определений теории и концепции обладают большими эвристическими потенциями*.** Поскольку же наука всегда выбирает более продуктивные и плодотворно используемые средства, постольку все менее продуктивное и плодотворное обычно объявляется непродуктивным и неплодотворным.

Допустим, у нас имеется два экстенсионально неравных определения, где объемы определяемого и определяющего понятия первого определения составляют правильные части объемов определяемого и определяющего понятий второго определения. При этом понятия Dfd в определениях одни и те же. Означает ли это, что если одно из таких определений истинно, то другое во всех случаях непременно ложно? Нет, не означает. Спор о предпочтении одного из таких определений связан с выяснением продуктивности или непродуктивности, перспективности или бесперспективности, актуальности или неактуальности, полезности или вредности приведенных определений.

Спор о том, какое из таких определений принять, а какое отбросить, часто заканчивается тем, что принимаются оба определения, обе конструктивизации действительности, как плодотворные и целесообразные, но только в разных отношениях, в связи с решением различных научных и практических задач. Это означает, что в науку вводятся одновременно два понятия. Иногда для них не вводится различных терминов, но проводится различие между употреблением термина *в более широком и в более узком смысле этого слова.* При этом иногда вводятся спецификации в виде различных имен прилагательных.

Так, понятия о бесконечности в математике в рамках классического и конструктивного ее направлений сосуществуют, служат задачам теоретических ее построений, развиваемых в рамках различных подходов п концептуальных схем. Определяемая по-разному в конструктивной и классической математике бесконечность именуется различными словосочетаниями, в каждое из которых входит понятие «бесконечность» (например, «актуальная бесконечность», «канторовская бесконечность» и «осуществимая бесконечность», «бесконечность на основе абстракции потенциальной осуществимости»), указывающий на генетическую и логическую связи данных понятий о бесконечности.

Видимо, что рассматриваемые в науке экстенсионально более широкие и более узкие определения понятий не исключают друг друга, а могут одновременно сосуществовать в науке.

Так обстоит дело с определением средств труда. Здесь определяется некоторая система, включающая ряд взаимосвязанных компонентов (а не множество независимых друг от друга элементов, связанных только некоторыми общими свойствами): описание общих компонентов средств труда и является основой для отождествления важнейших условий осуществления материального производства в различных странах и в различные исторические эпохи. Эта система может быть описана более полно, а может быть представлена как некоторое гомоморфное упрощение исходной. В зависимости от целей создаваемой теории такие гомоморфные упрощения вполне допустимы. В экономической теории, где исследуются средства труда в какой-то стране и в определенную эпоху, необходимо в определение средств труда включать все компоненты средств труда. Когда же, например, создается общая теория исторического материализма, целесообразно выделить основной компонент средств труда, оказывающий основное революционизирующее влияние на развитие производства. Когда же создается теория современной научнотехнической революции и ее социальных последствий, опять-таки, видимо, целесообразно в понятие о средствах труда включать все его компоненты.

Определение материального производства как производства средств к жизни, производства материальных благ по отношению к энгельсовскому определению материального производства, включающего кроме указанного компонента также и производство самого человека, является также его гомоморфным упрощением.

Теории общественного развития, основывающиеся на более полных определениях и на определениях, являющихся их гомоморфными упрощениями, будут существенным образом отличаться друг от друга широтой охвата сторон общественной жизни.

Как уже указывалось, мы встречаемся с двояким пониманием материального производства. Иногда они материальное производство ограничивали производством материальных благ, иногда же характеризовали материальное производство как производство непосредственной жизни общества.

7.4. Экземплярные определения.

Ранее мы рассматривали остенсивные определения, которые являются важным средством формирования основных лексических значений слов при обучении тому или иному естественному языку. В процессе остенсивного овладения значениями слов мы ограничиваемся показом предмета и его названием, не прибегая к другим формам словесной деятельности. В процессе научной деятельности мы пользуемся *аналогами остенсивных определений,* которые мы будем в таких случаях называть *экземплярными определениями* (или определениями через приведение примера).

Кратко рассмотрим вопрос о роли экземплярных определений в науке.

Известно, что геометрия Евклида строилась как конкретно-содержательная теория с некоторой заранее выбранной интерпретацией, служащей описанию свойств пространства физического мира. Эта интерпретация при известном подходе может выступать как нечто вторичное по отношению к абстрактно-содержательной аксиоматике, описывающей некоторое абстрактное множество систем объектов. Однако при построении моделей (в том числе и преимущественной, связанной с описанием свойств физического пространства) мы поясняем объекты модели на примерах.

Так, у нас нет иного средства для пояснения отношения инцидентности (термина «лежать на» и соответственно предложения «точка Р лежит на плоскости Е»), как путем некоторого наглядного показа. При таком пояснении, естественно, понижается уровень абстракции изучаемых объектов: плоскости заменяются относительно ровными поверхностями, точки — площадями, т. е. идеализированные, собственно геометрические объекты заменяются их некоторыми несовершенными реализациями. **Это означает, что в таких случаях мы прибегаем к нестрогим экземплярным определениям**. **Такие**

<u>нестрогие определения необходимы для плодотворного развития науки.</u> Они обеспечивают понимание того, какие материальные объекты преобразуются в идеальные, обеспечивают связь абстрактно-формального и конкретно-содержательного, способствуют оснащению науки эвристическими потенциями. И вместе с тем экземплярные определения в известном смысле не нарушают требуемой строгости аксиоматической теории, поскольку в соответствующих аксиомах зафиксированы лишь те стороны и свойства первичных объектов, которые необходимы для развития теории.

Поскольку мы имеем дело с интерпретированной геометрией Евклида, описывающей физические свойства пространства, постольку и все явные определения более сложных объектов, даваемые на основе первичных, окажутся не более строгими, чем экземплярное определение инцидентности.

Опираясь на первичные объекты, мы можем явными определениями вводить более сложные объекты и строить их с помощью различных инструментов (например, с помощью циркуля и линейки). **Построенные в соответствии с определениями фигуры всегда будут отличаться от объектов, описываемых определениями.** Так, любой построенный треугольник будет обладать известной площадью, длиной сторон, величиной углов и т. п., тогда как в определении треугольника ничего не говорится об этих характеристиках треугольника. Однако эта избыточная информация полезна в том отношении, что позволяет доказательства теорем производить на чертежах и одновременно не мешает формулированию и доказательству теорем в общей форме, поскольку при формулировании и доказательстве теорем о треугольниках вообще мы не используем в чертежах никакой иной информации, кроме той, которая содержится в соответствующих определениях (в частности, в общем определении треугольника). Это дает нам возможность проводить доказательство теоремы на конкретном, единичном чертеже, и притом один раз для всего бесконечного множества треугольников.

В этом случае мы пользуемся так называемым <u>правилом Локка</u> (правилом введения квантора общности): <u>если какое-то свойство принадлежит произвольному, но фиксированному элементу некоторого множества, то оно принадлежит и всем элементам данного множества</u>.

Известно, что первичные объекты физических теорий (например, различные физические величины) в рамках замкнутых теорий, кроме конституитивных определений (например, через системы равенств), определяются сверх того и операционально. За пределами теорий первичные объекты теорий и способы, которыми они образуются, также получают определения (пусть и нестрогие). Иногда они вводятся через пример. То же самое можно сказать и о способах введения в теорию идеализированных объектов. Например, на уровне методологии науки А. Эйнштейн и А. Инфельд следующим образом поясняют способ введения в механику такого идеализированного объекта, как инерция, и одновременно, определяют и понятие об инерции как некотором идеализированном предмете. Допустим, что мы толкаем тележку по дороге. Тележка движется некоторое время после толчка и затем останавливается. Существует ряд способов удлинения пути, проходимого тележкой после толчка: например, смазка колес, устройство все более гладкой дороги. Чем легче вертятся колеса и чем ровнее дорога, тем дальше будет двигаться тележка. Смазка колес и сглаживание неровностей пути уменьшают внешние воздействия, внешние влияния на движущееся тело. Вследствие смазки колес и сглаживания неровностей пути уменьшается трение. Экспериментально можно установить, что, чем меньше внешние воздействия на движущееся тело, тем длиннее путь, проходимый этим телом. Мы можем придумывать все новые и новые способы уменьшения внешних воздействий на движущееся тело и соответственно все новые способы удлинения пути, проходимого движущимся телом, однако все внешние воздействия окончательно устранить невозможно.

Выявленная же нами закономерность (закономерная зависимость между внешними воздействиями на движущееся тело и длиной пути, проходимого этим телом) дает нам возможность сделать заключение о том, что если устранить совсем внешние воздействия на движущееся **тело, то оно будет двигаться бесконечно (и притом равномерно и прямолинейно) или покоиться. Такой вывод в свое время был сделан Галилеем.**

Этот пример отличается тем, что он естественным образом допускает такие *абстракции* и *обобщения,* которые превращают его в *определение* инерции через описание некоторого умственного эксперимента над поведением реальных движущихся тел. Это превращение примера в определение прежде всего связано с абстрагированием от рассмотрения конкретного движущегося тела — тележки, с переходом к рассмотрению движущихся тел вообще.

Одновременно он является примером такого умственного эксперимента, который называется идеализацией. Произведя в этом примере соответствующие абстракции и обобщения, мы можем совершить переход к определению идеализации (во всяком случае некоторого ее вида).

Идеализация **есть умственный эксперимент, включающий следующие моменты**:
1) изменяя некоторые условия, в которых находится изучаемый объект, мы делаем их действие убывающим (иногда соответственно возрастающим);
2) при этом обнаруживается, что какие-то свойства изучаемого объекта также единообразно изменяются;
3) предполагая, что действия условий на изучаемый объект сведены к нулю или достигли некоторого инварианта, мы совершаем мысленный переход к *предельному* случаю и тем самым к некоторому идеализированному объекту.
Осуществление абстракций и обобщений, обеспечивающих переход от примера к соответствующему обобщению, предполагает рассмотрение других примеров (в данном случае способов введения в науку таких идеализированных объектов, как «абсолютно твердое тело», «идеальный газ», «абсолютно черное тело» и т. п.). Их рассмотрение имеет важное эвристическое значение: они подсказывают исследователю, какие абстракции и обобщения следует произвести. Такие примеры нами часто используются не только в дидактических целях, но и на тех уровнях познания, когда определение соответствующей общности еще не выработано.
Некоторые объекты могут быть определены лишь только экземплярно. Так, присущность или неприсущность того или иного предикатора индивидуальному объекту в рамках отдельных элементарных предложений естественного языка может быть установлена лишь на конкретных примерах. «Если ограничиться элементарными высказываниями, то предикаторы всегда, как я бы выразился, определены экземплярно». Иными словами, для того чтобы ориентироваться в окружающем нас мире, накапливать и перерабатывать информацию о нем, некоторые факты (например, связи каких-то индивидуумов с их свойствами) **должны быть запомнены на основе опыта, включающего и <u>вербальный</u> (<u>определены через пример</u>).** Эти связи затем могут быть обоснованы на базе логики, поскольку эти же индивидуальные предложения могут быть выведены из иных предложений, например на основе применения правил аристотелевой силлогистики.
На основе правил логики из общих предложений вида «кто разумен, тот справедлив», «кто справедлив, тот не добросердечен» (1) мы можем получать соответствующие элементарные предложения, в которых устанавливается или присущность некоторым индивидуумам предикатора «справедлив» или неприсущность предикатора «добросердечен». Так, если известно, что «Иван справедлив», то из

этого предложения и предложения (1) по правилам логики можно получить предложение «Иван не добросердечен». В таких случаях, по выражению П. Лоренцена, связь предикатора с объектом определена терминологически (terminologisch bestimmt).

«Экземплярные определения», как и остенсивные определения, не являются определениями в собственном (логико-семантическом) смысле. Но они могут рассматриваться как определения в широком методологическом смысле. С помощью остенсивных определений, как известно, вводятся в язык обучаемого значения неизвестных ему понятий (они для него поэтому являются синтетическими. Для обучающего они являются аналитическими, поскольку эти понятия как-то определены в его языке.

Посредством примеров или «экземплярных определений» мы, во-первых, поясняем в дидактических целях уже известные в опыте человечества значения, и тогда они имеют аналитический характер для языка науки или научной теории, но играют роль синтетического определения для языка обучаемого. Во-вторых, посредством экземплярных определений расширяются языки науки, поскольку ими вводятся в науку новые понятия. В этом случае определение имеет синтетический характер. Его введение связано с выделением новых сфер и участков действительности, с их конструктивизацией. В-третьих, экземплярные определения используются и при уточнении уже существующих понятий и их определений.

В этом случае используются синтетические определения, связанные с уточнением конструктивизирующих границ между объектами. Наконец, при эксплицитном формулировании значения уже существующего понятия, заданного контекстуально, мы рассматриваем различные примеры его употребления и создаем условия для его адекватного определения. В этом случае мы имеем дело с аналитическим «экземплярным определением».

7.5. Экстенсиональное равенство определений и его ограниченность.

Мы уже указывали на то, что конструктнвизация действительности может осуществляться по-разному.

Во-первых, один и тот же объект может выделяться посредством описания различных его характеристик. В таком случае мы имеем дело с экстенсионально равными, но интенсионально различными определениями. Во-вторых, в процессе познания встречаются ситуации, при которых одно и то же понятие вводится для обозначения по крайней мере двух различных классов, из которых один составляет правильную часть другого. Это ведет к возникновению экстенсионально неравных определений.

В логико-математических дисциплинах (и на содержательном и на формальном уровне их построения и рассмотрения), в некоторых теориях математического естествознания имеют место экстенсиональные подходы к понятиям и их определениям: **два понятия (и их определения) считаются неразличимыми, если они имеют один и тот же объем; или два понятия отождествляются по их смыслу, если они имеют одно и то же значение**. Эти положения обычно характеризуют как **принцип объемности (экстенсиональности**). По отношению к определениям принцип экстенсиональности формулируется несколько иначе. Будем предполагать, что понятия Dfd в определениях D_1 и D_2— одни и те же. Тогда можно сказать, что два определения — D_1 и D_2 — экстенсионально равны, если их Dfn имеют один и тот же объем, т. е. если им соответствуют одни и те же множества объектов. При синтаксическом подходе можно сказать, что два определения — D_1 и D_2— экстенсионально равны, если Dfn1 и Dfn2 этих определений взаимозамеппмы в любых стандартных контекстах.

Если в некоторой содержательной логико-математической теории определение D_1 заменяется на экстенсионально равное определение D_2, то множество теорем, выводимых в теории T_1 на основе использования D_1 (когда D_1 присоединяется к аксиомам, ранее введенным определениям и теоремам теории T_1), будет совпадать с множеством теорем, выводимых в теории T_2 на основе использования D_2. Так, определения «Квадрат есть равноугольный ромб» (1) и «Квадрат есть параллелограмм с равными сторонами и равными углами» (2) экстенсионально равны, поскольку Dfn в (1) и (2) имеют один и тот же объем. Они в рамках некоторой теории Т могут быть заменены друг другом: множества выводимых на их основании теорем будут совпадать друг с другом.

При более формальном подходе к обсуждаемому вопросу можно сказать, что определения (1) и (2) являются экстенсионально равными, поскольку их Dfn при редукции к первичным понятием теории будут представлять собой одни и те же выражения, а Dfd окажутся при этом элиминируемыми.

Допустим, мы имеем две аксиоматические теории — T_1 и T_2 — с одинаковыми наборами первичных тпонятий (или объектов). Пусть системы аксиом (аксиоматические определения первичных объектов) будут различными, но при этом будет предполагаться, что при выводе теорем из аксиом мы пользуемся одним и тем же запасом логических средств. Тогда системы аксиом (аксиоматические определения) для T_1 и T_2 будут *экстенсионально равными,* коль скоро при этом каждая теорема в T_1 будет теоремой в T_2, и наоборот. Экстенсиональная эквивалентность определений может быть установлена и так: определения D_1 и D_2 экстенсионально эквивалентны в некоторой теории Т, если (и только если) добавление к ней D_1 дает возможность получить в качестве теоремы D_2, И, наоборот, добавление к ней D_2 дает возможность получить в ней в качестве теоремы D_1.

В настоящее время создано много определений понятий об алгоритме на основе уточнения понятия «алгоритм», который использовался в математике до этих уточнений. Каждый автор этих уточнений стремится выработать аналитическое определение этого понятия. Начиная с 30-х годов XX в., как указывает С. А. Яновская, это понятие получило много таких уточнений. К их числу принадлежат: «машина Тьюринга», «A-определимость Чёрча», «конечные комбинаторные процессы Поста», «рекурсивные функции Гёделя и Клини», «нормальные алгоритмы Маркова», «алгоритмы по Колмогорову и Успенскому», «операторные алгоритмы Ершова», «алгоритмы, определяемые граф-схемами Калужнина» и много других. Как известно, все эти определения эквивалентны, каждое из них влечет другое. И в силу того, что все они удовлетворяют требованиям математической строгости, их эквивалентность может быть строго доказана.

В связи с этим встает вопрос: почему в математике и логике возникают интенсионально различные определения одного и того же? Отвлекаясь от психологической стороны научного творчества, от дидактических соображений в процессе обучения, можно назвать две группы причин.

1. В процессе развития научного знания постоянно приходится уточнять и совершенствовать ранее введенные понятия и их определения об одном и том же, добиваясь большей строгости. При этом нередко меняются интенсионалы выражений, соответствующие Dfn. Повышение строгости определений в свою очередь обеспечивает возможность более строгого доказательства теорем, строгость и эвристичность теоретических построений.

«Достаточно заметить, что важнейшие результаты в области математического анализа в XIX в. были получены благодаря тому и после того, как в ходе ряда дискуссий были уточнены основные понятия анализа: понятия действительного и комплексного числа, предела, непрерывности, функции. В результате дискуссии о понятии функции тригонометрические ряды стали играть роль одного из важнейших средств выражения функциональной зависимости в математике и математической физике. «Фундаментальные последовательности» Коши не только вывели — для области действительных чисел — сначала понятия «предел» и «действительное число» из того порочного круга, в котором «предел» определялся через «действительное число», а «действительное число» через «предел»,— позволили, таким образом, точно определить основные понятия математического анализа: «непрерывность», «производную», «интеграл» и другие, чтобы строго доказывать теоремы о них, но и привели в далькейшем к новой проблематике, связанной с необходимостью различения «равномерной» и «неравномерной» сходимости и непрерывности, а затем и с более общими проблемами современных топологии и функционального анализа».

2. Иногда введение различных в интенсиональном, но одинаковых в экстенсиональном отношении определений в науку детерминируется целями и задачами, которые должны решать та или иная теория или ее фрагмент, уровнем производимого анализа. В планиметрии окружность обычно определяется так: «Окружность есть замкнутая плоская кривая, все точки которой одинаково удалены от одной точки, называемой центром и лежащей в той же плоскости, что и кривая». В той же планиметрии для решения особого класса задач окружность определяется и таким образом: «Окружность есть геометрическое место точек, из которых данный отрезок (диаметр) виден под прямым углом». Одно определение может быть более эффективно использовано для решения одних задач, другое — для решения других.

В другой теории определение того же самого может быть сформулировано в понятиях, часть из которых не встречается в первой теории. Так, с точки зрения аналитической геометрии окружность есть линия второго порядка, уравнение которой в прямоугольной системе координат xOy имеет вид: $(x—a)^2 +(y—b)^2 = R^2$, где R — радиус, a и b— координаты ее центра. Такое определение в отличие от приведенных выше дает возможность исследовать окружность средствами алгебры и анализа, основанными на применении метода координат.

Часто одни определения формулируются на одном уровне анализа и для решения одних задач, другие (эквивалентные им в экстенсиональном отношении) — на ином уровне анализа и для решения иных задач. Примером этого могут быть приведенные выше определения силы. Поэтому, несмотря на экстенсиональное равенство определений D_1 и D_2 мы не можем их считать взаимозаменимыми на известных уровнях анализа при известных целях исследования.

В теориях математического естествознания первичные объекты теории обычно принимаются без определений (например, в классической механике в качестве первичных неопределяемых понятий выступают длина, время и масса). Эти объекты вводятся без определений на концептуальном уровне, но их введение сопровождается описанием экспериментально-измерительных процедур, которые являются для них **специфицирующими, т. е. операциональными определениями** (ср., например, определение массы Ньютоном, которое относится к рассуждениям, предваряющим построение теории, и операциональные определения массы, включаемые в состав теории). **С помощью концептуальных определений выясняются специфические свойства того, что подлежит изучению строгими физическими методами; операциональные же определения обеспечивают эффективность определений конкретных количественных физических величин**.

Аксиоматическим построениям математических содержательных теорий, а следовательно, аксиоматическим внутритеоретическим определениям часто предшествуют явные определения тех объектов, система которых описывается аксиомами (например, явные определения точки, прямой, плоскости и т. п. у Евклида). Назначение этих определений — обеспечить некоторую интуитивную ясность по поводу того, что представляют собой объекты, фигурирующие з аксиомах, выяснить, что они собой представляют, когда используются изолированно до аксиоматических построений. Эти определения играют огромную эвристическую роль в познании. Когда такие определения формулируются за пределами теорий, до аксиоматического их построения, правильнее было бы говорить не о том, что объекты, фигурирующие в аксиомах, вообще не определяются явно, но что они не определяются явно *лишь в рамках замкнутой теории.*

В ряде опытных наук (например, общественных), которые строятся отнюдь не по образцам логико-математических теорий и теорий математического естествознания, задача доказательства теорем не является основной. Эта задача здесь, как правило, вытесняется проблемой построения гипотез, которые должны согласоваться с эмпирическими данными, задачей объяснения фактов на основе законов. В такого рода теориях принцип экстенсиональности имеет весьма ограниченную сферу применения. **Два определения, имеющие один и тот же экстенсионал, но различный интенсионал, в этом случае обычно не отождествляются друг с другом: предпочтение отдается тому из них, в котором выделение осуществлено по более существенным признакам.**

Выбор надлежащего определения из нескольких экстенсионально равных предполагает анализ признаков определения с точки зрения их существенности, продуктивности, эвристичности.

7.6. Определение и проблема более существенного и менее существенного признака.

Известно, что в истории философии постоянно обсуждался вопрос о сущности вещей и ее проявлениях, о познании сущности вещей через явления. В современной философии и методологии науки эта проблема иногда трансформируется в обсуждение вопроса о формах научного объяснения.

Проблему сущности вещей мы здесь затронем только в плане различения более или менее существенных свойств, используемых в определении в качестве средств спецификации определяемых объектов, при этом не в онтологическом, а в гносеологическом и методологическом плане, а именно в связи с учетом различных областей, уровней и целей познания.

Вопрос о том, какие свойства выбрать в целях спецификации определяемого объекта, может ставиться по преимуществу лишь по отношению к аналитическим номинальным определениям, к реальным определениям, соответствующим аналитическим, а также по отношению к тем синтетическим определениям, которые возникают как результат существенного уточнения аналитического определения. Дело в том, что, когда для вновь открытого явления или предмета ставится вопрос о том, какое имя для него ввести, т. е. когда создается семантическое синтетическое определение, как правило, обнаруживаемые явления и предметы характеризуются каким-то одним комплексом признаков, который и входит в описание Dfn; область выбора надлежащего комплекса признаков при этом перед исследователем не встает.

Проблема существенного признака по отношению к определениям возникает тогда, когда Dfd рассматривается как объект, существующий независимо от какого либо определения, когда в каком-либо языке он имеет особое имя, когда мы располагаем значительной информацией по поводу свойств, ему принадлежащих. Проблема менее существенных и более существенных признаков формулируется лишь по отношению к реальным определениям и к аналитическим номинальным определениям.

По отношению к некоторым областям познания, если при этом решается вопрос лишь о дедуктивных возможностях соответствующих теорий, различение менее существенного и более существенного утрачивает смысл.

Такое положение вещей имеет место, например, в логикоатематических теориях и некоторых теориях математического естествознания.

Мы уже указывали, любые экстенсионально явные (но интенсионально отличные друг от друга) определения одного и того же объекта (например, в геометрии Евклида) неразличимы с точки зрения их дедуктивных возможностей. Допустим, мы определили ромб двояким образом: «Ромб есть прямоугольник, у которого диагонали взаимно перпендикулярны и делятся в точке их пересечения пополам» (1) и «Ромб есть прямоугольник с равными сторонами» (2). В системе евклидовой геометрии они будут неразличимы в аспекте тех основных задач, которые решаются этой наукой; добавляя к системе аксиом и ранее доказанных теорем определение (1) или определение (2), мы будем получать одни и те же следствия (теоремы). Определения на этом уровне и в этой сфере научного познания считаются равнозначными, если они экстенсионально равны. Если считать, что объекты евклидовой геометрии существуют в каком-то смысле до соответствующих их определений, то можно сказать, что свойства, зафиксированные в Dfn определений (1) и (2), экстенсионально равны, а сами определения (1) и (2) эквивалентны в указанном выше смысле. Следовательно, интенсиональные различия между Dfn определений (1) и (2) в данном отношении здесь несущественны. Это и означает, что проблема различения более существенного и менее существенного признака (в данном случае свойства) здесь не возникает.

Аналогично обстоит дело и в достаточно зрелых теориях математического естествознания (например, в классической механике), если речь идет об абстрактных объектах, имеющих характер физических величин, переменные для которых вводятся в соответствующий математический формализм. Однако на качественно-описательном или метатеоретическом или интерпретационном уровнях также могут даваться различные определения физическим величинам. Эти определения могут уже оказаться неравноценными, даже если их Dfn экстенсионально равны (см, примеры определения силы).

По поводу предпочтительности этих определений обычно и развертываются в естествознании дискуссии, обусловленные различиями, относящимися к оценке интенсиональных характеристик Dfn определений. Однако переход на уровень операциональных определений в специальном бриджменовском смысле (если учесть сформулированные принципы сводимости) или на уровень конституитивных определений обеспечивает отождествление всех экстенсионально равных, определений одного и того же объекта.

Сказанное и означает, что в упомянутых областиях познания по отношению к указанным объектам (и в связи с выяснением дедуктивных возможностей теории) теряет свое значение оценка интенсиональных характеристик как менее существенных или более существенных.

Предпочтение того или иного определения здесь диктуется не фиксацией в Dfn существенного или несущественного, более существенного и менее существенного, а детерминируется иными параметрами: простотой, естественностью, установившимися традициями и т. п.

Почему в указанных случаях различение более существенного и менее существенного не имеет места? Дело, на наш взгляд, заключается в том, что в математике мы оперируем с абстрактными и идеализированными объектами, при образовании которых мы уже произвели абстракции от всего несущественного, второстепенного, не интересующего математику и выделили те характеристики, которые являются основными при осуществлении математической деятельности.

Известно, что «чистая математика имеет своим объектом пространственные формы и количественные отношения действительного мира, стало быть — весьма реальный материал. Тот факт, что этот материал принимает чрезвычайно абстрактную форму, может лишь слабо затушевать его происхождение из внешнего мира. Но чтобы быть в состоянии исследовать эти формы и отношения в чистом виде, необходимо совершенно отделить их от их содержания, оставить это последнее в стороне как нечто безразличное...».

В этой связи небезынтересно отметить, что предельно абстрактный характер количественных отношений отмечался еще Аристотелем. «Количеством, — пишет Аристотель,— называется то, что может быть разделено на составные части, каждая из которых, будет ли их две или несколько, является чем-то одним, данным налицо. **То или другое количество есть множество, если его можно счесть, это — величина, если его можно измерить. Множеством при этом называется то, что в возможности (потенциально) делится на части не непрерывные, величиною— то, что <делится> на части непрерывные».**

Для математики специфичным является изучение именно количественных отношений. В различных собраниях, множествах (например, некотором коллективе людей) математика выделяет путем абстракции объекты, которые являются «чем-то одним, данным налицо», т. е. которые являются однородными, отвлеченными от их качественных особенностей, но одновременно отличимыми друг от друга, что обеспечивает их пересчет. Мы получаем таким путем некоторые абстрактные множества, свойства которых и интересуют математику. Выделение таких множеств, отношений между ними, установление операций над ними дает возможность создавать описания сразу для множества различных реальных ситуаций, рассматриваемых с точностью до изоморфизма.На основе абстракции, применяемой к реальным предметам, включенным в общественную практику, мы образуем и различные геометрические фигуры. Как предметы изучения математики множества и фигуры предстают в абстрактной идеализированной форме, где выявлено в реальных объектах лишь то, что является существенным для математического рассмотрения. Поэтому в ней на теоретическом уровне различение существенного и несущественного утрачивает смысл. Однако различение менее существенного и более существенного сохраняет свое значение на метатеоретическом уровне, когда, например, мы пытаемся за пределами теории обосновать наше понимание (как это и делал, например, Евклид) первичных, неопределяемых в рамках теории понятий.

Аналогичная картина имеет место и в физических теориях. Здесь путем абстракции ученые выделяют известные характеристики материальных тел и превращают их в особые абстрактные объекты, приобретающие характер физических величин. На уровне объектного языка интенсионально различные операциональные определения таких понятий, как «масса», «сила», «длина», «температура» и др., обычно отождествляются на основе указанных принципов сводимости. Однако понятие существенного и несущественного, менее существенного и более существенного и на уровне физических теорий имеет важное значение, когда заходит речь об определении модельных объектов, таких, как атом, элементарная частица, когда заходит речь не об операциональных, а о концептуальных определениях большого числа понятий на методологическо-философском уровне, на уровне объяснения, интерпретации.

Итак, различение более существенного и менее существенного имеет место в тех областиях познания и при решении тех задач, где не действует принцип экстенсиональности.

Понятия о существенном и несущественном, о более существенном и менее существенном постоянно возникают в методологии качественно-описательного изучения действительности и интерпретационного уровня теоретического познания. С такими способами изучения действительности в той или иной форме мы встречаемся на различных уровнях и этапах развития опытных наук. Особое значение качественно-описательные методы в опытных науках имеют на их начальных этапах и уровнях, когда возникает необходимость отождествления и различения изучаемых предметов по их «жестким» характеристикам. **Для составления соответствующих классификаций и определителей желательно проводить отождествление и различение по таким характеристикам, которые одновременно являются существенными**.

Так, например, уже Аристотель много внимания уделял вопросам спецификации родов и видов животных в связи с их классификационными описаниями, выясняя многие затруднения, возникающие на этих путях. Он указывал, что трудно специфицировать роды и виды животных лишь по одному-единственному признаку, что **<u>отличительный признак для вида или рода должен обладать и тем свойством, что отсутствие его у других видов и родов допускает однозначное отличение интересующего нас вида или рода.</u>** «Если бы человек,—пишет Аристотель, — был только существом с расщепленными ногами, это было бы его единственным отличительным признаком. Теперь же, когда этого нет, этих признаков по необходимости должно быть много, не подходящих под одно разделение».

Сущность предмета, по Аристотелю, раскрывается определением, в котором род указывает на сущность Dfd, общую у него с другими объектами, а видовое отличие —специфическую сущность вида, т. е. на сущность, присущую только данному Dfd. **Однако, истолковывая определение как суждение, допускающее чистое обращение, Аристотель указывает, что <u>следует различать определения через сущность, через раскрытие сути бытия и определения — через собственный признак.</u>** В этих рассуждениях Аристотеля имплицитно уже содержится тезис о том, что в определении (речь идет о реальных определениях) может встретиться в качестве Dfn и собственный признак определяемого, т. е. признак, не являющийся существенным, что не является желательным.

Различение между существенным и несущественным у самого Аристотеля достаточно неопределенно и основано на онтологических соображениях.

В истории философии предлагалось немало критериев для отличения существенного от несущественного. Мы сформулируем лишь некоторые соображения на этот счет.

Прежде всего при решении задачи, состоящей в том, какой из экстенсионально равных Dfn при определении Dfd следует выбрать (т. е. какой Dfn является более существенным и какой менее существенным), вопрос следует ставить не абстрактно, а конкретно. Это означает, что **должны быть учтены общая цель, которую ставит**

исследователь, конкретная задача, которую он при этом решает, совокупность знаний, которыми он располагает, рамки науки, в системе которой ведется исследование, и т. п.

При прочих равных условиях из двух экстенсионально равных, но интенсионально отличных друг от друга Dfn1 и Dfn2 некоторого определения **следует выбрать тот из них: а) который создает больше возможностей для перехода к количественному анализу тех объектов, которые на качественно-описательном уровне анализируются в соответствующем фрагменте знания; б) который, будучи присоединенным к совокупности знаний, содержащихся в соответствующем фрагменте науки, дает возможность вывести больше следствий о Dfd, сформулировать большее число предложений, выражающих закономерные связи.**

Рассмотрим такой пример из истории науки. Известно, что Лавуазье под химическим элементом понимал «такую химическую субстанцию, которая во всех химических реакциях увеличивает (возможно, сохраняет без изменения) свой вес». На основе атомистической теории строения вещества и открытия закона постоянных и кратных отношений Дальтон в качестве отличительного признака химического элемента стал рассматривать его атомный вес. «Под химическим элементом понималось уже теперь не только такое химическое тело, которое во всех реакциях сохраняет или увеличивает свой вес, но одновременно утверждалось, что все элементы состоят из одинаковых неизменных и неделимых атомов, имеющих одинаковый атомный вес, и этим весом они отличаются от всех других элементов». Хотя Dfn в обоих определениях экстенсионально равны, определение Дальтона имело огромное преимущество по сравнению с определением Лавуазье.

В определении химического элемента Лавуазье содержался намек на существование связи между качественной характеристикой элемента (его неразложимость) и количественной (свойство увеличивать или сохранять во время химической реакции свой вес по отношению к кислороду). Однако эта связь была установлена Дальтоном на основе атомистических представлений, на основе того, что атомный вес после открытых им законов можно было рассматривать как выражение тех количественных отношений, в которых соединяются между собой химические элементы.

На основе представлений Дальтона об атомистической природе веществ, на основе открытых им законов и выработанного определения химического элемента в дальнейшем было сделано много новых открытий, объяснено много химических явлений, не получавших ранее удовлетворительного объяснения, сформулирован ряд важных законов.

В этой связи достаточно указать на разработанный Авогадро метод определения относительных атомных весов, формулирование им закона, заключающегося в том, что в одних и тех же объемах заключено не одинаковое количество атомов, а одинаковое количество молекул и т. п. На этих путях Менделеевым был открыт знаменитый периодический закон химических элементов, что в свою очередь было связано с изменением понятия о химическом элементе и зафиксировано в соответствующем определении. Это и означает, что в определении химического элемента, предложенного Дальтоном (хотя оно экстенсионально равно определению, предложенному Лавуазье), были зафиксированы более существенные признаки определяемого, чем в определении Лавуазье.

Различение существенного и несущественного, менее существенного и более существенного имеет огромное значение в общественных науках, о чем уже говорилось выше. Таким образом, в Dfn определений отображаются специфические характеристики Dfd. При этом на известных уровнях и этапах опытных наук экстенсионально равные описания, соответствующие Dfn, играют различную роль в познании. Об этих различиях в экстенсионально равных описаниях часто говорят как о различиях отражения в определениях более существенного и менее существенного.

Указанные выше ограничения для различения более существенного и менее существенного сформулированы нами лишь по отношению к определениям. В другой связи эти разграничения важны на самых различных уровнях познания и деятельности (например, **на уровне эвристики**). Так, при решении любых новых задач, возникающих перед нами в науке или на практике, всегда требуется разделять более существенное и менее существенное, главное и второстепенное. Некоторые критерии такого различения формулирует Д. Пойа применительно к решению математических задач.

8. О применимости к определениям истинностных оценок

8.1. Постановка вопроса о применимости к определениям истинностных оценок в истории философии.

Вопрос о правомерности оценки определений с точки зрения их истинности или ложности был поставлен еще Аристотелем. В книге II Второй Аналитики Аристотель обстоятельно обсуждает этот вопрос в связи с выяснением соотношений между определениями и доказательствами. Точка зрения Аристотеля по этому вопросу сводится к следующему.

Знание о том, что есть данная вещь, поскольку она существует, дается определением в следующих случаях.

Во-первых, тогда, когда мы имеем дело с началами науки, среди которых фигурируют явные определения некоторых исходных объектов и соответствующих им понятий; во-вторых, тогда, когда посредством: силлогистических рассуждений выясняется причина возникновения той или иной вещи, и, в-третьих, когда посредством доказательств обосновывается тезис, отвечающий на вопрос, что есть данная вещь.

Определения исходных объектов не просто фиксируют факт их существования, специфицируют их, но и раскрывают их сущность. Эти определения не доказываются в рамках той или иной дисциплины и в этом смысле не являются доказанными истинами. Если бы мы пытались доказывать эти определения, то нам пришлось бы совершить regressus in infinitum. «В самом деле, или начала доказуемы, — пишет Аристотель, — и, <следовательно, существуют начала начал — и так до бесконечности; или первые С н а ч а л а > должны быть недоказуемыми определениями». Однако за пределами специальных теорий (в философии) эти определения обычно получают обоснование.

Определения второго и третьего видов представляют собой доказанные истины: они истинны в том смысле, в каком являются истинными доказанные тезисы. Так, мы можем, согласно Аристотелю, объяснение того факта, возникающего в ходе доказательства, почему гремит гром, преобразовать в соответствующее определение грома. «Первый <вид определения > ,— пишет Аристотель,— хотя и обозначает <нечто>, но не доказывает его; второй же < в и д > является как бы доказательством того, что есть <данная вещь>, но отличается от доказательства по положению < т е р м и н о в > . Ведь не одно и то же, скажем ли мы: почему гром гремит? и что такое гром? На первый вопрос ответят: потому, что огонь потухает в облаках; но что такое гром? — шум при потухании огня в облаках. Так что одно и то же высказывание выражается < д в у м я > различными способами: один раз — как связное доказательство, другой раз — как определение».

Вопрос о правомерности оценок определений с точки зрения их истинности и ложности, поставленный Аристотелем, обсуждался в истории логики и философии (имелись в виду явные содержательные определения). При этом часто предлагались альтернативные решения этой проблемы в самой общей ее постановке. Так, Д. С. Милль склонялся к точке зрения, что определения не являются либо истинными, либо ложными, если выделить в соответствующих предложениях, квалифицируемых как определения, то, что относится к процедуре определения (а именно, способ установления значения того или иного имени), и одновременно абстрагироваться от того, существуют или нет предметы, обозначаемые определяемым именем.

Точка зрения Д. С. Милля и аналогичные ей могли бы быть приняты в науке, если бы мы не только абстрагировались от того, существуют или нет определяемые объекты, но и ограничили бы класс содержательных определений теми синтетическими номинальными определениями, в которых устанавливается синонимичность понятий Dfd и Dfn.

Допустим, в лабораторных условиях обнаруживается впервые некоторое вещество, которому соответствует следующее описание: «секрет, выделяемый островками Лангерганса поджелудочной железы». Мы можем сократить это описание, введя новое понятие — «инсулин». Тогда мы получим определение: «Инсулин» есть понятие, синонимичное с понятием «секрет, выделяемый островками Лангерганса поджелудочной железы»». Это определение является номинальным (поскольку определяется значение понятия посредством установления его синонимичности с иным знаковым выражением), синтетическим (поскольку понятие «инсулин» вводится в язык науки впервые) и синтаксическим (поскольку построением определения непосредственно обеспечивается замена понятий Dfd и Dfn в любых стандартных контекстах). В таком определении имеет место допускаемая Д. С. Миллем абстракция. Если бы все определения, встречающиеся в науке, были таковыми, то их можно было бы объявить не истинными и не ложными.

Однако во многих случаях в подобных ситуациях приведенное выше синтетическое определение формулировалось бы в семантической форме: «Инсулином называется секрет, выделяемый островками Лангерганса поджелудочной железы». Здесь уже нельзя абстрагироваться от существования определяемого предмета: **самим построением определения вводится понятие для предмета некоторой предметной области (в данном случае для области материальных предметов).**

Если бы на современном уровне развития науки, в язык которой уже введено понятие «инсулин», встретились два реальных определения: «Инсулин есть секрет, выделяемый островками Лангерганса поджелудочной железы», «Инсулин есть секрет, выделяемый щитовидной железой», — то, видимо, мы первое определение объявили бы истинным, а второе — ложным.

Это означает, что вопрос о применимости к определениям истинностных оценок требует дифференцированного подхода, который в первую очередь связан с учетом их аналитического или синтетического, номинального или реального, семантического или синтаксического характера.

8.2. Различные виды определений и применимость к ним истинностных оценок.

Аналитические номинальные и соответствующие им реальные определения (т. е. возникающие как результат перевода номинальных в реальные) допускают истинностные оценки.

В реальных определениях, соответствующих номинальным аналитическим определениям, предполагается, что Dfd существует до определения и уже как-то отличается от других предметов людьми по специфическим для него свойствам. Поэтому в таких реальных определениях implicite содержится тезис о том, что отличение предмета, осуществляемое до определения, в точности соответствует тому его экстенсиональному отличению, которое осуществлено посредством определения (например, тезис о том, что только те животные, которые до определения считались львами и в свете определения должны считаться львами). Если этот тезис выполняется, то реальное определение является истинным, если он не выполняется, то определение является ложным.

В номинальных семантических (и притом аналитических) определениях (например, «Планетой называют...», «Треугольником называется...») содержится тезис о том, что только те объекты, которые назывались понятием Dfd до определения, будут называться этим понятием и в соответствии с выработанным определением. Если этот тезис выполняется, то определение будет истинным, если не выполняется — будет ложным.

В несемантических номинальных (и притом аналитических) определениях (например, «Понятие Dfd имеет то же значение, что и понятие Dfn») содержится тезис о том, что понятия, которые считались синонимичными в экстенсиональном смысле до определения, являются таковыми и после определения. Если этот тезис выполняется, то определение является истинным, если не выполняется — ложным.

Допустим, лексиколог вводит в толковый словарь значение слова, уже употребляющегося в речи. Он при этом анализирует самые различные речевые контексты, в которых это слово встречается, и стремится выяснить его значение. Результаты такого анализа фиксируются первоначально в аналитических семантических определениях. Так, в эксплицитной форме значение слова «вар» можно записать в виде определения: «Варом называется вареная смола», «Варом называют вареную смолу». Если иметь в виду имплицитно подразумеваемый лексикологом и включаемый им в определение указанный тезис (что детерминируется самой задачей предпринятого исследования), то приведенное определение будет истинным лишь в том случае, если слово «вар» действительно употреблялось до определения в речи только для наименования каждого из объектов, обладающих свойством «быть вареной смолой» (от явления омонимии мы при этом отвлекаемся, поскольку оно лишь усложняет анализ, но не влияет на окончательные выводы). Уточнения указанного типа впоследствии могут принимать и форму реальных определений (например, «Вар есть вареная смола»), поскольку введенное ранее в язык понятие может рассматриваться затем просто как представитель, заместитель соответствующего объекта.

Что же касается применимости истинностных оценок к синтетическим номинальным определениям, то здесь могут встретиться два случая: (1) Понятие не существует в соответствующем языке до определения, оно вводится им. (2) Понятие существует в языке или введено в язык определением, задача при этом состоит в существенном уточнении понятия (имеется в виду такое его уточнение, которое связано с изменением его экстенсиональных характеристик).

В случае (1) говорят иногда, что объект не существует до определения, а создается им. В действительности (если речь идет об опытных науках) в гносеологическом плане предмет существует до определения. Он создается им лишь в методологическом смысле, т. е. как объект познания; его обнаружение сопровождается описанием его свойств и его наименованием (процесс конструктивизации).

Когда мы вводим имя для вновь обнаруженного, построенного или появившегося объекта, который нами как-то при этом выделяется из числа других объектов по объективным характеристикам, то возникающее при этом синтетическое определение, принимающее форму семантического определения («назовем таким-то именем объект, характеризуемый так-то и так-то»), непосредственно не может быть охарактеризовано как истинное или ложное. В таком определении устанавливается значение нового имени через описание характеристик объектов, к которым оно будет применяться.

Допустим, мы обнаружили новый секрет, выделяемый островками Лангерганса поджелудочной железы. Встает вопрос о его наименовании. Пусть в результате обсуждения этого вопроса для него выбрано имя «инсулин», что зафиксировано в определении: «Назовем инсулином секрет, выделяемый островками Лангерганса поджелудочной железы». Это синтетическое номинальное определение, на наш взгляд, не допускает еще истинностных оценок; это определение есть соглашение о принятии некоторого знакового выражения в качестве научного понятия.

В дальнейшем, однако, в результате «реификации» имени, т. е. в результате того, что оно начинает уже рассматриваться как нечто обозначающее независимо от Dfn определения, как уже существующее в языке и представляющее некоторый объект, приведенное выше определение может быть истолковано как истинное, поскольку оно уже может быть рассмотрено как аналитическое. В частности, оно может быть истолковано и как реальное определение (например, «инсулин есть секрет, выделяемый...»).

Известно, что на уровне опытного знания нам постоянно приходится превращать относительно истинное в истинное в некотором абсолютном формальном смысле, что свидетельствует о глубокой диалектичности процесса познания. Это создает огромные преимущества для познания хотя бы в том отношении, что оно в таком случае уже допускает применение к нему формальных правил и аппаратов. Определения в этом отношении не составляют исключения.

Так, определение «Инсулин есть секрет, выделяемый островками Лангерганса поджелудочной железы» как аналитическое является истинным, реальным определением, поскольку по отношению к нему выполняется тезис о том, что и до приведенного в некоторой конкретной ситуации нашего определения инсулином считался именно данный секрет, выделяемый островками Лангерганса. Но, вообще говоря, не исключается возможность того, что этот секрет выделяется и другим органом животного. Реальное определение инсулина через описание структуры его молекул будет выполнять соответствующий тезис уже в некотором доскональном смысле. В этом случае переход от одного определения к другому можно характеризовать как переход от знания менее существенного к знанию более существенного.

Использование синтетических определений в случае (2) (когда, например, изменяются экстенсиональные характеристики уточняемых понятий) можно mutatis mutandis рассматривать как введение нового понятия, поскольку изменяется его значение. В таком случае анализ применимости истинностных оценок к синтетическим определениям для случая (1) mutatis mutandis можно повторить и применительно к синтетическим определениям для случая (2): они и здесь непосредственно неприменимы. Однако они станут применимыми к таким же определениям, как только новое понятие с новым значением станет рассматриваться как существующий в языке до новых его определений, как только это понятие будет истолковываться как таковое, которое имеет уточненное значение независимо от определения, которым введено данное уточнение.

Возможность применения к номинальным аналитическим и соответствующим им реальным определениям истинностных оценок, на наш взгляд, обусловлена тем, что формулирование и использование их происходят по отношению к той части действительности, которая нами уже **конструктивизирована**: объекты действительности уже выделены в процессе познания по некоторым достаточно надежным объективным характеристикам и получили соответствующие имена, посредством которых они могут быть представлены.

Номинальные же синтетические определения связаны непосредственно с самими процессами конструктивизации действительности и изменениями ее в процессе познания (в особенности в процессе научного познания) .

Могут последовать возражения, что аналитические номинальные определения и соответствующие им реальные определения истинны или ложны не по отношению к деиствительности, а по отношению к сложившимся нормам употребления языка, что следовательно, эти оценки имеют вербальный характер.

Здесь важно иметь в виду различение определений на уровне дидактики и на уровне истории познания. Если в науку введено семантическое и одновременно синтетическое определение вида «Понятием А будет называть объект В» (1), то, естественно, это же определение, переписанное в учебное пособие в виде предложения

«Понятием А называют объект В» (2), может истолковываться как имеющее характер вербальной истины: для обоснования того, что определение (2) истинно, достаточно сослаться на предложение (1). Мы условились на уровне науки объект В называть понятием *А*, а затем повторили, что это действительно так. Однако на уровне

познания, результаты которого фиксируются в языке науки или в естественном языке, вводимые в условиях осуществления конструктивизации действительности синтетическими номинальными определениями понятия начинают «обрастать» новым содержанием, которое является результатом опытного, осуществляемого независимо от сформулированного определения исследования того участка действительности, который выделен посредством конструктивизирующего определения. Поэтому в науке зачастую встречаются контексты, в которых определение (2) уже не будет иметь характера вербальной истины: ученый может прийти к выводу, что, несмотря на множество новых свойств, обнаруженных в объекте, обозначаемом А, определение (2) можно сохранить в науке. В такой ситуации обоснование определения (2) требует уже обращения не только к анализу надписей (инскрипций), но и к анализу опытных фактов.

Еще более ярко невербальный характер истинности или ложности тезисов, содержащихся в определениях, допускающих истинностные оценки, проявляется тогда, когда определениями вводятся уточнения слов естественного языка, вводятся изменения в экстенсионалах понятий науки. Подобно этому мы, например, объявляем истинной юридическую норму, коль скоро она в силу тех или иных рациональных, соображений принимается обществом и фиксируется в соответствующих документах.

Так, аналитическое определение человека как разумного животного, способного к членораздельной речи (3), в действительности представляет собой некоторое предложение об экстенсиональном тождестве Dfd и Dfn. Адекватное применение понятия «человек» в процессе речевой деятельности свидетельствовало о том, что по каким-то свойствам люди отличали себя от иных животных и не обязательно по тем, которые перечислены в определении (3). Эти свойства ассоциировались с понятием «человек». Конструктивизация множества людей, таким образом, была осуществлена до появления определения (3). В определении (3) и устанавливалось отношение экстенсионального тождества между свойствами Dfd и Dfn. А это уже есть опытный факт. Даже тогда, когда такое определение формулируется как аналитическое и семантическое («Понятием А назовем объект В»), мы чаще всего подразумеваем предложение: «Объекты, именуемые понятием А, суть те же самые объекты, что и объекты, соответствующие свойству В». Это отношение тождества является опытным фактом.

Каждое явное определение (независимо от того, является оно аналитическим или синтетическим, номинальным или реальным), если оно истолковывается как правило, обеспечивающее взаимозаменимость понятий Dfd и Dfn (что требует иногда их трансформации на основе перевода друг в друга), уже не допускает истинностных оценок.

В формальных системах и формализованных языках вопрос об истинности явных определений заменяется <u>вопросом об их доказуемости</u> и решается аналогично.

Каждое явное определение, расширяющее некоторую систему, рассматриваемое как правило замены Dfn на Dfd и наоборот ($Dfd\ ^{A}\ Dfn$), не является доказуемым предложением системы (оно относится к числу правил, расширяющих запас ранее сформулированных правил системы S_Q).

Допустим, мы расширяем систему S_Q за счет явного определения Dfd ^{Л} Dfn, где понятие Dfn рассматривается как сокращение для понятия Dfd. Это определение является синтетическим: оно вводит новое поняти, не содержащееся в языке системы S_Q. Это определение не является доказуемым в S_Q, так как оно не рассматривается как принадлежащее этому языку. На основе этого определения мы расширяем язык системы S_Q до языка системы S_1. Когда этот язык сформирован, наше определение принадлежит уже языку S_1. Мы можем его рассматривать как аксиому, а следовательно, и как доказуемое предложение со знаком эквивалентности, или равенства (при интерпретации системы оно является истинным).

До сих пор мы рассматривали такие определения, в которых объекты, для которых вводилось новое имя, выделялись по объективным присущим им свойствам.

Однако существует весьма широкий класс номинальных определений, в которых условия использования вводимого определением значения понятия существенным образом детерминируются некоторыми разумными соглашениями между людьми. Таковы номинальные определения, посредством которых уточняются значения знаковых выражений, не имеющих достаточно определенного значения вне соответствующих контекстов. Сюда же относятся и синтетические определения, посредством которых вводятся различные единицы измерения.

Приведем примеры.

Очень часто при решении конкретной задачи мы уточняем понятия с недостаточно определенным значением.

При этом не только в зависимости от характера решаемой задачи, но и в пределах решения одной и той же задачи могут предлагаться различные уточнения. Например, понятие «высокий человек», встречавшееся ранее в языке, может быть уточнено так: «Высокими людьми мы будем называть (считать) лишь тех людей, которые имеют рост больше чем 185 см». Но для того же самого понятия может быть предложено и иное уточнение: «Высокими людьми мы будем называть (считать) лишь тех людей, которые имеют рост больше чем 178 см».

Эти определения хотя и несут элементы объективного знания в том, например, смысле, что, согласно предлагаемым ими уточнениям, люди заведомо невысокого роста (такие, как Наполеон Бонапарт) не попадут в разряд высоких, однако принятие того или иного определения опирается на некоторое разумное соглашение. Такого рода определения, на наш взгляд, не допускают истинностных оценок (даже и в том случае, когда они переводятся в ранг реальных).

Примером другой ситуации, в которой определение не может быть оценено как истинное или ложное, могут быть определения различных единиц измерения, которые часто вводятся в науку путем синтетических определений (например, «Метром называется демятимиллионная часть четверти парижского меридиана»). Этим определением устанавливается некоторое общезначимое соглашение о том, какой объект выбрать в качестве единицы измерения длины и назвать метром. Разумеется, что устанавливаемое при этом соглашение должно быть разумным: в основу системы мер кладутся легко воспроизводимые единицы, связанные с практически неизменным объектом природы (с этими соображениями, в частности, и было связано то, что впоследствии пришлось перейти от названного выше «естественного» эталона измерения длины к «архивному»). Однако при соблюдении разумности выбора единиц измерения в качестве единицы длины можно было выбрать огромное множество эталонов (естественных и соответствующих им архивных). Эти определения и представляют собой соглашения о разумном выборе эталона измерения. В этом смысле они не истинны и не ложны. Эти определения могут быть хорошими (если системы единиц удобны, надежны и т. п.) и плохими (если они не отвечают условиям удобства, надежности и т. п.). Такие определения К. Айдукевич в отличие от номинальных и реальных называет **арбитральными (от английского arbitrary — произвольный**). Характер соглашений, с которыми мы имели дело, когда вводили единицы измерения, детерминирован потребностями общественной практики.

8.3. Неистинные реальные определения.

В методологии науки различаются **три вида неистинных реальных определений**.

(1) В процессе развития научного знания изменяются, уточняются соответствующие понятия. Эти изменения и уточнения могут быть связаны с их обобщением, ограничением, расщеплением, а следовательно, не только с изменением их интенсионала, но и их экстенсионала. Ранее данные этим понятием определения вследствие указанных процессов становятся либо слишком широкими (Dfd<Dfn), либо слишком узкими (Dfd>Dfn).

В таком случае ранее сформулированные определения требуется заменять новыми. Прежние определения окажутся ложными, поскольку заключающийся в них тезис о том, что отличение предмета, имеющее место до введенного определения, соответствует тому его

отличению, которое осуществлено посредством данного определения, уже не имеет места.
(2) В ходе развития научного знания можно встретиться и с такой ситуацией, когда Dfd существует (его существование может быть подтверждено опытным путем), но в определении утверждается его эквивалентность Dfn, который является пустым (его пустота также может быть доказана наукой). Пустое множество оказывается эквивалентным непустому. Утверждение об эквивалентности пустого и непустого класса является ложным.
(3) Иногда в ходе развития науки устанавливается, что и Dfd и Dfn являются пустыми. Такие определения также устраняются из науки как негодные.
Со случаем (1) мы имеем дело, например, при изменении понятий о функции, животном, растении, кривой, машине, скорости и т. п., которые приводили к необходимости изменений и соответствующих этим понятиям определений (и притом в экстенсиональном смысле).
Так, в связи с расширением объема понятия о животном пришлось исключить из Dfn соответствующие признаки (например, признак «быть способным к самостоятельному передвижению»), дабы привести в соответствие Dfd и Dfn (сделать их соразмерными), обеспечить эквивалентность Dfd и Dfn, а само суждение об эквивалентности Dfd и Dfn превратить из ложного в истинное.
В свое время киты причислялись к классу рыб (случай (2)) и соответственно определялись как рыбы, обладающие такими-то свойствами. Класс китов не являлся пустым, что могло быть подтверждено наблюдением. Однако рыб, обладающих теми свойствами, которые указывались в Dfn приведенного определения, не существовало, что и было установлено в свое время наукой. **Непустой класс не может быть эквивалентен пустому**, и потому в указанной ситуации была обнаружена ложность ранее предлагавшегося определения. Ложная дефиниция китов была заменена другой, истинной, где обеспечивалась эквивалентность Dfd и Dfn, их соразмерность и соответствие дефиниции с данными опыта.
С аналогичным, но более сложным случаем мы встречаемся в истории развития понятия об атоме. Существование атома в связи с работами Дальтона, Авогадро и др. в XIX в. считалось в науке доказанным. Однако по определению атому в числе иных свойств приписывалось свойство «быть неделимой и неизменной частицей вещества». Но такой частицы в действительности не существовало, что было позднее обнаружено наукой. Dfn дефиниции оказался пустым классом, а Dfd (как было установлено наукой) был непустым классом. Тем самым была обнаружена ложность ранее предлагавшегося определения.

Прежнее определение было заменено новым, уже не включавшим в состав Dfn свойства его неделимости и неизменности.

Неистинность определений для случая (2) можно было бы доказать и иначе, опираясь на анализ того тезиса, который содержится в каждом реальном определении, соответствующем номинальному аналитическому определению. Этот тезис, как уже отмечалось, состоит в том, что отличение предмета до анализируемого определения соответствует тому его отличению, которое обеспечивается введенным определением. В рассмотренных определениях этот тезис до какого-то времени выполнялся и определения считались истинными. Однако в ходе развития науки и общественной практики выяснилось, что этот тезис уже не выполняется: в науке, в общественном опыте независимо от определения было выяснено, что отличение изучаемого предмета в общественном опыте и соответствующем ему языке не соответствует его отличению на уровне данного определения. Поэтому определение и было объявлено неистинным.

Например, было выяснено, что киты в науке уже не отличаются от других животных так, как это имеет место в прежнем определении, а именно по признаку «быть рыбой, обладающей такими-то свойствами».

Рассмотрим теперь случай (3). Известно, что в XVIII в. в химию был введен определением такой гипотетический объект, как флогистон («Флогистон есть невесомая материя, представляющая собой начало горючести и содержащаяся во всех веществах, способных гореть или превращаться при обжигании в окалины или извести»). Тогда же в физику был введен аналогичный объект — теплород («Теплород есть особая невесомая материя, входящая в состав каждого тела и являющаяся причиной теплоты тел»). Господствовавшие в свое время теории флогистона и теплорода оказались ошибочными, и тем самым было доказано несуществование таких объектов, как флогистон и теплород, а соответствующие им понятия оказались лишенными значения по отношению к предметным областям, изучаемым физикой и химией. Иными словами, **была доказана пустота понятий о флогистоне и теплороде.** Неистинность этих определений можно выявить и на основе анализа того тезиса, который в них содержится.

Однако известно, что указанные пустые понятия и построенные на них теории сыграли в развитии науки положительную критическую и эвристическую роль. Ф. Энгельс указывал, например, что химия «освободилась от алхимии посредством флогистонной теории». Теория теплорода стимулировала калориметрические исследования. Исходя из этой теории, С. Карно сформулировал ряд доложений («цикл Карно»), которые затем были положены в основу первого закона термодинамики.

Однако если теории, построенные на определениях пустых, несуществующих объектов, способны дать лишь какую-то частицу объективного (знания об изучаемой области, то теории, построенные на слишком широких или слишком узких определениях, часто считаются вполне полноценными. Они, однако, как и любая опытная теория, являются относительными в смысле их исторической ограниченности.

Аналогичные же ситуации имеют место и с суждениями, встречающимися в составе той или иной теории (в том числе и с теми, которые считаются законами природы). Таково, например, суждение «Солнце обращается вокруг Земли». Исходя из этой ложной предпосылки, Птолемей тем не .менее сделал ряд важных (и истинных) научных предсказаний.

Когда мы говорим о том, что некоторое суждение ложно, то мы имеем в виду, что оно не соответствует действительности, или (это то же самое) что ситуация, описанная в ложном суждении, не имеет места в действительности. Например, суждения «Москва расположена на Днепре», «Все металлы — тверды» являются ложными: они не соответствуют действительности, так как (что то же самое) ситуации действительности, описываемые ими, являются пустыми (не существующими). И действительно, в первом суждении утверждается, что Москва расположена на Днепре, но нетрудно убедиться в том, что такой ситуации не существует. Во втором суждении утверждается, что любой объект, принадлежащий классу металлов, является твердым. Но такой ситуации в действительности нет.

Как уже указывалось, определения вида (1) мы можем квалифицировать как неистинные в силу того, что по отношению к ним не выполняется содержащийся в них тезис. К этому же выводу мы придем, если будем вопрос об истинности или ложности определений рассматривать на более широкой гносеологической основе.

Рассмотрим теперь вопрос о неистинности указанных видов определений более детально. Допустим, дано реальное определение «Капиталист — это человек, эксплуатирующий труд другого человека» (т. е. предложение: «Капиталисты, и только они, суть люди, эксплуатирующие труд других людей). Однако такой ситуации в действительности нет, так как труд других людей эксплуатировали и феодалы, и рабовладельцы.

Итак, в случае слишком широкого определения соответствующее ему предложение эквивалентности оказывается ложным. Этот вывод относится и к слишком узкому определению, т. е. когда Dfd>>Dfn. Рассмотрим следующее слишком узкое определение: «Прямоугольник есть параллелограмм, у которого все стороны равны между собой и все углы прямые». Как суждение эквивалентности мы это определение можем записать в форме: «Если геометрическая фигура является прямоугольником, то она есть параллелограмм, у которого все стороны равны между собой и все углы прямые, и если геометрическая фигура является параллелограммом, у которого все стороны равны между собой и все углы прямые, то она является прямоугольником». Если первое суждение данной эквивалентности является ложным, то второе— истинным (эти два суждения соединяет знак «и»).

В целом суждение эквивалентности окажется поэтому ложным.

Определения второго вида, рассмотренные совместно с заключенным в них тезисом на основе их сопоставления с действительностью (кстати, этот тезис и позволяет производить нам соответствующее сопоставление с действительностью), приводят нас к выводу об их ложности. Представим определение «Кит есть рыба, имеющая такие-то отличительные свойства» в виде суждения, имеющего форму (2): Ах((х есть к и т — е с т ь рыба, имеющая такие-то отличительные свойства) Л (*x* есть рыба, имеющая такие-то отличительные свойства,— есть кит)). В условном суждении, стоящем слева от знака конъюнкции, мы можем антецедент предположить истинным (будем рассматривать все те *x***,** которые являются китами), тогда конееквент этого суждения для любого такого х окажется фактически ложным, а все первое условное суждение будет ложным (в отличие от первого вида определений функция «*x* есть рыба, имеющая такие-то отличительные свойства» не выполняется ни для какого *x*). Во втором условном суждении антецедент является фактически ложным, так как нет рыб, отличающихся свойствами, которые бы давали основание зачислить их в разряд китов. Раз основание условного суждения (импликации) является ложным, то в целом импликация будет истинной. В целом же суждение эквивалентности будет ложным (в силу определения конъюнкции).

Определения третьего вида при применении к ним в целях анализа аппарата классической двузначной логики оказываются истинными. Представим определение «Теплород есть особая невесомая материя, входящая в состав каждого тела и являющаяся причиной теплоты тел», рассматриваемое как суждение эквивалентности ~ (D f d Dfn) в форме (1): у х ((х есть теплород—>-л" есть особая невесомая материя...) Д (х есть особая невесомая материя...—>х есть теплород)). При тех же условиях, что и в случаях анализа предыдущих определений, мы должны констатировать, что каждое из суждений, входящих в состав условных суждений, является ложным в силу того, что не существует таких которые бы обладали свойствами «быть теплородом», «быть особой невесомой материей...». В силу же того, что антецеденты и консеквенты условных суждений фактически оказываются ложными, каждое из условных суждений является истинным (в силу определения импликации), а суждение формы (1) в целом оказывается истинным (в силу определения конъюнкции).

В данном случае оказывается, что обычный аппарат современной логики является недостаточным для анализа ряда научных проблем именно из-за тех крайних абстракций и допущений, которые принимаются при построении соответствующих логических теорий. Подобно тому как эти аппараты оказываются недостаточными при анализе предложений, выражающих законы природы, контрфактических суждений, диспозиционных предикатов и т. п., они оказываются недостаточными и при анализе, имеющем целью установление истинности и ложности некоторых видов определений.

Отмеченные нами различия трех видов определений важны в методологии наук и, в частности, для анализа процесса развития научного познания. Учет этих различий дает возможность раскрыть дистинкции в эволюции научных теорий, концепций и их фрагментов, детерминируемые встречающимися в них различными видами ложных определений.

Неистинные, соответствующие аналитическим реальные определения первого вида мы предлагаем называть ложными в слабом смысле, вторые — ложными в сильном смысле. Определения третьего вида мы назовем малоосмысленными.

9. Правила введения и удаления знаковых выражений вводимых посредством определений

9.1. Правила введения и удаления на уровне естественного языка.

Вопрос о правилах введения и удаления в связи с обоснованием правомерности абстракций высоких уровней в математике был поставлен впервые С. А. Яновской. Ее точка зрения в общем виде сводится к тому, что введение понятий для абстракций высоких уровней в математические теории оправдано в том случае, если для них одновременно можно сформулировать и правила удаления.

«**Чтобы наука могла служить задачам общественной практики людей, она должна содержать общие правила и законы, выявляющие повторяющееся в разных предметах и явлениях жесткое (инвариантное, спокойное) существо дела. Но чтобы выявить существо дела, его жесткое ядро, сердцевину, нужно отвлечься от несущественных деталей. Результатом такого отвлечения являются абстрактные понятия и объекты, без введения которых нельзя сформулировать ни одного общего закона или правила. Но чтобы применить этот закон на практике, абстрактные объекты нужно заменить их конкретными представителями: нужно их исключить.** Нельзя съесть абстрактный «плод», можно съесть только конкретный объект, подпадающий под это общее понятие. Со всяким абстрактным понятием или объектом в науке поэтому должны быть связаны правила его введения и исключения. Для простейших абстрактных понятий типа «плод» способы их введения и исключения не представляют трудностей. Трудности связаны с абстрактными понятиями более высоких порядков (в том числе и допускающими разные порядки), такими, как «множество», «свойство», «функция», «функционал», «оператор» и др.».

Проблема введения и удаления абстракций охватывает, таким образом, весьма обширный круг гносеологических, методологических и логических проблем. Мы остановимся лишь на проблемах, связанных с введением и удалением знаковых выражений, осуществляемых посредством определений. Рассмотрим введение и удаление понятий (и соответствующих им объектов) посредством явных определений, имеющих вид: Dfd = Dfn.

Как известно, уже этап овладения человеком речевой практикой вообще опирается на широкое использование остенсивных определений. Правила введения знаковых выражений здесь представляют собой правила остенсивных определений, используемые обучающим; он демонстрирует ситуацию, показывает предмет, оперирует им, дает команды обучаемому и употребляет соответствующее знаковое выражение.

Правила удаления знаковых выражений здесь выявляются в умении обучающимся находить предметы по их именам и описаниям, выполнять определенные действия, предписания, отыскивать ситуации, соответствующие простейшим контекстам. Введенные остенсивными определениями знаковые выражения элиминируются, заменяются соответствующими предметами, действиями, ситуациями (т. е. их денотатами). В этих правилах удаления implicite содержатся различные способы установления значений знаковых выражений, рассматриваемые в качестве универсальных представителями различных теорий значения. Так, описанные выше правила удаления предполагают наличие непосредственного соотнесения знака с его денотатом. Этот способ установления значения абсолютизируется в некоторых вариантах реалистической теории значения и теории эмпирической проверяемости.

Отмеченные выше правила удаления предполагают наличие деятельности по отношению к обозначаемым предметам. Успех такой деятельности может рассматриваться как аргумент в пользу того, что значение известных знаков усвоено (прагматическая теория значения).

Соответствующие правила введения и удаления можно сформулировать раздельно по отношению к этапу овладения речевой деятельностью, не предполагающему систематического обучения, и по отношению к этапу овладения речевой деятельностью и языком, предполагающим систематическое обучение. И в том и в другом случае мы будем иметь дело с правилами, связанными с вербальными определениями. На этих этапах новые знаковые выражения уже могут вводиться на основе иных знаковых выражений, значение которых усвоено. В конечном счете мы будем опираться на значения тех знаковых выражений, которые введены остенсивным путем.

До систематического обучения вербальные явные определения (если они все переведены в реальные) в языке обучаемого часто являются неполными, т. е. они не удовлетворяют правилу соразмерности Dfd и Dfn. Правилами введения знаковых выражений здесь будут правила построения многих видов номинальных определений, в которых или для объекта, описанного через его признаки, ставится в соответствие некоторое имя (семантические определения), или одно имя (понятие Dfd) вводится взамен другой комбинации знаков.

Согласно правилам удаления, здесь будут заменяться или понятие Dfd объектом, для которого оно введено (в случае семантических определений), или понятие Dfd понятием Dfn.

В процессе систематического обучения человек овладевает новыми знаковыми системами в дополнение к естественному языку, уточняет значение выражений, усвоенных на предшествующих этапах: он начинает в известном смысле переучиваться родному языку. Многие имена для него приобретают значение понятий. Для того чтобы пользоваться определениями и связанными с ними правилами введения и удаления, учащемуся не нужно знать определение синонимичности знаковых выражений в общей форме. Однако это становится чрезвычайно важным, когда мы начинаем строить теории логической семантики.

Таким образом, в процессе воспитания и обучения правила удаления могут быть использованы для выработки критериев, позволяющих устанавливать, понято ли обучаемым значение того или иного знакового выражения.

9.2. Правила введения и удаления на уровне науки.

На уровне науки правила введения и удаления применяются для обоснования правомерности оперирования в науке теми или иными абстракциями высоких уровней и идеализациями. Эти правила введения и удаления можно подразделить на два класса.

Первый класс правил относится к решению внутренних проблем науки. Второй класс правил предполагает выход за пределы той или иной науки в области иных наук или обращение к выяснению соотношений той или иной научной теории и ее компонентов с действительностью.

Эти правила можно сформулировать отдельно для логико-математических и естественных наук.

Для логико-математических наук можно указать следующие правила:

(1) введение абстрактных и идеализированных объектов (например, множеств, предикатов, функций) посредством явных определений ($\text{Dfd}^{\text{Л}}\text{Dfn}$);

(2) введение объектов (в том числе и абстракций высоких уровней) с помощью ε-оператора (эпсилон-оператора);

(3) введение объектов путем неявных аксиоматических определений;

(4) введение объектов посредством неявных рекурсивных определений;

(5) введение абстракций на основе описания способов их образования как внутри развивающейся теории, так и за ее пределами (например, образование понятий о мнимых и натуральных числах).

Некоторые из перечисленных правил вводят объекты лишь в пределах теории (например, правила (2), (4)); некоторые же из них могут использоваться и на дотеоретическом уровне. Часть правил содержит кроме правил введения также и правила удаления (например, правила (1), (3), (4), (5)), другие же являются лишь правилами введения.

Для этих же наук можно указать следующие правила удаления:

(1) удаление объектов, введенных по схеме Dfd = Dfn путем замены Dfd на Dfn и в конечном счете комбинацией объектов, соответствующих понятиям минимального словаря теории;

(2) удаление объектов, введенных ε-оператором, на основе доказательства их существования или на основе доказательства ε-теоремы Гильберта;
(3) удаление объектов, введенных системой аксиом, посредством построения соответствующей модели (стандартной или нестандартной), что часто связано с переходом от рассмотрения систем объектов любой природы к рассмотрению конкретных специфицированных систем объектов;
(4) удаление объектов (функций и предикатов), введенных рекурсивно, путем сведения их к вычисленным значениям;
(5) удаление посредством описания образования абстракций за пределами данной теории;
(6) удаление, связанное с приложениями соответствующей теории с введенными в нее абстракциями для решения научных и практических задач, возникающих за ее пределами;
(7) удаление, основанное на понижении уровней абстракций путем введения их в контекст переменных (так производится понижение уровня абстракций, введенных оператором функциональной абстракции Я, посредством операции приложения).

Если для некоторых контекстуальных неявных определений существуют правила удаления (так, решая уравнения по определенному алгоритму, мы определяем значения неизвестных, удовлетворяющие им, и тем самым неявные определения превращаем в явные), то таких правил для аксиоматических определений не существует. Правило (3) предусматривает другой способ удаления понятий, определяемых неявно; здесь мы в целях удаления понятий осуществляем выход за пределы аксиоматической теории, обращаемся к отысканию для нее соответствующих моделей.

Правило (4) имеет некоторое ограничение: вычислимая функция в общем случае не является всюду определенной, а следовательно, элиминируемой во всех контекстах (для всех значений ее переменных).

Правило (5) очень существенно для обоснования ряда абстракций. Дело в том, что многие абстракции и понятия возникли на содержательно-интуитивном уровне еще до формирования соответствующих теорий и успешно применялись на практике. Анализ способов их образования может подсказать ученому, какие из понятий и абстракций, использовавшиеся при этом, могут быть использованы и на уровне построения научной теории.

Правило (6) является, на наш взгляд, фундаментальным. Если теория с ее абстракциями успешно применяется для решения задач иной, менее абстрактной теории, более непосредственно связанной с действительностью и материальной практикой, то уровень абстракций понижается, и они могут получить естественное материальное истолкование. Если же теория находит непосредственное применение в технике, технологии производства, то и абстракции, применяемые в ней, удаляются в буквальном смысле. В последнем случае **такие абстракции, как точки, не имеющие измерения, заменяются материальными объектами, имеющими три измерения.**

Объект, введенный путем явного определения в строгую, построенную генетическим, индуктивным способом, научную теорию, может быть элиминирован и редуцирован к совокупности элементарных объектов, не определяемых, вообще говоря, в рамках данной теории. Это означает, что в конечном счете (при строгом построении теории) решение вопроса о правомерности вводимых путем явных определений объектов сводится к обоснованию правомерности введения первичных, исходных объектов науки. Последнее же невозможно осуществить, не выходя за рамки теории. Аналогично в аксиоматических теориях объекты, вводимые путем неявных аксиоматических определений, не могут быть удалены, элиминированы в рамках самой теории.

Правила удаления предполагают в таких случаях выход за пределы абстрактной аксиоматической теории.

Отыскание модели, удовлетворяющей аксиомам такой теории, и будет правилом удаления для введенной теорией системы первичных объектов. Если модель заимствуется из объектов иной теории, то удаление (и одновременно обоснование правомерности) абстрактных объектов является относительным. Заметим, что многие абстрактные объекты и операции с ними вводились в науку на уровне синтаксического оперирования с ними. Если такие абстрактные объекты, как натуральные числа, сопоставлялись в процессе практической деятельности с множеством материальных объектов различной природы (и тем самым происходило удаление этих абстрактных объектов), то такие абстрактные объекты, как мнимые числа, были первоначально введены чисто оперативно: экземплификаций и интерпретаций для них не существовало. Однако математики умели оперировать с ними по известным правилам и добивались решения таких задач, которые до их введения оказывались неразрешимыми (например, введение числа i позволило разлагать на множители сумму квадратов двух чисел — a и b). Однако в целях более надежного обоснования правомерности введения этих абстрактных объектов в науку математики обратились к отысканию для них модели, которая и была найдена.

Таким образом, основными способами обоснования правомерности введения абстракций и идеализаций в науку являются правила удаления, связанные с выходом за пределы замкнутой теории, связанные с обращением в конечном счете к материальной действительности и общественной практике. Правила введения и удаления свое уточнение получают в различных вариантах построений натуральных исчислений математической логики.

Аналогичные правила можно сформулировать и для естественных наук. Мы обратим внимание лишь на одно важное правило введения. Создание многих физических теорий предполагает введение в их состав идеализированных объектов, которое осуществляется с помощью некоторого умственного эксперимента, связанного с операцией предельного перехода. К числу правил введения в естествознании могут быть отнесены и различные формы обобщения экспериментов, правила интерпретации и т. д. Основными правилами удаления здесь будут: правила применения теории на практике; правила, обеспечивающие совпадение вычислений по формулам с непосредственными измерениями; правила, обеспечивающие подтверждаемость выводимых следствий из теории в экспериментально-измерительной деятельности и т. п.

Применение правил удаления, связанных с выходом за пределы замкнутых теорий, убеждает нас в том, что абстракции и идеализации являются результатом сложного и противоречивого отражения действительности.

Иногда в действительности для них существуют лишь отдаленные прообразы. Такие прообразы можно найти даже для такого абстрактного и идеализированного объекта, каким является материальная точка. Правомерность этой идеализации Н. Е. Жуковский обосновывает следующим образом: «Если мы обратим внимание только на движение центра тяжести, то заметим, что оно совсем не зависит ни от густоты расположения материи, ни от формы тела, а только от количества материи в теле. Центр тяжести движется так, как если бы в нем одном была сосредоточена масса всего тела; таким образом, в нем мы видим как бы реальное осуществление материальной точки...».

Таким образом, абстракции высоких уровней правомерны тогда, когда для них существуют не только правила введения, но и правила удаления. При этом имеется в виду, что для оправдания абстракций высоких уровней одновременно используются как и внутритеоретические, так и внешнетеоретичеекие правила удаления: нам должно быть в таком случае известно, что теория, правомерность абстракций которой проверяется, плодотворно применяется если не непосредственно на практике (например, в технике), то во всяком случае для решения проблем иных теорий, которые в конечном счете допускают материальное истолкование используемых в ней абстракций.

Удаление абстракций и идеализаций не может быть осуществлено в абсолютном смысле и во всех контекстах, где они встречаются. Если бы это было так, то это означало бы, что мы в науке оперируем понятиями, без которых в принципе можно обойтись.

В свете проведенного анализа становится ясным, что такими абстракциями, как «бог», нельзя пользоваться в науке (они являются неправомерными, неразумными): для этих абстракций можно сформулировать лишь правила введения, например, путем явных определений (что и делают теологи), но нельзя сформулировать разумных правил удаления на уровне науки, и притом таких, которые бы их удаляли за пределами любых «теорий» и концепций. Последнее требование обязательно, поскольку абстракция «бог» возникла в сознании людей до всяких «теорий» и «концепций» о боге.

Современный номинализм, как известно, объявляет поход против универсалий. Устранение универсалий из науки повлекло бы существенную ее перестройку. Однако слабость номинализма состоит в том, что ему не удается создать удовлетворительного и естественного перевода многих предложений науки на номиналистический язык (например, предложений вида «Предметов *a* больше, чем предметов *b*»: «Имеется собак больше, чем кошек»), а также в том, что номиналистический язык настолько громоздок, что его принятие становится тормозом для развития науки, лишает ее мощных эвристических потенций. Нельзя не согласиться с А. Чёрчем в том, что изгнание из науки универсалий приведет к тому, что «теория будет нестерпимо сложной, если вообще возможной». И это подтверждается некоторыми фундаментальными соображениями научного и методологического характера.

Известно, что опережающий характер отражения действительности присущ всему живому (опережающее отражение есть свойство протоплазмы клетки). Это означает, что организм отражает и приспосабливается не только к настоящим состояниям окружающей его среды, но и к будущим ее состояниям, предвосхищает наступление будущих состояний среды. Это возможно потому, что состояния среды изменяются не хаотично, а в определенной инвариантной последовательности (например, чередование времен года). Это постоянство последовательностей в изменениях среды трансформируется в химическую последовательность молекулярных процессов.

Человеку в большей степени, чем другим животным, присуще свойство опережающего отражения действительности. Основным

средством опережающего отражения действительности в обществе является наука, научное познание, опирающееся на мощный арсенал экспериментальных, логических и методологических средств. Важную роль в этом арсенале средств опережающего отражения играют <u>универсалии: абстрактные и идеализированные объекты</u>. Среди них можно встретить и такие «идеальные элементы» (выражение Д. Гильберта), которые имеют чисто оперативный смысл. Именно на основе абстракций и идеализаций и применения правил логики человек получает «возможность в сравнительно простой и доступной форме «проигрывать» в уме различные ситуации до того, как он их осуществил практически, зафиксировал графически. Изгнать универсалии из науки — это значит оскопить ее, лишить ее мощных эвристических потенций.

Означает ли сказанное выше, что анализ науки, осуществляемый в соответствии с номиналистическими установками, является бесплодным? Нет, не означаем.

Такие анализы в «критические» периоды развития науки дают возможность не просто достигнуть большей строгости теорий, но (это самое главное) и выявить конструктивное, эффективно проверяемое существо в недостаточно конструктивных теориях.

9.3. О строгости определения

9.3.1. Понятие строгости определения на различных уровнях познания.

К определениям предъявляются требования различной степени строгости, в том числе, доказательности. Они зависят от различных уровней познания. Известно, что явные определения на уровне повседневного опыта достаточно неопределенны, о чем свидетельствуют толковые словари. Явные определения значений слов здесь дополняются, как правило, приведением случаев контекстуальных употреблений определяемых слов и словосочетаний.

Эта неопределенность связана в первую очередь с тем, что на уровне повседневного опыта при описании окружающей нас действительности мы не прибегаем к тем упрощениям и моделям, к тем ограничениям предметных областей, с которыми мы встречаемся в науках.

Область действительности, включенная в повседневный человеческий опыт, отличается крайним разнообразием и неопределенностью, несмотря на то что уже на этом уровне широко пользуются процессами конструктивизации и абстракции. Надлежащие научные аппараты непосредственно (во всяком случае в их развитой форме) еще не могут быть применены к этой области опыта и языка. Здесь не выделены простейшие элементарные понятия (и соответствующие им объекты), что затрудняет выработку строгих (доказуемых) определений и неизбежно приводит к круговым определениям. Трудности достижения адекватных определений через свойства усугубляются тем, что одни и те же объекты, включаемые в различные области практики и деятельности, приобретают различные функции и вместе с тем различные свойства. Так, в функции стола как известного вида мебели могут выступать не только специально изготовленные человеком предметы, но и ящики, стулья, пни деревьев и т. п. Квалификация одних и тех же объектов, относящихся, например, к области психики, часто меняется (и притом в экстенсиональном смысле) в зависимости от возраста, профессии лица, дающего определения, от личного и группового опыта. Так, одно и то же чувство один человек может считать проявлением любви, а другой — проявлением трусости и эгоизма.

Поскольку определения в области повседневного опыта имеют аналитический характер, т. е. связаны с выявлением уже сложившихся значений в языке, работа лексиколога сталкивается с большими трудностями. Эти трудности он и пытается преодолеть, выделяя множество значений для одного и того же слова или словосочетания, прибегая к контекстуальным и экземплярным определениям.

Однако, видимо, не следует предъявлять большей строгости к определениям на уровне естественного языка и повседневного опыта, чем та их «строгость», которая характерна для определений слов и словосочетаний, содержащихся в различного рода словарях (толковых, фразеологических и др.). Для обеспечения основной коммуникативной функции языка такие определения вполне достаточны. Они достаточны и для описания их средствами того повседневного опыта, который является общим для людей, говорящих на одном и том же языке.

На уровне качественного научного описания действительности, связанного с наблюдением, простейшими формами эксперимента и последующей классификацией изучаемых предметов и явлений, исследователь стремится выделить в предметах (если имена для них уже введены в соответствующий язык) в качестве отличительных именно существенные свойства, ограничивает область исследования известными рамками, стремится установить некоторую субординацию между множествами различных объектов, понятиями разной общности. Одной из целей такого исследования является установление жестких разграничительных линий между изучаемыми предметами. Но здесь исследователь поставлен перед огромными затруднениями, поскольку сама действительность глубоко диалектична по своей природе. На уровне повседневного опыта эта диалектичность может оказаться и нераскрытой. Однако более детальный анализ приводит нас к необходимости преодоления затруднений диалектического характера. **Так, в естественных языках сложилась двучленная схема делений живых организмов на <u>животные и растения</u>**. В области ограниченного повседневного опыта действительно нетрудно было отличать таких животных, как коровы, лошади, собаки, медведи, от таких растений, как березы, ели, сосны и т. п. Первые двигаются, издают звуки, поглощают пищу, как и люди, а вторые прикреплены к одному месту, не издают звуков, не поглощают пищи.

Наука восприняла альтернативную двучленную схему «животные— растения» и на этом пути пыталась выработать соответствующие определения животных и растений. Расширяющийся опыт человека благодаря систематическому научному изучению природы вскрыл, однако, недостаточность первоначальных определений и поставил исследователя перед значительными трудностями. Эти трудности не преодолены и в настоящее время. Проведение жесткой конструктивизирующей границы между миром животных и растений не представляется возможным именно потому, что имеются целые типы живых существ (таковы, например, аппендикуляции и фарониды), которые обладают свойствами и животных и растений. Поэтому одни ученые склонны их включать в мир животных, а другие — в мир растений. Весьма возможно, что отказ от двучленной схемы «животные — растения» и замена ее новой (например, трехчленной схемой, связанной с введением нового мира живых существ и соответствующего имени для него) привели бы к упрощению биологической систематики, к частичному преодолению указанных затруднений.

Сложности, связанные с отождествлением предметов с самими собой и друг с другом, проведение конструктивизирующих, «жестких» границ между множествами предметов посредством их определений обнаруживаются науками в самых различных областях действительности, что заставляет изменять принципы отождествления, прибегать к идеализациям, допущениям и оговоркам.

Когда мы начинаем оперировать абстракциями высокого уровня, прибегаем к идеализациям, требования к строгости и точности определений, вообще говоря, повышаются. Хотя абстракции и идеализации отражают какие-то стороны, связи, свойства материальных вещей, но тем не менее мысленное оперирование с ними не может быть непосредственно заменено оперированием с самими вещами и тем самым проверена их адекватность материальной действительности. Расплывчатость, нестрогость определений абстракций и идеализаций создают условия для их ненаучных интерпретаций.

На уровне математического естествознания и математики ученые постоянно оперируют абстракциями более высокого порядка, чем первый, и идеализациями, имеющими лишь весьма отдаленные прообразы в материальной действительности. В этих науках к определениям предъявляются, как уже указывалось, более строгие требования. Надо сказать, что понятие строгости формально трудно определить. Так, например, в статье С. А. Яновской, посвященной специально вопросу выяснения роли математической строгости в творческом развитии математики, понятие строгости вводится контекстуально, через различного рода экземплификации. Определения в этой области познания не только должны адекватно разъяснять значения понятий, но и специфицировать вводимые объекты. Введенные определениями объекты в этом случае должны допускать применение к ним определенных правил формального характера, с помощью которых можно было бы добиваться однозначного решения задач, возникающих в ходе развития науки.

Поэтому не случайно в классической механике исходные концептуальные определения понятий через описания их свойств (они по существу фигурируют на уровне метатеории) заменяются операциональными определениями, предполагающими введение для ряда основных понятий эталонов измерения.

В результате введения путем операциональных определений абстрактных объектов, которые приобретают характер физических измеряемых величин, физик получает возможность заменять непосредственные труднодоступные (а иногда и в принципе непосредственно неосуществимые) измерения вычислениями. При этом он опирается на информацию более легко извлекаемую и на законы природы, записываемые на языке математики.

Неуточненные в надлежащей мере и в указанном смысле понятия математики также являются часто препятствием для решения задач алгоритмического характера, для решения вопроса о том, применимо ли то или иное правило для всех случаев определенного рода или нет. Поэтому, например, правило о нахождении производной произведения двух функций f(x) и g (x), которое не является алгоритмичным, творцы математического» анализа формулировали так: проверь, обладают ли обе функции f(x) и g(x) производными. Если нет, то правило неприменимо. Если да, то, обозначив эти производные f'(x) и g'(x), пиши g(x)·f(x)+f'(x)·g'(x) и подставь на место f(x), g(x), f'(x), g'(x) обозначаемые ими функции. Получишь выражение производной функции от произведения f(x)·g(x). Дело в том, что операция предельного перехода, играющая главную роль в исчислениях математического анализа, не является алгоритмичной в общем случае, а создатели дифференциального и интегрального исчислений стремились найти алгоритм, позволяющий выполнить ее (или убедиться в том, что она невыполнима) при отыскании предела отношения, т. е. производной *у* по *х*. «Всякий раз обнаруживалось, однако, что искомый алгоритм не найден, пока наконец математики не поняли, что для ответа, например, на вопрос о том, имеет ли вообще всякая непрерывная функция производную, им нужно знать, что такое «непрерывная функция», «предел», «производная», нужно иметь точные определения этих понятий, с которыми можно «работать» до определенным правилам, дающим однозначный ответ «да» или «нет» на вопросы, аналогичные поставленному выше».

Иногда для развития науки важно точно определить саму постановку задачи. «Давно известно, конечно, какую роль сыграло строгое уточнение постановки задачи для решения знаменитых задач древности о квадратуре круга, трисекции угла и удвоении куба. Более двух тысячелетий эти задачи не удавалось разрешить: неизвестно было даже, можно ли считать решениями многочисленные способы построения (с помощью различных инструментов) квадрата, равновеликого данному кругу, угла, являющегося третьей частью данного угла или куба, объем-которого два раза больше объема данного куба, то и дело предлагавшиеся разными авторами также начиная еще с античной древности. Лишь когда эти задачи были точно сформулированы как задачи на построение именно циркулем и линейкой и была полностью выяснена связь таких построений с решением квадратных уравнений, оказалось возможным строго доказать, что так поставленные задачи неразрешимы: циркулем и линейкой требуемые в них построения нельзя осуществить».

Тот факт, что такие области знания, как математическое естествознание и математика, нуждаются для плодотворного развития в строгих определениях в указанном выше смысле, видимо, не вызывает сомнений. Однако возникает вопрос: в результате чего достигается указанная строгость, является ли она абсолютной? Попытаемся ответить на этот вопрос преимущественно на примере рассмотрения строгих логикоматематических теорий.

9.3.2. Относительный характер строгости определений.

Необходимым условием точности и строгости определений абстрактных объектов, имеющих характер физических величин, является введение в теорию предположений идеализирующего характера, введение в теорию идеализированных и абстрактных объектов, обеспечивающих упрощение изучаемой ситуации. Так, **определение массы как меры инерции может считаться достаточно строгим, если допустить существование такого идеализированного объекта, как инерция, и соответственно существование в природе инерциальных систем в некотором абсолютном смысле**. **Поскольку же такие системы существуют лишь в теории, а в природе имеют место лишь относительные инерциальные системы, постольку масса может быть измерена не абсолютно, а лишь приближенно.**

Вводя в различные физические теории идеализирующие допущения, а также идеализированные и абстрактные объекты, мы получаем возможность в сравнительно простой форме описать на математическом языке законы природы, сформулировать точные определения понятий. Вводя посредством аксиом Пеано или строя индуктивно натуральный ряд чисел, мы в действительностим вводим некоторую последовательность объектов, изоморфную натуральному ряду. Числа же 1, 2, 3, 4..., которыми мы оперируем в содержательной математике, определяются на концептуальном уровне уже за пределами формализованной арифметики. При их определении мы можем опереться на теоретико-множественные понятия, как это и делали, например,. Фреге и Б. Рассел. Однако эта теория в свою очередь построена на допущениях ряда абстракций и идеализаций. Поэтому и последовательно вводимые в содержательную математику определениями иные классы чисел, опирающиеся в конечном итоге на понятие натурального числа, будут строгими в том же смысле, что и определения натуральных чисел. А их строгость относительна, так как она детерминирована в конечном итоге некоторыми допущениями, правомерность которых не обосновывается строго формально.

В самом индуктивном определении натурального числа мы пользовались неопределяемым понятием «следующий за», смысл которого поясняется нестрого, через примеры.

Подобно тому как заключения, получаемые по правилам дедукции, не могут быть более истинными, чем посылки, из которых они выводятся, подобно тому как результаты вычислений не могут быть более точны, чем фигурирующая в них информация, полученная на основе измерений, аналогично и определения объектов не могут быть более строгими, чем определения объектов, на основе которых они строятся, с помощью которых они обосновываются (пусть даже за пределами теорий).

Тот факт, что в математике введенные ранее понятия постоянно уточняются, развиваются, свидетельствует о том, что в ней присутствуют понятия различного уровня строгости, что само понятие строгости определения в математике является относительным, историческим.

Математические теории возникают не внезапно, а предполагают анализ и использование результатов предшествующих этапов их развития. Их поэтому, как и любые другие теории, нельзя (во всяком случае при выяснении целого ряда методологических проблем) отрывать от их истории. **При создании математической теории понятия вводятся часто с таким расчетом, чтобы их введение учитывало всю предшествующую практику развития математики, чтобы понятия в теории охватывали все типичные случаи их употребления за пределами теории.** Иными словами, когда нам приходится посредством определения уточнять понятие с уже утвердившимся в науке значением, которое на каком-то уровне нами уже понимается и используется, то это определение будет содержать тезис, некоторое утверждение о том, что введенное посредством определения значение понятия соответствует тому его значению, которое сложилось до вновь вводимого определения. Как мы указывали, такие определения называются аналитическими.

Так, если мы пытаемся определить площадь, то это определение должно охватывать все те объекты, которые и до определения квалифицировались нами как площади, т. е. мы добиваемся того, чтобы значения понятий до определения и после были экстенсионально равны.

Математически строгое определение, как уже указывалось, должно давать возможность в контексте теории доказывать теоремы о свойствах объекта, вводимого определением. Уточненное понятие поэтому должно иметь в этом отношении преимущества по сравнению с уточняемым (например, на его основе окажется возможным доказывать такие теоремы, выводить такие следствия, которые недоказуемы, невыводимы на основе уточняемых определений). Это означает, что уточненное понятие интенсионально неэквивалентно тому понятию, значению, которое существовало до определения.

До некоторого времени наука, в том числе и математика, удовлетворяется недостаточно уточненным смыслом используемых понятий, вынуждена обходиться без общих определений (хотя для частных случаев они могут быть достаточно строгими). Так, во времена Декарта под непрерывной кривой понималась кривая, которую можно начертить, не отрывая карандаша от бумаги. Естественно, что из такого определения непрерывной кривой нельзя было вывести заключения о существовании кривых, ни в одной точке не имеющих касательных (теорема Больцано — Вейерштрасса, для доказательства которой уже требовались точные определения непрерывности и касательной).

Еще в античную эпоху люди научились измерять площадь и объемы фигур и тел. Когда вычислялась, например, площадь той или иной фигуры, вполне естественно вставал вопрос о том, что представляет собой определяемая площадь данной фигуры. **Площадь круга, например, определялась античными математиками как некоторый предел вписанных и описанных многоугольников.** Однако этого определения было недостаточно для определения площадей секторов и сегментов. Это означало, что математика нуждается в общем определении площади и объема, что понимание общих понятий объема и площади на неточном, интуитивном уровне уже не удовлетворяет потребностям математики. На это обстоятельство указывал А. Лебег в книге «Об измерении величин». Аналогичные трудности в математике отмечает и А. Н. Колмогоров в своем предисловии к этой книге. «Особенно остро стоит вопрос о понятии площади поверхности. В элементарной геометрии кроме площадей поверхностей цилиндра и конуса, для которых общая проблема может быть обойдена развертыванием на плоскость, «вычисляется» площадь поверхности шара. Вычисление этого, однако, не имеет определенного смысла, пока само понятие площади поверхности не определено. Далеко не всем известно, что дело вовсе не в затруднительности привести такое определение в школьном учебнике, а в том, что корректное элементарно-геометрическое определение площади поверхности, пригодное хотя бы в простейших случаях, вообще было найдено лишь к концу XIX в. и излагается лишь в специальных мемуарах. В учебниках анализа и дифференциальной геометрии площадь поверхности определяется как интеграл. Обычные «доказательства» того, что этот интеграл действительно выражает площадь поверхности, не выдерживают критики по той причине, что нельзя доказать равенство интеграла площади поверхности, не определив сначала, что такое площадь. Это обстоятельство является уже подлинным скандалом для общепринятого изложения дифференциальной геометрии».

Наоборот, внесение в содержание понятий надлежащей точности, определение их на строгом формальном уровне часто связаны с радикальной ломкой сложившихся научных теорий, с их бурным развитием. В этой связи достаточно вспомнить о той огромной роли, которую сыграли работы О. Коши и других математиков, связанные с уточнением понятий непрерывности и предела, в развитии математики. Показательным является и пример с уточнением понятий алгоритма или (в иной терминологии) понятия вычислимой (рекурсивной) функции, которые были выполнены А. Тьюрингом, Э. Постом, А. Чёрчем, А. А. Марковым, А. Н. Колмогоровым и другими математиками.

До некоторого этапа в развитии математики отсутствие общего определения понятия о логическом следовании не препятствовало развитию математики. Ученые при выведении теорем из аксиом теории опирались на интуицию, на те правила логики, которые были сформулированы для частных случаев вывода заключений из посылок определенной формы. Однако решение проблем в основаниях математики потребовало выработки такого определения.

В приведенных выше примерах уточнений посредством аналитических определений понятий площади поверхности и алгоритма мы имели дело с такими случаями, когда значения понятий до определения и после определения истолковывались нами как экстенсионально равные, как различные определения одного и того же. Поэтому в основе уточнений, осуществляемых на базе такого рода определений, лежит тезис о том, что уточненное понятие лишь в определенном смысле эквивалентно уточняемому, «интуитивно ясному», общему понятию, но что произведенное уточнение тем не менее более полно и точно отображает «существо дела» одного и того же. Это означает, что указанный тезис об эквивалентности уточняемого и уточненного не может быть доказан строго формально, это факт опыта.

Строгие формальные доказательства здесь не могут быть осуществлены потому, что одна из частей доказываемой эквивалентности является нестрого определенной, базирующейся на интуитивных соображениях.

Строгие формальные доказательства указанной эквивалентности зкстенсионалов заменяются в таком случае нестрогими обоснованиями опытного характера. Так, мы говорим, что уточняемое и уточненное понятия эквивалентны экстенсионально, поскольку все известные нам до сих пор площади поверхностей оказываются таковыми и согласно уточненному, формальному определению. Если при этом удается доказать, что все уточнения одного и того же понятия посредством различных определений оказываются экстенсионально равными (а это уже можно доказать строго формально, поскольку речь идет именно об уточненных Dfn определений), то мы получаем новый аргумент в пользу того, что каждое из этих уточнений эквивалентно уточняемому понятию. Так, уточнения понятия об алгоритме, полученные различными математиками, оказались эквивалентными друг другу. Это и означает, что мы получили лишний аргумент в пользу эквивалентности интуитивного общего понятия об алгоритме и строгого уточненного понятия.

Итак, мы убедились в том, что при обосновании тезиса об эквивалентности уточняемого и уточненного нам приходилось пользоваться нестрогими доказательствами.

Абсолютно строгими нам обычно представляются те синтетические определения, посредством которых вводятся по соглашению новые имена для описаний некоторых объектов, рассматриваемые как сокращения таких описаний. Однако если такая интерпретация дается содержательным явным определениям (например, в рамках содержательных аксиоматических теорий), то высказанные выше соображения относительно отсутствия абсолютной строгости определений (если они рассматриваются не изолированно, а в контексте всей теории) остаются в силе: на содержательном уровне в заменяемое выражение Dfn входят понятия, которые в конечном счете вводятся через неопределяемые понятия, значение которых не определяется строго формально. Если же мы имеем дело с чисто формальными системами, то используемые в них явные определения типа сокращений имеют некоторый абсолютный статус строгости до тех нор, пока мы остаемся в рамках чисто формальных подходов. Допустим, что в некотором исчислении высказываний мы аксиоматически определяем знаки <, > а знак ~ вводим затем явным определением типа сокращения. Тогда оно может рассматриваться как строгое в некотором абсолютном смысле. Дело в том, что аксиомы определяют соотношения между знаками, рассматриваемыми автонимно.

Если отвлечься от той работы исследователя, которая приводит к созданию некоторой формальной системы от ее интерпретации, то последняя представляет собой некоторую систему, имеющую чисто конвенциональный характер, подобную играм в карты или шахматы. Однако при оперировании объектами формальных систем мы на каком-то уровне метатеории отдаем себе отчет, что мы действуем с жесткими, конструктивными объектами, не меняющимися в процессе рассуждения, что такие-то знаки в ней следует отождествлять, а такие-то различать. Понятия же о жестких, конструктивных объектах, о тождестве и различии знаков вводятся уже нестрого, неформально. Иными словами, эта система может «работать» лишь при наличии формально нестрогих определений.

Система оказывается имеющей научный смысл, когда для нее отыскивается на основе интерпретации некоторая модель. В этом случае система перестает быть чисто формальной, знаки ее уже перестают употребляться автонимно. Она становится теорией некоторой предметной области. Ее явные определения на семантическом уровне становятся, как и в других содержательных теориях, строгими лишь в некотором относительном смысле.

Сама по себе формальная строгость определений понятий, предложений, правил и т. п. еще не является гарантией плодотворности развития науки, получения истинных и надежных результатов. В указанной выше работе С. А. Яновской, посвященной анализу строгости в творческом развитии математики, приводятся примеры, свидетельствующие о том, как одна лишь формальная строгость не только не способствует развитию науки, но, наоборот, может направить ее по ложному пути. Науке нужна лишь такая строгость, которая бы обеспечивала ей получение истинных результатов, согласующихся с действительностью. Поэтому всякое уточнение на основе определений должно производиться с таким расчетом, чтобы в целом теория оказывалась применимой к действительности или во всяком случае оказывалась бы применимой в иных теориях, истинность которых обоснована, проверена и которые (пусть через ряд опосредствований) применяются к действительности.

Для того чтобы уточнения производились в нужном направлении и обеспечивали бы плодотворное развитие науки, необходимо учитывать весь опыт ее развития, ее практические приложения. Видимо, на основе учета этого опыта (еще до того, как теория получила какие-либо применения) ученый и получает некоторые гарантии того, что такое-то уточнение полезно, плодотворно, разумно, а такое-то нет. В опытных науках необходимость уточнения понятий и связанное с ним изменение теорий часто обусловливаются тем, что прежние теории с их неуточненными понятиями становятся неадекватными: с их помощью не представляется возможным описать на языке теории новые данные эксперимента.

Формальная строгость всегда должна быть детерминирована существом дела, содержательной пригодностью, истинностью знания. Это и создает подлинную корректность, обеспечивающую плодотворное развитие науки.

Но если для науки содержательные соображения играют детерминирующую роль, то, может быть, можно не заботиться о формальной строгости? Нет, нельзя. Дело в том, что **решение множества научных задач невозможно без применения формально-математических аппаратов, которые <u>предполагают наличие строгих в формальном смысле определений</u>.** Применение логики и математики обеспечивает замену решений задач на основе материальной деятельности, практики (которые иногда трудноосуществимы, а иногда в принципе и неосуществимы) решением задач в сфере духовной теоретической деятельности. Формальная строгость в сочетании с учетом содержания, «существа дела» обеспечивает творческое познание действительности.

Рассуждения на уровне повседневной жизни, в ходе качественного описания действительности также требуют строгости определений, хотя строгость в этих случаях, как мы уже указывали, не обязательно должна отвечать требованиям строгости, предъявляемой к математическим теориям и теориям математического естествознания.

Если, например, требуется купить скатерть на стол, то требуется измерить площадь стола. Однако совершенво ясно, что измерение площади стола с точностью до микрона не имеет смысла. Аналогично при объяснении ребенку дошкольного возраста, что представляет собой натуральное число, не имеет смысла определять его, например, посредством соответствующего индуктивного определения или по Фреге — Расселу. Его в данном случае вполне удовлетворит экземплярное определение.

Это означает, что уровень строгости детерминируется характером, спецификой задач, которые нами решаются, т. е. опять-таки некоторыми содержательными соображениями.

10. Методы формирования определений

10.1. Исходные понятия

Выделяем два аспекта, учитывемых при формировании определений, — способность хранить, накапливать, извлекать, обобщать и корректировать знание *(эпистемологический аспект)* и способность использовать знание вместе с поставленной целью для нахождения эффективных решений задач *(эвристический аспект).*

Таким образом, знание фактов относительно различных сторон мира, в котором работает система понятий, является ключевым понятием для построения таких систем.

Общая система знаний может рассматриваться как состоящая из знания о внешнем мире (модель внешнего мира), абстрактного знания (мир философии, математики и т д) и знания о знаниях активных источников действия в мире (другие интеллекты, силы природы или сама система понятий). Существенно отметить, что мы включаем в знание набор *универсальных и специализированных методов решения задач* (РЗ). Таким образом, система понятий должна обладать способностью хранить, извлекать, обобщать и корректировать методы РЗ как часть знания. Система знаний, организованная соответствующим образом, составляет *внутренний мир* системы понятий.

Форма совокупного выражения знаний и условий решаемой задачи в системе понятий называется *определением понятия.* Перед нами стоит задача строить такие определения, которые, с одной стороны, были бы достаточно общими, т. е. допускали описание широкого класса миров и задач, решаемых в этих мирах. С другой стороны, определения должны допускать использование мощных методов в отношении как качества решения задач, так и потребных для решения ресурсов. В общем случае требования общности определения и мощности методов РЗ являются противоречивыми. Существование обратной зависимости между общностью и мощностью приводит к тому, что в попытках построить общий решатель задач мы будем вынуждены снабдить его общими и потому относительно слабыми методами решения.

В рамках указанной качественной зависимости формирование определения является весьма важным фактором, определяющим как простоту описания задачи, так и эффективность ее решения. В силу такого двойственного характера определения имеет смысл описать эпистемологические и эвристические свойства определения.

Эпистемологически полным определением, или определением в широком смысле, назовем совокупность формализмов для описания всех фактов о мире, необходимых для выполнения определенного класса задач.

Пример эпистемологически неполного определения: естественный язык эпистемологически неполон для описания хранения знаний в человеческом мозгу или для описания сложных визуальных образов.

Эпистемологически адекватным определением называется определение, которое можно практически использовать для выражения фактов относительно какого-то аспекта мира.

Пример эпистемологически полного, но неадекватного определения: описание 40-разрядного двоичного регистра в виде конечного автомата.

Эвристически адекватным определением называется определение, которое допускает лингвистическое выражение последовательности рассуждений, приведшей к решению задачи.

Пример эпистемологически полного и адекватного, но эвристически неадекватного определения представление зрительных образов путем двоичного кодирования «черного» и «белого» на рецептивном поле эпистемологически полно и адекватно, но эвристически неадекватно, т. е. не может быть использовано для распознавания образов. Общий план использования методов для решения поставленной задачи называется *стратегией.*

Эвристически эффективной стратегией называется стратегия, направленная на оптимизацию необходимых для решения задачи ресурсов.

Заметим, что определение и стратегия составляют две основные и взаимосвязанные компоненты процесса РЗ, причем эвристически эффективная стратегия определяется относительно заданного эвристически адекватного определения, а формирование эвристически адекватного определения должено осуществляться с ориентацией на построение эвристически эффективных стратегий.

Обратная зависимость общности и мощности приводит к качественному заключению о том, что чем более специализированным является эвристически адекватное определения, тем с большей вероятностью мы сможем построить эвристически эффективную стратегию.

Поэтому, если рассматривать эпистемологически полное определение главным образом как инструмент для описания фактов о мире и для постановки задачи, процесс решения должен включать в себя последовательное преобразование определений, начиная от эпистемологически полного определения и кончая таким специализированным эпистемологически и эвристически адекватным определением, в котором может быть определена эвристически эффективная стратегия.

Под *определением в узком смысле,* или собственно определением, будем понимать эпистемологически и эвристически адекватное определение, описанное в рамках единого формализма и ориентированное на построение эвристически эффективных стратегий решения подкласса задач относительно класса, определяемого эпистемологически полным определением.

10.2. Проблема преобразования определений

10.2.1. Общий подход

Несмотря на то, что проблема преобразования определений — одна из важнейших для построения по-настоящему «разумных» и эффективных решателей задач формирования определений, до сих пор не предложено сколько-нибудь удовлетворительной теории, способствующей решению этой проблемы. Во всех разработанных к настоящему времени программах формирования определений формирование и преобразование определений оставались прерогативой разработчика. Решение ее является квинтэссенцией связанного с творческой деятельностью поведения человека.

Основным подходом к проблеме преобразования определений при решении задач формирования определений является разработка средств *глобального исследования пространства поиска решений формирования определений,* результатом которого явилось бы преобразование этого пространства в другое или меньшего размера, или (и) обладающего специфическими свойствами, полезными для решения данной задачи Мы употребляем термин «глобальное исследование», чтобы отличить его от «локального исследования» пространства поиска решения, естественно происходящего в процессе РЗ.

Среди стандартных целей такого глобального исследования следует выделить:

1) Обнаружение свойств симметрии, избыточности или подобных обобщенных отношений в пространстве поиска решений формирования определений, ведущих к сокращению пространства.

2) Переформулировка задачи формирования определений путем обобщения элементов начального представления и отождествления полученных макроэлементов с элементами в новом определении.

3) Разделение общей топологии пространства на «легкопроходимые», критические и запрещенные области с последующим переопределением элементов определения.

Успех глобального исследования пространства поиска решений формирования определений определяется в основном опытом, накопленным решателем задач при попытках решения задачи в исходном представлении. Другими словами, этот подход к решению задачи преобразования определений следует рассматривать как *пошаговый процесс,* эволюционирующий от каждого текущего определения к более эффективному, исходя из информации о задаче (или классе задач), которая появляется при попытках решить задачу в текущем представлении. Мы рассмотрим этот подход на примере, а затем укажем на некоторые общие методы глобального исследования пространств поиска решений формирования определений

10.2.2. Пример

Рассмотрим задачу о миссионерах и людоедах (МЛ). Словесная формулировка задачи (эпистемологически полное определение) выглядит следующим образом.

Элементарная постановка. Три миссионера и три людоеда хотят пересечь реку с левого берега на правый. Имеется лодка, вмещающая не более двух человек (в любом сочетании миссионеров и людоедов). Если число людоедов на любом берегу превысит число миссионеров, то миссионеры будут съедены. Найти простейший план перевозок, безопасный для миссионеров и такой, что три миссионера и три людоеда окажутся на правом берегу.

Обобщенная постановка отличается от элементарной тем, что имеется N миссионеров и N людоедов, а лодка вмещает k ($k \geq 2$) человек. Число людоедов не должно превышать числа миссионеров на любом берегу и в лодке.

Мы начнем с представления задачи МЛ в элементарной *системе продукций.* Общая постановка задачи в этой системе выглядит следующим образом: даны начальная ситуация, конечная ситуация, множество возможных преобразований в пространстве ситуаций и условия, определяющие применимость преобразований в той или иной ситуации. Ситуация в системе продукций описывается перечнем ее основных признаков, называемым *N-состоянием.* Требуется найти наилучшую последовательность допустимых преобразований из начального состояния в конечное. Пусть S — множество всех возможных N-состояний, $\{A\}$ — конечное множество правил преобразования. Множество $\{A\}$ задает *отношение непосредственной достижимости* T между элементами S. Для $s_x, s_y \in S$ $s_x T s_v$ тогда и только тогда, когда существует допустимое $A \in \{A\}$, преобразующее s_x в s_v, где под допустимым понимается преобразование, удовлетворяющее условиям применимости в N-состоянии s_x. Путь из s_a в s_b есть конечная последовательность s_1, s_2, . . ., s_m, $s_1 = s_a$, $s_2 = s_b$ такая, что для всех i, $1 < i \leq m$, $s_{i-1} T s_i$. Состояние s_b *достижимо* из s_a ($s_a \Rightarrow s_b$) тогда и только тогда, когда или $s_a = s_b$, или существует путь из s_a в s_b. Наконец, множество всех N-состояний, частично упорядоченных отношением T, называется *пространством N-состояний* σ. В этом пространстве мы и осуществляем поиск решающего пути.

Переходя к задаче МЛ, введем следующие обозначения: $\{m_i / i = 1, 2, . . ., N\}$ —множество миссионеров, $\{c_i / i = 1, 2, . . ., N\}$ — множество людоедов, b_k — лодка с максимальной емкостью k, $p_л$, $p_п$ — левый и правый берег реки соответственно, $M_л$, $M_п$, $M_в$ — количество миссионеров на левом берегу, правом берегу и в лодке соответственно, $C_л$, $C_п$, $C_в$ — количество людоедов на левом берегу, правом берегу и в лодке соответственно. Определим следующие отношения:

At(x_i, p) указывает, что объект x_i, имеющий область значений (m_i, $1 \le i \le N$; c_i, $1 \le i \le N$; b_k), находится *на берегу p, p* принимает значения $p_л$ и $p_п$;

On (y_i, b_k) указывает, что объект y_i, имеющий область значений (m_i, $1 \le i \le N$; c_i, $1 \le i \le N$), находится *в лодке* b_k.

В первом представлении задачи МЛ ситуация отождествляется с описанием мест всех y_i (миссионеров и людоедов) и лодки. Например, начальное состояние

$$s_o == \mathrm{At}(b_k, p_л), \mathrm{At}(m_1; p_л), ...,$$
$$\mathrm{At}\,(m_N, p_л), \mathrm{At}\,(c_1, p_л), \ldots, \mathrm{At}\,(c_N, p_л). \qquad (10.1)$$

Конечное состояние определяется тем же выражением, с подстановкой всюду $p_п$ вместо $p_л$.

Множество возможных преобразований A_1 записывается следующим образом:

$$\left.\begin{array}{l}
\quad a)\ \textit{Загрузить лодку на левом берегу } (ЗЛЛ): \\
\textit{для любого } y_i \\
\alpha, \mathrm{At}(b_k, p_л), \mathrm{At}(y_i, p_л); (M_в + C_в \le k-1) \to \\
\to \alpha, \mathrm{At}(b_k, p_л), \mathrm{On}(y_i, b_k); \Lambda. \\
\quad б)\ \textit{Перевезти лодку с левого берега на правый} (ПЛЛП): \\
\alpha, \mathrm{At}(b_k, p_л);\ (M_в + C_в > 0) \to \alpha, \mathrm{At}(b_k, p_п); \Lambda. \\
\quad в)\ \textit{Выгрузить лодку на правом берегу } (ВЛП): \\
\textit{для любого } y_i \\
\alpha, \mathrm{At}(b_k, p_п), \mathrm{On}(y_i, b_k); \Lambda \to \\
\to \alpha, \mathrm{At}(b_k, p_п), \mathrm{At}(y_i, p_п); \Lambda.
\end{array}\right\} \quad (10.2)$$

Аналогично определяются преобразования для перевозки y_i с правого берега на левый (ЗЛП, ПЛПЛ, ВЛЛ). В выражениях (10.2) отдельные выражения, входящие в описание состояния, отделяются запятыми; ограничения, накладываемые на применимость преобразований, отделяются от описания состояния точкой с запятой, α — произвольная конфигурация, делающая описание состояния полным, Λ — пустое множество ограничений.

Заметим, что множество возможных преобразований A_1, определяемое (10.2), не учитывает ограничений на относительное число миссионеров и людоедов на берегах реки и в лодке.

Построим теперь множество правил преобразования, которое, кроме учета этого ограничения, включает в себя некоторые макропреобразования, определяемые как последовательности элементарных преобразований из A_1 *(обобщение элементов начального определения,* а именно преобразований; понятие состояния пока остается неизменным). Назовем это множество A_2:

$$\left.\begin{array}{l}
\quad a)\ \textit{Загрузить r объектов } y_i \textit{ в лодку на левом берегу } (З^r ЛЛ): \\
\textit{для множества } \{y_i \,/\, i=1,2,...,r, 1 \le r \le k\} \\
\alpha, \mathrm{At}(b_k,\, p_л), \mathrm{At}(y_1,\, p_л),..., \mathrm{At}(y_r,\, p_л); (M_в +\ C_в = 0) \to \\
\to \alpha, \mathrm{At}(b_k,\, p_л), \mathrm{On}(y_1,\, b_k),..., \mathrm{On}(y_r,\, b_k); \\
((M_л = 0) \vee (M_л \ge C_л)), ((M_в = 0) \vee (M_в \ge C_в)). \\
\quad б)\ \textit{Перевезти r объектов } y_i \textit{ в лодке на правый берег и} \\
\textit{выгрузить всех их на правом берегу } (ПЛЛП + В^r ЛП): \\
\textit{для множества } \{y_i \,/\, i=1,2,...,r, 1 \le r \le k\} \\
\alpha[e], \mathrm{At}(b_k,\, p_л), \mathrm{On}(y_1,\, b_k),..., \mathrm{On}(y_r,\, b_k); \Lambda \to \alpha[e], \\
\ \mathrm{At}(b_k,\, p_п); \mathrm{At}(y_1,\, p_п),..., \mathrm{At}(y_r,\, p_п); ((M_п = 0) \vee (M_п \ge C_п)).
\end{array}\right\} \quad (10.3)$$

Здесь α[*e*] — конфигурация α*,* ограниченная условием *e*: «ни одно выражение формы On *(y,* b_k*)* не включено в α»; другими словами, все, кто сел на левом берегу, должны высадиться на правый берег.

По-прежнему мы аналогично определяем преобразования для путешествия $\{y_i\}$ с правого берега на левый, заменяя в выражениях для $З^r$ЛЛ и ПЛЛП+$В^r$ЛП $p_л$ на $p_п$ и $p_п$ на $p_л$ ($З^r$ЛП и ПЛПЛ+$В^r$ЛЛ соответственно).

Преобразованием элементов определения $A_1 \to A_2$ мы делаем первый шаг на пути уменьшения размера пространства поиска решений σ, так как

1) количество промежуточных состояний уменьшается;

2) количество запрещенных состояний, т. е. состояний, в которых неприменимо ни одно из преобразований, увеличивается.

Исследуем на избыточность ограничения на применимость преобразований A_2, а именно покажем, что если в начале и в конце путешествия с одного берега на другой условия $((M_л = 0) \vee (M_л \ge C_л))$ и $((M_п = 0) \vee (M_п \ge C_п))$ удовлетворяются, то $((M_в = 0) \vee (M_в \ge C_в))$ также удовлетворяется. По предположению удовлетворяются

$$\left.\begin{array}{l}((M_л = 0) \vee (M_л = C_л) \vee (M_л > C_л)) \\ ((M_п = 0) \vee (M_п = C_п) \vee (M_п > C_п))\end{array}\right\} \qquad (10.4)$$

Легко видеть, что конъюнкция условий (10.4) эквивалентна

$$(M_л = 0) \vee (M_л = N) \vee (M_л = C_л), \qquad (10.5)$$

так как $M_л+M_п=N$, $C_л + C_g = N$.

Для удовлетворения (10.5) необходимо, чтобы в лодке ехали либо только людоеды (сохранение $M_л=0$ и $M_л=N$), либо чтобы число миссионеров и людоедов в лодке было одинаковым (сохранение $M_л=C_л$), либо чтобы число миссионеров в лодке превышало число людоедов в лодке (переход от $M_л=N$ к $M_л=C_л$ или $M_л=0$, или переход от $M_л=C_л$ к $M_л=0$). Итак, удовлетворяется условие

$$(M_B = 0) \vee (M_B > C_B). \qquad (10.6)$$,

Поскольку условие (10.6) является избыточным, мы можем провести еще одно обобщение преобразования, переходя от множества преобразований F_2 к множеству A_3:

$$\left.\begin{array}{l}
a)\ \textit{Перевезти } r \textit{ объектов } y_i \textit{ с левого берега на правый} \\
(П^r ЛП): \textit{для множества } \{y_i / i = 1, 2, ..., r, 1 \le r \le k\} \\
\alpha, \mathrm{At}(b_k, p_л), \mathrm{At}(y_1, p_л), ..., \mathrm{At}(y_r, p_л); (M_в + C_в = 0) \to \\
\to \alpha, \mathrm{At}(b_k, p_л),\ \mathrm{At}(b_k, p_п); \mathrm{At}(y_1, p_п), ..., \mathrm{At}(y_r, p_п); \\
(M_в + C_в = 0), ((M_л = 0) \vee (M_л \ge C_л)), ((M_п = 0) \vee (M_п \ge C_п)). \\
б)\ \textit{Перевезти } r \textit{ объектов } y_i \textit{ с правого берега на левый} \\
(П^r ПЛ)\ (\textit{получается, как и ранее, из выражения для } П^r ЛП \\
\textit{заменой } p_л \textit{ на } p_п \textit{ и } p_п \textit{ на } p_л.
\end{array}\right\} \quad (10.7)$$

Важно подчеркнуть, что исключение избыточных условий привело к обобщению преобразований A_2, т. е. к дальнейшему исключению промежуточных состояний и, в конечном итоге, к сокращению пространства поиска решений.

До сих пор мы не касались другого элемента представления — N-состояния, которое выражалось в форме вида (10.1). Однако очевидно, что возможен переход от вида (10.1), вытекающего непосредственно из словесного описания задачи, к виду $(M_л, C_л, B_л)$, где $M_л$ и $C_л$ — целые числа, $0 \le M_л, C_л \le N$, а $B_л$ — булевская переменная, принимающая значение 1, если лодка находится на левом берегу, и 0, если на правом. Возможность такого перехода вытекает из условия *е* и очевидного соотношения

$$M_Л + M_П = C_Л + C_П = N.$$

Заметим, что выражение (10.1) для s_0 приобретает вид *(N, N,* 1), а для конечного состояния s_t — (0, 0, 0). Переформулировка понятия состояния приводит к новому множеству преобразований A_4:

$$\left.\begin{array}{l}
a)\,\textit{Перевезти пару}\ (M_в, C_в)\ \textit{с левого берега на правый} \\
\left(\textit{ПЛП},\ M_в,\ C_в\right):\ \textit{для всех пар}(M_в, C_в), \\
1 \le M_B + C_B \le k, \\
(M_л, C_л,\ 1);\ \Lambda \to \left(M_Л - M_B, C_л - C_в, 0\right); \\
\left(\left(M_Л - M_B = 0\right) \vee \left(M_Л - M_B \ge C_Л - C_B\right)\right), \\
(((N - \left(M_л - M_B\right) = 0) \vee (N - (M_л - M_B) \ge N - (C_л - C_в))). \\
б)\,\textit{Перевезти пару}\ (M_в, C_в)\ \textit{с правого берега на левый} \\
\left(\textit{ППЛ},\ M_в,\ C_в\right):\ \textit{для всех пар}\ (M_в, C_в), \\
1 \le M_B + C_B \le k, \\
(M_л, C_л,\ 0);\ \Lambda \to \left(M_Л + M_B, C_л + C_в, 1\right); \\
\left(\left(M_Л + M_B = 0\right) \vee \left(M_Л + M_B \ge C_Л + C_B\right)\right), \\
(((N - \left(M_л - M_B\right) = 0) \vee (N - (M_л + M_B) \ge N - (C_л + C_в))).
\end{array}\right\} \quad (10.8)$$

Переход $A_3 \rightarrow A_4$ избавляет нас от необходимости рассматривать отдельно каждого миссионера и людоеда, а представляет задачу в понятиях последовательности сложения и вычитания векторов, удовлетворяющей специальным условиям и преобразующей начальный вектор в конечный. Общее количество различимых состояний в пространстве σ от такого перехода не меняется, однако существенное упрощение вычислений, необходимых для идентификации каждого состояния, приводит к повышению эффективности РЗ.

Рассмотрим представление задачи о миссионерах и людоедах в так называемой *системе редукций.* В этой системе состояния (называемые далее *Р-состояниями)* отождествляются с выражениями вида $S_i = (s_a \Rightarrow s_b)$, где s_a, s_b — *N*-состояния, а $\Rightarrow$ имеет тот же смысл достижимости, что и в системе продукций. *Нетерминальный ход* соответствует применению допустимого преобразования к левому *N*-состоянию *Р*-состояния. Таким образом, например, к *Р*-состоянию $S_i = (s_a \Rightarrow s_b)$ применимо преобразование s_a в s_c, и его применение соответствует ходу, редуцирующему S_i к $S_j = (s_c \Rightarrow s_b)$. Применение этого хода интерпретируется как «если s_b достижимо из s_c, то оно достижимо из s_a» (поскольку известно, что s_c достижимо из s_a). *Терминальный ход* в системе редукций просто распознает, что $(s_t \Rightarrow s_t)$.

Решение в системе редукций — это последовательность P-состояний, достижимых последовательным применением нетерминальных ходов, начиная с начального состояния и кончая состоянием, где применяется терминальный ход.

Таким образом, в этой системе решение получается последовательностью разбиений текущей исходной задачи на пару задач, решение одной из которых известно, а решение другой предстоит найти следующим разбиением в последовательности. Легко видеть, что последовательность левых N-состояний из решающей последовательности P-состояний представляет собой решающий путь в системе продукций.

В задаче МЛ начальное P-состояние $s_o=((N, N, 1) \Rightarrow (0, 0, 0,))$, конечное состояние $s_t =((0, 0, 0,) \Rightarrow (0, 0, 0,))$, ходы (ПЛП, $M_в$, $C_в$) и (ППЛ, $M_в$, $C_в$) определяются (10.8), терминальный ход обозначим A_t.

Часть графа решения задачи МЛ для случая N=3, k=2 приведена на рис. 10.1. Здесь P-состояния для простоты представлены своими левыми N-состояниями, ветви графа соответствуют ходам, стрелки указывают направления действия ходов. Решающий путь выделен жирной линией. Из рис. 10.1 видно, что решающий путь в графе *симметричен* относительно хода ППЛ, 1, 1 (*единственного* хода, дающего решение).

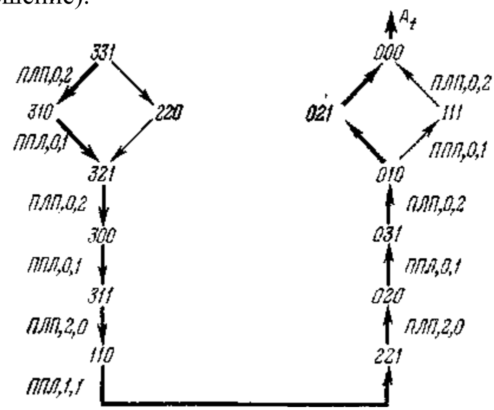


Рис. 10.1. Часть решающего графа для элементарной задачи о миссионерах и людоедах.

Введем отношение $\tilde{T}$, обратное отношению T непосредственной достижимости $(s_a T s_b \leftrightarrow s_b \tilde{T} s_a)$. Определим отображение θ между N-состояниями:

$$\theta: (M_л, C_л, B_л) \rightarrow (N-M_л, N-C_л, 1-B_л), \tag{10.9}$$

или, в терминах векторной операции вычитания,

$$\theta(s)=(N, N, 1)-s. \qquad (10.10)$$

Следующее определение устанавливает отношение антиизоморфизма относительно θ между σ, пространством N-состояний, частично упорядоченных отношением T, и $\tilde{\sigma}$, пространством N-состояний, частично упорядоченных отношением $\tilde{T}$.

Определение 10.1. *Для любой пары N -состояний* s_a, s_b,

$s_a T s_b \leftrightarrow \theta(s_a)\tilde{T}\theta(s_b)$, *или* $s_a T s_b \leftrightarrow \theta(s_b) T \theta(s_a)$.

Следствие 1 из определения 10.1. $(s_a \Rightarrow s_b) \leftrightarrow (\theta(s_b) \Rightarrow \theta(s_a))$.

Следствие 2 из определения 10.1. *Ход, порождающий переход из* s_a *в* s_b, *идентичен ходу, порождающему переход из* $\theta(s_b)$ *в* $\theta(s_a)$.

Установленные свойства пространств σ и $\tilde{\sigma}$ позволяют решать проблему *одновременно* в двух пространствах, т. е. «с начала» и «с конца», осуществляя поиск только с одной стороны (в силу следствия 2).

Мы вновь переформулируем понятие состояния, введя обобщенное P-состояние

$$\textstyle\sum_i=(\{s_i\} \Rightarrow \{\theta(s_i)\}), \quad i=0, 1, 2, \ldots, j, \qquad (10.11)$$

i — число переходов между начальным или конечным N-состоянием и текущим обобщенным P-состоянием.

Нетерминальный ход в этом новом представлении (A_5) осуществляет переход в пространстве σ прямым поиском и параллельно вычисляемый на основе свойства симметрии переход в $\tilde{\sigma}$. Терминальный ход распознает, что $s_k T s_l$, $s_k \in \{s_j\}$, $s_l \in \{\theta(s_j)\}$. Решение имеет форму последовательности обобщенных P-состояний, начинающейся с $\sum_0=(s_o \Rightarrow s_t)$ и заканчивающейся обобщенным P-состоянием, из которого осуществляется терминальный ход. Решающий путь в этой последовательности представляется последовательностью элементов, выбираемых по одному из множеств

$$\{s_0\} = s_0, \{s_1\}, \ldots, \{s_j\}, \{\theta(s_j)\}, \ldots. \{\theta(s_2)\}, \{\theta(s_l)\}, \{\theta(s_o)\}=s_t.$$

Следующий предпринимаемый нами шаг по пути преобразования определения — поиск некоторых *характеристических образов* в пространстве поиска решений. Поскольку к настоящему моменту количество возможных N-состоянии равно $2(N+1)^2$ нам необходим глобальный взгляд на пространство σ, позволяющий

1) отождествить с состояниями целые области этого пространства,

2) соответствующим образом обобщить преобразования.

Мы представим пространство поиска решений в виде квадратного массива точек $(N+1)\times(N+1)$ (пример для элементарной задачи МЛ приведен на рис. 10.2).

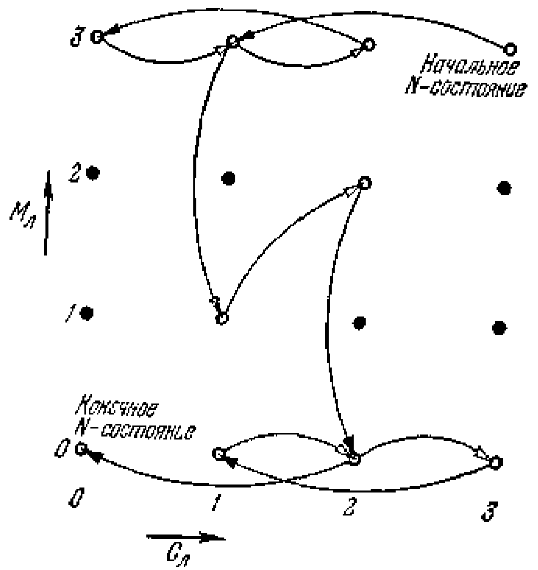


Рис. 10.2. Пространство N -состояний для элементарной задачи о миссионерах и людоедах.

Здесь стрелки с черным концом соответствуют переезду с левого берега на правый (ПЛП), с белым концом — переезду с правого берега на левый (ППЛ). Точка представляет собой в зависимости от цвета стрелки, с которой мы в нее вошли, одно из двух N -состоянии — ($M_л$, $C_л$, 1) (белая) или ($M_л$, $C_л$, 0) (черная). Решением в этом представлении являйся последовательность стрелок с чередующимся цветом концов, начинающаяся в точке (N, N) и кончающаяся в точке (0, 0). Представление сформулировано в системе продукций, исходя из множества преобразований A_4.

Заметим, что зачерненные точки в пространстве обозначают запрещенные состояния, а остальные точки образуют зигзагообразную ломаную Z, состоящую из трех отрезков: $M_л=N$, $M_л=C_л$, $M_л=0$ в полном соответствии с (10. 5). Анализ Z-образа показывает (рис 10. 3), что

1) Любая точка $(N, x, 1)$, $1\leq x\leq N$, может быть достигнута из любой другой точки $(N, y, 1)$, $1\leq y\leq N$, некоторой горизонтальной последовательностью переходов

2) Любая точка $(N—x, N—x, 0)$, $0\leq x\leq k$, $k\geq 2$, на диагонали Z может быть достигнута из любой точки $(N, N—x, 1)$, $0<x\leq k$, одним переходом (ПЛП, x, 0). В свою очередь из этой точки одним переходом (ППЛ, 1, 1) может быть достигнута точка $(N—x+1, N-x+1, 1)$ на диагонали Z.

Эта пара представляет собой составной «стабильный прыжок» (необходимый для дальнейшего перехода на линию $M_л$=0) Итак, наиболее удаленная от начальной точка диагонали, которая может быть достигнута этой парой переходов, *(N—k*+1, *N—k*+1, 1).

3) Точка на линии $M_л$=0 может быть достигнута из точки на диагонали, если расстояние от диагонали до линии не превышает *k*. Отсюда вытекает условие (с учетом симметрии Z)

$$k \geqslant \frac{N+1}{2}. \tag{10.12}$$

4) Любая точка (0, *x,* 0), 0≤*x*<*N*, может быть достигнута из любой другой точки (0, *y,* 0), 0≤*y*<*N*, горизонтальной последовательностью переходов.

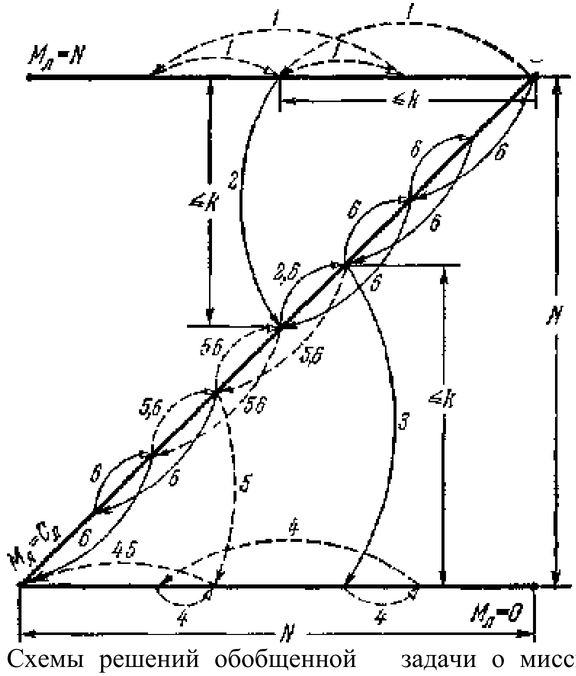


Рис. 10.3. Схемы решений обобщенной задачи о миссионерах и людоедах в Z области. Цифры у дуг соответствуют пунктам в тексте.

5) Условие (10.12) работает для *k*<4. В случае *k*≥4 разрешима любая задача МЛ (т. е. для любого *N).* Разрешимость вытекает из возможности построения диагональной последовательности типа (ПЛП, 2, 2), (ППЛ, 1, 1), (ПЛЛ, 2, 2), (ППЛ, 1, 1), . . ., обеспечивающей «спуск» по диагонали до точки *(k, k,* 1).

6) Из изложенного в п 5) ясно, что можно заменить Z-образ чисто диагональным образом (для $k \geq 4$), т е. двигаться из начальной точки вниз по диагонали с помощью последовательных пар (ПЛП, $k/2$, $k/2$), (ППЛ, 1, 1) (в случае нечетного k - (ПЛП, $\frac{k-1}{2}$, $\frac{k-1}{2}$) , (ППЛ, 1,1)).

Изложенные результаты анализа позволяют сформулировать представление в системе продукций, в котором множество преобразований A_6 представляет собой специфическое (и потому более мощное) множество макропереходов:

а) Горизонтальные переходы (Г):
Г1: (N, $C_л$, 1); $0<C_л< N$, $k\geq 2 \rightarrow (N,N, 1)$.
Г2: (0, $C_л$, 0); $0 \leq C_л < N$, $k \geq 2 \rightarrow$
$\rightarrow$(0, $C'_л$, 0); $0 \leq C'_л \leq N$, $C_л \neq C'_л$.
б) Диагональные переходы (Д):
Д: ($M_л$, $C_л$, 1); $0 < M_Л = C_Л \leq N$, $k\geq 4 \rightarrow (0,0,0)$.
в) Прыжки (П): (10.13)
П: ($M_л$, $C_л$, 1); $0 < M_Л = C_Л \leq k \rightarrow (0, C_л , 0)$.
г) Составные переходы
(прыжки с горизонтали и диагонали):
ГП: (N, $C_л$, 1); $0<C_л \leq N$, $k\geq 2 \rightarrow$
$\rightarrow (N - k+1, N - k + 1, 1)$.
ДП: ($M_л$,$C_Л$, 1); $M_Л = C_Л > k \geq 4 \rightarrow (0, k, 0)$.

Множество A_6 обеспечивает решение задачи МЛ с помощью Z-образа, диагонального образа, а также смешанного образа, начиная из любого и кончая любым допустимым состоянием.

Введением множества преобразований A_6 мы существенно уменьшили размер пространства поиска решений, исключив значительное число запрещенных и промежуточных состояний. Новое пространство содержит начальное и конечное состояния, 4 состояния (N, N, 1), ($N - k$ +1, $N - k$+1, 1), (0, 0, 0) и (0, k, 0), а также множество N-состояний $\{s/M_л=0, B_л=0, 0<C_л< k\}$, т. е. максимум $5+k$ состояний (вместо $2(N+l)^2$).
Путем фиксации одного из трех используемых образов это пространство может быть еще сокращено.

Следует отметить, что новое пространство может быть разделено на три области ($M_л$=-0, $M_л$= N, $M_л$ =$C_Л$), которые «легко проходимы». Критическими местами являются точки перехода из одной области в другую.

Представляется весьма перспективным нахождение в пространстве поиска решений таких точек путем глобального исследования пространства. Это могло бы существенно повысить эффективность РЗ, особенно в системе редукции.

Заканчивая исследование задачи МЛ, следует подчеркнуть, что оно, к сожалению, носит, как и большое число других исследований в области теории понятий, характер *case study* (изучение конкретного опыта), т. е. исследования конкретного опыта, на базе которого сделаны некоторые обобщения.

В частности, становится ясным, что решение проблемы преобразования определений требует решения следующих основных вопросов:

1) Выбор основных элементов определения в исходной системе (интерпретация состояний, ограничений и преобразований по заданному словесному или иному эпистемологически полному описанию).

2) Поиск полезных свойств, уменьшающих размер пространства поиска решений задачи или выделяющих в нем характерные критические точки.

3) Использование опыта исследования задачи для улучшения процесса РЗ.

10.2.3. Методы исследований свойств пространства поиска решений.

В предыдущем параграфе мы продемонстрировали на примере некоторые приемы, позволяющие путем глобального исследования пространства поиска решений существенно повысить эффективность решения задачи. В большинстве случаев, как уже отмечалось, такое исследование может быть проведено только для конкретной задачи, причем в общем случае оно еще не поддается полной автоматизации. Тем не менее можно указать некоторые общие методы, которые представляются перспективными с точки зрения их использования в решателях задач формирования определений.

В настоящем параграфе мы рассмотрим два таких метода.

Первым методом является так называемый *метод образов* с последующим построением на основе образов приближенного плана решения задач формирования определений.

Пусть задано, в духе предыдущего примера, множество состояний S и множество преобразований $A = \{A_j\}$, $A_j : S \rightarrow 2^S$.

Предположим, что нам заданы некоторые, хотя и не все, характеристики состояний. **Это могут быть системы признаков,**

характеризующих состояния, меры близости между состояниями или любая другая частичная информация о состояниях. Таким образом, мы предполагаем, что на множестве состояний задана некоторая выделяющая функция $h: S \to I$, сопоставляющая каждому состоянию образ h(s), и получаем множество образов I, причем каждый $i_k \in I$ представляет подмножество состояний $S(i_k) \subseteq S$. В идеальном случае можно было бы точно сгруппировать состояния в пространстве, т е. i_k, $i_l \in I$ представляли бы такие подмножества состояний, что $S = \bigcup_{i \in I} S(i)$, $S(i_k) \cap S(i_l) = \varnothing$.

Очевидно, что это соответствовало бы полному знанию свойств состояний в пространстве. В реальных случаях необходимо связать с функцией h некоторую меру неопределенности в виде вероятностных оценок или в духе теории размытых (нечетких) множеств. Можно рассматривать образы как состояния в некотором вспомогательном пространстве и использовать это вспомогательное пространство вместе с множеством преобразований A и выделяющей функцией h для составления планов решения. Если задать меру неопределенности перехода образа $i'=h(s_m)$ в образ $i=h(A_j(s_m))$ в виде $\mu(i, A_j, i')$, где s_m — некоторое состояние, $A_j \in A$ — преобразование, то условия вида $\mu(i, A_j, i') \approx 1$ могут служить основой для стратегии, состоящей в построении плана в пространстве образов, затем решения в пространстве состояний в соответствии с планом, сверки их в точках, удовлетворяющих указанным выше условиям и соответствующей корректировке плана (а не решения) в случае неудачи.

Другой метод - это метод поиска запрещенных областей в пространстве путем *наследственных разбиений*. Идея этого метода состоит в том, чтобы показать, что из некоторого множества состояний целевое состояние недостижимо. Тогда эти состояния могут быть выделены по некоторым признакам (например, объединением в образы) в запрещенное для данного класса целевых состояний множество.

Построение такой опровергающей стратегии может быть проиллюстрировано на примере известной задачи Маккарти: задана шахматная доска, из которой удалены две противоположные клетки по диагонали. Доказать, что такая доска не может быть покрыта домино. Опровержение для этой задачи может быть получено следующим образом. Заметим, что когда мы кладем очередное домино на доску, число белых и черных квадратов, покрытых домино, остается равным. Это свойство является *наследственным,* так как оно не меняется ни при одном допустимом ходе. Поскольку первоначальное число белых и черных квадратов не равно, то это неравенство не изменится.

Итак, для построения опровергающей стратегии необходимо показать, что

1) Для всех $S_i \subseteq S$, S — множество состояний, истинно свойство $P(S_i)$

2) Для всех s таких что $S_i \Rightarrow s$, также истинно $P(s)$.

3) Для конечного состояния s_t истинно $\sim P(s_t)$. Тогда s_t недостижимо из S_t и $S_i \bigcup \{s\}$ — запрещенное подмножество состояний.

Наследственные разбиения являются обобщением наследственного свойства. Стратегия этих разбиений получается следующим образом. Пусть $S_i \subseteq S$ может быть разбито на непересекающиеся подмножества, $S_i = \bigcup_j S_{ij}$ $S_{ik} \cap S_{il} = \varnothing$, $k \neq l$. Пусть также для всех j S_{ij} обладают свойствами $P_j(S_{ij})$. Эти же свойства удовлетворяются для всех множеств состояний $\sum_{ij}$ таких, что $S_{ij} \Rightarrow \sigma_{ij}$, $\sigma_{ij} \in \sum_{ij}$. В тоже время ни одно из целевых состояний $s_t \in S_t$ не обладает ни одним из свойств P_j, j=1, 2, . Тогда $S_i = \bigcup \left(\bigcup_j \Sigma_{ij} \right)$ — запрещенное множество состояний.

Заметим, что и в этом методе может оказаться необходимым связать с разбиением некоторую меру неопределенности, поскольку в реальной ситуации полная информация о свойствах всех состояний может оказаться недоступной.

Изложенные методы подчеркивают общий тезис о необходимости знания общих свойств пространства поиска решений для эффективного преобразования определений

Возвращаясь к концу п 10.2.2, отметим, чго наиболее принципиальным с точки зрения построения эффективных решателей задачи является выбор основных элементов определения в исходном определении, поскольку этот выбор определяет, в том числе, возможность эффективного преобразования определений. Это приводит к необходимости определения основных методов определения и решения задач формирования определений.

10.3. Краткая характеристика основных классов определений

Существующие методы формирования определений основаны на идее предикации, т. е. утверждения истинности или ложности тех или иных свойств в той или иной стадии процесса РЗ формирования определений. В рамках этой основной идеи различные методы могут отличаться описательным аппаратом, уровнем определения основных объектов и отношений, формальными моделями решения задач. Рассмотрим три основных класса методов формирования определений: *декларативные методы формирования определений, процедуральные методы формирования определений* и *семантические методы формирования определений.*

10.3.1. Декларативные методы формирования определений

Этот класс уже был частично описан в п. 10.2.2. Здесь система формирования определений представляется полным описанием состояния и множеством преобразований, или операторов. Полное описание состояния представляется в виде множества утверждений безотносительно к тому, как их использовать. К классу декларативных методов формирования определений, кроме систем продукций и редукций, введенных в п. 10.2.2, относятся системы доказательства определений в исчислении предикатов. В этом методе решение задачи формирования определений сводится к доказательству того, что целевая формула определения логически следует из системы начальных аксиом. Поскольку фактический процесс доказательства определений включает в себя применение некоторых правил вывода к начальным аксиомам, затем этих же или других правил вывода к аксиомам и выведенным на первом шаге определениям и т. д., вплоть до получения **целевой формулы определения**, в системе доказательства определений легко обнаружить общие свойства декларативных методов формирования определений. Система формирования определений представляется полным описанием состояния, которое интерпретируется множеством аксиом и всех сформированных выведенных (сформированных) к данному моменту определений, и множеством операторов, т. е. правил вывода определений.

Основными и тесно связанными друг с другом характеристиками декларативных методов формирования определений являются:

— четкое разделение организации поиска *(механизм генерации),* представляющего собой полный перебор, и сокращения количества альтернатив, т. е. придания поиску узкой направленности *(механизм управления);*

— *универсальный,* т. е. проблемно-независимый *характер механизма генерации;*

— необходимость работы с полными описаниями состояний на каждой стадии процесса РЗ.

Указанные характеристики будут описаны при рассмотрении конкретных декларативных методов формирования определений (п.п. 10.4—10.7) и методов решения задач с использованием этих определений (раз. 11, 12). Сейчас мы заметим, что эти характеристики предопределяют ряд особенностей декларативных методов формирования определений.

1. В силу универсальности механизма генерации декларативные определений могут в принципе служить основой для создания универсального РЗ.

2. Эвристическая эффективность РЗ в декларативных определениях полностью определяется свойствами механизма управления. Механизм управления поиском может быть задан в виде ограничений на допустимые состояния, в виде взаимосвязей между образами подмножеств состояний и операторами или соответствующим образом определенных эвристических функций. Чем точнее определен для каждой конкретной задачи механизм управления, т. е. чем выше знания системы о конкретной проблемной среде формирования определений, тем эффективнее осуществляется процесс РЗ. Однако, в отличие от упомянутого выше знания, представленного описаниями состояний и операторов — структурного, или *синтаксического знания,*— знание о проблемной среде формирования определений отражает *понимание* системой глобальных свойств пространства поиска решения, или, что то же самое, законов, действующих в мире, в котором работает система формирования определений. Это *знание* мы называем *семантическим.* Итак,

а) эвристическая эффективность РЗ формирования определений определяется количеством семантического знания, накопленного системой формирования определений;

б) структурное и семантическое знание в декларативных определениях полностью отделены друг от друга.

3. В силу характера указанных выше способов задания механизма управления декларативные методы формирования определений должны работать хорошо в легко метризуемых пространствах поиска решений формирования определений, т. е. в таких мирах, где семантическое знание может быть естественно выражено в численном или логическом виде (линейные неравенства, аддитивные функции, булевские матрицы и т. д.).

4. Попытки непосредственного введения семантического знания в описания состояний и операторов, т. е. в структурное знание, приводят к потере универсальности механизма генерации, что находится в полном соответствии с законом обратной зависимости общности и мощности.

10.3.2. Процедуральные методы формирования определений

В то время как основой описания объектов и отношений между ними в декларативных методах формирования определений является множество логических высказываний и общих правил вывода, процедуральные методы формирования определений основаны на описании в виде процедур всех возможных манипуляций с объектами и отношениями. Таким образом, текущее знание системы формирования определений представляется в виде специально организованной базы данных и набора более или менее специализированных процедур, обрабатывающих соответствующие области базы данных. Формирование в этом классе определений сводится к построению целенаправленной последовательности процедур формирования определений, как правило, имеющей сложную рекурсивную организацию. Важно отметить, что в процедуральном методе методах формирования определений, в отличие от декларативного, на каждой стадии процесса РЗ обрабатываются *локальные области базы данных,* причем необходимая для РЗ информация представлена в императивной форме. Носителями процедуральных определений являются специальные *проблемно-ориентированные языки* (ПОЯ).

Процедуральные методы формирования определения наиболее естественно и эффективно реализуются в таких языках, которые содержат необходимые встроенные механизмы, обеспечивающие автоматический поиск решения на основе знания и поставленной цели. Помимо обычных выразительных средств, используемых алгоритмическими языками (структуры данных, управляющие структуры, операторы, процедуры), ПОЯ должны обладать встроенными *целенаправленными механизмами,* которые позволили бы им эпистемологически и эвристически адекватно представлять широкий класс систем формирования определений и задач, решаемых ими. В сущности, ПОЯ для задач формирования определений должен сочетать в себе свойства современного алгоритмического языка высокого уровня и возможности решателя задач, являющегося программой, написанной в ПОЯ.

Отсюда вытекает двойственность функций ПОЯ. С одной стороны, он, как и обычный алгоритмический язык, должен упростить работу по программированию путем рационального выбора библиотеки часто встречающихся подпрограмм и макроопераций. С другой стороны, ПОЯ должен обеспечить такое наложение своей структуры и выразительных средств на решатель задач, запрограммированный пользователем, которое обеспечило бы построение эффективных стратегий решения, т. е. «вынуждало» бы пользователя применять именно те определения, которые приводили бы к предпочтительным с точки зрения эффективности стратегиям.

Естественно, что при создании и использовании ПОЯ следует считаться с противоречием между его универсальностью и эффективностью при решении задачи формирования определений (это уже известная нам зависимость между общностью и мощностью), а также с противоречием между мощностью встроенных механизмов (т. е. объемом спецификаций, задаваемых пользователем) и управляемостью в ходе решения со стороны пользователя (возможностью определить в каждый момент времени состояние процесса решения).

Перечислим теперь основные характеристики процедуральных методов формирования определений:

— наличие большого количества специализированных стратегий и правил, основанных на ряде унифицированных средств и механизмов, встроенных в ПОЯ;

— введение семантической информации в выражения определений, хранящиеся в базе данных (в виде свойств этих выражений);

— использование на каждой стадии процесса РЗ только тех выражений из базы данных, которые необходимы активированной в данный момент процедуре и описаны в ней;

— возможность представления мира на более высоком уровне описания, что в конечном счете сокращает длину решающей последовательности процедур формирования определений.

Указанные характеристики обеспечивают ряд преимуществ процедуральных методов формирования определений перед декларативными.

1. Введение семантической информации в описание элементов базы данных позволяет легко формализовать некоторые отношения, трудно выразимые в формальных декларативных методах формирования определений (например, равенства, отношения высшего порядка и т. д.).

2. Семантическое знание может быть выражено не только в числовом или логическом виде, но и в виде произвольных символических выражений.
3. Отсутствие трудностей, связанных с обработкой полных описаний (п.п. 10.7, 10.8.7).

Указанные преимущества достигаются ценой потери общности по сравнению с декларативными методами формирования определений. Кроме того, *механизм недетерминистичного выбора* (п. 10.8), необходимый в ПОЯ для автоматического поиска решения, в совокупности с весьма слабо развитыми методами накопления семантического знания в процедуральных методах формирования определений обуславливает значительную неэффективность ПОЯ при решении задач в сложных мирах. Решение этой проблемы обычно находят в более тесном общении системы формирования определений с человеком, на долю которого выпадает обязанность ввода ограничивающего перебор семантического знания (например, путем рекомендаций).

10.3.3. Семантические методы формирования определений

Как уже указывалось выше, одним из недостатков как процедурального, так и в большей степени декларативного методов формирования определений является разделение структурного и семантического знания, что затрудняет их использование, особенно в реальных мирах. Именно в таких мирах семантика, являющаяся инструментом повышения эффективности решения задач формирования определений, играет особо важную роль. Поэтому естественно потребовать, чтобы семантика непосредственно отражалась в самом формализме формирования определений. Другими словами, нам нужен такой уровень сформированного определения, элементами которого явились бы понятия и семантические отношения между ними. Теоретико-графическое представление такого уровня называется *семантической сетью.* Существует довольно много вариантов реализации семантических сетей, что позволяет говорить о целом *классе семантических методов формирования определений.* Общие характеристики этого класса сводятся к следующему:

— описание объектов мира выводится на уровень естественного языка;

— все знания, включая вновь поступающие факты, а также некоторые специализированные методы решения формирования определений, накапливаются в относительно однородной структуре памяти;

— на сетях определяется ряд более или менее унифицированных семантических отношений между объектами, которым соответствуют унифицированные методы вывода;

— методы вывода определений в совокупности с целями (запросами) определяют участки семантического знания, имеющего отношение к поставленной задаче, формулируя акт понимания запроса и некоторую цепь выводов и неполных выводов, соответствующих решению задачи.

Следует отметить следующие особенности семантических методов формирования определений:

1. В семантической сети формирования определений могут быть представлены такие виды объектов, как понятия, события, специализированные методы решения; следует, однако, учесть, что увеличение номенклатуры объектов снижает однородность сети и приводит к необходимости увеличения арсенала методов вывода.

2. Многомерность семантических сетей позволяет представлять в них многочисленные семантические отношения, связывающие отдельные понятия, понятия и события в предложениях, а также предложения в текстах; кроме того, в семантической сети может быть отражена семантическая иерархия специализированных методов решения, определяющая их взаимоподчиненность.

3. Формализация, или структурное представление семантических знаний, позволяет наложить на эти знания некоторую *суперсемантику,* отражающую относительную «силу» семантических отношений, что способствует повышению эффективности вывода в семантических сетях.

4. На каждой стадии РЗ можно четко разделить *полное знание* системы формирования определений (полная семантичесткая сеть) и *текущее знание* — возбужденный участок семантической сети, в котором производятся некоторые операции (процесс понимания, вывода и т. д.).

Необходимо учесть, что, обладая преимуществом структурирования общего семантического знания, семантические методы формирования определений часто проигрывают в представлении чисто структурных отношений, легко реализуемых в исчислении предикатов (логические связки, кванторы общности и существования) или процедуральном методе формирования определений (параллельные процессы, гипотетические миры, динамические события).

Поэтому ряд исследований в области формирования определений должен осуществляться путем вложения в семантические методы формирования определений некоторых фрагментов процедуральных и декларативных методов формирования определений с целью объединения их преимуществ в новом, смешанном методе формирования определений.

Последующие параграфы настоящего раздела посвящены описанию методов формирования определений и решения задач формирования определений. Поскольку процедуральные и семантические методы формирования определений допускают лишь достаточно специфические, проблемно-зависимые методы решения, мы излагаем лишь некоторые общие механизмы и алгоритмы. В то же время, учитывая универсальность механизмов генерации и независимость механизмов управления в декларативных методах формирования определений, мы сочли необходимым выделить этот материал в отдельные разделы (раз. 11 — для эвристических методов формирования определений, раз. 12 — для доказательства определений в исчислении предикатов).

10.4. Эвристические методы формирования определений на основе декларативных методов формирования определений

10.4.1. Общая постановка задачи

Одна из многочисленных, но близких друг к другу постановок задачи эвристического метода формирования определений заключается в следующем: заданы *начальная ситуация* (объект, состояние, определение), конечная, или *целевая ситуация* (объект, состояние, определение); задано также *множество операторов,* преобразующих одну ситуацию (определение) в другую. Требуется найти такую последовательность операторов, которая преобразует начальную ситуацию (определение) в конечную ситуацию (определение).

На эту базовую постановку часто накладываются ограничения. Так, иногда требуется найти последовательность операторов, оптимальную в некотором определенном смысле. Часто рассматривается обобщенная постановка, где задается множество начальных и (или) конечных состояний.

Формально задача, поставленная как задача формирования определений эвристическим методом, представляет из себя четверку (S_o, S, F, T), где S — множество состояний, $S_0 \subseteq S$ — множество начальных состояний, $T \subseteq S$ — множество конечных состояний, F — множество операторов. Каждый оператор $f \in F$ является функцией, отображающей S_f в S, где $S_f \subseteq S$ — область определения f. Если $s \in S_f$, то f *применим* к s.

Решением задачи является последовательность операторов $f_1, f_2, ..., f_n$ такая, что $f_i \in F$, i=1, 2,..., n, $f_1 \circ f_2 \circ . . . \circ f_n (s) \in T$, где $f_1 \circ f_2 \circ . . . \circ f_n (s)$ обозначает *композицию функций*

$$f_n (...(f_2 (f_1 (s))...) , \quad s \in S_0, \tag{10.14}$$

причем эта композиция определена, если

$$s \in S_{f_1},\ f_1(s) \in S_{f_2}, ..., f_n(...(f_2(f_1(s)))...) \in S_{f_{n-1}}.$$

Метод решения задачи (S_o, S, F, T) будем называть *эвристическим методом формирования определений*, если он на каждом шаге находит все возможные применения операторов к данному текущему состоянию, а порядок рассмотрения состояний и порядок применения операторов управляется свойствами уже рассмотренных до этого шага состояний

Будем использовать два основных подхода к решению определенной выше задачи формирования определений эвристическим методом — основанный на *продукционных системах формирования определений* (т.е. использующих методы формирования определений в *пространстве состояний)* и основанный на *редукционных системах формирования определений* (т. е. использующих сведение решения задачи к решению ее подзадач). Оба эти подхода достаточно наглядно продемонстрированы в п. 10.2.2 на примере решения задачи о миссионерах и людоедах. Поэтому в настоящем параграфе мы лишь дадим общие постановки решения задач в этих системах и подчеркнем связь между продукционными и редукционными системами решения задач.

10.4.2. Формирование определений в пространстве состояний *(система продукций).*

В системе продукций естественно представить пространство поиска решений формирования определений в виде *локально-конечного направленного графа* $G=(X, \Gamma)$, где $X=\{x_0, x_1 . . .\}$ — множество, в общем случае бесконечное, вершин графа, каждая из которых отождествляется с одним из состояний $s \in S$; $E= \{(x_i, x_j)/x_i, x_j \in X, x_j \in \Gamma(x_i)\}$ — множество дуг, или ребер графа, бесконечное, если бесконечно множество X; $\Gamma: X \rightarrow 2^X$ — конечное отображение, т. е. для всех $x \in X$ $|\Gamma(x)| \in N$; N — целое число; $|\Gamma(x)|$ — количество *дочерних вершин* x, т. е. вершин, соединенных с x дугой.

В множестве вершин X мы выделяем подмножества вершин $X_0 \subseteq X$, соответствующее множеству начальных состояний $S_0 \subseteq S$, и $X_t \subseteq X$, соответствующее множеству конечных состояний $T \subseteq S$.

Определим *путь в графе* G как $\mu=(x_1, x_2, \ldots, x_k)$, $(x_i,x_{i+1}) \in E$, $i=1, 2, \ldots, k—1$. Если $x_1 \in X_0$, $x_k \in X_t$, то очевидно, что решение задачи эвристического поиска в пространстве состояний (т. е. нахождение последовательности операторов, преобразующей начальное состояние в конечное) сводится к *задаче поиска пути* μ *на графе* G. *Путь* из $x_0 \in X_0$ в $x_t \in X_t$ называется *решающим.*

Для локально-конечного графа G целесообразно *неявное задание,* т. е. определение множества X_0 и множества операторов, которые, будучи применимы к вершине графа, дают все ее дочерние вершины (естественно, что выполнение условия применимости $\Gamma_i \subseteq \Gamma$ к вершине x_i обязательно, хотя возможно, что для некоторой x_i $\Gamma_i = \varnothing$). При таком задании механизм генерации решений должен строить в явной форме некоторый *подграф неявно заданного графа* G, *содержащий по крайней мере одну конечную вершину.*

Представление пространства поиска решений в виде графа G обеспечивает решение, начиная от начального состояния. Однако в тех случаях, когда целевое состояние явно задано, может оказаться целесообразным проводить поиск пути в графе, начиная от конечной вершины к начальной. Более того, в этом случае можно скомбинировать эти два поиска в единый *двунаправленный поиск* в графе. Интуитивно очевидно, что поскольку поисковые деревья растут экспоненциально, то два поиска с меньшей глубиной могут оказаться эффективнее одного поиска с суммарной глубиной. Алгоритм двунаправленного поиска будет рассмотрен в раз. 11. Следует отметить, что дополнительно к рассмотренному выше представлению в системе продукций необходимо добавить отображение предшествования $\Gamma^{-1}: X \to 2^X$, где

$$\Gamma^{-1}(x_j) = \{x_i / x_i, x_j \in X, x_j \in \Gamma(x_i)\} . \quad (10.15)$$

10.4.3. Определения в системе редукций. Пропозициональные графы.

Если решение задач в системе продукций сводится к поиску решающего пути, то основной идеей редукционной системы формирования определений является *поиск доказательства того, что решение задачи формирования определений выводится из решения совокупности ее подзадач.*

Другими словами, решение задачи в этой системе сводится к нахождению множества альтернативных совокупностей подзадач, каждая из которых дает решение задачи, затем множества альтернативных совокупностей подзадач этих подзадач и т. д. до тех пор, пока задача формирования определения не станет *разрешимой,* т. е. решение всех ее подзадач не станет очевидным, или пока не будет доказано, что задача *не имеет решения.* Очевидность решения подзадач определяется следующими возможностями:

1) Подзадача формирования определения носит характер общеизвестного утверждения (аксиома).

2) Подзадача формирования определения легко может быть решена в системе продукций формирования определений (например, за один шаг).

3) Подзадача формирования определения хотя и сложна, но ее решение известно системе формирования определений на основе предыдущего опыта формирования определений.

Подход с использованием редукционной системы формирования определений является в некотором роде обобщением подхода с использованием пространства состояний. Действительно, в процессе сведения задачи к совокупности подзадач могут возникнуть различные возможности такого сведения (альтернативные совокупности); в то же время применение оператора в продукционной системе формирования определений сводит задачу к более простой подзадаче, но эта возможность для данного оператора единственна. С другой стороны, редукцию можно рассматривать и как вспомогательный процесс разбиения задачи поиска решающего пути в пространстве состояний на подзадачи поиска подпутей этого пути с последующей их композицией в окончательном решении задачи.

Как продукционный, так и редукционный подход формирования определений требуют для решения задачи использования процессов поиска с той только разницей, что в первом случае поиск осуществляется в *пространстве состояний,* а во втором — в *пространстве описаний множеств подзадач.*

Пространство описаний множеств подзадач представляется в виде специального направленного графа *G*, называемого *«И/ИЛИ-графом,* или *пропозициональным графом.*

С каждой вершиной этого графа связывается описание определенной подзадачи. Дуги этого графа соответствуют операторам сведения задачи к подзадачам. В графе выделяются два типа вершин: *конъюнктивные вершины,* или вершины типа «И», которые вместе со своими дочерними вершинами интерпретируются высказыванием «чтобы решить задачу, *необходимо* решить все ее подзадачи», и *дизъюнктивные вершины,* или вершины типа «ИЛИ», которые вместе со своими дочерними вершинами интерпретируются высказыванием «чтобы решить задачу, *достаточно* решить одну из ее подзадач». Дуги, исходящие из конъюнктивной вершины, связаны дужкой при этой вершине. Пример пропозиционального графа при веден на рис. 10.4.

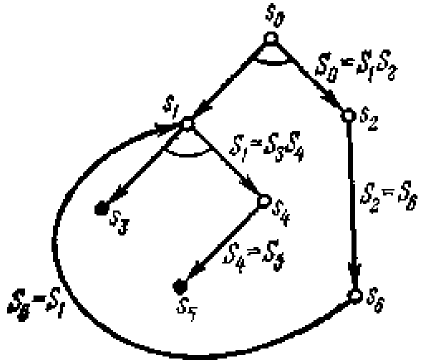


Рис. 10.4. Пример пропозионального графа. Конечные вершины представлены зачерненными точками.

Здесь s_0 — первоначальная задача, для решения которой *обходимо* решить подзадачи s_1 и s_2, для решения s_1 *необходимо* решить подзадачи s_3 и s_4, для решения s_2 *достаточно* решить s_6, для решения s_4 и s_6 *достаточно* решить s_5 и s_1 соответственно. Решение задач s_3 и s_6 предполагается известным.

В множестве вершин пропозиционального графа выделяются подмножество *начальных вершин,* т. е. задач, которые следует решить, и подмножество *конечных вершин,* т. е. заведомо разрешимых задач. Это завершает формулировку задачи как задачи эвристического метода формирования определений, причем решение ее сводится к нахождению в пропозициональном графе *решающего графа,* формальное определение которого будет дано несколько ниже.

С каждой вершиной пропозиционального графа мы связываем высказывание в виде *булевской функции,* выраженной в дизъюнктивной нормальной форме и образующейся по следующим правилам: для вершины s, имеющей дочерние вершины $s_1, s_2, \ldots, s_k$,

а) если s — конъюнктивная вершина, то соотнесенная с ней булевская функция

$$S = \bigwedge_{i=1}^{k} S_i,$$

где S_i — булевская функция, соотнесенная вершине s_i;

б) если s — дизъюнктивная вершина, то соотнесенная с ней булевская функция

$$S = \bigvee_{i=1}^{k} S_i;$$

в) если s — конечная вершина, то соотнесенная с ней булевская функция *тождественно истинна* (из нашего определения конечной вершины пропозиционального графа следует, что вершины, не являющиеся конечными и не имеющие дочерних вершин, соответствуют заведомо неразрешимым задачам; для этих вершин булевская функция *тождественно ложна);*

г) если $s_1, s_2, \dots, s_m$ — начальные вершины, то с ними соотносится булевская функция

$$S = \bigwedge_{i=1}^{m} S_i.$$

На рис. 10.4 рядом с вершинами показаны соотнесенные с ними булевские функции.

Введем ряд формальных определений.

Пусть s — дизъюнктивная вершина, т. е. $S = \bigvee_{i=1}^{k} S_i$, s_i — дочерние вершины s. Тогда каждая из S_i, $i = 1, 2, \dots, k$, называется *непосредственной импликантой S.*

Пусть s — конъюнктивная вершина, т. е. $S = \bigwedge_{i=1}^{k} S_i$, s_i — дочерние вершины s. Тогда *непосредственной импликантой S* называется булевская функция, получаемая из S заменой S_i, $i=1,2, \dots, k$, одной из ее непосредственных импликант.

Пусть s_1, s_n — конъюнктивные вершины. Тогда S_n является *импликантой S_1,* если имеется последовательность конъюнктивных вершин $s_1, s_2 \dots s_n$ такая, что S_i
является непосредственной импликантой S_{i-1}, $i=2, 3, \dots, n$.

Пусть s — конъюнктивная вершина с дочерними вершинами $s_1, s_2, \dots, s_k$. Назовем *путевым графом, начинающимся в вершинах* $s_1, s_2, \dots, s_k$ *и заканчивающимся в вершинах $t_1, t_2, \dots, t_m$,* где $s_i, t_l \in G$, $i=1, 2, \dots, k;$ $l=1, 2, \dots m$, такой конечный подграф G' пропозиционального графа G, что

а) $s_i, t_l \in G'$, $i=1,2, \dots,k;$ $l=1,2, \dots, m$.

б) Только s_i, $i=1, 2, \dots, k$, не имеют входящих дуг, а t_l, $l=1, 2, \dots, m$. — исходящих.

в) Для всех вершин $x \in G'$, кроме t_l, $l=1, 2, \dots, m$, имеются такие дочерние вершины $x_j \in G'$, $j=1, 2, \dots, p$, что $X_1, X_2, \dots, X_p$ являются единственными непосредственными импликангами X в G'.

г) $T = \bigwedge_{l=1}^{m} T_l$ — импликанта S в G'.

Если t_l, l=1, 2, . . ., m,— конечные вершины графа G, то путевой граф называется *решающий графом, начинающимся в вершинах* s_i, i=1, 2, . . ., k. Решающий граф, начинающийся в *начальных* вершинах G, называется *решающим графом.* Граф, представленный на рис. 10.4, является решающим, поскольку, как легко видеть, S_3S_5 является импликантой S_0.

Итак, решение задачи в системе редукций может быть сведено к поиску *решающего графа исходного пропозиционального графа,* поскольку, как вытекает из предыдущего изложения, просмотр решающего графа от конечных вершин к начальным точно задает множество подзадач, которые необходимо решить для решения исходной задачи, и порядок их решения. Необходимость поиска решающего графа определяется наличием более чем одной дочерней вершины у дизъюнктивных вершин, или, другими словами, наличием альтернативных совокупностей подзадач, решение которых необходимо для решения исходной задачи.

Поскольку во всех предыдущих рассуждениях не накладывалось никаких ограничений на конечность пропозиционального графа, необходимо его *неявное задание,* т. е. задание множества начальных вершин и оператора Г, генерирующего для данной вершины дочерние вершины и указывающего для нее булевскую функцию в виде конъюнкции дочерних вершин (мы предполагаем, чго оператор, сводящий решение задачи к решению ее подзадач, применяется к конъюнктивным вершинам, в то время как процесс выбора оператора определяет альтернативные совокупности подзадач, т. е. образует вершины, дочерние для дизъюнктивной вершины).

Следует заметить, что любой конечный пропозициональный граф с разделимыми конъюнктивными и дизъюнктивными вершинами может быть отображен в *контекстно-свободную грамматику*. При этом конъюнктивные вершины соответствуют *продукциям,* дизъюнктивные вершины — *вспомогательным символам,* конечные вершины — *основным символам,* дуги из конъюнктивных вершин к дизъюнктивным вершинам определяют *выбор подстановки для переменных,* а дуги из дизъюнктивных вершин к конъюнктивным показывают *действительную подстановку*. На рис. 10.5 показан пропозициональный граф, соответствующий контекстно-свободной грамматике

$$G=(\{a, b\}, \{S, A\}, S, P),$$
$$P=\{p_1: S\to aAS,\ p_2: S\to a,\ p_3: A\to$$
$$\to Sba,\ p_4: A\to ba,\ p_5: A\to SS\}, \quad (10.16)$$

где A — вспомогательный символ, S — начальный символ, a, b — основные символы, P — множество продукций.

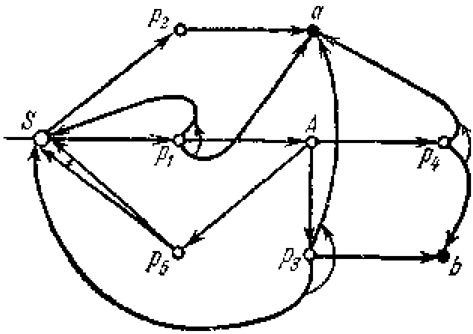


Рис. 10.5. Представление контекстно-свободной грамматики в виде пропозиционального графа.

Такое представление пропозиционального графа предопределяет упорядочение, накладываемое на порядок генерации вершин, следующих за конъюнктивными (на рис. 10.5 указано дужками со стрелками).

Таким образом, к поиску решающего графа в пропозициональном графе могуг быть приложены методы теории формальных грамматик. В частности, решающий граф в пропозициональном графе соответствует *дереву вывода* некоторого высказывания в соответствующей контекстно-свободной грамматике, а поиск такого графа эквивалентен поиску высказывания в языке, соответствующем контекстно-свободной грамматике, вместе с его деревом вывода.

10.4.4. Механизмы сведения задач к подзадачам.

На первый взгляд представление в виде пропозиционального графа кажется многообещающей основой для построения универсального решателя задач. Однако не следует забывать, что использование теоретико-графической модели позволяет формализацию лишь одного из элементов декларативного метода формирования определения, а именно пространства описания множеств подзадач формирования определения. Что же касается преобразований, определенных на множестве вершин графа, то как в настоящем параграфе, так и в следующем разделе, где будут рассмотрены соответствующие алгоритмы, мы лишь считаем, что задано некоторое, как правило, фиксированное множество операторов, позволяющее на каждом шаге порождать все вершины, дочерние по отношению к рассматриваемой. Иначе говоря, теоретико-графическая модель формирования определения сама по себе не дает сколько-нибудь систематического подхода к решению в общем виде следующей важной задачи: *«каким образом осуществить акт разбиения задачи на подзадачи?»* Она лишь отвечает на вопрос, *как* решить задачу, если такой подход *существует,* т. е. представляет собой скелет, на который можно наложить решаемую задачу с соответствующей ей специализированной семантикой описания вершин и дуг графа, т. е. конкретной интерпретацией описания задачи и ее подзадач, а также допустимых операторов разбиения задач на подзадачи. В этой связи представляют интерес независимые или хотя бы частично независимые от задачи механизмы сведения задач к подзадачам *(механизм редукции).* Шагом на пути к построению такого рода механизмов применительно к представлению в виде пропозиционального графа является использование понятий ключевых состояний и ключевых операторов.

Рассмотрим метод сведения задачи к совокупности подзадач, последовательно упрощающий задачи формирования определений в пространстве состояний, т. е. накладывающий механизм редукции на решение задачи в системе продукций.

Представим задачу формирования определения в пространстве состояний в виде (S_0, F, T), S_0 — множество начальных состояний, T — множество целевых состояний, F — множество операторов, отображающих состояния в состояния. Пусть также заданы множества *ключевых состояний* $T_1, T_2, \ldots, T_N$, т. е. множества тех состояний, через которые, наиболее вероятно, пройдет решающий путь в графе. Тогда можно использовать механизм редукции для сведения задачи (S_0, F, T) к совокупности задач (S_0, F, T_1), $(\{t_1\}, F, T_2)$, ..., $(\{t_N\}, F, T)$, эквивалентной исходной задаче. Здесь $t_1 \in T_1, t_2 \in T_2, \ldots, t_N \in T_N$ — конкретно выбранные ключевые состояния.

Одним из приемов нахождения множеств ключевых состояний является выделение *ключевых операторов,* т. е. операторов, применение которых необходимо для решения задачи (таков, например, оператор ППЛ, 1,1 на рис. 10.1 в задаче о миссионерах и людоедах). Пусть $f \in F$ — ключевой оператор для задачи (S_0, F, T). Тогда задача может быть разбита на три подзадачи:

1) Поиск пути к состоянию $t \in T_f$, T_f — область определения f, т.е. множество состояний, к которым f применим,— подзадача (S_0, F, T_f).

2) Применение оператора f — подзадача $(\{t\}, F, \{f(t)\})$.
3) Оставшаяся часть задачи — подзадача $(\{f(t)\}, F, T)$.

Заметим, что если бы нам было задано множество операторов $F_k \subset F$ такое, что $f \in F_h$, то это привело бы к необходимости построения пропозиционального графа для получения альтернативных совокупностей трех подзадач указанного выше вида.

Недостаток описанного метода заключается в том, что, за исключением тривиальных случаев, ключевые состояния или операторы могут быть найдены на основе анализа пространства состояний, а это, как указывалось в п. 10.2, едва ли не самая сложная проблема в области автоматизированного формирования определений.

В эвристическом методе формирования определений основными понятиями являются состояния и операторы. Поэтому формальная и содержательная постановка задачи в эвристическом методе полностью совпадает с изложенными в начале этого параграфа.

В процессе выполнения эвристического метода находят *различия* между текущим и целевым состояниями. На основе этих различий выбирается оператор, который применяется к текущему состоянию, вырабатывая новое состояние. Далее производится сравнение этого состояния с целевым, и цикл повторяется. В случае неприменимости выбранного оператора к текущему состоянию определяются различия, суммирующие причину неприменимости. На основе этих различий выбирается оператор, *пригодный* для их устранения. Если он применим и устраняет их, то применяется предыдущий оператор. Однако он может быть *неприменим* или *непригоден,* поэтому изложенная схема работы метода рекурсивна.

Основной механизм редукции использует три стандартных метода (рис. 10.6): *преобразование состояния A* в состояние *B, уменьшение различия D* между состояниями *A* и *B* и *применение оператора f* к состоянию *A*.

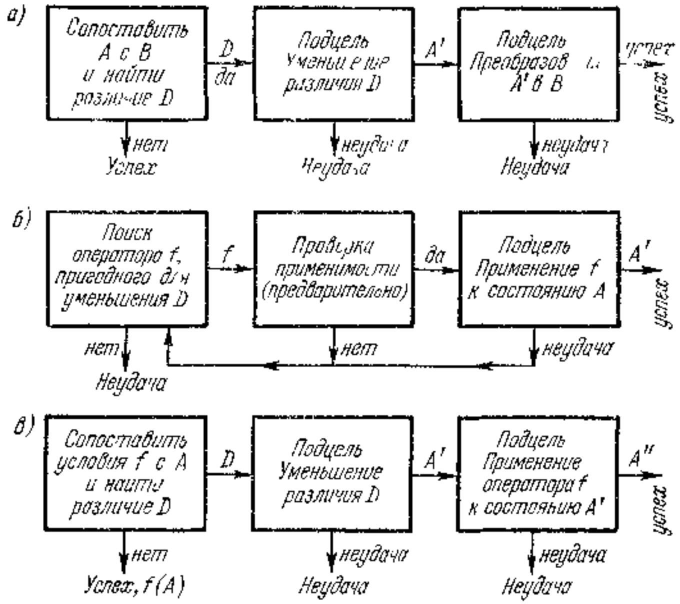


Рис. 10.6. Основные методы механизма редукции: *а)* метод преобразования состояния *A* в состояние *B, б)* метод уменьшения различия *D* между состояниями *A* и *B, в)* метод применения оператора *f* к состоянию *A*.

Преобразование состояния. Генерируется выведенная (т. е. полученная путем последовательного применения операторов к *A* и следующим состояниям) последовательность состояний, оканчивающаяся состоянием, идентичным *B*.

Уменьшение различия. Вырабатывается новое состояние *A*', выведенное из *A* с измененным различием *D*.

Применение оператора. Генерируется новое состояние применением *f* к *A* или состоянию, выведенному из *A*.

Пример работы механизма редукции приведен па рис. 10.7, где изображено дерево методов для преобразования объекта *A* в объект *B* (пример необходимо прослеживать по рекурсивной схеме рис. 10.6).

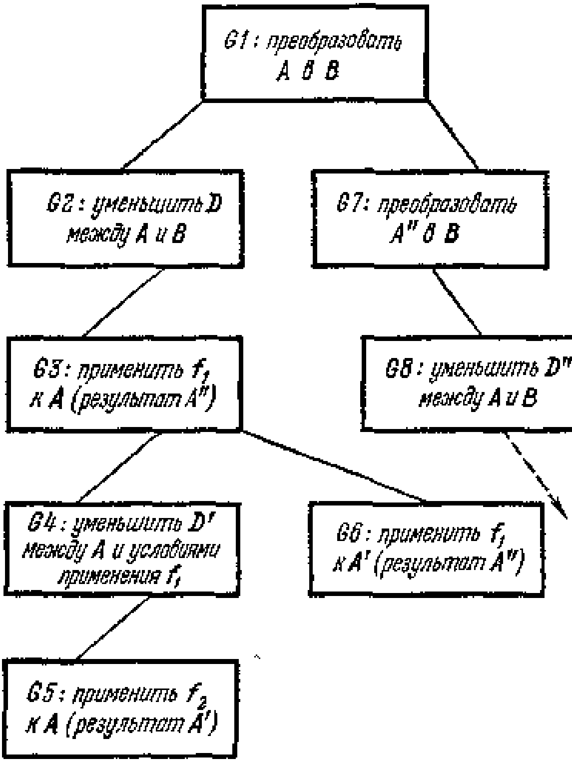


Рис. 10.7. Пример работы механизма редукции.

Пытаясь преобразовать *A* в *B,* механизм находит различие *D* между *A* и *B* и переходит к его уменьшению (G2), находит оператор f_1, пригодный для уменьшения, и пытается применить его к *A* (G3). Однако оператор f_1 неприменим, и механизм находит различие *D'* и пытается его уменьшить (G4). Предположим, что оператор f_2 пригоден для уменьшения *D'* и применим к *A* (G5). Тогда вырабатывается новое состояние *A'.* Теперь механизм записывает *A*' как результат G5 и G4 и переходит к применению *fi* к *A*'. Поскольку различие *D*' устранено, f_1 применяется к *A*', вырабатывается результат *A*'' (G6). Этот результат записывается в G3 и G2. Поскольку различне *D* устранено, производится переход к преобразованию *A*'' в *B* (G7). К этому моменту механизм выработал последовательность операторов $f_2 \circ f_1(A)=f_1(f_2(A))$, преобразующую *A* в *A'',* и очередную подзадачу преобразования *A''* в *B*.

Представим процесс редукции (рис. 10.7) с помощью пропозиционального графа (рис. 10.8).

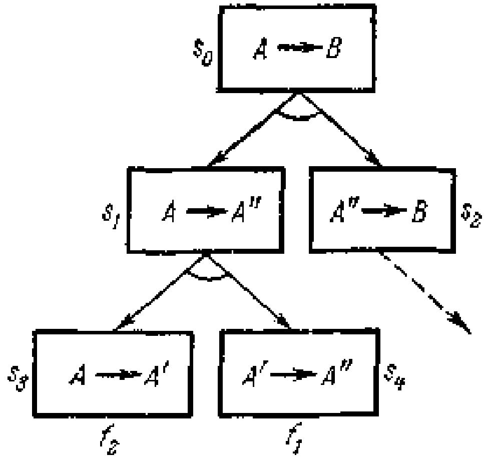


Рис. 10 8. Пропозициональный граф, соответствующий процессу редукции.

В вершинах графа записаны формулировки исходной задачи и ее подзадач. Граф содержит только конъюнктивные вершины, так как мы предполагали для простоты, что механизм метода обладает способностью выбирать один пригодный оператор. Вершины s_3 и s_4 являются конечными, так как им соотносятся операторы f_2 и f_1 соответственно, непосредственно преобразующие A в A' (f_2) и A' в A'' (f_1).

Из сопоставления двух формализмов — механизма редукции и представления с помощью пропозиционального графа — можно сделать следующие выводы:

1) Механизм редукции метода осуществляет разбиение задачи на подзадачи с помощью метода уменьшения различия, не требуя специального набора операторов для этой цели; однако он должен обладать эффективными методами определения различия между двумя состояниями и выбора оператора, пригодного для уменьшения или устранения этого различия. Решение первой задачи при заданном формализме описания определений не представляет принципиальных трудностей, чего нельзя сказать о второй задаче.

Что касается представления в виде пропозиционального графа, то без информации о конкретном содержании задачи и о свойствах пространства описаний множества подзадач мы не смогли бы определить множество операторов, преобразующих вершины графа в дочерние вершины, т. е. осуществить разбиение задачи, представленной на рис. 10.7, на подзадачи.

2) Как будет показано в следующем разделе, представление в виде пропознционального графа допускает построение допустимых алгоритмов, т. е. всегда находящих решение задачи, если оно есть, а при определенных условиях — алгоритмов, находящих оптимальные решения. В то же время использование механизма редукции даже при наличии специализированной системы формирования определений, не всегда гарантирует нахождение решения.

Рассмотрим условия, при которых механизм редукции находит решение задачи. Рассмотрим произвольное отображение $S\times S\rightarrow D$, где D — множество различий. Это отображение ставит в соответствие каждой паре (s_1, s_2), $s_1, s_2 \in S$, различия $\{d_j\} \subseteq D$.

Введем линейное упорядочение > на множестве D, так что $d_1>d_2$, $d_1,d_2\in D$, означает, что d_1 — *более трудное* для уменьшения *различие,* чем d_2. Это определение не допускает равнотрудных различий, и в этом случае необходимо объединять их в одно различие $d=d_1 \bigcup d_2$.

Для заданных множества операторов F и множества различий D построим функцию W: $D\times H\rightarrow\{0, 1\}$, где H — разбиение, заданное на F. Для $d\in D$, $h\in H$, $f\in h$ $W(d, h)=1$ означает, что f пригоден для уменьшения различия d, $W(d, h)=0$ означает, что f непригоден для уменьшения различия d.

Функция W, выраженная в табличной форме, носит название *таблицы связок* и показывает, какие из групп операторов являются пригодными для уменьшения тех или иных различий.

Построим специальный вид таблицы связок — *треугольную таблицу.* Каждому d_i присваивается $h_i\in H$ так, чю $W(d_i, h_i)=1$, а $W(d_k, h_i)=0$ для всех $d_k>d_i$ (индексы присваиваются так, что если $d_k>d_i$, то $k>i$).

Таким образом, мы строим треугольную таблицу, производя такие разбиения множества операторов, чтобы каждая группа операторов была пригодной для уменьшения определенного различия, но не уменьшала бы различия большей трудности. По отношению к различиям меньшей сложности она может быть как пригодной, так и непригодной.

Мы рассматриваем далее класс задач эвристического метода формирования определений — *А-задачи,*— который описывается пятеркой (S_o, S, F, T, W), W — треугольная таблица связок. В процессе разбиения задачи на подзадачи образуется два типа подзадач: непосредственно решаемые и подлежащие дальнейшему разбиению. Их результаты обозначим через $R_0(\sigma)$ и $R_1(\sigma)$ соответственно, σ — некоторое промежуточное состояние. Определим также *максимальное* *различие между s_1 и s_2*, s_1, $s_2 \in S$, с помощью функции M*:* $S\times S \rightarrow D$. $M(s_1,s_2)=d_i$ тогда и только тогда, когда $d_i>d_j$ для всех $d_j \in \{ d_j \}$. Заметим, что в случае $s_1=s_2$ $M(s_1, s_2)$ не определена. *Максимальное различие между* $s_1\in S$ и X^S, $MM(s_1, X) = \min_{s_2\in X} M(s_1, s_2)$, причем MM не определена, если $S_i\in X$.

Если $f\in h_i$, $MM(\sigma,T)=d_i$ и, следовательно, $W(d_i,h_i)=1$, то $R_0(\sigma)=\{f(\sigma)/\sigma\in S_f\}$, $R_1(\sigma)=\{f(\tau)/\tau\in S_f$ и существует решение подзадачи $(\sigma,S, \bigcup_{k=1}^{i-1} h_k, \{ \tau \}, W)\}$.

Δ*-схема* Δ-задачи (S_o, S, F, T, W) есть последовательность $(s_0, s_1,.....s_n)$, $s_o\in S_o$, $s_n\in T$, такая, что $s_i \in R_0(s_{i-1}) \bigcup R_1(s_{i-1})$, i=l,2,. . .,n. Теперь становится ясной важность введенной треугольной таблицы связок. Действительно, пусть σ — элемент Δ-схемы и $MM(\sigma, T)=d_i$. Тогда мы используем $f\in h_i$ для уменьшения d_i. Если $\sigma\in S_f$, т.е. f применим, то $f(\sigma)\in R_0(\sigma)$. В противном случае ставится подзадача преобразования σ в S_f. Однако для решения этой подзадачи используются только операторы из $\bigcup_{k=1}^{i-1} h_k$. Если результатом решения этой подзадачи является $\tau\in S_f$, то $f(\tau) \in R_1(\sigma)$.

Пусть $f_1 o f_2 o. . . o f_n(s_0)=t$, $t\in T$. Решение Δ-задачи *упорядочено* тогда и только тогда, если $MM(s_0, T)=M(s_0, t)\geq MM(f_1(s_0), T)=M(f_1, (s_0), t)$ и $M(f_1 o f_2 o. . . o f_i(s_0), t)\geq MM(f_1 o f_2 o. . . o f_{i+1}(s_0), T) = M(f_1 o f_2 o. . . o f_{i+1}(s_0), t)$, i=1, 2, . . .,n-2.

Таким образом, вырабатывая упорядоченное решение, механизм редукции последовательно уменьшает монотонно невозрастающую последовательность различий. На каждом шаге из множества конечных объектов рассматривается тот, различие которого с текущим объектом является минимальным, т. е. $M(\sigma, t)=MM(q, T)$ для любых $\sigma\in S$, $t\in T$.

Можно показать, что *наличие упорядоченного решения* Δ*-задачи и всех ее подзадач дает достаточные условия того, что механизм редукции найдет решение задачи, если оно есть.*

Преимущества этого подхода заключаются в том, что

1) На каждом шаге решения задачи механизм рассматривает лишь подмножества множества операторов, причем в ходе решения задачи эти подмножества последовательно сокращаются.

2) Механизм рассматривает лишь те подзадачи, которые легче (опять в смысле используемого подмножества операторов), чем образующая их задача.

Однако пользователь системы формирования понятий должен задать ей множество различий, их упорядочение и таблицу связок.

10.5. Методы доказательства определений на основе декларативных методов формирования определений

В данном параграфе мы изложим еще один вид декларативного метода формирования определений, используемого как для представления знаний, так и для сведения процесса решения задачи формирования определения или ее части к автоматическому логическому анализу. Постановка задачи при указанном подходе заключается в следующем. Задача записывается в виде утверждений, представленных определениями, некоторого формального языка. При этом часть утверждений (определений), соответствующая исходным данным, рассматривается как аксиомы, а цель задачи рассматривается как утверждение (определение), справедливость которого следует установить или опровергнуть на основании аксиом и правил вывода формальной системы формирования понятий.

Существуют различные логические формализмы, пригодные для записи в них определений, относящихся к широкому кругу задач.

Мы будем далее рассматривать только исчисления предикатов первого порядка с равенством и без равенства, так как для этих исчислений разработаны универсальные и эффективные процедуры, обладающие *полнотой,* т. е. всегда устанавливающие наличие некоторого факта, если он выводим из аксиом.

Любая логическая система (теория) формирования определений и исчисление предикатов, в частности, может быть построена на базе как синтаксических, так и семантических концепций.

Теорию формирования определений, построенную на базе семантических концепций, будем называть *теорией моделей определений*, а теорию, построенную на базе синтаксических концепций,— *аксиоматической теорией определений*. При обоих способах построения некоторой теории А необходимо определить понятие алфавита и формулы определения.

Алфавитом называется некоторое счетное множество символов теории. Произвольные конечные последовательности символов алфавита называются *выражениями определений* теории А.

Формулой определения теории А будем называть некоторое выделенное подмножество выражений определений теории А.

Алфавит исчисления предикатов состоит из следующего множества символов:

1. Знаков пунктуации ( ), .
2. Пропозициональных связок ~, $\vee, \wedge$, →.
3. Знаков кванторов $\forall, \exists$.
4. Символов переменных x_k, k=1, 2, ...
5. n-местных (размерных) функциональных букв f^n_k, $k\geq 1$, $n\geq 0$, f^0_k называют константными буквами.
6. n-местных предикатных букв (символов) p^n_k, $k\geq 1$, $n\geq 1$.

В дальнейшем в примерах для удобства употребления будем вместо x_k писать *u, v, w, x, y, z;* вместо f^0_k — *a, b, c, d;* вместо f^n_k, $n\neq 0$, — *f, g, h,* φ, а вместо p^n_k — *P, Q, R, S, T, V, W.*

Из символов алфавита можно строить различные выражения определений. Выделим среди них те, которые представляют для нас интерес.

1. *Термы.*

а) Каждый символ переменной или константной буквы является термом.

б) Если $t_1, \ldots, t_n$, $n\geq 1$,—термы, то и $f^n_k\,(t_1, \ldots, t_n)$ является термом.

в) Выражение определения является термом только в том случае, если это следует из правил а) и б).

2. *Элементарные формулы определений (атомы).*

Если p^n_k —предикатная буква, а $t_1, \ldots, t_n$ —термы, то $p^n_k\,(t_1, \ldots, t_n)$ — элементарная формула определения (атом).

3. Формулыо пределений, или *правильно построенные формулы определений (ппфо).*

а) Всякая элементарная формула определения есть формула.

б) Если *D* и *B* — формулы определений и *x* — переменная, то каждое из выражений (~D), $(D \vee B)$, $(D \wedge B)$, $(D\rightarrow B)$, $(\forall xD)$, $(\exists xD)$ есть формула определения.

в) Выражение является формулой определения только в том случае, если это следует из правил а) и б).

В выражениях $(\forall yD)$ и $(\exists yD)$ *D* называется *областью действия квантора всеобщности (общности) и квантора существования соответственно.* При этом переменная *у* называется связанной квантором (несвободной). (Для указания области действия кванторов будем также использовать нотацию $(\forall y)$ (D) и $(\exists y)$ (D), эквивалентную введенной выше.)

Формула называется *замкнутой,* если она не содержит свободных переменных. Нас будут интересовать именно такие формулы определений.

При определении логической системы с семантической точки зрения вводят понятия интерпретации, общезначимости и выполнимости.

Для того чтобы придать формуле определения содержание, ее интерпретируют как утверждение, касающееся рассматриваемой области.

Под *интерпретацией формулы определения* будем понимать всякую систему, состоящую из непустого множества E, называемого *областью интерпретации,* и какого-либо соответствия, относящего каждой предикатной букве $p^n{}_k$ некоторое n-местное отношение в E, каждой функциональной букве $f^n{}_k$ — некоторую n-местную функцию в E (т. е. функцию, отображающую E^n в E) и каждой константной букве $f^0{}_k$ — некоторый элемент из E. Предметные переменные мыслятся пробегающими область E интерпретации. При заданной интерпретации всякой элементарной формуле определения приписывается значение «истинно» *(T)* или «ложно» *(F)*. Приписывание значения элементарной формуле определения $p^n{}_k\ (t_1, \ldots, t_n)$ осуществляется по следующему правилу: если термы предикатной буквы соответствуют элементам из E, удовлетворяющим отношению, определяемому данной интерпретацией, то значением элементарной формулы определения будет истина *T,* в противном случае — ложь *F*.

Значение неэлементарной формулы определения вычисляется рекуррентно, исходя из значений составляющих ее формул. При этом, если *D* и *B* — формулы, то значения формул $\sim D$, $D \vee B$, $D \wedge B$, $D \to B$ определяются по следующей *таблице истинности:*

D	B	$\sim D$	$D \vee B$	$D \wedge B$	$D \to B$
T	*T*	*F*	*T*	*T*	*T*
F	*T*	*T*	*T*	*F*	*T*
T	*F*	*F*	*T*	*F*	*F*
F	*F*	*T*	*F*	*F*	*T*

Отметим, что формула ($\forall xD$) обозначает утверждение: «для любого значения x из области E истинно (выполнено) *D»,* а формула *(*$\exists xD$*)* обозначает утверждение: «существует такое значение x из области E, что истинно (выполнено) *D*».

Приведенные выше утверждения могут быть как истинны, так и ложны. В случае конечных областей E значения истинности таких формул можно установить с помощью таблиц истинности.

Очевидно, что некоторые формулы могут быть истинными или ложными в зависимости от выбранных интерпретаций.

Формула D называется *выполнимой* тогда и только тогда, когда существует интерпретация f такая, что D принимает значение T в I. Если формула D принимает значение T в интерпретации I, то будем говорить, что I есть *модель* D, или I *удовлетворяет* формуле D.

Если некоторая формула принимает значение T при всех интерпретациях, то ее будем называть *общезначимой.* Так, например, формула $P(a)\rightarrow(P(a) \vee P(b))$ истинна при любой интерпретации (это можно установить по таблице истинности) и, следовательно, эта формула общезначима.

Если формула D принимает значение F в интерпретации I, то будем говорить, что I *не удовлетворяет* формуле D.

Формула называется *невыполнимой (неудовлетворимой),* если при всех интерпретациях она принимает значение P. Очевидно, что если формула D общезначима, то формула $(\sim D)$ невыполнима.

Введенные выше определения выполнимости, общезначимости, невыполнимости модели некоторой формулы D переносятся на множество формул; при этом предполагается, что все формулы множества связаны знаком конъюнкции. Таким образом, некоторое множество формул $D_1, \ldots, D_n$ выполнено на данной интерпретации, если каждая формула D_i этого множества имеет значение T на данной интерпретации.

Формула *В логически следует* из некоторого множества формул $S=\{D_1, \ldots, D_n\}$, если каждая интерпретация, удовлетворяющая S, удовлетворяет также и B.

Задачей доказательства определений мы будем называть выяснение вопроса логического следования некоторой формулы B из заданного множества формул $\{D_1, \ldots, D_n\}$, т. е. выяснения общезначимости формулы $((D_1 \wedge \ldots \wedge D_n)\rightarrow B)$.

Однако, как показал Чёрч, не существует общего метода для установления общезначимости любых формул исчисления предикатов первого порядка. По этой причине исчисление предикатов называют *неразрешимым.* Тем не менее из теоремы Эрбрана следует, что если некоторая формула исчисления предикатов общезначима, то существует процедура для проверки ее общезначимости, т. е. исчисление предикатов можно назвать *полуразрешимым.*

При формировании формул определений оказывается удобным определять невыполнимость, а не общезначимость. Поэтому рекомендуется рассматривать формулу $\sim((D_1 \wedge \ldots \wedge D_n)\rightarrow B)$, являющуюся отрицанием исходной. Формула $\sim((D_1 \wedge \ldots \wedge D_n)\rightarrow B)$ эквивалентна формуле $(D_1 \wedge \ldots \wedge D_n \wedge \sim B)$, и именно невыполнимость этой последней формулы и следует доказывать. Для установления невыполнимости необходимо доказать, что не существует такой интерпретации, при которой каждая из формул множества $D_1, \dots, D_n, \sim B$ имеет значение T.

В связи с полуразрешимостью исчисления предикатов эта процедура будет приводить к успеху только в случае, если формула B следует из $D_1, \dots, D_n$. В противном случае процедура может продолжаться бесконечно.

Процесс установления невыполнимости некоторого множества формул будем называть *процессом опровержения определения.*

Как мы указали выше, кроме определенного нами семантического способа задания логической теории определений, существует синтаксический способ. При этом способе, кроме алфавита и формул, определяемых так же, как и раньше, задаются **аксиомы и правила вывода**.

Аксиомами называют некоторое выделенное множество формул теории. Обычно существует возможность эффективно выяснить, является ли данная формула теории А аксиомой. В таком случае А называется *аксиоматической теорией.*

Правилами вывода формул определений будем называть конечное множество $R_1, \dots, R_n$ отношений между формулами определений. Для каждого отношения R_i существует такое целое положительное число j, что для каждого множества $D_1, \dots, D_j$ формул и для каждой формулы B эффективно решается вопрос о том, находятся ли эти j формул в отношении R_i с формулой B, и если да, то B называется *непосредственным следствием* данных j формул по правилу R_i.

Выводом в теории определений называется такая последовательность формул $D_1, \dots, D_n$, в которой для любого i формула D_i есть либо аксиома теории определений, либо непосредственное следствие каких-либо предыдущих формул по одному из правил вывода.

Формулу B теории определений будем назывть *определением* теории определений, если существует вывод в этой теории, в котором последней формулой является B. Такой вывод будем назывть *выводом формулы определения B*.

Теория определений называется *разрешимой,* если существует единая эффективная процедура (алгоритм), позволяющая узнать для любой данной формулы, существует ли ее вывод в теории определений.

Логическая теория определений называется *непротиворечивой,* если не существует формулы B такой, чтобы B и ($\sim B$) были определениями в теории определений.

Известно, что всякое исчисление первого порядка непротиворечиво.

Теорема Гёделя о полноте устанавливает эквивалентность семантической и синтаксической точек зрения:

Во всяком исчислении предикатов первого порядка теоремами являются все те и только те формулы, которые логически общезначимы.

Итак, мы определили язык исчисления предикатов первого порядка для записи определений, являющихся исходными данными $\{ D_1, \ldots, D_n \}$, и определения *В,* справедливость которого следует установить. Справедливость определения *В* сводится к доказательству того, что формула $((D_1 \wedge \ldots \wedge D_n) \rightarrow B)$ является общезначимой (т. е. является определением).

Для определения невыполнимости и выводимости формулы ее удобно представить в виде **дизъюнктов (предложений).** Всякую формулу определения можно представить в виде дизъюнктов, применив к ней последовательность приведенных ниже простых операций.

1. Переименование переменных. Выполняется такая замена переменных, что все переменные, связанные кванторами, становятся различными. Например, $\forall xR(x) \vee \forall xS(x)$ переписывается в виде $\forall xR(x) \vee \forall yS(x)$.

2. Исключение знака импликации. Всякий раз, когда встречается $\rightarrow$, делается замена $(A \rightarrow B)$ на $((\sim A) \vee B)$.

3. Уменьшение области действия связки ~. Везде, где возможно, делаются замены:

Заменяется $\sim\sim A$ на A.

Заменяется $\sim(A \vee B)$ на $\sim A \wedge \sim B$.

Заменяется $\sim(A \wedge B)$ на $\sim A \vee \sim B$.

Заменяется $\sim(\forall x A)$ на $\exists x(\sim A)$.

Заменяется $\sim(\exists x A)$ на $\forall x(\sim A)$.

В конце концов получается формула, где связка встречается непосредственно перед атомной формулой.

4. Исключение кванторов существования. Вычеркиваются поочередно кванторы существования. При этом каждая переменная y, связанная квантором существования, заменяется на $g(x_1, \ldots, x_m)$, где g — символ новой (отличной от имеющихся в формуле) функции, а $x_1, \ldots, x_m$ — все переменные, встречающиеся в кванторах всеобщности, области действия которых содержат вычеркиваемый квантор существования. Если таких переменных нет, то y заменяется на новую константу.

5. Приведение к предваренной нормальной форме. Все кванторы общности переносятся влево в начало формулы, так что формула принимает вид $\forall x_1 \forall x_2 \ldots \forall x_n A$, где A не содержит кванторов.

6. Приведение к конъюнктивной нормальной форме. Приведение осуществляется заменой, пока это возможно, $(A \wedge B) \vee C$ на $(A \vee C) \wedge (B \vee C)$.

В результате применения шагов 1—6 получаем выражение

$$\forall x_1 \forall x_2 \ldots \forall x_n (A_1 \wedge \ldots \wedge A_n),$$

где A_i имеет вид $(l^i_1 \vee \ldots \vee l^i_r)$, а l^i_j есть атомная формула или ее отрицание. Атомную формулу или ее отрицание будем называть *литерой.* Если A — атомная формула, то литеры A и $\sim A$ будем называть *дополнительными (комплементарными) литерами.*

7. Исключение кванторов всеобщности. Так как все переменные связаны кванторами всеобщности, а порядок расположения кванторов безразличен, то не будем указывать кванторы явным образом. Будем называть этот вид представления бескванторной нормальной формой.

8. Исключение связок $\wedge$. Исключаем связку $\wedge$, заменяя $A \wedge B$ на две формулы A, B. В результате многократной замены получим множество формул, каждая из которых представляет собой дизъюнкцию литер, называемую *предложением (дизъюнктом).*

Исходное множество формул A является невыполнимым тогда и только тогда, когда невыполнимо множество A', полученное из A применением указанных восьми операций.

Рассмотрим теперь процесс поиска доказательства. Покажем, что он может быть представлен в виде поиска пути на графе специального вида, называемом *графом доказательства определений.* Задача доказательства начинается с непустого исходного множества формул B_0 и множества правил вывода R. Если $\varphi \in R$, а B есть некоторое множество формул, то $\varphi(B)$ есть множество выводимых формул.

$\varphi(B)=\varnothing$, если φ не применимо к B. В частности, $\varphi(B) = \varnothing$, если B не является конечным. Пусть B^* будет множество всех формул, которые могут быть выведены из B_o повторным применением правил из R. Тогда каждое $\varphi \in R$ есть функция $\varphi : 2^{B^*} \to 2^{B^*}$, определенная на подмножествах B^* и принимающая в качестве значений подмножества B^*. Каждой формуле $C \in B^*$ может быть присвоен уровень: если $C \in B_0$, то C присваивается нулевой уровень, в противном случае $C \in \varphi(B)$ для некоторого $\varphi \in R$, и для некоторого $B \subseteq B^*$ уровень C на единицу больше, чем уровень некоторой формулы $D \in B$, имеющей максимальный уровень в B. Если B_i есть множество всех формул уровня i, то $B^* = \bigcup_i B_i$. Формула $C \in B^*$ может иметь несколько различных выводов, поэтому формула C может иметь несколько уровней. Так как $\varphi(B)\neq\varnothing$, только если B является конечным, то множество формул, которые встречаются в данном выводе формулы $C\in B^*$, всегда является конечным.

Итак, задача доказательства определений для тройки (B_o, R, F), $F \subseteq B^*$ (где F — множество терминальных формул) состоит в генерировании с помощью некоторой стратегии формирования $\sum$ формулы определения $C^* \in F$ повторным применением правил из R, начиная с формул в B_o.

Тройка (B_o, R, F) определяет направленный граф, чьи вершины являются формулами $C\in B^*$. C' является непосредственным преемником C (т. е. C' связано с С дутой, направленной из C в C'), если для некоторого $B \subseteq B^*$ и $\varphi\in R$ $C\in B$ и $C'\in\varphi(B)$. Как уже было отмечено выше, формула C может иметь несколько выводов, т. е. несколько путей в графе, определяемом тройкой (B_o, R, F). Удобно представлять единственную вершину d как различные вершины n_2,... . . ., n_k в некотором графе (называемом квазидеревом), если вершина d может быть получена различными путями из начальной вершины a. Такое взаимно однозначное соответствие между вершинами и выводами (путями) позволяет рассматривать число вершин, генерированных стратегией $\sum$ в ходе вывода, как меру эффективности $\sum$ для данной задачи.

Определим теперь понятие *абстрактного графа доказательства определений* (G, s), который может быть интерпретирован как рассмотренная нами выше задача доказательства определений (B_o, R) пометкой вершин $n\in G$ метящей функцией c: $G\to R^*$ и рассмотрением каждого применения функции s к подмножеству $G'\subseteq G$ как применения функции $\varphi\in R$ к подмножеству $\{c(n)|n\in G'\}$. Абстрактный граф доказательства определений есть пара (G, s), где G —множество вершин, а s: $2^G \to 2^G$ есть функция преемствования, определенная на подмножествах G и принимающая в качестве значений подмножества G.

G и «удовлетворяют следующим условиям:

1. $s(\varnothing)=\varnothing$.

2. Если $s(G')\neq\varnothing$, то G' является конечным множеством.

3. Если $G'\neq G''$, то $s(G')\cap s(G'')= \varnothing$.

4. Пусть $G_0=\{n\in G|n\notin s(G')$ для любого $G'\subseteq G\}$, $G_{k+1} = \{n\in G\mid n\in s(G')$ для некоторого $G\subseteq \bigcup_{i\leqslant k} G_i, G'\cap G_k\neq\varnothing\}$.

Тогда

а) $G_o\neq\varnothing$.

б) $G = \bigcup_{0 \le i} G_i$.

в) $G_i \cap G_j \neq \varnothing$ для $i \neq j$.

Условие 3 утверждает, что различным множествам вершин соответствуют различные множества преемников. Именно это условие обеспечивает то, что граф *(G, s)* является квазидеревом. Условие 4 определяет, что в графе *(G, s)* каждой вершине $n \in G$ может быть присвоен единственный уровень *i*, т. е. $n \in G_i$ и $n \notin G_j$ для всех $i \neq j$. Если (B_o, R) является интерпретацией *(G, s)* с метящей функцией $c\colon G \rightarrow B^*$, то $B_i = \{c(n) | n \in G_i\}$есть множество помеченных вершин уровня *i*. Условие 3 гарантирует, что для каждой формулы $C \in B^*$ и для каждого вывода *C* из B_o существует своя вершина $n \in G$ такая, что $C = c(n)$.

Отметим, что не требуется конечность множеств G_o и B_0. Это позволяет иметь дело со схемами аксиом и потенциально бесконечными множествами начальных вершин G_o.

Функции преемствования *s* графа *(G, s)* определяет частичное упорядочение вершин в графе *G*: *n'* есть непосредственный преемник *n* (а *n* есть непосредственный предшественник *n')*, если $n' \in s(G')$ и $n \in G'$ для некоторого $G' \subseteq G$. Вершина *n'* есть *преемник n (n — предшественник n')* и обозначается $n' > n$, если *n'* есть непосредственный преемник *n* или если *n'* есть преемник непосредственного преемника *n*. Будем записывать $n \le n'$, если $n < n'$ или $n = n'$. Определение графа *(G, s)* гарантирует, что для всех $n \in$ G множество $\{n' | n' \le n\}$ является конечным, хотя множество $\{n' | n' \ge n\}$ может быть бесконечным. Заметим, что в интерпретации графа *(G, s)* вывод формулы *c(n)* состоит из всех формул *c(n')*, где $n' \le n$. Каждый такой вывод содержит конечное количество формул *c*(*n*').

На рис. 10.9 приведен пример графа *(G, s)*.

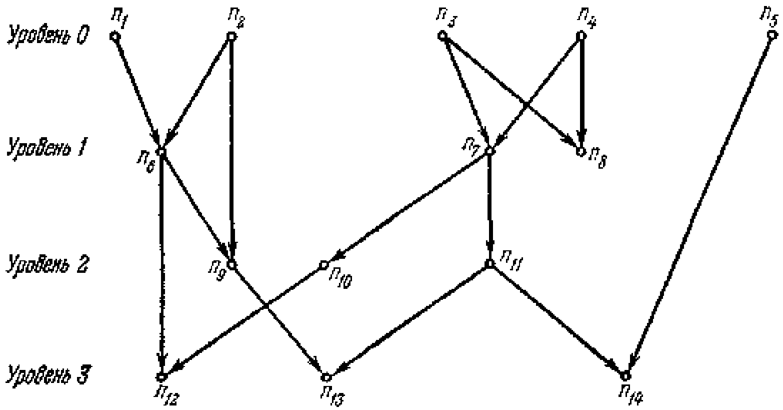


Рис. 10.9. Абстрактный граф доказательства определений.

Вершины графа представляются точками, а точки *n* и *n*' связываются дугой, направленной от *n* к *n*', если *n'* — непосредственный преемник *n*. Удобно изображать эти графы направленными вниз так, что *n* лежит выше *n'*. Для того чтобы определить на рис. 10.9, принадлежит ли *n* множеству *s(G')*, достаточно проверить, что *G*' есть множество всех тех вершин, которые связаны с *n* дугой, направленной к *n*'. Так, в приведенном примере

$$s(n_1, n_2) = \{n_6\},$$
$$s(n_2, n_6) = \{n_9\},$$
$$s(n_3, n_4) = \{n_7, n_8\},$$
$$s(n_7) = \{n_{10}, n_{11}\},$$
$$s(n_2) = s(n_5) = s(n_8) = s(n_1, n_2, n_6) = \Phi.$$

Абстрактная задача доказательства определений может быть представлена в виде четверки $P=(G, s, F, g)$, где $F \subseteq G$ является множеством терминальных (решающих) вершин для *P,* и *g* есть некоторая оценка, выражающая меру сложности вывода. Далее мы приведем конкретные алгоритмы поиска и правила вывода, интерпретирующие абстрактную задачу доказательства определений.

10.5.1. Применение метода доказательства определений.

К определению в виде доказательства определений может быть сведен очень широкий круг задач определений. Это определение позволяет не только отвечать на вопрос, следует ли логически определение (формула) *C* из некоторого множества $D_1, \ldots, D_n$ определений. Он позволяет отвечать на вопрос, следует ли из исходного множества определений определение ($\exists x C(x)$), и если следует, то каково то частное значение переменной *x,* при котором это имеет место. Умение строить удовлетворяющие частные случаи для переменной, относящейся к квантору существования, позволяет ставить довольно общие вопросы. Например, мы могли бы задаться вопросом: «Существует ли такая последовательность действий программы для случая игры в шахматы, которая приводит к ее победе?» Следует, однако, помнить, что сложные вопросы могут привести к доказательствам настолько сложным, что при быстродействиях существующих вычислительных машин и ограниченном времени решения эти доказательства не будут найдены. Кроме того, надо не забывать о полуразрешимостп исчисления предикатов.

Метод доказательства определений может быть использован в сочетании с другими подходами. Рассмотрим применение метода доказательства определений для решения задач в пространстве состояний. Будем описывать состояния в виде правильно построенных формул (ппф) исчисления предикатов. При этом операторами являются преобразования, заменяющие одно множество формул другим (например, «список вычеркиваний» и «список добавлений»). Множество состояний, к которым применим данный оператор, задается с помощью предусловий, также записанных в виде ппф. В такой системе методы доказательства определений можно использовать для проверки выполнения условий достижения цели и условий применимости операторов.

Возможна некоторая модификация описанного метода, используемая в вопросно-ответной системе. В предыдущем способе преобразования, выполняемые операторами, отображают одни множества формул в другие. Но эти преобразования совершаются независимо от системы логического вывода в исчислении предикатов. Включения действия оператора в рамки формализма исчисления предикатов можно добиться путем введения в каждый предикат терма состояния, указывающего состояние, к которому предикат применим. При такой формулировке операторы рассматриваются как функции, отображающие одно состояние в другое, а их действия выражаются в виде дополнительных аксиом, которые можно объединить с формулами, описывающими начальное состояние. Так значением оператора $f(s)$ будет новое состояние, возникающее в результате применения оператора *f* к состоянию *s*.

Если наша цель состоит в создании состояния s, удовлетворяющего некоторой целевой формуле $B(s)$, то эту задачу можно решить формально, найдя доказательство для формулы $\exists sB(s))$ и определив частное значение переменной s. Ответ будет содержать выражение для целевого состояния в форме композиции операторных функций.

Приведем пример, поясняющий суть данного подхода. Пусть некоторое состояние S в мире объектных понятий *(R)* описывается следующим фактом:

$F1$: $\mathrm{At}(R, A, s_0)$ — объект находится в точке A в состоянии s_0 и объект умеет выполнять следующее действие (оператор):

$f1$: объект перемещается из точки x в точку y.

Основной эффект применения оператора $f1$ можно описать с помощью формулы

$$\forall x\ \forall y\ \forall s(\mathrm{At}\,(R, x, s) \to \mathrm{At}(R, y, f1\,(x, y, \mathrm{s})))),$$

означающей, что для всех s, x и y, если объект находится в точке x в состоянии s, то в состоянии, возникающем в результате применения оператора $f1$ к состоянию s, объект окажется в точке y.

Цель задачи состоит в определении последовательности действий, переводящих объект из точки A в точку C, т. е. в доказательстве истинности формулы: $(\exists s\,(\mathrm{At}\,(R, C, s)))$.

Очевидно, что решение получается непосредственно из $F1$ и $f1$, так что результирующее состояние $s = f1\,(A, C, s_0)$.

10.6. Обобщенные декларативные методы формирования определений

В предыдущих параграфах мы описали представления задач, сформулированных в виде эвристического поиска, и задач доказательства определений. При этом задачи эвристического поиска рассматривались нами в продукционной и редукционной системах. В первой из них решение сводится к поиску решающего пути в графе пространства состояний, причем поиск может осуществляться от начальных состояний к конечным (однонаправленный поиск) или (в случае явного задания целевых состояний) одновременно от начальных состояний к конечным и от конечных к начальным с замыканием общего решающего пути в одном из промежуточных состояний (двунаправленный поиск).

В редукционной системе решение сводится к поиску решающего графа в пространстве описаний множества подзадач и последующей композиции решения задачи из решений образующих ее подзадач.

Наконец, в задаче доказательства определений решение сводится к выводу целевого высказывания из исходного множества аксиом на основе правил вывода.

Интуитивно ощущается, что, несмотря на столь различные внешне постановки задач, поиск решения, особенно при однотипном задании механизма управления поиском, осуществляется в графах, определяющих один и тот же класс пространств поиска. Выявление общих закономерностей пространств поиска представляет значительный интерес как с точки зрения более глубокого понимания процессов решения задач в декларативных определениях и взаимосвязей между различными формализациями, так и с точки зрения построения единого формализма решения задач, из которого могут быть выведены частные декларативные определения.

В настоящем параграфе изложим ряд основных предпосылок и идей построения обобщенных определений и одну, кажущуюся нам наиболее плодотворной постановку задачи в таком определении.

Прежде всего, процессы поиска в пропозициональных графах и графах доказательства определений (ГДО) работают в прямо противоположных направлениях. Действительно, в ГДО мы начинаем с задания множества аксиом (заведомо разрешимых задач) и на каждом шаге последовательно наращиваем это множество выведенными на этом шаге определениями до тех пор, пока не выведем целевое определение.

В пропозициональных графах процесс происходит обратным образом. Мы начинаем с задачи, которую следует решить (целевое определение), и на каждом шаге выводим из построенного к этому моменту множества подзадач альтернативные совокупности подзадач этих подзадач. Решение будет получено, когда множество подзадач будет полностью состоять из заведомо разрешимых задач (аксиом).

Пусть нам дана задача *T,* причем ее решение в системе редукций выглядит словесно следующим образом: «задача *T* может быть решена, если решены подзадачи *A* и *B* или подзадачи *B* и *C,* подзадача *A* решается, если решается подзадача *D,* подзадача *B* решается, если решаются подзадачи *E, F* или подзадача *G*, подзадача *C* решается, если решается подзадача *G*, *D, E, F, G*— разрешимые подзадачи».

Соответствующее представление в виде пропозиционального дерева приведено на рис. 10.10, *а.* Все различные вхождения одной и той же подзадачи представлены различными вершинами (по определению дерева).

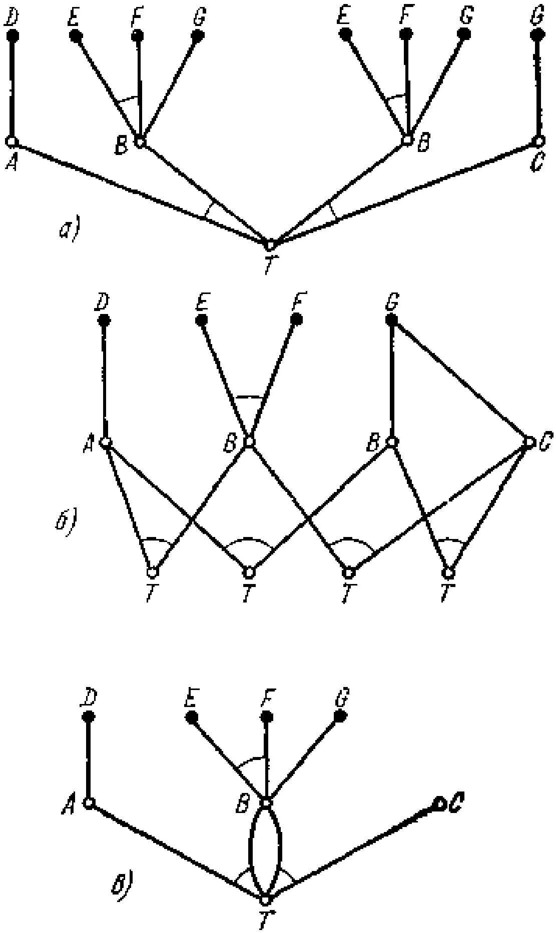


Рис. 10.10. Представление задачи *T* в виде пропозиционального дерева (а), графа доказательства определений *(б)* и графа вывода *(в)*.

Та же задача с помощью доказательства определений решалась бы следующим образом: «даны аксиомы *D, E, F* и *G,* из *D* выводится *A,* из *E* и *F* выводится *B,* из *G* выводится *B,* из *G* выводится *C*, из *A* и *B* выводится *T,* из *A* и *B* выводится *T,* из *B* и С выводится *T,* из *B* и *C* выводится *T*». Соответствующее представление в виде ГДО приведено на рис. 10.10, *б.* И здесь различным вхождениям одного и того же определения соответствуют различные вершины.

Определения (рис 10.10, *а* и 10.10, *б)* одного и того же решения одной и той же задачи различны. Однако переинтерпретируем эти определения таким образом, чтобы определению соответствовала вершина графа, а различным способам ее вывода (образования ее как подзадачи) соответствовали различные дуги, инцидентные этой вершине. На рис. 10.10, *в* приведено такое определение, являющееся единым для обоих исходных определений.

Теперь решение задачи *Т* сводится к поиску некоторого решающего подграфа в графе вида, предстявлснного на рис. 10.10, *в.* Мы можем скомбинировать оба направления поиска (от аксиом к цели и от задачи к разрешимым подзадачам) в единый двунаправленный процесс с окончанием в «точке встречи». Далее, если разрешить выводы только из одной посылки (в направлении сверху вниз на рис. 10.10, б) или исключить использование конъюнктивных вершин (в направлении снизу вверх на рис. 10.10, б), то частным случаем этого графа будет граф в пространстве состояний. Поиск решающего подграфа в таком вырожденном графе сводится к поиску решающего пути. Таким образом, мы получаем граф в пространстве состояний как частный случай нашего графа. В этом вырожденном графе мы можем осуществить как однонаправленный, так и двунаправленный поиск.

Прежде чем перейти к формальному определению графа в обобщенном декларативном определении, необходимо упомянуть еще об одном обобщении, получаемом введением указанного графа. Как в редукционных, так и в продукционных системах определений мы отождествляли вершины графа с состояниями (описаниями подзадач), а его дуги с операторами, преобразующими одни состояния в другие. Построение графа в обобщенном определении позволяет ввести несколько другую интерпретацию. Мы будем рассматривать системы, в которых задается начальное множество состояний $S_o \subseteq S$ и начальное множество операторов $F_0 \subseteq F$. Результатом акта вывода (S_i, F_j), $S_i \subseteq S$, $F_j \subseteq F$, если он определен, может быть либо $s \in S$, либо $f \in F$. Другими словами, мы допускаем, что некоторые из операторов могут отождествляться с вершинами графа, а множество операторов не является фиксированным, а наращивается в ходе решения задачи.

Назовем граф вида, представленного на рис. 10.10, *в, графом вывода* и введем некоторые формальные фрагменты определения, касающиеся этого графа.

Мы определяем граф вывода как пару (S, F), где S — множество вершин, отождествляемых с фрагментами определений, F: $2^S \to S$ — функция следования, отображающая множество вершин в одну вершину. Эту функцию мы назовем *оператором вывода.*

Пусть S — фрагмент определения, следующее непосредственно из конечного числа n фрагментов определений S_1, S_2, . . ., S_n, путем применения одного оператора вывода. Фрагмент определения S связан с каждым из S_i, i=l, 2, . . ., n, дугой, образуя *конъюнктивный пучок.* S_1, S_2, . . ., S_n называются *посылками,* S — *заключением.* Посылки, заключение и связывающий их конъюнктивный пучок образуют один *акт вывода.*

В частности, мы рассматриваем каждую аксиому S_0 как один акт вывода с пустым множеством посылок и заключением S_0. *Выводом* D назовем конечное множество фрагментов определений и связывающих их актов вывода такое, что

1) Каждое $S \in D$ принадлежит по крайней мере одному акту вывода в D.

2) Точно один фрагмент определения $C \in D$ является заключенем акта вывода, не являясь посылкой какого-либо акта вывода.

3) Каждый фрагмент определения $S \in D$ является заключением не более чем одною акт вывода в D.

4) Вывод D не содержит бесконечных ветвей вида S_1, S_2, …, S_n, S_{n+i}, … , где $S_1 \in D$, S_{n+1} — посылка акта вывода в D, имеющего заключением S_n (т. е. граф вывода не содержит циклов).

Посылками вывода D называются те фрагменты определения из D, которые не являются заключениями какого-либо из актов вывода, принадлежащих D. *Заключением вывода* D является $C \in D$. Мы назовем вывод *беспосылочным* (БВ), если у него нет посылок, и *редукционным* (РВ), если заключение этого вывода — данное целевое определение. *Решающим выводом* будем называть беспосылочный редукционный вывод, полученный поиском одновременно в двух направлениях.

Итак, во введенном формализме решение задачи сводится к *поиску решающего вывода в графе вывода.* При этом последовательно образующиеся в процессе решения БВ порождают граф доказательства определений, а РВ — пропозициональный граф. Граф пространства состояний порождается выводами, акты которых содержали бы не более одной посылки.

10.7. Проблема границ в декларативно представляемых определениях

Создание и организация информационного контекста, связанного с шагами процесса РЗ формирования определений, в значительной степени определяет эффективность этого процесса.

В практических системах на применение любых формализмов описания накладываются, как обычно, ограничения количественного порядка.

Предположим, что в поисках плана решения задачи формирования определения разработчик определений имеет в своем распоряжении в среднем 6 операторов, применимых и эвристически обоснованных в каждом состоянии (формуле) определения; предположим, что типичная задача формирования определения решается последовательностью из 4 операторов. Тогда поисковое дерево будет иметь около $6^4 \approx$ 1300 вершин (мы включаем сюда возможность хранения альтернативных планов формирования определения). Будем считать, что разработчик определений работает в среде умеренной сложности. Тогда для полного описания каждого состояния формируемого определения может потребоваться хранение около 1000 элементарных фрагментов определений, касающихся местоположения всех предметов и их признаков, указания всех отношений между ними и т. д. Оказывается, что только для описания всех состояний в поисковом дереве требуется хранить свыше миллиона фрагментов определений! А поскольку каждый фрагмент определения сам представляет из себя сложную списочную структуру, то становится ясным, что проблема сокращения числа обрабатываемых описаний состояний становится весьма острой. Очевидно, что каждое действие, совершаемое оператором, вызывает изменения лишь в небольшом подмножестве множества фрагментов определений. Казалось бы, что каждому состоянию или действию можно сопоставить список лишь изменяющихся фрагментов определений, а остальные фрагменты определений могут храниться в общей базе данных определений в течение всего процесса решения задач. Однако следующий элементарный пример покажет принципиальные трудности сокращения числа обрабатываемых в ходе РЗ описаний и позволит нам сформулировать *проблему границ*.

Пусть некоторое состояние S в мире робота описывается следующими фактами (фрагментами определений):

$F1$: робот находится в позиции A;

$F2$: ящик $B1$ находится в позиции B;

$F3$: ящик $B2$ находится на ящике $B1$;

$F4$: допустимые позиции — $\{A, B, C, D\}$,

и робот умеет производить следующие действия (множество операторов):

$f1$: робот идет из x в y;

$f2$: робот толкает $B1$ из x в y, $x, y \in \{A, B, C, D\}$.

Рассмотрим две задачи:

*P*1*:* робот должен быть в *C*;
*P*2*:* ящик *B*1 должен быть в *C*.
Очевидно, что задача *P*1 решается с помощью оператора *f*1, причем после решения этой задачи факты (фрагменты определений) *F*2, *F*3, *F*4 остаются неизменными, а *F*1 меняется на
*F*1'*:* робот находится в позиции *C*.
Задача *P*2 решается с помощью *f*2, причем меняются факты (фрагменты определений) *F*1 и *F*2, в то время как *F*3 и *F*4 остаются неизменными.
*F*1"*:* робот находится в позиции С;
*F*2"*:* ящик *B*1 находится в позиции *C*.
Возникает вопрос, каким образом сократить описание новых состояний *S' = {F*1', *F*2, *F*3, *F*4*}*, *S"={F*1", *F*2", *F*3, *F*4*}*.
Казалось бы, что сокращение может быть достигнуто введением специальных процедур типа
*A*1*:* определить меняющиеся факты (фрагменты определений) сопоставлением условий задачи описанию состояния *S*.
Такая процедура могла бы определить, что в первой задаче должен измениться только тот факт, который относится к местоположению робота. Но в процессе состояния плана решения *P*1 робот может выяснить, что на кратчайшем пути в позицию *C* стоит ящик *B*1 и лучшим решением, чем обход ящика, является решение *f*2. При этом условия задачи выполняются, но процедура *A*1 терпит неудачу.
Может показаться, что следует привязать изменяющиеся факты к описанию операторов введением, например, процедуры
*A*2*:* указать факты, изменяющиеся каждым оператором.
Тогда, если задачу, будь то *P*1 или *P*2, решает оператор *f*2, то системе было бы указано, что надо менять факты, связанные с положением робота и *B*1, т. е. *F*1 и *F*2. Однако процедура *A*2 потерпела бы неудачу, если бы в множестве фактов в состоянии S присутствовал хотя бы один факт, выведенный из других фактов. Например, из *F*2 и *F3* можно вывести
*F*5*:* ящик *B*2 в положении *B*,
и этот факт не изменится процедурой *A*2, хотя после *f*2 *B2* будет в *C*.
До сих пор мы рассматривали однооператорные решения задач. Если же рассмотреть задачу
*P*3*:* робот должен быть в *D*, и *B*2 должен быть в *C*,
то легко видеть, что для решения этой задачи решатель должен на каждом шаге решения иметь доступ ко всему множеству фактов, включая выведенные следствия.
Можно привести более яркий своей кажущейся абсурдностью пример серьезности проблемы полных описаний состояний. Для того чтобы

человек p вступил в телефонный разговор с человеком q, казалось бы, достаточно, чтобы p нашел номер телефона q в телефонной книге и набрал этот номер. Решатель задач, построивший такой план, потерпел бы неудачу в случае, если

— страница с номером телефона q вырвана,
— человек p слепой,
— кто-то залил чернилами нужный номер,
— телефонная компания сделала ошибки в коммутации,
— телефон q не значится в телефонной книге,
— телефонная линия в этот момент неисправна,
— человек р потерял голос и т. д.

Для учета всех этих возможностей формальной системе должны быть заданы дополнительные фрагменты определений или условия, исключающие неопределенность ситуации, однако предугадать все возможности практически невозможно.

Теперь мы можем сформулировать *проблему границ* в достаточно общем виде.

Необходимо, чтобы решатель задач (разработчик определений), имея полное описание состояний предметов, мог разграничить (отсюда название проблемы) фрагменты определений, которые должны изменяться в результате некоторого действия, от фрагментов определений, которые остаются неизменными в результате этого действия, и делал бы это эффективно с эвристической точки зрения.

В более общих терминах, решатель задач должен, имея эпистемологически полное представление о фрагментах определений в системе определений (понятий), обладать эвристически эффективной способностью выделять минимально необходимое подмножество фрагментов определений, имеющих отношение к текущей стадии решения задачи, оставляя прочие фрагменты определений без внимания.

Формально проблема границ может быть представлена следующим образом.

Допустим, что s_1 и s_2 — различные состояния предметов, причем s_2=apply (f, s_1), функция apply означает «применить оператор f к состоянию s_1». Мы могли бы описать результат действия оператора f как

$$A(s_1)\rightarrow B(\text{apply}(f, s_1)), \qquad (10.17)$$

где A и B — множества измененных и новых фрагментов определений соответственно, представляющие некоторые короткие определения. Однако если мы должны указать все фрагменты определений, которые, будучи истинными в состоянии s_1, не изменились в состоянии s_2, и если множество таких фрагментов определений $F=\{F_i/i=1, 2, \ldots, n)$, то результат apply ($f$, s_1) может быть записан в виде

$$\bigwedge_{i=1}^{n} F_i(s_1) \wedge A(s_1) \longrightarrow \bigwedge_{i=1}^{n} F_i(\mathrm{apply}(f, s_1)) \wedge \wedge B(\mathrm{apply}(f, s_1)), \qquad (10.18)$$

где n может быть весьма большим.

Таким образом, мы получаем длинные выражения законов действия в мире S. Решение проблемы границ — замена (10.18) на (10.17).

Прежде чем описать основные подходы к решению проблемы границ, укажем некоторые ее особенности.

Следует отметить принципиальный и количественный аспекты проблемы границ. Принципиальный характер проблемы подтверждается следующими аргументами:

1. В любой системе определений всегда будет стоять задача приведения в соответствие *растущих знаний* системы определений и уменьшающейся из-за роста количества фрагментов определений *эвристической эффективности.* Мы должны решить задачу разумной организации системы знаний или, другими словами, четко разграничить области знания, относящиеся к классам действий, а также пути воздействия последних на изменение сложного мира. Ясно, что проблема границ представляет собой лишь частный случай этой общей задачи.
2. В любой системе определений запись действий в виде (10.17) не дает нам гарантии, что эта запись определения является адекватной раз и навсегда. Истинность того или иного фрагмента определения может зависеть не только от его связи с тем или иным действием (определением) непосредственно, но и от более детального анализа обновляющейся совокупности фрагментов определений. Иными словами, часто истинность фрагмента определения сможет быть установлена лишь в результате длинной цепи рассуждений. Конечно, «лобовым» решением этой задачи был бы полный вывод всех возможных следствий множества фрагментов определений в каждом из состояний предмета. Тем не менее мы относим эту проблему к принципиальному аспекту хотя бы потому, что множество таких следствий может быть бесконечным.
3. Особую сложность проблема границ представляет для систем определений, работающих в *динамическом мире,* т. е. в мире, где действия могут не только исходить от системы, но и быть независимыми от нее. В этом случае результаты действия, записанные в виде (10.18), могут потерять свою истинность, как только на

множестве S определяется новый предикат (в результате независимого действия).

Существующие подходы к решению проблемы границ в основном касаются количественного аспекта этой проблемы, т. е. выделения минимального списка фрагментов определений, относящихся к тем или иным действиям.

Краткий обзор этих подходов мы начнем с изложения идеи *метода границ*. Граница представляет классификацию фрагментов определений, независимую в том смысле, что некоторое действие может изменять фрагменты определений, относящиеся только к одному классу, не меняя остальных. К сожалению, если такая классификация и может быть получена, то она будет весьма грубой для всех практически важных задач формирования определений. Идея такой классификации развита дальше в ряде работ. Каждому действию соответствует некоторое малое множество фрагментов определений, на которые это действие прямо влияет. Мы не можем предполагать, что все остальные фрагменты определений остаются неизменными, потому что они могут быть соединены длинными причинно-следственными цепями с изменяющимися фрагментами определений. Обозначим бинарное отношение причинной связи через $\mathcal{R}$. Тогда $a\mathcal{R}b$ означает, что некоторый фрагмент определения a будет изменяться, если будет изменяться причинно-связанный с ними фрагмент определения b. Если мы можем доказать, что $\sim(a\mathcal{R}b)$, то это означает, что никакие изменения b не вызывают изменений в a. Теперь при выполнении некоторого действия достаточно проверить, что a не связано причинной связью ни с одним из фрагментом определения, изменяемых действием.

Этот подход предполагает, что изменения в мире не происходят спонтанно и что имеется только один источник действия. Это обстоятельство вызывает сомнение в том, что метод границ без привлечения новых средств сможет разрешить принципиальные аспекты проблемы границ. Что касается количественного аспекта, то этот метод вряд ли может быть использован в сколько-нибудь сложном решателе, поскольку неизменность большого количества фрагментов определений должна передоказываться в каждом состоянии, что ничем по существу не отличается от обработки полных описаний определений и состояний предметов. Одним из возможных направлений развития этого метода является введение модальностей в логику первого и высших порядков, совокупно, хотя и приближенно, описывающих причинные отношения между фрагментами определений. Однако это направление находится на стадии постановки, и требуется детальное исследование его возможностей, прежде чем можно будет перейти к его практической реализации.

Близко по духу к методу границ и другое направление, основанное на анализе непротиворечивости, — *метод контрфактов,* или выявления нереальных ситуаций. Идея метода заключается в том, что после выполнения действия все фрагменты определений, которые были истинными в состоянии s_1, считаются истинными и в состоянии apply (f, s_1). После этого множество фрагментов определений должно быть проверено на непротиворечивость. Противоречивые фрагменты определений отбрасываются. Недостаток этого метода заключается в трудности определения, какие из фрагментов определений приводят к обнаруженному противоречию. Кроме того, с количественной точки зрения этот метод в чистом виде, по-видимому, не дает никакого выигрыша в сравнении с методом границ. Метод границ является важной концептуальной основой для развития более близких к практическим целям методов.

Рассмотрим особенности решения проблемы границы для определения в исчислении предикатов первого порядка с использованием термов состояний (10.5.4). Трудность ее решения заключается в том, что если в состоянии s_0 нам был известен факт $F2$: At($B1$, B, s_0) — ящик $B1$ находится в B, то неизвестно, где находится $B1$ в состоянии s. Этот факт должен устанавливаться в явной форме, т. е. введением дополнительной аксиомы (сравните неудачу процедуры $A1$):

$$(\forall x)(\forall y)(\forall u)(\forall v)(\forall s)[\mathrm{At}(x, y, s) \wedge \\ \wedge\, x \neq \mathrm{Robot} \rightarrow \mathrm{At}(x, y, f1(u, v, s))], \quad (10.19)$$

т. е. «положение объекта x останется неизменным после того, как робот перейдет из u в v».

Таким образом, нам нужны дополнительные аксиомы о том, что все факты (фрагменты определений), которые не изменяются в результате действия, действительно не изменяются.

Аксиома (10.19) работает и для факта типа $F5$. Однако если бы мы решили задачу $P2$, необходимо было бы передоказать истинность этого факта.

Таким образом, после каждого действия необходимо передоказывать истинность всего множества неизменяемых фрагментов определений, что сводит практическую ценность этого метода к нулю для задач, содержащих большие множества фрагментов определений.

Наиболее разработанным в практическом отношении методом решения проблемы границ в декларативных определениях является *метод контекстов и контекстных графов* применительно к использованию исчисления предикатов для решения задач в пространстве состояний (п. 10.5.4).

Пусть на множестве состояний S определены предикаты P_i. Множество состояний $S_j \subseteq S$, для которых $P_i[S_j]=P_{ij}$ истинен, называется *контекстом, определяемым предикатом* P_{ij}. Например, факт $F1$ определяет контекст, удовлетворяющий предикату At (Robot, *A),* т. е. множество состояний, в которых робот находится в *A.* Далее, предикат At *(x, y)* определяет семейство контекстов, т. е. семейство множеств состояний, для которых объект *x* помещен в *y (x, y* — параметры). *Оператор* состоит из *наименования оператора, списка параметров* и двух специальных предикатов — *предиката предусловий К* и *предиката результатов R.* Так, оператор *f*1 из примера в начале параграфа будет представлен следующим образом:

$$\left.\begin{array}{r} f1\,(x,\,y), \\ K\colon \mathrm{At}\,(\mathrm{Robot},\,x) \\ R\colon \mathrm{At}\,(\mathrm{Robot},\,y) \end{array}\right\} \qquad (10.20)$$

где *f*1 — наименование оператора, *(x, y)* — список параметров, At (Robot, *x)* — предикат предусловий, At (Robot, *y)* — предикат результатов.

Когда оператор применяется к контексту, т. е. в нашем примере к множеству состояний, удовлетворяющих At (Robot, *x),* он вычеркивает предусловия из списка фактов и добавляет результаты в список фактов, соответствующий состоянию. При этом изменяется контекст, т. е. производится переход в состояния, удовлетворяющие At (Robot, *y).* Факты, не удовлетворяющие At (Robot, *x),* т. е. контекст, определяемый ~At (Robot, *x),* не изменяются.

Таким образом, каждый фрагмент определения, выраженный в форме логического выражения, хранится в системе определений однократно, однако необходимо сохранение истории преобразования контекстов, в которых он добавлялся или вычеркивался. Для этой цели служит *контекстный граф,* вершины которого соответствуют контекстам, а дуги — операторам, преобразующим один контекст в другой. Пусть *I* — начальный контекст. В результате применения последовательности операторов f_1о f_2 о. . . о $f_n(I)$ мы получаем последовательность контекстов C_1, C_2, . . ., $C_n=G$ *(G* — целевой контекст). В общем случае графу поиска решения будет соответствовать контекстный граф. Отношение между контекстным графом и поисковым графом иллюстрируется рис. 10.11, где граф (рис. 10.11, а) отражает поиск пути из *A* в *E,* а граф (рис. 10.11, *б)* — соответствующий ему контекстный граф.

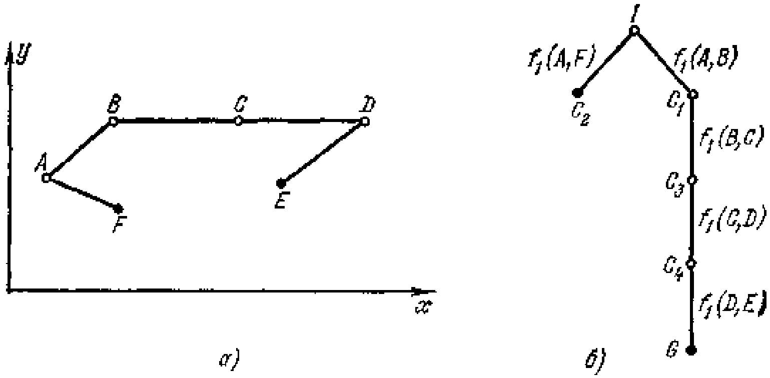


Рис. 10.11. Граф поиска пути из *А* в *Е (а)* и соответствующий ему контекстный граф *(б)*.

Основной недостаток метода заключается в том, что он не в состоянии прямым путем решить проблему границ для выведенных фактов типа *F*5. Поэтому в принципе все выведенные факты (фрагменты определений) (они определяются чисто синтаксически) должны передоказываться в каждом новом состоянии.

В заключение мы вынуждены констатировать, что в настоящее время не предложено метода (а возможно, что его и нет), который решал бы в общем виде проблему границ в декларативных определениях. Заметим, что эта проблема сравнительно легко, во всяком случае в количественном аспекте, решается в процедуральных определениях (п. 10.8.7).

10.8. Процедуральные определения

10.8.1. Общие характеристики ПОЯ.

Основными характеристиками, отличающими ПОЯ от обычных языков программирования, являются:

1) Наличие выразительных средств и соответствующих механизмов для ассоциативного поиска и извлечения необходимой в данный момент информации из базы данных.

2) Вызов процедур формирования определений указанием цели, которая должна быть достигнута, а не по имени.

3) Наличие механизма индикации успеха и неудачи в достижении цели формирования определений, позволяющего автоматически вернуться к

точке ветвления процесса формирования определений, явившейся причиной неудачи, и автоматически исследовать другие альтернативы.
С точки зрения разработчика определений, работающего в процедуральном представлении, эти характеристики являются необходимыми для обеспечения целенаправленного механизма поиска решения задачи формирования определений.

10.8.2. База данных и механизмы сопоставления по образцу.

Мы опишем общие принципы организации базы данных определений и их фрагментов, безотносительные к какому-либо языку.
База данных состоит из определений (фрагментов определений). Каждое определение обычно содержит *синтаксическую компоненту* и *список свойств,* хранящий произвольные свойства, значениями которых могут быть определения. Список свойств обычно содержит *семантическую* и *прагматическую информацию.*
Стандартные *семантические свойства определений* включают в себя значение определения, множество равных ему определений, множество неравных ему определений, правила вычисления (формирования) и упрощения определений.
Прагматические свойства обычно выражают информацию, специфическую для данной задачи формирования определений вообще или для текущего состояния процесса ее решения. Одним из способов задания прагматических свойств являются так называемые *рекомендации формирования определений.* Рекомендации указывают на то, какие альтернативы определений или их фрагментов следует испытать (доказать) и в каком порядке, какие методы следует применить в попытке решить задачу, сохраняют историю попыток испытать те или иные способы действия и т. д.
Весьма важным является способ запоминания и извлечения определений из базы данных. Одним из наиболее распространенных способов организации базы данных является ее построение в виде *дискриминационной сети,* впервые предложенной Фейгенбаумом и развитой впоследствии в работах по GPS.
Дискриминационная сеть представляет граф, каждая вершина которого содержит функцию, извлекающую атомарную часть синтаксической компоненты, и является либо конечной вершиной, содержащей определение, либо промежуточной, содержащей список дуг, исходящей из этой вершины (дуга является парой атом — дочерняя вершина).

Пусть, например, сеть хранит определения типа *М* (MTYPE), (ABC *XY),* (FCT *XY),* (STR *ZY),* (STR *YX),* где MTYPE, ABC, FCT, STR — произвольные атомарные синтаксические формы. Эта сеть приведена на рис. 10.12.

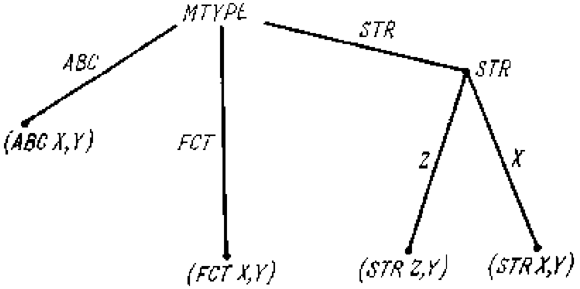


Рис.10.12. Пример дискриминационной сети.

Итак, при входе в сеть извлекается синтаксическая форма корневой вершины, выбирается соответствующая дуга, извлекается синтаксическая форма следующей вершины и т. д., пока либо не будет достигнута конечная вершина, либо не выяснится, что нет подходящей дуги. В последнем случае создается новая конечная вершина, т. е. входное определение заносится в сеть. При достижении конечной вершины входное определение α сравнивается с синтаксической компонентой определения в конечной вершине β.

Если α и β синтаксически идентичны, то сеть не изменяется. Если определение α, сопоставилось по форме с определением β, то α заносится в список свойств определения β (если его там не было). Если же определение α не сопоставляется по форме с определением β, то список свойств β просматривается с целью найти там определения, равные β и сопоставляющиеся по форме с α. В случае успеха α также заносится в список свойств β; при неудаче к α применяются правила упрощения из списка свойств β и проделываются указанные выше манипуляции. Наконец, если и это заканчивается неудачей, то первое синтаксическое различие между α и β запоминается как селектор признаков вновь созданной вершины, от которой проводятся две дуги: одна — к вершине, соответствующей определению β, и вторая — к новой вершине, созданной для синтаксической формы входного определения α. Одновременно создается список свойств этого определения. Образованная *синтаксическая форма* входного определения называется *канонической.* Заметим, что здесь и далее мы употребляем понятие «форма» в классическом смысле.

Таким образом, каждое определение хранится в дискриминационной сети только в одном экземпляре, так что свойства определения автоматически связываются со всеми эквивалентными определениями.

Связанные переменные не могут использоваться как селектор признаков. Например, определения (LAMBDA $(x, y), (x+y)\times(y+1)$) и (LAMBDA (u, v), $(l+v)\times(v\times u)$) оцениваются как эквивалентные и преобразуются в одну и ту же каноническую форму (с одинаковым списком свойств).

Как указывалось в п. 10.3.2, процедуральное определение довольно легко обходит трудности представления отношения равенства в исчислении предикатов первого порядка. Вместо аксиоматизации правил равенства вводятся разбиения определений на классы эквивалентных определений. На каждом шаге каждое определение содержит множество логически равных ему на этом шаге определений. Эти множества для двух определений будут объединены, если будет доказано или высказано в виде утверждения их равенство. Каждое определение содержит список всех не равных ему определений, причем вновь, как только формируется новое определение о равенстве, эти множества для всех определений обновляются соответствующим образом. Следовательно, как только утверждение о равенстве вызывает противоречие, это записывается непосредственно.

Рассмотрим вопрос о механизме, с помощью которого в базе данных производится запоминание и извлечение информации. Этим механизмом является *сопоставление по образцу.*

Сопоставление по образцу осуществляется в два шага. На первом шаге производится сопоставление входного определения α с определениями в базе данных β. В общем случае каждое из определений представляет собой *форму произвольной степени сложности.* Эта форма называется *образцом.* Поскольку определение α является образцом большей степени общности, чем β, выбор определения β может быть неоднозначным. На втором шаге по результатам сопоставления образцов производится связывание переменных, входящих в сопоставляемые определения. В случае, если переменные связываются с некоторыми подопределениями, для присвоения переменным значений может потребоваться вычисление этих подопределениий. Механизм сопоставления является основой следующих операций над базой данных:

1. Композиция определений. Определяется процедура comp (x, y), создающая (формирующая) определение, первый элемент которого есть значение определения *формы* x и второй элемент — значение определения *формы* y. Таким образом вычисление comp (x, y) для $x=4$, $y=(A\ (BC))$ дает в результате $(A\ (A\ (BC)))$.

2. Декомпозиция определений. Определяется процедура decomp *(x, y),* вычисляющая значения подопределений исходного определения *формы x* и *y* соответственно. В результате применения этой процедуры к (4(*A (BC))) x* присваивается значение 4, а *y* — значение *(A (BC))*.

3. Извлечение. Процедура извлечения находит в базе данных все элементы заданной в процедуре формы и выдает в качестве результата произвольный элемент среди множества элементов, сопоставляемых с этой формой. Например, применение процедуры Exists (существует)) (At *(x, y))* может извлечь из базы данных факты о местонахождении объектов *формы x* в месте *формы y.* Если ящик *B*1 находится в *A*, то результатом применения процедуры Exists будет At *(B*1*, A)*.

Формы *x* и *y* в режимах композиции и декомпозиции и форма At(*x, y)* в режиме извлечения являются *образцами.*

Следует отметить, что, так как выбор может быть неоднозначным, сопоставление по образцу вносит в процесс решения элемент *недетерминистичности,* так что в случае неудачи разработчику определений необходимо вернуться в исходную точку и сделать альтернативный выбор.

10.8.3. Стандартные операторы.

Весьма затруднительно описать множество функций, выполняемых ПОЯ. Во-первых, многообразие их велико, во-вторых, особенности выполнения многих из них зависят от структуры конкретного языка, поэтому мы опишем лишь некоторые наиболее общие функции и операторы, вводя необходимые дополнения по мере рассмотрения примеров.

Общим для процедуральных представлений механизмом работы с процедурами является *вызов процедур сопоставлением по образцу.* При этом вызов процедуры осуществляется не по имени, а указанием определения, являющегося целью ее применения, а сами процедуры воспринимают в качестве аргументов определения определенной структуры, сопоставляющейся с формой их описания. Например, если мы хотим поставить ящик *B*2 на ящик *B*1, то выражение-цель On(*B*2, *B*1*)* может вызвать из базы данных процедуру формы Put(*x, y),* которая предназначена для того, чтобы поставить предмет *x* на предмет *y.* Такой механизм вызова процедур полностью совпадает с режимом извлечения общего механизма сопоставления по образцу, однако входное выражение-цель является образцом меньшей степени общности, чем образец в описании процедуры. Здесь снова может быть извлечено множество альтернативных процедур, что вносит в процесс решения элемент недетерминистичности.

В большинстве ПОЯ используются четыре типа операторов: *цели, утверждения, стратегии* и *непосредственные преобразования.* Цели и утверждения соответствуют определениям и аксиомам в представлении с помощью доказательства определений. Непосредственное преобразование определений обычно имеет вид правила. Оно воспринимает входное определение, сопоставляет его с образцом, который является левой частью правила, и преобразует его в выходное определение, подставляя полученные при сопоставлении значения переменных в правую часть правила. Непосредственное преобразование, таким образом, имеет вид $P \rightarrow Q$. Стратегия включает в себя управляющие механизмы, непосредственные преобразования и другие стратегии и управляет процессом решения задачи. Задача ставится как оператор-цель. Система пытается найти непосредственные преобразования и стратегии, помогающие достижению цели. Если стратегия, связанная с целью, приводит к неудаче, то создаются подцели первоначальной цели, т. е. решение идет аналогично процессу редукции. Однако в процедуральном представлении обычно имеется некоторая управляющая программа, анализирующая свойства определений и пытающаяся на их основе и с помощью непосредственных преобразований определить необходимую стратегию.

Предположим, что в управляющую программу введено утверждение. Производится два действия:

1. Утверждение заносится в базу данных.
2. Утверждение обрабатывается с помощью непосредственных преобразований, сопоставляющихся по образцу с утверждением. Результирующие утверждения также заносятся в базу данных.

Оператор-цель вводится в управляющую программу вместе с рекомендацией. Управляющая программа пытается с помощью сопоставления по образцу и на основе семантической информации и рекомендаций найти полезные преобразования, из которых составляется стратегия, образующая подцели, обрабатываемые аналогичным образом.

Следует отметить, что новые правила преобразования и стратегии становятся достоянием управляющей программы, так что ее арсенал может непрерывно пополняться. Новые правила и стратегии могут вводиться либо пользователем системы, либо накапливаться в результате опыта решения задач.

Изложенная схема представляет собой весьма грубое приближение к действительно имеющей место организации процесса решения. Мы намеренно не упоминали существенно рекурсивную структуру всех конструкций процедуральных определений и сложные процессы локализации переменных в рекурсивно вложенных контекстах, желая дать максимальную упрощенную картину. Приведенный в 10.8.5 пример послужит дополнительной иллюстрацией процесса решения задачи в процедуральном представлении.

10.8.4. Механизм возврата к точке ветвления.

Недетерминистичность выбора альтернатив в различных точках процесса решения (извлечение определений из базы данных, вызов процедур сопоставлением по образцу, альтернативы) приводит к необходимости создания специального механизма, который в случае неудачно выбранной альтернативы возвращает процесс в точку ветвления, восстанавливая при этом все структуры данных и управляющие структуры. Необходимо снабжать систему такой семантической и прагматической информацией, чтобы она могла выбирать наилучшее решение первым. Однако рассчитывать на это было бы слишком оптимистичным, и указанный механизм, называемый *механизмом возврата к точке ветвления,* является основным средством, позволяющим реализовать целенаправленность выбора стратегий формирования определений.

Будем различать *декларативный возврат* и *процедуральный возврат.*

Декларативный возврат был впервые рассмотрен в весьма общем виде Голомбом и Баумертом. Сущность его заключается в следующем. Если в ходе решения встречается точка ветвления, то запоминается полное описание состояния процесса (т. е. текущие значения всех переменных). Если выбранная альтернатива неудачна, это описание состояния восстанавливается и решение направляется по другому альтернативному пути. Если все альтернативы в данной точке исчерпаны, то сигнал о неудаче распространяется к предшествующей в дереве целей точке ветвления с восстановлением полного описания состояния процесса, соответствующего этой точке.

Процедуральный возврат был предложен Флойдом в связи с разработкой им основ теории недетерминистических алгоритмов. Он показал, что всем основным элементам вычислений — присвоениям, условным ветвлениям, обращениям к выходам из подпрограмм и т. д.— можно сопоставить инверсии, т. е. операции, воспринимающие выход данного элемента вычислений как вход и выдающие в качестве результата вход элемента. Таким образом, в случае неудачного исхода альтернативы можно осуществить локальный пошаговый возврат, применяя инверсные операции, пока не будет достигнута точка ветвления.

Рассмотренные два метода возврата к точке ветвления и являются основой для осуществления механизма возврата в ПОЯ. Очевидно, что каждый метод имеет свои преимущества и недостатки.

Основным преимуществом декларативного возврата является его высокая эффективность: возврат в случае неудачи осуществляется с помощью одного шага. Преимущество процедурального возврата — в отсутствии необходимости запоминать большие объемы ненужной информации при прямом ходе вычислений. Один из основанных на процедуральном подходе методов реализации механизма возврата заключается в том, чтобы полностью автоматически запоминать и восстанавливать при возврате *управляющие структуры* и переложить запоминание и восстановление *структур данных* на пользователя, заставив его в явном виде указывать процедуры, для которых следует запоминать и восстанавливать локализованные в них переменные.

С одной стороны, этот подход позволяет исключить сохранение ненужной информации и обеспечивает пользователю большую управляемость процессом решения. Однако он требует от программиста точного знания информации, которую следует запоминать в точке ветвления, т. е. фактически предсказания хода процесса в альтернативных случаях. Кроме того, вероятность ошибок как в сторону недооценки, так и переоценки количества запоминаемой информации резко возрастает. В первом случае это приведет к отказам программы, а во втором — снизит эффективность системы.

Основанные на декларативном подходе механизмы возврата, как правило, используют для запоминания информации специальные *стеки возврата* и *стеки состояний* или *контекстные механизмы*. Эти методы различаются лишь деталями реализации. Основная же идея в обоих случаях заключается в том, что каждой рассматриваемой альтернативе отводится свое поле памяти, или *контекст.* Прямой ход процесса, таким образом, осуществляется с отдельной базой данных, в которой локализованы необходимые для данной - альтернативы определения. При возврате контекст просто уничтожается (если не принимать во внимание извлечение прагматической информации) (п. 10.8.6).

Следует отметить, что использование механизма возврата является критическим моментом с точки зрения оценки эффективности процедуральных решателей задач. Дело в том, что в своей первоначальной постановке возврат представляет из себя исчерпывающий поиск в глубину, т. е. в худшем случае полный перебор возможных альтернатив. Это обстоятельство порождает парадоксальную ситуацию: для совершенной стратегии механизм возврата не нужен, так как в каждой точке ветвления она точно знает, что делать. А для плохих стратегий, т. е. стратегий, не обладающих достаточной информацией для выбора альтернатив, механизм возврата становится слепым.

Другая, не менее важная проблема возникает в связи с оценкой действий разработчика определений в случае неудачного исследования альтернатив. Чистый механизм возврата не вырабатывает в общем случае информации, которая могла бы повлиять на дальнейший выбор, поскольку в большинстве рассмотренных механизмов все следствия, полученные в результате гипотезы о том, что данная альтернатива полезна, после отбрасывания альтернативы уничтожаются. Это равносильно утверждению о том, что в каждой точке ветвления все альтернативы независимы, т. е. признанию полного перебора.

Указанные принципиальные недостатки механизма возврата усугубляются тем, что в большинстве ПОЯ он используется не только для испытания альтернативных стратегий, но и при каждом вызове процедуры или извлечения выражения сопоставлением по образцу. Это может сделать пространство поиска недопустимо большим.

Решение проблемы следует искать там же, где и решение всех основных проблем формирования определений: в наложении на процесс поиска эффективных эвристик. Но, как нам уже известно, эти эвристики могут быть получены либо в результате предварительного глобального исследования пространства поиска, либо обобщением опыта в процессе решения задач. В принципе, как указывалось в начале этого параграфа, процедуральное определение дает богатые возможности для использования семантической и прагматической информации, которая могла бы управлять процессом поиска решения. Однако методы ее извлечения, особенно по результатам исследования неудачных альтернатив, а также, что еще важнее, ее обобщения изучены пока слабо.

10.8.5. Пример.

Для лучшего понимания работы некоторых описанных выше механизмов рассмотрим следующий пример.

Докажем силлогизм:

«Тьюринг—человек.
Все люди ошибаются.

Следовательно, Тьюринг ошибается.»

В терминах ПОЯ PLANNER решение может быть получено вычислением определения (GOAL (ошибается Тьюринг)), где GOAL — упомянутый выше оператор-цель, с помощью следующей процедуры:

<ASSERT (человек Тьюринг)> (посылка в базе данных)

<ASSERT <DEFINE THEOREM1

<CONSEQUENT *(Y)* (ошибается ?*Y*)

(GOAL (человек ?*Y*)>>>>,

где вызовы операторов заключены в скобки < >. ASSERT (утверждение) — упомянутый выше оператор-утверждение. Этот оператор, после его применения, заносит свой аргумент в базу данных утверждений. С помощью функции DEFINE THEOREM (определим теорему) мы определяем теорему формы CONSEQUENT (следствие). Это означает, что доказать цель формы (ошибается ?*Y*) можно путем доказательства цели (человек ?*Y*), т. е. первая цель является следствием второй. ?*Y* означает идентификатор, которому может быть присвоено значение в результате сопоставления с образцом, в который ?*Y* входит. Все атомы, не снабженные префиксом ?, являются константами. Работа происходит следующим образом. Если бы нам надо было вычислить <GOAL (человек Тьюринг)>, то требуемое утверждение было бы найдено непосредственно в базе данных (так как это посылка силлогизма). Однако утверждение (ошибается Тьюринг) в базе данных отсутствует, и мы должны его вывести. Испытываются все теоремы (определения), следствия которых сопоставляются с целью, находится теорема THEOREM 1 и осуществляется переход к доказательству <GOAL (человек ?*Y*)>. В результате сопоставления <GOAL (человек ?*Y*)> и (человек Тьюринг) мы связываем переменную *Y* с константой «Тьюринг». Теорема устанавливает новую цель (человек Тьюринг), и поскольку она находится в базе данных, <GOAL(человек ?*Y*)> достигнута, т.е. доказана <GOAL (ошибается Тьюринг)>. Ниже приведены шаги вычисления:

1) <GOAL (ошибается Тьюринг)>.
2) Теорема 1 активируется.
3) *Y* присваивается значение Тьюринг.
4) <GOAL (человек Тьюринг)>.
5) Результат (ошибается Тьюринг).

Рассмотрим теперь вопрос «кто-нибудь ошибается?» или, в логической форме, EXISTS *X* (ошибается *X)*. В ПОЯ PLANNER это записывается в виде <THPROG (*X*) <GOAL (ошибается ?*X*)>>. В данном случае THPROG, являющийся аналогом функции PROG в языке LISP, действует как квантор существования. Попытка непосредственного вычисления цели приводит к неудаче, так как в базе данных нет утверждения формы (ошибается *?X).* В поисках доказательства THPROG ищет теорему со следствием этой формы и находит выше определенную теорему. Идентификатор *Y* из теоремы связывается с идентификатором *X* цели. Однако *X* еще не имеет значения, и поэтому *Y* тоже не получает значения. Теорема устанавливает цель (человек ?*Y*). Соответствующий оператор GOAL ищет в базе данных утверждение, сопоставляющееся с этим образцом, и находит утверждение (человек Тьюринг). Поэтому *Y*, а следовательно, и *X* связываются с константой «Тьюринг», и доказательство завершается, выдавая результат (ошибается Тьюринг).

Пусть нам даны дополнительные утверждения <ASSERT (человек Сократ)>, <ASSERT (грек Сократ)>, так что в базе данных находятся три утверждения: (человек Тьюринг), (человек Сократ), (грек Сократ) и теорема

<CONSEQUENT (*Y*) (ошибается ?*Y*)

<GOAL (человек ?*Y*))>.

Мы задаем вопрос «есть ли ошибающийся грек?», представляемый выражением

<THPROG *(X)*

<GOAL (ошибается ?X)>

<GOAL (грек ?X)>>.

Первая цель удовлетворяется рассмотренным выше выводом. Если при поиске в базе данных (человек Тьюринг) встретится раньше, чем (человек Сократ), то цель (человек ?*Y*) теоремы будет достигнута, связывая *Y* и *X* с константой «Тьюринг».

Тогда THPROG устанавливает цель (грек Тьюринг), которая не может быть доказана, так как нет ни соответствующего утверждения в базе данных, ни применимых теорем.

При неудаче работает механизм возврата, который найдет как причину неудачи связывание *Y* с константой «Тьюринг», после чего извлечет (человек Сократ) и продолжит доказательство. Результатом теоремы будет значение (ошибается Сократ), переменные *Y* и *X* связываются с константой «Сократ», и THPROG устанавливает цель (грек Сократ), которая достигается, так как соответствующее утверждение находится в базе данных. В качестве результата THPROG выдает (грек Сократ).

Приведем шаги процесса:

1) Активация THPROG.

2) <GOAL (ошибается ?*X*)) приводит к вызову по сопоставлению образцу, так как в базе данных нет утверждения формы (ошибается ?X).

3) Активация теоремы 1.

4) Сопоставление (ошибается *?Y)* и (ошибается *?X), Y* связывается с *X*.
5) <GOAL (человек ?*Y*)> находит (человек Тьюринг) в базе данных.
6) *Y* принимает значение Тьюринг, следовательно, *X* принимает значение Тьюринг.
7) Результат (человек Тьюринг).
8) Результат теоремы (ошибается Тьюринг).
9) <GOAL (грек Тьюринг)> терпит неудачу, так как в базе данных нет такого утверждения и сопоставляющихся с целью теорем типа CONSEQUENT. Возврат к шагу 5).
6') <GOAL (человек ?*Y*)> находит (человек Сократ) в базе данных.
7'*) Y* принимает значение Сократ, следовательно, *X* принимает значение Сократ.
8') Результат (человек Сократ).
9') Результат теоремы (ошибается Сократ).
10) <GOAL (грек Сократ)>.
11) Результат THPROG (грек Сократ).

10.8.6. Контекстный механизм.

Как отмечалось в п. 10.8.4, при реализации механизма возврата к точке ветвления необходимо иметь средства запоминания информации при рассмотрении альтернатив. Соответствующий механизм мы назвали *контекстным.*

Контекстный механизм имеет более широкое применение, чем в механизме возврата. Он используется везде, где оказывается необходимым выделение из глобальной базы данных некоторых локальных областей, инициация работы с этими локальными областями без изменения глобальной базы данных и принятие решения по результатам работы о том, следует ли производить изменения в глобальной базе данных, и если следует, то какие.

Такого рода механизмы оказываются полезными для реализации гипотетических планов формирования определений, параллельных процессов, описания моделей внешнего мира активных источников действия и т. д.

Контекстный механизм реализуется с помощью разветвленного и ветвящегося в процессе работы стека, который можно представить в виде дерева. Вершины этого дерева соответствуют процессу или состоянию мира таким образом, что изменение определений и их свойств вызывает изменения только в меняющем их процессе и последующих субпроцессах и состояниях (дочерних вершинах). Пример дерева контекстов приведен на рис. 10.13.

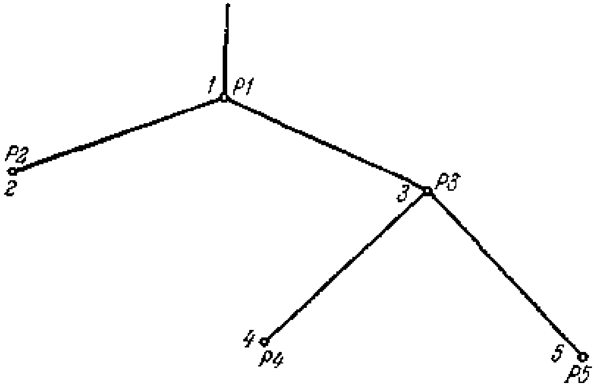


Рис. 10.13. Пример дерева контекстов.

Здесь P1, P2,.., P5 — процессы, а цифры, стоящие рядом с вершинами дерева, обозначают номера контекстов, создаваемых соответствующими процессами. Таким образом, контексты, к которым может иметь доступ процесс *P4,* будут (4,3,1), *P3* — (3,1) и т. д. Сами контексты представляются в виде списка определений, отличающих этот контекст от контекста высшего порядка.

Стандартный набор операций для работы с контекстами включает в себя операции создания, активации и уничтожения контекста, предписания работы с указанным контекстом или с данным набором образцов в отдельном контексте, а также внесения изменения в глобальную базу данных. Этот набор позволяет выделять локальные области определений, хранить историю тех или иных процессов в том или ином контексте, осуществлять гипотетическое планирование формирования определений и параллельное построение планов.

Рассмотрим возможную организацию гипотетического плана формирования определений. Необходимо создать локальный контекст, сделать требуемые гипотетические посылки и вывести соответствующие заключения. После завершения гипотетического планирования контекст должен быть уничтожен, поскольку истинность посылок в локальном контексте вовсе не предусматривает их истинность в глобальной базе данных. Нам требуется лишь результат типа «если бы посылки были верны, то было бы истинно следующее заключение-определение». Описанный процесс имел бы следующий вид:

1) Доказать, что $X \rightarrow Y$, где X и Y — произвольные определения относительно контекста C.

2) Создать новый контекст *C'*.
3) ASSERT *X* относительно контекста С'.
4) GOAL *(Y)* относительно контекста *C'*.
5) DELETE С' (здесь ««уничтожить контекст *C'*»).
6) ASSERT $X \rightarrow Y$ относительно контекста *C'*.

Еще раз отметим, что *X* истинно только в контексте *C'* (п. 3 нашего описания).

Параллельные процессы также легко реализуются с помощью контекстного механизма. Предположим, что нам надо доказать определение (построить план) вида $X \vee Y$. Тогда, создав отдельные контексты для *X* и *Y*, мы можем запустить параллельное выполнение процессов *X* и *Y*, завершив доказательство, когда будет завершен один из процессов *X* или *Y*. Естественно, в последовательной машине эти процессы в действительности не будут выполняться параллельно, так что для извлечения выгоды из фиктивной параллелизации доказательства необходимо организовать взаимодействие процессов *X* и *Y*. Схема организации выглядит следующим образом:

1) Выбрать более легкий по некоторым критериям процесс и доказывать его.
2) Если процесс доказательства сходится быстро в некотором смысле, то продолжать, иначе сохранить его контекст и перейти к доказательству другого процесса, используя, однако, всю полезную информацию, полученную в процессе доказательства первого процесса.
3) Продолжать повторять п. 2 до тех пор, пока не будет найдено доказательство или не будет выработан сигнал о неудаче.

Другим примером параллельных процессов является задача вида $(\exists x)\{P(x) \wedge Q(x)\}$, где *P* и Q — произвольные определения. Здесь план решения состоит в том, чтобы

1) Найти *x*, удовлетворяющее *P(x)*.
2) Проверить, удовлетворяет ли *x* *Q(x)*. Если да, то процесс заканчивается, иначе выбрать *x*, удовлетворяющий *Q(x)*, используя информацию в контексте для *P(x)*, и проверить, удовлетворяет ли *x* *P (x)* и т. д.

10.8.7. Проблема границ в процедуральных определениях.

В простейших ситуациях разграничение изменяющихся фрагментов определений от неизменяющихся может быть произведено просто с помощью операторов присваивания или, в крайнем случае, с помощью блочной структуры языка. Эти механизмы охватывают все ситуации, которые разрешает, например, метод контекстов и контекстных графов. Более серьезные меры следует принимать для выведенных фрагментов определений, однако все они довольно легко реализуются для локально-недетерминистичных процедур.

Рассмотрим, например, механизм решения этой задачи в диалекте языка PLANNER — языке POPLER. В этом языке обеспечивается механизм активации определенных процедур при занесении информации в базу данных (ASSERT) и стирании информации в базе данных (ERASE *(*стирать*))*. Когда в базу данных добавляется информация, этот механизм ищет в соответствии с рекомендациями процедуры типа ASSERTING, образцы которых сопоставляются этой информации, и активирует такие процедуры. Аналогичным образом при стирании активируются процедуры типа ERASING.

Рассмотрим действие этого механизма на примере. Пусть база данных содержит три факта:

ASSERT <At HAND (рука) P1) —рука находится в *P1,*

ASSERT <At OBJ2 P1) —объект 2 находится в *P*1,

ASSERT (HOLDING (держит)) OBJ2>—держит объект 2,

утверждающие, что если рука держит объект, то рука и объект находятся в одном месте.

Пусть в базе данных содержатся две процедуры типа ASSERTING:

PROCEDURE ATHAND ASSERTING (At HAND *?X)*

PROCVARS *X Y;*

GOAL <HOLDING *?Y* >;

ASSERT <At *?Y* ?*X*>;

END PROC;

PROCEDURE ATANY (нечто находится где-то) ASSERTING (At*?X ?Y)*

PROCVARS *X Y Z;*

GOAL <At *?X* ?Z);

IF *?Y* =?Z THEN FAIL (сигнал неудачи, возврат к точке ветвления);

ERASE (At ?*X* ?Z);

END PROC;

здесь PROCVARS обозначает описание в процедуре следующих за ней переменных.

Введем в базу данных ASSERT (At HAND *P2).* Тогда активируются обе процедуры, поскольку они типа ASSERTING, а их образцы сопоставляются с (At HAND *P*2). Предположим, что ATANY испытывается первой. При этом *X* связывается с HAND, а *Y* с *P2.* Оператор GOAL может связать Z либо с *P*1, либо с *P2.* Однако *P2* исключается условным оператором IF, так что стирается только старый факт (At HAND P1). Процедура ATHAND связывает *X* с *P2,* ее GOAL найдет в базе данных (HOLDING OBJ2), связывая *Y* с OBJ2, так что в базу данных попадет утверждение (At OBJ2 P2). Это утверждение вновь активирует процедуру ATANY, которая вновь сотрет старый факт (At OBJ2 PI).

Надо полагать, что наличие в ПОЯ контекстного механизма позволит решать проблему границ и в более сложных мирах.

10.9. Семантические сети определений

10.9.1. Определение семантических сетей.

Развиваемые семантические сети определений являются шагом на пути к построению систем определений — систем, базирующихся на знании. Семантические сети определений являются основой систем зрительного восприятия, понимания естественного языка и непрерывной речи, т. е. систем, осуществляющих связь с внешним миром — одним из главных источников знания систем определений (другим является сама система определений). Именно характер развития и разноплановость использования семантических сетей определений послужили основной причиной разработки многочисленных вариаций этих представлений, базирующихся, однако, на нескольких сравнительно общих идеях и методах реализации. Мы рассмотрим в настоящем параграфе ряд основных принципов построения и характеристик семантических сетей определений, ссылаясь там, где это необходимо, на соответствующие конкретные реализации.

Основой всех вариантов семантических сетей определений является формализация структур семантического знания в виде направленного графа с помеченными вершинами и дугами, причем вершинам соответствуют некоторые объекты, а дугам — семантические отношения между этими объектами. Метки, приписываемые вершинам, носят чисто ссылочный характер, представляя собой некоторые мнемонические имена, в частности, слова естественного языка. Заметим, что в этом частном случае слова дают ссылку на словарь, входам которого соответствуют некоторые смысловые эквиваленты, или лексические значения, причем это соответствие может быть неоднозначным в обе стороны. Метки, приписанные дугам, соответствуют элементам множества отношений, заданных на графе, причем этими элементами могут быть как семантические свойства, так и семантические выводы. Описанный выше граф мы будем называть *семантической сетью определений.*

На семантической сети определений могут быть определены некоторые подграфы определенной структуры, называемые *высказываниями.* Каждый такой подграф представляет собой граф, корнем которого является *предикатная вершина*; остальные вершины называются *концептуальными*. Следует подчеркнуть, что такое разделение вершин высказывания можно четко реализовать, лишь рассматривая каждое высказывание в изоляции. В структуре семантической сети одна и та же вершина может быть предикатной относительно одного высказывания и концептуальной относительно другого. Мы вводим понятие высказывания лишь с целью подчеркнуть, что оно является *минимальной единицей информации*, вводимой и хранящейся в семантической сети определений. На рис. 10.14 приведен пример изображения высказывания «Виктор ввел высказывание в сеть». Буквами *А, В, С* условно помечены семантические отношения между объектом в предикатной вершине и объектами в концептуальных вершинах.

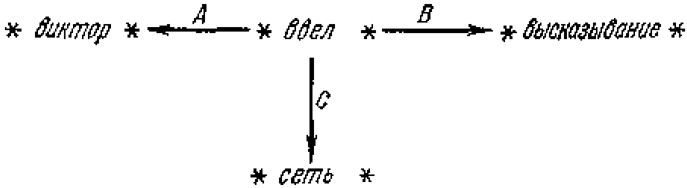


Рис. 10.14. Пример изображения высказывания в семантической сети.

Заметим, что в семантической сети определений каждый объект представляется точно одной вершиной. Тем самым мы разрешаем, чтобы от этой вершины (в нее) исходило (входило) несколько дуг, связанных с несколькими различными высказываниями.

На рис. 10.15 изображены абстрактная семантическая сеть (С, *R),* где *С*— множество объектов, *R*— множество отношений (рис. 10.15, *а*), и соответствующая теоретико-графическому представлению запись в виде списков свойств и троек вида $C_iR_kC_j$, $R_k \in R$, $C_i,C_j \in C$ (рис. 10.15,*б* и 10.15, *в* соответственно), отражающая связь семантических представлений с процедуральным представлением и исчислением предикатов соответственно.

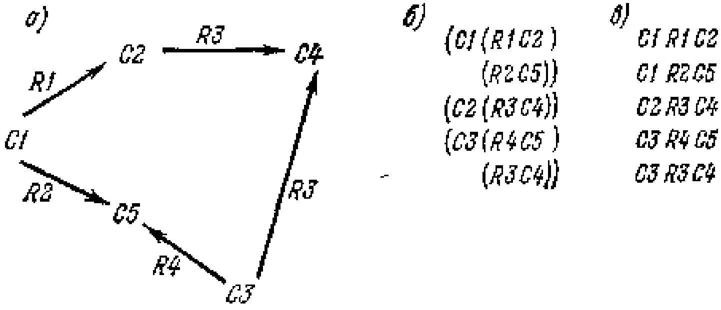


Рис. 10.15. Абстрактная семантическая сеть.

На этом наиболее общая часть определения семантических сетей определений может быть завершена. Очевидно, что разнообразие конкретных представителей семантических представлений определяется типами объектов и, в еще большей степени, типами отношений, определенными в каждом из представителей.

10.9.2. Типы объектов.

В семантических сетях определений используются три основных типа объектов: *понятия, события* и *свойства.*

Понятия являются константами или параметрами мира, описываемого семантической сетью, и обычно указывают предметы или абстракции.

События представляют собой действия, которые могут произойти в мире. Если мы определим *ситуацию* как описание части мира в определенный момент времени, то можно сказать, что все, что изменяет данную ситуацию, является событием. Одним из распространенных методов представления событий является задание *глубинно-падежных семантических отношений*, которые указывают характеристики и действующих лиц данного события. Не вдаваясь в подробности грамматики глубинных падежей, отметим, что отношения *А, В* и С, приписанные дугам высказывания (рис. 10.14), эквивалентны соответственно агентивному, объективному и локативному падежам Филмора. Другой метод описания событий состоит в указании изменений, которые событие производит, будучи применено к структуре сети определений, отражающей данную ситуацию. Результатом события является также некоторая ситуация, которую мы можем определить как образец в некоторой процедуре, описывающей, таким образом, последовательность действий, приводящую к этой ситуации.

Свойства используются для уточнения или модификации понятий, событий или других свойств. В случае понятий свойства могут быть особенностями, чертами или характеристиками, присущими или приписанными понятию. В случае событий свойства описывают некоторые общие, универсальные, постоянные характеристики, например, место, время, длительность и т. д.

Формально свойство является бинарным отношением, отображающим область своего определения, т.е. вершины, к которым свойство применяется, в область значений, т. е. значения, которое свойство может принимать. Рис. 10.16 иллюстрирует, как применение свойства «структура» к понятию «сеть» и свойства «время» к событию «ввел» со значениями «дискриминационная» и «вчера» соответственнодает высказывание «Виктор ввел вчера высказывание в дискриминационную сеть».

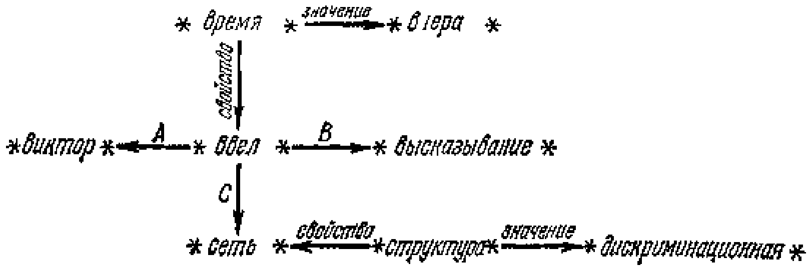


Рис. 10.16. Представление свойств в семантической сети определений.

Здесь дуга, помеченная «свойство», указывает на аргумент, а дуга, помеченная «значение»,— на значение свойства. В некоторых случаях возможно расширение понятия свойства от бинарного к тернарному и многоместным отношениям. При этом дополнительные характеристики свойства связываются с вершиной свойства дугами, помеченными «относительно». Рис. 10.17 показывает, как введение аргумента «относительно момента T_0» уточняет значение «вчера» свойства «время».

Рис. 10.17. Представление дополнительных характеристик свойств.

Вершины, входящие в семантическую сеть определений, независимо от их типа могут быть разделены на два класса. Один из них включает в себя понятия, события и свойства общего характера, описывающие в совокупности законы, действующие в мире, представленном семантической сетью. Другой класс — частные случаи общих объектов, описывающие конкретные проявления указанных выше законов, или просто некоторые факты. Вершины первого класса мы будем называть *общими,* вершины второго класса — *фактуальными.* Пример такого рода вершин приведен на рис. 10.18, причем на рис. 10.18, *а* утверждается что ПОЛ — свойство ЖИВОТНОГО и принимает возможное значение МУЖСКОЙ (общие вершины условно обозначены прописными буквами), а на рис. 10.18, *б* указывается, что Виктор — мужского пола (фактуальные вершины условно ограничиваются с двух сторон звездочками).

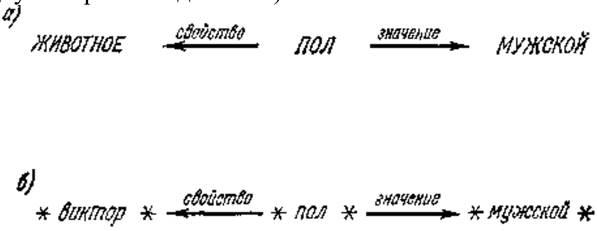


Рис. 10.18. Общие и фактуальные вершины.

Кроме рассмотренных выше типов вершин — понятий, событий, свойств, в целях повышения эффективности вывода в семантических сетях определений вводятся так называемые *процедуральные* вершины. Одним из примеров фундаментального характера такого рода вершин являются скелеты (п. 10.9.4). Однако существуют и другие процедуральные вершины более специализированного характера. Чаще всего они располагаются в районе границы между общими и фактуальными вершинами, т. е. на периферии семантической сети.

10.9.3. Типы отношений.

Все многообразие семантических отношений, используемых в семантических определениях, может быть условно разделено на четыре класса: *лингвистические, логические, теоретико-множественные* и *квантификационные.*

Лингвистические отношения включают в себя прежде всего глубинно-падежные отношения, уже упомянутые в п. 10.9.2 в связи с представлением событий. В системах определений этот тип отношений играет ключевую роль в общей организации семантической сети определений, определяя как взаимосвязи отдельных объектов, так и структуру вывода в сети.

Другими двумя типами лингвистических отношений являются *характеризации глаголов* и *атрибутивные отношения.* В нашем изложении они описываются как вершины-свойства, однако в ряде конкретных систем эти отношения выделены введением отдельных дуг для каждого из них. К числу глагольных характеризаций относятся время, наклонение, вид, род, число, залог используемого глагола. К числу атрибутивных отношений относятся модификация, цвет, размер, форма, отношение собственности («притяжательность») и т. д. На рис. 10.19, *а* приведено подробное представление глагола «ввел» с использованием глагольных характеризаций, а на рис. 10.19, *б* представление того же глагола с использованием вершин типа свойств.

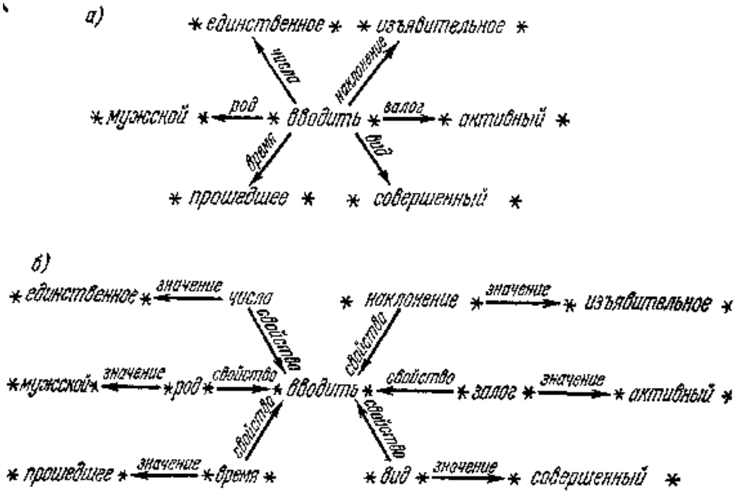


Рис. 10.19. Представление характеризаций глаголов.

На рис. 10.20 иллюстрируется использование атрибутивных отношений для представления словосочетания «маленькая древовидная дискриминационная сеть Виктора». Из приведенных примеров ясно, что глагольные характеризаций и атрибутивные отношения эквивалентны свойствам событий и понятий соответственно.

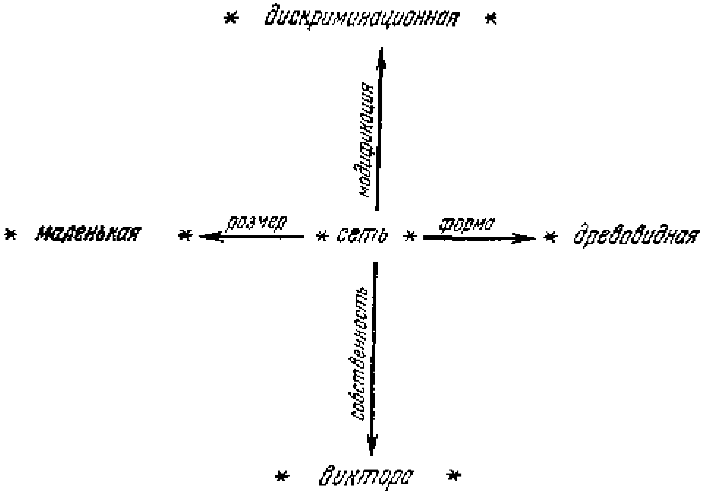


Рис. 10.20. Представление атрибутивных отношений.

К логическим отношениям относятся операции исчисления высказываний: дизъюнкция, конъюнкция, отрицание, импликация. Практически все структуры семантических сетей определений включают неявное представление конъюнкции, поскольку все занесенные в сеть определений высказывания считаются истинными. Однако требование полноты логических отношений обуславливает необходимость добавления к конъюнкции как минимум отрицания. Отметим, что в большинстве семантических сетях определений определяется отрицание лишь элементарных высказываний, введенных в п. 10.9.1. В этом случае отрицание не образует логически полную систему с конъюнкцией. Если допустить явное представление определений всех операций исчисления высказываний в виде дуг семантической сети, может быть нарушено соглашение об истинности всех высказываний в сети: в семантической сети истинными станут только те высказывания, которые не являются конституентами составных высказываний. Возникает вопрос о том, как указать истинность конституенты в составном высказывании. На самом деле этой проблемы нет, если конституенты в составном высказывании связаны конъюнкцией, дизъюнкцией или импликацией, так как указание истинности одной из конституент сводит такое высказывание к конъюнкции, т. е. к неявному указанию истинности любой конституенты. Например,

$$p \wedge (p \vee q \vee r) = p,$$

$$p \wedge (p \rightarrow q) = p \wedge q.$$

Однако иногда возникает необходимость в независимом от составного выражения указании истинности конституенты (например, при выражении причин, намерений, отношения к чему-либо и т. д.). Эти случаи охватываются применением конъюнкции с константой «истина» или «ложь». На рис. 10.21, *а, б,* соответственно изображено представление двух составных высказываний «Робот считает, что Виктор ввел высказывание в сеть, и он ввел его» и «Робот считает, что Виктор ввел высказывание в сеть, а он не ввел его».

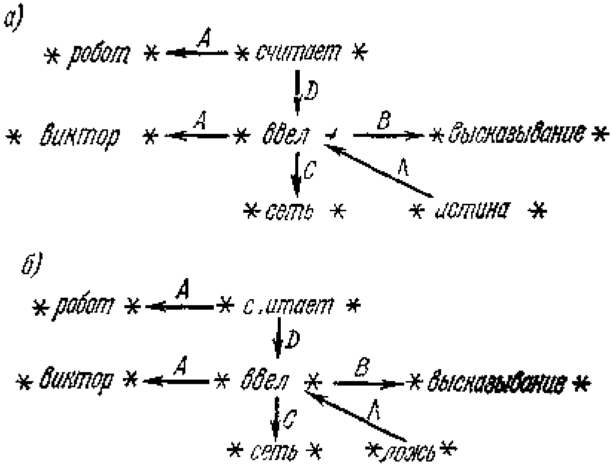


Рис. 10.21. Представление составных модальных высказываний.

Теоретико-множественные отношения включают в себя такие отношения, как *подмножество* (SUB), *супермножество* (SUP), отношения части и целого, *элемент множества,* или пример (E), и другие.

Большинство отношений этого класса является представителями класса *транзитивных отношений,* т. е. отношений, связывающих вложенные друг в друга понятия от более общих к более частным (SUB) или наоборот (SUP), причем все свойства SUP-понятия автоматически становятся свойствами SUB-понятия, а свойства SUB-понятия представляют собой ограничения, накладываемые на SUP-понятия с целью определения SUB-понятия. Отношение E является частным случаем SUB, связывающим общую вершину с фактуальной. Отношения части и целого, подчиненности, сходства, близости и т. д. основаны на отношениях SUP и SUB, однако могут иметь более сложную структуру представления и (или) вывода. Так, например, два понятия являются сходными, если они имеют общее SUP-понятие, а большинство одноименных свойств этих понятий имеет одинаковые значения. Таким образом, сходство является *размытым аналогом* эквивалентности, которое в свою очередь также представляет собой теоретико-множественное отношение.

Отношения SUP и SUB могут быть определены и для событий. В этом случае структуры событий, образуемые этими отношениями, аналогичны множествам соответствующих событий и связанных с ними частных случаев событий. При этом свойства SUB-событий могут иметь в качестве значений наречия («быстро», «бесплатно») или другие модификаторы, которым сопоставляются числовые эквиваленты в терминах теории лингвистических переменных.

Квантификационные отношения включают в себя *логические кванторы* (общности, существования), *нелогические кванторы* (много, несколько), а также просто *числовые характеристики* объектов. Существует ряд причин, по которым необходимо ввести в семантическую сеть определений логические кванторы.

1. Многие высказывания содержат кванторы общности или существования.
2. Логические кванторы требуются для декларативного определения общих знаний (законов мира).
3. Определение сложных понятий и событий требует лоической квантификации (например, «ходить — это значит в любой момент времени касаться хотя бы одной ногой земли»).
4. Кванторы требуются для определяющих описаний множеств.

Несмотря на важность введения логической квантификации в семантическую сеть определений, достижения в этой области ограничивались приписыванием одного или двух кванторов к предикатам.

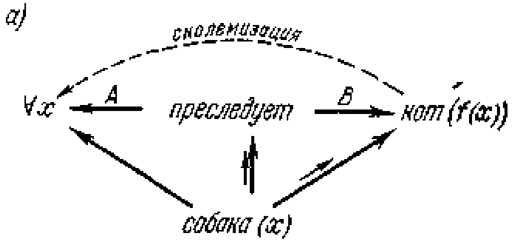
Одним из способов введения логических кванторов является представление семантической сети определений в языке, подобном исчислению предикатов первого порядка (п.10.5). Рассмотрим вариант такого формализма представления на примере высказывания «Каждая собака преследует некоего кота». Это высказывание может быть преобразовано из исходного представления

$$(\forall x)\ (\text{собака}\ (x) \rightarrow (\exists y)\ (\text{кот}\ (y) \wedge \text{преследует}\ (x, y))) \qquad (10.21)$$

в вид, близкий к бескванторной нормальной форме

$$\text{собака}\ (x) \rightarrow (\text{кот}\ (f\,(x)) \wedge \text{преследует}\ (x, f(x))). \qquad (10.22)$$

Соответствующее представление в семантической сети приведено на рис. 10.22, *а.*



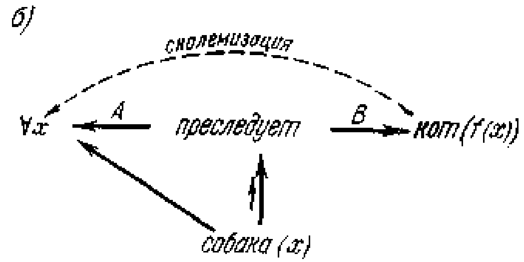


Рис. 10.22. Представление высказывания «Каждая собака преследует некоего кота».

Таким образом, мы неявно указываем квантор существования, вводим новую вершину, соответствующую квантору общности, и проводим к ней две дуги, одна из которых указывает связывание переменной в предикате «собака» с введенным квантором, а вторая, соответствующая сколемизации, проводится от вершины, связанной неявно квантором существования, поскольку в (10.21) он стоит за квантором общности.

В общем случае сколемизирующие дуги проводятся от всех вершин, связанных неявно кванторами существования, ко всем вершинам тех кванторов общности, которые стоят перед кванторами существования.

Заметим, что если мы предположим, что *(*$\exists y$*) (кот(y)),* то (10.22) приводится к виду кот $(f(x)) \wedge$ (собака $(x) \rightarrow$ преследует $(x, f(x)))$, (10.23)

и этому высказыванию соответствует фрагмент семантической сети (рис. 10.22, *б*).

Другим способом введения логических кванторов является *разбиение семантической сети на пространства*. Это разбиение осуществляется таким образом, что каждая вершина и дуга семантической сети принадлежит точно одному пространству. Все вершины и дуги, лежащие в различных пространствах, различимы между собой, а дуги, связывающие различные пространства, принадлежат тому из них, в котором они начинаются. Разбиение семантической сети на пространства задает структуру связи этих пространств в виде направленного графа *(S, V)*, пример которого показан на рис. 10.23.

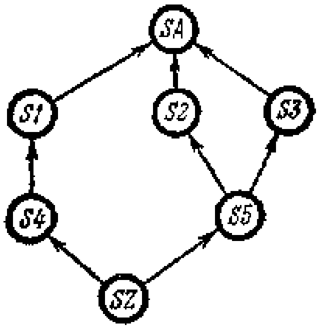


Рис. 10.23. Представление структуры связи пространств в виде графа

Вершины этого графа соответствуют пространствам семантической сети, а дуги задают отношение «видимости» на этом графе. Из любой вершины *Si* видны те и только те вершины, которые лежат на всех возможных путях, ведущих из *Si* в *SA*. Например, из *S*5 графа, (рис. 10.23) видны вершины *S2*, *S3* и *SA*. Очевидно, что *SA* видима из всех пространств сети, а из *SZ* видна вся семантическая сеть. Рассмотрим представление логической квантификации с помощью разбиений, используя следующую последовательность примеров:

а) Собака Шарик преследует кота Ваську.

б) Каждая собака преследует некоего кота.

в) Все собаки преследуют кота Ваську.

г) Все собаки преследуют всех котов.

Приведем формальную запись этих высказываний:

а) ($\exists$ Васька $\in$ КОТЫ) ($\exists$ Шарик $\in$ СОБАКИ)

(преследует (Шарик, Васька)).

б) ($\forall$ x) (собака $(x) \rightarrow$ ($\exists$ y) (кот (y) $\wedge$ преследует *(x, y)))*.

в) $(\forall x)$ (собака $(x) \rightarrow (\exists$ Васька $\in$ КОТЫ) (10.24)
(преследует *(x,* Васька))).

г) $(\forall x)$ $(\forall y)$ (собака $(x) \rightarrow$
$\rightarrow$(кот(y) $\wedge$ преследует *(x, y)))*.

Соответствующие семантические представления показаны на рис. 10.24, *а—г.*

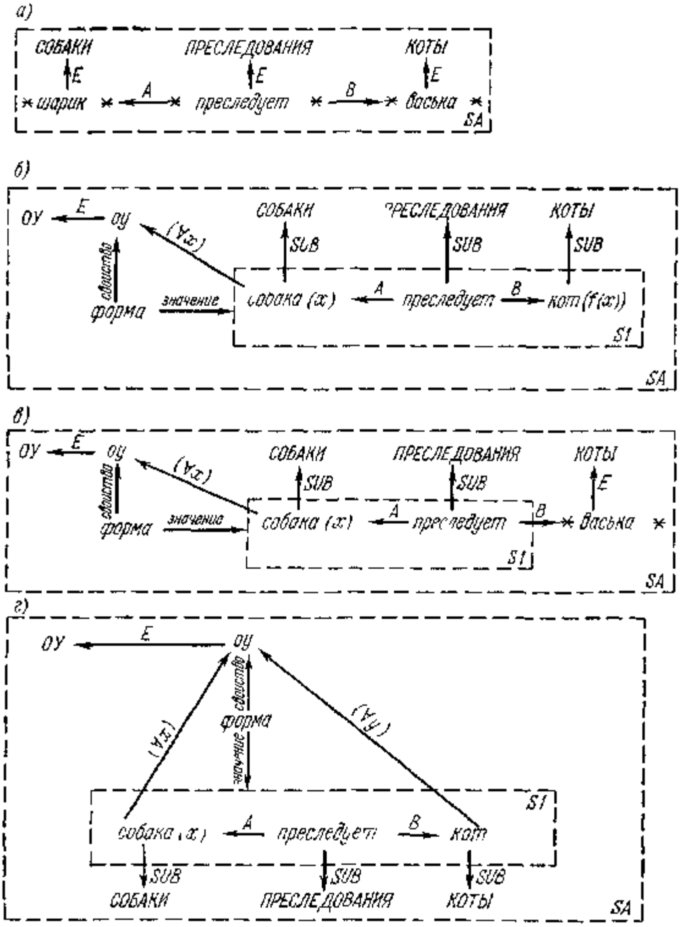


Рис. 10.24. К разбиению семантической сети на пространства.

Высказывание (10.24, *а)* размещается в одном пространстве самого верхнего уровня *(SA),* поскольку в данном случае речь идет о конкретном событии, происшедшем с конкретными индивидуумами. Поскольку последние представлены фактуальными вершинами, то мы дали для иллюстрации их SUP-вершины с указанием отношения Е.

Так как высказывание (10.24, *б)* описывает некоторое множество событий и действующих лиц, то ему как *форме* соответствует некоторое *общее утверждение* оу$\in$ОУ, где ОУ — множество всех общих утверждений, включающих кванторы общности. Мы представляем это введением формы как свойства оу, имеющего в данном случае в качестве значения выражение, лежащее в области действия квантора общности, т. е. выражения в пространстве *S*1. Таким образом, пространство *S*1 является областью действия квантора $\forall x$, а сколемизация переменных, связанных квантором существования, представляется помещением предикатов от этих переменных в пространство *S*1 (в нашем примере — кот *(f(x)))* Формализм представления квантора общности завершается связыванием оу дугой, помеченной $\forall x$, к квантифицируемым предикатам, причем эта дуга идет из *S*1 в *SA*, *S*1 *V SA* (читается «*SA* видимо из *S*1»). Заметим, что на рис. 10 24, *б* связь SUP-объектов с объектами в *S*1 осуществлена с помощью SUB (а не Е), поскольку форма описывает некоторые подмножества событий и понятий, а не частный пример. Остается отметить, что рис. 10 24, *б* иллюстрирует тот факт, что константа, находящаяся под знаком $\exists$, выносится из пространства *S*1 (естественно, что она не подлежит сколемизации), а рис. 10.24, *г* показывает, что последовательность кванторов общности представляется в одном пространстве с соответствующим количеством дуг, исходящих из оу к квантифицируемым предикатам.

На рис. 10.25 показан пример представления сложной последовательности логических кванторов в виде вложенных пространств так, что *S*4 *V* S1, *S*1 *V SA* (отношение видимости, конечно, транзитивно).

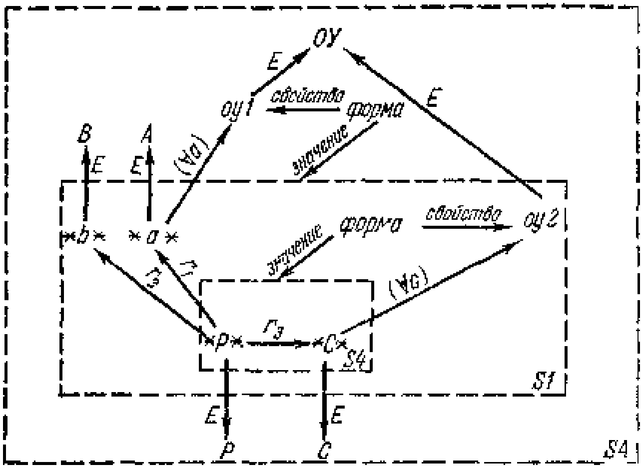


Рис. 10.25. Представление последовательности логических кванторов, ($\forall$ a $\in A$)($\exists$ b $\in B$)($\forall$ c $\in C$)(p(a,b, c)).

Изложенные методы указания областей действия кванторов могут быть использованы для представления λ-выражений и модальностей. Мы не будем останавливаться на изучении этих возможностей, однако с целью иллюстрации приведем на рис. 10.26 представление с помощью разбиений модального высказывания (рис. 10.21).

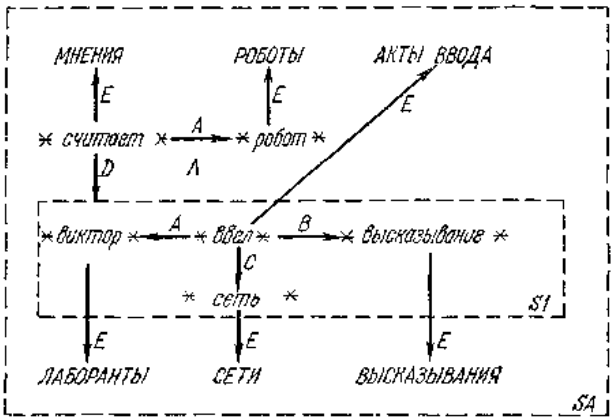


Рис. 10.26. Представление модальностей с помощью разбиений.

Представление *нелогических кванторов* остается проблемой в семантических сетях так же, как и в других формализмах. Аппарат для работы с нелогическими кванторами, как и с другими размытыми понятиями, разрабатывается в рамках теории лингвистических переменных, однако этот подход еще не связан с семантическими представлениями.

Наконец, *числовые характеристики* объектов представляют собой просто количество объектов данного типа и могут быть выражены, например, с помощью вершин свойств.

10.9.4. Скелеты и сценарии.

В п. 10.9.2 мы упомянули два способа описания событий — с помощью глубинно-падежных отношений и с помощью процедур. Эти способы отражают соответственно семантическое и процедуральное описание весьма общего класса структур данных для представления хорошо известных, стереотипизированных ситуаций, которые Минский называет «скелетами» (frame), а Шенк — «сценариями». По существу ***скелеты (сценарии)*** **— это совокупность условий применения (предпосылок), моделей действия и выводов для достижения определенной цели, описывающей стереотипизированную ситуацию**. Сценарий содержит целый ряд предпосылок, которые, как предполагается, достаточно хорошо описывают стандартный набор условий его активизации. Так, например, если мы рассматриваем сценарий «пойти на день рождения», то такие *условия,* как «одеть костюм», «купить подарок», будут считаться *стандартными,* в то время как «одеть каску» (во избежание обвала потолка) будут считаться *исключительными.* Чем меньше предпосылок будет иметь сценарий, тем более общим он является, и наоборот. Число действительных характеристик ситуации, в которой активируется сценарий, может не соответствовать числу его предпосылок. В случае недостатка предпосылок оказывается необходимым введение в систему специализированных процедур, соответствующих избыточным (и поэтому исключительным) характеристикам ситуации. Однако в этом случае сценарий может быть использован для указания того, какого рода специализированные процедуры необходимы. Заметим, что в сценарии создаются ветвления, соответствующие исключительным для него условиям.

В случае избытка предпосылок сценарий не может функционировать целиком, однако при этом могут образовываться неполные выводы или (и) указания того, каких характеристик ситуации не хватает для полного использования сценария.

В процессе выполнения сценария могут возникнуть новые ситуации, требующие вызова других сценариев, так что могут **образовываться последовательные, вложенные, рекурсивные или параллельные *композиции сценариев***. В рамках настоящего параграфа мы ограничимся кратким описанием семантического представления сценариев (именуемого впредь *сценарием)* и процедурального представления сценариев (именуемого впредь *скелетом)* применительно к их использованию в семантических сетях формирования определений.

Назовем *сценарием* совокупность событий и свойств, связанных отношениями с помощью соответствующих дуг и понятий, заполняющих глубинные падежи, или с помощью отношений времени и (или) причины-следствия. С операциональной точки зрения сценарий следует рассматривать как некоторый *сложный образец определения,* который при сопоставлении его с некоторой структурой позволяет системе делать определенные *выводы* и *предсказания.* В качестве простейшего сценария можно было бы привести высказывание на рис. 10.14 (при условии замены фактуальных вершин на общие), которое могло бы сопоставляться со структурой, где Виктор вводил бы вполне определенное высказывание во вполне определенную сеть. Этот сценарий, однако, тривиален, поскольку в нем не содержится возможности делать какие-либо выводы или предсказания.

Между сценариями могут быть установлены SUP- и *SUB-отношения.* Этого можно достигнуть, строя SUP- или SUB-объекты объектов, входящих в определение сценария. Сценарии могут быть организованы в структуры, связанные *определяющим отношением* (отношением DEF). Это отношение задает организацию сценария как композицию других, более простых сценариев, причем, как указывалось ранее, эта композиция может быть последовательной, вложенной, рекурсивной или параллельной. В частности, может быть реализована структура сценариев, аналогичная пропозициональному графу. Сценарии задаются совокупностью вершин, отражающей структуру событий той или иной степени сложности и общности, а также действующих лиц и характеристик событий, связанных с событиями глубинно-падежными отношениями.

В отличие от сценариев, *скелеты* представляются в семантической сети специальными вершинами. Прежде всего рассмотрим отличия вершин скелетов от обычных вершин семантической сети.

1. Прежде чем переходить от вершины скелета к связанным с нею вершинами, следует осуществить проверку применимости скелета.

Если он неприменим, то необходимо обратиться к списку альтернативных скелетов, описывающих сходный класс ситуаций. В случае применимости скелета он может определить, по каким дугам идти дальше и в каком порядке.

2. При достижении некоторого скелета он может взять на себя управление и уже не возвращать его вызвавшему скелету.

3. С вершиной скелета могут быть связаны дугами некоторые *субскелетные вершины.* Здесь под *субскелетными вершинами* мы подразумеваем вершины, которые не входят в семантическую сеть, могут быть выбраны только при активации соответствующих скелетов и которым соотносятся некоторые процедуры или функции. Последние могут проверять условия и выполнять действия, используя для этого другие субскелетные вершины данного скелета или скелета, который вызвал данный скелет. В частности, через указанные процедуры (функции) могут быть активированы другие скелеты. Схема скелета приведена на рис. 10.27.

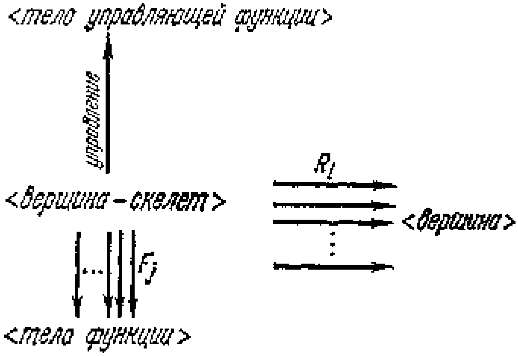


Рис. 10.27. Схема скелета.

Здесь R_i — обычные отношения, заданные в семантической сети, «управление» — дуга, ведущая к вычислению тела управляющей функции (проверка применимости скелета, указание последовательности перехода к субскелетным вершинам, возврат управления вызывающему скелету), F_j — метки дуг, направленных к субскелетным вершинам. Если дуга F_j выбрана управляющей функцией, то вычисляется тело процедуры или функции F_j. Заметим, что в случае невыполнения некоторых из условий F_j может сигнализировать о недостатке информации о характеристиках ситуаций.

10.9.5. Процессы понимания и вывода в семантических определениях.

В предыдущих разделах этого параграфа мы описали различные элементы представления семантического знания в семантических сетях определений. Сейчас нам предстоит рассмотреть ряд вопросов, связанных с обработкой информации в сети. К числу этих вопросов относятся:

— как извлекать необходимую информацию?

— как вводить новую информацию в сеть?

— каким образом выделять в сложных и разветвленных сетях участки, имеющие отношение к интересующей систему области?

— как осуществлять процессы вывода ответов на вопросы, заданные семантической сети?

Оказывается, что ответы на эти вопросы тесно связаны между собой и основаны на общей трактовке процессов понимания. Мы определяем *понимание* как интерпретацию новых фактов относительно текущего контекста. Более формально, пусть $C(T_1, T_2, ..., T_i)$ — ситуация или *контекст,* установленный в результате понимания последовательности высказываний $T_1, T_2, ..., T_i$. Пусть далее $I(T_{i+1}, C(T_1, T_2, ..., T_j))$ — *интерпретация входного высказывания* T_{i+1} в контексте, установленном $T_1, T_2, ..., T_j$. Тогда эффективный алгоритм вычисления $I\ (T, C)$ называется *пониманием.* С точки зрения нашего определения все поставленные выше вопросы обретают общую концептуальную основу. Нам необходимо применить общие методы эффективного поиска участка семантической сети, имеющего отношение к рассматриваемой области (или к заданным вопросам, или вновь вводимому высказыванию), и уже только потом осуществить некоторые специализированные манипуляции в зависимости от конкретного характера задачи.

Развитие семантических определений началось с работ Кононюка А.Е. в 2014 г.. В них в качестве объектов определялись понятия и свойства, а основным видом отношений были транзитивные теоретико-множественные и логические отношения. Классические сети определений носили, во-первых, статический и декларативный характер и, во-вторых, обладали значительной однородностью. Эта однородность позволила описать процессы выделения контекста в таких сетях определений с помощью одного базового метода *поиска пересечений,* выделяющего участок сети определений, связанный с входными понятиями $X_1, X_2, ... X_n$. Суть метода состоит в том, чтобы, начиная от вершин $X_1, X_2, . . ., X_n$ и двигаясь по дугам, помеченным транзитивными отношениями, искать такие понятия (возможно, ближайшие в некотором смысле), которые находятся на пересечении построенных путей. Тогда множество пройденных вершин и соединяющих их дуг образуют *контекст,* связывающий исходные понятия $X_1, X_2, \ldots, X_n$. Транзитивность отношений позволяет строить достаточно длинные пути. Проиллюстрируем сказанное для случая двух исходных понятий *X, Y* и транзитивного отношения *R* на примере ряда вопросов и ответов относительно связи *X* и *Y* (в качестве *R* берется отношение SUB). Для того чтобы определить, находится ли *X* в отношении *R* с *Y,* ищутся все возможные пересечения *X* и *Y*. При этом может возникнуть ряд вариантов.

1. Некоторый путь связывает *X* с *Y*, т. е. *XRY*
2. Некоторый путь связывает *Y* с *X,* т. е. $XR^{-1}Y$, R^{-1} — обратное и потому также транзитивное отношение.
3. Пути, начинающиеся в *X* и *Y,* не пересекаются.
4. Существует пересечение путей, начинающихся в *X* и *Y,* т. е.

$$(\exists\ w)(XRw \wedge YRw). \qquad (10.25)$$

В случае 1 мы даем утвердительный ответ на вопрос, является ли *X* SUB-объектом для *Y*.

Пример. Является ли Шарик собакой?

Да.

В случае 2 утвердительный ответ можно дать лишь в некоторых частных случаях.

Пример. Является ли собака Шариком?

Возможно, что да.

В случае 3 ответ является отрицательным, так как *X* и *Y* не имеют общих SUP-объектов.

Пример. Является ли трамвай желанием?

Нет.

Рассмотрим подробнее случай наличия пересечения (или пересечений) входных объектов. Здесь следует выделить три случая:

а) *X* и *Y* взаимно исключают друг друга.

Ответ отрицательный.

Пример. Является ли собака кошкой? (пересечение— млекопитающее).

Нет.

б) *X* и *Y* содержат идентичные свойства с различными, по крайней мере для одного свойства, значениями.

Ответ отрицательный.

Пример. Является ли индеец лордом?

Нет.

в) Свойства *X* и *Y,* а также значения этих свойств не различаются. Здесь возможны два подслучая. Если *X* и *Y* обладают в сети исчерпывающим списком свойств, то следует вывод об идентичности *X* и *Y,* т. е. ответ утвердительный. Если же список свойств *X* и *Y* не является исчерпывающим, то точный ответ неизвестен и следует применять приблизительные методы, в частности, *функциональный, негативный* и *индуктивный.* Мы не будем останавливаться на этих методах, отсылая читателя к соответствующим работам [Коллинз, Квиллиан, 1972; Карбонелл, Коллинз, 1973]. Отметим лишь, что *индуктивный вывод* в семантических сетях играет важную роль при вложении новой информации в сеть. Действительно, если в сеть «часто» (в некотором смысле) вводятся понятия с одинаковым значением некоторого свойства, то есть смысл приписать это свойство общему SUP-понятию вводимых понятий. Например, если воробьи, грачи, ласточки и т. д. летают, то это свойство следует приписать понятию «птица». Здесь реализуется *режим обобщения индуктивного вывода.* Поскольку отклонения от этого свойства редки (например, пингвин не летает), то такие отклонения следует приписывать самим вводимым понятиям. Это — *режим дискриминации индуктивного вывода.* Итак, в процессе ввода информации в сеть общие свойства обобщаются, а частные — дискриминируются.

Рассмотрим теперь, как выделяется контекст в семантических сетях с событиями и сценариями. Этот процесс осуществляется путем построения *неполных выводов, ожиданий* и *предсказаний* [Майлопулос и др., 1975]. Ввод некоторого объекта в контекст представляет собой *ожидание* системой того, что этот объект вскоре понадобится. Это ожидание создает некоторые неполные пути вывода, причем «дырки» в этих путях образуют предсказание необходимой дополнительной информации. По мере ее поступления пути вывода наполняются недостающими деталями. Заметим, что таким выводам должны быть присвоены эвристические оценки с целью ограничения глубины их распространения и, следовательно, излишнего расширения контекста.

Рассмотрим три примера выделения контекста при работе со сценариями:

1. *А вырабатывает. В,* где *А* —событие или сценарий, *В* — понятие (формально это могло бы быть представлено как *А* result *В,* result — глубинный падеж). Этот пример соответствует окончанию работы сценария *А* и вычислению частного случая (подстановки) *В.* Последний добавляется к контексту. Если оказывается, что *В* используется другим событием или сценарием *С* в качестве входа, то возникает предсказание активации *С*, причем указанный вывод объясняет, почему *В* — предусловие *С.*
2. *А вызывает В,* т.е. *В* — следствие *А* (формальная запись *А* effect *В,* effect —-отношение причины-следствия). После вычисления *А* следует

активировать *B,* найти его соответствующий частный случай и поместить в контекст. Это ожидание позволяет системе предсказать большую часть сценария на основе его небольших фрагментов Точно так же, как только вычислен *B,* предположение о том, что существует *A,* которое вызвало *B,* является весьма правдоподобным и сильным.

3. *B — предусловие A* (формальная запись — *A* prereq *B,* prereq — отношение причины-следствия). Здесь *B* может быть характеристикой или событием. Если *A* введено в контекст, то мы можем уверенно ввести и *B* в контекст, поскольку *A* не может быть вычислено, пока *B* не будет удовлетворено. С другой стороны, если *B* уже находится в контексте, это серьезное основание для предсказания того, что *A* должно быть введено в контекст.

Таким образом, образование контекста является фактически процессом создания *виртуальной базы данных.*

Естественно, что контекст оказывает влияние на ввод новой информации в сеть. Рассматривая этот процесс, следует подчеркнуть, что наличие сценариев обуславливает определенную стратегию введения: мы заинтересованы в том, чтобы сопоставить вводимую информацию с *наиболее конкретным сценарием* из всех возможных, причем возможно, что в случае неоднозначности либо потребуется дополнительная входная информация, либо информация будет помещена на тот уровень, где еще имеется однозначность, и будет «спущена» SUB-сценариям по мере поступления уточняющей информации.

Сущность алгоритма ввода новой информации состоит в поиске всех кандидатов-сценариев, сопоставляющихся вводимой структуре путем последовательного анализа всех событий и характеристик. В случае нахождения некоторого сценария S производится сопоставление входной структуры всем SUB-сценариям S. Таким образом, создается список наиболее конкретных SUB-сценариев, сопоставляющихся входной структуре. После этого поиск идет ниже (в смысле SUB) каждого из этих SUB-сценариев в попытке найти частное сопоставление с входной структурой. В результате или часть структуры идентифицируется с уже существующими в сети вершинами, или новые вершины создаются и помещаются ниже всех сценариев в списке.

Взаимодействие описанного процесса с установленным к этому моменту контекстом заключается в том, что

— поиск производится, начиная с контекста, и лишь при неудаче распространяется вверх по сети (в смысле отношения SUP);

— в случае, если сопоставление происходит вне контекста, эта часть семантической сети с соответствующими путями вывода присоединяется к контексту.

Таким образом, и в сложных декларативно-процедуральных семантических определениях процессы выделения контекста и вложения новой информации тесно связаны.

11. Решение задач формирования определений методами эвристического поиска

11.1. Вводные замечания

Основой всех стратегий решения задач в области формирования определений является метод поиска. Для задач практической степени сложности поиск должен направляться с помощью некоторого механизма управления, причем мы отвергаем возможность использования исчерпывающего поиска или поиска, управляемого случайным механизмом. Решающим аргументом в пользу такого решения является тот факт, что в принципе пространство поиска может быть бесконечным.

Эвристически эффективная стратегия представляет собой совокупность двух механизмов: *механизма генерации элементов* пространства поиска — кандидатов в решающую последовательность и *механизма управления генерацией,* работа которого основывается на информации о пространстве поиска, а также свойствах цели и уже построенных элементов.

Степень эвристической эффективности стратегий определяется прежде всего тем, как извлекаются указанная информация и свойства и как они используются механизмом управления в поиске решения формирования определения. Таким образом, мы можем выделить в каждой стратегии ***синтаксическую,* или структурную компоненту (генерация), и *семантическую,* или смысловую компоненту (управление поиском)**. Важно отметить, что семантическая компонента вносится в процесс решения задачи *стратегией* во всех представлениях, кроме семантических сетей (10.3)

При построении стратегий формирования определений мы стоим перед необходимостью разрешить противоречие между *качеством решения* и ею *эффективностью,* где под *качествам* мы понимаем свойства решения (длина решающего пути, количество вершин в решающем графе и т. д.), а под *эффективностью* — количество ресурсов, затраченное при поиске решения (общее число генерированных вершин и т. д).

Поскольку нашей задачей является построение эвристически эффективных стратегий формирования определений, мы не рассматриваем стратегии типа поиска в ширину, которые, хотя и позволяют найти все решения и, следовательно, наиболее качественные, представляют собой модель исчерпывающего поиска, а потому эвристически неэффективны. План настоящей главы состоит в том, чтобы для каждого из определений в виде задачи эвристического поиска построить стратегию формирования определений, позволяющую найти решение наилучшего качества, если оно имеется, а затем исследовать пути повышения эвристической эффективности, возможно, с риском потерять решение наилучшего качества.

11.2. Стратегии формирования определений, основанные на поиске в графе вывода

11.2.1. Алгоритм поиска решающего графа

В п.10.6 мы рассмотрели одно обобщенное декларативное определение в виде графа вывода, из которого в качестве частных случаев вытекают определения в виде пропозиционального графа, графа доказательства определений и графа пространства состояний. В обобщенном декларативном определении решение задачи сводится к поиску *беспосылочного редукционного вывода (решающего графа) в графе вывода.* Мы опишем алгоритм поиска решающего графа в графе вывода как механизм генерации элементов пространства поиска, а затем рассмотрим некоторые общие характеристики этого алгоритма, в том числе касающиеся механизма управления.

Этот алгоритм носит скорее иллюстративный характер: во-первых, он демонстрирует стиль построения алгоритмов в частных теоретико-графических представлениях, во-вторых, на примере этого алгоритма мы покажем общий сценарий, по которому в последующих параграфах будут рассматриваться стратегии формирования определений в этом классе определениий. Отнюдь не утверждается, что этот алгоритм окажется наиболее эффективным (в отношении быстродействия и требуемой памяти) для всех частных случаев.

Введем два направления поиска — *прямое,* т. е. от посылок к заключению *(F),* и *обратное (В).* Будем называть *вывод генерированным,* если генерированы все его определения и акты вывода определений, даже если это произошло в процессе генерации другого вывода. На каждом шаге мы будем выбирать одно из направлений поиска, причем, если не окажется ни одного вывода определения — кандидата на генерацию, то алгоритм терпит неудачу. В противном случае он выбирает наилучшего кандидата в текущем направлении и генерирует все ранее негенерированные определения применением одного ранее негенерированного акта вывода, принадлежащего этому направлению. Если при этом не получено решение, то алгоритм вновь выбирает направление, выбирает кандидата на вывод определения, и т. д. до тех пор, пока не будет получено решение. Соответственно направлениям поиска мы выделяем два множества *F* и *B*. *F* содержит все уже генерированные определения и акты вывода определений, принадлежащие беспосылочным выводам (БВ). *B* содержит все уже генерированные определения и акты вывода определений, принадлежащие редукционным выводам (РВ). Заметим, что пересечение *F* и *B* не обязательно должно быть пустым до получения решения.

Определим формально кандидаты на генерацию в направлениях *F* и *B*. Пусть существует акт вывода, не принадлежащий *F*, но все посылки которого принадлежат *F*. Тогда любой БВ, состоящий из этого акта вывода, его заключения и, для любой посылки акта вывода, точно одного БВ, содержащегося в *F* и имеющего эту посылку как заключение, называется *кандидатом на генерацию в направлении F*. Пусть D_0 — РВ, содержащийся в *B*, и каждая посылка D_0 есть заключение некоторого акта вывода, не принадлежащего *B*. Тогда любой РВ, состоящий из точно одного такого акта вывода, его посылок и D_0, называется *кандидатом на генерацию в направлении B*.

Предположим, что на выводах определена мера качества определений, так что для любой совокупности выводов можно выбрать вывод наилучшего качества (ни один из выводов, принадлежащий этой совокупности, не имеет лучшего качества, чем выбранный).

Тогда алгоритм поиска беспосылочного редукционного вывода может быть представлен следующими шагами:

1. *F* и *B* в начальном состоянии — пустые множества.
2. Выбрать направление *X* генерации *(F* или *B)*.
3. Если нет кандидатов на генерацию в направлении *X*, неудача. В противном случае продолжать.
4. Выбрать и генерировать вывод-кандидат *D* для *X*, имеющий наилучшее качество в направлении *X*. Генерация производится путем добавления к множеству *X* одного акта вывода и всех определений в *D*, еще не принадлежащих *X*.

5. Добавить к *F* и *B* все акты вывода и определения, принадлежащие уже сгенерированному БВ определения в *B*.
6. Успешное решение, если а) решающий вывод содержится в *F* или *B,* б) нет кандидата на генерацию в направлении *F* или *B,* имеющего лучшее качество, чем *D*. В противном случае перейти к шагу 2.

На рис. 11.1 представлен пример состояния пространава поиска в начале цикла работы алгоритма.

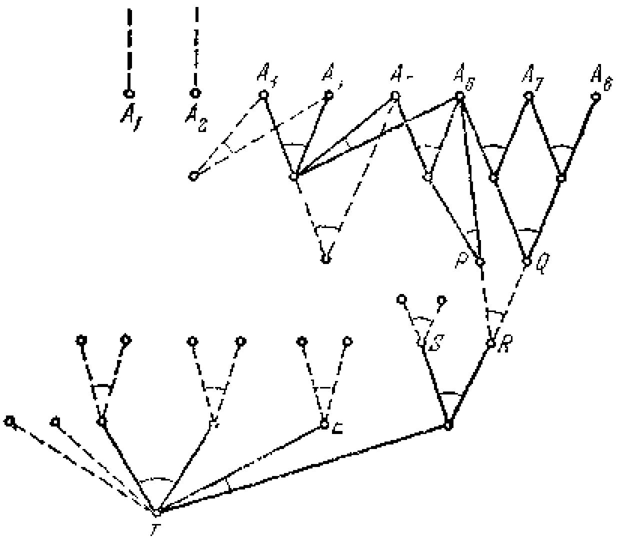


Рис. 11.1. Состояние пространства поиска в начале цикла работы алгоритма.

Сплошные линии — дуги, принадлежащие уже сгенерированным выводам. Пунктирные линии — дуги, принадлежащие выводам, которые являются кандидатами на генерацию. Остальные выводы на рисунке не показаны. У аксиом A_1 и A_2 пунктиром показаны фиктивные акты вывода (по определению, A_1 и A_2 являются их заключениями). У A_3—A_8 фиктивные акты вывода не показаны. Акт вывода с посылками *P* и *Q* и заключением *R* является частью кандидата на генерацию как в направлении *F*, так и в направлении *B*. Множества *F* и *B* пока не имеют общих элементов.

Пусть на шаге 2 алгоритма выбрано направление *B* и выбранным кандидатом на генерацию является РВ с посылками *E, S, P, Q*. На шаге

4 к *B* добавляются определения *P, Q* и акт вывода, содержащий их как посылки. Этот же акт вывода добавляется к *F* вместе с заключением *R*. Одновременно к *B* добавляются все определения и акты вывода в выводах, имеющих *P* и *Q* как заключения.

11.2.2. Свойства алгоритма.

Полнота. *Стратегия поиска (формирования) определений* называется *полной,* если она найдет решение всегда, когда оно существует. *Поисковая стратегия* будет *исчерпывающей* для направления *X,* если она генерирует все определения и акты вывода определений, которые могут быть генерированы в направлении *X*. Очевидно, что любая исчерпывающая поисковая стратегия полна. Однако и в случае бесконечного количества альтернатив вывода (бесконечного дизъюнктивного ветвления) поисковая стратегия может быть полна.

Упорядочение выводов по качеству называется *квазиконечным* для направления *X,* если для любого вывода *D* существует только конечное число выводов, имеющих качество, лучшее или равное качеству *D*.

Теорема 11.1. *Любая двунаправленная поисковая стратегия, использующая квазиконечное упорядочение выводов по качеству для направления X, полна при условии, что она не становится однонаправленной в противоположном X направлении.*

Доказательство. Пусть D^* — решение, не порожденное поисковой стратегией. Тогда существует некоторый $D \subset D^*$, который на каком-то шаге стал кандидатом на генерацию в направлении *X,* но не был генерирован. Тогда, если поисковая стратегия не становится однонаправленной в направлении X и не нашла другого решения, она должна генерировать в направлении *X* кандидаты на вывод D_1, D_2, ..., D_n, D_{n+1}, . . ., не оканчивая работы. Но по определению квазиконечности один из них, например D_n, должен иметь качество, худшее, чем *D,* что противоречит нашему предположению.

Допустимость. Поисковая стратегия называется *допустимой,* если она находит наилучшее решение всегда, когда оно имеется. Нам необходимо определить понятие наилучшего решения. Пусть *f* — действительная неотрицательная функция, определенная на множестве выводов. Назовем *f оценочной функцией,* если D_1 имеет *лучшее качество,* чем D_2, когда

$$f(D_1)<(D_2). \tag{11.1}$$

D_1 и D_2 *равнокачественны,* когда

$$f(D_1)=(D_2). \tag{11.2}$$

Оценочная функция *монотонна,* если из $D' \subseteq D$ следует

$$f(D')\leq f(D). \qquad (11.3)$$

Монотонная оценочная функция характеризует меру сложности решающего вывода. Существует несколько распространенных вариантов меры сложности:

— *размер* — число определений в выводе;

— *уровень* — наибольшее число определений, измеряемое вдоль какой-либо ветви вывода;

— *суммарная сложность (стоимость)* — сумма всех сложностей (стоимостей), каждая из которых связана с одним из определений в выводе;

— *максимальная сложность (стоимость)* — наибольшая сумма сложностей (стоимостей), измеренная для всех определений вдоль какой-либо ветви вывода.

Решение называется *наилучшим,* если оно обладает наименьшей мерой сложности среди всех решающих выводов на графе вывода.

Диагональной поисковой стратегией (ДПС) называется стратегия, использующая такую оценочную функцию, что

$$h(D)=f(D)-g(D)\geq 0 \qquad (11.4)$$

для всех выводов D, $g(D)$ — мера сложности вывода D такая, что $g(D')\leq g(D)$, если $D'\subseteq D$. Функция h называется *эвристической функцией* и оценивает сложность части наилучшею решения D^*, дополнительную к D. Тогда оценочная функция может рассматриваться как оценка сложности наилучшею решения D^*, содержащего D.

Таким образом, ДПС выбирает и генерирует всегда тот из кандидатов на вывод, который имеет наименьшую оценочную функцию вида

$$f(D)=g(D)+h(D). \qquad (11.5)$$

Геометрическая интерпретация ДПС иллюстрируется на рис. 11.2.

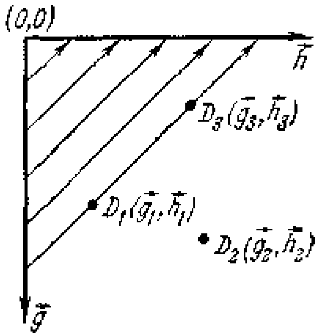


Рис. 11.2. Геометрическая интерпретация диагональной поисковой стратегии

Здесь точки в системе координат $(\vec{g},\vec{h})$ представляют собой акты вывода, порожденные поисковой стратегией в процессе выбора кандидата на вывод D с $g(D)= \vec{g}$ и $h(D)= \vec{h}$. В силу монотонности функции f и свойств ДПС поиск решения идет от *более коротких диагоналей к более длинным,* так что D_2 будет всегда порождаться после D_1. ДПС называется *ограниченной,* если для всех кандидатов на вывод D

$$f(D)\leq g(D^*), \tag{11.6}$$

где $D\subseteq D^*$, D^* - решающий вывод.

Из приведенного определения очевидно, что оценочная функция для ограниченной ДПС монотонна и $h(D^*)=0$, т. е. в интерпретации рис. 11.2 все решающие выводы лежат на оси $\vec{g}$.

Теорема 11.2. *Ограниченная ДПС допустима.*

Доказательство. Предположим, что ограниченная ДПС нашла решение D^*, но существует решение D_0, лучшее, чем D^*, а окончание работы алгоритма произошло потому, что ни один кандидат на вывод в направлении X не имеет качества, лучшего, чем D^*. Тогда в момент окончания работы некоторый $D'_0\subset D_0$ является кандидатом на генерацию в направлении X. Однако в силу свойств ограниченной ДПС

$$f(D'_0)\leq g(D_0)<g(D^*) = f(D^*), \tag{11.7}$$

что противоречит условию окончания работы алгоритма.

Следствие. *Двунаправленная ограниченная ДПС, использующая квазиконечное упорядочение выводов по качеству для направления X, допустима при условии, что она не становится однонаправленной в противоположном направлении.*

Оптимальность. *Допустимая стратегия* с эвристической функцией h_1 называется *оптимальной,* если она никогда не порождает большего количества определений, чем другая допустимая стратегия с такой эвристической функцией h_2, что $h_1(D)\geq h_2(D)$ для всех выводов и $h_1(D)>h_2(D)$ для некоторых из них.

Оптимальность алгоритма поиска решающего вывода в графе вывода может быть доказана лишь для некоторых его частных случаев. Поэтому рассмотрение вопроса об оптимальности мы выносим в параграфы, посвященные описанию алгоритмов поиска решения в частных определениях.

Итак, в описанных стратегиях в качестве механизма генерации используется абстрактное преобразование, определенное на множестве высказываний в графе; в качестве механизма управления поиском используется оценочная функция, содержательно интерпретируемая количеством усилий, которые надо затратить для получения решения.

11.3. Поиск решений в пространстве состояний

11.3.1. Алгоритм и его свойства.

Решение задачи в продукционной системе сводится к поиску *решающего пути* в графе пространства состояний. Таким образом, механизм генерации в этом представлении определяется преобразованием Г(x), порождающим все дочерние вершины x. Выбор альтернативных путей поиска, или вершин-кандидатов на генерацию, связывается с классом оценочных функций $f(x)$, где x — вершины графа. Мы будем выбирать для генерации ту из вершин-кандидатов, для которой функция f принимает *минимальное значение.* Мы рассматриваем вариант алгоритма для одной начальной вершины $x_0 \in X_o$.

Пусть S — множество уже выбранных вершин, $\bar{S}$ — множество вершин-кандидатов, $S \cap \bar{S} = \varnothing$, x_0 — начальная вершина, X_t — множество конечных вершин, $x_t \in X_t$, x — текущая вершина, $x \in X$, x_i — ее дочерние вершины. Тогда алгоритм поиска в графе пространства состояний представляется следующими шагами:

1) Поместить x_0 в $\bar{S}$ и вычислить для нее $f(x_0)$.

2) Если $\bar{S} = \varnothing$, неудача, иначе продолжать.

3) Выбрать такую $x \in \bar{S}$, что $f(x) = \min\limits_{y \in \bar{S}} f(y)$, и поместить ее в S, изъяв из $\bar{S}$.

4) Если $x \in X_t$, путь найден, окончание, иначе продолжать.

5) Найти *все* $x_i = \Gamma(x)$. Если $\Gamma(x) = \varnothing$, к шагу 2. Иначе вычислить все $f(x_i)$.

6) Для каждого x_i:

а) Если $x_i \notin S \bigcup \bar{S}$, то поместить x_i в $\bar{S}$.

б) Если $x_i \in \Gamma(x)$ n S, то сопоставить x_t наименьшую из старой и вновь полученной оценку $f(xi)$.

в) Если $x_t \in \Gamma(x) \cap \bar{S}$, то сопоставить x_i наименьшую из старой и вновь полученной оценку $f(x_i)$, поместить x_i в $\bar{S}$ (изъяв ее из S).

г) В остальных случаях не изменять S и $\bar{S}$.

7) Перейти к шагу 2.

Пункты 6б и 6в отражают действия алгоритма в случае, когда оператор Г порождает уже рассмотренные ранее вершины, которые к этому моменту находятся либо в $\overline{S}$, либо в S. Естественно, что мы хотим приписать этим вершинам наименьшие из возможных оценочные функции. Этой проблемы не возникало бы при поиске в дереве, поскольку в этом случае имеется точно один путь из начальной вершины в данную.

Рассмотрим свойства этого алгоритма для класса ДПС, а затем укажем на некоторые возможные обобщения.

Поскольку представление в виде графа в пространстве состояний является частным случаем графа вывода, получаемым при исключении конъюнктивных вершин и ограничении числа дочерних вершин конечным числом, мы заключаем, что представленный выше алгоритм, управляемый ДПС, обладает полнотой.

Более того, в случае ограниченной ДПС алгоритм является допустимым, т. е. всегда находит наилучший в смысле минимума f решающий путь, если он существует.

Из определения оптимальности (п.11.2) ясно, что нам необходимо показать, что допустимая стратегия с эвристической функцией h_2 будет порождать любую вершину, которую будет порождать допустимая стратегия с функцией h_1.

Теорема 11.3. *Ограниченная ДПС оптимальна.*

Доказательство. Пусть нам даны ограниченная ДПС $\sum_1$ с эвристической функцией h_1 и другая допустимая стратегия $\sum_2$ с эвристической функцией h_2. Предположим, что существует такая вершина x, которую генерирует $\sum_1$, но не генерирует $\sum_2$. Тогда для $\sum_1$ оценка в вершине x

$$f(x)=g(x)+h_1(x). \tag{11.8}$$

В силу свойства ограниченности стратегии

$$f(x)\leq f(x_i), \tag{11.9}$$

где $x_t \in X_t$, откуда

$$h_1(x)\leq f(x_t)-g(x) \tag{11.10}$$

Стратегия $\sum_2$ в силу допустимости может не генерировать вершину x только по одной причине: существует некий менее сложный путь к x_t, чем путь через вершину x. Поэтому для $\sum_2$ действительная стоимость пути к x_t через x

$$f^*(x)\geq f(x_t). \tag{11.11}$$

Подставляя (11.10) в (11.11), получаем

$$h_1(x)\leq(g^*(x)-g(x)+ h_2(x) \tag{11.12}$$

Однако из анализа шага 6 алгоритма ясно, что оценка $g(x)$ в результате повторного возврата к вершине x может, в крайнем случае, уменьшиться, т. е. для всех $x \in X$ и на любом шаге работы алгоритма $g^*(x)\leq g(x)$. Отсюда

$$h_1(x)-h_2(x) \leq 0, \tag{11.13}$$

что противоречит определению оптимальности. Отсюда выводим, что $\sum_2$ генерирует любую вершину, которую генерирует $\sum_1$ что доказывает теорему.

Замечание. Условие (11.3) монотонности ДПС позволяет вывести свойство меры сложности *g(x).* Если $x \in S$, то это означает по построению алгоритма, что в этот момент $f(x) \leq f(y)$ для всех $y \in \bar{S}$. Поэтому и в силу монотонности, если мы вновь придем к вершине x из любой другой вершины, то новая оценка $f'(x) \geq f(x)$. Это означает, что при первой же генерации вершины x мы находим ее истинную меру сложности или, другими словами, при первом же включении x в S она уже находится на оптимальном пути из начальной вершины в x. Отсюда

$$g(x)=g^*(x) \tag{11.14}$$

и, следовательно, для алгоритма поиска, управляемого монотонной оценочной функцией, т. е. для допустимого алгоритма, шаги 6б и 6в могут быть без ущерба изъяты.

Необходимо указать на ряд важных особенностей алгоритма поиска, управляемого ограниченной ДПС. Допустимость стратегии гарантирует нахождение оптимального пути, однако при этом никак не оговаривается число генерируемых при этом вершин, т. е. фактически вычислительные ресурсы, необходимые для получения решения. Оптимальный путь будет найден с минимальными затратами, но лишь среди других допустимых стратегий.

Вполне вероятно, что путем отказа от допустимости мы могли бы, теряя гарантию найти оптимальный решающий путь, сократить число генерируемых вершин, получив, таким образом, некоторый компромисс между качеством получаемого решения и ресурсами, необходимыми для его получения, т. е. эффективностью алгоритма.

Далее, существенным дефектом ДПС является исследование всех альтернативных путей, имеющих одинаковое качество. Выбор вершины среди множества вершин с одинаковой оценочной функцией в рассмотренном выше алгоритме произволен, однако, в силу монотонности оценочной функции, алгоритм все время будет возвращаться к исследованию вершин в множестве $\bar{S}$, обладающих равным качеством с уже занесенной в S вершиной. В случае значительного количества равнокачественных текущих решений управление поиском с помощью ДПС окажется чрезвычайно слабым и алгоритм по своим вычислительным свойствам будет приближаться к полному перебору вершин из $\bar{S}$, т. е. будет скорее поиском в ширину, чем в глубину. Между тем в практически важных случаях пространство поиска весьма часто имеет вблизи решения мезаструктуру, т. е. форму плато с мало отличающимися в точках пространства значениями оценочной функции. Если же это плато находится вблизи локального оптимума (пространство поиска не унимодально), то это дополнительно ухудшает качество работы алгоритма.

Для улучшения положения можно наложить еще одно ограничение на ДПС. Если два кандидата на генерацию обладают равной оценочной функцией, но неодинаковой мерой сложности, т. е. для $x, y \in \overline{S}$

$$\left.\begin{aligned} f(x) &= f(y), \\ g(x) &> g(y) \end{aligned}\right\} \qquad (11.15)$$

то выбирается для включения в S та вершина x, которая обладает большей мерой сложности, или большей стоимостью уже пройденного пути. Основанием для введения условий (11.15) является предположение, что путь от этой вершины к цели окажется короче $(h(x)<h(y))$. ДПС, удовлетворяющая условиям (11.15), называется *восходящей ДПС.* Геометрическая интерпретация этой стратегии очевидна из рис. 11.2. Дополнительно к направлению генерации, определяющему ДПС, добавляется направление генерации вдоль диагонали снизу вверх, предшествующее переходу с диагонали на диагональ, так что последовательность рассмотрения точек в координатах (g, h) будет D_1, D_3, D_2.

Наконец, на качество работы алгоритма существенное влияние оказывает метод получения эвристической функции h.

Теорема 11. 4. *Для любой ограниченной ДПС и для всех* $x \in X$, *лежащих на некотором пути к целевой вершине,*

а) $h(x) \leq h^*(x)$, *где* $h^*(x)$ — *истинная мера сложности оптимального пути от вершины x до целевой вершины;*

б) *стратегия с функцией* $h^*(x)$ *генерирует вершины только на оптимальном пути*.

Таким образом, можно предположить, что с приближением h к h^* алгоритм, управляемый ограниченной ДПС, будет генерировать все меньшее число вершин. Однако эвристическая функция определяется на основании специфической информации о решаемой задаче, т. е. на основании знания глобальных свойств пространства поиска. Слабость знаний решателя задач об этих свойствах является отличительной чертой всех систем определений, поэтому мы не можем рассчитывать на сколько-нибудь точное знание эвристической функции (почему она и называется эвристической). Попытка более точно определить эвристическую функцию, в лучшем случае, приведет к более сложным вычислениям на каждой вершине, что отрицательно скажется на качестве работы алгоритма.

Заканчивая анализ ДПС как механизма управления поиском в пространстве состояний, мы хотим еще раз подчеркнуть, что

1) Оптимальная стратегия гарантирует эффективность алгоритма только в классе допустимых стратегий.
2) Наличие равнокачественных решений ухудшает направленность поиска.
3) Выбор эвристической функции может серьезно повлиять на качество работы алгоритма.

11.3.2. Методы повышения эффективности поиска.

Теперь рассмотрим некоторые методы отказа от допустимости, которые могут привести к повышению эффективности алгоритма поиска. Мы опишем следующие возможности:

1) Более общее задание оценочной функции.
2) Динамическое изменение оценочной функции в ходе поиска решения.
3) Динамическое переупорядочение множества операторов Г.
4) Динамическое отсечение вершин.

Общее задание оценочной функции. Можно задать оценочную функцию в виде

$$f(x) = (1—\omega)g(x) + \omega h(x), \quad 0 \leq \omega \leq 1, \qquad (11.16)$$

где $f(x)$ —монотонная оценочная функция. Отметим ряд частных случаев этой функции:

1) ω=0 — алгоритм поиска в ширину, или *стратегия насыщения уровня*.
2) $\omega = \frac{1}{2}$ —только что рассмотренный класс ДПС.
3) ω=1 — алгоритм, управляемый эвристической функцией.

Стратегия с оценочной функцией вида (11.16) обладает следующими свойствами:

1) *Стратегия полна при* ω <1.
2) *Стратегия с истинной эвристической функцией h* оптимальна при* $^1/_2 \leq \omega \leq 1$.

Чтобы проиллюстрировать повышение эффективности поиска для $^1/_2 \leq \omega \leq 1$ по сравнению с ДПС, мы приведем таблицу 11.1 результатов, экспериментально полученных для одной из задач (действительная минимальная длина пути равна 32).

Таблица 11.1

ω	Количество генерированных вершин	Длина пути
0,5	1000	Отказ от продолжения поиска
0,75	317	38
0,89	431	62
0,94	279	62
1,00	514	80

Динамическое изменение оценочной функции. Мы рассмотрим два способа динамического изменения оценочной функции: *аналитический* и *эвристический.*

В первом случае мы задаем оценочную функцию в виде

$$f(x)=g(x)+\omega(x)h(x). \tag{11.17}$$

Весовой коэффициент является функцией вершины. Желательно, чтобы он был убывающей функцией расстояния вершины от начальной вершины. В этом случае в близких к начальной вершине уровнях осуществлялся бы поиск в глубину, избегающий рассмотрения равнокачественных вершин вдали от целевой вершины. По мере приближения к цели поведение алгоритма могло бы изменяться в сторону стратегий с насыщением уровня, т. е. к более подробному исследованию окрестности текущей вершины $x \in \overline{S}$. Положим

$$\omega(x)=1+e-\frac{e\cdot l(\mu(x_0,x))}{n}, \tag{11.18}$$

где $0<e<1$, $l(\mu(x_0, x))$ — длина пути от начальной вершины к вершине x.

Оценочная функция (11.17) с весовым коэффициентом (11.18) будет обладать описанным выше поведением, если $g(x)$ меняется без больших скачков.

Стратегия, управляемая функцией (11.17), обладает одним важным свойством.

Теорема 11.5. *Стратегия с оценочной функцией* (11.17), *взвешивающим коэффициентом* (11.18) *и эвристической функцией* $h(x)\le h^*(x)$ *для всех* $x \in X$ *находит решающий путь, стоимость* *которого не превышает стоимость оптимального пути более чем в* (1+*e*) *раз.*

Доказательство. Пусть m — стоимость пути, найденного стратегией при данном e, а L — стоимость оптимального пути. Пусть $x \in \overline{S}$ — вершина на оптимальном пути. Тогда из (11 17) и (11.18)

$$f(x)<g(x)+(1+e)h(x). \qquad (11.19)$$

Так как $h(x) \le h^*(x)$, то

$$f(x)<g(x)+h^*(x)+eh^*(x). \qquad (11.20)$$

Так как x лежит на оптимальном пути, то

$$f(x)<L + eh^*(x), \qquad (11.21)$$

откуда

$$f(x)<L(1+e). \qquad (11.22)$$

Но по оценке нашей стратегии $m \le f(x)$, так что

$$m<L(1+e), \qquad (11.23)$$

что доказывает теорему.

В таблице 11.2 приведены экспериментальные результаты поиска в графе, сравнивающие работу стратегии с $\omega(x)h(x)$ и ДПС (известная оптимальная длина решающего пути равна 246).

Таблица 11.2

Стратегия	Длина решающего пути	Количество генерированных вершин
Стратегия со взвешиванием, $e=0,6$	260	353
Стратегия со взвешиванием, $e=0,4$	253	474
Диагональная поисковая стратегия	Отказ от продолжения поиска	500

Идея *эвристического* метода динамического изменения оценочной функции заключается в том, чтобы обновлять ее в процессе решения задачи на основе анализа уже построенных частичных поисковых деревьев и с помощью соответствующей техники усреднения и оптимизации. Мы называем этот метод эвристическим, потому что нет никакой гарантии, что поисковое пространство достаточно однородно, чтобы частичные деревья являлись представительной выборкой.

Кроме того, успех этого метода в значительной степени зависит от того, насколько удачно выбрана оценочная функция (с точки зрения ее близости к действительной стоимости пути).

Динамическое отсечение вершин. Несмотря на те или иные меры, принятые для улучшения качества работы алгоритма, возникает вопрос, что делать, когда вычислительные ресурсы (память или время) исчерпаны, а решение еще не найдено. В случае переполнения памяти выход заключается в том, чтобы отметить частичный путь из вершины $x \in \overline{S}$ с наименьшим значением *f (x)* к начальной вершине и затем стереть ту или иную часть построенного к этому моменту дерева. Например, можно запомнить часть этого пути, начиная с начальной вершины, и стереть все дерево поиска, кроме той его части, которая строится из последней вершины на запомненном пути. Этот вариант отсечения вершин является, в известной мере, аварийным. Более интересной представляется процедура оценки вершин в зависимости от оценок дочерних вершин путем их частичной генерации. Идея заключается в том, чтобы подвергнуть относительно большое число вершин в $\overline{S}$ частичной генерации, используя лишь небольшое подмножество множества применимых к ним операторов. При этом часть вершин на основании такого просмотра вперед может быть сразу оценена как бесперспективная и отсечена. Эта оценка может быть приведена, например, на основе смешанной оценочной функции вида

$$f'(x) = \frac{f(x) + w\sum f(\Gamma'_i(x))}{1 + w(j-1)}, \quad (11.24)$$

где Γ'_i, i=l, 2, . . ., j—1—выбранные для просмотра операторы, w— вес. Очевидно, что здесь мы сталкиваемся с необходимостью оценить относительные затраты на поиск без отсечения и дополнительные вычисления оценочных функций во всех вершинах, сопоставив их в каждом конкретном случае для принятия решения об использовании этого метода. Кроме того, очевидно, что при динамическом отсечении нет никакой гарантии, что мы не отсекаем именно те вершины, которые окажутся на оптимальном пути (отказ от допустимости).

Динамическое переупорядочение операторов. Идея динамического переупорядочения операторов заключается в том, чтобы по мере накопления опыта в процессе решения задачи или класса задач разработчик определений мог упорядочивать множество операторов по их полезности, испытывать затем при решении этой задачи или сходных с ней задач операторы в установленном порядке, сокращать постепенно это множество до наиболее полезных операторов и в идеале сопоставлять определенные группы операторов определенным категориям состояний.

Желательно, чтобы разработчик определений по мере накопления опыта синтезировал классификационную таблицу множества операторов и классов состояний, к которым эти операторы целесообразно применять.

Применительно к определению в пространстве состояний задача может быть представлена следующим образом. Вместо оператора Г мы вводим упорядоченное множество операторов $\Gamma' = \{ \Gamma'_i / i=1, 2, \ldots, m\}$, так что Γ'_i — i-й элемент этого множества, $\Gamma'_i = X \rightarrow X$. Г' следующим образом связан с Г: пусть $X_j = \Gamma(x_j)$ и

$$X'_j = \bigcup_{i=1}^{m} \Gamma'_i (x_j);$$

тогда, если $x_k \in X$ то $x_k \in X'_j$. Другими словами для всех j $X_j \subseteq X'_j$, т. е, мы допускаем синтез некоторых операторов и добавление их к множеству Г.

В наиболее очевидном варианте динамическое переупорядочение операторов может быть реализовано следующим образом. Первоначально порядок операторов в Г' произволен (например, задается случайным механизмом генерации индексов i, $i=1, 2, \ldots, m$) Задается функция $\varphi: X \rightarrow \Gamma'$, отображающая $x_j \in X$, такие, что

$f(x_j) = \min\limits_{x_k \in \bar{S}} f(x_k)$ в порядковый номер оператора, т. е. для каждой вершины, выбранной для перенесения в S, операторы испытываются в порядке, установленном к данному моменту. Далее, в процессе анализа частичных поисковых деревьев те операторы, которые были применены и соответствуют дугам на оптимальном пути в этих деревьях, «поощряются» уменьшением их индекса в множестве Г', а примененные операторы, соответствующие дугам вне оптимального пути, «наказываются» увеличением индекса. Эта схема может быть усилена, так что операторы из некоторого подмножества $\Gamma'_r \subset \Gamma'$, $r=s$, s+1, …., m, в случае получения ими очередного «наказания» отбрасываются. В то же время к вершинам $x_j \in \bar{S}$, выбранным для генерации, применяется лишь ограниченное множество операторов $\Gamma'_p \subset \Gamma'$, $p=1, 2, \ldots$, s—1. В этом случае обновление Γ'_p происходит за счет перехода «наказанных» операторов из «высшей лиги» в «низшую» и замены их операторами из низшей лиги.

Кардинальное решение проблемы переупорядочения операторов следует искать на пути разбиения поисковых пространств на обладающие различными свойствами области в духе рассмотренных нами в задаче о миссионерах и людоедах или образов Сэндуолла.

Естественно предположить, что каждой такой области в результате накопления опыта или непосредственно из ее анализа можно было бы соотнести свое небольшое специализированное множество операторов. Такие множества могли бы составить основу для эффективного поиска решений, однако решение этой задачи является производным от более общей проблемы глобального исследования пространства поиска и преобразования определений, которая, как отмечалось выше, еще не нашла своего решения

Наше доказательство допустимости и оптимальности ДПС имело своей целью построение такой стратегии, которая находила бы наилучшие в смысле минимума оценочной функции решения. Из обсуждения, касающегося работы ДПС в случае большого числа равнокачественных альтернатив, ясно, что ДПС даже в большей степени подходит для поиска всех наилучших решений, чем для поиска только одного такого решения. Это вытекает из того, что если алгоритм ДПС нашел наилучшее решение, то к этому моменту он либо раскрыл остальные лучшие решения, либо находится весьма близко к их раскрытию. Однако часто, в особенности для больших поисковых пространств, ставится задача поиска любого решения В этом случае применение ДПС является весьма неэффективным опять-таки в силу параллельного исследования равнокачественных альтернатив.

Таким образом, при необходимости найти любое решение целесообразен сознательный отказ от допустимости алгоритма и использование других поисковых стратегий. В частности, хорошо для этой цели могут подойти стратегии с большим ω в формуле (11. 17).

11.4. Двунаправленный поиск решения в пространстве состояний

В случае, когда целевое состояние задано явным образом, возможно осуществлять поиск решения в графе как от начальной вершины к конечной, так и от конечной вершины к начальной. Эти два направления поиска могут быть объединены в единый процесс двунаправленного поиска. Основанием для конструирования такого алгоритма является факт экспоненциального роста поисковых деревьев и предположение, что при этом два более коротких диаметра поиска будут генерировать меньше вершин, чем один длинный (здесь под *диаметром поиска* мы понимаем глубину проникновения механизма генерации в поисковом пространстве, т. е длину максимально удаленного от начала поиска пути).

Мы вновь вводим некоторую оценочную функцию для управления поиском. Однако, поскольку поиск производится в двух направлениях, оценочная функция должна быть определена для обоих направлений — прямого *(F)* и обратного *(В)* Пусть она равна f_F и $f_в$ соответственно. В следующем определении алгоритма сохраняются все обозначения из предыдущего параграфа, a_{min} равна текущему минимуму стоимости уже найденного пути, $\bar{T}$ и T — множества вершин-кандидатов и генерированных вершин в направлении *В*, $f_F(x)=g_F(x)+h_F(x)$, $f_B(x)=g_B(x)+h_B(x)$, где $h_F(x)$ и $h_B(x)$ — оценки минимальных стоимостей путей $\mu(x_1, \ldots, x_t)$ и $\mu(x_0, \ldots, x_t)$ соответственно.

1) Поместить x_0 в $\bar{S}$ и вычислить $f_F(x_0)$, поместить x_t в $\bar{T}$ и вычислить $f_B(x_t)$. Установить $a_{min}=\infty$.
2) Выбрать направление *F* (продолжать) или *В* (к шагу 4).
3) Выбрать такую $x \in \bar{S}$, что $f_F(x)=\min\limits_{y\in\tilde{S}} f_F(y)$. Поместить

x в $\bar{S}$ (изъяв ее из $\bar{S}$) и проверить все $x_i \in \Gamma(x)$ на следующие возможности:

а) Если $x_i \notin S \bigcup \bar{S}$, то поместить ее в $\bar{S}$.

б) Если $x_i \in \Gamma(x) \cap \bar{S}$, то сопоставить x_t наименьшую из старой и вновь полученной оценку $f_F(x_i)$.
в) Если $x_i \in \Gamma(x) \cap S$, то сопоставить x_i наименьшую из старой и вновь полученной оценку $f_F(x_i)$, поместить x_i в $\bar{S}$ (изъяв ее из *S*).

г) В остальных случаях не делать никаких изменений в *S* и $\bar{S}$. К шагу 5.

4) Выбрать такую $x\in \bar{T}$, что $f_B(x)=\min\limits_{y\in\tilde{T}} f_B(y)$. Поместить x в T

(изъяв ее из $\bar{T}$) и проделать те же проверки, что и в шаге 3, относительно $x_i\in\Gamma^{-1}(x)$, используя T и $\bar{T}$. Продолжать.
5) Если $x\in S\cap T$, то $a_{\min}:=\min(a_{\min}, g_F(x)+g_B(x))$. Если $a_{\min} \leqslant \max\left[\min\limits_{x\in\tilde{S}} f_F(x),\ \min\limits_{x\in\tilde{T}} f_B(x)\right]$, то выход алгоритма, $a_{\min}$ дает

длину наилучшего пути. Иначе к шагу 2.
Трудности реализации двунаправленного поиска связаны с двумя вопросами: выбором метода определения направления генерации и оптимизацией «точки встречи» прямого и обратного поиска.
Одним из простейших правил выбора между направлениями *F* и *В* явилось бы правило эквидистантности от начальной и конечной вершины. Однако это привело бы нас фактически к малоэффективному

поиску в ширину как в прямом, так и в обратном направлениях. Поль включил в критерии выбора направления генерации размеры множеств $\bar{S}$ и $\bar{T}$, отражающие плотность дочерних вершин и сужающие поиск в случае предпочтения направления с меньшей мощностью множества. Правило выбора *«если* $|\bar{S}| \leq |\bar{T}|$, *то продолжать, иначе к шагу* 4», названное Полем *принципом сравнения мощности,* может быть подставлено в шаг 2 алгоритма двунаправленного поиска. Однако для случая бесконечного дизъюнктивного ветвления этот критерий, естественно, не годится. В духе определения квазиконечного упорядочения качества было бы переформулировать правило выбора следующим образом: *«Если* $\bar{S}$ *содержит меньше вершин с наилучшим качеством, продолжать, иначе к шагу* 4».

Более сложным является вопрос об управлении точкой встречи прямого и обратного поиска. Мы должны разрешить противоречие, органически присущее эвристическому поиску: эвристическая функция вводится для того, чтобы сделать поиск более направленным, и с этой точки зрения целесообразно, чтобы стратегия поиска обеспечивала исследование относительно узких областей в окрестности оптимального пути. Однако при этом возникает риск, что пути, полученные в прямом и обратном направлениях, разойдутся. Поскольку ДПС допустима, то оптимальный путь будет получен, но ожидаемые преимущества двунаправленного поиска не будут реализованы. Более того, если встреча произойдет в районе начальной (конечной) вершины, то эффективность двунаправленного поиска будет ниже, чем у поиска в одном направлении. Таким образом, встает задача привести поисковые деревья к такой точке встречи, чтобы длина путей в направлениях *F* и *B* $\mu_F=\mu_B$. Один из способов решения этой задачи — определение промежуточной вершины x_i такой, что

$$h_F(x_i) \cong h_B(x_i) \cong {}^1/{}_2 h_F(x_0). \tag{11.25}$$

Другими словами, мы пытаемся направить поиск к промежуточной вершине как в направлении *F,* так и в направлении *B,* что не означает, конечно, что встреча произойдет именно в этой точке. Это решение в духе редукционного подхода, напоминающее идею ключевых состояний и операторов.

Другой возможностью является непрерывное обновление эвристической функции с целью направить поиск в одном из направлений к фронту поиска в противоположном направлении. Это может быть сделано изменением целевой вершины при каждой перемене направления поиска: в качестве целевой вершины выбирается последняя вершина, исследованная в противоположном направлении (т. е. последняя вершина, помещенная в список S или T).

Мы рассмотрим одну из возможностей управления эвристической функцией h_X с помощью оценочной функции f_Y, где X и Y— противоположные направления. Пусть произошел переход от генерации вершин в направлении X к генерации в направлении Y (X и Y могут быть как F, так и B). Мы оцениваем ситуацию в поисковом пространстве с позиций оценочной функции $f_X(x)$, где x—последняя генерированная вершина в направлении X, т. е. $x \in S$, если $X=F$, и $x \in T$, если $X=B$. Предположим, что в направлении Y имеется множество вершин-кандидатов $y \in \bar{S}$, если $Y=F$, и $y \in \bar{T}$, если $Y=B$. Поиску в направлении X соответствует оценочная функция

$$f_X(x)=g_X(x)+h_X(x), \tag{11.26}$$

в направлении Y —

$$f_Y(y)=g_Y(y)+h_Y(y) \tag{11.27}$$

(аргументы в дальнейшем опускаем).

Рассмотрим два варианта:

1. С позиций f_X суммарный путь не дешевле g^*, где g^* — действительная стоимость, т. е. $f_X \le g_X+g_Y$. Учитывая (11.26), получаем для этого варианта $h_X \le g_Y$. В этом случае мы заключаем, что поиск со стороны Y зашел слишком далеко (заметим, что g_X — истинная стоимость оптимального пути в направлении X). Следует переопределить оценочную функцию для $y \in Y$ таким образом, чтобы она выбирала для генерации те вершины, которые находятся ближе к фронту глубины g_X. Иначе говоря, следует, чтобы f_Y более реалистично оценивала суммарную длину g_X+g_Y. Для этого достаточно, чтобы $f_Y \ge f_X$, откуда, так как $h_X \le g_Y$, $h_Y \ge g_X$ для всех $y \in Y$. Если же для некоторых $y \in Y$ $h_Y<g_X$, то устанавливается $h_Y=g_X$.

2. С позиций f_X суммарный путь дешевле, чем g^*, т. е. $f_X > g_X + g_Y$ или $hX>g_Y$. В этом случае, в силу ограниченности ДПС итого, что $x \in X$, $g_X+g_Y<f_X \le g^*$, так что f_X представляет собой нижнюю оценку наилучшего решения. Поэтому можно положить $f_Y \ge f_X$, откуда получаем $h_Y \ge f_X — g_Y$. В случае невыполнения последнего неравенства устанавливается $h_Y= f_X — g_Y$. Мы объединим эти два варианта в один, записав

$$h_Y \ge g_X + (h_x \dot{-} g_Y), \tag{11.28}$$

где

$$a \dot{-} b = \begin{cases} 0, & a \leqslant b, \\ a-b, & a > b. \end{cases}$$

Формула (11.28) дает нам возможность обновлять эвристическую функцию для поиска в направлении Y после каждого перехода к этому поиску от поиска в направлении X.

11.5. Поиск решения в пропозициональных графах

11.5.1. Алгоритм поиска минимального решающего графа.

Мы ставим проблему решения задачи путем сведения ее к подзадачам как *поиск минимального решающего графа в неявно заданном пропозициональном графе.*

Определим понятие минимального решающего графа. С эгой целью мы связываем с каждой дугой пропозиционального графа меру сложности, или стоимость дуги. Определим *стоимость графа* как сумму стоимостей всех его дуг. Тогда решающий граф, имеющий минимальную стоимость, называется *минимальным решающим графом.* Соответственно *минимальным путевым графом из* $s_1, s_2, .., s_k$ *в* $t_1, t_2, . . ., t_m$ называется путевой граф из $\{s_i\}$ в $\{t_l\}$, имеющий минимальную стоимость.

Введем ряд дополнительных определений. Мы по-прежнему называем применение оператора сведения задачи к подзадачам, порождающее из некоторой вершины s ее дочерние вершины $s_1, s_2, . . ., s_k$, *генерацией, или раскрытием вершины* s Очевидно, что конечная вершина никогда не раскрывается. Вершина, не являющаяся конечной и которая еще не генерирована, называется *кандидатом на генерацию.* Пусть $S = S_1S_2. . S_k$— конъюнкция. Конъюнкция называется *раскрытой* тогда и только тогда, когда раскрыты все не являющиеся конечными вершины $s_1, s_2, . . ., s_k$. Пусть $s=\{s_{ij}/i=1, 2, . . ., q\}$ — множество начальных вершин и для s задана некоторая импликанта $P= N_1N_2. . .N_r$. Мы связываем с каждой такой импликантой оценочную функцию $f(P)=g(P)+h(P)$, где $g(P)$ — оценка стоимости минимального путевого графа из вершин $s_1, s_2,. . ., s_q$ в вершины $n_1, n_2, . . ., n_r$, $h(P)$— оценка стоимости минимального решающего графа, начинающегося в вершинах $n_1, n_2, . . ., n_r$. Соответствующие истинные значения обозначим через $g^* (P)$ и $h^*(P)$. Заметим, что в минимальном решающем графе

$$h^* (P) \leqslant \sum_{i=1}^{r} h^* (N_i)$$

(11.29)

(для пропозициональногодерева верно равенство).

Основываясь на оценочной функции *f(P),* мы можем построить алгоритм поиска решения в пропозициональном графе. Стратегия поиска напоминает ДПС, но существенно отличается от нее способом образования кандидатов на генерацию. Однако благодаря этому мы сможем доказать допустимость и оптимальность этого алгоритма. План дальнейшего изложения состоит в том, чтобы формально определить алгоритм, доказать его допустимость и оптимальность, а затем рассмотреть связь выбранной стратегии с ДПС и некоторые другие стратегии.

В приведенном ниже алгоритме $W=\{W_j\}$ — множество конъюнкций, соответствующих вершинам-кандидатам на генерацию, $V(P)$ — множество импликант S, получаемых из высказываний P замещением каждой N_i, не являющейся конечной, одной из ее непосредственных импликант $(P = N_1N_2. . .N_r)$, S— высказывание, связанное с начальными вершинами, R — множество конъюнкций, соответствующих уже генерированным вершинам.

1) Положить $W=\{S\}$, $R = \varnothing$.

2) Вычислить $f(Q)$ для каждого $Q \in W$. Выбрать такое $P \in W$, что $f(P) = \min_{Q\in W} f(Q)$. В случае равенства выбор произволен с предпочтением $Q \in T$, T — множество высказываний, соответствующих конечным вершинам.

3) Пусть $P = N_1N_2. \ldots N_r$, N_i—высказывания, связанные с вершинами n_i, $i = 1,2, \ldots, r$. Если все n_i — конечные вершины, выход с решающим графом. Иначе раскрыть все нераскрытые вершины n_i, не являющиеся конечными.

4) Положить $R=R\bigcup\{P\}$, $W=(W\bigcup V)\backslash R$. Если $W=\varnothing$, выход, решающего графа нет. Иначе к шагу 2.

Пример. Рассмотрим граф на рис. 11.3, *а.*

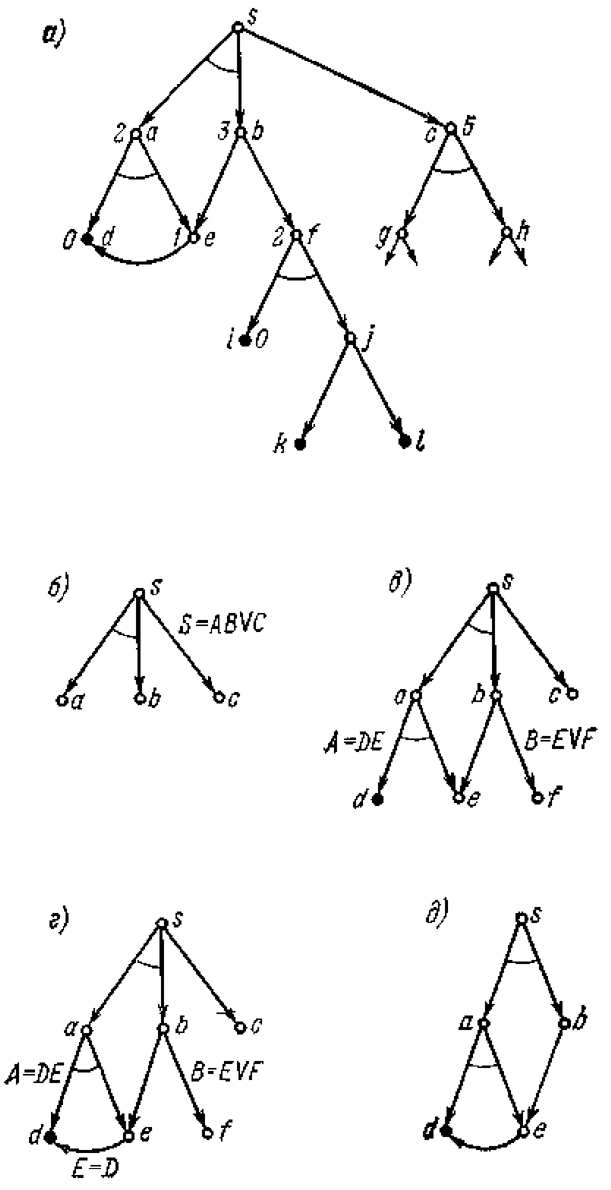


Рис. 11.3. Пример работы алгоритма: *а)* исходный граф, *б), в), г)* шаги алгоритма, *д)* решающий граф.

Положим $h(P) = r - 1 + \min\{h(N_1), h(N_2), ..., h(N_r)\}$. Числа рядом с вершинами *n*— оценки *h(N).* Стоимости дуг положены равными единице. Последовательные шаги алгоритма представлены на рис. 11.3, *б, в, г* соответственно.

1) Раскрытие *s*. $W=\{AB, C\}$, $R = \{S)$, $V=\{AB, C)$.

$h(AB) = (2-1) + \min(h(A), h(B)) = 1+\min(2, 3)=3.$

$f(AB)=2+3=5$, $f(C) = 1+5=6$.

Выбираем *AB* для дальнейшего раскрытия.

2) Раскрытие *a* и *b*. Поскольку $AB=DE(E+F)=DE+DEF$, то $V=\{DE, DEF\}$, $R = \{S, AB\}$, $W= \{DE, DEF, C\}$.

$h(DE)=(2-1)+\min(h(D), h(E)) = 1+\min(0, 1) = 1$.

$h(DEF)=(3\text{-}1)+ \min (h(D), h(E), h(F))=2+\min(0,1, 2) =2$.

$f(DE)=5+1=G$, $f(DEF)=5+2=7$, $f(DE)=f(C)$.

Предположим, что для раскрытия выбрано *DE*.

3) Раскрытие *e*. Поскольку $DE=D$, то $V=\{D\}$, $R = \{S, AB, DE\}$, $W=\{D, DEF, C\}$, $h(D)=0$, $f(D)=6+0=6$, $f(D)=f(C)$.

D — конечная вершина, поэтому выбираем *D*. Алгоритм заканчивает работу с решающим графом, представленным на рис. 11.3, *д*.

Заметим, что в приведенном алгоритме не указаны некоторые детали, например, расстановка указателей для извлечения решения и т. д.

11.5.2. Свойства алгоритма поиска минимального решающего графа.

Допустимость.

Л е м м а 11.1. *Пусть $h(Q) \le h^*(Q)$ для всех Q, являющихся импликантами S. Если имеется минимальный решающий граф, то алгоритм выбирает такую импликанту P, что $f(P) \le f^*(S)$.*

Доказательство. Пусть G_m— минимальный решающий граф, G_Q — частично раскрытый граф, $G_Q \subseteq G_m$, порожденный к моменту выбора *P*. Пусть $q_1, q_2, . . ., q_r$ — конечные и нераскрытые вершины G_Q. Тогда $Q=Q_1Q_2. . . . Q_r$— импликанта *S*, $Q \in W$. В силу минимальности G_m и $G_Q \subseteq G_m$ $f^*(S)=f^*(Q)$ и $g(Q)=g^*(Q)$. Так как $h(Q) \le h^*(Q)$, то

$$f(Q) \le g^*(Q)+h^*(Q)=f^*(Q)=f^*(S),$$

Но так как $f(P) = \min\limits_{Q \in W} f(Q)$, то

$$f(P) \le f(Q \le f^*(S). \tag{11.30}$$

Назовем пропозициональный граф *G* δ-*графом,* если стоимость всех дуг *G* не менее, чем δ.

Теорема 11.6. *Пусть $h(Q) \le h^*(Q)$ для всех Q, являющихся импликантами S. Для всех δ-графов алгоритм поиска минимального решающего графа допустим.*

Доказательство. Предположим, что δ-граф *G* содержит минимальный решающий граф G_m. Докажем последовательно следующие три утверждения:

1) Алгоритм закончит работу.
2) Алгоритм закончит работу с решающим графом.
3) Алгоритм закончит работу с минимальным решающим графом.

1) Рассмотрим $Q \in W$, $Q=N_1N_2...N_n$ такую, что вершины $n_1, n_2, ..., n_r$ находятся на расстоянии *d* от ближайшей из начальных вершин. Тогда $f(Q) \ge d\delta$. Следовательно, если имеемся G_m с $f^*(S)$, для всех импликант *Q* с вершинами $n_1, n_2, ..., n_r$ удаленных более чем на $f^*(S)/\delta$ от ближайшей из начальных вершин, $f(Q)>f^*(S)$. Но по лемме 11.1 алгоритм выберет такую *P*, что $f(P) \le f^*(S)$. Следовательно, *Q* не будет выбрана алгоритмом, и поэтому он закончит работу.

2) Алгоритм не может закончить на шаге 4, так как имеется минимальный решающий граф, и $W \ne \varnothing$. Тогда остановка может произойти только на шаге 3, т. е. с решением.

3) Пусть *T* — импликанта, выбранная алгоритмом непосредственно перед окончанием его работы. По лемме 11.1 $f(T) \le f^*(S)$. Тогда $f^*(T) \le f(T) \le f^*(S)$. Поскольку $f^*(T)$ не превосходит минимальной стоимости, то $f^*(T)$ минимальна.

Оптимальность. Поскольку для доказательства допустимости алгоритма мы наложили ограничение $h(Q) \le h^*(Q)$, то очевидно, что в пределах этого ограничения, в зависимости от конкретных значений *h(Q),* существует множество допустимых алгоритмов. Мы хотели бы выбрать из них такой алгоритм, который обладал бы наибольшей эффективностью в том смысле, что он раскрывал бы при нахождении минимального решения минимальное количество вершин. Таким образом, накладывая некоторые дополнительные ограничения на эвристическую функцию *h,* мы докажем оптимальность алгоритма в указанном выше смысле. Следует подчеркнуть, что вновь, как и в задачах поиска пути минимальной стоимости, оптимальность доказывается лишь в классе допустимых алгоритмов. Вводятся следующие дополнительные ограничения на эвристическую функцию:

1) Для всех *P*, являющихся импликантой *S* и содержащих высказывания, связанные только с конечными вершинами,

$$h(P) \equiv 0. \tag{11.31}$$

2) Для любых *Q,* являющихся импликантой *S,* и *P*, являющихся импликантой *Q,*

$$h(Q)-h(P) \le k(Q, P), \tag{11.32}$$

где $k(Q, P)$— стоимость минимального путевого графа из$\{q_i\}$ в$\{p_j\}$.

Лемма 11.2. *Если алгоритм, управляемый оценочной функцией, удовлетворяющей* (11.32), *выбирает импликанту P, то* $g(P)=g^*(P)$.

Доказательство. Предположим, что $g(P)>g^*(P)$. Пусть $P=P_1P_2 \ldots P_r$. Существует минимальный путевой граф G_0 из начальных вершин в $p_1, p_2, \ldots, p_r$, частично раскрытый в силу $g(P)>g^*(P)$. Пусть $q_1, q_2, \ldots q_m$— все конечные и нераскрытые вершины в G_0. Очевидно, что $Q\in W$, $Q=Q_1Q_2\ldots Q_m$, а P является импликантой Q. Поскольку G_0— минимальный путевой граф, $g(Q)=g^*(Q)$. По предположению леммы и из определения функции $g^*(P)$

$$g(P)>g(Q)+k(Q, P). \qquad (11.33)$$

Добавляя $h(P)$ к общим частям неравенства (11.33), получаем $g(P)+h(P)>g(Q)+h(P)+k(Q, P)$ и в силу (11.32) $f(P)>f(Q)$. Но это означало бы, что алгоритм выберет импликанту Q, что противоречит условию леммы. Поэтому

$$g(P)=g^*(P). \qquad (11.34)$$

Теорема 11.7. *Пусть* $\sum_1$ *и* $\sum_2$ *— две допустимые стратегии, управляемые эвристическими функциями* h_1 *и* h_2 *соответственно. Если*

1) *для всех P, являющихся импликантами S и содержащих по крайней мере одно высказывание, связанное с неконечной вершиной,* $h_1(P)>h_2(P)$;

2) *удовлетворяются ограничения* (11.31) *и* (11.32), *то для любого δ-графа, имеющего минимальный решающий граф, импликанта, выбираемая* $\sum_1$ *будет также выбираться* $\sum_2$.

Доказательство. Пусть $P_1, P_2, \ldots$— последовательность импликант, выбранных $\sum_1(P_1=S)$. Предположим, что теорема неверна. Тогда существует P_k такая, что она выбирается $\sum_1$, но не выбирается $\sum_2$. Тогда для $\sum_2$ $f_2(P_k)\geq f^*(S)$ или $h_2(P_k)>f^*(S)-g_2(P_k)$. Так как P_k— первая импликанта, выбранная $\sum_1$ и не выбранная $\sum_2$, то $\sum_2$, так же как и $\sum_1$ успела породить последовательность импликант $P_1P_2, \ldots, P_k$. Но по лемме 11.2 для $\sum_1$ $g_1(P_k) = g^*(P_k)$. Тогда по построению алгоритма для $\sum_2$ $g_2(P_k) = g^*(P_k)=g_1(P_k)$. Следовательно, $h_2(P_k)\geq f^*(S)—g^*(P_k)$. Для $\sum_1$ получаем (по лемме 11.1) $g_1(P_k)+h_1(P_k)\leq f^*(S)$, откуда, учитывая лемму 11.2, $h_1(P_k)\leq f^*(S)—g^*(P_k)$ и, наконец, $h_1(P_k)\leq h_2(P_k)$, что противоречит условию 1 теоремы.

Следствие. *При условиях теоремы* 11.7 *каждая вершина, раскрываемая* $\sum_1$ *раскрывается* $\sum_2$.

Мы уже упоминали выше, что рассмотренная стратегия поиска решающего графа напоминает ограниченную ДПС, определенную (11.6). Однако имеется одно существенное различие: алгоритм поиска решающего вывода в графе вывода на каждом шаге генерирует *только один* кандидат на вывод, т. е. по определению кандидата на вывод в направлении *B, точно один акт вывода и его посылки* присоединяются к исходному РВ. В алгоритме раскрываются одновременно *все* еще не раскрытые вершины. В терминах обобщенного представления это означает, что кандидатом на вывод в направлении *B* является вывод *D*, если он содержит уже генерированный РВ $D_0 \subseteq D$, уже генерированные акты вывода, принадлежащие D_0, и для каждой посылки D_0— один акт вывода, который еще не генерирован и который имеет в качестве заключения эту посылку.

Смысл параллельного анализа всех нераскрытых вершин заключается в том, что если вывод (или, что то же самое, частично раскрытый путевой граф) зачислен в кандидаты на генерацию с определенной оценкой, то он будет иметь эту оценку все время, пока не будет раскрыт (или пока алгоритм не закончит работу). Это условие всегда удовлетворяется для поиска в пространстве состояний. Однако структура пространства поиска в пропозициональных графах существенно сложнее, и в общем случае вывод, который на данном шаге является кандидатом на генерацию, затем может перестать быть им и не будет генерирован на более поздних стадиях, поскольку данный вывод может стать частью вывода, который имеет худшее качество, чем другие кандидаты.

Оптимальность алгоритма покупается за счет параллельного исследования всех вершин, дочерних по отношению к конъюнктивной, и поэтому он весьма близок к классу алгоритмов поиска в ширину, т. е. алгоритмов, весьма слабо управляемых эвристической функцией. С этой точки зрения он является относительно неэффективным, а оптимальность его не играет большой роли, так как доказана в классе допустимых алгоритмов, также слабо управляемых функцией *h*.

Мы имеем две возможности сделать поиск решающего графа более направленным. Первая из них заключается в том, чтобы модифицировать алгоритм, допустив раскрытие только одной вершины. Легко сделать это, внеся изменения в шаге 3 и в определение множества *V* исходного алгоритма.

3) Пусть $P=N_1N_2. . . N_r$, N_i — высказывания, связанные с вершинами n_i, i=1,2, . . ., r. Если все n_i— конечные вершины, выход с решающим графом. Иначе раскрыть нераскрытую вершину n_k, $1 \le k \le r$, такую, что $f(N_k) = \min\limits_i f_k(N_i)$.

Определение множества *V*. *V(P)* — множество импликант *S*, получаемых из высказываний *P* замещением каждой раскрытой N_i, не являющейся конечной, одной из ее непосредственных импликант ($P=N_1N_2. . . N_r$).

Легко видеть, что с этими модификациями алгоритм становится частным случаем алгоритма поиска решающего вывода в графе вывода. Как показано в п.11.2, этот алгоритм, управляемый оценочной функцией $f(P)=g(P)+h(P)$, допустим. Однако оптимальность этого алгоритма не может быть установлена по следующей причине. При доказательстве оптимальности необходимо показать, что если акт вывода генерируется стратегией $\sum_1$ с эвристической функцией h_1, то он также генерируется и $\sum_2$, управляемой такой эвристической функцией h_2, что $h_2<h_1$. Далее, для $\sum_2$ надо показать, что этот акт принадлежит кандидату на вывод лучшего качества, чем минимальное решение, и поэтому он генерируется перед окончанием алгоритма. Этот прием работает для тех случаев, когда выбранный в качестве кандидата вывод остается кандидатом неизменного качества, пока он не будет выбран для генерации (поиск пути минимальной стоимости, алгоритм). В нашем же случае качество вывода может стать хуже и тогда акт вывода, принадлежащий ранее кандидату на вывод, имевшему стоимость, меньшую стоимости минимального решения, будет теперь принадлежать только кандидатам с худшим, чем у решения, качеством.
Вторая возможность повышения эффективности поиска—управление с помощью оценочной функции вида $h(P)$, т. е. без учета стоимости уже построенного частично раскрытого путевого графа.

11.5.3. Поиск решающего графа в аддитивном пропозициональном графе.

Мы рассмотрим другое возможное обобщение алгоритма поиска минимального решающего дерева. Это обобщение, называемое *поиском решающего графа в аддитивном пропозициональном графе,* представляет интерес по нескольким причинам. Во-первых, на этом алгоритме мы продемонстрируем отличный от импликативного метод определения разрешимых вершин и решающих графов, хорошо реализуемый в списочных структурах,— так называемый метод указателей. Во-вторых, на примере работы этого алгоритма мы проиллюстрируем изложенный выше тезис об ухудшении качества вывода при раскрытии одной вершины, дочерней для конъюнктивной и имеющей минимальную стоимость. В-третьих, рассмотрение этого алгоритма даст нам повод к обсуждению проблемы уменьшения избыточности при представлении редукционных систем графами, а не деревьями.
Предположим, что нам дано пропозициональное дерево. Естественно, что одинаковые подзадачи, возникающие в ходе разбиения задач более высокого уровня, представляются в дереве различными вершинами.

Аддитивный пропозициональный граф может быть получен из такого дерева, если

1) Одинаковые подзадачи в дереве идентифицируются как корни одних и тех же поддеревьев и представляются одной вершиной в графе без циклов.

2) Стоимость решающего подграфа приравнивается стоимости соответствующего решающего поддерева, т. е. мера сложности решения идентифицированных подзадач вычисляется один раз, но прибавляется к стоимости решающего подграфа столько раз, сколько она встречается.

На рис. 11.4, *а* представлен пример аддитивного пропозиционального графа, а на рис. 11.4, *б, в* даны его решающие графы.

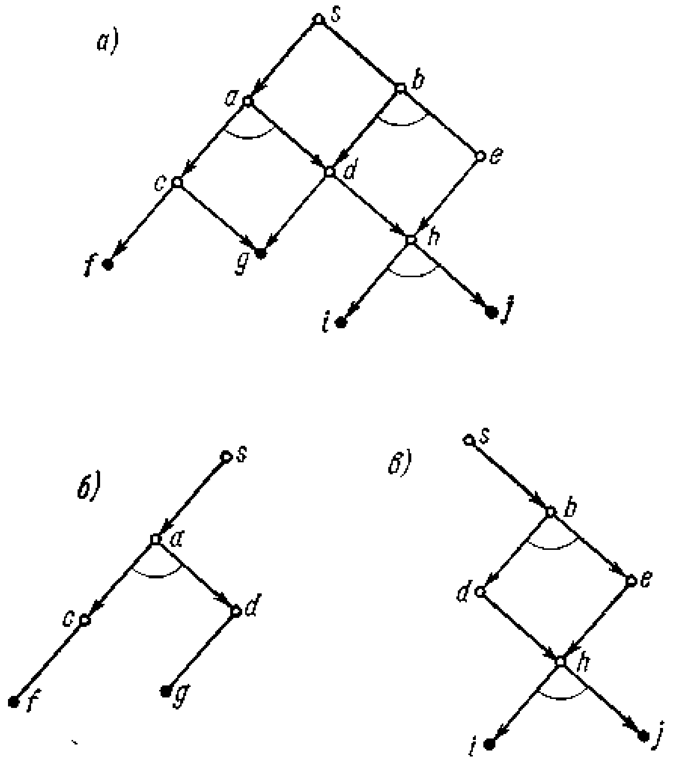


Рис. 4.4. Аддитивный пропозициональный граф *(а)* и его решающие графы *(б, в)*.

В таблице 11.3 показаны стоимости этих решающих графов, подсчитанные для общего вида пропозиционального графа и аддитивного пропозиционального графа, в предположении единичных стоимостей дуг.

Таблица 11.3

Вид пропозиционального графа	Стоимость решающего графа	
	рис. 4.4, б	рис. 4.4, в
Общий вид (сумма стоимостей всех дуг)	5	7
Аддитивный (сумма стоимостей решающих поддеревьев)	5	9

Заметим, что неравенство (11.29) в последнем случае превратилось бы в равенство в силу указанного в пункте 2.

В общем, *стоимость решающего графа* определяется рекурсивно следующим образом:

1) С каждой конечной вершиной связывается стоимость C= 0.
2) Стоимость, связанная с любой другой вершиной x,

$$C(x)=\sum_{i=1}^{k}(C_i+c(x,\ x_i)) \quad (11.35)$$

как для дизъюнктивных, так и для конъюнктивных вершин. Здесь x_i, i=l, 2, . . ., k,— дочерние вершины вершины x, $c(x, x_i)$— стоимость дуги, связывающей x с x_i.

3) Стоимость, связанная с начальной вершиной, есть стоимость решающего графа.

Будем считать также, что все вершины аддитивного пропозиционального графа либо конъюнктивные, либо дизъюнктивные (ранее мы допускали, чтобы одна и та же вершина могла быть по отношению к одним дочерним вершинам конъюнктивной, а по отношению к другим — дизъюнктивной). Остальные понятия являются стандартными для пропозициональных графов.

Решающий граф пропозиционального графа обладает следующими свойствами:

1) Если дизъюнктивная вершина включена в решающий граф, то *одна и только одна* ее дочерняя вершина также включена в решающий граф.

2) Если конъюнктивная вершина включена в решающий граф, то *все* ее дочерние вершины также включены в решающий граф.

Мы уже упоминали выше, что для указания частично построенного графа минимальной стоимости используется метод указателей. Это означает, что на каждом шаге цепочка указателей, начиная от начальной вершины, определяет текущего кандидата в решающий граф и следующую генерируемую вершину. Эта же цепочка указателей используется для извлечения ответа в конце работы алгоритма. Образование цепочки указателей управляется обновлением оценок вершин, предшествующих раскрываемым во время работы алгоритма. Заметим, что, в отличие от алгоритма, где раскрывались все вершины, данный алгоритм существенно зависит от работы механизма образования указателей.

За оценку стоимости вершины мы будем принимать стоимость минимального решающего графа, начинающегося в этой вершине. Эта оценка является эвристической функцией $h(x)$.

Алгоритм поиска решающего графа в аддитивном пропозициональном графе представляется следующими шагами:

1) Выбрать начальную вершину x_0.

2) Если x_0 разрешима, то выход с решающим графом, получаемым, начиная с x_0, прослеживанием направлений указателей вплоть до конечных вершин. Иначе продолжать.

3) Проследить указатели от x_0 к вершине x и раскрыть ее. Пусть вершины, дочерние по отношению к x, — x_i, $i = 1, 2, \ldots, k$.

4) Обновить оценки и направления указателей вершины x и всех вершин, предшествующих x, по следующим правилам:

а) если x_i уже раскрывалась ранее, она уже имеет оценку $h(x_i)$;

б) если x_i раскрыта впервые, то если x_i— конечная вершина, $h(x_i)=0$, то x_i отмечается как разрешимая; если x— дизъюнктивная вершина, $h(x) = \min\limits_{i} (h(x_i) + c(x, x_i))$, то направить указатель от x к x_i и в случае разрешимости x_i отметить вершину x как разрешимую; если x— конъюнктивная вершина, $h(x) = \sum\limits_{i=1}^{k} (h(x_i)+c(x, x_i))$, то направить указатель от x к той из не отмеченных как разрешимая вершин x_i, которая имеет наибольшую оценку, и в случае разрешимости всех x_i отметить x как разрешимую;

в) повторить процедуру обновления оценок и направления указателей для всех вершин, предшествующих x, вплоть до начальной вершины. К шагу 2.

Следует сделать ряд замечаний к этому алгоритму.

1) Мы выбираем направления указателя от конъюнктивной вершины к той из ее дочерних вершин, которая имеет наибольшую оценку. Эвристическое основание для такого выбора состоит в том, что мы хотим как можно раньше опровергнуть гипотезу о том, что построенный к настоящему моменту частично раскрытый граф является верхней частью решающего графа. Действительно, если конъюнктивная вершина x на самом деле входит в решающий граф, то порядок раскрытия ее дочерних вершин безразличен, поскольку придемся раскрыть все дочерние вершины. Но если это не так, то желательно отбросить x и граф, начинающийся с x, как можно быстрее. Мы предполагаем, что выбор вершины x с максимальной оценкой в наибольшей степени повысит суммарную стоимость построенного графа.

2) Поскольку в аддитивном графе между двумя вершинами может быть больше одного пути, обновление оценки в данной вершине может происходить несколько раз. Тем не менее эта процедура закончится, поскольку граф не имеет циклов.

На рис. 11. 5 показан пример поиска минимального решающего графа в графе (рис. 11.5, *а*). Стоимости дуг приравнены единице. Числа, стоящие рядом с вершинами, являются оценками стоимости минимального решающего графа, начинающегося с этой вершины. Разрешимые вершины отмечены жирными точками. На рис. 11.5, *б*—11.5, *ж* показаны шаги алгоритма с обновленными оценками, указателями и последовательной отметкой разрешимых вершин. На рис. 11.5, *з* представлен решающий граф.

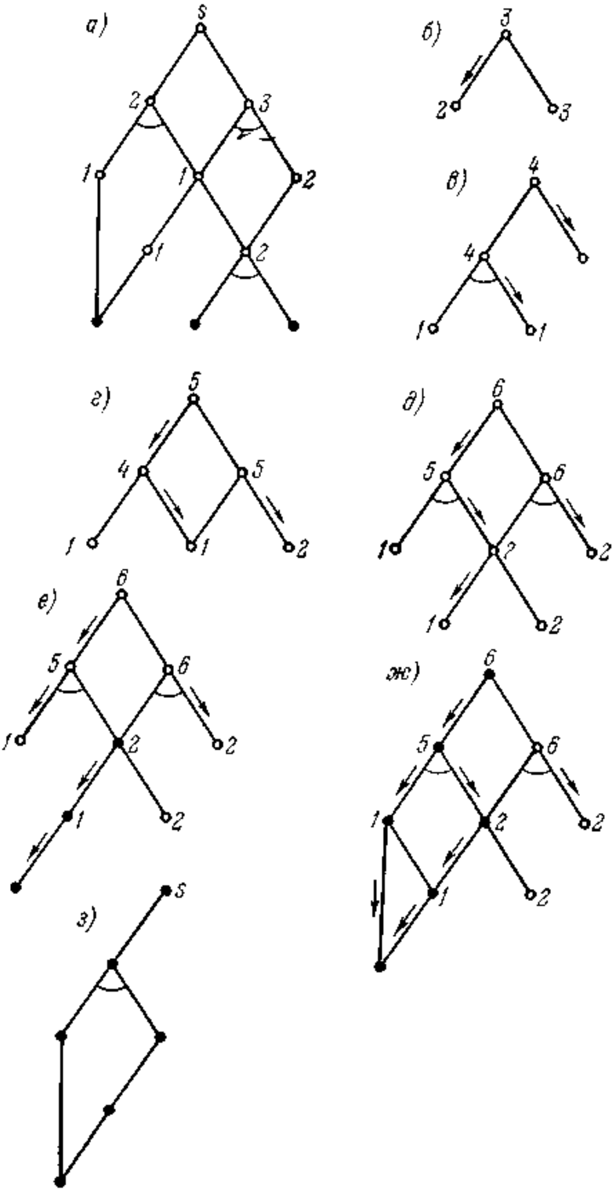


Рис. 11.5 Пример работы алгоритма а) исходный граф, *б), в), г), д), е), ж)* шаги алгоритма, з) решающий граф.

Использование в рассмотренных алгоритмах пропозициональных графов вместо деревьев устраняет избыточность, возникающую, когда порождаются идентичные подзадачи, а дальнейший поиск идет так, как будто бы они являются различными. Это приводит в дальнейшем к независимому, выращиванию эквивалентных поддеревьев, соответствующих сведению идентичных задач к их подзадачам. Таким образом, представление в виде пропозициональных деревьев может в значительной степени снизить эффективность алгоритмов. В то же время использование графов требует распознавания и идентификации одинаковых подзадач, что может представить некоторые трудности чисто вычислительного характера
Именно такой вид избыточности устраняется в аддитивных пропозициональных графах. Существует и другой вид избыточности. Он возникает, когда имеются различные сведения первоначальной задачи к одним и тем же подзадачам или, в терминологии обобщенного определения, различные выводы D имеют одинаковые посылки. Задачу можно поставить в более общем виде устранение избыточности в случае, когда множество подзадач, полученное с помощью одного вывода, является подмножеством множества подзадач, полученного с помощью другого вывода По-видимому, эта задача не может быть решена в связи с тем, что одни и те же акты вывода могут одновременно принадлежать различным выводам. Устраняя избыточный вывод путем ликвидации соответствующего акта вывода, мы можем одновременно потерять другие выводы, которые, возможно, затем окажутся кандидатами наилучшего качества.

12. Решения задач формирования определений методами доказательства определений

12.1. Структура процедур доказательства определений

В п. 10.5 отмечено, что для решения многих задач может потребоваться логический анализ. Для этих целей мы ввели формальный язык — исчисление предикатов, на котором можно формулировать исходные определения и делать из них логические выводы. Благодаря общности и логической силе язык исчисления предикатов может претендовать на использование его в машинном формировании определений для широкого класса задач.

В этом разделе мы сначала опишем теоретическую модель, являющуюся основой для построения многих практических методов, а затем приведем наиболее эффективные методы доказательства определений. Будем рассматривать процедуру доказательства определений как пару (T, ∑), где T— аксиомы и правила вывода, а ∑ — стратегия поиска для T.

Задача стратегии поиска состоит в том, чтобы выбрать из всего множества формул определений те, к которым на очередном шаге процедуры доказательства надо применять правило вывода. Задача правила вывода — получить непосредственное следствие из выбранного множества формул определений.

Для первых работ по доказательству определений характерно увлечение только системами вывода при полном забвении стратегий поиска. Однако последующие работы показали, что это совершенно недопустимо. Действительно, такие важные практические аспекты, как эффективность и полнота процедур доказательства определений, могут быть изучены только в контексте стратегий поиска.

Практически все ранние системы, доказывающие определения, либо пользовались упрощенной стратегией поиска (поиск в ширину) и направляли свои усилия только на выработку стратегий, ограничивающих правило вывода, либо, в лучшем случае, использовали при поиске только синтаксическую информацию (длина и уровень дизъюнктов). Кроме того, ранние программы не представляли пользователю адекватных средств для вмешательства в процесс доказательства с целью увеличения его эффективности. В них, например, для введения нового правила приходилось не только кодировать само правило, но и существенно изменять управляющую программу, задающую порядок взаимодействия нового правила с уже существующими. Весьма затруднена была также и возможность сравнения различных стратегий, необходимая для учета специфики конкретных областей применения. Эксперименты, проведенные с ранними программами доказательства определений, показали, что они не обладают мощностью, достаточной для решения задач практической степени сложности.

Увеличение эффективности программ, доказывающих определения, осуществляется в основном за счет использования в процессе доказательства семантической информации, встраивания специфических свойств конкретных теорий в правила вывода и алгоритмы унификации и предоставления пользователю возможностей вмешательства в процесс доказательства.

В следующем параграфе мы рассмотрим теоретические основы, используемые при построении большинства программ доказательства определений. Изложение материала будет основываться на принципе резолюции, позволяющем на одной теоретической базе рассмотреть основные проблемы, возникающие при доказательстве теорем.

12.2. Теоретические основы построения программ доказательства определений

В п.10.5 задача доказательства определений определена как в терминах выполнимости, так и в терминах выводимости. На практике используются оба подхода. В данном разделе изложение строится на основе понятия выполнимости. При этом подходе задача доказательства определений состоит в определении невыполнимости множества дизъюнктов, полученных из исходного множества формул исчисления предикатов (п. 10.5.2).

Невыполнимость множества S дизъюнктов обозначает, что S ложно (т. е. конъюнкция дизъюнктов множества S принимает значение F) при всех интерпретациях на любых областях. Данное определение не является конструктивным, так как невозможно рассмотреть все интерпретации на любых областях. Однако существует одна специальная область H такая, что S является невыполнимым тогда и только тогда, когда S является ложным при всех интерпретациях на этой области. Эта область называется *универсумом Эрбрана* для множества S и определяется следующим образом.

Пусть H_0—множество констант, появляющихся в множестве S дизъюнктов. Если в S нет констант, то в H_0 включается некоторая константа, например, $H_0=\{a\}$. Для i=0,1,2, . . .H_{i+1} есть объединение H_i и множества всех термов в форме $f^n(t_1, . . ., t_n)$ для всех n-местных функций f^n, встречающихся в S, где t_j, j=1, . . ., n, есть члены множества H_i. Тогда будем $H=H_\infty$, называть *эрбоановским универсумом S*, а H_i — его уровнем i.

Пример 12.1. Пусть

5 = $\{P (x) \vee Q (a) \vee \sim P (f (x)), \ \sim Q (b) \vee P (g(x))\}$.

Тогда

$H_0 = \{a, b\}$,

$H_1\{a, b, f(a), f(b), g(a), g(b)\}$,

$H_2 = \{a, b, f(a), f(b), g(a), g(b), f(f(a)), f(f(b)), f(g(a)), f(g(b)), g(f(a)), g(f(b)), g(g(a)), g(g(b))\}$, ...

Пусть S — множество дизъюнктов, C — дизъюнкт множества S. *Фундаментальным примером дизъюнкта C* называется дизъюнкт, полученный замещением переменных в C членами эрбрановского универсума S таким образом, что все вхождения одной и той же переменной в C заменяются на один и тот же терм.

Эрбрановской базой множества S дизъюнктов называется множество всех фундаментальных примеров атомов в S.

Пример 12.2. Пусть $S = \{R(x),\ P(g(y)) \vee Q(y)\}$. Определим для данного множества S эрбрановский универсум, фундаментальный пример дизъюнкта $R(x)$ и эрбрановскую базу.

Эрбрановский универсум для S равен

$$H=\{a,\ g(a),\ g(g(a)),\ ...\}.$$

Фундаментальным примером дизъюнкта $R(x)$ является, например, дизъюнкт

$$R(g(a)).$$

Эрбрановской базой (A) для S является множество:

$$A = \{R(a),\ P(a),\ Q(a),\ R(g(a)),\ P(g(a)),\ Q(g(a)),\ ...\}.$$

Определим над эрбрановским универсумом для S специальный вид интерпретации, называемый H-интерпретацией для S.

Пусть S —множество дизъюнктов, H—эрбрановский универсум для S и I — интерпретация S над H. Интерпретация I называется *H-интерпретацией* S тогда и только тогда, когда она удовлетворяет следующим условиям:

1. I отображает все константы множества S сами в себя.
2. Пусть f есть n-местная функциональная буква и $h_1, . . ., h_n$ суть элементы H. В интерпретации I функциональной букве f ставится в соответствие функция, которая отображает $(h_1, . . ., h_n)$ в $f(h_1, . . ., h_n)$ (т. е. отображает H^n в H).

H-интерпретация не накладывает ограничений на соответствия, устанавливаемые для n-местных предикатных букв в S. Пусть $A = \{A_1, A_2, .. ., A_n, . . .\}$ является эрбрановской базой для S. Тогда H -интерпретация I может быть представлена множеством:

$$I=\{m_1,\ m_2,\ . . .,\ m_n,\ . . .\},$$

в котором m_j есть A_j или $\sim A_j$ для j = 1,2, . . . При этом, если m_j есть A_j, то A_j назначается значение T, иначе A_j назначается значение F,

Пример 12.3. Приведем для множества S из примера 12.2 некоторые H-интерпретации:

$I_1=\{R(a),\ P(a),\ Q(a),\ R(g(a)),\ P(g(a)),\ Q(g(a)),\ ...\}$,

$I_2= \{\sim R(a),\ \sim P(a),\ \sim Q(a),\ \sim R(g(a)),\ \sim P(g(a)), \sim Q(g(a)),\ ...\}$,

$I_3 = \{ R(a), \sim P (a), Q (a), R (g(a)), \sim P(g (a)), Q (g(a)),... \}$.

Для компактности будем записывать I_1 в виде $I_1= \{R(x),\ P(x),\ Q(x)\}$ или $I_1=\{R,\ P,\ Q\}$. Аналогично $I_2= \{\sim R, \sim P, \sim Q\}$, а $I_3= \{ R, \sim P, Q\}$.

Справедлива следующая теорема.

Теорема 12.1. *Множество S дизъюнктов невыполнимо тогда и только тогда, когда S ложно при всех H-интерпретациях S.*

Таким образом, для установления невыполнимости множества дизъюнктов достаточно рассматривать не все его интерпретации, а только *H*-интерпретации.

Приведем без доказательства теорему Эрбрана.

Теорема 12.2. *Множество S дизъюнктов невыполнимо тогда и только тогда, когда существует конечное невыполнимое множество фундаментальных примеров дизъюнктов в S.*

Приведенная формулировка теоремы Эрбрана является основой для процедуры опровержения (установления невыполнимости множества дизъюнктов). Действительно, будем для множества *S* дизъюнктов генерировать множества $S_1, \ldots, S_n, \ldots$, где S_i есть множество всех фундаментальных примеров S(H_i), полученных замещением переменных в S константами из уровня *i* множества *H*, для S. Будем последовательно проверять на ложность множества S_i, *i*=l,2, ... Теорема Эрбрана гарантирует, что если множество невыполнимо, то данная процедура обнаружит такое *n,* что S_n является ложным.

На этом принципе работали первые процедуры доказательства определений.

Основным комбинаторным препятствием для достижения эффективности подобных процедур является огромная скорость роста конечных множеств S, с ростом *i*. Для каждого конечного множества *S* дизъюнктов, которое невыполнимо и для которого фактически можно построить опровержение, существует по крайней мере одно конечное подмножество *P* эрбрановского универсума для *S,* имеющее приемлемые размеры, такое, что S*(P)* невыполнимо, причем *P* минимально (в том смысле, что *S*(Q) выполнимо для любого собственного подмножества Q множества *P).*

Ниже мы опишем основную идею принципа резолюции, являющегося теоретической базой для построения большинства методов доказательства определений.

Введем необходимые определения.

12.2.1. Алфавитный порядок символов.

Будем говорить, что множест во всех символов *упорядочено в алфавитном порядке,* если

1) символы расположены в таком порядке: переменные, функции, предикаты, связка отрицания;

2) символ функции (предиката) меньшей размерности предшествует символам функций (предикатов) большей размерности, а при равных

размерностях функции и предикаты упорядочены в алфавитном порядке предикатных и функциональных букв;
3) переменные расположены в алфавитном порядке.

12.2.2. Лексикографический порядок выражений.

Выражением будем называть термы и литеры. Множество всех выражений *упорядочено в лексикографическом порядке* посредством следующего правила: короткие выражения предшествуют длинным, а при равенстве длин выражений A и B раньше ставится выражение, у которого первый (первые) символ имеет ранний алфавитный порядок.

12.2.3. Подстановочные компоненты.

Подстановочная компонента — это выражение t/x, где x — переменная, t - терм, отличный от x, причем x называют переменной компоненты t/x, а t — термом компоненты.

12.2.4. Подстановки.

Множество подстановочных компонент попарно различными переменными называется *подстановкой* и записывается в виде $\alpha=\{t_1/x_1, \ \ldots, \ t_n/x_n)$. Применение подстановки к некоторой формуле A обозначает замену всех вхождений в A переменной x_i, $1\leq i\leq n$, на вхождение терма t_i. Получившуюся формулу будем обозначать $A\alpha$ и называть α-примером A.
Например, применив к формуле $R(x, f(y))$ подстановку $\alpha=\{\varphi(a)/x,$ $f(z)/y)$, получим α-пример $R(\varphi(a), f(f(z)))$.

12.2.5. Композиция подстановок.

Композицией αβ *двух подстановок* α и β называется результат применения β к термам подстановки α с добавлением из β всех подстановочных компонент, содержащих переменные, отсутствующие в α. Например, если $\alpha=\{f(x, y)/z\}$, $\beta=\{a/x, b/y, c/w, d/z\}$,*то*

$$\alpha\beta=\{f(a, b)/z, a/x, b/y, c/w).$$

Можно показать, что применение к литере P последовательности подстановок α и β дает тот же результат, что и применение к P подстановки αβ. Можно также показать, что композиция подстановок ассоциативна: $(\alpha\beta)\gamma=\alpha(\beta\gamma)$.

12.2.6. Унификация.

Множество литер $\{L_i\}$ называется *унифицируемым,* если существует такая подстановка α, что в результате применения ее к каждому элементу $\{L_i\}$ получаем, что $L_1\alpha=L_2\alpha=\ldots$ В этом случае подстановку α называют *унификатором* для $\{L_i\}$ и обозначают $\{L_i\}_\alpha$. Например, подстановка $\alpha=\{f(a)/x, \quad b/y\}$ унифицирует множестве литер $\{R(f(y), x), R(f(b), f(a))\}$ и дает в качестве ответа $\{R(f(b), f(a))\}$. *Наиболее общим* (простейшим) *унификатором* (НОУ) для $\{L_i\}$ называется такой унификатор α, что если β — какой-нибудь унификатор для $\{L_i\}$, дающий $\{L_i\}_\beta$, то найдется подстановка б, для которой $\{L_i\}_{\alpha\beta}=\{L_i\}_\beta$. С точностью до алфавитных вариантов существует *единственный* НОУ.

12.2.7. Алгоритм унификации.

Алгоритм, который находит НОУ для унифицируемого множества литер $\{L_i\}$ и сообщает о неудаче, если множество неунифицируемо, называют *алгоритмом унификации.* Приведем описание работы алгоритма.

1. Положить $k=0$ и $\sigma_k=\varepsilon$ (пустая подстановка). Перейти к пункту 2.
2. Если $\{L_i\}_{\sigma_k}$ не является одноэлементным множеством, то перейти к пункту 3. В противном случае положить $\sigma=\sigma_k$ и окончить работу.
3. Каждая из литер в $\{L_i\}_{\sigma_k}$ рассматривается как цепочка символов, и выделяются первые подвыражения литер, не являющихся одинаковыми у всех элементов $\{L_i\}_{\sigma_k}$. Указанные подвыражения, расположенные в лексикографическом порядке, образуют множество рассогласования B_k для $\{L_i\}_{\sigma_k}$. Пусть V_k—самый первый (левый), а U_k — следующий за ним элемент B_h. Тогда, если V_k является переменной, не входящей в U_k, то $\sigma_{k+1}=a_k\{U_k/V_k\}$, $k=k+1$ и перейти к пункту 2; в противном случае окончить работу.

Можно показать, что описанный процесс всегда завершается. Поясним работу алгоритма на примере. Пусть $\{L_i\}=\{P(x, z, v), P(x, k(y), y), P(x, z, b)\}$. На первом шаге работы алгоритма будет получено множество рассогласования $B_0=\{z, k(y)\}$ и подстановка $\sigma_1=\{k(y)/z\}$. На втором шаге $\{L_i\}_{\sigma_1}$ не является одноэлементным множеством. $\{L_i\}_{\sigma_1}=\{P(x, k(y), v), P(x, k(y), y), P(x, k(y), b)\}$, множество $B_1=\{v, y, b\}$, $\sigma_2=\{k(y)/z, y/v)$. На третьем шаге $\{L_i\}_{\sigma_2}=\{P(x, k(y), y), P(x, k(y), y),$

$P(x, k(y), b)\}=\{P(x, k(y), y), P(x, k(y), b)\}, B_2= \{y, b), \sigma_3=\{k(y)/z, y/v, b/y\}$.
На четвертом шаге $\{L_i\}_{\sigma_3}=\{P(x, k(b), b)\}$ является одноэлементным множеством, а наиболее общим унификатором является подстановка

$$\{k(y)/z, y/v, b/y\}.$$

Заметим, что дизъюнкт можно рассматривать как множество литер $\{L_i\}$. Если подмножество литер некоторого дизъюнкта $\{L_i\}$ унифицируемо с помощью НОУ α, то $\{L_i\}_\alpha$ называется *фактором* $\{L_i\}$. У одного дизъюнкта может быть несколько факторов, но число их конечно. Например, факторами дизъюнкта

$R (g(x)) \vee R(x) \vee Q (a, g(u)) \vee Q (x, g(b)) \vee Q (z, w)$

являются дизъюнкты

$R (g(z)) \vee R (z) \vee Q (a, g(u)) \vee Q (z, g(b)), R (g(a)) \vee R(a) \vee Q(a, g(b))$.

Первый фактор получен унификацией двух последних вхождений литеры Q в исходный дизъюнкт, а второй — трех. В приведенном предложении два вхождения литеры R нельзя унифицировать, так как в множестве рассогласования $\{x, g (x)\}$ переменная x входит в терм $g (x)$, что противоречит требованию, содержащемуся в пункте 3 алгоритма унификации.

12.2.8. Резольвента.

Пусть $\{L_i\}$ и $\{M_i\}$ — два дизъюнкта, не имеющие общих переменных (это можно всегда получить переименованием переменных). Пусть $\{l_i\}$ и $\{m_i\}$—такие два подмножества $\{L_i\}$ и $\{M_i\}$, что

1) $\{l_i\} \subseteq \{L_i\}$ и $\{m_i\} \subseteq \{M_i\}$;

2) для $\{l_i\}$ $U\{\sim m_i\}$ существует наиболее общий унификатор α, т. е. $\{m_i\}_\alpha$ и $\{l_i\}_\alpha$ являются дополнительными.

Тогда говорят, что исходные дизъюнкты *разрешаются,* и из них выводим новый дизъюнкт, называемый *резольвентой:*

$$[\{L_i\}]-\{l_i\}]_\alpha \bigcup [\{M_i\}- \{m_i\}]_\alpha.$$

Два дизъюнкта могут иметь более одной резольвенты, так как способ выбора $\{l_i\}$ и $\{m_i\}$ может оказаться не единственным. Если условия 1 и 2 не соблюдаются, то дизъюнкты не имеют резольвент.

Поясним процесс образования резольвент на примере. Пусть даны два дизъюнкта:

$$\{L_i\} = R\{y, g(a)) \vee R(y, g(x)) \vee P(x),$$

$$\{M_i\}=\sim R (z, g(a)) \vee \sim P(z).$$

Выбирая в качестве $\{l_i\}$ и $\{m_i\}$ соответственно $\{R (y,g (a))\}$ и $\{\sim R(z, g(a))\}$, мы получаем резольвенту $R(z,g(x)) \vee P(x) \vee \sim P(z)$. Если в качестве $\{l_i\}$ и $\{m_i\}$ выбрать соответственно $\{R(y, g(a)), R(y, g\{x))\}$ и

{~R(z, g(a))}, то резольвентой будет $P(a) \vee {\sim}P(z)$. Всего для этих двух дизъюнктов можно образовать четыре резольвенты.

12.2.9. Резолюция.

Пусть *S* — множество дизъюнктов. Будем называть *резолюцией* правило вывода, генерирующее резольвенты из множества S дизъюнктов. Объединение *S* с множеством всех резольвент, которые могут быть образованы из дизъюнктов, входящих в *S,* будем обозначать *R(S).* Обозначим $R_0(S)=S$ и определим $R_{n+1}(S)= R(R_n(S))$ для $n\geq 0$.

Справедлива следующая теорема, устанавливающая полноту логической системы.

Теорема 12.3. *Если S — произвольное конечное множество дизъюнктов, то S невыполнимо тогда и только тогда, когда* $R_n(S)$ *содержит для некоторого* $n\geq 0$ *пустой дизъюнкт.*

Итак, мы определили формальную систему, использующую одно правило вывода (правило резолюции) и не требующую логических аксиом.

На основе приведенной выше теоремы можно построить процедуру опровержения. Эта процедура состоит в вычислении для конечного множества *Ы* дизъюнктов последовательности множеств S, $R_1(S)$, $R_2(S)$, ... и может закончиться одним из трех исходов.

1. $R_n(S)$ содержит пустой дизъюнкт и, следовательно, множество S невыполнимо.
2. $R_n(S)$ совпадает с $R_{n+1}(S)$ и, следовательно, S выполнимо.
3. Процедура для определенных множеств S продолжает работу бесконечно в связи с неразрешимостью исчисления предикатов.

В некоторых случаях бесконечный процесс можно распознавать и прерывать работу.

Процесс опровержения, использующий принцип резолюции, удобно представлять в виде графа. Вершинам графа соответствуют дизъюнкты. Дизъюнкты исходного множества изображаются в виде *концевых вершин,* т. е. вершин, не имеющих предшественников. Если два дизъюнкта образуют резольвенту, то из этих дизъюнктов проводятся ребра к вершине—дизъюнкту, соответствующему выведенной резольвенте. Вершина графа, у которой нет следующих за ней вершин, называется *корневой вершиной.* Она соответствует дизъюнкту, выведенному этим графом. Пустой дизъюнкт будем обозначать символом *NIL.* Принято корень графа изображать внизу, а исходные дизъюнкты вверху. Па рис. 12.1 приведен пример представления процесса опровержения в виде графа для невыполнимого множества дизъюнкюв $\{R(x) \vee \sim Q(x) \vee \sim P(x),$ $R(x) \vee P(x), R(x) \vee Q(x), \sim R(x)\}$.

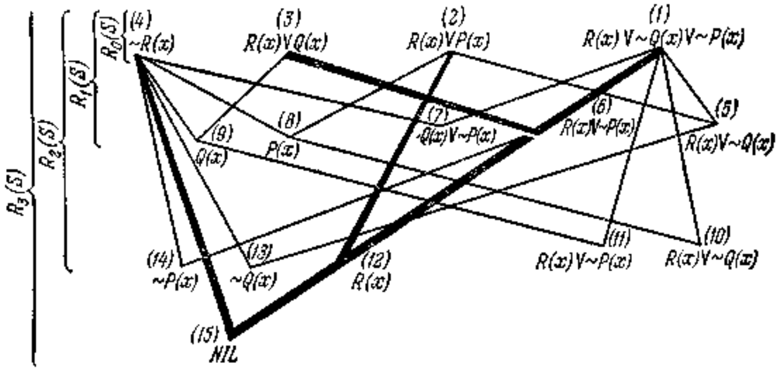


Рис. 12.1. Поиск опровержения с использованием бинарной резолюции.

На графе изображены дизъюнкты, получаемые в процессе применения бинарной резолюции к исходному множеству.

Процедура опровержения, построенная непосредственно на основе теоремы о резолюции, является весьма неэффективной, так как множества $R_1(S)$, $R_2(S)$,... очень быстро разрастаются. В следующих параграфах мы опишем практические процедуры доказательства, сокращающие перебор как за счет введения правил, ограничивающих принцип резолюции (12.3 и 12.4), так и за счет применения более эффективных стратегий поиска (12.5).

12.3. Системы вывода в исчислении предикатов без равенства

Как было указано в 12.1, процедура доказательства может быть представлена парой (T, ∑), где T — аксиомы и правила вывода, а ∑ — стратегия поиска. В данном параграфе и в 12.4 будут рассмотрены правила вывода, ограничивающие принцип резолюции. Для лучшего понимания правил вывода мы будем приводить примеры их использования в контексте процедур доказательства. В этих примерах будет использоваться простейшая стратегия поиска — стратегия поиска в ширину (см. 11.3.2).

12.3.1. Семантическая резолюция

На рис. 12.1 мы привели пример процесса опровержения, полученного бинарной резолюцией. Из всех генерированных дизъюнктов для вывода *NIL* достаточны (6) и (12). Остальные дизъюнкты являются неуместными или избыточными. Рассмотрим на данном примере, как можно было бы избежать генерации лишних дизъюнктов. Один из существующих способов состоит в разделении множества S исходных дизъюнктов на два подмножества, при этом для образования резольвенты используют дизъюнкты из разных подмножеств. На практике для разбиения множества на два класса используют интерпретацию.

Пусть *I*— некоторая интерпретация множества S дизъюнктов. Тогда в одно подмножество (S_1) включаются дизъюнкты, которым выбранная интерпретация не удовлетворяет, а в другое (S_2) включаются дизъюнкты, которым интерпретация удовлетворяет. Так как рассматриваемое множество дизъюнктов невыполнимо, то любая интерпретация разделит его на два непустых подмножества.

В рассматриваемом нами примере интерпретация $I= \{\sim R, \sim Q, \sim P\}$ разделит исходное множество дизъюнктов на S_1={(2), (3)} и S_2={(1). (4)}. Это позволит не генерировать дизъюнкт (7), так как он образуется из элементов одного подмножества.

Для ограничения количества генерируемых дизьюнктов используется понятие упорядочения предикатных букв. Упорядочим в исходном множестве (рис. 12.1) предикатные буквы следующим образом: $P>Q>R$. В двух дизъюнктах (один из S_1, а другой из S_2) будем резольвировать только такую литеру дизъюнкта из S_1, которая является *наибольшей (старшей) предикатной буквой* в данном дизъюнкте. Это ограничение позволит нам не резольвировать дизъюнкты (8) и (9), так как у них резольвируемая предикатная буква не является старшей $(R<P, R<Q)$.

Для примера на рис. 12.1 при $I=\{\sim R, \sim Q, \sim P\}$, $P>Q>R$ и введенных нами ограничениях на уровне $R_1(S)$ возможно сгенерировать только дизъюнкты (5) и (6). Им обоим удовлетворяет интерпретация *I*, следовательно, мы их включаем и подмножеаво S_2. После этого можно образовать два одинаковых дизъюнкта: *R* (из (3) и (5)) и *R* (из (2) и (6)). Дизъюнкту *R* выбранная интерпретация не удовлетворяет, и он включается в подмножество S_1. Но в S_2 есть дизъюнкт ~*R*. Резольвируя *R* и ~*R*, получим пустой дизъюнкт. Итак, существует два способа, которыми может быть получен дизъюнкт *R*:(((1) (2)) (3)) и (((1) (3)) (2)). Способы отличаются только порядком использования дизъюнктов. Так как для доказательства достаточно одного способа получения дизъюнкта, то необходимо избежать второго способа получения дизъюнкта *R*. Для этого вводится понятие *клаша*. Идея клаша состоит в том, чтобы генерировать R непосредственно из (1), (2) и (3) без образования «промежуточных» дизъюнктов (5) и (6).

Семантическая резолюция для ограничения резолюции использует объединение указанных выше понятий: интерпретации, упорядочения предикатных букв и клаша.

Приведем теперь формальное определение *семантической резолюции*.

Пусть I есть интерпретация. Пусть P — упорядочение предикатных букв. Конечное множество дизъюнктов $\{E_1, \dots, E_q, N\}$, $q \geq 1$, называется *семантическим клашем* по отношению к P и I (PI-клашем) тогда и только тогда, когда $E_1, \dots, E_q$ (называемые *сателлитами)* и N (называемое *ядром)* удовлетворяют следующим условиям:

1. Интерпретация I не удовлетворяет $E_1, \dots, E_q$ (т. е. $E_1, \dots, E_q$ ложны в I).
2. Пусть $R_1=N$. Для каждого $i=1, \dots, q$ существует резольвента R_{i+1}, образованная из R_i и E_i.
3. Резольвируемая литера в E_i является наибольшей предикатной буквой в E_i, $i=1, \dots, q$.
4. Интерпретация I не удовлетворяет R_{q+1} (т. е. R_{q+1} ложно в I). R_{q+1} называется PI-резольвентой (из PI-клаша $\{E_1, \dots, E_q, N\}$).

Будем называть *семантической резолюцией (PI-резолюцией)* правило вывода, генерирующее PI-резольвенты из множества дизъюнктов.

Пример 12.4. Пусть

$$E_1= T(x) \vee Q(x), \quad E_2 = Q(x) \vee R(x),$$
$$N=\sim T(x) \vee \sim Q(x) \vee R(x).$$

Пусть $I=\{\sim T, \sim Q, \sim R\}$ и P есть упорядочение, в котором $T>Q>R$. Тогда $\{E_1, E_2, N\}$ есть PI-клаш. PI-резольвентой этого клаша является $R(x)$.

В этом примере ни $\{E_1, N\}$ ни $\{E_2, N\}$ не являюгся PI-клашем, так как интерпретация I удовлетворяет образованным резольвентам (нарушение условия 4).

Отметим, что при изменении упорядочения P на такое, что $R>Q>T$, множество дизъюнктов $\{E_1, E_2, N\}$ не является PI-клашем (нарушено условие 3).

В PI-клаше $\{ E_1, E_2, \dots, E_q, N\}$ E_1 рассматривается как первый сателлит, E_2— второй, а E_q — последний. Фактически порядок сателлитов не является существенным. Мы можем пометить любой сателлит как первый, среди оставшихся любой как второй и т. д. Независимо от выбранного порядка мы получим одну и ту же PI-резольвенту. Следовательно, мы можем избежать генерации одной резольвенты многими способами.

Пусть I — интерпретация для множества S дизъюнктов и P — упорядочение предикатных букв, появляющихся в S. Вывод из S называется *PI-выводом* тогда и только тогда, когда каждый дизъюнкт в выводе является или дизъюнктом из *S*, или *PI*-резольвентой.

Пример 12.5. Пусть

$S = \{Q\{a) \vee R(x), \sim Q(x) \vee R(x), \sim R(a) \vee \sim T(a), T(x)\}$

Пусть $I=\{\sim Q, R, \sim T)$ и *P*— упорядочение предикатных букв *R*>*Q*>*T*.

На рис. 12.2, *а* показан *PI* -вывод пустого дизъюнкта из S.

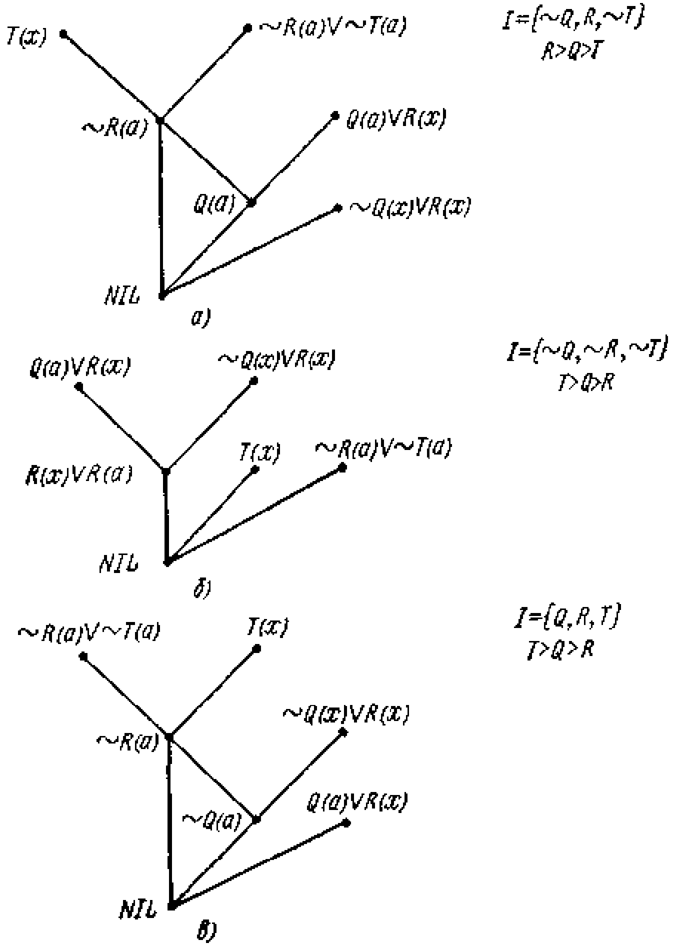


Рис. 12.2. Граф опровержения, полученный *PI* -резолюцией, положительной гиперрезолюцией и отрицательной гиперрезолюцией.

Особенностью семантической резолюции является тот факт, что можно использовать любую интерпретацию и любое упорядочение предикатных букв. Например, если в примере 12.5 выбрать $I=\{\sim Q, \sim R,$

~*T*} и *T*>*Q*>*R*, то мы получим *PI* -вывод пустого дизъюнкта, изображенный на рис. 12.2, б.

Можно показать, что *PI* -резолюция полна, т. е.

если Р есть упорядочение предикатных букв в конечном невыполнимом множестве S дизъюнктов и I есть интерпретация множества S, то существует PI-вывод пустого дизъюнкта из S.

12.3.2. Специализация семантической резолюции

В этом разделе мы опишем два правила вывода, которые могут быть получены из семантической резолюции выбором специальных интерпретаций. Одна интерпретация ведет к *гиперрезолюции*, а другая — к *стратегии множества поддержки*.

Будем называть дизъюнкт *положительным,* если он не содержит знаков отрицания. Дизъюнкт называется *отрицательным,* если каждая его литера содержит знак отрицания. Дизъюнкт называется *смешанным,* если он не является ни положительным, ни отрицательным.

Выберем интерпретацию *I*, в которой каждая литера является отрицанием атома. В этой частной интерпретации *PI* -резолюция называется *положительной гиперрезолюцией.* В положительной гиперрезолюции все сателлиты и *PI*-резольвенты (гиперрезольвенты) являются положительными дизъюнктами.

Отрицательной гиперрезолюцией называегся специальный случай *PI* -резолюции, в которой интерпретация *I* не содержит литер со знаками отрицания. В отрицательной гиперрезолюции все сателлиты и *PI*-резольвенты (гиперрезольвенты) являются отрицательными дизъюнктами.

Из полноты *PI*-резолюции следует, что положительные и отрицательные гиперрезолюции полны.

Для примера 12.5 и упорядочения *T*>*Q*>*R* вид положительной и отрицательной гиперрезолюции изображен на рис. 12.2, *б* и рис. 12.2, *в* соответственно.

Рассмотрим другую специализацию семантической резолюции.

Пусть *S* — конечное невыполнимое множество дизъюнктов и *Т* есть подмножество S такое, что *S*—*T* выполнимо. Так как *S*— *T* выполнимо, то существует интерпретация *I,* которая удовлетворяет дизъюнктам множества *S* — *T.* Выберем данную интерпретацию. Пусть *Р* — любое упорядочение предикатных букв в S. На основании полноты *PI*-резолюции можно утверждать, что при выбранных *Р* и *I* существует вывод *D* пустого дизъюнкта из S. Рассмотрим в *D* каждый *PI* -клаш

$\{E_1, E_2, \ldots, E_q, N\}$. По определению *PI* -клаша сателлиты ложны в *I*, поэтому ни один дизъюнкт из S — *T* не является сателлитом.

PI-резольвента этого клаша может быть получена как результат последовательности бинарных резолюций E_1 и *N,* затем E_2 и резольвенты, полученной на предыдущем шаге (от E_1 и *N),* и т. д. Таким образом, в каждой бинарной резолюции одновременно оба резольвируемых дизъюнкта не принадлежат множеству *S—T*.

Резолюция, удовлетворяющая указанному требованию, называется *резолюцией множества поддержки (опорного множества),* а множество *Т — множеством поддержки.*

Разложив *PI* -клаши в *D* в последовательность бинарных резолюций, мы получим *вывод множества поддержки,* т. е. вывод, в котором каждая резолюция есть резолюция множества поддержки.

Из приведенного рассуждения и полноты *PI* -резолюции следует, что стратегия множества поддержки полна.

12.3.3. Семантическая резолюция, использующая упорядоченные дизъюнкты

Упорядочение предикатных букв, используемое в *PI*- выводе, в общем случае не дает возможности выбрать в сателлите единственную литеру, которая должна резольвироваться.

Пример 12.6. Пусть

$$S = \{R(a) \vee R(b) \vee R(c) \vee R(d), \sim R(x)\},$$

$$I = \{\sim R(x)\}$$

и *P* - любое упорядочение. Тогда в *PI*-клаше $\{R(a) \vee R(b) \vee R(c) \vee R(d), \sim R(x)\}$ каждая из четырех литер в сателлите имеет одинаковое старшинство и, следовательно, является кандидатом на резольвирование с ядром.

Стремление иметь единственного кандидата на резольвирование в каждом сателлите приводит к идее упорядочения дизъюнктов.

Упорядоченным дизъюнктом называется определенная последовательность литер. Упорядоченный дизъюнкт, так же как и дизъюнкт, является дизъюнкцией входящих в него литер. Различие состоит в том, что дизъюнкт рассматривается как множество литер, а упорядоченный дизъюнкт как некоторая последовательность литер.

Говорят, что *литера L_2 старше литеры L_1* в упорядоченном дизъюнкте (или L_1 *младше,* чем L_2) тогда и только тогда, когда L_2 следует за L_1 в последовательности, определенной упорядоченным дизъюнктом. Отметим, что *старшая (наибольшая) литера* дизъюнкта является последней литерой дизъюнкта, а *младшая (наименьшая) литера* — первой.

Рассмотрим $R(a) \vee R$ (Ь) $\vee R(c)$ как упорядоченный дизъюнкт. В нем $R(c)$—старшая (наибольшая) литера, а $R(a)$— младшая литера.

Мы будем определять семантическую резолюцию, использующую упорядоченные дизъюнкты. Однако предварительно введем необходимые понятия.

Если две или больше литер (с одинаковыми знаками) упорядоченного дизъюнкта C имеют наиболее общий унификатор σ, то упорядоченный дизъюнкт, полученный из последовательности Cσ вычеркиванием любой литеры, идентичной младшей литере, называется *упорядоченным фактором дизъюнкта С.*

Пример 12.7. Для дизъюнкта $C=R(x) \vee Q(x) \vee R(a)$ первая и третья литеры имеют НОУ σ $=\{a/x\}$. Следовательно, $C\sigma =R(a) \vee Q(a) \vee R(a)$. В последовательности Cσ существуют две идентичные литеры (первая и третья литеры). В соответствии с определением младшей литерой считается литера, расположенная левее. Для получения упорядоченного фактора надо из Cσ удалить литеру, идентичную младшей литере. В рассматриваемом дизъюнкте это последняя литера. Таким образом, упорядоченным фактором является последовательность $R(a) \vee Q(b)$.

Пусть C_1 и C_2 — упорядоченные дизъюнкты. *Упорядоченная бинарная резольвента* дизъюнкта C_1 и дизъюнкта C_2 (не имеющих общих переменных) определяется следующим образом. Пусть L_1 и $\sim L_2$ — две литеры в C_1 и C_2 соответственно. Если L_1 и $\sim L_2$ имеют НОУ σ и C есть упорядоченный дизъюнкт, полученный из конкатенации последовательностей $C_1\sigma$ и $C_2\sigma$ путем устранения $L_1\sigma$ и $L_2\sigma$ и вычеркивания из оставшейся последовательности любой литеры, которая идентична младшей литере последовательности, то C называется *упорядоченной бинарной резольвентой.*

Заметим, что упорядоченная бинарная резольвента C_1 и C_2 не тоже самое, что упорядоченная бинарная резольвента C_2 и C_1.

Пример 12.8. Рассмотрим упорядоченные дизъюнкты $C_1=R(x)\vee Q(x) \vee T(x)$ и $C_2=\sim R(a) \vee Q(a)$. Вычислим упорядоченную бинарную резольвенту C_1 и C_2. $L_1=R(x)$, $L_2=\sim R(a),\sigma=\{a/x\}$. Конкатенация C_1 σ и C_2 σ дает последовательность $R(a) \vee Q(a) \vee T(a) \vee \sim R(a) \vee Q(a)$. Устранив $L_1\sigma$ и $L_2\sigma$, получим последовательность $Q(a) \vee T(a) \vee Q(a)$. В оставшейся последовательности первая литера является младшей, а третья литера идентична ей. Устранив третью литеру, получим последовательность $Q(a)\vee T(a)$, являющуюся упорядоченной бинарной резольвентой C_1 и C_2.

Упорядоченной резольвентой упорядоченных дизъюнктов C_1 и C_2 называется одна из следующих упорядоченных бинарных резольвент:

1) C_1 и C_2;
2) C_1 и упорядоченного фактора C_2;

3) упорядоченного фактора C_1 и C_2;

4) упорядоченного фактора C_1 и упорядоченного фактора C_2.

Упорядоченной резолюцией называется правило вывода, которое генерирует упорядоченные резольвенты из множества упорядоченных дизъюнктов. Можно показать, что упорядоченная резолюция полна.

Рассмотрим теперь *семантическую резолюцию для упорядоченных дизъюнктов.*

Пусть I — интерпретация. Конечная последовательность упорядоченных дизъюнктов $\{E_1, E_2, . . ., E_q, N\}$ называется *упорядоченным семантическим клашем* по отношению к I (для краткости *OI*-клашем) тогда и только тогда, когда $E_1, E_2, . . ., E_q$ (называемые *упорядоченными сателлитами)* и N (называемое *упорядоченным ядром)* удовлетворяют перечисленным ниже условиям.

1. Интерпретация I не удовлетворяет $E_1, E_2, . . ., E_q$.

2. Пусть $R_q=N$. Для каждого $i=q, q—1, ..., 1$ существует упорядоченная резольвента R_{i-1} сателлита E_i и R_i.

3. Резольвируемая литера в E_i является последней литерой в E_i, $i = 1, . . ., q$, резольвируемая литера в R_i является наибольшей литерой среди литер, которым удовлетворяет I.

4. Интерпретация I не удовлетворяет R_o, R_o называется *OI*-резольвентой *OI* -клаша $\{E_1, E_2, . . ., E_q, N)$.

Пример 12.9. Рассмотрим упорядоченные дизъюнкты:

(1) $Q(a) \vee R(x),$

(2) $S(x),$

(3) $\sim R(x) \vee \sim S(a) \vee T(b).$

Пусть I есть интерпретация, в которую все литеры входят со знаком отрицания. Интерпретация I не удовлетворяет дизъюнктам (1) и (2), поэтому они могут быть использованы как сателлиты. Так как (3) имеет литеры, которым удовлетворяет I, то (3) может быть использован как упорядоченное ядро. В (3) есть две литеры, которым удовлетворяет $I(\sim R(x)$ и $\sim S(a)),$ следовательно, необходимы два сателлита. Пусть $R_2=N=\sim R(x) \vee \sim S(a) \vee T(b).$ В R_2 наибольшей из литер, которым удовлетворяет I, является $\sim S(a).$ Так как $\sim S(a)$ и последняя литера (2) могут резольвироваться, то $E_2=S(x).$ Упорядоченная резольвента R_1 сателлита E_2 и R_2 есть $R_1=\sim R(x) \vee T(b).$ В R_1 наибольшей литерой, которой удовлетворяет $I,$ является $\sim R(x).$ Так как $\sim R(x)$ и последняя литера (1) могут резольвироваться, то $E_1=Q(a) \vee R(x).$ Упорядоченная резольвента R_0 сателлита E_1 и R_1 есть $R_0=Q(a) \vee T(b)$ Так как интерпретация I не удовлетворяет $R_0,$ мы заключаем, что (E_1, E_2, N) или ((1), (2), (3)) есть *OI*-клаш и $Q(a) \vee T(b)$ есть *OI*-резольвента этого клаша.

Из приведенного примера видно, что порядок упорядоченных сателлитов определяется порядком литер в упорядоченном ядре. Поэтому для рассмотренного примера ((2), (1), (3)) не является
OI -клашем.

Если рассматривать дизъюнкты из примера 12.6 как упорядоченные дизъюнкты и *I={~R},* то для них существует только одна
OI-резольвента *(R* (*a*) $\vee$ *R* (*b*) $\vee$ *R* (*c*)), в отличие от четырех
PI-резольвент.

Пусть *S* — множество упорядоченных дизъюнктов и *I*— интерпретация для S. Вывод из S называется *OI -выводом* тогда и только тогда, когда каждый упорядоченный дизъюнкт в выводе есть или упорядоченный дизъюнкт из S, или *OI* -резольвента.

Для множества S дизъюнктов из примера 12.6 и *I={~R} OI* -вывод пустого дизъюнкта из *S* (рис. 12.3) требует всего четыре
OI -резольвенты.

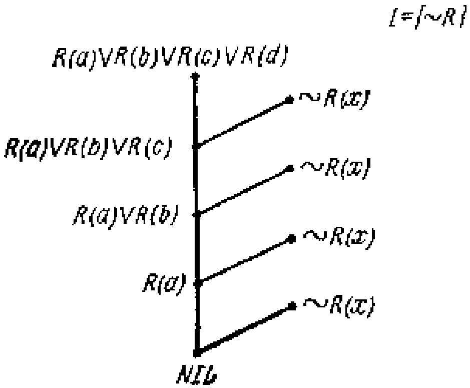


Рис. 12.3. Пример *OI*-вывода пустого дизъюнкта.

При использовании *PI*-резолюции генерируется 40 *PI*-резольвеит до того момента, пока метод насыщения уровня (поиск в ширину) не найдет пустой дизъюнкт.

12.3.4. Выполнение семантической резолюции

Хотя *OI*-резолюция неполна, можно использовать понятие упорядоченных дизъюнктов для выполнения *PI* -резолюции.

Упорядоченным положительным дизъюнктом называется упорядоченный дизъюнкт, не содержащий литер со знаками отрицания. *Упорядоченным отрицательным дизъюнктом* называется упорядоченный дизъюнкт, в котором каждая литера содержит знак отрицания. *Упорядоченным неположительным (неотрицательным)* *дизъюнктом* называется упорядоченный дизъюнкт, не являющийся положительным (отрицательным). Ниже мы рассмотрим положительную гиперрезолюцию. Отрицательная гиперрезолюция может быть представлена подобным образом. Мы будем рассматривать только положительные упорядоченные дизъюнкты как кандидаты в сателлиты и неположительные как ядра. Мы примем соглашение, что в любом упорядоченном неположительном дизъюнкте отрицательные литеры располагаются после положительных.

Пусть S—множество упорядоченных дизъюнктов и *P* — упорядочение предикатных букв в *S*. Приводимый ниже алгоритм вычисляет положительные гиперрезольвенты.

1. Пусть *M* и *N* есть множество всех положительных и неположительных упорядоченных дизъюнктов в *S*.

2. j=0.

3. $A_0= \varnothing$, $B_0= N$.

4. i=0.

5. Если A_i содержит *NIL,* то конец (опровержение найдено), иначе переход к следующему шагу.

6. Если B_i пусто, то переход к шагу 9, иначе переход к следующему шагу.

7. Вычислить множество W_{i+1},

W_{i+1}= {упорядоченные резольвенты C_1 и C_2, где C_1— упорядоченный дизъюнкт или упорядоченный фактор упорядоченного дизъюнкта в *M,* а C_2 — упорядоченный дизъюнкт в B_i. Резольвированная литера C_1 содержит наибольшую предикатную букву в C_1, а резольвированная литера в C_2 является «последней» литерой C_2}.

Пусть A_{i+1} и B_{i+1} будут множествами всех положительных и отрицательных упорядоченных дизъюнктов в W_{i+1} соответственно.

8. $i=i$+l, переход к шагу 5.

9. $T=A_0 \bigcup \ldots \bigcup A_i$ и $M = T \bigcup M$.

10. $j=j$+1, i=l.

11. Вычислить множество *R,*

R = {упорядоченные резольвенты C_1 и C_2, где C_1 есть упорядоченный дизъюнкт или упорядоченный фактор упорядоченного дизъюнкта в *T,* а C_2 есть упорядоченный дизъюнкт в *N*. Резольвированная литера в C_1 содержит наибольшую предикатную букву в C_1}. (Отметим, что резольвированная литера в C_2 может быть любой литерой в C_2.) Пусть A_1 и B_1 будут множествами всех положительных и неположительных упорядоченных дизъюнктов в *R* соответственно.

12. Переход к шагу 5.

В приведенном алгоритме *j* является номером уровня. Множество гиперрезольвент, сгенерированных на уровне *j*, размещается в множестве A_i,. При этом *i* указывает на количество сателлитов, участвующих в образовании данной гиперрезольвенты. В каждом уровне *j* B_i будет убывать до пустого множества, так как максимальное число отрицательных литер в любом упорядоченном дизъюнкте в B_i уменьшается на единицу при увеличении *i* на единицу.

Шаг 11 введен для того, чтобы на уровне (*j*+1) не генерировать резольвенты, полученные на уровне *j*. Можно показать, что если *S* невыполнимо, то пустой дизъюнкт генерируется приведенным алгоритмом.

С рассмотренным алгоритмом без потери свойства полноты может быть связана стратегия вычеркивания. То есть для *T* и М, полученных на 9-м шаге алгоритма, любой дизъюнкт в *T* или *M,* поглощаемый другими дизъюнктами в *T* или *M,* может быть вычеркнут. (Говорят, что дизъюнкт C_1 поглощает дизъюнкт C_2, если существует такая подстановка, что $C_1\sigma \subseteq C_2$.)

Пример 12.10. Пусть *S* есть множество упорядоченных дизъюнктов, $S=\{W(x)\lor S(x), \lor V(x)\lor S(x), S(x) \lor P(x), \sim P(x) \lor \sim Q(x), R(x) \lor \sim W(x), \sim S(x), Q(x)\lor \sim V(x) \lor \sim R(x)\}$.

Пусть предикатные буквы упорядочены следующим образом: *W>V>S>R>Q>P*.

Приведенный ранее алгоритм, примененный к множеству S породит следующие шесть положительных гиперрезольвент: $S(x)\lor R\{x)$, $P(x)$, $R(x)$, $S(x) \lor Q(x)$, $Q(x)$, *NIL*.

Для получения гипервывода пустого дизъюнкта из S надо проследить последовательность порождения алгоритмом резольвент. Для рассматриваемого примера последовательность представлена на рис. 12.4*, а*.

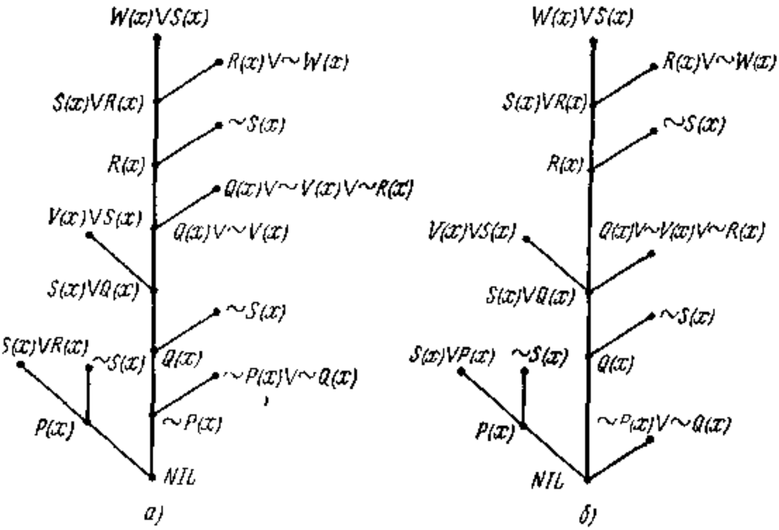


Рис. 12.4. Гипервывод пустого дизъюнкта.

Указанная последовательность естественным образом трансформируется в гипервывод *NIL* из 5 (рис. 12.4, *б).*

12.3.5. Линейная резолюция, использующая упорядоченные литеры и информацию о резольвированных литерах.

Предварительно определим простейшее и эффективное правило вывода, называемое входной резолюцией. Пусть *S* — исходное множество дизъюнктов. Дизъюнкты множества S будем называть *входными дизъюнктами. Входной резолюцией* называется бинарная резолюция, у которой хотя бы один из дизъюнктов является входным. Эта стратегия хорошо ограничивает перебор, но не является полной.

Небольшое усложнение входной резолюции приводит к линейному выводу.

Линейным выводом D из множества *S* дизъюнктов называется последовательность дизъюнктов (C_1, . . ., C_n), в которой $C_1 \in S$, а каждый член C_{i+1}, i=1, . . ., n—1, является резольвентой дизъюнкта C_i (называемого *центральным дизъюнктом)* и дизъюнкта *B* (называемого *боковым дизъюнктом),* который удовлетворяет одному из двух условий:

1) $B \in S$ (в этом случае *В* называют *входным дизъюнктом* дизъюнкта C_{i+1});

2) *В* является некоторым дизъюнктом C_j, предшествующим в выводе дизъюнкту C_i, т. е. $j<i$ (в этом случае *В* называется *предшествующим дизъюнктом* дизъюнкта C_{i+1}).

Если C_{i+1} получен на основании первого из условий, то говорят, что имела место *входная резолюция,* в противном случае — *резолюция предшествования.*

Пример 12.11. Рассмотрим невыполнимое множество *W* дизьюнктов, $W=\{\sim P\{x), P(x) \vee Q(x), \sim Q(x) \vee R(x), \sim R(x) \vee S(x), \sim R(x) \vee \sim S(x) \vee T(x), P(x) \vee \sim T(x)\}$.

На рис. 12.5, *а* приведен вид графа опровержения, удовлетворяющего условиям линейного вывода, для невыполнимого множества *W* дизъюнктов.

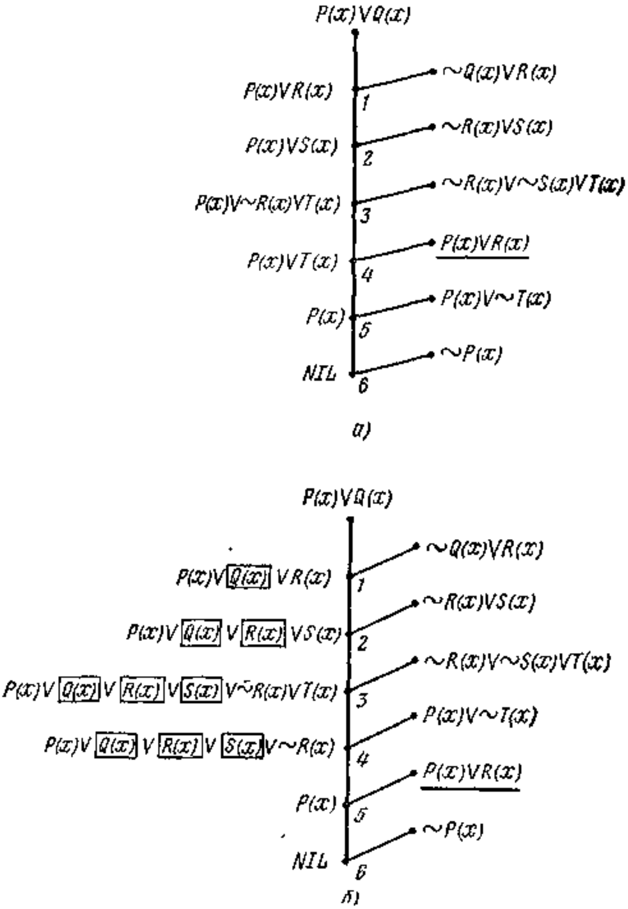


Рис. 12.5. Пример линейного опровержения.

Здесь слева изображены центральные дизъюнкты, а справа — боковые. Резольвенты 1, 2, 3, 5 и 6 получены входной резолюцией, а резольвента 4 получена резолюцией предшествования.

Концевую вершину *А* в графе, удовлетворяющем условиям линейного вывода, будем называть *начальной,* если любая другая вершина графа либо является концевой, либо следует за *А*.

Сформулируем без доказательства теорему, утверждающую, что для любого невыполнимого множества дизъюнктов всегда существует граф опровержения, удовлетворяющий условию тинсйпою вывода.

Теорема 12.4. *Пусть G — граф опровержения для невыполнимого множества S дизъюнктов и A — некоторый дизъюнкт из S, появляющийся в G. Тогда для S существует граф опровержения G', удовлетворяющий условиям линейного вывода, для которого A служит начальной вершиной.*

Приведенная теорема устанавливает полноту линейного вывода.

Отметим, что при выборе начальной вершины в графе опровержения, удовлетворяющем условиям линейного вывода, допускается некоторый произвол Начальная вершина должна появляться в каком-нибудь графе опровержения *G*, т. е. она выбирается из некоторого подмножества $K \subseteq S$, содержащего дизъюнкты, появляющиеся в каком-нибудь опровержении. Например, в качестве *К* могут выбираться дизъюнкты, возникающие при отрицании доказываемого определения.

Линейная резолюция является довольно примитивным правилом вывода. Однако это правило можно усилить введением упорядоченных дизъюнктов и использованием информации о резольвированных литерах. Связывание понятия упорядоченных дизъюнктов (см. п. 12.3.3) с линейной резолюцией не нарушает ее полноты, но существенно увеличивает эффективность метода.

Обычно при выполнении резолюции образование резольвенты происходит путем устранения резольвированных литер. Однако оказывается, что эти литеры несут очень полезную информацию, которая может быть использована для усиления линейной резолюции.

До введения механизма, использующего информацию о резольвированных литерах, рассмотрим простой пример. Пусть дано множество 5 дизъюнктов, линейное опровержение для которого изображено на рис. 12.5, *а*. Заметим, что в этом графе все резольвенты, кроме одной $(P(x) \vee R(x))$, удовлетворяют входной резолюции. Было бы полезно найти необходимое и достаточное условие, когда надо применять резолюцию предшествования и с каким дизъюнктом. Это позволило бы в процессе линейного вывода, до тех пор пока не выполнено указанное условие, применять более эффективную входную резолюцию. Мы покажем, что это условие может быть определено, если используется понятие упорядоченных дизъюнктов и соответствующим образом записывается информация о резольвированных литерах. Вывод, использующий оба эти понятия, называется *линейным упорядоченным выводом (OL-выводом).* До формального определения этого вывода рассмотрим его применение к множеству упорядоченных дизъюнктов из примера 12.11 (рис. 12.5, б).

Начальной вершиной выберем упорядоченный дизъюнкт $P(x) \vee Q(x)$, последняя литера которого резольвирует с дизъюнктом $\sim Q(x) \vee R(x)$. Мы будем образовывать резольвенту по правилам, подобным образованию резольвенты для упорядоченных дизъюнктов. Отличие будет состоять в том, что вместо устранения обеих резольвированных литер мы будем оставлять в резольвенте первую из них, но помечать ее особым образом. Мы будем записывать резольвированные литеры в рамке и называть их *А*-литерами. Остальные литеры будем называть *В*-литерами. Если за *А*-литерой не следуют *В*-литеры, то *А*-литера (литеры) вычеркиваются.

В приведенном примере в качестве первой резольвенты получим дизъюнкт $P(x) \vee \boxed{Q(x)} \vee R(x)$. Аналогичным образом получаются вторая, третья и четвертая резольвенты (рис. 12.5, б).

Все четыре первые резольвенты образованы входной резолюцией. Четвертая резольвента имеет вид $P(x) \vee \boxed{Q(x)} \vee$

$\vee \boxed{R(x)} \vee \boxed{S(x)} \vee \sim R(x) \vee \boxed{T(x)}$. Так как за *А*-литерой

$\boxed{T\ (x)}$ не следуют *В*-литеры, то эта *А*-литера вычеркивается. Отличительной особенностью полученной резольвенты

$\left(P(x) \vee \boxed{Q(x)} \vee \boxed{R(x)} \vee \boxed{S(x)} \vee \sim R(x)\right)$

является тот факт, что последняя *В*-литера *(~R(x))* является дополнительной к *А*-литере $\left(\boxed{R(x)}\right)$. Данное обстоятельство и является указанием на необходимость использования при образовании очередной резольвенты не входной резолюции, а резолюции предшествования.

Так как за *А*-литерами в пятой резольвенте $\left(P(x) \vee \boxed{Q(x)} \vee \boxed{R(x)} \vee \boxed{S(x)} \vee \boxed{\sim R(x)}\right)$ не следуют *В*-литеры, то *А*-литеры удаляются и резольвента принимает вид *Р(х)*. Шестая резольвента равна пустому дизъюнкту.

Введем теперь формальное определение *OL*-вывода.

Упорядоченный дизъюнкт *С* называется *уменьшающимся упорядоченным дизъюнктом* тогда и только тогда, когда последняя литера *С* унифицируется с отрицанием некоторой *А*-литеры в *С*.

При получении уменьшающегося упорядоченного дизъюнкта нет необходимости искать, с каким из полученных ранее дизъюнктов он образует резолюцию предшествования. Вместо этого можно просто вычеркивать последнюю литеру в этом упорядоченном дизъюнкте. Мы будем называть это вычеркивание *операцией уменьшения.* Операция уменьшения позволяет не запоминать в *OL*-выводе промежуточных дизъюнктов. Этот аспект *OL*-вывода делает его очень удобным для выполнения на вычислительной машине.

Операцию устранения *А*-литер, за которыми не следуют *В*-литеры, будем называть *операцией сокращения.*

Пусть *С* — уменьшающийся дизъюнкт и *L* — его последняя литера, унифицируемая с некоторой *А*-литерой наиболее общим унификатором σ. Тогда упорядоченный дизъюнкт, полученный из *С*σ применением операций уменьшения и сокращения, будем называть *уменьшенным упорядоченным дизъюнктом* дизъюнкта *С.*

Итак, эффективность *OL*-вывода вызвана двумя факторами:

1. Обнаружением уменьшающегося дизъюнкта.
2. Введением операции уменьшения.

Упорядоченный фактор дизъюнкта С определим так же, как в п. 12.3.3. Условимся при образовании упорядоченного фактора применять операцию сокращения.

Упорядоченная бинарная резольвента дизъюнкта C_1 и дизъюнкта C_2 (не имеющих общих переменных) определяется аналогично определению, данному в п.12.3.3. Пусть L_1 и L_2 — две литеры в упорядоченных дизъюнктах C_1 и C_2 соответственно. Если L_1 и ~L_2 имеют НОУ σ и *С* есть упорядоченный дизъюнкт, полученный из конкатенации последовательностей $C_1\sigma$ и $C_2\sigma$ путем

1) заключения в рамку $L_1\sigma$;
2) устранения $L_2\sigma$;
3) вычеркивания из оставшейся последовательности любой *В*-литеры, которая идентична младшей *В*-литере последовательности;
4) применения операции сокращения, то дизъюнкт *С* называется *упорядоченной бинарной резольвентой* C_1 и C_2.

Упорядоченную резольвенту определим так же, как в разделе 12.3.3.

Пусть дано множество S упорядоченных дизъюнктов и упорядоченный дизъюнкт C_1 из *S*. Линейный вывод дизъюнкта C_n из *S* с начальным дизъюнктом C_1 называется *OL-выводом,* если выполнены следующие условия:

1. Для i=l, . . ., n—1, C_{i+1} является упорядоченной резольвентой дизъюнкта C_i и B_i (называемых соответственно *центральным* и *боковым),* при этом резольвированная литера C_i (или упорядоченного фактора C_i) является последней литерой C_i.

2. B_i является или некоторым дизъюнктом C_j, $j<i$ (если C_i есть уменьшающийся дизъюнкт), или дизъюнктом из S (во всех остальных случаях). Если B_i есть некоторый дизъюнкт C_j, $j<i$, то C_{i+1} является уменьшенным дизъюнктом.
3. В выводе нет тавтологий.

Определение упорядоченного дизъюнкта может быть использовано для доказательства следующего утверждения.

В *OL*-выводе, если C_i есть уменьшающийся упорядоченный дизъюнкт, то существует центральный упорядоченный дизъюнкт C_j, $j<i$, такой, что уменьшенный дизъюнкт C_{i+1}, полученный из C_i, является упорядоченной резольвентой C_i и C_j. На рис. 12.5,*б* этот дизъюнкт подчеркнут.

Следующая теорема устанавливает полноту *OL*-резолюции.

Теорема 12.5. *Если С есть упорядоченный дизъюнкт п невыполнимом множестве S упорядоченных дизъюнктов и если S — {C} выполнимо, то существует OL-опровержение из S с упорядоченным дизъюнктом С как начальным дизъюнктом.*

Легко показать, что *OL*-резолюция включает в себя резолюцию множества поддержки, т. е. полнота *OL*-резолюции гарантирует полноту резолюции множества поддержки.

12.3.6. Линейный вывод.

Рассмотрим вопросы эффективного выполнения линейного вывода. Предположим, что для невыполнимого множества *S* дизъюнктов в качестве начального выбран дизъюнкт C_1. После резольвирования C_1 со всеми возможными боковыми дизъюнктами мы получим резольвенты $R_1, \ldots, R_m$. Каждый R_i, $1\le i\le m$, является возможным центральным дизъюнктом. Если некоторый R_i является пустым дизъюнктом, то доказательство завершено. Иначе, для каждого *i* мы находим все возможные боковые дизъюнкты, которые могут резольвировать с R_i. Указанный процесс продолжается до получения пустого дизъюнкта. Для удобства представления указанного процесса будем изображать центральные дизъюнкты в виде вершин графа, а боковые в виде помеченных дуг, связывающих соответствующий центральный дизъюнкт и образующуюся резольвенту.

Проиллюстрируем сказанное на примере.

Пример 12.12. Пусть множество $S=\{R(x)\vee Q(x),\ {\sim}R(x)\vee Q(x),\ R(x)\vee {\sim}Q(x),\ {\sim}R(x)\vee {\sim}Q(x)\}$. В качестве начального дизъюнкта выберем дизъюнкт $R(x) \vee Q(x)$. На рис. 12.6 изображено дерево поиска пустого дизъюнкта с *OL*-резолюцией. (Для иллюстративных целей тавтологии в примере не устраняются.) Номер у вершины указывает порядок получения резольвенты.

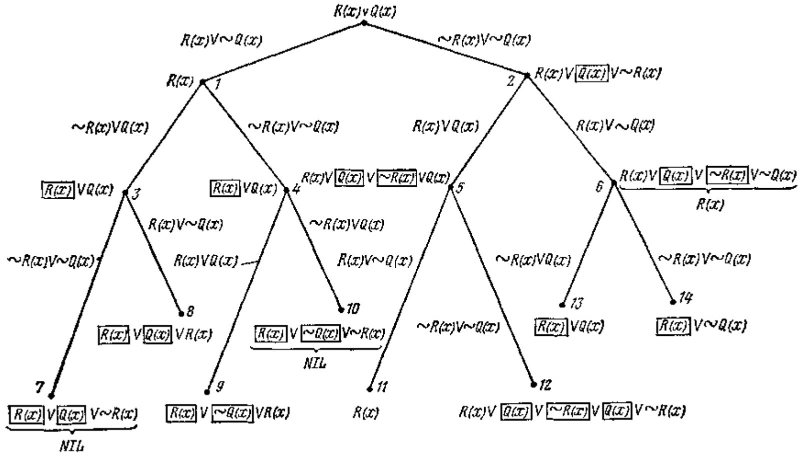


Рис. 12.6. Представление *OL*-опровержения в виде дерева поиска.

Нетрудно видеть, что задача нахождения *OL*-опровержения в указанной постановке подобна задаче эвристического поиска (см. 10.4). В терминах эвристического поиска задача нахождения опровержения, представленная на рис. 12.6, решена методом *поиска в ширину.* Здесь состояния представлены центральными дизъюнктами, а операторами являются боковые дизъюнкты. Начальным состоянием является дизъюнкт $d=\{R(x) \vee Q(x)\}$, а конечным *NIL*.

Следует отметить, что *OL*-вывод успешно конкурирует практически со всеми методами за счет простоты организации поиска. Эта простота объясняется как тем, что в *OL*-выводе один из резольвируемых дизъюнктов определен, так и тем, что здесь не требуется запоминать промежуточные дизъюнкты.

12.4. Правила вывода в исчислении предикатов с равенством

Равенство является важным и широко используемым отношением. Многие определения могут быть легко записаны с использованием равенства. Если отношение равенства используется для выражения некоторого определения и доказательство ведется с использованием единственного правила резолюции, то, кроме аксиом, необходимо добавить набор аксиом, описывающих свойства равенства.

Аксиомы равенства для множества S дизъюнктов имеют вид:

1. $\{x=x\}$ (рефлексивность).
2. $\{x\neq y\vee\ y=x\}$ (симметричность).
3. $\{x\neq y\vee\ y\neq z\vee x=z\}$ (транзитивность).
4. $\{\ x_j\neq x_0\vee\ \sim P(x_1,\ .\ .\ .,\ x_j,\ .\ .\ .,\ x_n)\ \vee P\{x_1,\ .\ .\ .,\ x_0,\ .\ .\ .,\ x_n)\}$, где $j = 1, \ldots, n,$ для каждой n-местной предикатной буквы P, встречающейся в S.
5. $\{x\neq x_o\vee\ f(x_1,\ .\ .\ .,\ x_j,\ .\ .\ .,\ x_n)=f(x_1,\ .\ .\ .,\ x_0,\ .\ .\ .,\ x_n)\}$, где $j = 1, \ldots, n,$ для каждой n-местной функциональной буквы f, встречающейся в S.

Аксиомы 4 и 5 определяют свойство подстановочности равенства.

В приведенных аксиомах для обозначения предикатного символа равенства мы используем = и пишем $a= b$ и $a\neq b$ вместо $=(a, b)$ и $\sim(=(a,\ b))$ соответственно.

Введение равенства с помощью аксиом и универсального правила вывода (резолюции) имеет определенные недостатки. Покажем это на примере.

Пусть дано: 1) $Q(a)$; 2) $a=b$. Надо доказать 3) $Q(b)$.

Если пользоваться аксиомами равенства и принципом резолюции, то сначала получим 4) $a\neq x_2\vee Q(x_2)$, резольвируя выражение 1) и аксиому равенства $x_1\neq x_2\vee\sim Q(x_1)\vee Q(x_2)$. Затем, резольвируя 4) и 2), получим $Q(b)$. Естественно было бы не получать вспомогательное выражение 4), т. е. с помощью специальных правил вывода получить доказательство, имеющее вывод меньшей длины. На практике более существенным оказывается даже не увеличение длины вывода, а тот факт, что появившиеся бесполезные дизъюнкты (выражение 4)) приводят в свою очередь к появлению новых бесполезных дизъюнктов, «загрязняют» пространство поиска, а это приводит к снижению эффективности метода.

Следует указать, что сам факт присутствия аксиом равенства, увеличивающих общее количество формул, также является недостатком.

Существуют другие способы введения отношения равенства. Например, Дарлингтон [использовал аксиомы второго порядка, Робинсон ввел обобщенный принцип резолюции, который обеспечил встраивание равенства, Моррис предложил E-резолюцию. Мы будем в этом параграфе рассматривать правило парамодуляции, являющееся наиболее естественным из предложенных правил.

Введем необходимые определения. Мы определили ранее, что множество S дизъюнктов является невыполнимым тогда и только тогда, когда S ложно на всех интерпретациях. Однако существует много множеств дизъюнктов, которые истинны в одних интерпретациях, но ложны в других. Пусть W есть множество всех интерпретаций S. Пусть Q является непустым подмножеством W.

Будем называть множество S дизъюнктов *Q-невыполнимым* тогда и только тогда, когда S ложно для каждого элемента *Q*.

Определим теперь *R*-невыполнимые множества, где *R* обозначает равенство.

R-интерпретация I множества *S* дизъюнктов есть интерпретация, удовлетворяющая следующим условиям:

а) $(\alpha=\alpha) \in I$;

б) если $(\alpha=\beta) \in I$, то $(\beta=\alpha) \in I$;

в) если $(\alpha=\beta) \in I$ и $(\beta=\gamma) \in I$, то $(\alpha=\gamma) \in I$;

г) если L' есть результат замещения некоторого одного появления α в L на β и $(\alpha=\beta) \in I$, то $L' \in I$.

Здесь *α,* β и γ— любые термы в эрбрановском универсуме для *S,* а *L* — любая литера в *I*.

Фактически *R*-интерпретация удовлетворяет условиям рефлексивности, симметричности, транзитивности и подстановочности, т. е. является моделью теории равенства. Многие авторы рассматривали специальные классы моделей различных теорий (частичного упорядочения, теории множеств и т. п.). Довольно общий подход к решению этой задачи предложен Слэйглом и продемонстрирован им на примерах теории равенства, частичного упорядочения и теории множеств, а позднее на теориях с коммутативностью и ассоциативностью. Цель этого подхода заключается в том, чтобы заменить некоторые аксиомы рассматриваемой теории полными (по опровержению) и эффективными (по времени) правилами вывода. Новые правила позволяют исключить огромное число лишних следствий, возникающих при использовании правила резолюции и аксиом теории. На основании этих идей частичное и общее упорядочение были встроены в правила вывода и получены экспериментальные результаты.

Мы в этой работе будем рассматривать только модели теории равенства, так как подход к теории равенства и другим теориям является подобным.

Множество *S* дизъюнктов называется *R-удовлетворимым,* если существует *R* -интерпретация, удовлетворяющая всем дизъюнктам в S. Иначе S называется *R-неддовлетворимым* (*R* -невыполнимым).

Пусть *S* — множество дизъюнктов. Определим *множество F функционально рефлексивных аксиом* для *S* как $F=\{f(x_1, \ldots,x_n)=f(x_1,\ldots x_n)$ для всех *n*-местных функциональных букв *f* встречающихся в *S*$\}$. *S* будем называть *функционально-рефлексивной системой,* если S содержит *F* и *{x=x},* и просто *рефлексивной системой,* если S содержит *{x=x},* но не содержит *F*.

Теорема 12.6. *Пусть S — множество дизъюнктов и P — множество аксиом равенства для S. S является R-невыполнимым тогда и только тогда, когда* $S \bigcup P$ *невыполнимо.*

Для *R*-невыполнимых множеств справедливо расширение теоремы Эрбрана.

Теорема 12.7. *Конечное множество S дизъюнктов R-невыполнимо тогда и только тогда, когда существует конечное множество S' фундаментальных примеров дизъюнктов в S такое, что S' является R-невыполнимым.*

12.4.1. Парамодуляция.

Определим правило вывода для равенства, называемое *парамодуляцией*. Используя резолюцию и парамодуляцию, мы всегда можем вывести пустой дизъюнкт из *R*-невыполнимого множества дизъюнктов.

По правилу парамодуляции из дизъюнкта C_1, равного $\{L(t) \vee C'_1\}$, и дизъюнкта C_2, равного $\{r=s \vee C'_2\}$, не имеющих общих переменных (где C'_1 и C'_2 — дизъюнкты, *r* и *s* — термы и *L(t)* — литера, содержащая терм *t)* и таких, что *t* и *r* имеют НОУ σ, выводится дизъюнкт, называемый *бинарным парамодулянтом* C_1 и C_2:

$$L\sigma[s\sigma] \bigcup C'_1\sigma \bigcup C'_2\sigma,$$

где $L\sigma[s\sigma]$ обозначает результат замены одного появления $t\sigma$ в $L\sigma$ на $s\sigma$. Литеры *L* и *r=s* называют *парамодулирован-ными литерами.*

Пример 12.13. Рассмотрим дизъюнкты:

C_1:$Q(g(f(x))) \vee R(x)$;

C_2: $f(g(b))=a \vee T(g(c))$.

Образуем бинарный парамодулянт C_1 и C_2. Здесь *L* есть $Q(g(f(x)))$, C'_1 есть $R(x)$, *r* есть $f(g(b))$, *s* есть *a* и C'_2 есть $T(g(c))$. *L* содержит терм *t*, равный $f(x)$, который унифицируется с *r*. НОУ *t* и *r* есть $\sigma=\{g(b)/x\}$. Следовательно, $L\sigma[t\sigma]$ равно $Q(g(f(g(b))))$, а $L\sigma[s\sigma]$ есть $Q(g(a))$. Так как $C'_1\sigma$ равно $R(g(b))$ и C'_2 равно $T(g(c))$ то бинарный парамодулянт C_1 и C_2 равен

$$Q(g(a)) \vee R(g(b)) \vee T(g(c)).$$

Парамодулированными литерами являются $Q(g(f(x)))$ и $f(g(b))=a$.

Парамодулянт дизъюнктов C_1 и C_2 есть один из следующих бинарных парамодуляптов:

1) бинарный парамодулянт C_1 и C_2;
2) бинарный парамодулянт C_1 и фактора C_2;
3) бинарный парамодулянт фактора C_1 и C_2;
4) бинарный парамодулянт фактора C_1 и фактора C_2.

Приведем пример совместного использования правила парамодуляции и резолюции для получения опровержения.

Пример 12.14. Если $x^2=e$ для всех x в группе, то группа коммутативна.

1. $f(e, x) = x$.
2. $f(x, e)=x$.
3. $f(x, f(y, z))=f(f(x, У), z)$.
4. $f(x_t\ x)=e$.
5. $f(a, b)=c$.
6. $c\neq f(b,a)$.
7. $f(x, e)=f(f(x, y), y)$, парамодулянт 3 и 4, $t=f(y,z)$.
8. $x=f(f(x, y), y)$, парамодулянт 7 и 2, $t=f(x, e)$
9. $a=f(c, b)$, парамодулянт 8 и 5, $t=f(x, y)$.
10. $f(y, f(y, z))=f(e, z)$, парамодулянт 3 и 4, $t=f(x,y)$.
11. $f(y, f(y, z))=z$, парамодулянт 10 и 1, $t=f(e, z)$.
12. $f(c, a)=b$, парамодулянт 11 и 9, $t=f(y, z)$.
13. $c=f(b, a)$, парамодулянт 8 и 12, $t=f(x, y)$.
14. *NIL*, резольвента 13 и 6.

Приведем алгоритм получения опровержения, используя правила парамодуляции и резолюции. Пусть S_0 — множество всех факторов дизъюнктов из S. Для нечетного $i>0$ пусть S_i формируется из S_{i-1} добавлением всех дизъюнктов, которые могут быть получены парамодуляцией двух дизъюнктов в S_{i-1}. Для четного $i>0$ пусть S_i формируется из S_{i-1} добавлением всех факторов дизъюнктов, которые могут быть получены резольвированием двух дизъюнктов в S_{i-1}. Если на некотором шаге получен пустой дизъюнкт, то это обозначает *R*-невыполнимость множества S.

Робинсон и Вос показали, что если S является конечным функционально-рефлексивным множеством дизъюнктов, то приведенный выше алгоритм является полуразрешающей процедурой для *R*-невыполнимости.

Непосредственное использование резолюции и парамодуляции неэффективно, поэтому используются различные стратегии. Ограничивающие стратегии для парамодуляции более слабы, чем для резолюции. Неполны аналоги *PI*-резолюции и *OL*-резолюции в парамодуляции. Гиперрезолюция и линейная резолюция могут быть распространены на парамодуляцию (гипермодуляция и линейная парамодуляция).

12.4.2. Гиперпарамодуляция.

Пусть P — упорядочение предикатных букв, которое включает буквы в дизъюнктах C_1 и C_2. Парамодулянт C_1 и C_2 называется *P-гиперпарамодулянтом* тогда и только тогда, когда выполняются следующие условия:

1. C_1 и C_2—положительные дизъюнкты.
2. Парамодулированные литеры в C_1 и C_2 содержат наибольшую предикатную букву в C_1 и C_2 соответственно.

Напомним, что *P*-гиперрезольвента есть *PI*-резольвента, когда каждая литера в интерпретации *I* содержит знак отрицания. Заметим, что в этом случае сателлиты и *P*-гиперрезольвенты являются положительными дизъюнктами.

Пусть *P* — упорядочение предикатных букв в множестве *S* дизъюнктов. Тогда *P-гипервывод с резолюцией и парамодуляцией* есть вывод, в котором каждый дизъюнкт есть дизъюнкт из S или *P*-гиперрезольвента, или *P*-гиперпарамодулянт. *P-гиперопровержение с резолюцией и парамодуляцией* есть *P*-гипервывод с резолюцией и парамодуляцией пустого дизъюнкта.

Можно показать, что *P*-гиперпарамодуляция полна, т. е. справедлива следующая теорема.

Теорема 12.8. *Если P — упорядочение предикатных букв в конечном R-невыполнимом множестве S дизъюнктов, то существует P-гиперопровержение с резолюцией и парамодуляцией из* $(S\bigcup\{x=x\}\bigcup F)$, *где F—множество функционально-рефлексивных аксиом для S.*

Полнота гиперпарамодуляции говорит, что можно рассматривать для резолюции только клаши с положительными сателлитами, а для парамодуляции — только положительные дизъюнкты. Эта процедура вывода особенно хорошо работает при малом количестве положительных дизъюнктов. Отметим, что упорядочение *P* предикатных букв может играть важную роль в дедуктивной процедуре. Действительно, введя для предикатной буквы равенства наименьший (наибольший) порядок, мы будем получать больше (меньше) резолюций, чем парамодуляции. Если предикатной букве равенства присвоить наименьший порядок, то мы получим следующее следствие теоремы 12.8.

Следствие 12.1. *Если P есть упорядочение предикатных букв в конечном R-невыполнимом множестве S дизъюнктов таких, что букве равенства R* (или *=) присвоен наименьший порядок в* P, *и если F есть множество функционально-рефлексивных аксиом для S, то пустой* *дизъюнкт выводится из ($S\bigcup\{x=x\}\bigcup F$) резолюцией и парамодуляцией, в которых*

а) *все резольвенты суть Р-гиперрезольвенты;*

б) *парамодуляция выполняется только между дизъюнктами, состоящими из положительных литер с единственной предикатной буквой (буквой равенства), и положительными дизъюнктами.*

Заметим, что если мы используем *Р*-гиперпарамодуляцию и *Р*-гиперрезолюцию, то множество *F* функционально-рефлексивных аксиом требуется для получения доказательства. Например, рассмотрим $S=\{a=b, f(a)\neq f(b)\}$. *S* *R*-невыполнимо, но не существует *Р*-гиперопровержения с резолюцией и парамодуляцией из $S\bigcup\{x=x\}$. Однако сущестует *Р*-гиперопровержение с резолюцией и парамодуляцией из $\{S\bigcup\{x=x\}\bigcup F\}$.

Пример 12.15. Произведем на примере поиска опровержения невыполнимого множества *S* дизъюнктов сравнение парамодуляции и гиперпарамодуляции. Для обоих методов будем использовать поиск в ширину.

Для данного множества *S* дизъюнктов мы будем вырабатывать последовательности дизъюнктов $S_0, S_1, \ldots, S_n, \ldots$ до тех пор, пока не получим пустой дизъюнкт. Пусть $S_0=S$.

$$S_n=\begin{cases}\text{резольвенты из } S_0\cup\ldots\cup S_{n-1} \text{ для нечетных } n,\\ \text{парамодулянты из } S_0\cup\ldots\cup S_{n-1} \text{ для четных } n.\end{cases}$$

Кроме того, после генерации нового дизъюнкта будем пользоваться стратегией вычеркивания поглощаемых дизъюнктов. Вычеркнутые дизъюнкты будем помечать звездочкой.

Пусть $S=\{\sim Q(a)\vee\sim S(a)\vee\sim T(a)\vee a=b, Q(a), S(a), T(a),$
$f(a)\neq(b), f(x)=f(x)\}$.

Пусть Р будет следующее упорядочение предикатных букв: $Q>S>T>=$.

А) Рассмотрим *Р*-гиперпарамодуляцию с ограничениями следствия 12.1.

S_0: *1. $\sim Q(a)\vee\sim S(a)\vee\sim T(a)\vee a=b$.
2. $Q(a)$.
3. $S(a)$.
4. $T(a)$.
5. $f(a)\neq f(b)$.
6. $f(x)=f(x)$

S_1: 7. $a=b$, Р-гиперрезольвента 1, 2, 3 и 4.

S_2: 8. $Q(b)$, Р-гиперпарамодулянт 2 и 7.
9. $S(b)$, Р-гиперпарамодулянт 3 и 7.
10. $T(b)$, Р-гиперпарамодулянт 4 и 7.

$$\left.\begin{array}{l} 11.\ f(a)=f(b), \\ 12.\ f(b)=f(a), \end{array}\right\}$$ Р-гиперпарамодулянты 6 и 7.

13. *NIL*, Р-гиперрезольвента 5 и 11.

Б) Рассмотрим теперь парамодуляцию без ограничений.

S₀: *1. $\sim Q(a) \vee \sim S(a) \vee \sim T(a) \vee a=b$.

2. $Q(a)$.

3. $S(a)$.

4. $T(a)$.

5. $f(a) \neq f(b)$.

6. $f(x)=f(x)$.

S_1. *7. $\sim S(a) \vee \sim T(a) \vee a=b$, резольвента 1 и 2.

S_2: *8. $\sim S(a) \vee \sim T(a) \vee Q(b)$, парамодулянт 2 и 7.

*9. $\sim S(a) \vee \sim T(a) \vee S(b)$, парамодулянт 3 и 7.

*10. $\sim S(a) \vee \sim T(a) \vee T(b)$, парамодулянт 4 и 7.

*11. $\sim S(a) \vee \sim T(a) \vee f(b) \neq f(b)$, парамодулянт 5 и 7.

$$\left.\begin{array}{l} {*12}.\ \sim S(a) \vee \sim T(a) \vee f(a)=f(b), \\ {*13}.\ \sim S(a) \vee \sim T(a) \vee f(b)=f(a), \end{array}\right\}$$ парамодулянты 6 и 7.

S_3: *14. $\sim T(a) \vee a=b$, резольвента 3 и 7.

*15. $\sim T(a) \vee Q(b)$, резольвента 3 и 8.

*16. $\sim T(a) \vee S(b)$, резольвента 3 и 9.

*17. $\sim T(a) \vee T(b)$, резольвента 3 и 10.

*18. $\sim T(a) \vee f(b) \neq f(b)$, резольвента 3 и 11.

*19. $\sim T(a) \vee f(a)=f(b)$, резольвента 3 и 12.

*20. $\sim T(a) \vee f(b)=f(a)$, резольвента 3 и 13.

S_4

$$\left.\begin{array}{l} {*21}.\ \sim T(a) \vee \sim f(f(a)=f(f(b)), \\ {*22}.\ \sim T(a) \vee \sim f(f(b)=f(f(a)), \end{array}\right\}$$ парамодулянты 6 и 19

S_5: 23. $a=b$, резольвента 4 и 14.

24. $Q(b)$, резольвента 4 и 15.

25. $S(b)$, резольвента 4 и 16.

26. $T(b)$, резольвента 4 и 17.

27. $f(b) \neq f(b)$, резольвента 4 и 18.

28. $f(a)=f(b)$, резольвента 4 и 19.

29. $f(b)=t(a)$, резольвента 4 и 20.

30. $f(f(a))=f(f(b))$, резольвента 4 и 21.

31. $f(f(b))=f(f(a))$, резольвента 4 и 22.

S_6:

$$\left.\begin{array}{l} 32.\ f(f(f(a)))=f(f(f(b))), \\ 33.\ f(f(f(b)))=f(f(f(a))), \end{array}\right\}$$ парамодулянты 6

S_7: 34. *NIL*, резольвента 5 и 28.

12.4.3. Линейная парамодуляция.

Для данного множества S дизъюнктов и дизъюнкта C_1 из S *линейным выводом* C_n *с резолюцией и парамодуляцией* с начальным дизъюнктом C_1 называется последовательность дизъюнктов $C_1, . ., C_n$, в которой

1) для i=l, .. ., n—1 C_{i+1} является резольвентой или парамодулянтом дизъюнктов C_i, и B_i;

2) каждый B_i является или некоторым дизъюнктом из S, или некоторым C_j, $j<i$.

Линейным опровержением с резолюцией и парамодуляцией называется линейный вывод с резолюцией и парамодуляцией пустого дизъюнкта.

Пример 12.16. Пусть S есть $\{\sim R(c)\vee c=d, \sim R(c)\vee g(c)\neq g(d), R(c)\vee a=b, R(c)\vee g(a)\neq g(b), g(x)=g(x)\}$. Тогда линейное опровержение из S с начальным дизъюнктом $\sim R(c)\vee c=d$ представлено на рис. 12.7.

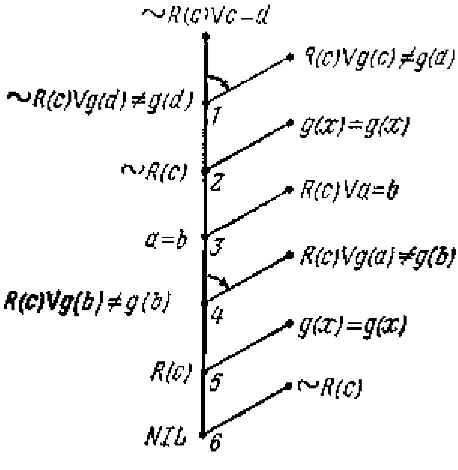


Рис. 12.7. Линейное опровержение с резолюцией и парамодуляцией.

Здесь шесть боковых дизъюнктов. Пять из них из множества S, а один $(\sim R(c))$ является предшествующим.

Можно показать, что линейная парамодуляция полна, т. е. справедлива следующая теорема.

Теорема 12.9. *Если C есть дизъюнкт в R-невыполнимом множестве S дизъюнктов, включающем x=x и функционально-рефлексивные аксиомы, и если S —*{C} *является R-выполнимым, то S имеет линейное опровержение с резолюцией и парамодуляцией с начальным дизъюнктом C.*

12.5. Стратегии поиска

В 12.1 указано на то, что процедура доказательства определения может быть разделена на правило вывода и стратегию поиска.

В предыдущих параграфах описаны правила вывода, используемые для поиска опровержения. В данном параграфе будут рассмотрены стратегии поиска. Задача стратегии поиска — выбрать те дизъюнкты-кандидаты, к которым на очередном шаге процедуры доказательства определений следует применять правило вывода.

В 10.5 было показано, что пространство поиска при доказательстве определения может быть представлено в виде абстрактного графа доказательства определений (G, s), в котором различным выводам одной и той же формулы соответствуют различные вершины. Если граф доказательства определений, изображенный на рис. 10.9, интерпретировать как граф, получаемый применением принципа резолюции, используя метящую функцию $c\colon G \rightarrow B^*$, то два дизъюнкта $c(n_7)$ и $c(n_8)$ должны представлять собой все резольвенты пары $c(n_3)$ и $c(n_4)$. Дизъюнкт $c(n_8)$ не должен резольвировать ни с одним из дизъюнктов $c(n_i)$, где $1 \leq i \leq 14$. Дизъюнкты $c(n_{10})$ и $c(n_{11})$ являются или факторами дизъюнкта $c(n_7)$, или получены из $c(n_7)$ резольвированием $c(n_7)$ с самим собой. Если, например, $C=c(n_6)=c(n_7)=c(n_{14})$, то С имеет три вывода: два первого уровня и один третьего уровня. Отметим, что выводы нет необходимости представлять в виде дерева. В приведенном примере дизъюнкт $c(n_2)$ используется дважды в выводе $c(n_{13})$, но представлен в графе в виде одной вершины.

Как было указано в 10.5, абстрактная задача доказательства определений может быть представлена в виде четверки $P=(G, s, F, g)$, где $F \subseteq G$ является множеством терминальных вершин для P (или решающих вершин) и $g\colon G \rightarrow R$ — оценочная функция, выражающая меру сложности вывода, (R — множество вещественных чисел).

Решение задачи P состоит в разработке стратегии поиска $\sum$, которая генерирует из G_0 вершину $n \in F$.

Стратегия поиска $\sum$ для P есть функция $\sum\colon 2^G \rightarrow 2^G$, которая вырабатывает подмножество G из другого подмножества G. Задача стратегии поиска в данной постановке состоит в выборе наиболее перспективных дизъюнктов для применения к ним правил вывода. Другими словами, задача состоит в упорядочении дизъюнктов на основании некоторой меры, называемой обычно оценочной функцией. При этом дизъюнкты, имеющие наименьшее значение оценочной функции, считаются предпочтительными и именно к ним и первую очередь применяются правила вывода.

Наибольшее распространение на практике получил специальный вид оценочной функции $f(n)=g(n)+h(n)$ (для всех $n \in G$), выраженной в терминах меры сложности K и дополнительной эвристической функции h (см. 11.2). Эвристическая функция h для P есть функция $h: G \to R$ такая, что $h(n) \geq 0$, для всех $n \in G$. Интерпретация эвристической функции h состоит в том, что $f(n)=g(n)+h(n)$ оценивает стоимость g (n^*), где n^*—терминальная вершина $n^* \in F$ такая, что $n \leq n^*$, т. е. $h(n)$ оценивает $g(n^*)—g(n)$.

В терминах этой оценочной функции можно описать ранние поисковые стратегии. Обычно в них $g(n)$ характеризовало уровень в графе доказательства, а $h(n)$—длину дизъюнктов. Выбор в качестве $h(n)$ длины дизъюнкта обосновывается тем фактом, что резольвирование дизъюнктов, содержащих одну литеру, сразу приводит к опровержению. Стратегии *насыщения уровня* могут быть охарактеризованы как стратегии, использующие упорядочение на основании оценочной функции $f(n)=g(n)$, т. е. в первую очередь получаются все резольвенты исходного множества дизъюнктов (нулевого уровня), затем первого уровня, второго и т. д. Эта стратегия эквивалентна стратегии поиска в ширину.

Стратегия *предпочтения единичным дизъюнктам* (одночленам) может быть представлена оценочной функцией $f(n)=h(n)$ при условии, что $g(n)<g_{\max}$. Данная стратегия широко используется на практике. Однако эта стратегия является неэффективной при наличии в исходном множестве аксиом большого количества единичных дизъюнктов (что имеет место в вопросно-ответных системах) .

Стратегия *предпочтения наименьшим литерам,* предложенная Слэйглом, также выражается функцией $f(n)=h(n)$. Отличие ее от стратегии предпочтения единичным дизъюнктам состоит только в способе вычисления $h(n)$. Здесь $h(n)$ вычисляется не для дизъюнкта-кандидата, а для пары дизъюнктов-кандидатов. Предпочтительной считается такая пара дизъюнктов (A, B), которая образует резольвенту (R) наименьшей длины. Длина резольвенты может быть вычислена до образования резольвенты по следующей формуле:

$$h(R) \leq h(A)+h(B)—2.$$

На практике, так как важно не абсолютное значение длины, а относительное, $h(R)$ считают по формуле $h(R)=h(A)+h(B)$.

Мы привели выше простейшие стратегии поиска, используемые в ранних программах доказательства определений. Ковальский обратил внимание на необходимость разработки более сложных стратегий и определил класс диагональных поисковых стратегий (ДПС) (см. 11.2) и восходящих ДПС (см. 11.3).

Рассмотрим предложенный Ковальским частный алгоритм *восходящей диагональной стратегии поиска,* названной им ∑*-алгоритмом.

Пусть *m* будет вершина в пространстве поиска, а *c(n)*— соответствующий ей дизъюнкт. В ∑*-алгоритме оценочная функция определяется парой *(i, j),* где *i* — длина дизъюнкта *c(n)*, а *j* — уровень дизъюнкта *c(n)*. Если даны дизъюнкты $c(n_1)$ с оценкой (i_1, j_1) и дизъюнкт $c(n_2)$ с (i_2, j_2), то $c(n_1) < c(n_2)$ (т. е. $c(n_1)$ *лучше* $c(n_2)$), если

а) $i_1+ j_1< i_2+ j_2$ или б) $i_1+ j_1= i_2+ j_2$ и $i_1<i_2$.

Если $i_1+ j_1= i_2+ j_2$ и $i_1=i_2$, то $n_1 =_{d^u} n_2$ (т. е. n_1 и n_2 равны в смысле введенного порядка).

Таким образом, при равенстве суммы длины и уровня двух дизъюнктов предпочтение отдается более короткому дизъюнкту, исходя из того, что цель стратегии поиска— получить дизъюнкт нулевой длины.

На основе введенного упорядочения Ковальский разделил пространство поиска на множества *A (i, j).* Каждое множество *A (i, j)* состоит из дизъюнктов, имеющих одинаковую меру упорядочения $<_{d^u}$. Алгоритм ∑* пытается генерировать дизъюнкты в соответствии с упорядочением восходящей ДПС. Сначала ∑* пытается найти среди исходных дизьюнктов дизъюнкт для множества *A* (0, 0), что возможно, только если в исходном множестве S есть пустой дизъюнкт. Затем делается попытка последовательно генерировать (путем выбора из исходного множества или применением правил вывода) дизъюнкты в множества *A* (0, 1), *A* (1,0), *A* (0, 2), *A* (1, 1), *A* (2,0), *A* (0,3), . . ., *A (i, j),* где *i* -длина дизъюнкта, а *j* — уровень. ∑* генерирует дизъюнкты для множества *A (i, j)* одним из следующих способов:

1. При *j* = 0 дизъюнкт исходного множества длиной *i* заносятся в *A* (*i*, *j*).
2. При *j* >0 фактор (факторы) дизъюнктов из *A(i*+1, *j*—1) заносятся в *A (i, j).*
3. При *j* >0 в множество *A* (*i*, *j*) заносится резольвента дизъюнкта $c(n_1)$ из $A\ (i_1, j_1)$ и дизъюнкта $c(n_2)$ из $A\ (i_2, j_2)$, где $i=i_1+i_2—2$ и $j=\max\ (j_1, j_2)+1$.

В начале доказательства все множества *A* пусты. Они заполняются программой НАПОЛНИТЬ *(i, j*), которая генерирует первым или третьим из указанных способов дизъюнкт с оценкой (*i*, *j*). Алгоритм ∑* начинает работу с вызова НАПОЛНИТЬ (0, 0). Дизъюнкты $c(n_1)$ и $c(n_2)$, образующие резольвенту третьим способом, являются дизъюнктами из множества $A\ (i_1, j_1)$ с лучшей мерой, чем (*i*, *j*). Когда программа НАПОЛНИТЬ *(i, j)* образовала все возможные дизъюнкты, то вызывается программа НАПОЛНИТЬ (i',j'), где (i',j') есть следующая мера упорядочения в смысле $>_{d^u}$. Всякий раз, когда НАПОЛНИТЬ (i, j) генерирует новый дизъюнкт $c(n)$, вызывается программа РЕКУРСИЯ ($c(n)$). Ее задача — проверить, взаимодействует ли $c(n)$ с ранее генерированными дизъюнктами, и в этом случае выработать способом 2 и 3 все дизъюнкты с оценкой $(i', j') <_{d^u} (i, j)$, которые являются потомками $c(n)$. К полученным дизъюнктам также применяется программа РЕКУРСИЯ. Этот рекурсивный процесс продолжается до тех пор, пока на некотором уровне не удается образовать дизъюнкты с мерой, лучшей, чем (i, j). Тогда управление возвращается предыдущему уровню программы РЕКУРСИЯ. В конце концов осуществляется повторный вход в программу НАПОЛНИТЬ, и указанный процесс продолжается до нахождения пустого дизъюнкта или до исчерпания времени (или памяти), отведенного на доказательство.

Ковальский определил восходящую ДПС для оценочной функции $f(n)=g(n)+h(n)$. Можно усложнить данную функцию и рассматривать ее как линейную комбинацию не двух, а большего количества функций. Например,

$$f(n)=W_o g(n)+\omega_1 h_1(n)+ \omega_2 h_2(n),$$

где ω_i есть весовой коэффициент $\left(\sum_i \omega_i = 1\right)$, g — уровень дизъюнкта, h_1—длина дизъюнкта, h_2— мера функциональной сложности дизъюнкта (например, наибольший уровень вложенности функций, входящих в дизъюнкт).

В изложенных выше стратегиях поиск начинается со всего множества исходных аксиом G_o (формул нулевого уровня). При решении многих практических задач множество G_o оказывается очень большим, что приводит к невозможности найти опровержение в приемлемое время. Применительно к рассматриваемой нами проблеме формирования и доказательства определений G_0 включает множество всех исходных знаний. Будем называть все факты, входящие в G_o, *базовыми данными.* Аксиомы базовых данных, не содержащие переменных, будем называть *константными аксиомами.* Остальные аксиомы будем называть *общими аксиомами.* Необходимо отметить, что для решения любой конкретной задачи формирования и доказательства определений требуются не все базовые данные, а только небольшая их часть. Поэтому необходимо при поиске доказательства выбирать из базовых данных только те дизъюнкты, которые уместны для решаемой задачи. Выбор уместных аксиом может быть осуществлен в основном за счет использования семантической информации о дизъюнктах, а не синтаксической, использованной в методах упорядочения (длина, уровень или мера сложности дизъюнктов).

Продемонстрируем методы внесения в процедуру поиска не только синтаксической, но и семантической информации на примере Q* алгоритма. Данный алгоритм состоит из двух подалгоритмов:

1. *Алгоритма выбора базового дизъюнкта,* осуществляющего выбор из множества всех дизъюнктов тех, которые относятся к решаемой задаче.
2. *Алгоритма дедукции,* определяющего последовательность, в которой к дизъюнктам применяются правила вывода .

Оба алгоритма удобно описать в контексте поиска *в системе редукций.*

Система редукций состоит из трех множеств: начальных задач, множества операторов и конечных (разрешимых) задач.

В контексте доказательства определений методом резолюции будем дизьюнкт рассматривать как задачу, а литеру как подзадачу. Дизъюнкт при этом соответствует конъюнкции подзадач, так как для решения задачи все литеры должны быть разрешены путем применения операторов (других дизьюнктов).

Состав множества начальных задач зависит от используемой системы вывода. Например, если используется стратегия множества поддержки или стратегия, включающая множество поддержки (например, OL-вывод), то множество начальных задач состоит из дизъюнктов, входящих в отрицание доказываемой теоремы.

Множеством операторов является множество дизъюнктов, применимых к задаче посредством правил вывода. Однако множество применимых операторов зависит от используемых правил вывода. Резолюция использует два дизъюнкта, и для многих систем вывода любой из этих дизъюнктов можно рассматривать как задачу, а другой как оператор. Однако для ряда систем вывода кажется естественным делать различие между дизъюнктами. Например, в случае линейной или OL-резолюции боковые дизъюнкты естественно рассматривать как операторы. Конечными задачами являются дизъюнкты определенного вида. Типичным примером является пустой дизъюнкт, сообщающий, что решена вся задача. Более сложным является определение окончания подзадачи.

Подзадача A, соответствующая литере в дизъюнкте, может быть решена одним из двух способов:

1) разрешена за один шаг применением опровергающего ее оператора (например, путем резольвирования с одночленным дизъюнктом, дополнительным к A);

2) оператор, примененный к *A,* порождает дополнительное множество подзадач; при этом *A* считается разрешимым тогда и только тогда, когда будут разрешены все подзадачи.

Определить на практике, когда данная подзадача разрешена, весьма трудно, так как в зависимости от системы вывода подзадачи рассматриваются в произвольном порядке. Решение указанной задачи в общем случае требует запоминания громоздкой информации. Однако в случае *OL*-резолюции проблема упрощается, так как на данном уровне испытывается только одна подзадача, а информация, требуемая для запоминания, хранится в представлении дизъюнкта. Если решение некоторой подзадачи приводит к другим подзадачам, то в *OL*-резолюции создается *A*-литера, а вновь образованным подзадачам соответствуют *B*-литеры, расположенные справа от данной *A*-литеры. Когда все *B*-литеры будут разрешены (*OL*-резолюция выполняется над самой правой *B*-литерой) и *A* -литера оказывается справа, то *A* -литера устраняется из дизъюнкта операцией сокращения (см. п. 12.3.4), и только в этот момент выбирается для решения новая подзадача.

Процесс дедукции, используемый в алгоритме *Q**, подобен процессу поиска, описанному для алгоритма ∑*, и состоит в вычислении оценочной функции. Отличие состоит в том, что с целью ускорения взаимодействия уместных базовых дизъюнктов с вновь полученными дизъюнктами можно вводить базовые дизъюнкты не только в программе НАПОЛНИТЬ, но и в программе РЕКУРСИЯ. В алгоритме широко используются различные *правила вычеркивания,* направленные на устранение избыточных или семантически бессмысленных дизъюнктов. Примерами таких дизъюнктов являются *тавтологии, алфавитные варианты* уже существующих дизъюнктов или *поглощаемые дизъюнкты*.

Алфавитным вариантом некоторого дизъюнкта *C* называется дизъюнкт *C'*, получаемый из *C* подстановкой, заменяющей только названия переменных.

Дизъюнкт C_1 *поглощает* дизъюнкт C_2, если существует такая подстановка, что $C_1\sigma \subseteq C_2$. Например, дизъюнкт *P(x)* поглощает дизъюнкт $P(y) \vee Q(z)$, так как при $\sigma=\{y/x\}$

$$\{P(x)\}_\sigma \subseteq \{P(y) \vee Q(z)\}.$$

Тавтологии, алфавитные варианты и поглощаемые дизъюнкты являются неуместными и излишними, и они должны вычеркиваться, когда для этого предоставляется возможность. Вычеркивание алфавитных вариантов и тавтологий не нарушает полноты правил вывода. Вычеркивание поглощаемых дизъюнктов нарушает полноту некоторых правил вывода. Так, например, для бинарной резолюции (или семантической резолюции) и стратегии насыщения уровня вычеркивание поглощаемых дизъюнктов не нарушает полноты правил вывода, только если оно осуществляется после насыщения уровня.

Для устранения избыточных дизъюнктов применяется способ *означивания предикатов,* осуществляемый путем ссылок на семантическую информацию конкретной проблемной области. Так, например, пусть мы имеем дизъюнкт $C \vee \sim F(\text{Мэри}, x)$, где C — дизъюнкт. Если нам известно на основании семантической информации, что для истинности предиката F первый его аргумент должен быть объемом мужского пола, то мы можем определить, что $\sim F$ *(Мэри, x)* в данной интерпретации принимает значение ин пито» и, следовательно, весь дизъюнкт можно отбросить, не нарушая свойств невыполнимости оставшегося множества. Если же некоторая литера в результате означивания приобретает значение «ложно», то она может быть устранена из того дизъюнкта, в который она входит.

Хотя означивание предикатов является полезной стратегией, но она не защищает от генерации неуместных дизъюнктов. Указанная задача может быть с успехом решена путем тщательного выбора уместных базовых дизъюнктов.

Для того чтобы выбрать аксиомы (операторы), уместные для данной задачи, алгоритм Q^* первоначально генерирует дизъюнкты из отрицания определения. В зависимости от системы вывода алгоритм рассматривает одну или все литеры итерированных дизъюнктов (дизъюнктов «хозяев») как спецификацию, на основании которой осуществляется выбор аксиом. Каждую из этих литер будем называть *выделенной литерой.* Выделенная литера используется для выбора аксиом, которые *резольвируют* по данной литере с генерированным дизъюнктом. Таким образом, выделенные литеры действуют как образцы. Этот прием подобен идее Грина, на основании которой, только определенные дизъюнкты (активные) принимают участие в процессе поиска доказательства. Количество аксиом, отобранных выделенными литерами, может быть уменьшено отфильтровыванием на основании семантики (например, несоответствие типов аргументов). Оставшиеся после фильтрации операторы заносятся в список СПЕЦ и упорядочиваются таким образом, чтобы более уместные испытывались в первую очередь.

В результате работы алгоритма выбора базового дизъюнкта дедуктивный алгоритм получит не все базовые дизъюнкты, имеющие данную меру упорядочения. Как следствие этого, выбранные базовые дизъюнкты не обязательно будут генерироваться в соответствии с мерой упорядочения. Следовательно, в отличие от алгоритма $\sum^*$, алгоритм Q^* не обладает допустимостью (см. р. 11). Однако потеря допустимости имеет только теоретическое значение. На практике кажется более важным найти быстро какое-нибудь решение, а не обязательно простейшее решение, требующее больших затрат и влекущее за собой риск не решить задачу в отведенные время и объем памяти.

Опишем теперь более подробно, каким образом происходит выделение аксиом, их фильтрация и упорядочение.

Как уже указывалось ранее, литеры генерированных дизъюнктов используются для выделения аксиом, которые становятся кандидатами для генерации. Система вывода, используемая алгоритмом дедукции, будет определять, какие дизъюнкты будут использоваться для этих целей и какие критерии будут применяться для выбора аксиом. Если система вывода использует стратегию опорного множества или если система связана с опорным множеством, как в *OL*-резолюции, то используются только литеры дизъюнктов, обладающих поддержкой. С другой стороны, если система вывода не включает стратегию опорного множества, то все сгенерированные дизъюнкты и общие аксиомы будут использоваться для выделения аксиом. При этом критерий резолюции должен быть ослаблен таким образом, что аксиома будет становиться кандидатом, если она содержит литеры, которые *унифицируют* с литерами сгенерированного дизъюнкта. Ослабление критерия резолюции необходимо для того, чтобы обеспечить опровергающую полноту алгоритма, например, в случае, когда для опровержения теоремы необходимо доказательство леммы, а определение не используется до тех пор, пока лемма не доказана.

Система вывода указывает также, какие литеры должны использоваться при выделении аксиом. Так, например, такая система вывода, как *OL*-резолюция, указывает одну литеру каждого генерированного дизъюнкта, которая используется. Другие системы вывода используют для этих целей все литеры.

Рассмотрим теперь проблему семантической фильтрации найденных аксиом-кандидатов. Фильтрация может делаться на основе типов переменных и констант, входящих и выделенную литеру. Например, предположим, что литера генерированного дизъюнкта имеет вид *~ РОДИТЕЛЬ (x, Петр)* и из контекста известно, что переменная *x* имеет тип *МУЖЧИНА*. Предположим, что потенциальными кандидатами, найденными в базовых данных, являются дизъюнкты:

1) *~ОТЕЦ(u, v)* $\vee$ *РОДИТЕЛЬ (u, v);*

2) МАТЬ (u, v) $\vee$ *РОДИТЕЛЬ (u, v).*

Применяя фильтр, получим, что аксиома 2) является несовместимой с выделенной литерой, так как переменная *u* в литере *РОДИТЕЛЬ* имеет из контекста тип *ЖЕНЩИНА* (тик как является первым аргументом предиката *МАТЬ,* требующего типа *ЖЕНЩИНА).* Таким образом, кандидатом становится только дизъюнкт 1).

Если некоторая подзадача может быть полностью решена с использованием константных аксиом, запомненных в явном виде в базовых данных, то нет необходимости генерировать для решения подзадачи общие аксиомы. Например, пусть *МАТЬ (х, Эмиль)* является литерой сгенерированного дизъюнкта. Пусть системе известен факт, что у каждого человека есть точно одна мать. Если аксиома *МАТЬ (Роза, Эмиль)* найдена в базовых данных системы, то она полностью решает подзадачу и мы выбираем только одного кандидата. Никакие другие аксиомы, которые могут резольвировать с предикатом *МАТЬ (х, Эмиль),* не следует вводить в пространство поиска для решения этой подзадачи.

Описанный процесс фильтрации уменьшает число аксиом, которые принимают участие в процессе поиска. Так как меньшее количество аксиом будет участвовать в логическом взаимодействии, то уменьшится число генерируемых дизъюнктов.

Следует отметить, что, хотя фильтрация делает систему неполной в смысле исчерпания всех вариантов решений, она оставляет ее полной в смысле опровержения.

После того как аксиомы-кандидаты выделены и подвергнуты семантической фильтрации, их необходимо упорядочить так, чтобы «более перспективные» обрабатывались в первую очередь.

Упорядочение выполняется в два этапа:

1) упорядочение кандидатов, связанных с выделенной литерой (это соответствует упорядочению операторов, применяемых к подзадаче);

2) упорядочение списков кандидатов, соответствующих различным выделенным литерам (это соответствует упорядочению подзадач).

Упорядочение кандидатов выделенной литеры осуществляется двумя способами. Либо упорядочение совершается на основании рекомендаций пользователя аналогично списку рекомендаций в языке PLANNER, либо в соответствии с оценочной функцией, используемой в дедуктивном алгоритме В последнем случае константные аксиомы предшествуют общим аксиомам

Для упорядочения подзадач (литер) используется эвристика, состоящая в предпочтении литерам, имеющим одну пли несколько констант. Смысл этой эвристики состоит в том, что

1) константные литеры будут резольвировать (унифицировать) с меньшим числом базовых дизъюнктов, чем общие лшеры,

2) если определение касается частного утверждения, то предлагаемый механизм будет более уместен, чем слепой перебор на основе общих литер.

На рис. 12.8 приведен пример доказательства с предпочтением литерам, содержащим константы.

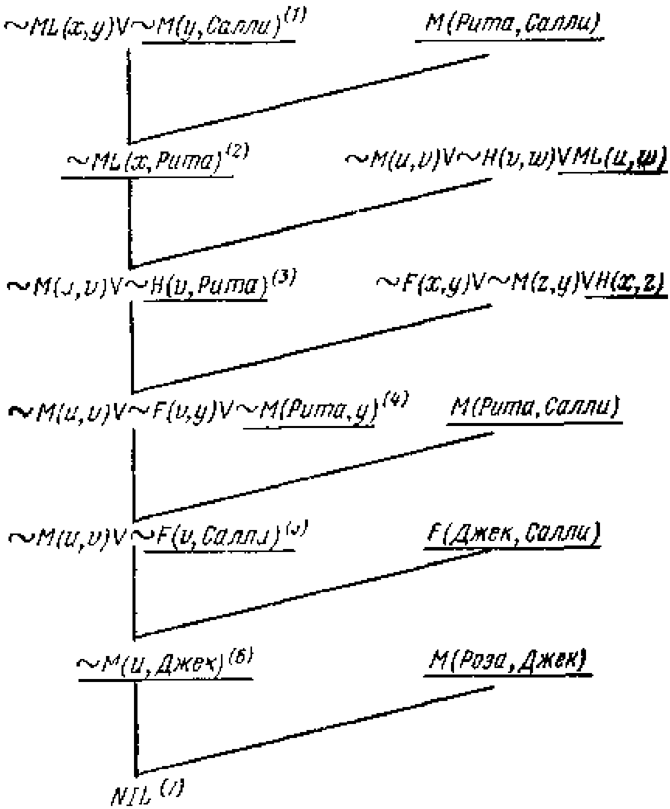


Рис. 12 8 Использование консгант для ведения поиска.

Дизьюнкт 1) имеет две выделенные литеры. Мы отдаем предпочтение литере *~M(y, Салли),* так как она содержит константу. Аксиомы, которые могут взаимодействовать с литерой *~M (y, Салли),* принимают участие в поиске до других аксиом, применяемых к дизъюнкту 1). По аналогичным причинам мы отдаем предпочтение литере *~H (v, Pита)* в дизъюнкте 3).

Если существует несколько подзадач, содержащих константы, то упорядочение осуществляется на основании предсказанного значения оценочной функции резольвенты, полученной из дизъюнкта «хозяина» выделенной литеры и первой аксиомы в списке кандидатов этой литеры.

Следует отметить, что в некоторых базовых данных определенные константы встречаются очень часто. Примером может служить константа, отражающая пол (мужчина, женщина) в картотеке личного состава какого-либо учреждения. Так как такие константы часто встречаются в базе данных и не именуют конкретного индивидуума, то они мало будут помогать в ведении поиска. Поэтому эти типы констант при упорядочении целесообразно рассматривать как переменные.

Определенные события, происходящие в процессе поиска, могут быть использованы для сокращения пространства поиска и устранения определенных кандидатов из списка литер. Мы упоминали при описании фильтрации кандидатов-аксиом, что некоторые подзадачи могут быть полностью разрешены с помощью константных базовых аксиом. В более общей форме можно сказать, что некоторые подзадачи имеют точное число решений, в то время как другие — неопределенное число. Если число решений для данной подзадачи известно, то, когда все решения найдены, часть графа поиска (сформированная для решения данной подзадачи) может быть отброшена. В дополнение к этому аксиомы-кандидаты, выделенные при решении этой подзадачи, могут быть устранены. Результатом такого сокращения является уменьшение числа неуместных дизъюнктов в пространстве поиска и, что даже более важно, устранение их преемников.

Выполнение этого семантического действия весьма сложно для произвольной системы вывода, так как для данного дизъюнкта (задачи) попытки решения всех подзадач выполняются одновременно. Однако для *OL*-резолюции этот подход применим, так как здесь в текущий момент рассматривается только одна подзадача и информация, требуемая для обнаружения решения подзадачи, встроена в представление *OL*-резолюции.

Итак, мы описали приемы по использованию семантики в процессе поиска доказательства определений. Некоторые из этих приемов являются довольно общими и могут применяться для многих проблемных областей.

Заканчивая описание методов доказательства определений, отметим, что основными способами устранения причин «экспоненциального взрыва» имеющего место при доказательстве определений практической степени сложности, является использование семантики и встраивание в правила вывода и алгоритмы унификации специфики конкретной области применения,

12.6. О машинном доказательстве определений

Современные компьютеры могут выполнять множество сложнейших операций, доступных ранее только человеку. Кроме таких привычных действий, как распознавание образов, перевод текстов с одного языка на другой, они все больше внедряются в самые сложные сферы искусственного интеллекта – научного направления, моделирующего процесс человеческого мышления. Одно из таких направлений – автоматическое доказательство определений – мы собираемся рассмотреть ниже.

Практически каждый из нас имеет представление о том, что такое аксиомы, определения и как проводятся математические доказательства. Подобную работу могут выполнять компьютеры (вернее, компьютерные программы), что, кажется, должно свидетельствовать о том, что они способны мыслить – в нашем, человеческом, понимании. На самом деле это, конечно же, не так. Они лишь слепо используют определенный набор правил и приемов, которому их нужно предварительно научить. Однако недостаток творческого начала в некоторых случаях вполне может компенсироваться быстродействием, и хорошее тому подтверждение – успехи шахматных программ. А исходной точкой для «машинного интеллекта» всегда будет некоторая формализация наших знаний, каковой является, в частности, математическая логика – дисциплина, посвященная изучению доказательств. Впрочем, от читателей не требуется глубоких познаний в этой области, но тем, кто совсем не знаком с понятиями «предикат», «логическое следствие», «формальный вывод», возможно, не лишне будет предварительно прочесть соответствующую врезку – чтобы лучше понять, каким же образом действует компьютер, выполняя доказательство.

Автоматическое доказательство и логическое программирование

Установление отношений логического следствия, или, что то же самое, доказательство определений является одной из главных задач логики. Она представляет не только теоретический, но и практический интерес для многих научных и технических областей. В качестве примера назовем две достаточно широкие научно-прикладные сферы, проблемы из которых могут быть выражены в терминах доказательства определений:

- анализ программ. Если процесс выполнения программы описывается некоторой логической формулой А, а условие завершения – формулой В, то проверку того, что программа закончит работу, можно сформулировать как доказательство следования В из А;
- преобразование состояний. Если заданы набор состояний и множество операторов над ними, то проблема достижения некоторого заданного состояния из исходного опять же сводится к доказательству логического следствия.

За долгие годы развития логики было предложено немало методов установления логического следствия. Большинство из них основаны на доказательстве того, что некоторая логическая формула, связанная с определением, истинна или ложна. Однако данные методы требуют большой рутинной работы (переписывания, перебора вариантов) для своей реализации, т. е. слишком трудоемки и громоздки для «ручного» применения. В то же время они легко программируются на ЭВМ, и это делает задачу установления логического следствия гораздо более доступной. Приемы и алгоритмы, используемые для решения таких задач, получили название автоматических (машинных) методов доказательства определений.

Хотя эти алгоритмы были предложены давно и постоянно совершенствуются, их реализация на традиционных языках программирования вызывает существенные трудности. Потребность в адекватных инструментальных средствах привела к созданию целого направления в программировании, называемого логическим, которое включает подходы и методы, приспособленные для решения задач логики, и в рамках которого созданы специализированные языки.

При решении задач на этих логических языках, как правило, описывают предметную область (называемую иногда универсумом рассмотрения), и на ней определяют функции и предикаты, выражающие взаимосвязи между исследуемыми сущностями. Логическое программирование при этом обладает особыми свойствами, отличающими его от других подходов. В функциональном программировании процедура действует как математическая функция, возвращая значение от аргументов. Логическая же процедура соответствует математическому понятию отношения и обладает большей гибкостью. При определении отношений ничего не говорит о том, какие аргументы исходные и каковы возможные результаты – в разных запросах одни и те же объекты могут играть различные роли.

Само исчисление, реализованное в логическом программировании, состоит из формализованного языка и механизма вывода. Последний, в свою очередь, включает некоторое множество исходных предложений, называемых аксиомами, и правил вывода, позволяющих из одних предложений получать другие. Последовательность предложений, каждое из которых либо является аксиомой, либо следствием предыдущих, называется формальным выводом или доказательством, а предложения, получаемые в этом процессе, – определениями.

Наличие формальных правил вывода позволяет проверять правильность доказательств определений, порождая с их помощью из аксиом все новые и новые следствия – до получения интересующего нас определения. Не менее часто применяется и обратный метод: берут интересующее определение и выясняют, из каких посылок оно может быть получено, затем анализируют эти посылки и т. д., пока не придут к аксиомам. К сожалению, в обоих случаях крайне сложно оценить необходимый объем вычислений.

Программные пакеты, выполняющие автоматические доказательства или некоторые их элементы, традиционно разделяют на *интерактивные* и *автоматические пруверы* (системы доказательств, interactive/automated theorem provers) и *верификаторы моделей* (model checkers). Данная классификация основана на некоторых параметрах решаемых задач и степени участия пользователя, хотя в целом такое разделение в известной степени условно.

Надо отметить, что с развитием машинных методов стал актуальным вопрос о том, что же считать доказательством в математике. Традиционно под ним понималась обозримая последовательность выводов, которую можно проверить «вручную», условно говоря, с помощью карандаша и листа бумаги. Однако участие в процессе компьютера потребовало пересмотра такого «устаревшего» представления.

Для иллюстрации сказанного приведем пример фундаментальной математической проблемы, решенной (в основном) машинными методами. Это так называемая задача о четырех красках, не поддававшаяся аналитическому решению более века. Она была сформулирована в 1852 г., когда один английский географ заметил, что для раскраски карты Британии (при которой соседние графства имели бы разный цвет) достаточно четырех красок. Математики, заинтересовавшиеся этим любопытным фактом, задались вопросом: а достаточно ли четырех красок для раскрашивания произвольной карты? Оказывается, да.

Упуская занимательную предысторию, скажем, что первое правильное доказательство этой теоремы было получено только в 1976 г. с использованием машинных методов. Между тем оно до сих пор вызывает сомнение у ряда специалистов. Дело в том, что в нем одновременно с громоздкой аналитической частью доказательства, состоящего из десятков страниц сложнейших выкладок и тысяч (!) дополнительных диаграмм, имеется машинная часть, которую удалось проверить только на компьютере (использовался суперкомпьютер Cray-1A). Авторы доказательства логически свели задачу к исследованию 1482 базовых карт, сформированных специальным образом – их раскраска на Cray потребовала 50 суток компьютерного времени. Это-то и поставило под сомнение надежность данного метода – вероятность ошибки (как программной, так и аппаратной) при таком объеме не является пренебрежимо малой. Впрочем, доказательство 1976 г. было подтверждено позже. В 1990-х годах задача о четырех красках была сведена к раскрашиванию «всего» 633 базовых карт, что может быть реализовано на современном ПК за вполне приемлемое время – всего за несколько часов. Тем не менее поводы для скепсиса не исчезли – ведь задача опять решена машинными методами, и о проверке доказательства «вручную» можно даже не мечтать.

Coq и Gallina

Важной особенностью большинства приложений, реализующих методы автоматического доказательства, является их некоммерческий, экспериментальный характер. С одной стороны, это обеспечивает бесплатный и неограниченный доступ к данному ПО всех желающих, но с другой – подобные системы, как и вообще многие некоммерческие IT-проекты, зачастую не имеют развитой пользовательской поддержки, нередко отличаются нестабильным функционированием и т. д.

Выше мы кратко упомянули об основных классах логических программ. К сожалению, даже тезисный обзор лучших представителей каждого из них, который смог бы сориентировать читателя, скажем, в выборе подходящего ему пакета, является совершенно необозримой задачей. Поэтому в качестве примера мы детальнее остановимся лишь на одном из продуктов, обладающим, несмотря на общедоступность, весьма развитыми инструментами для решения сложных задач.

Система автоматизированного построения доказательств Coq, созданная в исследовательском институте INRIA (Франция), является достаточно сбалансированным приложением, сочетающим поддержку широкого спектра логических процедур, высокую стабильность работы и относительную простоту освоения для широких кругов пользователей. Система и сопровождающая ее документация могут быть свободно загружены с узла продукта. Разработчики определяют Coq как Proof Assistant, что в приведенной классификации соответствует интерактивным пруверам. Кроме того, Coq поддерживает процедуры полностью машинного вывода, характерные для автоматических пруверов, т. е. система обладает качествами сразу двух выделенных нами классов программ. Coq реализован на нескольких платформах (Linux, Mac OS, Windows, Solaris) и имеет набор интерфейсов, облегчающих взаимодействие с пользователем. В ОС Windows основным средством работы с системой является стандартная командная консоль, хотя в поставку входит и графический интерфейс CoqIde.

Интерфейс интегрированной среды разработки системы автоматизированного построения доказательств Coq

Базируется Coq на собственном языке спецификаций Gallina, состоящем из объявлений, определений и команд. Объявление ставит в соответствие некоторому имени его спецификацию, что примерно отвечает созданию переменной определенного типа в алгоритмических языках. Спецификации делятся на логические высказывания, математические коллекции и абстрактные типы. Например, спецификация nat является аксиоматическим понятием, принадлежащим математической коллекции, и означает натуральное число. Команда Variable n:nat. объявляет объект n как переменную натурального типа.

С помощью определений создаются и именуются новые объекты (в то время как объявления приписывают объектам только типы). Например, в арифметическом модуле Coq определен объект plus, ставящий в соответствие двум натуральным числам их сумму (очевидно, что он является прямым аналогом функционального символа «сумма» из исчисления предикатов).

Как же проводятся доказательства в Coq? Кратко поясним только схему, не вдаваясь в детали. Определение (в терминах Gallina называемое целью), которое должно быть доказано, записывается с помощью соответствующих операторов. Заранее, если необходимо, вводятся используемые в нем объекты – переменные, функциональные символы и др. Затем к цели применяются специальные команды, называемые тактиками, являющиеся примитивами построения доказательства. Тактика действует на текущую цель, пытаясь построить доказательство исходного определения, возможно, на основе некоторых гипотетических суждений, добавляющихся затем к текущему списку определений. Процесс проведения доказательства с помощью тактик предусматривает активное участие пользователя и осуществляется, как правило, за несколько шагов, число которых может быть весьма значительным. При этом от него требуются довольно глубокие знания языка спецификаций. Таким образом, Coq функционирует как интерактивный прувер. Однако в Gallina также имеются тактики, пытающиеся построить доказательство без участия человека. Для их применения достаточно введения единственной команды, а в случае успеха выдается соответствующее сообщение. В этом случае Coq действует подобно полностью автоматическим системам.

В завершение нашего знакомства с Coq укажем на такое важное качество системы, как модульность и расширяемость. Применяемые в системе понятия и тактики оформлены в виде модулей-библиотек, которые можно подключать по мере необходимости. При обычном старте в систему загружается минимальный набор библиотек, содержащий лишь логические связки и ряд арифметических понятий. Для работы в каких-то специфических предметных областях потребуются соответствующие дополнительные инструменты.

Таким образом, Coq является открытой расширяемой системой, способной выражать самые разные системы понятий и решать в них логические задачи. Так, в 2004 г. была завершена полная формализация в Coq упомянутой теоремы о четырех красках, что продемонстрировало ее высокие возможности.

Завершая это краткий обзор, хотелось бы затронуть вопрос о сравнении интеллектуальных способностей человека и возможностей современных пакетов автоматических доказательств при проведении логических выкладок. Иными словами, способны ли сегодняшние системы доказательств конкурировать, скажем, с математиками, делающими это без применения компьютеров? При всей неоднозначности такой постановки вопроса считается, что машинные системы доказательств пока заметно отстают от профессиональных ученых, тогда как уровень среднего школьника и даже студента ими давно пройден. Для сравнения: компьютерные программы, играющие в шахматы, сегодня практически победили человека; имеется всего лишь несколько шахматистов, способных играть на равных с Fritz или Shredder, особенно с их двухпроцессорными версиями (которые обычно снабжаются приставкой Deep). При этом программы неустанно совершенствуются, так, настоящий фурор произвел шахматный движок Rybka (созданный всего одним человеком, правда, профессиональным шахматистом), возглавляющим сегодня все рейтинги. Вместе с тем имеются области, где пруверы вне конкуренции – например, в Software Engineering для проверки корректности программ или непротиворечивости требований к ПО. Поэтому хотя невозможно спрогнозировать, превзойдут ли машинные системы доказательств человека, в настоящее время они уже нашли свои ниши, и в дальнейшем сфера их применения будет только расширяться.

13. Теорема о существовании недоказуемых истинных определений

Излагаемый в этом разделе способ доказательства базовой теоремы опирается на элементарные понятия теории алгоритмов. Все необходимые сведения из этой теории сообщаются по ходу изложения материала, так что читатель одновременно знакомится с основными понятиями теории алгоритмов.

13.1. О форме доказуемости существования корректно толкуемых понятий

Формулировка теоремы о невозможности добиться того, чтобы каждое определение (утвердение) было доказуемо, выглядит следующим образом.

Не каждое определение, которое отображает истинное утверждение, можно доказать средствами математики.

В множестве научно-сформированных определениях понятий существуют недоказуемые достоверные (истинные) определения (утверждения).

В этой формулировке почти каждое понятие нуждается в разъяснениях. Приведем такие разъяснения.

13.1.1. Язык определений понятий.

Мы не будем давать какое бы то ни было определение языка определений понятий (поскольку не беремся это сделать с достаточной общностью), а ограничимся теми относящимися к языку понятиями, которые единственно и будут нужны нам для дальнейшего. Таких понятий нам потребуется два: «алфавит языка определений понятий» и «множество достоверных утверждений языка определений понятий».

13.1.1.1 Алфавит языка определений понятий. Обычно под *алфавитом* понимается конечный список элементарных (т. е. считающихся не членимыми далее) знаков, называемых *буквами и/или символами* этого алфавита. Конечная цепочка следующих друг за другом букв некоторого алфавита называется *словом* в этом алфавите. Так, слова русского языка (включая и собственные имена) суть слова в 66-буквенном алфавите (33 строчные буквы, 31 прописная буква (кроме твердого и мягкого знаков), дефис, апостроф); десятичные записи натурмиальных чисел — слова в десятибуквенном алфавите {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9}; различные математические и др. знаки. Для называния алфавитов используются обычно прописные русские буквы. Множество всех понятий в алфавите L будем обозначать L^{∞}. Предполагается, что для языка понятий имеется такой алфавит, что все выражения этого языка (т. е. имена тех или иных предметов, определения этих предметов и т. п.) суть понятия в этом алфавите; каждую русскую фразу, например, и даже каждый русский текст можно рассматривать как понятие в алфавите, представляющем собой расширение указанного выше 66-буквенного алфавита за счет знаков препинания, знака пробела между понятиями, знака абзацного отступа (и, быть может, еще некоторых знаков). Предполагая, что выражения языка понятий являются понятиями в некотором алфавите, мы тем самым налагаем запрет на такое «многоэтажное» выражение, как, например, $\int_a^u f(x)\,dx.$ Этот запрет, однако, не является слишком ограничительным, поскольку все подобные выражения можно при подходящей кодировке «вытянуть в строку». Всякое множество M такое, что $M \subseteq L^{\infty}$, называется *понятийным в* L. Просто *понятийным* называется множество, понятийное в каком-либо алфавите. Сделанное предположение может быть сформулировано короче: *множество выражений всякого языка понятий понятийно.*

13.1.1.2. Множество достоверных (истинных) утверждений (определений) языка понятий. Будем предполагать, что в множестве L^{∞}, где L — алфавит рассматриваемого языка понятий, задано подмножество *T,* называемое множеством «достоверных (истинных) утверждений (определений) понятий» (или, короче, просто «достоверностей»). Таким образом, мы опускаем все промежуточные этапы, посредством которых, во-первых, среди слов в алфавите L выделяются правильно построенные *выражения* языка понятий, получающие определенный смысл при интерпретации (такие, как 2 + 3, x + 3, $x = y$, x = 3, 2 = 3, 2 = 2, — в отличие от таких, как *+=x);* во-вторых, среди выражений выделяются так называемые *формулы определений понятий,* означающие при интерпретации «понятийные утверждения, зависящие, быть может, от параметра» (такие, как x = 3, $x = y$, 2 = 3, 2 = 2); в-третьих, среди формул определений понятий выделяются так называемые *замкнутые формулы определений понятий,* или утверждения, не зависящие от параметра (такие, как 2=3, 2=2); и лишь, в-четвертых, среди утверждений выделяются *истинные утверждения понятий* (такие, как 2 = 2).

Для целей формирования понятий и их определений будет достаточным считать язык понятий полностью заданным, если задан алфавит L и подмножество понятий *T* множества L^{∞}. Всякую такую пару <L, *T*> мы будем называть *фундаментальной парой, определяющей понятие* или просто, *фундаментальной парой.*

13.1.2. О доказательстве определений понятий.

Напомним, что определение понятия «недоказуемое» значит не являющееся доказуемым, а «доказуемое» значит имеющее доказательство.

Хотя термин «доказательство» является едва ли не самым главным в установлении достоверности содержания (толкования) определения понятия, он не имеет точного определения. Понятие доказательства во всей его полноте принадлежит математике не более чем психологии: ведь ***доказательство*** ***— это рассуждение, убеждающее нас настолько, что с его помощью мы готовы убеждать других***.

Будучи записанным, доказательство становится понятием в некотором алфавите G (вспомним, что говорилось выше о русских текстах); все доказательства образуют определенную (достаточно расплывчатую) совокупность в G^{∞}. Не претендуя на то, чтобы дать точное определение для такого «наивного» или «абсолютного» понятия доказательства (или, что то же самое, для соответствующей совокупности в G^{∞}), мы приведем его формальный аналог, для которого сохраним тот же термин «доказательство». Этот аналог в двух существенных чертах будет отличаться от интуитивного понятия:

- во-первых, мы будем допускать существование разных понятий «доказательства» (что приведет к различным подмножествам в множестве G^{∞}, да и сам алфавит G может варьироваться);

- во-вторых, для каждого из таких понятий мы будем требовать наличия эффективного способа, или алгоритма, проверки, является ли данное понятие в алфавите G доказательством или нет.

Далее, будем предполагать наличие алгоритма, который по доказательству определяет, доказательством какого утверждения оно является. (В обычных случаях этим утверждением является последнее утверждение в цепочке, образующей доказательство.)

Таким образом, запишем окончательное определение так:

1° Имеются алфавиты L *(алфавит языка понятий)* и G *(алфавит доказательств определений понятий).*

2° В множестве G^{∞} выделено подмножество *D,* элементы которого называются *доказательствами определений понятий;* предполагается наличие алгоритма, позволяющего по произвольному понятию в алфавите G узнавать, принадлежит оно *D* или нет.

3° Имеется функция δ *(функция выделения доказанного определения понятия),* у которой область определения Δ удовлетворяет соотношению $D \subseteq \Delta \subseteq G^{\infty}$ и которая принимает свои значении в L^{∞}*;* предполагается наличие алгоритма вычисляющего эту функцию; доказательство *d* из *D* называется доказательством определения понятия δ*(d).*

Тройку <G, *D,* δ>, удовлетворяющую условиям 1°—3°, назовем *эвристикой* над алфавитом L.

Существуют способы задания определения понятия «доказательство» посредством «аксиом» и «правил вывода». Поясним, почему эти способы могут быть рассмотрены как частный случай приведенного выше определения. В самом деле, доказательством обычно называют цепочку выражений языка, в которой каждый член или является аксиомой, или получается из предыдущих по одному из правил вывода. Добавляя к алфавиту языка новую букву *, мы можем записывать доказательства в виде понятий в расширенном таким образом алфавите: цепочка $<C_1,\dots,C_n>$ изображается понятием $C_1{*}C_2{*}\dots{*}C_n$. Функция выделения доказанного выделяет из каждого понятия наибольший не содержащий буквы * конец. Требуемые определением алгоритмы могут быть построены для любого обычно рассматриваемого уточнения понятий «быть аксиомой» и «получаться по одному из правил вывода».

13.1.3. Уточнения формулировки теоремы.

1. Первое уточнение. При определенных условиях для фундаментальной пары <L, *T*> и эвристики <G, *D,* δ> над L существует определение понятия из *T,* не имеющее доказательства. Такая формулировка еще слишком неопределенна. К тому же ясно, что можно придумать много эвристик, в каждом из которых будет очень мало доказуемых определений понятий. В пустом эвристике (где *D* =Ø) вообще нет ни одного доказуемого определения понятия.

2. Второе уточнение. Более естественным является другой подход. Задан некоторый язык в том точном смысле, что задана фундаментальная пара <L, *T*>. Мы теперь ищем эвристики над L (содержательно — ищем такие способы доказывания), в которых доказывалось бы как можно больше определений понятий из *T*, в идеале — все определения понятий из *T.* Нас интересует ситуация, когда такой эвристики (в которой каждое определение понятия из *T* имело бы доказательство) не существует. Итак, мы были бы удовлетворены следующей формулировкой: *при определенных* *условиях, налагаемых на фундаментальную пару* <L, *T*>, *не существует эвристики над* L, *в котором каждое определение понятия из T имеет доказательство.*

Однако пары <L, *T*> с этим свойством просто не может быть. В самом деле, достаточно положить G =L, *D*= G^{∞}, δ(*d*)= *d* для всякого *d* из G^{∞}; тогда всякое определение понятия из L^{∞} окажется доказуемым (его доказательством будет оно само).

13.1.4. Непротиворечивость и полнота доказательства определения понятия.

Непротиворечивость. Естественно потребовать, чтобы доказуемыми были лишь «истинные определения (утверждения) понятий», т. е. понятия, принадлежащие множеству *T.* Назовем эвристику <G, *D*, δ> *непротиворечивой относительно* (или *для)* фундаментальной пары <L, *T*>, так как $\delta(D) \subseteq T$. В дальнейшем будем интересоваться лишь непротиворечивыми эвристиками. Если имеется язык, то представляется необходимым найти такую непротиворечивую эвристику, в которой каждое истинное определение понятия было бы доказуемым. *Сформулированная нами теорема в интересующем нас варианте именно и утверждает, что при определенных условиях, налагаемых на фундаментальную пару, этого сделать* ***нельзя*****.**

Полнота. Назовем эвристику <G, *D*, δ> *полной относительно* (или *для)* фундаментальной пары <L, *T*>, так как $\delta(D) \supseteq T$. Интересующая нас формулировка приобретает такой вид:

при определенных условиях, налагаемых на фундаментальную пару <L, *T*>, *не существует эвристики над* L, *полной и непротиворечивой относительно* <L, *T*>.

На этой формулировке мы и остановимся и в следующих параграфах найдем те условия, о которых в ней идет речь.

13.2. Начальная теория алгоритмов и ее применения при доказательстве определений понятий

Условия, при которых не существует полной непротиворечивой эвристики, будем формулировать в понятиях теории алгоритмов.

Вначале нам будет достаточно лишь самых общих интуитивных представлений об *алгоритме* как о предписании, позволяющем по каждому *исходному данному,* или *аргументу, или* некоторой совокупности *возможных* (для данного алгоритма) *исходных данных* (аргументов) получить *результат* в случае, если таковой существует, или не получить ничего в случае, если для рассматриваемого исходного данного не существует результата (подчеркнем, что возможные исходные данные — это не те данные, в применении к которым алгоритм дает результат, а те, к которым можно его применять (возможно, безрезультатно).) Если для выбранного исходного данного результат существует, говорят, что алгоритм *применим* к этому исходному данному и *перерабатывает* его в этот результат.

Для наших целей будет достаточным — и это позволит избежать лишних обсуждений — считать, что исходные данные и результаты любого алгоритма суть понятия. Более точно: для каждого алгоритма можно указать некоторый *алфавит исходных данных,* так что все возможные исходные данные являются понятиями в этом алфавите, и некоторый *алфавит результатов,* так что все результаты являются понятиями в этом алфавите. Поэтому, чтобы иметь дело с алгоритмами, применяемыми, скажем, к парам понятий или к цепочкам понятий, мы должны предварительно записать эти образования в виде понятий в каком-нибудь алфавите. Для определенности условимся соотносить с каждым алфавитом L некоторую не входящую в него букву и обозначать эту букву звездочкой (подчеркнем, что, таким образом, эта звездочка в различных ситуациях обозначает различные буквы). Первоначальный алфавит L, пополненный этой новой буквой, будем обозначать L_*. В предыдущем параграфе мы договорились записывать цепочку $<C_1,...,C_n>$ понятий в алфавите L посредством понятия $C_1*C_2*...*C_n$ в алфавите L_*; в частности, в том же L_* запишется в виде понятия C_1*C_2 и пара $<C_1,C_2>$. Пусть, далее, при фиксированном n $L_1, L_2,..., L_n$ суть произвольные алфавиты; обозначая по-прежнему через * дополнительную букву, соотнесенную с алфавитом $(L_1 \bigcup L_2 \bigcup ... \bigcup L_n)$ и тем самым заведомо не входящую ни в один из A_i, мы будем отождествлять цепочку $<C_1,...,C_n>$, где каждое C_i является понятием в L_i, с понятием $C_1*C_2*...*C_n$ в алфавите $(L_1 \bigcup L_2 \bigcup ... \bigcup L_n)_*$; совокупность всех таких цепочек (и отождествленных с ними понятий) будем обозначать через $L^\infty_1 \times L^\infty_2 \times ... \times L^\infty_n$

Совокупность всех исходных данных формирования понятия, к которым алгоритм применим, называется *областью применимости* алгоритма; каждый алгоритм задает функцию понятия, относящую каждому понятию области применимости соответствующий результат (определение); область определения этой функции совпадает, таким образом, с областью применимости алгоритма; будем говорить, что рассматриваемый алгоритм *формирует* функцию (определение), задаваемую указанным способом. Условимся обозначать через $\boldsymbol{A}(x)$ результат применения алгоритма $\boldsymbol{A}$ к понятию x (при этом $\boldsymbol{A}(<x_1, x_2,\ldots, x_n>)$ для краткости будем записывать просто как $\boldsymbol{A}(x_1, x_2,\ldots, x_n)$). Тогда определение понятия «вычисляет» можно переформулировать следующим образом: алгоритм $\boldsymbol{A}$ фрмирует функцию понятия f, коль скоро $\boldsymbol{A}(x)$; $f(x)$ для всех x. (Знак ; есть знак «условного равенства»; утверждение A ; B считается истинным в двух случаях: либо когда выражения A и B *оба* не определены, либо когда A и B оба определены и обозначают одно и то же.)

Функция, которая вычисляется некоторым алгоритмом, называется *вычислимой.* В части 3° определения понятия доказательства говорится, следовательно, о том, что функция выделения доказанного должна быть вычислимой функцией.

В силу сделанных предположений относительно понятия алгоритма для каждой вычислимой функции можно указать такие два алфавита, что все ее аргументы суть понятия в первом из этих алфавитов, а все ее значения — понятия во втором из этих алфавитов.

Особый интерес представляют функции, аргументы и значения которых суть натуральные числа (число 0 мы также считаем натуральным). Такие функции условимся называть *числовыми.* Чтобы иметь право говорить о вычислимых числовых функциях, мы должны ввести в рассмотрение алгоритмы, имеющие дело с числами, а для этого прежде всего необходимо представить числа в виде понятий в каком-либо алфавите, называемом в этом случае *цифровым.* Возможны различные способы такого представления, например:

1) двоичная запись чисел в алфавите {0, 1};

2) десятичная запись чисел в алфавите {0, 1, 2, 3, 4, 5, G, 7, 8, 9};

3) запись чисел в однобуквенном алфавите {|}, причем число n записывается понятием $\underbrace{||\ldots|}_{n\ раз}$;

4) запись чисел в трехбуквенном алфавите {|, (,)} , причем число n записывается понятием ($(\underbrace{||\ldots|}_{n\ раз})$), и т. д.

Для тех или иных целей выбираются наиболее удобные способы записи. Каждая запись числа (в какой-либо фиксированной системе) называется *цифрой.* Часто говорят об алгоритмах и вычислимых функциях, оперирующих с числами, имея в виду алгоритмы и вычислимые функции, оперирующие с изображающими эти числа цифрами (в какой-либо выбранной системе записи).

Понятие вычислимой числовой функции, таким образом, является зависящим от принятого способа записи чисел. Однако легко обнаружить, что всякая числовая функция, вычислимая при одной системе записи, будет вычислима и при другой, по крайней мере для широкого класса таких систем.

Назовем две системы эквивалентными, если существует алгоритм, дающий по записи произвольного числа в первой системе запись этого же числа во второй системе, а также алгоритм, дающий по записи произвольного числа во второй системе запись этого же числа в первой системе. Приведенные выше примеры систем записи очевидным образом эквивалентны. Покажем, что числовая функция *f*, вычислимая при одной из двух эквивалентных систем записи, вычислима и при другой системе. Пусть ***C*** и ***D*** — алгоритмы перехода от первой системы ко второй и обратно, и пусть алгоритм ***A*** вычисляет функцию *f* при первой системе записи (т. е. ***A*** вычисляет функцию на цифрах первой системы, индуцированную функцией *f*). Тогда следующий алгоритм ***B*** будет вычислять *f* при второй системе записи (т. е. вычислять индуцированную функцию на цифрах второй системы):

$$\boldsymbol{B}(x) \ ; \quad \boldsymbol{CAD}(x).$$

Предписание, задающее алгоритм ***B***, может быть словесно выражено следующим образом: «переведи *x* в первую систему счисления, затем примени алгоритм ***A***, полученный результат (если таковой получится) переведи обратно во вторую систему счисления». Аналогичным образом вводимое ниже понятие перечислимого числового множества не зависит от выбора системы записи чисел.

Ввиду сказанного мы будем, так как фиксирована какая-либо система записи чисел, не слишком педантично различать числа и цифры; множество и тех и других будем называть натуральным рядом и обозначать буквой $\mathbb{N}$.

Множество называется *перечислимым,* если оно либо пусто, либо является множеством понятий какой-нибудь вычислимой последовательности (т. е. множеством значений какой-нибудь вычислимой функции, определенной на натуральном ряду); о такой функции (последовательности) говорят, что она *перечисляет* рассматриваемое множество понятий. Очевидно, каждое перечислимое множество понятий понятийно.

Пример 1. Множество $\mathbb{N}^2$ всевозможных пар натуральных чисел перечислимо: одна из перечисляющих функций — функция

$$\varphi(n)=<a, b>, \quad \text{где } n=2^a(2b+1)-1.$$

Пример 2. Множество W^∞ всех понятий в произвольном алфавите W перечислимо. Один из возможных способов построения перечисляющей последовательности понятий таков: упорядочиваем произвольным образом понятия W; затем понятия в W упорядочиваем следующим образом: из понятий разной длины предшествующим считается то, которое короче, а на понятиях одинаковой длины вводим словарный порядок (сравнивая два слова, находим первые слева различающиеся буквы и смотрим, какая из них идет раньше в упорядочении алфавита W). Выписывая понятия в порядке следования друг за другом, получаем требуемую перечисляющую последовательность понятий. (Может возникнуть вопрос, почему она вычислима, т. е. почему существует алгоритм, дающий по k член a_k этой последовательности с номером k; искомый алгоритм, например, таков: выписывай члены последовательности понятий, пока их не станет $k+1$; последний из выписанных членов и будет a_k (напомним, что последовательность начинается с a_0).)

Пример 3. Вычислимая функция f, перечисляющая W^∞ и построенная в примере 2, осуществляет взаимно однозначное отображение $\mathbb{N}$ на W^∞; поэтому можно говорить об обратной функции f^{-1} осуществляющей взаимно однозначное отображение W^∞ на $\mathbb{N}$. Эта f^{-1} тоже вычислима, поскольку вычисляется следующим алгоритмом: чтобы вычислить $f^{-1}(a)$, вычисляй последовательно $f(0)$, $f(1)$, $f(2)$,... и т. д., пока для некоторого n не получишь $f(n)=a$; это n и есть $f^{-1}(a)$.

Пример 4. Для любых алфавитов W_1 и W_2 композиция вычислимых функций, взаимно однозначно отображающих $\mathbb{N}$ на W^∞_2 (пример 2) и W^∞_1 на $\mathbb{N}$ (пример 3), дает вычислимую же функцию, взаимно однозначно отображающую W^∞_1 на W^∞_2.

Подмножество S множества A называется *разрешимым* относительно A, так как существует такой алгоритм *(разрешающий* S относительно A*),* который распознает принадлежность элементов A к S, т. е. такой алгоритм, который все элементы из S перерабатывает в некоторое одно и то же понятие x (например, в понятие «стол»), а все элементы из $A \setminus S$ в некоторое одно и то же, но отличное от x понятие y (например, в понятие «стул»; разумеется, выбор слов x и y совершенно несуществен). Очевидно, разрешимость множества S относительно A равносильна разрешимости множества $A \setminus S$ относительно того же A. В части 2° определения понятия доказательства требовалось, чтобы множество всех доказательств было разрешимо относительно множества всех понятий в алфавите доказательств.

Из определения разрешимости вытекает, что область применимости алгоритма, разрешающего *S* относительно *A*, объемлет *A*. При этом безразлично, что получается в результате применения алгоритма к понятиям, не лежащим в *A*. Например, если мы хотим построить алгоритм, отличающий стихи Пушкина от стихов Лермонтова, и тем самым доказать разрешимость множества стихов Пушкина относительно множества стихов Пушкина и Лермонтова, то нам неважно, что получится (и получится ли что-нибудь вообще) в результате применения этого алгоритма к стихотворению Маяковского или к Уставу гарнизонной и караульной служб. Возникает естественный вопрос: что произойдет, если предложить другое, более узкое определение разрешимости, потребовав, чтобы разрешающий алгоритм был применим *только* к понятиям множества *A*? При таком определении разрешимость S относительно *A* равносильна, очевидно, вычислимости характеристической функции множества S относительно *A* (т. е. определенной на *A* функции, равной 1 на S и 0 на $A\setminus S$). Как будет показано далее (следствие 1 аксиомы протокола), область применимости любого алгоритма всегда есть перечислимое множество понятий, и потому лишь перечислимые множества понятий могут обладать разрешимыми — в смысле нового, узкого определения— подмножествами понятий. Если же множество понятий *A* перечислимо, то для него оба определения разрешимого подмножества приводят к одинаковым результатам. В самом деле, пусть вычислимая функция *f* перечисляет *A*, а алгоритм ***B*** разрешает *S* относительно *A* в прежнем, широком смысле. Тогда следующий алгоритм будет также разрешать S относительно *A* и притом иметь *A* своею областью применимости: бери произвольное *a* и вычисляй последовательно $f(0)$, $f(1)$, $f(2)$, ... ; как только получишь $f(n)=a$, применяй к *a* алгоритм ***B***.

Замечание 1. Поскольку каждая вычислимая функция, каждое перечислимое множество понятий и каждое разрешимое подмножество понятий задаются некоторым алгоритмом, существование функций, множеств и подмножеств понятий, не являющихся соответственно вычислимыми, перечислимыми или разрешимыми (имеются в виду утверждения о существовании неперечислимых понятийных множеств, невычислимых функций с понятийными областями определения и значений и т. п.), усматриваются из количественных соображений. Действительно, каждый алгоритм может быть записан в конечном счете на русском языке (с добавлением, если надо, необходимых математических символов), т. е., согласно п. 1.1 предыдущего параграфа, в виде понятия в некотором достаточно обширном алфавите, а всех понятий в произвольном алфавите — счетное множество. Конечно, от такого рассуждения еще далеко до построения индивидуальных примеров неалгоритмических объектов.

Приложим теперь описанные только что понятия теории алгоритмов к исследованию возможности существования полной непротиворечивой эвристики.

Лемма 1. *Каково бы ни было понятийное множество X, множества Ø и X разрешимы относительно X.*

Доказательство. Пусть *X* понятийно в *W*. Достаточно взять алгоритм, который каждому понятию из W^{∞} ставит в соответствие некоторое одно и то же понятие *x*. Этот алгоритм будет разрешать каждое из множеств Ø и *X* относительно *X*.

Теорема 1. *Если T — перечислимое множество понятий, то для фундаментальной пары* <*L, T*> *можно ввести полную непротиворечивую эвристику.*

Доказательство. Требуется задать тройку <G, *D*, δ>. Замечаем, что Ø и G^{∞} разрешимы (относительно G^{∞}) по лемме 1. Если $T = Ø$, то берем <G, Ø, δ>, где G и δ — любые. Если $T \neq Ø$, то $T = \{ \tau(0), \tau(1), \tau(2), \dots \}$, где τ — вычислимая функция; отождествим число *n* с понятием ||…| длины *n* и положим $G=\{|\}$, $D=G^{\infty}$, $\delta=\tau$.

Замечание 2. Это доказательство не такое искусственное, как может показаться на первый взгляд. В самом деле, если множество истинных (достоверных) понятий некоторого языка перечислимо, т. е. может быть расположено в вычислимую последовательность, то для того, чтобы убедиться в принадлежности какого-либо выражения к этому множеству (т. е. доказать истинность рассматриваемого выражения), достаточно указать номер этого выражения в этой последовательности (этот номер поэтому и можно считать доказательством). Обратное к теореме 1 утверждение будет доказано дальше (теорема 3); предварительно доказжем некоторые вспомогательные утверждения.

Лемма 2 (о перечислимости разрешимого подмножества понятий). *Разрешимое подмножество понятий перечислимого множества понятий перечислимо.*

Доказательство. Пусть $S \subseteq A$, причем *A* перечисляется вычислимой функцией *f*. Если *S* пусто, то *S* перечислимо по определению. Если *S* непусто, то существует такое *s*, что $s \in S$. Положим

$$g(n) = \begin{cases} f(n), & \text{если } f(n) \in S, \\ s, & \text{если } f(n) \in A \setminus S. \end{cases}$$

Очевидно, *g* есть вычислимая функция, перечисляющая множество понятий *S*.

Из леммы 2 вытекает, что всякое разрешимое подмножество натурального ряда понятий перечислимо. Однако обратное утверждение неверно: далее будет построен пример перечислимого неразрешимого подмножества натурального ряда понятий.

Следующая лемма указывает условия разрешимости перечислимого множества понятий.

Лемма 3. *Подмножество понятий S перечислимого множества понятий X тогда и только тогда разрешимо относительно X, когда перечислимо как S, так и его дополнение X\S.*

Доказательство. Если S разрешимо, то разрешимо и *X\S,* и остается применить лемму 2 о перечислимости разрешимого множества. Пусть теперь *S* и *X\S* оба перечислимы. Если хотя бы одно из них пусто, то по лемме 1 множество S разрешимо. Если оба они непусты, то, значит, перечисляются некоторыми вычислимыми функциями *f* и *g*. Тогда, чтобы ответить на вопрос «$x \in S$?», поставленный для произвольного *x* из *X*, достаточно вычислять последовательно

$$f(0), g(0), f(1), g(1), \ldots$$

до тех пор, пока не встретится *x* (что произойдет непременно, так как образующаяся последовательность понятий исчерпывает все *X).* Если при этом окажется, что *x* встретилось среди значений *f*, то *x* принадлежит *S;* если же *x* встретилось среди значений *g,* то *x* не принадлежит *S*.

Теорема 2. *Множество всех доказательств (для данной эвристики) перечислимо.*

Доказательство. Множество всех понятий в алфавите доказательств перечислимо (см. пример 2). Поэтому достаточно применить лемму 2.

Лемма 4 (об образе перечислимого множества понятий). *Пусть R перечислимо и f — вычислимая функция, определенная на всех понятиях множества R. Тогда f(R) перечислимо.*

Доказательство. Если *R* пусто, то и *f(R)* пусто. Если *R* перечисляется вычислимой функцией ρ, то *f(R)* перечисляется вычислимой функцией $y = f(\rho(x))$.

Пример 5. Пусть $\urcorner$— символ алфавита A, $A \subseteq A^{\infty}$. Обозначим через $\urcorner A$ множество всех понятий вида $\urcorner a$, где $a \in A$. Полагая в лемме 4 $R = A$, $f(a) = \urcorner a$, получаем, что из перечислимости *A* вытекает перечислимость $\urcorner A$; полагая $R = \urcorner A$, $f(\urcorner a) = a$ получаем, что из перечислимости $\urcorner A$ вытекает перечислимость A.

Пример 6. Для любого алфавита И множество $И^{\infty} \times И^{\infty}$ перечислимо. В самом деле, множества $\mathbb{N}^2$ и $И^{\infty}$ перечислимы (примеры 1 и 2). Пусть $И^{\infty}$ перечисляется вычислимой последовательностью *g*. Определим на $\mathbb{N}^2$ вычислимую функцию *f*, полагая

$f(a, b)=<g(a), g(b)>$. Очевидно, $f(\mathbb{N}^2)=И^\infty \times И^\infty$ и остается применить лемму 4.

Как обычно, через $K_1\times K_2\times \ldots\times K_n$ обозначается прямое произведение множеств $K_1, \ldots, K_n$, т. е. множество всех таких цепочек $<k_1,\ldots,k_n>$, что $k_1\in K_1,\ldots,k_n\in K_n$. В силу соглашений, сделанных в начале параграфа, в случае, если $K_1\subseteq L_1^\infty,\ldots, K_n \subseteq L^\infty_n$, где $L_1, \ldots, L_n$ — алфавиты, прямое произведение $K_1\times K_2\times \ldots\times K_n$ отождествляется с некоторым множеством понятий из $L_1^\infty\times L_2^\infty\times \ldots\times L_n^\infty$.

Следствие 1 леммы 4. *Если $K_1, \ldots, K_n$ суть перечислимые множества понятий, то их прямое произведение $K_1\times K_2\times \ldots\times K_n$ также перечислимо.*

Доказательство. Для $n=2$ — как в примере 6. Далее — по индукции, применяя лемму 4 к «естественному» вычислимому отображению множества $(K_1\times\ldots\times K_s)\times K_{s+1}$ на множество $K_1 \times \ldots \times K_s \times K_{s+1}$.

Цепочка $\langle C_{i_1},\ldots,C_{i_r}\rangle$, где $i_i\le n,\ldots,i_r\le n$, называется *проекцией* цепочки $\langle C_1,\ldots,C_n\rangle$ на оси $i_i,\ldots,i_r$ и обозначается $\text{пр}_{i_1,\ldots,i_r}\langle C_1,\ldots,C_n\rangle$.

В частности, $\text{пр}_1\langle C_1,\ldots,C_n\rangle=C_1$, $\text{пр}_2\langle C_1,\ldots,C_n\rangle=C_2$.

Если $M\subseteq K_1\times \ldots \times K_n$, то через $\text{пр}_{i_1,\ldots,i_r} M$ обозначается множество всевозможных проекций $\text{пр}_{i_1,\ldots,i_r} m$, где $m\in M$.

Следствие 2 леммы 4. *Если M — перечислимое подмножество понятий множества $L_1^\infty\times L_2^\infty\times \ldots\times L_n^\infty$, где $L_1, \ldots, L_n$ — некоторые алфавиты, а $i_1, \ldots, i_r$ — числа, не превосходящие n, то $\text{пр}_{i_1,\ldots,i_r} M$ перечислимо.*

Доказательство. Достаточно рассмотреть вычислимую функцию $x \mapsto \text{пр}_{i_1,\ldots,i_r} x$.

Т е о р е м а 3. *Множество всех доказуемых понятий (для данной эвристики) перечислимо.*

Доказательство. Пусть P — множество всех доказуемых понятий для эвристики $<G, D, \delta>$. Очевидно, что $P = \delta(D)$. По теореме 2 множество D перечислимо. Остается применить лемму 4.

Таким образом, если T неперечислимо, то для пары $<L, T>$ невозможно ввести полную непротиворечивую эвристику; для всякой непротиворечивой эвристики множество доказуемых понятий P будет собственным подмножеством множества T и в разности $T\backslash P$ всегда найдется понятие; **это понятие будет истинным, но не доказуемым утверждением!**

Теоремы 1 и 3 в совокупности дают условия, налагаемые на фундаментальную пару и необходимые и достаточные для того, чтобы для этой пары можно было ввести полную непротиворечивую эвристику. **Это условие — перечислимость множества всех истинных понятий**. Можно ожидать (так и оказывается на самом деле), что **в «богатых», «выразительных» языках множества всех истинных понятий настолько сложны, что неперечислимы, и потому для этих языков невозможны полные непротиворечивые эвристики**. Найденный критерий, однако, не слишком удобен, поскольку рассмотрение множества T всех истинных понятий может оказаться затруднительным. Поэтому мы в следующем параграфе переформулируем этот критерий, сделав его более «применимым».

13.3. Некоторые критерии неполноты определений понятий

Мы знаем теперь, что неперечислимость множества понятий T необходима и достаточна для того, чтобы для $<L, T>$ не существовало полной и непротиворечивой эвристики.

Однако нас могут интересовать не все истинные понятия языка, а только истинные понятия некоторого вида или из некоторого класса понятий, подобно тому как сдающего экзамен по математике интересует истинность не всех математических утверждений, а лишь тех, которые могут ветретиться на экзамене. Например, может представлять интерес построение эвристики, в которой выводятся все истинные утверждения длиной не больше 1000 и не выводится ни одного ложного утверждения такой длины. При этом выводимость утверждений большей длины в этой эвристики может быть никак не связанном с их истинностью. Кроме того, в некоторых случаях (язык теории множеств) множество истин в полном объеме совершенно неопределенно. Сказанное оправдывает рассмотрение понятий непротиворечивости и полноты в применении к произвольному подмножеству понятий множества L^{∞}. Перейдем к формальным определениям.

Пусть $<L, T>$—фундаментальная пара, $<G, D, \delta>$ — эвристика над L и P — множество всех доказуемых определений понятий. Пусть $V \subseteq L^{\infty}$.

Скажем, что эвристика $<G, D, \delta>$

а) *непротиворечива применительно к V,* если $V \cap P \subseteq V \cap T$;

б) *полна применительно к V,* если $V \cap T \subseteq V \cap P$.

Теорема 4. *Если V — перечислимое подмножество понятий множества понятий* L^{∞}, *а множество истинных утверждений* *(определений), принадлежащих к V, неперечислимо, то никакая эвристика не является одновременно непротиворечивой и полной применительно к V.*

Доказательство. По условию $V \cap T$ неперечислимо. Для непротиворечивой и полной применительно к V эвристики $V \cap T \subseteq V \cap P$. Но $V \cap P$ обязано быть перечислимым, как это вытекает из теоремы 3 и следующей леммы.

Лемма 5. *Теоретико-множественные объединение и пересечение перечислимых множеств понятий перечислимы.*

Доказательство. Пусть R и S — перечислимые множества понятий. Сначала докажем перечислимость $R \bigcup S$. Если одно из множеств понятий пусто, то это тривиально. Если оба множества непусты, то $R=\{\rho(0), \rho(1), \ldots\}$, $S=\{\sigma(0), \sigma(1), \ldots\}$, где ρ и σ — вычислимые последовательности. Тогда вычислимая последовательность f, заданная соотношениями $f(2n)=\rho(n)$, $f(2n+1)=\sigma(n)$, будет перечислять $R \bigcup S$. Докажем теперь перечислимость $R \cap S$. Если $R \cap S$ пусто, то оно перечислимо по определению. В противном случае существует некоторое a такое, что $a \in R \cap S$, а R и S перечисляются вычислимыми функциями ρ и σ. Поскольку $\mathbb{N}^2$ перечислимо (пример 1 из п. 2), оно перечисляется некоторой вычислимой функцией g. Каждое значение $g(n)$ есть некоторая пара натуральных чисел, отображающие определенные понятия; обозначим через $\xi(n)$ и $\eta(n)$ первый и второй члены этой пары. Функции ξ и η, очевидно, вычислимы. Введем функцию h:

$$h(n) = \begin{cases} \rho(\xi(n)), & \text{если } \rho(\xi(n)) = \sigma(\eta(n)), \\ a, & \text{в противном случае.} \end{cases}$$

Функция h вычислима и перечисляет множество $R \cap S$.

Замечание 1. Условие несуществования эвристики с определенными свойствами, сформулированное в теореме, является не только достаточным, но и необходимым (причем даже без предположения о перечислимости V). В самом деле, если $V \cap T$ перечислимо, то полная непротиворечивая эвристика для $\langle L, V \cap T \rangle$, существующая в силу теоремы 1, будет в то же время полной и непротиворечивой для $\langle L, T \rangle$ применительно к V.

Очевидно, что эвристика непротиворечива (полна) относительно $\langle L, T \rangle$ тогда и только тогда, когда она непротиворечива (полна) применительно к любому подмножеству определений понятий множества L^{∞}. Поэтому для обнаружения неполноты относительно $\langle L, T \rangle$ непротиворечивой (относительно той же $\langle L, T \rangle$) эвристики достаточно (и необходимо) указать такое подмножество V понятий множества L^{∞}, применительно к которому эта эвристика неполна. Следующее построение помогает найти в ряде важных случаев такое подмножество понятий.

Условимся говорить, что посредством фундаментальной пары <*L, T*> *выразима принадлежность* к множеству понятий *Q*, представимых натуральными числами, если существует такая определенная на натуральном ряду и принимающая значения в L^{∞} вычислимая функция *f (выражающая* эту принадлежность), что:

1) если $n \in Q$, то $f(n) \in T$,
2) если $n \in \mathbb{N} \setminus Q$, то $f(n) \in L^{\infty} \setminus T$.

Для такой функции *f* множество *V* всех ее значений перечислимо. Поэтому (в силу теоремы 4) не будет существовать полной и непротиворечивой применительно к *V* эвристики, так как множество $V \cap T$ принадлежащих к *V* истинных утверждений неперечислимо. Неперечислимость же множества $V \cap T$, как мы сейчас увидим, будет иметь место, если неперечислимо множество Q.

Лемма 6 (о полном прообразе). *Пусть f — вычислимая функция, область определения которой есть перечислимое множество понятий, и B — произвольное перечислимое множество понятий. Тогда множесто* $f^{-1}(B)$ *перечислимо.*

Доказательство. Если $f^{-1}(B)$ пусто, оно перечислимо по определению. Пусть теперь $c \in f^{-1}(B)$, множество понятий *B* перечисляется вычислимой функцией *h,* а область определения функции *f* — вычислимой функцией g. Для построения перечисления $f^{-1}(B)$ мы поступаем так.

Перебирая $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$, для каждой пары <*k, l*> проверяем, переводит ли функция *f* элемент *g(k)* («*k*-й элемент в перечислении области определения *f*») в *h(l)* («*l*-й элемент в перечислении *B*»); если да, то включаем *g(k)* в строимое нами перечисление множества $f^{-1}(B)$, если нет, то включаем в него элемент *c*.

Более формально, пусть ξ и η определены, как в доказательстве леммы 5. Положим

$$\varphi(n) = \begin{cases} g(\xi(n)), & \text{если } f(g(\xi(n))) = h(\eta(n)), \\ c, & \text{в противном случае.} \end{cases}$$

Легко видеть, что φ — вычислимая функция, перечисляющая множество $f^{-1}(B)$.

Вернемся теперь к рассмотрениям, предшествующим формулировке леммы 6. Заметим, что $Q=f^{-1}(V \cap T)$. Поэтому если *Q* неперечислимо, то неперечислимо и $V \cap T$ (в противном случае в силу леммы 6 было бы перечислимо и Q). Таким образом (принимая во внимание теорему 4) нами доказана следующая

Теорема 5. *Если посредством фундаментальной пары <L, T> выразима принадлежность хотя бы к одному неперечислимому множеству натуральных чисел, для <L, T> не может существовать непротиворечивой и полной эвристики; более того, не существует эвристики, являющейся одновременно непротиворечивой и полной применительно к множеству значений функции, выражающей указанную принадлежность.*

Замечание 2. Достаточное условие несуществования, сформулированное в теореме 5, является и необходимым. В самом деле, если для <*L, T*> нельзя ввести полную непротиворечивую эвристику, то *T* неперечислимо (теорема 1); L^{∞} перечислимо (пример 2 из п. 2) и перечисляется некоторой вычислимой функцией *f*. Поскольку $T=f\ (f^{-1}(T))$, то множество $f^{-1}(T)$ неперечислимо (в силу теоремы 3 об образе перечислимого множества). В то же время функция *f* выражает принадлежность к $f^{-1}(T)$ посредством пары <*L, T*>.

13.4. Язык арифметики понятий как средство формального отображения понятий и их определений

В этом параграфе мы используем построения предыдущих параграфов к языку арифметики как средству формального отображения понятий и их определений. Содержательно, *под языком арифметики понимается язык, утверждения которого формулируются (с помощью логических операций и отношения равенства) в терминах натуральных чисел и операций сложения и умножения*. На формальном уровне нам надлежит предъявить соответствующую фундаментальную пару. Задача построения такой пары не может иметь однозначного решения: ясно, что возможны различные алфавиты для записи одного и того же понятия и его определения. Здесь будет избран 14-буквенный алфавит А (арифметический алфавит), буквами которого служат следующие знаки:

1° —2° скобки (и);

3° знак для образования цифр |;

4° знак для образования переменных *x;*

5°—6° знаки сложения + и умножения •;

7° знак равенства =;

8°—14° логические знаки $\neg$, $\wedge$, $\vee$, $\rightarrow$, $\leftrightarrow$, $\exists$, $\forall$ (при содержательной интерпретации эти знаки будут иметь следующий смысл: «неверно, что», «и», «или», «если..., то», «эквивалентно», «существует такой.., что», «для всех»).

Чтобы выделить надлежащее множество истинных утверждений, нам придется предпринять вначале некоторые рассмотрения синтаксического характера: мы должны будем выделить определенные классы понятий в A^{∞} и заняться их строением.

Понятие вида $\underbrace{a...a}_{n\ раз}$, где a — какая-то буква, будем обозначать через a^n. При $n = 0$ понятие a^n пусто — не содержит ни одной буквы. *Цифрами* будем называть понятия вида $(|^n)$, где $n \geq 0$, а *переменными* — понятия вида (x^n), где $n > 0$. При интерпретации языка понятие $(|^n)$ будет служить записью числа n, а понятие (x^n) будет одной из переменных, пробегающих натуральный ряд (для записи утверждений арифметики может потребоваться сколь угодно много таких переменных). Введем теперь следующее индуктивное определение *терма:*

1° все цифры и все переменные суть термы;

2° если t и u — термы, то $(t+u)$ и $(t\bullet u)$ суть термы.

Параметрами терма будем называть все переменные, входящие в него. Терм, не имеющий параметров, будем называть *постоянным.*

Пример 1. Терм ((|||)• (||)) — постоянный, а термы (( )•(x)) и ((|||)+(xx)) — не постоянные: параметром первого из них является (x), параметром второго — (xx).

Каждому постоянному терму естественно поставить в соответствие число, его *значение,* по следующим правилам:

1° значением цифры $(|^n)$ является число n;

2° значением постоянного терма $(t+u)$ служит сумма значений постоянных термов t и u, а значением постоянного терма $(t\bullet u)$ служит произведение значений постоянных термов t и u.

Пример 2. Значением постоянного терма ((|||)+((|)• (||))) служит число 5.

Всякое понятие вида $(t — u)$, где t и u суть термы, будем называть *элементарной формулой понятия.* Наконец, введем следующее индуктивное определение *формулы понятия:*

1° все элементарные формулы понятия суть формулы;

2° если α есть формула понятия, то $\neg\alpha$ есть формула;

3° если α и β суть формулы, то $(\alpha \wedge \beta)$, $(\alpha \vee \beta)$, $(\alpha \rightarrow \beta)$, $(\alpha \leftrightarrow \beta)$, суть формулы,

4° если α есть формула, а ξ есть переменная, то $\exists\xi\alpha$ и $\forall\xi\alpha$ суть формулы.

Пример 3. Понятие

$$(\exists (x) \forall (xx) \neg ((x)=(xx)) \leftrightarrow \forall (xx)((x)=(xx)))$$

является формулой понятия.

Для облегчения чтения мы будем в дальнейшем записывать термы и формулы понятия сокращенно, заменяя $(|^n)$ на *n*, (x^n) на x_n и опуская внешние скобки; например, формула из примера 3 может быть сокращенно записана так:

$$\exists x_1 \forall x_2 \neg (x_1=x_2) \leftrightarrow \forall x_2(x_1=x_2).$$

Среди формул и будут выделяться истинные утверждения (определения). Но сначала нам потребуются сравнительно более технические понятия параметров формулы и подстановки цифры вместо переменной.

Мы сопоставим каждой формуле понятия некоторое конечное множество переменных, элементы которого будут называться *параметрами* формулы понятия. Множества параметров формул понятий определяются индуктивно по следующим правилам:

1° параметрами элементарной формулы понятия $(t=u)$ являются все параметры терма t, а также все параметры терма u;

2° у формулы $\neg\alpha$ те же параметры, что у формулы α;

3° параметрами формул $(\alpha \wedge \beta)$, $(\alpha \vee \beta)$, $(\alpha \rightarrow \beta)$ и $(\alpha \leftrightarrow \beta)$ являются все параметры формулы α, а также все параметры формулы β;

4° параметрами формул $\exists \xi\alpha$ и $\forall \xi\alpha$ являются все параметры формулы α, отличные от ξ.

Пример 4. Единственным параметром формулы понятия из примера 3 является x_1. В самом деле, параметрами формулы $(x_1= x_2)$ являются x_1 и x_2, те же параметры у формулы $\neg (x_1=x_2)$; параметром формулы $\forall x_2 \neg (x_1=x_2)$ является x_1, формула $\exists x_1 \forall x_2 \neg (x_1=x_2)$ не имеет параметров; с другой стороны, единственным параметром формулы $\forall x_2 (x_1=x_2)$ является x_1.

Менее формально параметры можно описать как переменные, входящие в формулу понятия свободно, т. е. не попадающие в область действия одноименных кванторов. Формулы понятия, не имеющие параметров, называются *замкнутыми формулами понятий* или *суждениями.* Формула из примера 3 не является суждением. Суждения интерпретируются как высказывания (понятия) о свойствах натурального ряда; каждому из них приписывается значение «истина» или «ложь» согласно описанному ниже способу (согласующемуся с подразумеваемым смыслом символов, входящих в формулы понятий). Те суждения, которым окажется приписанным значение «истина», и будут служить «истинными утверждениями арифметики понятий».

Пример 5. Определение «для всякого понятия, выраженного натуральным числом, кроме нуля, найдется меньшее натуральное число» может быть переведено следующей формулой арифметики понятий (арифметической моделью понятия):

$$\forall x_1(\neg(x_1=0) \to \exists x_2 \exists x_3(\neg(x_3=0) \wedge ((x_2+x_3)=x_1))).$$

Свойство «x_2 меньше x_1» приходится (из-за отсутствия в языке символа <) записывать косвенно:

$$\exists x_3(\neg(x_3=0) \wedge ((x_2+x_3)=x_1)).$$

Прежде чем мы перейдем к установлению значений замкнутых формул понятий, нам понадобится еще одно, на этот раз последнее, техническое понятие — понятие *результата подстановки цифры n вместо переменной w в формулу* α. Этот результат является формулой понятия, обозначается $S^w_n\alpha$ и определяется индуктивно по следующим правилам:

1° результатом подстановки n вместо w в элементарную формулу понятия $(t = u)$ является результат замены всех вхождений переменной w на цифру n;

2° $S^w_n \neg\alpha = \neg S^w_n\alpha$;

3° если λ — любой из символов $\wedge$, $\vee$, $\to$, $\leftrightarrow$, то

$$S^w_n(\alpha\lambda\beta)=(S^w_n\alpha\lambda S^w_n\beta);$$

4° результатом подстановки n вместо w в формулу $\Omega\xi\alpha$, где Ω—один из знаков $\forall$, $\exists$, а ξ — переменная, является формула $\Omega\xi S^w_n\alpha$, если переменная w отлична от переменной ξ; в противном случае (если w и ξ — одна и та же переменная) результат будет совпадать с исходной формулой $\Omega\xi\alpha$.

Пример 6. Если α — формула понятия из примера 3, то $S_5^{x_1}\alpha$ есть

$\exists x_1 \forall x_2 \neg(x_1=x_2) \leftrightarrow \forall x_2(5=x_2)$, а $S_1^{x_2}\alpha$ есть α. Заметим, что если бы мы вместо всех вхождений x_1 в формулу α подставили 5, то получили бы понятие $\exists 5 \forall x_2 \neg(5=x_2) \to \forall x_2(5=x_2)$, не являющееся формулой. (Согласно нашему определению, при подстановке вместо w следует оставлять без изменений те вхождения, которые попадают под действие кванторов $\exists w$ и $\forall w$.)

Л е м м а 7. *Параметрами формулы понятия* $S^w_n\alpha$ *являются параметры формулы понятия* α*, отличные от* w.

Это утверждение может быть формально доказано индукцией по построению (или по длине) формулы понятия α.

Теперь мы уже в состоянии перейти к снабжению суждений (определений) *значениями понятий.* Как уже говорилось, таких значений будет два — «истина» *(И)* и «ложь» *(Л).* Суждения, имеющие значение *И,* будем называть истинными, имеющие значение *Л* — ложными. Значения формул понятий определяются индукцией по построению формул понятий следующим образом:

1° суждение $(t = u)$ истинно, если значения постоянных термов t и u равны; в противном случае оно ложно;

2° суждение $\neg\alpha$ истинно, если суждение α ложно; в противном случае оно ложно;

3° суждение $(\alpha \wedge \beta)$ истинно, если оба суждения α и β истинны; в противном случае оно ложно;

4° суждение $(\alpha \vee \beta)$ истинно, если хотя бы одно из суждений α и β истинно; в противном случае суждение $(\alpha \vee \beta)$ ложно;

5° суждение $(\alpha \to \beta)$ ложно, если суждение α истинно, а суждение β ложно; в противном случае суждение $(\alpha \to \beta)$ истинно;

6° суждение $(\alpha \leftrightarrow \beta)$ истинно, если значения суждений α и β одинаковы; в противном случае суждение $(\alpha \leftrightarrow \beta)$ ложно;

7° суждение $\exists\,\xi\alpha$ истинно, если существует такая цифра n, что суждение $S^{\xi}_{n}\alpha$ истинно; если такой цифры нет, то суждение $\exists\,\xi\alpha$ ложно;

8° суждение $\forall\,\xi\alpha$ истинно, если для любой цифры n суждение $S^{\xi}_{n}\alpha$ истинно; в противном случае суждение $\forall\,\xi\alpha$ ложно.

Заметим (это относится к 7° и 8°), что $S^{\xi}_{n}\alpha$ является суждением, так как формула понятия α не имеет параметров, отличных от ξ (иначе $\exists\,\xi\alpha$ и $\forall\,\xi\alpha$ не были бы суждениями).

Пример 7. Формула понятия из примера 5 истинна. Формула понятия из примера 3 не является ни истинной, ни ложной, поскольку не является суждением; однако результат подстановки в нее вместо переменной x_1 любой цифры является истинным суждением.

Истинные суждения мы и объявим истинными понятиями арифметики понятий. Обозначая их множество буквой T, мы приходим к фундаментальной паре $<A, T>$ ***языка арифметики понятий***. Нас будет интересовать возможность ввести для этой пары полную непротиворечивую эвристику. Мы покажем, что это невозможно, ссылаясь на критерий, установленный в предыдущем параграфе.

Итак, нам надо показать, что существует такое неперечислимое множество натуральных чисел, принадлежность к которому выразима посредством только что введенной фундаментальной пары $<A, T>$. С этой целью мы введем в рассмотрение некоторый класс множеств, принадлежность к которым заведомо выразима посредством $<A, T>$, а затем попытаемся установить наличие в этом классе неперечислимого множества. Класс, о котором идет речь, — ***класс так называемых арифметических множеств понятий*** — вводится следующим образом.

Пусть α — формула понятия, не имеющая параметров, кроме, быть может, переменной x_1. Тогда для каждой цифры n формула понятия $S_n^{x_1}\alpha$ является суждением — истинным или ложным. Рассмотрим множество всех тех и только тех цифр *n*, для которых $S_n^{x_1}\alpha$ — истинное суждение. Будем говорить, что это множество *сопряжено* с формулой понятия α. Каждое множество цифр (а также соответствующее множество чисел, понятий), сопряженное с некоторой формулой языка арифметики понятий, будем называть *арифметическим.*

Арифметические множества обладают рядом очевидных свойств:

Свойство 1. Дополнение к арифметическому множеству (до натурального ряда $\mathbb{N}$) есть арифметическое множество. В самом деле, если M сопряжено с α, то ($\mathbb{N}\backslash M$) сопряжено с $\neg\alpha$

Свойство 2. Объединение и пересечение арифметических множеств суть арифметические множества. В самом деле, если M_1 и M_2 сопряжены с α_1 и α_2, то $M_1 \cap M_2$ сопряжено с $(\alpha_1 \wedge \alpha_2)$, а $M_1 \bigcup M_2$ — с $(\alpha_1 \vee \alpha_2)$.

Свойство 3. Принадлежность к произвольному арифметическому множеству понятий выразима посредством <*А, Т*>. В самом деле, пусть множество понятий *М* сопряжено с формулой понятия α. Определим функцию *f* следующим образом: значение *f* на цифре *n* есть понятие $S_n^{x_1}\alpha$. Тогда *f* будет вычислимой функцией, выражающей принадлежность к множеству понятий *М.*

Ключевым пунктом излагаемого нами доказательства базовой теоремы является следующее определение:

(*) ***существует неперечислимое арифметическое множество понятий***.

Обоснование этого определения (*) мы отложим до следующего параграфа. А сейчас заметим, что из него в силу свойства 3 и теоремы 5 вытекает, что

для фундаментальной пары <А, Т> языка арифметики понятий нельзя ввести полной непротиворечивой эвристики.

Этот результат может быть назван теоремой А. Кононюка для формальной арифметики понятий. Он показывает, что для любого точно сформулированного определения понятия доказательства найдется либо доказуемое, но ложное определение, формулируемое на языке арифметики понятий, либо истинное определение того же языка, не являющееся доказуемым.

Замечание 1. Пусть *М* — неперечислимое арифметическое множество. Как гласит вторая часть теоремы 5, не существует эвристики, одновременно непротиворечивой и полной применительно к множеству *V* значений произвольной вычислимой функции *f* выражающей принадлежность к *М.* Таким образом, для непротиворечивой эвристики уже среди членов последовательности *f*(0), *f*(1), *f*(2),… непременно **встретятся <u>истинные, но не доказуемые определения понятий</u>.**

В качестве *f*, как мы только что видели, можно взять функцию $n \mapsto S_n^{x_1}\alpha$, где *M* сопряжено с α. При таком выборе *f* понятие *f(n)* естественно интерпретируется как определение $"n \in M"$. Поэтому, говоря неформально, истинное недоказуемое определение можно найти (для любой непротиворечивой эвристики!) среди определений вида $"n \in M"$. В следующем параграфе мы увидим, что *М* может быть выбрано так, что его дополнение *Е* до натурального ряда $\mathbb{N}$ окажется перечислимым. Итак, существует такое перечислимое множество *E,* что среди истинных определений вида «*n* не принадлежит *E»* для любой непротиворечивой эвристики найдется недоказуемое (заменить в этой формулировке *«n* не принадлежит *E»* на «*n* принадлежит *E»* было бы ввиду теоремы 1 невозможно).

Замечание 2. Многие определения в этом параграфе используют индукцию по построению термов и формул понятий. При этом возникает следующая трудность: представим себе, например, что понятие *X* имеет вид (α ∧ β) и одновременно имеет вид (α′→β′), где α, β, α′, β′, — некоторые формулы понятий. В этом случае требования пунктов индуктивного определения, касающихся формул понятий вида (α ∧ β) и формул понятий вида (α′→β′), могут противоречить друг другу.

Поэтому, давая индуктивные определения, мы должны быть уверены в однозначности анализа термов и формул понятий, т. е. в том, что указанные в определении терма (или формулы понятий) случаи исключают друг друга и что в тех из них, в которых терм или формула понятия получается в результате комбинации двух термов или формул понятий, комбинируемые термы или формулы понятий восстанавливаются однозначно. Именно для этой цели в формулах понятий употребляются скобки. (В естественном языке похожую роль играют знаки препинания. Постановка запятой в известной фразе «казнить нельзя помиловать» есть фактически выбор между «казнить ∧ нельзя помиловать» и «казнить нельзя ∧ помиловать». Впрочем, иногда двусмысленность не может быть устранена расстановкой знаков препинания: в фразе «Он из Германии туманной привез учености плоды» эпитет «туманной» можно отнести и к Германии, и (что менее очевидно) к учености.

Для формального доказательства однозначности анализа предложим следующее вспомогательное утверждение:

число открывающихся скобок в терме или формуле понятия равно числу закрывающихся; если понятие X является началом терма или формулы понятия, не совпадающим со всем термом или со всей формулой понятия, то число открывающихся скобок, в X больше числа закрывающихся.

13.5. Некоторые аксиомы из теории алгоритмов

13.5.0. Наша цель теперь — доказать определение (*) из предыдущего параграфа. Однако наших расплывчатых представлений об алгоритмах, которыми мы довольствовались до сих пор, недостаточно для этой цели. Традиционный путь состоит в том, чтобы обратиться к одному *т* так называемых «уточнений» понятия алгоритма, т. е. заменить несколько неопределенное, но зато общее понятие алгоритма, которым мы все время пользовались, достаточно точным, но зато и более узким, понятием «алгоритма специального вида».

Это более узкое понятие объявляется равносильным первоначальному, широкому, в том точном смысле, что классы вычислимых функций, возникающие на базе каждого из этих понятий, совпадают (а следовательно, совпадают и классы перечислимых множеств). Указанное совпадение воспринимается не как теорема, подлежащая доказательству, а как гипотеза, проверяемая на практике. После этого строится точная математическая теория функций, вычисляемых «алгоритмами специального вида» (технически наиболее сложным при этом оказывается доказательство утверждений, аналогичных утверждениям задач 9 и 10 п.7). Недоказываемая догма о совпадении классов таких функции с классом всех вычислимых функций служит лишь для обоснования значимости построенной теории.

Об одном из таких понятий «алгоритмов специального вида» см. далее в п.13.8. Здесь мы изберем другой путь: не привязывая изложения к тому или иному специальному классу алгоритмов, мы вместо этого попытаемся сформулировать некоторые ограничения, налагаемые на наши первоначальные представления об алгоритмах. Эти ограничения будут сформулированы в виде трех аксиом: аксиомы протокола, аксиомы программы и аксиомы арифметичности.

13.5.1. Первая аксиома (аксиома протокола). Рассмотрим процесс применения какого-либо алгоритма *A* к исходному данному *x* с получением результата *y*. Мы предполагаем, что все промежуточные выкладки, весь процесс вычисления, ведущий от *x* к *y*, можно запротоколировать так, чтобы этот протокол содержал исчерпывающую информацию о последовательных этапах процесса.

Пример 1. При работе вычислительной машины, в целях проверки ее работы, часто бывает нужно выдать наружу, «на печать», не только конечный результат, но и все промежуточные результаты. Получаемый таким способом «протокол работы машины» будет понятием в выходном алфавите машины — с добавлением, если нужно, знака пробела, знака новой строки и т. п.

Пример 2. Желая проверить, правильно ли усвоен обучающимися алгоритм сложения чисел столбиком, мы можем требовать, чтобы в своих письменных работах они не только указывали конечный результат, но и записывали в определенной системе записи все свои действия. Можно договориться о такой системе записи вычислений, чтобы для сложения, например, чисел 68 и 9967 протокол выглядел так:

		1	11	111	1111	1111	
68, 9967	68	68	68	68	68	68	10035
	9967	9967	9967	9967	9967	9967	
		5	35	035	0035	10035	

Каждый из образующих протокол членов есть либо число в десятичной системе (в нашем примере 10035), либо пара чисел (в нашем примере 68, 9967), либо, наконец, четырехэтажное образование вида

11
68
9967
35

(«подвальный» и «чердачный» этажи могут быть и пустыми). Не представляет труда оформить протокол в виде понятия в некотором алфавите. Для этого достаточно ввести некоторые дополнительные знаки, с тем чтобы только что изображенный четырехэтажный объект записать прежде в виде таблицы

г

*	*	1	1	*
*	*	*	6	8
*	9	9	6	7
*	*	*	3	5

а затем в виде понятия (**11*/***68/*9967/***35).

А весь протокол сложения 68 и 9967 запишем так:

(68 + 9967) (*****/***68/*9967/*****) (***1*/***68/*9967
/****5) (**11*/***68/*9967/***35) (*111*/***68/*9967
/**035) (1111*/***68/*9967/*0035) (1111*/***68/*9967
/10035) (10035).

При такой системе записи протокол сложения любых двух чисел является понятием в 15-буквенном алфавите

$$\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, (,), /, +, *\}.$$

Эти примеры подводят нас к следующим соображениям общего характера. Мы предполагаем, что:

1) для каждого алгоритма ***A*** имеется некоторый алфавит Π_0 (алфавит протоколов) и всевозможные протоколы, фиксирующие работу ***A*** при различных исходных данных из его области применимости, образуют подмножество P_0 множества Π_0^∞;

2) существуют такие вычислимые функции α и ω, что для каждого протокола p_0 из P_0 значениями $\alpha(p_0)$ и $\omega(p_0)$ служат соответственно то исходное данное x и тот результат y, для которых составлен данный протокол (т. е. для которых протоколируется переработка (отображение) x в y);

3) P_0 разрешимо относительно Π_0^∞.

Переформулируем сказанное короче, в виде следующей аксиомы, которую и будем называть *аксиомой протокола:*

для каждого алгоритма ***A*** *существуют алфавит* Π_0, *разрешимое подмножество* P_0 *множества* Π_0^∞, *вычислимая функция* α *и вычислимая функция* ω, *обладающие следующим свойством:*

$\mathbf{A}(x)=z=y$ *тогда и только тогда, когда существует такое* p_0 *из* P_0, *что* $\alpha(p_0) = x$ *и* $\omega(p_0) = y$.

Эта аксиома имеет непосредственное

Следствие 1. *Область применимости и множество результатов любого алгоритма перечислимы.*

Доказательство. Первое из этих множеств есть $\alpha(p_0)$, а второе — $\omega(p_0)$; оба эти множества перечислимы ввиду лемм 2 и 4 и примера 2 из п. 13.2.

Следствие 2 (из следствия 1). *Область определения и множество значений любой вычислимой функции перечислимы.*

Следствие 3. *График произвольной вычислимой функции (т. е. множество всех таких пар (x, y), что f(x) = y) есть перечислимое множество.*

Доказательство. Применяем аксиому протокола к алгоритму, вычисляющему f, и берем соответствующие множество P_0, функции α и ω. Строим вычислимую функцию ψ, полагая $\psi(p)=\langle\alpha(p), \omega(p)\rangle$.

Замечаем, что график функции f совпадает с множеством $\psi(P_0)$, и применяем лемму 4.

Замечание 1. Следствие 2 можно было бы получить из следствия 3, с учетом следствия 2 леммы 4 и того, что область определения функции и множество значений функции представляются соответственно в виде $пр_1 M$ и $пр_2 M$, где M — график функции.

Замечание 2. Перечислимость графика есть не только необходимое (как это устанавливается следствием 3), но и достаточное условие вычислимости функции. В самом деле, если график пуст, функция нигде не определена и потому вычислима. Если же график функции f не пуст и перечисляется вычислимой функцией ψ, то предлагается такой алгоритм, вычисляющий функцию f: для того чтобы вычислить значение $f(a)$, перебирай пары $\psi(0)$, $\psi(1)$, $\psi(2)$,… до тех пор, пока не получишь пары с первым членом a; второй член этой пары и есть $f(a)$.

13.5.2. Вторая аксиома (аксиома программы). Функции, аргументы которых лежат в X, а значения — в Y, принято называть функциями *из X в Y*. Аналогично алгоритмы, у которых возможные исходные данные лежат в X, а результаты—в Y, будем называть алгоритмами *из X в Y;* в этом случае мы принимаем, что X=К$^\infty$, Y =Л$^\infty$, где К и Л — некоторые алфавиты. Каждый алгоритм на К$^\infty$ в Л$^\infty$ есть предписание, т. е. текст на русском или каком-либо другом (в частности, искусственном, специально созданном для записи алгоритмов) языке. Хотя в конкретных случаях обычно не возникает сомнений, является или нет данный текст алгоритмом, само понятие предписания слишком неопределенно для того, чтобы мы могли недвусмысленно отличать предписания от непредписаний. Кроме того, у нас нет единого и достаточно точного способа понимать предписания — ведь они могут быть написаны на разных языках, да и в пределах одного языка проблема смысла достаточно сложна. Тем не менее мы предполагаем (и это предположение и составит аксиому программы), что **можно выделить четко очерченное множество единообразно понимаемых предписаний (называемых *программами*), причем такое множество, которое было бы представительным в уточняемом ниже смысле.** Два алгоритма назовем *равносильными,* если у них совпадают области применимости и для любого объекта из этой области, взятого в качестве исходного данного, совпадают результаты обоих алгоритмов. Множество алгоритмов из К$^\infty$ в Л$^\infty$ назовем *представительным* (для алфавитов К и Л), так как любой алгоритм из К$^\infty$ в Л$^\infty$ равносилен некоторому алгоритму из рассматриваемого множества. Под «четко очерченным» множеством будем понимать здесь разрешимое подмножество множества всех понятий в некотором алфавите. Под «единообразным пониманием» разумеем наличие алгоритма ***U***, применяемого к парам <программа *p,* исходное данное *a*> и дающего в качестве своего результата результат применения программы *p* к исходному данному *a.*

Замечание 3. К такой схеме сводятся упоминавшиеся уже «уточнения» понятия алгоритма. Каждое такое уточнение состоит, по существу, в том, что указывается некоторое множество P_1 программ, некоторый неформальный алгоритм ***U***, объясняющий, как применяется программа к заданному исходному объекту; затем провозглашается (в качестве недоказываемой догмы) представительность множества P_1.

Итак, мы предполагаем, что:

1) для каждых двух алфавитов К и Л имеется некоторый алфавит $П_1$ (алфавит программ) и некоторое множество алгоритмов P_1, называемых программами и записанных в алфавите $П_1$ (так что $P_1 \subseteq П_1^\infty$);

2) существует алгоритм ***U*** из $П_1^\infty \times К^\infty$ в $Л^\infty$ (алгоритм применения программы) такой, что ***U****(p, a)* есть результат применения *p* к *a;*

3) множество P_1 является представительным;

4) множество P_1 разрешимо относительно $П_1^\infty$.

При этом не предполагается, что алфавит $П_1$, множество P_1 и алгоритм ***U*** могут быть выбраны лишь единственным образом. Всякую тройку <$П_1$, P_1, ***U*** >, где $П_1$ — алфавит, P_1 — множество всех программ, записанных в этом алфавите, и ***U*** — алгоритм применения программы к аргументу, будем называть *способом программирования из* $К^\infty$ в $Л^\infty$.

Таким образом, при заданных К и Л возможны различные способы программирования.

Замечание 4. Предположения 1) —4) не определяют понятия «способ программирования» (это понятие остается понимаемым интуитивно), а лишь указывают некоторые (причем, как показывает более глубокий анализ, еще не все) его свойства (признаки) и постулируют, что тройка с такими свойствами существует.

Переходим теперь к формулировке второй аксиомы. Но сначала введем одно обозначение. Пусть ***G*** — произвольный алгоритм из $П_1^\infty \times К^\infty$ в $Л^\infty$. Через $\boldsymbol{G_p}$, где $p \in П_1^\infty$, обозначим следующий алгоритм из $К^\infty$ в $Л^\infty$: для любого *a* из $К^\infty$ в качестве результата применения $\boldsymbol{G_p}$ к *a* берем результат применения ***G*** к паре <*p, a*> [так что $\boldsymbol{G_p}(a)$; $\boldsymbol{G_p}(p,a)$]. С помощью этого обозначения мы можем переформулировать предположения 1) —4) в виде следующей *аксиомы программы:*

для любых двух алфавитов К и Л *существуют алфавит* $П_1$, *разрешимое подмножество* P_1 *множества* $П_1^\infty$ *и алгоритм* ***U*** *из* $П_1^\infty \times К^\infty$ в $Л^\infty$, *обладающие следующими свойствами: для всякого* *алгоритма **A** из* $К^\infty$ в $Л^\infty$ *найдется такое p из P_1, что алгоритмы **A** и $\boldsymbol{U}_p$ равносильны.*

Эта аксиома имеет важные следствия. Но прежде приведем ряд определений.

Пусть I, X и Y — некоторые множества, F — функция из $I\times X$ в Y. Если i — элемент множества I, то через F_i мы будем обозначать функцию из X в Y, которая определена на тех x, для которых пара $< i, x >$ лежит в области определения функции F; в этом случае значение F_i на x равно $F(i, x)$. С помощью знака условного равенства сказанное можно записать короче: $F_i(x)\,;\quad F(i, x)$.

Пусть теперь Ф — некоторый класс функций из X в Y; функцию F из $I\times X$ в F назовем *универсальной* для класса Ф, если выполнены следующие два условия:

1° при всяком $i\in I$ функция F_i принадлежит классу Ф;

2° всякая функция из Ф есть F, при некотором i; иными словами, для всякой $\varphi\in Ф$ существует такое $i\in I$, что для всех $x\in X$ верно условное равенство $\varphi(x)\,;\quad F(i, x)$.

Следствие 1 аксиомы программы. *Пусть* К *и* Л — *два алфавита,* Ф — *семейство всех вычислимых функций из* $К^\infty$ *в* $Л^\infty$. *Тогда существует вычислимая функция из* $\mathbb{N}\times К^\infty$ *в* $Л^\infty$, *универсальная для класса* Ф.

Доказательство. Условие 1 выполнено автоматически для любой вычислимой функции F (если F вычислима, то и все F_i вычислимы). Поэтому достаточно построить вычислимую функцию F из $\mathbb{N}\times К^\infty$ в $Л^\infty$, удовлетворяющую условию 2. Рассмотрим алфавит $П_1$, разрешимое подмножество $Р_1$ множества $П_1^\infty$ и алгоритм $\boldsymbol{U}$ из $П_1^\infty\times К^\infty$ в $Л^\infty$, существующие по аксиоме программы. Будучи разрешимым подмножеством перечислимого множества, множество $Р_1$ перечислимо (лемма 2); пусть I—перечисляющая его функция. Тогда функция F, определенная соотношением

$$F(i, x)\,;\quad \boldsymbol{U}(f(i), x),$$

будет искомой. В самом деле, пусть φ — любая вычислимая функция из $К^\infty$ в $Л^\infty$, $\boldsymbol{A}$ — вычисляющий ее алгоритм: $\boldsymbol{A}(x)\,;\ \varphi(x)$ для всех $x\in К^\infty$. В силу аксиомы программы существует такое p из P_1, что для всех $x\in К^\infty$ выполнено условное равенство

$$\boldsymbol{U}(p, x)\ ;\quad \boldsymbol{A}(x).$$

Так как $p\in P_1$то $p = f(i)$ при некотором i; для этого i имеет место цепочка условных равенств

$$F(i, x)\,;\quad \boldsymbol{U}(f(i), x)\ ;\quad \boldsymbol{U}(p, x)\ ;\quad \boldsymbol{A}(x)\ ;\quad \varphi(x),$$

показывающая, что для построенной нами функции F выполнено условие 2° определения универсальной функции.

Частным случаем следствия 1 является

Следствие 2. *Существует вычислимая функция F из* $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$ в $\mathbb{N}$ *универсальная для класса всех вычислимых функций из* $\mathbb{N}$ в $\mathbb{N}$.

Следствие 2 получается из следствия 1, если взять в качестве К и Л один из цифровых алфавитов для записи чисел, например алфавит {|}.

Будем говорить, что функции f и g из X в Y всюду отличаются, если ни при каком x из X условное равенство $f(x)$; $g(x)$ не имеет места (это означает, что для всякого x хотя бы одна из функций f и g определена на x и что если обе функции определены на x, то их значения различны).

Следствие 3 (из следствия 2*). Существует такая вычислимая функция d из* $\mathbb{N}$ в $\mathbb{N}$*, что никакая вычислимая функция из* $\mathbb{N}$ в $\mathbb{N}$ *не может отличаться от нее всюду.*

Доказательство. Пусть F— универсальная функция из следствия 2. Возьмем в качестве d функцию, определяемую соотношением

$$d(i) ; \quad F(i, i).$$

В этом случае $d(i)$; $F_i(i)$, поэтому d и F_i не могут отличаться всюду; так как любая вычислимая функция из $\mathbb{N}$ в $\mathbb{N}$ есть F_i при некотором I, то никакая вычислимая функция из $\mathbb{N}$ в $\mathbb{N}$ не может всюду отличаться от d.

Это следствие может поначалу показаться парадоксальным: казалось бы, функция $d_1(x)$; $d(x)+1$ всюду отличается от d. Разрешение кажущегося противоречия состоит в том, что d — не всюду определенная функция, и на тех x, на которых d не определена, d_1 не определена тоже, и для этих x условное равенство $d_1(x)$; $d(x)$ выполнено. Однако мы можем рассмотреть не саму функцию d_1, а какое-нибудь всюду определенное продолжение D_1 функции d_1 (это значит, что D_1 — всюду определенная функция, совпадающая с d_1 там, где d_1 определена). Теперь уже D_1 всюду отличается от d: если $d(x)$ определено, то $d_1(x)$ также определено и равно $d(x)+1$, поэтому $D_1(x) = d(x)+1 \not\simeq d(x)$; если же $d(x)$ не определено, то $D_1(x) \not\simeq d(x)$ уже потому, что левая часть этого соотношения определена, а правая — нет. Не вошли ли мы в противоречие со следствием 3? Нет — мы доказали только, что никакое всюду определенное продолжение функции d_1 не может быть вычислимым, получив тем самым

Следствие 4 (из следствия 3). *Существует вычислимая функция с натуральными аргументами и значениями, не имеющая всюду определенного вычислимого продолжения.*

Пусть q — вычислимая функция с натуральными аргументами и значениями, не имеющая всюду определенного вычислимого продолжения; может ли область определения q быть разрешимым подмножеством $\mathbb{N}$? Легко понять, что нет: в самом деле, если бы она была разрешимым подмножеством $\mathbb{N}$, то функция Q, определяемая равенством

$$Q(x) = \begin{cases} q(x), & \text{если } x \text{ принадлежит области определения } q, \\ 0, & \text{если } x \text{ не принадлежит области определения } q. \end{cases}$$

была бы вычислимым всюду определенным продолжением q. Итак, область определения функции q — неразрешимое множество; согласно следствию 2 аксиомы протокола это множество перечислимо. Таким образом, нами доказано

Следствие 5 (из следствия 4). *Существует перечислимое неразрешимое подмножество натурального ряда.*

Факт существования перечислимого неразрешимого подмножества натурального ряда — один из важнейших фактов теории алгоритмов. Так как подмножество натурального ряда разрешимо тогда и только тогда, когда оно и его дополнение перечислимы (лемма 3}, то предыдущее следствие может быть переформулировано так:

Следствие 6 (из следствия 5). *Существует перечислимое подмножество натурального ряда с неперсчислимым дополнением.*

13.5.3. Третья аксиома (аксиома арифметичности). Если отвлечься от того обстоятельства, что на вычислительных машинах могут вычисляться лишь функции, определенные на конечных множествах натуральных чисел, то можно считать, что на этих машинах вычисляются вычислимые числовые функции. Как известно, основными операциями, совершаемыми машиной, являются сложение, умножение и логические операции. Опыт работы на машинах приводит к убеждению, что с помощью этих операций можно запрограммировать любую вычислимую функцию. Следовательно, и **всякое перечислимое множество натуральных чисел (как множество значений вычислимой функции) может быть записано в понятиях сложения, умножения и логических операций.** Сказанное делает естественным формулировку следующей аксиомы, которую мы будем называть *аксиомой арифметичности;*

всякое перечислимое множество натуральных чисел является арифметическим.

Непосредственным следствием этой аксиомы и служит интересующее нас утверждение предыдущего параграфа:

существует арифметическое множество, не являющееся перечислимым.

Таковым является дополнение к множеству из следствия 6 п. 2: оно является неперечислимым множеством с перечислимым дополнением. Само это множество будет арифметическим, как дополнительное к арифметическому (1-е свойство арифметических множеств) .

Таким образом, доказательство базовой теоремы, определяющей толкование понятия, закончено: как уже отмечалось, из существования неперечислимого арифметического множества следует существование неперечислимого множества, принадлежность которому выразима в арифметике; отсюда следует, что не существует непротиворечивой и полной эвристики для <*A, T*> применительно к некоторому перечислимому подмножеству *V* и, следовательно, никакая непротиворечивая эвристика не может быть полной для <*A, T*>.

13.6. Синтаксическая и семантическая формулировки базовой теоремы, определяющей толкование определения понятия

1. Постановка задачи. Доказанную формулировку базовой теоремы можно называть семантической, так как в ней шла речь об истинности определений понятий, отображенных средствами арифметики. Вообще, **семантикой называется та часть науки о языке (языке арифметики понятий в нашем случае), которая интересуется смыслом определений, их истинностью и ложностью, — в отличие от синтаксиса, который изучает выражения языка как комбинации знаков, в отрыве от их смысла (иногда слово «синтаксис» употребляют в более узком смысле, обозначая им часть грамматики, изучающую сочетания слов в предложениях естественного языка.).** Мы хотим перейти к синтаксической формулировке базовой теоремы, т. е. устранить по возможности упоминания об истинности определений.

Полностью удовлетворительное решение этой задачи требует конкретизации понятия доказательства, выходящей за рамки этого раздела; тем не менее мы сделаем некоторые шаги в этом направлении.

2. Синтаксическая непротиворечивость и синтаксическая полнота. Пусть <G, *D*, δ> — эвристика над алфавитом A языка арифметики понятий. (В этом разделе мы будем рассматривать только эвристики над A, не оговаривая этого специально.) Назовем ее *синтаксически непротиворечивой,* если не существует такого определения α, для которого и α, и $\neg\alpha$ доказуемы в этой эвристике. Назовем ее *синтаксически полной,* если для всякого определения α хотя бы одно из определений α и $\neg\alpha$ доказуемо в этой эвристике. Эти определения можно сформулировать короче, введя предварительно понятие определения, опровержимого в данной эвристике, — такого определения α, что определение $\neg\alpha$ доказуемо в ней. Теперь можно сказать так: ***эвристика синтаксически непротиворечива, если никакое определение не является доказуемым и опровержимым одновременно, и синтаксически полна, если всякое определение либо доказуемо, либо опровержимо***.

Следующая лемма устанавливает связь между этими понятиями и понятиями непротиворечивой и полной (относительно <*А, Т*>) эвристики. Напомним, что эвристика называется непротиворечивой, если все доказуемые определения истинны, и полной, если все истинные определения доказуемы.

Л е м м а А.1. А) *Непротиворечивая эвристика синтаксически непротиворечива.*

Б) *Полная эвристика синтаксически полна.*

В) *Если эвристика непротиворечива, то полнота ее равносильна синтаксической полноте.*

Доказательство. А) Если α и $\neg\alpha$ доказуемы в непротиворечивой эвристике, то α и $\neg\alpha$ истинны, что противоречит определению истинности.

Б) Одно из определений α и $\neg\alpha$ должно быть истинным, а следовательно, и доказуемым, если эвристика полна.

В) Если α — истинное определение, то $\neg\alpha$—ложное, поэтому $\neg\alpha$ не может быть доказуемо в непротиворечивой эвристике и — если эвристика синтаксически полна — α должно быть доказуемым.

Учитывая лемму, естественно предложить в качестве синтаксического варианта базовой теоремы такое утверждение:

не существует синтаксически непротиворечивой и синтаксически полной эвристики для языка арифметики понятий.

Этот вариант хорош тем, что, во-первых, из него вытекает доказанный нами семантический вариант базовой теоремы и, во-вторых, тем, что в нем ничего не говорится об истинности. Однако так сформулированное утверждение неверно — эвристика, в которой доказуемы те и только те определения, в которые четное число раз входит символ $\neg$ (такая существует в силу теоремы 1), будет синтаксически непротиворечива и синтаксически полна. Причина постигшей нас неудачи кроется в том, что рассмотренная формулировка никак не связана с обычным пониманием знаков алфавита А — в построенной эвристике одновременно доказуемы, например, формулы $(2\cdot2) = 4$ и $(2\cdot2) = 5$. Мы выйдем из создавшегося положения, потребовав от эвристики, чтобы некоторые определения обязательно были доказуемыми в ней. Уточним сказанное.

Пусть D_0, D — некоторые эвристики. Будем говорить, что D является *расширением* D_0, если всякое определение, доказуемое в D_0, доказуемо и в D. (В этом случае, очевидно, всякое опровержимое в D_0 определение опровержимо и в D.) Будем говорить, что эвристика D_0 *пополнима,* если существует ее *пополнение,* т. е. расширение, являющееся синтаксически непротиворечивой и синтаксически полной эвристикой. Приведенный выше пример устанавливает пополнимость пустой эвристики — эвристики, в которой ни одно определения не доказумо. Используя понятие пополнимости, мы можем предложить в качестве синтаксического варианта базовой теоремы такое утверждение:

существует непополнимая эвристика.

Однако это утверждение бессодержательно, так как всякая синтаксически противоречивая эвристика непополнима. Кроме того, нам хотелось бы, чтобы из синтаксического варианта базовой теоремы вытекал доказанный нами семантический вариант. Мы удовлетворим этому требованию, выбрав такую формулировку:

существует непротиворечивая непополнимая эвристика.

(Отсюда следует несуществование полной непротиворечивой эвристики, так как такая эвристика являлась бы пополнением любой непротиворечивой.) На этой формулировке мы и остановимся. Но прежде чем доказывать сформулированное утверждение, объясним, чем оно лучше исходной семантической формулировки,— ведь в нем мы говорим о непротиворечивости, определение которой апеллирует к истинности. Дело в том, что непротиворечивую непополнимую эвристику можно указать явно и утверждение о непополнимости этой явно заданной эвристики уже никак не апеллирует к понятию истинности. (Конечно, ценность этого утверждения в наших глазах определяется нашей верой в непротиворечивость этой эвристики.) Перейдем теперь к доказательству сформулированного утверждения. Для этого нам понадобятся некоторые новые понятия из теории алгоритмов.

3. Неотделимые множества. Пусть К — алфавит, A и B — непересекающиеся подмножества $К^\infty$. Будем говорить, что множество *C отделяет A* от B, если $A\subset C$ и $B\cap C=\varnothing$. Если множество C отделяет A от B, то его дополнение (до $К^\infty$) отделяет B от A. Будем говорить, что A и B *отделимы,* если существует разрешимое подмножество C множества $К^\infty$, отделяющее A от B. (В этом случае дополнение C является разрешимым подмножеством $К^\infty$, отделяющим B от A.)

Л е м м а А.2. *Непересекающиеся множества A и B отделимы тогда и только тогда, когда функция из* $К^\infty$ *в* $\mathbb{N}$, *определенная соотношением*

$$f(x) = \begin{cases} 1, & \textit{если } x \in A, \\ 0, & \textit{если } x \in B, \\ \textit{не определена}, & \textit{если } x \notin A \bigcup B, \end{cases}$$

имеет всюду определенное вычислимое продолжение.

Доказательство. Если g — всюду определенное вычислимое продолжение f, то разрешимое множество $\{x|g(x)=1\}$ отделяет A от B. Наоборот, если разрешимое множество C отделяет A от B, то вычислимая функция g, равная 1 на элементах C и 0 вне C, продолжает f.

Лемма А.3. *Существуют перечислимые неотделимые подмножества* $\mathbb{N}$.

Доказательство. Согласно предыдущей лемме достаточно доказать, что существует вычислимая функция h из $\mathbb{N}$ в $\mathbb{N}$ принимающая лишь два значения — 0 и 1 — и не имеющая всюду определенного вычислимого продолжения. В этом случае перечислимые (согласно лемме 6 и следствию 1 аксиомы протокола) множества

$$\{x|h(x)=1\}$$

и

$$\{x|h(x)=0\}$$

будут неотделимы. Чтобы построить функцию h с указанными свойствами, рассмотрим (следуя доказательству следствия 4 аксиомы программы в п.13.5.5) функцию d, от которой никакая вычислимая функция не может отличаться всюду. Функцию h определим так:

$$h(x) = \begin{cases} 1, & \textit{если } d(x) = 0, \\ 0, & \textit{если } d(x) \textit{ определено} \\ & \textit{и не равно } 0, \\ \textit{не определено}, & \textit{если } d(x) \textit{ не определено.} \end{cases}$$

Всякое всюду определенное продолжение функции h всюду отличается от d, поэтому не может быть вычислимым.

С помощью понятия неотделимости мы сформулируем признак непополнимости эвристики.

Теорема А.1. *Если множества доказуемых и опровержимых в данной эвристике определений неотделимы, то эта эвристика непополнима.*

Доказательство. Если эта эвристика имеет пополнение, то множества доказуемых и опровержимых в этом пополнении определений — непересекающиеся перечислимые множества, дающие в объединении множество всех определений. В силу леммы 3 каждое из них, в частности, множество S доказуемых определений, является разрешимым подмножеством множества всех определений и, следовательно, разрешимым подмножеством множества A^{∞}. Множество S отделяет множество доказуемых в исходной эвристике определений от множества определений, опровержимых в ней, что противоречит предположению.

4. Построение непополнимой эвристики. Мы построим непополнимую эвристику, применяя теорему A.1. Пусть P и Q — перечнелимые неотделимые подмножества $\mathbb{N}$ (их существование установлено в лемме A.3). Множество P арифметично по аксиоме арифметичности; пусть α — формула определения, с которой оно сопряжено. Обозначим через $[n \in P]$ формулу определения $S^{x_1}{}_n\alpha$ *(n* — цифра); формула определения $[n \in P]$ истинна тогда и только тогда, когда $n \in P$. Для каждого n из P рассмотрим (истинную) формулу определения $[n \in P]$; для каждого n из Q рассмотрим (также истинную) формулу определения $\neg n \in P$. Рассмотренные формулы определения образуют перечислимое множество. Согласно теореме 1 существует эвристика, в которой доказуемы эти формулы определений и только они. Эта эвристика непротиворечива. Докажем, что она непополнима. Согласно теореме A.1 для этого достаточно доказать, что множества доказуемых и опровержимых в ней формул определений неотделимы; покажем это. Если $n \in P$, то формула определения $[n \in P]$ доказуема, если $n \in P$, то формула определения $[n \in P]$ опровержима. Поэтому, если бы разрешимое множество S отделяло доказуемые формулы определений от опровержимых, то разрешимое множество $\{n|[n \in P] \in S\}$ отделяло бы P от Q, что невозможно. Итак, непополнимая эвристика построена.

13.7. Арифметические множества понятий

Как объяснялось ранее, суждения языка арифметики понятий являются высказываниями о свойствах натурального ряда числе или понятий и операций сложения и умножения. Они бывают истинными и ложными. Для формулы с параметрами вопрос «истинна она или ложна?» лишен смысла. Если мы вместо параметров формулы подставим цифры или понятия, то получим суждение, истинность которого зависит от того, какие именно цифры мы подставили. Таким образом, **формулы с параметром можно интерпретировать как <u>свойства натуральных</u>**

<u>чисел используемых при формировании понятий и их определений</u>.

Пример 1. Результат подстановки n вместо x_1 в формулу $\exists x_2((x_2+x_2=x_1)$ является истинным суждением тогда и только тогда, когда n четно. Поэтому можно сказать, что эта формула выражает свойство «x_1 четно». Говорят также (не вполне корректно), что эта формула истинна при четных значениях x_1 и ложна при нечетных значениях x_1.

П р и м е р 2. Формула

$$\exists x_3((x_1+x_3=x_2)$$

выражает свойство «$x_1 \leq x_2$».

Пример 3. Формула

$$\exists x_2((x_1 \cdot x_2=x_3)$$

выражает свойство *«x_1* делит x_3».

Пример 4. Обозначим формулу из примера 3 через [x_1 делит x_3]. Тогда формула

$$\forall x_1\ ([x_1 \text{ делит } x_3] \rightarrow ((x_1=1) \vee (x_1=x_3)))$$

выражает свойство «x_3 — простое или $x_3=1$».

Пример 5. Обозначим формулу из примера 1 через [x_1 четно]. Тогда формула

$$\forall x_1\ ([x_1 \text{ делит } x_3] \rightarrow ([x_1 \text{ четно}] \vee (x_1=1)))$$

выражает свойство «всякий делитель x_3 или четен, или равен 1», т. е. свойство «x_3 есть степень числа 2».

Свойства, выражаемые формулами языка арифметики понятий, назовем арифметическими. Отождествляя свойство с множеством удовлетворяющих ему понятий, приходим к определению арифметического подмножества понятий $\mathbb{N}^k$, частным случаем которого (при $k=1$*)* будет данное в п. 5.4 определение арифметических подмножеств $\mathbb{N}$.

Сформулируем точные определения. Пусть α — формула языка арифметики понятий, w_1, ..., w_p — переменные, c_1 ... ..., c_p — цифры, которыми закодированы понятия. *Результатом подстановки c_1, ..., c_p вместо w_1, ..., w_p в* α назовем формулу

$$S^{w_1 \ldots w_p}{}_{c_1 \ldots c_p}\alpha = S^{w_p}{}_{c_p} \ldots S^{w_2}{}_{c_2} S^{w_1}{}_{c_1}\alpha,$$

получающуюся из α последовательной подстановкой c_1, ..., c_p вместо w_1, ..., w_p. (Нетрудно понять, что результат последовательного выполнения нескольких подстановок не зависит от порядка, так что можно было бы, например, определить $S^{w_1 \ldots w_p}{}_{c_1 \ldots c_p}\alpha$ как

$S^{w_1}_{c_1}...S^{w_p}_{c_p}S^{w_1}_{c_1}\alpha$ — получилось бы то же самое.) Пусть α — формула арифметики понятий, не имеющая параметров, отличных от x_1, ..., x_k. Рассмотрим подмножество $\mathbb{N}^k$, состоящее из тех $<c_1,..., c_k>$, для которых суждение

$$S^{x_1...x_k}_{c_1...c_k}\alpha$$

истинно. Будем говорить, что оно *сопряжено* с формулой α. Множества, сопряженные с формулами языка арифметики понятий, будем называть *арифметическими.* При k = 1 мы приходим к (данному в п. 13.5.4) определению арифметических подмножеств натурального ряда. Используя упоминавшееся отождествление свойств с множествами удовлетворяющих им понятий, мы будем говорить также об арифметичнести свойств натуральных чисел.

Пример 6. Множества $\{<x_1, x_2, x_3>|x_1+x_2=x_3\}$,$\{<x_1, x_2>|x_1=x_2\}$, $\{<x_1, x_2, x_3>|x_1\cdot x_2=x_3\}$ являются арифметическими, так как сопряжены с формулами

$$x_1=x_2,\ (x_1+x_2)= x_3,\quad (x_1\cdot x_2)=x_3.$$

Пример 7. Множество $\{<x_1, x_2>|x_1\leq x_2\}$ сопряжено с формулой примера 2 и потому является арифметическим.

Пример 8. Множество $\{<x_1, x_2>|x_1$ делит $x_2\}$ является арифметическим. Для того чтобы построить формулу, с которой оно сопряжено, нужно слегка переделать формулу из примера 3, заменив в ней x_2 на x_3 и наоборот.

Пример 9. Множество простых чисел и множество степеней числа 2 — арифметические подмножества натурального ряда. (См. примеры 4 и 5.)

Свойства арифметических подмножеств $\mathbb{N}$, указанные в п. 5.4, остаются верными и для арифметических подмножеств $\mathbb{N}^k$. В частности, верна следующая

Лемма Б.1. а) *Дополнение к арифметическому подмножеству $\mathbb{N}^k$ (до $\mathbb{N}^k$) арифметично;*

б) *пересечение и объединение арифметических подмножеств $\mathbb{N}^k$ арифметичны.*

Следующая лемма показывает, что арифметичность сохраняется при перестановке координат.

Лемма Б.2. *Пусть* σ — *перестановка множества* {1, …, k} *(т. е. взаимно однозначное отображение его на себя), M — арифметическое подмножество $\mathbb{N}^k$. Тогда множество*

$$M^\sigma=\{<x_1, \ldots, x_k>|< x_{\sigma(1)}, \ldots, x_{\sigma(k)}> \in M\}$$

арифметично.

Доказательство. Если множество M сопряжено с формулой α, то множество M^σ сопряжено с формулой α^σ, которая получится, если в формуле α всюду заменить все переменные из списка x_1, ... x_k на соответствующие переменные из списка $x_{\sigma(1)}, \ldots, x_{\sigma(k)}$.

Следующие леммы связывают классы арифметических подмножеств $\mathbb{N}^k$ при различных k.

Лемма Б.3. *Если M — арифметическое подмножество $\mathbb{N}^k$, то множество $M \times \mathbb{N}^l$ —арифметическое подмножество $\mathbb{N}^{k+l}$.*

Доказательство. В самом деле, $M \times \mathbb{N}^l$ сопряжено с той же формулой, что и M.

Лемма Б.4. *Если множество$M \subset \mathbb{N}^{k+l}$ арифметично, то его проекция M' на первые k осей, равная*

$$\{<x_1, \ldots, x_k> | \exists\ x_{k+1} \ldots \exists\ x_{k+l}(<x_1, \ldots, x_{k+1}> \in M)\},$$

является арифметическим подмножеством $\mathbb{N}^k$.

Доказательство. В самом деле, если M сопряжено с формулой α, то M' сопряжено с формулой

$$\exists\ x_{k+1} \ldots \exists\ x_{k+l}\alpha.$$

Сочетая леммы Б.2 и Б.4, можно доказать арифметичность проекции арифметического множества на любые оси.

Пусть $M \subset \mathbb{N}^2$ — арифметическое множество. Для каждого $n \in \mathbb{N}$ рассмотрим M_n — «n-е сечение множества M», множество тех x, для которых $<n, x> \in M$. Будучи проекцией» множества $(\{n\} \times \mathbb{N}) \cap M$, оно арифметично. Назовем множество $M \subset \mathbb{N}^2$ *универсальным* арифметическим множеством, если любое арифметическое подмножество $\mathbb{N}$ является его сечением. Оказывается, такого быть не может.

Теорема Б.1. *Универсальных арифметических множеств не существует: каково бы ни было арифметическое множество $M \subset \mathbb{N}^2$, существует арифметическое множество $Q \subset \mathbb{N}$, которое отлично от всех сечений множества M.*

Доказательство. Множество $Q=\{x|<x, x> \notin M\}$ арифметично, так как является проекцией множества $(\mathbb{N}^2 \setminus M) \cap \{<x, y>|x=y$. Оно не может быть сечением M: если бы Q равнялось M_n, то по определению M_n мы имели бы $n \in Q \Leftrightarrow <n, n> \in M$, но по определению Q имеет место соотношение

$$n \in Q \Leftrightarrow <n, n> \notin M.$$

(Другими словами, множества Q и M_n по-разному ведут себя по отношению к числу n, поэтому не могут совпадать.)

Назовем функцию f из $\mathbb{N}^k$ в $\mathbb{N}^l$ *арифметической,* если ее график— арифметическое подмножество $\mathbb{N}^{k+l}$.

Лемма Б.5. *Образы и прообразы арифметических множеств при арифметических функциях арифметичны.*

Доказательство. Рассмотрим, например, образ арифметического множества $A\subset\mathbb{N}$ $A\subset\mathbb{N}$ при арифметической функции f из $\mathbb{N}$ в $\mathbb{N}$. Этот образ есть проекция множества (график f)$\cap$($A\times\mathbb{N}$) и поэтому арифметичен. Другими словами, если через $[f(x_1)=x_2]$ обозначить формулу, с которой сопряжен график f, а через $[x_1\in A]$ — формулу, с которой сопряжено A, то формула

$$\exists x_1([f(x_1)=x_2] \wedge [x_1\in A])$$

будет истинна для тех и только тех значений x_2, которые принадлежат образу A. Чтобы указать формулу, сопряженную с образом A, достаточно переименовать переменные (поменять всюду x_1 и x_2). Прообраз множества A при функции f будет сопряжен с формулой

$$\exists x_2([f(x_1)=x_2] \wedge [x_2\in A]),$$

где $[x_2\in A]$ обозначает формулу, получающуюся из $[x_1\in A]$ переименованием переменных.

Приведем следующую теорему, утверждающую, что *множество истинных понятий, выраженных формулами арифметики понятий неарифметично.*

Чтобы придать смысл этой формулировке, надо объяснить, что мы имеем в виду, говоря об арифметичности понятий множества *истинных понятий, выраженных формулами арифметики понятий* — некоторого подмножества понятий A^∞. Можно определить это понятие так: выбрать взаимно однозначное соответствие между A^∞ и $\mathbb{N}$ *(нумерацию* A^∞), сопоставляющее каждому понятию X из A^∞ некоторое натуральное число (номер понятия X при этой нумерации), и называть множество $M\subset A^\infty$ арифметическим (относительно данной нумерации), если множество номеров понятий из M является арифметическим подмножеством понятий $\mathbb{N}$.

Это определение зависит от выбора нумерации понятий алфавита А. Назовем две нумерации *арифметически эквивалентными,* если функции, дающие по номеру понятия в одной из них номер того же понятия в другой, арифметичны.

Лемма Б.6. *Если множество понятий* $M\subset A^\infty$ *арифметично относительно данной нумерации понятий* π_1*, то оно арифметично относительно любой нумерации понятий* π_2*, арифметически эквивалентной* π_1.

Доказательство. По условию множество понятий $\pi_1(M)$ (состоящее из π_1-номеров понятий из M) арифметично. Множество понятий $\pi_2(M)$

является образом $\pi_1(M)$ при арифметической (по условию) функции, дающей π_2-номера по π_1-номерам, поэтому оно также арифметично.

Окончательное определение арифметических множеств понятий в алфавите А таково: *арифметическими* называются множества понятий, арифметические относительно вычислимых нумераций множества понятий A^∞. (Нумерация называется *вычислимой,* если функция, сопоставляющая понятию его номер, вычислима. В этом случае вычислима и обратная функция, сопоставляющая числу *n* понятие с номером *n;* существование вычислимых нумераций A^∞ установлено в примере 3 из п. 13.5.2.)

Чтобы доказать корректность этого определения, достаточно показать, что все вычислимые нумерации арифметически эквивалентны. Если π_1 и π_2 — вычислимые нумерации понятий, то функция, сопоставляющая номеру понятия относительно π_1 номер того же понятия относительно π_2, вычислима. (Она вычисляется следующим алгоритмом: получив аргумент *x,* перебирай все понятия алфавита А, вычисляй их π_1-номера и жди появления понятия, у которого π_1-номер равен *x;* найдя это понятие, вычисли его π_2-номер.) Поэтому корректность будет доказана, если мы установим, что верна следующая лемма.

Лемма Б.7. *Всякая вычислимая функция из* $\mathbb{N}^p$ *в* $\mathbb{N}^q$ *арифметична.*

Доказательство. График вычислимой функции из $\mathbb{N}^p$ в $\mathbb{N}^q$ есть перечислимое подмножество понятий $\mathbb{N}^{p+q}$ (следствие 3 аксиомы протокола), поэтому требуемое утверждение вытекает из следующей усиленной формы аксиомы арифметичности:

всякое перечислимое подмножество понятий $\mathbb{N}^k$ *арифметично.*

(В п. 135.5. аксиомой арифметнчности был назван частный случай этого утверждения, возникающий при *k*= 1.)

Теорема Б.2. *Множество T истинных формул арифметики понятий неарифметично.*

Доказательство. Покажем, что если бы *T* было арифметично, то в противоречии с теоремой Б.1 существовало бы универсальное арифметическое множество понятий. Назовем формулы, не имеющие отличных от x_1 параметров, *классовыми.* Множество всех классовых формул — разрешимое подмножество понятий перечислимого множества понятий A^∞ и потому перечислимо. Зафиксируем какое-нибудь вычислимое перечисление α_0, α_1, α_2, … множества классовых формул. Рассмотрим множество

M={<*n, m*>| результат подстановки *m* вместо x_1 в a_n — истинное суждение}.

Очевидно, *n*-е сечение этого множества сопряжено с формулой α_n, а потому сечениями этого множества являются все арифметические подмножества $\mathbb{N}$. Остается показать, что если бы *T* было арифметично, то и *M* было бы арифметично. Вспоминая определение арифметичности множества понятий, зафиксируем произвольную вычислимую нумерацию понятий алфавита A^{α}. Пусть *T′* — множество номеров понятий из *T* при этой нумерации. Функция *S*, сопоставляющая паре <*n, m*> номер понятия, являющегося результатом подстановки *m* вместо x_1 в α_n, вычислима и, следовательно, арифметична (лемма Б.7). Множество понятий *M* является прообразом множества понятий *T* при функции *S*. Поэтому из арифметичности *T* вытекает арифметичность *M* (лемма Б.5). Теорема Б.2 доказана.

Анализ доказательства теоремы Б.2 показывает, что оно связано с «парадоксом лжеца». Коротко скажем об этой связи.

Парадокс лжеца состоит в следующем. Некто заявляет: «То, что я сейчас говорю, ложно». Истинно или ложно его высказывание? Любой из ответов ведет к противоречию. Если предположить, что оно истинно, то в силу своего собственного смысла оно должно быть ложным и наоборот. Изложим теперь рассмотренное доказательство теоремы Б.2 в форме, близкой к этому парадоксу.

Пусть множество номеров истинных суждений арифметики понятий арифметично; обозначим через [понятие с номером x_3 истинно] формулу, единственным параметром которой является x_3 и которая выражает свойство «понятие с номером x_3 принадлежит *T*», т. е. свойство «$x_3 \in T'$». Функция S арифметична; обозначим через

[x_3 есть номер результата подстановки x_2
в x_1-ю классовую формулу]

формулу, с которой сопряжен график функции S. Формула

$\exists\, x_3$ ([понятие с номером x_3 истинно] $\wedge$
$\wedge$ [x_3 есть номер результата подстановки x_2,
в x_1-ю классовую формулу])

имеет параметрами x_1 и x_2; с этой формулой сопряжено множество *M*; обозначим ее

[результат подстановки x_2
в x_1-ю классовую формулу истинен].

Дальше рассуждение следует доказательству теоремы о несуществовании универсального арифметического множества. Рассмотрим формулу $\neg$

$\neg\exists\, x_2((x_1 = x_2)\ \wedge$ [результат подстановки x_2
в x_1-ю классовую формулу истинен]);

обозначим ее

[результат подстановки x_1
в x_1-ю -ю классовую формулу ложен];

она имеет параметром x_1 и отвечает своему обозначению в том смысле, что результат подстановки понятия *п* вместо x^1 в эту формулу истинен тогда и только тогда, когда результат подстановки *п* в *п*-ю классовую формулу ложен. (Рассмотрение этой формулы соответствует рассмотрению множества Q в доказательстве теоремы Б.1.) Построенная формула является классовой и, следовательно, имеет некоторый номер (обозначим его *п)* в перечислении классовых формул. Подставим *п* вместо x_1 в построенную нами формулу, результат подстановки обозначим

[результат подстановки *п*
в *п*-ю классовую формулу ложен];

это — суждение, истинное тогда и только тогда, когда результат подстановки цифры *п* в *п*-ю классовую формулу ложен. Но этот результат представляет собой не что иное, как само рассматриваемое нами суждение. Мы получаем, что суждение

[результат подстановки *п*
в *п*-ю классовую формулу ложен]

истинно тогда и только тогда, когда ложно. (Это суждение можно было бы с полным основанием обозначить [Я ложно].) Полученное противоречие доказывает, что множество истинных формул арифметики неарифметично.

13.8. Язык адресных программ

Здесь мы постараемся обосновать аксиому арифметичности понятий. Сначала мы опишем некоторый конкретный класс алгоритмов — класс адресных программ; функции, вычисляемые с помощью алгоритмов из этого класса, будем назвать адресно вычислимыми. Затем мы докажем, что область значений всякой адресно вычислимой функции представляет собой арифметическое множество понятий. Тем самым аксиома арифметичности понятий будет обоснована — если поверить в то, что всякая вычислимая функция является адресно вычислимой.

Вспомогательным средством для нас будет служить расширенный арифметический язык понятий, который отличается от описанного ранее языка арифметики понятий наличием некоторых дополнительных выразительных средств. Мы покажем, что множество значений всякой адресно вычислимой функции может быть описано формулой расширенного арифметического языка понятий. Затем мы покажем, что это расширение на самом деле несущественно и что для всякой формулы расширенною языка понятий можно найти заменитель в обычном языке арифметики понятий. Отсюда будет следовать, что множество значений любой адресно вычислимой функции может быть описано формулой языка арифметики понятий, т. е. арифметично.

Начнем со следующего замечания: для обоснования аксиомы арифметичности понятий и даже ее усиленного варианта, рассматриваемого ранее, достаточно уметь доказывать, что

график всякой вычислимой функции из $\mathbb{N}$ *в* $\mathbb{N}$ *является арифметическим подмножеством понятий* $\mathbb{N}^2$.

(Понятие арифметического подмножества $\mathbb{N}^2$ введено нами ранее). В самом деле, пусть это утверждение верно. Тогда всякое перечислимое подмножество понятий $\mathbb{N}$ арифметично, так как оно является проекцией графика перечисляющей его вычислимой функции (лемма Б.4). Докажем теперь усиленный вариант аксиомы арифметичности понятий. Пусть $M\subset \mathbb{N}^k$ — перечислимое множество понятий, g— перечисляющая его функция из $\mathbb{N}$ в $\mathbb{N}^k$. Значение функции g на числе n представляет собой кортеж из k чисел: $g(n)=<g_1(n), ..., g_k(n)>$. Функции $g_1, ..., g_k$ суть вычислимые функции из $\mathbb{N}$ в $\mathbb{N}$ поэтому в силу сделанного нами предположения их графики арифметичны. Обозначим через $[g_i(x_1)=x_2]$ формулы, с которыми эти графики сопряжены. График g является арифметическим подмножеством $\mathbb{N}^{k+1}$, так как он сопряжен с формулой

$$[g_1(x_1)=x_2] \wedge [g_2(x_1)=x_3] \wedge (\ldots \wedge [g_k(x_1)=x_{k+1}])\ldots).$$

(Здесь через $[g_i(x_1)=x_{i+1}]$ обозначена формула, получаюшаяся из формулы $[g_i(x_1)=x_2]$ переименованием переменных, при котором переменные x_2 и x_{i+1} заменяются друг на друга.) Множество M является проекцией графика g на оси $x_2,..., x_{k+1}$ и потому является арифметическим.

Итак, наша цель — доказать, что график всякой вычислимой функции из $\mathbb{N}$ в $\mathbb{N}$ является арифметическим подмножеством $\mathbb{N}^2$. Однако эта задача далеко не тривиальна — читатель может убедиться в этом, попробовав доказать, например, арифметичность показательной функции с основанием 2, т. е. арифметичность множества

$$\{<x, y>|y=2^x\}$$

13.8.1. Язык адресных программ. Мы опишем некоторый класс алгоритмов специального вида, которые будут называться адресными программами. Эти программы будут напоминать «программы в машинных кодах» для реально существующих ЭВМ.

Адресная программа представляет собой последовательность команд, пронумерованных по порядку. Каждая команда имеет один из следующих видов:

1°$R(a)\leftarrow b$ (присвоенное значение);

2° $R(a)\leftarrow R(b)$ (пересылка);

3° $R(a) \leftarrow R(b) + R(c)$ (сложение);
4° $R(a) \leftarrow R(b) \cdot R(c)$ (умножение);
5° ИДТИ К n (безусловный переход);
6° ЕСЛИ $R(a) = R(b)$ ТО ИДТИ К m ИНАЧЕ К n (условный переход);
7° СТОП (останов).

Здесь *a, b* и с — произвольные натуральные числа («номера регистров»), *m, n* — натуральные числа, являющиеся порядковыми номерами некоторых команд программы. Последней командой программы должна быть команда вида 7°. В скобках указаны названия видов команд. Пример адресной программы:

Пример 1.

1. $R(1) \leftarrow 1$
2. $R(2) \leftarrow 1$
3. $R(3) \leftarrow 1$
4. $R(2) \leftarrow R(2) \cdot R(1)$
5. $R(1) \leftarrow R(1) + R(3)$
6. ЕСЛИ $R(1) = R(0)$ ТО ИДТИ К 7 ИНАЧЕ К 4
7. $R(0) \leftarrow R(2)$
8. СТОП

Адресные программы могут выполняться на (воображаемых) адресных машинах.

Адресная машина имеет бесконечное число устройств, предназначенных для хранения (запоминания) натуральных чисел. Эти устройства называются регистрами. В каждом регистре в каждый момент времени хранится (запоминается) ровно одно число. Регистры снабжаются номерами 0, 1, 2, ... и обозначаются соответственно $R(0)$, $R(1)$, $R(2)$ и т. д.

Адресная машина выполняет программу в порядке номеров команд; этот порядок нарушается лишь при выполнении команд условного и безусловного переходов. Прежде чем давать точные определения, опишем работу адресной машины по программе из примера 1. Пусть до начала работы в регистре $R(0)$ находится число 100, в остальных — нули. Первые три команды задают начальные значения регистров $R(1)$— $R(3)$.Содержимое регистра $R(3)$ не меняется во время дальнейшего выполнения программы, содержимое регистра $R(1)$ время от времени увеличивается на 1 (команда 5; напомним, что в $R(3)$ всегда хранится 1), содержимое $R(2)$ время от времени умножается на значение, хранящееся в $R(1)$. Выполнение программы заканчивается, когда содержимое $R(1)$ становится равным содержимому $R(0)$. Изменение содержимого регистров с течением времени отражено в следующей таблице:

Номер команды	R (0)	R (1)	R (2)	R (3)	R (4)
1	100	0	0	0	0
2	100	1	0	0	0
3	100	1	1	0	0
4	100	1	1	1	0
5	100	1	1	1	0
6	100	2	1	1	0
4	100	2	1	1	0
5	100	2	2	1	0
6	100	3	2	1	0
4	100	3	2	1	0
5	100	3	6	1	0
6	100	4	6	1	0
4	100	4	6	1	0
. . .	. . .	. . .	. . .	. . .	. . .
6	100	99	98!	1	0
4	100	99	98!	1	0
5	100	99	99!	1	0
6	100	100	99!	1	0
7	100	100	99!	1	0
8	99!	100	99!	1	0

В результате работы этой программы число 99! (=1·2· ... ·99) помещается в регистр *R*(0). Если вначале в *R*(0) хранилось не 100, а 200, то в регистр *R*(0) будет по окончании работы помещено число 199! (=1·2· ... ·199). Если же до начала работы программы во всех регистрах хранились нули, то выполнение программы никогда не закончится.

Дадим точные определения.

Состоянием адресной машины называется бесконечная последовательность натуральных чисел $s=(s_0, s_1, \ldots)$, в которой почти все (все, кроме конечного числа) члены равны 0 (такие последовательности называются *финитными).* Если $s_0 = 0$, состояние называется *заключительным* (состоянием остановки); если $s_0 \geq 1$, состояние называется *рабочим,* а s_0 — *номером выполняемой команды.* Число s_{i+1} называется *содержимым i-го регистра.*

Пусть *p*— некоторая адресная программа, $s=(s_0, s_1, \ldots)$ — рабочее состояние. Будем говорить, что программа *p применима* к состоянию *s*, если s_0 — номер одной из команд программы *p* (команды с номером s_0 может не быть, если s_0 слишком велико). В этом случае мы определим некоторое состояние *s'*, называемое *непосредственным результатом применения программы p* к состоянию *s*. Состояние $s'=(s'_0, s'_1,\ldots)$ определяется следующим образом:

1° если команда с номером s_0 имеет вид $R(a)\leftarrow b$, то $s'_0= s_0+1$, $s'_{i+1}= s_{i+1}$

при $i \neq a$, $s'_{a+1} = b$ (содержимое всех регистров, кроме *a*-го, не меняется, в *a*-й регистр помещается число *b;* машина переходит к выполнению следующей команды);

2° если команда с номером s_0 имеет вид $R(a) \leftarrow R(b)$, то $s'_0 = s_0 + 1$, $s'_{i+1} = s_{i+1}$ при $i \neq a$, $s'_{a+1} = s_{b+1}$ (содержимое всех регистров, кроме *a*-го, не меняется; в *a*-й регистр помещается содержимое *b*-го регистра; машина переходит к выполнению следующей по порядку команды);

3° если команда с номером s_0 имеет вид $R(a) \leftarrow R(b) + R(c)$, то $s'_0 = s_0 + 1$, $s'_{i+1} = s_{i+1}$ при $i \neq a$, $s'_{a+1} = s_{b+1} + s_{c+1}$ (содержимое всех регистров, кроме *a*-го, не меняется, в *a*-й регистр помещается сумма содержимого *b*-го и *c*-го регистров; машина переходит к выполнепию следующей команды);

4° если команда с номером s_0 имеет вид $R(a) \leftarrow R(b) \cdot R(c)$, то $s'_0 = s_0 + 1$, $s'_{i+1} = s_{i+1}$ при $i \neq a$, $s'_{a+1} = s_{b+1} \cdot s_{c+1}$ (этот случай отличается от предыдущего лишь заменой сложения на умножение);

5° если команда имеет вид ИДТИ К *n,* то $s'_0 = n$, $s'_{i+1} = s_{i+1}$ при всех i (содержимое регистров не меняется, машина переходит к выполнению команды номер *n);*

6° если команда с номером s_0 имеет вид ЕСЛИ *R(a)= R(b)* ТО ИДТИ К *m* ИНАЧЕ К *n*, то $s'_{i+1} = s_{i+1}$ при всех i, $s'_0 = m$, если $s_{a+1} = s_{b+1}$; если же $s_{a+1} \neq s_{b+1}$, то $s'_0 = n$ (содержимое регистров не меняется, машина переходит к выполнению команды номер *m,* если содержимое *a*-го регистра равно содержимому *b*-го регистра, и к выполнению команды номер *n* в противном случае);

7° если команда имеет вид СТОП, то $s'_{i+1} = s_{i+1}$ при всех i и $s'_0 = n$ (машина переходит в заключительное состояние).

Определение непосредственного результата применения адресной программы к состоянию закончено. Заметим, что если программа *p* применима к состоянию *s,* то либо непосредственный результат применения является заключительным состоянием, либо к нему применима программа *p*.(мы предполагаем, что номера команд в операторах перехода в программе *p* являются номерами команд программы *p* и что последняя команда — команда останова).

Протоколом применения адресной программы *p* называется последовательность состояний s^0, s^1, ..., s^k, в которой каждое следующее состояние является непосредственным результатом применения *p* к предыдущему, а последнее состояние является заключительным. Состояние s^0 называется *начальным* состоянием протокола. Существует не более одного протокола данной адресной программы *p* с данным начальным состоянием; такого протокола не существует, если *p* неприменима к s^0 или если в последовательности, возникающей при многократном применении p к s^0, не встречается заключительное состояние.

Пусть p — адресная программа, k — натуральное число. Рассмотрим функцию f из $\mathbb{N}^k$ в $\mathbb{N}$, определяемую так: значение f на наборе $<a_1, ..., a_k>$ есть b если существует протокол применения адресной программы p, начальным состоянием которого является $(1, a_1, ..., a_k, 0, 0, …)$, а b есть содержимое 0-го регистра в заключительном состоянии этого протокола; другими словами, значение f на $<a_1, ..., a_k>$ есть содержимое регистра $R(0)$ после выполнения программы, если перед ее выполнением числа $a_1, ..., a_k$ были помещены в регистры $R(0)$, ..., $R(k-1)$, остальные регистры заполнены нулями и программа начала выполняться с первой команды. Функцию f мы будем называть *k-вычисляемой* программой p (или просто *вычисляемой* программой p, если значение k ясно из контекста).

Пример 2. Пусть p — адресная программа из примера 1. Функция f_1, 1-вычисляемая этой программой, такова: $f_1(0)$ не определено, $f_1(i)=(i-1)!$ при $i\geq 1$. Функция f_2, 2-вычисляемая этой программой, такова:

$$f_2(i, j) = \begin{cases} (i-1)!, & \text{если } i \geq 1, \\ \text{не определена}, & \text{если } i = 0. \end{cases}$$

Функции, k-вычисляемые адресными программами, назовем *адресно вычислимыми* функциями k аргументов. Очевидно, что все адресно вычислимые функции вычислимы; с другой стороны, все вычислимые функции, известные в настоящее время, оказываются адресно вычислимыми. Таким образом, есть основания принять гипотезу о совпадении классов вычислимых функций из $\mathbb{N}^k$ в $\mathbb{N}$ и адресно вычислимых функций.

Приняв эту гипотезу, мы в следующих пунктах докажем утверждение аксиомы арифметичности.

13.8.2. Расширенный арифметический язык понятий. Вспомогательным средством при доказательстве арифметичности адресно вычислимых функций будет служить расширенный арифметический язык понятий. Чтобы определить его, следует внести в определение языка арифметики понятий из п. 13.5.4 некоторые изменения.

В алфавит языка понятий добавим два новых символа v (символ для образования одноместных функциональных переменных) и w (символ для образования двуместных функциональных переменных). Понятия вида (v^n) будут называться *одноместными функциональными переменными,* а понятия вида (w^n)—*двуместными функциональными переменными.* (Здесь $n\geq 1$.) Сокращенными обозначениями для одноместных и двуместных функциональных переменных будут служить v_n и w_n. Подразумеваемыми значениями одноместных и двуместных функциональных переменных будут всюду определенные функции от одного и соответственно двух натуральных аргументов с натуральными значениями. Переменные x_n мы будем называть *числовыми* переменными.

Понятие *терма* расширенного арифметического языка понятий определим так:

1° числовая переменная есть терм;

2° если t и u — термы, то $(t + u)$ и $(t \cdot u)$ — термы;

3° если p — одноместная функциональная переменная, а t — терм, то $p(t)$ —терм;

4° если r — двуместная функциональная переменная, а t и u — термы, то $r(t, u)$ — терм.

Пример 1. Понятия $(v_4(x_1)+x_2)$, $v_4(v_5(w_2(x_1, x_2)))$, $w_2(w_2(x_1, x_4), x_7)$ являются термами расширенного арифметического языка понятий.

Как и раньше, *элементарной формулой* называется равенство двух термов; имеются в виду термы расширенного арифметического языка понятий. *Формулы* расширенного арифметического языка понятий определяются, как в п. 13.5.4, при этом в 4° переменная ξ может быть числовой, одноместной функциональной или двуместной функциональной переменной.

Пример 2.

Понятия $\forall v_1(v_1(x_1)= v_1(x_2))$, $\forall x_1 \forall x_2 (v_1(x_1)= v_1(x_2))$, $\forall w_1 \forall x_1 \forall x_2 (w_1(x_1, x_1)= w_1(x_2, x_1))$ являются формулами.

Параметры термов и формул определяются, как в п. 13.5.4; в качестве параметров могут выступать как числовые, так и функциональные переменные.

Пример 3. Параметрами термов из примера 1 являются v_4, x_1 и x_2 (первый терм), v_4, v_5, w_2, x_1 и x_2 (второй терм), w_2, x_1, x_4 и x_7 (третий терм). Параметрами формул из примера 2 являются x_1 и x_2 (первая формула), v_1 (вторая формула); третья формула не имеет параметров.

Формулы, не имеющие параметров, называются *суждениями* расширенного арифметического языка понятий.

Теперь мы должны определить, какие суждения расширенного арифметического языка понятий мы объявляем истинными. **У нас будет два варианта определения истинности для формул расширенного арифметического языка понятий — две *интерпретации* этого языка. В одной из них функциональные переменные будут принимать в качестве значений все (всюду определенные) функции от одного и от двух натуральных аргументов, в другой их значениями будут лишь финитные функции, т. е. функции, отличные от 0 лишь на конечном множестве аргументов.** Чтобы не повторять определение дважды, мы будем говорить о классе *допустимых* функций, подразумевая под ним либо класс всех функций, либо класс всех финитных функций.

Определение истинности будет аналогично определению из п. 13.5.4. Новым для нас будет случай формул, начинающихся с кванторов по функциональным переменным. Здесь мы сталкиваемся со следующей проблемой: хотелось бы назвать, например, формулу определения вида $\forall v\alpha$ истинной, если для всех допустимых значений v формула определения, получающаяся из α подстановкой этих значений вместо v, является истинной. Но в нашем языке нет ничего, что можно было бы подставлять вместо функциональных переменных. Выход из этого положения таков: мы должны ввести в язык, помимо функциональных переменных, и функциональные константы — по одной для каждой допустимой функции.

Сформулируем точные определения. Выберем некоторый набор символов, находящийся во взаимно однозначном соответствии с множеством допустимых функций. Символы этого набора назовем *функциональными константами,* изображающими соответствующие им функции (понятия). Функциональные константы делятся на *одноместные* и *двуместные* в зависимости от числа аргументов у соответствующей функции. Мы будем подставлять функциональные константы вместо функциональных переменных с тем же числом аргументов. Результат подстановки произвольных функциональных констант вместо всех функциональных параметров и произвольных цифр вместо всех числовых параметров некоторого терма (формулы) расширенного арифметического языка понятий назовем *оцененным термом (оцененной формулой определения)*. Подстановка производится таким же образом, как в п. 13.5.4, — заменяются не все вхождения переменных, а лишь не попадающие в зону действия одноименного квантора. Частным случаем оцененного терма является постоянный терм, т. е. терм, не имеющий параметров (и, следовательно, являющийся термом языка арифметики понятий). Частным случаем оцененной формулы является суждение расширенного арифметического языка понятий.

Теперь мы можем дать определения *значений* оцененных термов и формул определений, вполне аналогичные определениям значений постоянных термов и замкнутых формул (определений) языка арифметики понятий. Значения оцененных термов определяются так:

1° значением цифры $(|^{n})$ является число *n;*

2° значением оцененного терма *(t + u)* служит сумма значений оцененных термов *t* и *u,* а значением оцененного терма *(t·u)* служит произведение значений оцененных термов *t* и *u;*

3° значением оцененного терма вида $\gamma(t)$, где γ — одноместная функциональная константа, а t — оцененный терм, служит значение функции, изображаемой константой γ, на числе, равном значению оцененного терма t;

4° значением оцененного терма вида $\delta(t, u)$, где δ — двуместная функциональная константа, а t и u — оцененные термы, служит значение функции из $\mathbb{N}^2$ в $\mathbb{N}$, изображаемой константой δ, на паре $\langle$значение t, значение $u\rangle$.

Теперь для определения значений оцененных формул мы можем воспользоваться данным в п. 13.5.4 определением значений суждений языка арифметики понятий, заменив понятие «суждение» на «оцененная формула», «постоянный терм» на «оцененный терм», оговорив в 7° и 8°, что ξ является числовой переменной, и добавив два следующие пункта:

9° оцененная формула $\exists\,\xi\alpha$, где ξ — функциональная переменная, истинна, если существует такая функциональная константа γ с тем же числом аргументов, что у ξ, что оцененная формула $S^{\xi}_{\gamma}\alpha$ истинна; если такой константы нет, то оцененная формула $\exists\,\xi\alpha$ ложна;

10° оцененная формула $\forall\,\xi\alpha$ где ξ — функциональная переменная, истинна, если для всякой функциональной константы γ с тем же числом аргументов, что у ξ, оцененная формула $S^{\xi}_{\gamma}\alpha$ истинна; в противном случае оцененная формула $\forall\,\xi\alpha$ ложна.

Дав определения значений оцененных формул, мы, в частности, определили значения суждений (определений) расширенного арифметического языка понятий. Этот частный случай будет для нас в дальнейшем особенно важен.

Пример 4. Суждение (определение)

$$\forall x_1 \forall x_2 (\forall v_1 (v_1(x_1)= (v_1(x_2))\rightarrow(x_1=x_1)),$$

которое можно прочесть так: «если значения всех допустимых функций на x_1 и x_2 совпадают, то $x_1 = x_2$» истинно при любом из двух пониманий допустимости — считаем ли мы допустимыми все функции или только финитные функции.

Пример 5. Суждение (определение)

$$\forall v_1 \exists x_1 \forall x_2 (v((x_1+x_2))=0),$$

которое можно прочесть так: «всякая допустимая функция равна 0 для всех достаточно больших значений аргумента», истинно, если допустимыми считать финитные функции, и ложно, если считать все функции допустимыми.

П р и м е р 6. Суждение (определение)

$$\forall w_1 \exists v_1 \forall x_1 (v_1(x_1)=w_1(x_1, x_1))$$

истинно при любом из двух пониманий допустимости.

Пример 7. Следующее суждение (определение) утверждает, что существует допустимое взаимно однозначное соответствие между $\mathbb{N}^2$ и $\mathbb{N}$:

$$\exists w_1(\forall x_1 \ \exists x_2 \ \exists x_3 \ (w_1(x_2, x_3)=x_1) \ \wedge$$
$$\wedge \ \forall x_2 \forall x_3 \forall x_4 \forall x_5((w_1 \ ((x_2, x_3)=$$
$$=w_1 \ ((x_4, x_5))\rightarrow((\ x_2=x_4) \ \wedge (\ x_3=x_5)))).$$

Оно истинно, если считать допустимыми все функция, и ложно, если считать допустимыми лишь финитные функции.

Пример 8. Утверждение «при всех x_1 верно неравенство $2^{x_1} \geq x_1$» может быть переведено следующей формулой расширенного языка арифметики понятий (при любом из двух пониманий допустимости):

$$\forall x_1 \forall v_1(((v_1 \ (0)=1) \ \wedge \ \forall x_2([x_2\leq x_1] \rightarrow$$
$$\rightarrow(v_1((x_2+1))=(2\cdot v_1(x_2))))) \rightarrow[x_1\leq v_1(x_1)].$$

$2^{x_1} \geq x_1$ Здесь $[x_2\leq \ x_1]$ обозначает $\exists x_3((x_2+x_3)=x_1)$, а $[x_1\leq v_1(x_1)]$ обозначает $\exists x_3((x_1+x_3)=v_1(x_1))$. Суждение (определение) может быть прочитано так: если v_1 — последовательность натуральных чисел, первый член которой равен 1 и каждый следующий, вплоть до x_1+1-го, вдвое больше предыдущего, то $v_1(x_1)\geq x_1$. Оговорка «вплоть до x_1+1-го» необходима, если допустимыми являются лишь финитные функции.

Подобно тому как в п.7 мы интерпретировали формулы языка арифметики понятий с параметрами как выражающие свойства натуральных чисел, мы можем рассматривать формулы расширенного языка понятий как выражающие свойства чисел и функций.

П р и м ер 9. Формула

$$\exists x_3((v_1(x_2)+x_3)=v_1(x_1))$$

выражает следующее свойство: значение допустимой функции v_1 на числе x_1 не меньше ее значения на числе x_2. Последнее предложение является (не вполне корректным, так как v_1 — функциональная переменная, а не функция, а x_1, x_2 — числовые переменные, но не числа) сокращением для следующего утверждения: результат подстановки вместо x_1 и x_2 некоторых цифр n_1 и n_2 и вместо v_1 некоторой функциональной константы, изображающей допустимую функцию, тогда и только тогда является истинной оцененной формулой расширенного языка арифметики понятий (при любом из двух пониманий допустимости), когда значение этой допустимой функции на числе n_1 не меньше ее значения на числе n_2.

Пример 10. Формула

$$\forall x_1 \forall x_2 \exists x_3 \ ((v_1 \ (x_1)+x_3) \ =v_1((x_1+ \ x_2)))$$

выражает свойство «допустимая функция v_1 является неубывающей».

Даже если ограничиться формулами расширенного языка понятий, не имеющими функциональных параметров, мы все равно приобретаем новые возможности по сравнению с языком арифметики понятий.

Пример 11. Формула

$$\exists v_1 (((v_1 (0) =1) \wedge \forall x_3([x_3 \leq x_1] \rightarrow$$
$$\rightarrow(v_1((x_3+1))=(2\cdot v_1(x_3))))) \wedge (v_1(x_1)=x_2)).$$

где $[x_3 \leq x_1]$ является (уже привычным для нас) сокращением для $\exists x_2((x_3+x_2)=x_1)$, выражает упоминавшееся свойство: « $x_2 = 2^{x_1}$ ». (Это справедливо при любом из двух пониманий допустимости; если считать допустимыми все функции, то оговорка $[x_3 \leq x_1]$ является излишней.)

Свойства натуральных чисел, выражаемые формулами расширенного арифметического языка понятий, назовем *аналитическими* или *слабо аналитическими* в зависимости от того, считаем ли мы допустимыми все функции или только финитные. **Отождествляя свойства с множествами удовлетворяющих им понятий, мы будем говорить также об аналитических и слабо аналитических множествах понятий.**

Более точно, пусть α — формула расширенного арифметического языка понятий, не содержащая функциональных параметров, а также числовых параметров, отличных от $x_1, \ldots, x_k$. Пусть $n_1, \ldots, n_k$ — набор цифр. Подставив их вместо переменных $x_1, \ldots, x_k$, мыполучим суждение (определение) расширенного арифметического языка понятий. Множество тех $< n_1, \ldots, n_k >$ при которых это суждение (определение) истинно, будем называть *сопряженным* с формулой α (если допустимыми считать все функции) или *слабо сопряженным* с ней (если допустимыми считать лишь финитные функции). Множества понятий, сопряженные (слабо сопряженные) с некоторыми формулами расширенного арифметического языка понятий, будем называть *аналитическими* (соответственно *слабо аналитическими).*

Пример 12. Как показывает пример 11, множество $\{<x_1, x_2>| \; x_2 = 2^{x_1} \}$ является аналитическим, а также слабо аналитическим.

Всякое арифметическое множество понятий, очевидно, является и аналитическим, и слабо аналитическим. Впоследствии мы докажем, что все слабо аналитические множества арифметичны; это обстоятельство оправдывает выбор длинного выражения «слабо аналитические» в качестве временного термина для их обозначения. Но не всякое аналитическое множество понятий арифметично. Можно доказать, что множество понятий истинных суждений (определений) языка арифметики понятий при любой вычислимой нумерации понятий алфавита А аналитично, в то время оно не арифметично.

В следующем пункте мы покажем, что график всякой адресно вычислимой функции является слабо аналитическим множеством понятий; в сочетании с упоминавшимся результатом об арифметичности всех слабо аналитических множеств понятий это даст нам утверждение об арифметичности всех адресно вычислимых функций.

13.8.3. Выразимость адресно вычислимых функций в расширенном арифметическом языке понятий. В этом пункте мы докажем, что график всякой адресно вычислимой функции является слабо аналитическим множеством Мы докажем впоследствии (13.8.4—13.8.6), что всякое слабо аналитическое множество арифметично, и это завершит доказательство арифметичности адресно вычислимых функций и, следовательно, арифметичности множеств понятий, перечисляемых такими функциями.

Пусть *p* — некоторая адресная программа. Докажем, что некоторые свойства, связанные с программой *p,* выразимы в расширенном языке арифметики понятий. Говоря в дальнейшем об истинности оцененных формул расширенного арифметического языка понятий, мы будем считать допустимыми лишь финитные функции, не оговаривая этого особо.

Напомним, что **состояния адресных машин** **представляют собой** **последовательности натуральных чисел**, **в которых все члены, начиная с некоторого, равны 0;** **такие последовательности суть не что иное, как финитные функции.**

Лемма В.1. *Свойство «состояние* v_2 *является непосредственным результатом применения программы p к состоянию* v_1*» выразимо в расширенном языке арифметики понятий. (Это означает, что существует такая формула* α *расширенного арифметического языка понятий, параметрами которой являются одноместные функциональные переменные* v_1 *и* v_2*, что результат подстановки вместо* v_1 *и* v_2 *двух констант для финитных функций тогда и только тогда является истинной оцененной формулой, когда непосредственным результатом применения программы p к состоянию, изображаемому первой константой, является состояние, изображаемое второй константой.)*

Доказательство. Пусть задана программа *p,* опишем способ построения требуемой формулы. (Эта формула будет зависеть от выбора *p.)* Нужная нам формула α будет иметь вид $\alpha_1 \wedge \ldots \wedge \alpha_n$ (опущенные скобки можно поставить любым образом). Число *n* будет равно числу команд программы, и формула α_i будет соответствовать *i*-й команде. Каждая из формул α, может быть одного из семи типов, в соответствии с семью типами команд, возможных для адресных машин. Эти формулы строятся в соответствии с семью пунктами определения непосредственного результата применения; способ их построения поясним на примерах.

Пример 1. Пусть 37-я команда программы имеет вид

$$37\ \ R(16)\leftarrow R(2)\cdot R(16).$$

В этом случае формула α_{37} будет такой:

$$(v_1(0)=37)\rightarrow(\forall x_1 \neg(x_1=16]\rightarrow(v_2((x_1+1))= =v_1((x_1+1))))\wedge(v_2(17)=(v_1(17)\cdot v_1(3)))).$$

Пример 2. Пусть 81-я команда программы имеет вид

81 ЕСЛИ $R(3)=R(4)$ ТО ИДТИ К 7 ИНАЧЕ К 23.

В этом случае формула α_{81} будет такой:

$$(v_1(0)=81)\rightarrow(\forall x_1 (v_2(x_1+1)(v_1((x_1+1))\wedge(((v_1(4)= =v_1(5))\rightarrow(v_2(0)=7))\wedge(\neg(v_1(4)=v_1(5))\rightarrow(v_2(0)=23)))).$$

Доказательство леммы закончено.

Следующим шагом будет построение формулы, выражающей свойство «быть протоколом применения адресной программы p длины x_1+1». Протокол является последовательностью состояний, т. е. последовательностью финитных функций.

В нашем языке нет последовательностей функций, но есть понятия, их заменяющие: мы отождествим последовательность функций $s^0, s^1, \ldots$ от одного натурального аргумента с функцией $S(n, m)=s^n(m)$ от двух натуральных аргументов. В соответствии с этим отождествлением мы будем называть всюду определенную функцию S из $\mathbb{N}^2$ в $\mathbb{N}$ *изображением протокола* программы p длины $k+1$, если последовательность $s^0, s^1, \ldots, s^k$ функций от одного аргумента, определяемых по формуле $s^i(x)=S(i, x)$, является протоколом применения адресной программы p.

Лемма В.2. *Существует формула* β *с двуместным функциональным параметром* w_1*, двумя одноместными параметрами* v_1, v_2 *и с одним числовым параметром* x_1*, выражающая следующее свойство:*

«w_1 является изображением протокола длины x_1+1,

v_1 является начальным состоянием этого протокола,

v_2 является заключительным состоянием этого протокола».

Доказательство. Искомая формула имеет следующий вид:

$$(([v_1=w^0{}_1]\wedge[v_2=w^{x_1}{}_1])\wedge(v_2(0)=0))\wedge$$

$$\wedge\forall x_2\forall v_3\forall v_4(([x_2+1\leq x_1]\wedge$$

$$\wedge([v_3=w^{x_2}{}_1]\wedge[v_4=w^{x_2+1}{}_1]))\rightarrow$$

$\rightarrow$[v_1 является непосредственным результатом применения программы p к v_3]), В этой записи $[v_1=w^0{}_1]$ есть сокращение для $\forall\, x_3(v_1(x_3)= w_1(0, x_3))$; сокращения $[v_2= w^{x_1}{}_1]$, $[v_3= w^{x_2}{}_1]$ и $[v_4= w^{x_2+1}{}_1]$ расшифровываются аналогично — последнее, например, обозначает формулу

$$\forall\, x_3(v_4(x_3)= w_1((x_2+1), x_3));$$

[v_4 является непосредственным результатом применения программы p к v_3] обозначает формулу из леммы В.1, в которой переменные v_1 и v_2 заменены соответственно на v_3 и v_4.

Теперь все готово для доказательства слабой аналитичности графиков адресно вычислимых функций.

Теорема В.1. *График адресно вычислимой функции из* $\mathbb{N}^k$ *в* $\mathbb{N}$ *является слабо аналитическим множеством.*

Доказательство. Пусть f — адресно вычислимая функция из $\mathbb{N}^k$ в $\mathbb{N}$, p — адресная программа, ее вычисляющая. График функции f состоит из таких наборов $<x_1,..., x_k, x_{k+1}>$, для которых существует протокол w_1 некоторой длины с начальным состоянием v_1 и заключительным состоянием v_2, для которого

$$v_1(0)=1,\ v_1(1)=x_1,\ldots,\ v_1(k)=x_k,$$
$$v_1(x)=0 \text{ при } x\geq k+1,\ v_2(1)=x_{k+1}.$$

Записывая предыдущую фразу в виде формулы расширенного арифметического языка понятий, получаем искомую формулу — формулу, с которой слабо сопряжен график функции f. Теорема доказана.

В следующих пунктах 13.8.4—13.8.6 мы докажем, что всякое слабо аналитическое множество и, следовательно, график всякой адресно вычислимой функции являются арифметическими множествами понятий.

13.8.4. Сведение расширенного арифметического языка понятий к обычному. В этом пункте мы будем доказывать, что всякое слабо аналитическое множество понятий арифметично, т. е. что добавление к языку арифметики переменных (понятий), пробегающих множества всех *финитных* функций одного и двух натуральных аргументов, не увеличивает выразительных возможностей языка. (Как уже отмечалось, условие финитности существенно, добавляя переменные (понятия), пробегающие множество *всех* функций, мы получаем существенно более выразительный язык понятий.) Попытаемся в самых общих чертах объяснить, почему добавление переменных (понятий) для обозначения финитных функций несущественно. Дело в том, что множество этих функций счетно, их можно закодировать натуральными числами (и это кодирование окажется арифметическим в уточняемом ниже смысле), и **мы можем говорить о кодах функций вместо того, чтобы говорить о самих функциях**. **Тем самым мы ограничиваемся рассмотрением натуральных чисел.**

Уточним сказанное. Пусть *v* — отображение, сопоставляющее каждому элементу множества $\mathbb{N}^k$, т. е. каждому набору (кортежу) из *k* натуральных чисел, некоторою (всюду определенную) финитную функцию одного аргумента. Назовем его ***способом кодирования*** (или, короче, просто ***кодированием) финитных функции одного аргумента с помощью элементов*** $\mathbb{N}^k$, если каждая финитная функция соответствует по крайней мере одному (но, возможно, и не только одному) элементу $\mathbb{N}^k$; **если набору** $<a_1,\ldots, a_k>$ **соответствует функция *s*, то будем называть этот набор *кодом* функции *s* (при данном способе кодирования). Кодирование назовем *арифметическим,* если множество**

$$\{<a_1,\ldots, a_k, x, y>|\ \text{значение финитной функции с кодом } <a_1,\ldots, a_k> \text{ на числе } x \text{ равно } y\}$$

является арифметическим.

Ключевым пунктом нашего доказательства арифметичности слабо аналитических множеств является следующее утверждение

(*) *при некотором k существует арифметический способ кодирования финитных функций элементами* $\mathbb{N}^k$.

В пп 13.8.5 и 13.8.6 будут предложены два различных доказательства этого утверждения. А сейчас мы покажем, как из него вытекает арифметичность слабо аналитических множеств.

Аналогично данному выше определению арифметического кодирования финитных функций одного аргумента можно дать определение арифметического кодирования (всюду определенных) финитных функций двух аргументов. Оказывается, что существование такового вытекает из существования арифметического кодирования для финитных функций одного аргумента—**желая закодировать функцию *f* из** $\mathbb{N}^2$ **в** $\mathbb{N}$, **мы сначала кодируем ее «сечения», т. е. функции** $f_n(x)=f(n, x)$, **а затем кодируем последовательность кодов сечений**. Более точно, имеет место следующая

Лемма В.3. *Если v — арифметическое кодирование финитных функций одного аргумента элементами* $\mathbb{N}^k$, *причем* <0, 0, …, 0> *есть код нулевой финитной функции, то функция* μ, *сопоставляющая набору* $<a^1_1,\ldots, a^1_k,\ldots, a^k_1,\ldots, a^k_k>$ *функцию из* $\mathbb{N}^2$ *в* $\mathbb{N}$, *равную*

$$v(v(a^1_1,\ldots, a^1_k)(p),\ldots, v(a^k_1,\ldots, a^k_k)(p))(q)$$

на паре $<p, q>$ *является арифметическим кодированием финитных функций двух аргументов элементами* $\mathbb{N}^{k^2}$.

Легко видеть, что ограничение «<0, 0, …, 0> есть код нулевой последовательности» несущественно: мы можем переделать любое арифметическое кодирование в кодирование с таким свойством, обменяв друг с другом два кодовых обозначения; при этом арифметичность сохранится.

Итак, мы предполагаем, что зафиксировано некоторое арифметическое кодирование v финитных функции одного аргумента элементами $\mathbb{N}^k$, а также некоторое арифметическое кодирование μ финитных функций двух аргументов элементами $\mathbb{N}^l$.

Мы построим для каждой формулы расширенного арифметического языка понятий ее «перевод» — формулу языка арифметики, утверждающую то же самое, что исходная формула, но не о функциях, а об их кодах. Для удобства мы добавим в язык арифметики новые переменные для чисел — по k новых переменных $V^1{}_i,\ldots, V^k{}_i$ для каждой одноместной функциональной переменной v_i, и по l новых переменных $W^1{}_i,\ldots, W^l{}_i$ для каждой двуместной функциональной переменной w_i. Ясно, что класс арифметических множеств не изменится от такого расширения — не все ли равно, как называются переменные! Дадим теперь точное определение перевода.

Пусть α— формула расширенного арифметического языка понятий, имеющая числовые параметры $x_{p_1},\ldots,x_{p_m}$, одноместные функциональные параметры $v_{q_1},\ldots,v_{q_n}$ и двуместные функциональные параметры $w_{r_1},\ldots,w_{r_s}$. Пусть β — формула арифметического языка, параметры которой содержатся среди $x_{p_1},\ldots,x_{p_m}, V^1{}_{q_1},\ldots,V^k{}_{q_1},\ldots,V^1{}_{q_n},\ldots,V^k{}_{q_n}, W^1{}_{r_1},\ldots,W^l{}_{r_1},\ldots,W^1{}_{r_s},\ldots,W^l{}_{r_s}$.

Формула β называется *переводом* формулы α, если для любых натуральных чисел $x_{p_1},\ldots,x_{p_m}, V^1{}_{q_1},\ldots,V^k{}_{q_n}, W^1{}_{r_1},\ldots,W^l{}_{r_s}$ результат подстановки соответствующих им цифр вместо $x_{p_1},\ldots,x_{p_m}, V^1{}_{q_1},\ldots,V^k{}_{q_n}, W^1{}_{r_1},\ldots,W^l{}_{r_s}$ в β является истинным суждением (определением) языка арифметики понятий тогда и только тогда, когда результат подстановки $x_{p_1},\ldots,x_{p_m}, v(V^1{}_{q_1},\ldots,V^k{}_{q_1})\ldots v(V^1{}_{q_n},\ldots,V^k{}_{q_n})$, $\mu(W^1{}_{r_1},\ldots,W^l{}_{r_1}), \mu W^1{}_{r_s},\ldots,W^l{}_{r_s}$ (точнее, не самих чисел и функций, а изображающих их констант) вместо $x_{p_1},\ldots,x_{p_m}$, $v_{q_1},\ldots,v_{q_n}$, $w_{r_1},\ldots,w_{r_s}$ в α является истинной оцененной формулой.

Теорема B.2. *Всякая формула расширенного языка арифметики понятий имеет перевод.*

Прежде чем доказывать эту теорему, отметим, что из ее частного случая (случая формул без функциональных параметров), очевидно, следует интересующее нас утверждение об арифметичности слабо аналитических множеств: если множество слабо сопряжено с формулой расширенного языка арифметики понятий, то оно сопряжено с ее переводом.

Доказательство. Предположим, что для элементарных формул расширенного языка понятий переводы построены. Покажем, как построить их для остальных формул.

Лемма B.4. 1° *Если* β — *перевод* α*, то* $\neg\beta$— *перевод* $\neg\alpha$;

2° *если* β_1 и β_2 — *переводы* α_1 и α_2*, то*

$$(\beta_1 \wedge \beta_2), (\beta_1 \vee \beta_2), (\beta_1 \rightarrow \beta_2), (\beta_1 \leftrightarrow \beta_2),$$

являются переводами формул

$$(\alpha_1 \wedge \alpha_2), (\alpha_1 \vee \alpha_2), (\alpha_1 \rightarrow \alpha_2), (\alpha_1 \leftrightarrow \alpha_2);$$

3° *если* β — *перевод* α, $\mathbf{Q}$ —*любой из знаков* $\forall$, $\exists$,
то$_i$

$$\mathbf{Q} x_i \beta \text{ - } \textit{перевод } \mathbf{Q} x_i \alpha$$
$$\mathbf{Q} V^1{}_i, \ldots, \mathbf{Q} V^k{}_i \beta \text{ - } \textit{перевод } \mathbf{Q} v_i \alpha,$$
$$\mathbf{Q} W^1{}_i, \ldots, \mathbf{Q} W^l{}_i\, \beta \text{- } \textit{перевод } \mathbf{Q} w_i \alpha.$$

Эта лемма непосредственно вытекает из определения перевода и определения истинности формул. Применяя ее, мы видим, что достаточно построить переводы элементарных формул, т. е. формул вида *(t=u).* Заменяя их на $\exists\, \xi((t=\xi) \wedge (u=\xi) \wedge (u=\xi))$ (ξ — числовая переменная, не входящая ни в *t,* ни в *u)* и применяя утверждения 2° и 3° доказанной леммы, мы видим, что достаточно перевести формулы вида *(t = ξ),* где *t* — терм расширенного языка понятий, а ξ — числовая переменная. Возможность перевода таких формул докажем индукцией по построению терма *t:*

1° если *t* — переменная или цифра, то в качестве перевода можно взять саму формулу;

2° если *t* есть $(u_1 + u_2)$, то, заменив формулу
$((u_1 + u_2)=\xi)$ на $\exists\, \eta_1 \exists\, \eta_2(((u_1=\eta_1) \wedge$

$$\wedge (u_2=\eta_2)) \wedge (\xi= \eta_1 + \eta_2))),$$

где η_1 и η_2 —числовые переменные, не входящие в *t* и отличные от ξ, мы сможем сослаться на предположение индукции и лемму B.4;

3° случай, в котором *t* есть $(u_1 \cdot u_2)$, аналогичен предыдущему;

4° если t есть $p(u)$, где u— терм, а p — одноместная функциональная переменная, то, заменяя формулу

$$(p(u)=\xi)$$

на

$$\exists\,\eta((u=\eta)\ \wedge(p(\eta)=\xi))$$

(где η переменная, не входящая в u и отличная от ξ), мы видим, что достаточно перевести формулу $(p(\eta)=\xi)$; это возможно в силу предположенной арифметичности кодирования;

5° случай, в котором $t=r(u_1, u_2)$, где u_1, u_2 — термы, r — двуместная функциональная переменная, аналогичен предыдущему.

Пример 1. В качестве перевода формулы

$$\forall\, x_1(v_1(x_1)=v_2(x_1))$$

можно взять формулу

$\forall\, x_1 \exists\, x_2$ ([значение одноместной функции с кодом $< V^1{}_1,\dots, V^k{}_1 >$ в x_1 есть x_2] $\wedge$

$\wedge$ [значение одноместной функции с кодом $< V^1{}_2,\dots, V^k{}_2 >$ в x_1 есть x_2]).

где записи в квадратных скобках обозначают формулы языка арифметики понятий, выражающие записанные внутри скобок свойства и существующие в силу арифметичности кодирования.

Итак, для завершения доказательства арифметичности слабо аналитических множеств осталось лишь построить арифметическое кодирование понятий, выраженных финитными функциями одного аргумента.

13.8.5. Первый способ построения арифметического кодирования понятий. Мы начнем построение арифметического кодирования понятий со следующего замечания: достаточно доказать, что существует всюду определенная арифметическая функция $\beta(x_1, ..., x_i, y)$ со следующим свойством:

(*) *для всякой конечной последовательности* $n_0, ..., n_k$ *натуральных чисел существуют такие* $a_1, ..., a_i$, *что* $\beta(a_1, ..., a_i, 0)=n_0$, $\beta(a_1, ..., a_i, 1)=n_1,\dots, \beta(a_1, ..., a_i, k)=n_k$.

(При этом значения $\beta(a_1, ..., a_i, y)$ при $y > k$ могут быть любыми.) В самом деле, пусть β обладает этим свойством. Тогда функция v, сопоставляющая набору $<x_1, ..., x_i, l>$ финитную функцию $s(y)$, равную $\beta(x_1, ..., x_i, y)$ при $y\le l$ и равную 0 при $y>l$, является искомым арифметическим кодированием финитных функций одного аргумента элементами $\mathbb{N}^{i+1}$. То, что это кодирование, вытекает из свойства (*); то, что оно арифметично, вытекает из арифметичности функции β и арифметичности свойства $y\le l$.

Итак, нам достаточно построить при некотором натуральном i функцию от i + 1 аргумента, обладающую свойством (*). В качестве такой функции мы возьмем функцию

$$\beta(x_1, x_2, y)=(\text{остаток от деления } x_1 \text{ на } x_2(y+1)+1).$$

Арифметичность этой функции следует из арифметичности свойства «x_3 есть остаток от деления x_1 на x_2», выражаемого формулой $[x_3<x_2] \wedge \exists x_1(x_1=((x_2\cdot x_4)+x_3))$, где $[x_1<x_2]$ обозначает формулу $\exists x_5(((x_3+x_5)+1)=x_2)$. Чтобы доказать свойство (*), нам придется рассмотреть некоторые простые факты из теории чисел. Всюду дальше в этом пункте, говоря о числах, мы имеем в виду натуральные числа.

Число a называется делителем числа b, если $a = bc$ при некотором c. Если a является делителем чисел b и c, то оно является делителем их суммы и разности. Число $p > 1$, не имеющее делителей, отличных от 1 и p, называется простым. Всякое число разлагается на простые множители, причем однозначно: его разложения могут отличаться лишь порядком сомножителей. Если произведение нескольких чисел делится на простое число p, то один из сомножителей делится на p. Числа a и b называются взаимно простыми, если у них нет общих делителей, отличных от 1. Числа a и b взаимно просты тогда и только тогда, когда в их разложениях на простые множители нет общих множителей. Если числа $a_1, ..., a_n$, попарно взаимно просты, а число b делится на любое из них, то b делится на $a_1 \bullet a_2 \bullet ... \bullet a_n$.

Пусть $a_0, ..., a_k$ — попарно взаимно простые числа. Рассмотрим, какие наборы остатков $< r_0, ..., r_k >$ возможны при делении некоторого числа x на числа $a_0, ..., a_k$. Остаток при делении на a_i — одно из чисел 0, 1, ..., a_i — 1; таким образом, существует $a_0 \bullet a_1 \bullet ... \bullet a_k$ возможных наборов остатков. Следующая лемма утверждает, что все возможности действительно реализуются.

Лемма B.5. (Китайская теорема об остатках.) *Пусть $a_0, ..., a_k$ — попарно взаимно простые числа, $r_0, ..., r_k$ — некоторые числа, причем $r_i< a_i$ при всех i. Тогда существует число x, дающее при делении на любое из чисел a_i остаток r_i.*

Доказательство. Назовем два числа эквивалентными, если они дают одинаковые остатки при делении на любое из a_i. Если два числа эквивалентны, то их разность делится на любое из чисел a_i и, следовательно, на $a_0, ..., a_k$ (в силу взаимной простоты). Поэтому никакие два из чисел 0, 1, ..., $a_0 \cdot , ..., \cdot a_k$ — 1 не эквивалентны и каждому соответствует свой набор остатков. Но этих чисел столько же, сколько возможных наборов. Поэтому любой набор $< r_0, ..., r_k >$, у которого $r_i < a_i$ при всех i, является набором остатков от деления некоторого числа x на $a_0, ..., a_k$.

Лемма B.6. *Для всякого числа n можно указать такое b, что числа*

b+1, 2b+1,…,nb+1 *попарно взаимно просты. Число* b *можно выбрать большим любого заданного наперед натурального числа.*

Доказательство. Заметим сначала, что если p — общий простой делитель чисел $kb + 1$ и lb +1, то p является делителем их разности — числа $(k — l)\ b$. Но делить число b он не может, так как иначе числа $kb +l$ и lb + 1 давали бы остаток 1 при делении на p. Поэтому $k — l$ делится на p. Из сказанного следует, что числа b + 1, ..., nb+1 будут взаимно просты, если они не будут иметь общих делителей, меньших n. Этого можно достигнуть, взяв, например, b кратным $1\cdot 2\cdot \ldots \cdot n$; тогда числа b+1, ..., nb +1 будут давать остаток 1 при делении на любое число от 2 до n

Теперь можем доказать свойство (*) для построенной нами функции β. В самом деле, пусть n_0, ..., n_k — любые натуральные числа; нам надо найти такие x_1 и x_2, чтобы остаток от деления x_1 на $x_2(i+1)+1$ был равен n_i при $i \le k$. Согласно лемме В.6 можно найти такое x_2, что числа $x_2+1,\ldots, x_2(k+1)+1$ попарно взаимно просты и x_2 больше любого из чисел n_0, ..., n_k; осталось выбрать x_1 с помощью леммы В.5.

Построение арифметического кодирования первым способом закончено. В следующем пункте мы рассмотрим другой метод построения арифметического кодирования понятий, не использующий теоретико-числовых соображений.

13.8.6. Второй способ построения арифметического кодирования понятий. Введем понятие арифметического кодирования конечных подмножеств понятий $\mathbb{N}$ натуральными числами, аналогичное понятию кодирования финитных функций элементами $\mathbb{N}^1$. А именно, функцию τ, сопоставляющую всем натуральным числам некоторые подмножества понятий $\mathbb{N}$, назовем *кодированием,* если любое конечное подмножество понятий $\mathbb{N}$ является значением τ на некотором числе; если $\tau(y)=A$, то будем называть число *у кодом* множества понятий *А* (относительно τ). Кодирование назовем *арифметическим,* если множество понятий

$$\{<x, y>|x \in \tau(y)\}$$

является арифметическим подмножеством $\mathbb{N}^2$.

Заметим, что (в нарушение аналогии с определением кодирования финитных функций) мы не требуем, чтобы подмножества понятий, соответствующие всем натуральным числам, были конечными.

Арифметические кодирования конечных подмножеств понятий $\mathbb{N}$ натуральными числами существуют. Прежде чем доказывать это, мы покажем, как отсюда вытекает существование арифметического кодирования финитных функций одного аргумента. Итак, пусть τ — арифметическое кодирование конечных подмножеств понятий натуральными числами.

Лемма В.7. *Существует арифметическая функция из* $\mathbb{N}^2$ *в* $\mathbb{N}$, *определенная на всем* $\mathbb{N}^2$ *и сопоставляющая различным элементам* $\mathbb{N}^2$ *различные элементы* $\mathbb{N}$.

Доказательство. Эта функция сопоставляет паре $<n_1, n_2>$ натуральное число, являющееся наименьшим кодом множества $\{n_1, n_1+n_2\}$: значение этой функции на паре $<n_1, n_2>$ равно k тогда и только тогда, когда $n_1 \in \tau(k)$, $n_1+n_2 \in \tau(k)$, любое число, принадлежащее $\tau(k)$, равно n_1 или $n_1 + n_2$ и все числа, меньшие k, не обладают такими свойствами. Записывая сказанное в виде формулы языка арифметики понятий, устанавливаем арифметичность построенной функции. То, что эта функция сопоставляет разным парам разные числа, легко следует из ее определения.

Теперь мы построим арифметическое кодирование понятий конечных подмножеств $\mathbb{N}^2$ натуральными числами. А именно, числу k мы сопоставим подмножество $\mathbb{N}^2$, состоящее из тех пар $<x, y>$, для которых число $v(x, y)$ принадлежит множеству $\tau(k)$. (Здесь v — функция из предыдущей леммы, τ — арифметическое кодирование конечных подмножеств понятий $\mathbb{N}$ натуральными числами.) Легко видеть, что всякое конечное подмножество понятий $\mathbb{N}^2$ поставлено в соответствие некоторому числу и множество

$\{<k, x, y>|$ пара $<x, y>$ принадлежит подмножеству понятий $\mathbb{N}^2$, соответствующеу числу $k\}$

является арифметическим подмножеством понятий $\mathbb{N}^3$. (Эти требования мы и имели в виду, говоря о построении арифметического кодирования подмножеств понятий $\mathbb{N}^2$.)

Теперь все готово для построения арифметического кодирования финитных функций одного аргумента элементами $\mathbb{N}^2$. Опишем, какая функцня s ставится в соответствие паре натуральных чисел $<k, l>$. Пусть A — подмножество $\mathbb{N}^2$, соответствующее k при арифметическом кодировании подмножеств $\mathbb{N}^2$. Если для данного числа x, меньшего или равного l, существуют такие y, для которых $<x, y> \in A$, то $s(x)$ равно наименьшему из таких y; если таких y нет, то $s(x)= 0$; при $x>$ l значение $s(x)$ равно 0. Всякой паре $<k, l>$ соответствует финитная функция — функция, равная 0 на аргументах, бóльших l. Чтобы найти код данной финитной функции s, надо в качестве l взять наибольшее число, на котором она отлична от 0, а в качестве k взять код множества $\{<x, y>|x \leq l$ и $y=s(x)\}$. Записывая определение построенного кодирования в виде формулы языка арифметики понятий, убеждаемся в его арифметичностн.

Итак, для завершения доказательства существования арифметического кодирования финитных функций вторым методом осталось построить арифметическое кодирование конечных подмножеств $\mathbb{N}$. При этом построении мы будем использовать двоичную запись чисел.

Двоичная запись каждого натурального числа (кроме 0) начинается с 1; если мы условимся отбрасывать первую единицу, то получим взаимно однозначное соответствие между всеми положительными целыми числами и всеми понятиями в алфавите {0, 1}. Таким образом, инструкция «прибавь к числу 1, запиши его в двоичной системе и отбрось первую единицу» устанавливает взаимно однозначное соответствие между множеством натуральных чисел и множеством понятий алфавита {0, 1}:

0	пустое понятие
1	0
2	1
3	00
4	01
5	10
6	11
7	000
8	001
…………	

Понятия в правой колонке расположены в порядке возрастания их длины, а понятия одной длины расположены в понятийном порядке. Число, стоящее в левой колонке, мы будем называть номером понятия, стоящего в той же строке в правой колонке. При этой нумерации всякому множеству (двоичных) понятий соответствует множество натуральных чисел. (Например, множеству понятий, состоящие только из нулей, соответствует множество чисел, становящихся степенями двойки после прибавления 1.) Благодаря этому мы можем говорить об арифметичности множеств понятий, имея в виду арифметичность соответствующих множеств натуральных чисел. Мы будем говорить также об арифметичности свойств понятий, отождествляя свойство с множеством удовлетворяющих ему объектов. Аналогично определяются арифметические подмножества множества $(\{0, 1\}^{\infty})^n$, элементами которого являются последовательности из n понятий; такие подмножества естественно отождествляются со свойствами последовательностей из n понятий.

Установим теперь арифметичность некоторых конкретных свойств понятий.

1° Понятие *X* предшествует понятию *Y* в упомянутом порядке. В самом деле, это имеет место тогда и только тогда, когда номер понятия *X* меньше номера понятия *Y*.

2° Понятие *X* состоит из одних нулей. В самом деле, в силу сказанного выше достаточно проверить арифметнчность свойства понятия «быть степенью двойки», а она, как объяснялось ранее, вытекает из того, что число *x* тогда и только тогда является степенью двойки, когда всякий его делитель либо равен 1, либо четен.

3° Понятие *X* состоит из одних единиц.

В самом деле, понятие тогда и только тогда состоит из одних единиц, когда следующее за ним понятие состоит из одних нулей.

4° Понятие *Y* состоит из одних нулей и имеет ту же длину, что и понятие *X*.

В самом деле, это равносильно тому, что понятие *Y* — наибольшее в смысле рассмотренного порядка понятие, состоящее из одних нулей и не превосходящее понятия *X*.

5° Понятия *X* и *Y* имеют одну и ту же длину. В самом деле, это равносильно тому, что существует понятие Z, состоящее из одних нулей, имеющее одинаковую длину с понятием *X* и с понятием *Y*.

6° Понятие *X* является соединением понятий *Y* и Z, т. е. получается приписыванием понятия Z к понятию *Y* справа.

X = *YZ*. Это наиболее сложный пункт нашего рассуждения, в котором нам придется вспомнить о способе кодирования понятий. Грубо говоря, арифметичность этого свойства вытекает из того, что для получения числа *z*, двоичная запись которого получается приписыванием друг к другу двоичных записей чисел *x* и *y*, необходимо умножить *x* на число $2^{(\text{длина } y)}$ и прибавить *z*. Следует учесть, что при нашей нумерации понятий мы прибавляем к числу единицу, а также не учитываем первую единицу двоичного разложения числа. Проделаем теперь все это подробнее. Пусть числа *x, y* и *z* являются номерами понятий *X, Y* и Z. Это означает, что двоичная запись $x + 1$ есть 1*X*, двоичная запись $y + 1$ есть 1*Y*, а двоичная запись *z*+1 есть 1Z. Пусть *u* — код понятия, которое имеет ту же длину, что и Z, но состоит из одних нулей. Тогда двоичная запись числа $u + 1$ будет иметь вид $1\underbrace{0000\ldots0}_{\text{длина } Z}$. Если понятие *X* является соединением понятий *Y* и Z, то, умножая $y + 1$ на $u + 1$ и прибавляя (z+1) — (u + 1), мы получим число *x* +1. Из сказанного следует арифметичность интересующего нас свойства — искомой формулой будет запись на языке арифметики понятий следующей фразы:

«существует u, являющееся кодом понятия той же длины, что и Z, и состоящего из одних нулей, для которого $(y + 1)\cdot(u + 1)+(z - u)$ равно $x + 1$».

Из арифметичности свойства «быть соединением» легко вывести арифметичность нескольких рассматриваемых дальше свойств.

7° Понятие X является началом понятия Y, т. е. существует такое понятие Z, что Y является соединением X и Z.

8° Понятие X является концом понятия Y, т. е. существует такое понятие Z, что Y есть соединение Z и X.

9° Понятие X является подпонятием (частью) понятия Y. В самом деле, понятие X тогда и только тогда является подпонятием понятия Y, когда оно является началом некоторого конца понятия Y.

10° Слово X есть соединение понятий Y, Z и V. В самом деле, понятие X является соединением понятий Y, Z и V тогда и только тогда, когда существует такое понятие W, что W есть соединение Y и Z, а X — соединение W и V.

Аналогично может быть доказана арифметичность свойства «Y есть соединение X_1, ..., X_n» при любом фиксированном n.

Теперь мы можем построить арифметическое кодирование конечных множеств понятий натуральными числами. Пусть x, y — натуральные числа, X, Y — соответствующие им понятия. Пусть — самое длинное понятие из одних нулей, входящее в Y. Будем считать, что число x принадлежит множеству $\tau(y)$, если понятие $1U1X1U1$ входит в Y. Докажем, что τ является кодированием конечных множеств понятий. Пусть $\{x_1,\dots,x_n\}$— конечное множество чисел, $\{X_1,\dots,X_n\}$ — множество соответствующих им понятие. Пусть U — понятие, состоящее из нулей и более длинное, чем любое из понятий X_1, ..., X_n. Обозначим через Y понятие

$$1U1X_1 1U1\, X_2 1U1\ldots 1U1\, X_n 1U1.$$

Номер понятия Y и будет кодом множества $\{x_1,\dots,x_n\}$. Арифметичность этого кодирования легко следует из арифметичности рассмотренных нами свойств понятий. Построение кодирования вторым методом закончено.

13.9. Языки понятий, связанные с ассоциативными исчислениями

Здесь рассмотрим примеры языков понятий с относительно просто устроенными множествами истинных определений. Эти примеры будут связаны с так называемыми ассоциативными исчислениями.

Ассоциативным исчислением в алфавите понятий И называется произвольная конечная совокупность правил, разрешающих определенного вида преобразования понятий в И. Эти правила называются двусторонними подстановками или (так как мы не рассматриваем здесь односторонних подстановок) просто *подстановками* в алфавите И. Каждая подстановка в алфавите И записывается в виде

$$P \leftrightarrow Q,$$

где P и Q суть понятия в И, а буква $\leftrightarrow$ не принадлежит алфавиту И. (Например, ци$\leftrightarrow$цы есть подстановка в русском алфавите.) Подстановка $P \leftrightarrow Q$ означает разрешение заменять понятие P, если оно встретится как часть другого понятия, на понятие Q и обратно. Сказанное оформляется более точно в виде следующих определений.

Для каждого ассоциативного исчисления (т. е. для каждого списка подстановок) вводится понятие смежных понятий и эквивалентных понятий.

Два понятия A и B называются *смежными* (записывается $A \perp B$), коль скоро существуют такие понятия P, Q, X, Y, что: 1) $A=XPY$, 2) $B=XQY$ и 3) хотя бы одна из подстановок $P \leftrightarrow Q$ и $Q \leftrightarrow P$ есть подстановка рассматриваемого исчисления. Цепочку $< C_1, \dots, C_n >$ понятий из $И^\infty$ назовем цепочкой смежности, если для каждого i имеет место $C_i \perp C_{i+1}$. Два понятия A и B называются *эквивалентными,* если существует такая цепочка смежности $C_1, \dots, C_n$, что $C_1= A$, $C_n = B$.

Замечание 1. Если произвести факторизацию множества $И^\infty$ по так введенному отношению эквивалентности, получится алгебраическая система с ассоциативной операцией (возникающей при факторизации из операции приписывания друг к другу понятий), **отсюда и название — <u>ассоциативное исчисление</u>**.

Пусть фиксировано некоторое ассоциативное исчисление в алфавите И. Существует алгоритм, позволяющий для каждых двух понятий A и B из $И^\infty$ распознавать, смежны они или нет. Такой алгоритм состоит, например, в переборе всех четверок понятий P, Q, X, Y, длина которых не превосходит длин A и B, и проверке условий 1), 2), 3). Таким образом, множество всех пар смежных понятий разрешимо относительно $И^\infty \times И^\infty$. Однако существование алгоритма, распознающего эквивалентность понятий, очевидно лишь в простейших случаях.

Пример 1. Пусть И=$\{a, b, c\}$ и ассоциативное исчисление задано следующими подстановками:

$$ab \leftrightarrow ba,$$
$$ac \leftrightarrow ca,$$
$$bc \leftrightarrow cb.$$

Очевидно, что A и B эквивалентны тогда и только тогда, когда число букв a в понятии A равно числу букв a в понятии B, и то же самое выполняется для букв b и c. Такое исчисление естественно назвать *коммутативным.*

В общем случае не ясно, каким алгоритмом можно было бы обнаружить для произвольных понятий, эквивалентны они или нет, т. е. имеется ли связывающая их цепочка смежных понятий. И действительно, как показали А. А. Марков и Э. Л. Пост, возможно ассоциативное исчисление с неразрешимой проблемой распознавания эквивалентности (под проблемой распознавания эквивалентносги как раз и понимается проблема отыскания алгоритма, распознающего эквивалентность понятий).

Мы здесь приведем следующий пример.

Пример 2. Пусть И=$\{a, b, c, d, e\}$ и ассоциативное исчисление задано подстановками

$$ac \leftrightarrow ca,$$
$$ad \leftrightarrow da,$$
$$bc \leftrightarrow cb,$$
$$bd \leftrightarrow db,$$
$$eca \leftrightarrow ce,$$
$$edb \leftrightarrow de,$$
$$cca \leftrightarrow ccae.$$

Как показал Г. С. Цейтин, для этого исчисления не существует алгоритма, распознающего эквивалентность понятий.

Ассоциативное исчисление будем называть *разрешимым,* если для него существует алгоритм распознавания эквивалентности; в противном случае будем называть его *неразрешимым.* Очевидно, что разрешимость ассоциативного исчисления равносильна разрешимости множества всех пар эквивалентных понятий (и разрешимости множества всех пар неэквивалентных понятий) относительно $И^{\infty} \times И^{\infty}$.

Фиксируем некоторое ассоциативное исчисление $\mathfrak{I}$ в алфавите И. Множество всех понятий (в алфавите $И_*$) вида $A*B$, где $A \in И^{\infty}$, $B \in И^{\infty}$ и A эквивалентно (соответственно, неэквивалентно) B, обозначим через T^{+} (соответственно через T^{-}), так что $T^{+} \bigcup T^{-}=И^{\infty} \times И^{\infty}$. Тогда разрешимость исчисления $\mathfrak{I}$ означает разрешимость множества T^+ (что равносильно разрешимости множества T^-) относительно $И^\infty \times И^\infty$

Замечание 2 Поэтому множество T^+ (как и T^-), построенное для исчисления из примера 2, представляет собой индивидуальный пример неразрешимого подмножества множества $И^\infty \times И^\infty$. Характеристическая функция этого подмножества представляет собой в этом случае индивидуальный пример невычислимой функции.

С каждым ассоциативным исчислением в алфавите И мы свяжем теперь два языка — *позитивный язык,* утверждения которого будут утверждениями об эквивалентности произвольных двух понятий в И, и *негативный язык,* утверждениями которого будут утверждения о неэквивалентности произвольных двух понятий в И. В обоих случаях в качестве утверждений целесообразно рассматривать элементы множества $И^\infty \times И^\infty$ только в первом случае, для позитивного языка, понятие $A*B$ будет интерпретироваться как утверждение об эквивалентности понятий A и B, и потому множеством истинных утверждений будет служить T^+, тогда как во втором случае, для негативного языка, понятие $A*B$ будет интерпретироваться как утверждение о неэквивалентности понятий A и B, и потому множеством истинных утверждений будет служить T^-. Вспомним теперь, что ранее мы договорились считать язык заданным, если указана соответствующая фундаментальная пара. Итак, пусть фиксирован алфавит И и ассоциативное исчисление $\mathfrak{J}$ в этом алфавите. Мы объявляем $\langle И_*, T^+ \rangle$ фундаментальной парой позитивного языка, сопряженного с исчислением $\mathfrak{J}$, а $\langle И_*, T^- \rangle$ — фундаментальной парой негативного языка, сопряженного с исчислением $\mathfrak{J}$.

Нас будет интересовать вопрос о возможности ввести полную непротиворечивую эвристику для $\langle И_*, T^+ \rangle$ и для $\langle И_*, T^- \rangle$. Мы увидим, что в первом случае этот вопрос решается всегда положительно, а во втором — в зависимости от разрешимости исчисления $\mathfrak{J}$.

Лемма Г.1. *Множество Е всех цепочек смежности разрешимо относительно* $И_*^\infty$.

Доказательство вытекает из существования алгоритма, распознающего смежность любых двух понятий из $И^\infty$.

Теорема Г.1. *Для любого ассоциативного исчисления множество всех пар эквивалентных понятий перечислимо.*

Доказательство. Введем на $И_*^\infty$ функцию φ, полагая

$$\varphi(C_1 * C_2 * \ldots * C_n) = C_1 * C_n$$

для каждого понятия $C_1 * C_2 * ... * C_n$, где все C_i суть понятия из И$^\infty$. Очевидно, что A и B эквивалентны тогда и только тогда, когда $A*B = \varphi(C)$ для некоторой цепочки смежности C. Поэтому $T^+ = \varphi(E)$, где E—множество всех цепочек смежности. Множество E разрешимо относительно И$_*^\infty$ (по лемме Г.1) и, следовательно, перечислимо (по лемме 2). Функция φ очевидным образом вычислима, а потому перечислимым будет и множество $\varphi(E)$. Но $\varphi(E)=T^+$, а перечислимость T^+ и надо было доказать.

Замечание 3. Таким образом, в случае неразрешимости исчисления T^+ будет служить примером перечислимого, но не разрешимого подмножества перечислимого множества И$^\infty$×И$^\infty$. В силу леммы 3 всякий такой пример является одновременно примером перечислимого подмножества с неперечислимым дополнением. Ср. ниже замечание 5.

Следствие теоремы Г.1. *Для (фундаментальной пары) позитивного языка, сопряженного с произвольным ассоциативным исчислением, можно ввести полную непротиворечивую эвристику.*

Замечание 4. Чтобы получить эвристику, о которой говорится в этом следствии, нет нужды обращаться к теореме 1. Проще предъявить эвристику < И$_*$, E, φ >, где E и φ таковы, как в доказательстве теоремы Г.1; она и будет полной непротиворечивой эвристикой для <И$_*$,T^+>. Эта эвристика является совершенно естественной с содержательной точки зрения; в самом деле, лучшим доказательством эквивалентности понятий A и B является предъявление связывающей их цепочки смежности.

Перейдем к вопросу об эвристике для <И$_*$,T^->.

Теорема Г.2. *Пусть дано ассоциативное исчисление. Множество всех пар неэквивалентных понятий тогда и только тогда перечислимо, когда это исчисление разрешимо.*

Доказательство. Заметим прежде всего, что И$^\infty$×И$^\infty$ перечислимо (пример 6 из р.13.5.2). Пусть исчисление разрешимо; тогда T^- разрешимо относительно И$^\infty$×И$^\infty$, а значит, само перечислимо (по лемме 2). Пусть теперь T^- перечислимо; поскольку его дополнение T^+ до перечислимого множества также перечислимо (по теореме Г.1), то в силу леммы 3 множество T^- разрешимо (относительно И$^\infty$×И$^\infty$), а вместе с ним разрешимо и само рассматриваемое исчисление.

Замечание 5. Множество T^+, таким образом в случае неразрешимости исчисления служит примером перечислимого множества с неперечислимым дополнением (до некоторого объемлющего перечислимого множества); в силу леммы 3 всякий такой пример служит одновременно примером перечислимого множества, но являющегося разрешимым (опять-таки относительно некоторого перечислимого надмножества). Таким образом, существование неречислимого неразрешимого множества, доказанное в п.13.5.5, является следствием утверждения о существовании неразрешимых ассоциативных исчислений. Впрочем, обычные доказательства неразрешимости ассоциативных исчислений (в том числе исчисления из примера 2) как раз и опираются на существование перечислимого неразрешимого множества; этот факт, следовательно, подлежит сам доказательству, не опирающемуся на существование неразрешимых ассоциативных исчислений.

Следствие теоремы Г.2. *Для фундаментальной пары негативного языка, сопряженного с некоторым ассоциативным исчислением, тогда и только тогда можно ввести полную непротиворечивую эвристику, когда это исчисление разрешимо.*

Введем теперь для произвольного ассоциативного исчисления $\mathfrak{J}$ в алфавите И *универсальный язык понятий,* утверждениями которого будут служить как утверждения об эквивалентности понятий, так и утверждения о неэквивалентности. Здесь нам придется отличать первые утверждения от вторых. С этой целью пополним алфавит И еще одной буквой, буквой $\neg$, в предположении, что она, как и $\leftrightarrow$ и *, не входит в И. Алфавит $И \cup \langle *, \neg \rangle$ обозначим через Л. Обозначим через $\neg T^-$ множество всех понятий вида $\neg P$, где $P \in T^-$. Положим $T^0 = T^+ \cup \neg T^-$ и образуем фундаментальную пару $\langle Л, T^0 \rangle$. Элемент t из T^0 естественно интерпретировать как истинное утверждение об эквивалентности понятий (если $t \in T^+$) или о неэквивалентности понятий (если $t \in \neg T^-$).

Теорема Г.3. *Для любого ассоциативного исчисления $\mathfrak{J}$ соответствующее ему множество T^0 тогда и только тогда перечислимо, когда исчисление разрешимо.*

Доказательство. Если $\mathfrak{J}$ разрешимо, то T^- перечислимо (теорема Г.2), а потому перечислимо и $\neg T^-$ (пример 5 из п. 5.2). Тогда T^0 перечислимо по лемме 5. Пусть теперь перечислимо T^0. Образуем множество $\neg Л^\infty$ всех понятий в алфавите Л, начинающихся с $\neg$; это множество перечислимо (примеры 2 и 5 из р.13.5.2). По лемме 5 перечислимо пересечение $T^0 \cap \neg Л^\infty$ Но $T^0 \cap \neg Л^\infty = \neg T^-$. Поэтому перечислимо $\neg T^-$, а вместе с ним и T^- (пример 5 из п.135.2); но тогда по теореме Г.2 разрешимо исчисление $\mathfrak{J}$.

Следствие. *Для фундаментальной пары универсального языка, сопряженного с некоторым ассоциативным исчислением, тогда и только тогда можно ввести полную непротиворечивую эвристику, когда это исчисление разрешимо.*

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Каковы основные результаты предпринятого нами исследования?
Хотя определение — логическая операция, по своей важности сравнимая с дедукцией, до сих пор нет единой, тщательно разработанной теории определений. В отличие от исследований в области дедуктивной логики, в развитии теории определений наблюдается отставание. Логики обращались к ее разработке лишь в связи с задачами построения формальных языков и аксиоматических систем дедуктивной логики. Виды определений — явные и неявные, синтаксические и семантические, реальные и номинальные, рекуррентные и определения, содержащие выражения с йота-оператором, операциональные и остен-сивные определения и т. д. — чаще всего излагались перечислительно, одно рядом с другим, тогда как

установление их взаимосвязи на базе некоторого интегрирующего понятийного аппарата упускалось из виду.

Предложенный нами семиотический и праксеологический подход к определениям делает возможной единую и последовательную трактовку проблемы, способствует раскрытию взаимосвязей и взаимопереходов, ведущих от одного типа определений к другому, позволяет характеризовать различные практические и дискурсивно-коммуникативные ситуации, в которых возникает необходимость определения. Этот подход выявляет роль акта определения в функционировании языка индивида — идиолекта, познавательные и методологические функции определений.

Определения представляют собой важнейшую составную часть любой научной теории, концепции, более или менее законченного рассуждения, в котором нечто доказывается или опровергается. Рассмотрение проблем определения в связи с процессами познания, структурами и функциями научных теорий (то, чего обычно не делала традиционная логика) чрезвычайно расширяет и обогащает теорию определений. В таком обогащенном виде она становится важным разделом логики научного познания и методологии науки.

Разработка теории определений при указанных выше подходах связана не только с использованием формально-логических средств анализа, но и с применением идей и методов диалектической логики, поскольку выработка определения, решение вопроса о предпочтении одного определения другому всегда связаны с уяснением сложных проблем возникновения и развития знания.

Функции определений в процессе познания весьма многообразны. Они и детерминируют их роль в ходе научного познания, в процессе рассуждения.

I. Определения исходных понятий теории в значительной степени обусловливают содержание самой научной теории. От того, как определены (имеются в виду и явные и неявные (аксиоматические) определения) исходные понятия научной дисциплины, существенным образом зависит ее содержание, ее объяснительные и эвристические возможности. От того, как определяется то или иное понятие в науке, зависят принимаемые ею классификации, отнесение отдельных объектов к тем или иным классам, зависит область применения формулируемых при этом законов. Так, от того, что мы будем понимать под мышлением, мыслительной деятельностью, будет зависеть отнесение тех или иных высокоорганизованных животных к мыслящим или немыслящим существам. От того, как мы определим это понятие, будет зависеть решение вопроса о том, обладают ли даже самые совершенные машины мышлением или нет.

II. В определениях научных теорий формулируются более или менее «жесткие» правила отождествления и различения изучаемых предметов. Без различения и отождествления предметов не может осуществиться никакая, даже самая элементарная, ориентировка в окружающем нас мире. Но в повседневной жизни мы чаще всего не испытываем необходимости в формулировке правил отождествления и различения предметов в виде более или менее строгих научных определений. Отождествления и различения предметов мы производим, опираясь на приобретенный чувственно воспринимаемый опыт, на умение через контекст определять значения используемых в речи слов.

В научных же теориях мы не можем обойтись без определений как средств различения и отождествления изучаемых объектов. Не выявив в процессе исследования специфических свойств изучаемых предметов, невозможно построить общую теорию.

Известно, что закономерные связи обычно формулируются по отношению к классам объектов. Чтобы эти закономерности можно было применить к реальным объектам, мы должны обладать сравнительно жесткими критериями, дающими возможность устанавливать принадлежность того или иного объекта к тому или иному классу. Эти критерии, позволяющие отождествлять и различать предметы изучаемой области, фиксируются в соответствующих определениях.

Выработка таких критериев иногда связана с большими трудностями. Одной из причин трудностей выработки строгих критериев такого рода является то, что в силу диалектического характера материальной действительности **между предметами не существует строгих разграничительных линий**.

III. Определения в аксиоматических теориях являются эффективным средством получения новых истин. Через аксиомы в такого рода теориях, как указывалось выше, в неявной форме определяется (во всяком случае частично) значение основных исходных понятий теории. Через эти основные исходные понятия затем определяются иные понятия теории. Из самих же аксиом, представляющих собой неявные определения основных объектов, мы затем по известным правилам выводим следствия (теоремы). Их содержание определяется системой аксиом и используемыми при выведении следствий правилами вывода. Хотя вновь доказываемые предложения и содержатся implicite в аксиомах, тем не менее в процессе дедуцирования мы их выявляем, формулируем в явной форме и тем самым получаем новые знания, новые истины.

IV. Определения являются средством введения в науку новых понятий, играют важнейшую роль при создании научной понятологии в любой отрасли знания.

Для того чтобы слова и знаки, используемые в научной теории, имели характер научных понятий, они должны обладать свойством однозначности. Это означает, что <u>понятие должно обозначать один-единственный предмет</u>. Это требование однозначности знаков и терминов, используемых в языке теории, эквивалентно требованию исключения омонимии из языка науки.

Установление значения понятия осуществляется посредством определений. Важным источником понятологии науки является родной язык, а также иные языки (в особенности так называемые мертвые языки). Уточнение слов родного языка, введение новых слов, не встречающихся в родном языке, с целью превращения их в понятие научной теории осуществляются посредством определений.

V. Определения играют большую роль как средство сокращения сложных и длинных описаний, сложных выражений, встречающихся в науках.

Функция определения как средства сокращения используется в самых различных науках. Вообще говоря, можно было бы выделять предметы с помощью сложных описаний, фиксирующих лишь их специфические свойства (в составе определения эти описания выступают в роли дефиниенсов). Но это чрезвычайно затрудняло бы и процесс усвоения науки, и ее дальнейший прогресс.

Чтобы убедиться в этом, достаточно любое утверждение научной теории сформулировать не с помощью понятий теории, а с помощью тех описаний, которые ими заменяются. Так, нетрудно себе представить, какой громоздкий вид приобрело бы утверждение о том, что «энтропия системы пропорциональна логарифму ее вероятности», если бы вместо понятий «энтропия», «система», «пропорциональность», «логарифм», «вероятность» мы подставили однозначные описания соответствующих объектов.

Но дело не только в этом. В описании таких понятий нам встретятся новые понятия, которые придется заменять на новые описания и т. д. до тех пор, пока мы не сведем все понятия к некоторым исходным, принимаемым без определения в силу тех или иных рациональных оснований. Если бы наука не элиминировала эти множества громоздкоетей, то вряд ли она вообще могла бы развиваться.

VI. В процессе монологических и диалогических рассуждений (споров, дискуссий), в ходе которых обосновываются или опровергаются некоторые тезисы, мы обязаны однозначно устанавливать значение слов, входящих по крайней мере в формулировку отстаиваемого или опровергаехмого тезиса. Это означает, что мы должны **посредством определений сформулировать в явной форме значение соответствующих знаковых выражений.** Здесь нужно иметь в виду два обстоятельства. Во-первых, от того, как мы определим то или иное знаковое выражение, встречающееся в тезисе, зависит доказанность или опровержимость этого тезиса: при одних определениях он может быть доказан (опровергнут), при других нет.

Во-вторых, если в ходе дискуссии понятия, входящие в тезис, оппонентом и пропонентом определяются различно, то результаты дискуссии (если она вообще может быть завершена) не могут считаться научно обоснованными.

Литература

1. Голованова Е. И. Введение в когнитивное терминоведение : учеб. пособие / Е. И. Голованова. – М. : ФЛИНТА : Наука, 2011. – 224 с.
2. Лебедев С. А. Философия науки: краткая энциклопедия (основные направления, концепции, категории) / С. А. Лебедев. – М. : Академический Проект, 2008. – 692 с. (Серия «Gaudeamus»)
3. Перелік наукових спеціальностей // Затверд. наказом Міністерства освіти і науки, молоді та спорту України від 14.09.2011 № 1057
4. Большая Советская Энциклопедия: в 30-ти т. – М. : Сов. энциклопедия, 1969-1975. – 30 т.
5. Химический энциклопедический словарь / Гл. ред. И. Л. Кнунянц. – М. : Сов. энциклопедия, 1983. – 729 с.
6.ДСТУ ISO 1087-1:2007 Термінологічна робота. Словник термінів. Частина 1. Теорія та використання (ISO 1087-1:2000, IDT).

7.Лейчик В. М. Терминоведение: Предмет, методы, структура / В. М. Лейчик. – Изд. 4-е. – М. : Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2009. – 256 с.
8. Єрмоленко С. Я. Українська мова. Короткий тлумачний словник лінгвістичних термінів / С. Я. Єрмоленко, С. П. Бибик, О. Г. Тодор ; за ред. С. Я. Єрмоленко. – К. : Либідь, 2001. – 224 с.
9. Авербух К. Я. Общая теория термина / К. Я. Авербух. – М. : Издательство МГОУ, 2006. – 252 с.
10. Дудник І. М. Вступ до загальної теорії систем : Посібник / І. М. Дудник – Полтава : 2010. – 129 с. – Режим доступу: http://infp.pp.ua/wp-content/uploads/2010/09/wdzts919.pdf
11.Універсальна десяткова класифікація (УДК) [Електронний ресурс] / зі змінами та доповненнями станом на 2006 рік. – К. : Книжкова палата України ім. Івана Федорова, 2010. – 1 ел. опт. диск (CD-ROM).
12. ДСТУ 3966:2009 Термінологічна робота. Засади і правила розроблення стандартів на терміни та визначення понять.
13. ISO 704:2009 Terminology work – Principles and methods (Термінологічна робота – Принципи та методи).
14. ISO 10241-1:2011 Terminological entries in standards. – Part 1: General requirements and examples of presentation (Термінологічні статті у стандартах. – Частина 1: Загальні вимоги та приклади подавання).
15. ISO 10241-2:2012 Terminological entries in standards – Part 2: Adoption of standardized terminological entries (Термінологічні статті у стандартах – Частина 2 : Приймання застандартизованих термінологічних статей).

16. Кияк Т. Фахові мови як новий напрям лінгвістичного дослідження / Тарас Кияк // Іноземна філологія, 2009. – Вип. 121. – С. 138-141. – Режим доступу: http://www.nbuv.gov.ua/portal/Soc_Gum/infil/2009_121/articles/14%20kyiak%20ling.pdf
17. Селіванова О. О. Лінгвістична енциклопедія / О. О. Селіванова. – Полтава : Довкілля-К, 2011. – 844 с.
18. Українська мова. Енциклопедія / Редкол. : В. М. Русанівський, О. О. Тараненко (співголова), М. П. Зяблюк та інші. – 2-ге вид., випр. і доп. – К. : Укр. енцикл., 2004. – 824 с.
19. Зарицький М. Актуальні проблеми українського термінознавства : Підручник / М. Зарицький. – К. : ІВЦ Видавництво «Політехніка» ; ТОВ Фірма «Періодика», 2004. – 128 с.
20. Сифоров В. И. Терминологическая деятельность в Академии наук СССР. К 50-летию создания Комитета научно-технической терминологии АН СССР / В. И. Сифоров, А. З. Чаповский // Вестник Академии наук СССР, 1989. – № 3. – С. 94-100. – Режим доступа:

http://www.ras.ru/FStorage/download.aspx?Id=84d2094e-9568-45bd-bd59-26c247a89518
21. Шелов С. Д. Терминологическая норма в освещении российских лингвистов в период 70-80-х годов XX века / С. Д. Шелов, В. М. Лейчик // Термінологічний вісник: Зб. наук. праць / Відп. ред. В. Л. Іващенко. – К. : ІУМ НАНУ, 2011. – Вип. 1. – С. 7-18.
22. Технічний комітет стандартизації науково-технічної термінології [Електронний ресурс]. – Режим доступу:
http://www.lp.edu.ua/tc.terminology
23. Онуфрієнко Г. С. Науковий стиль української мови: Навчальний посібник з алґоритмічними приписами / Г. С. Онуфрієнко. – 2-ге вид. перероб. та доп. – К. : Центр учбової літератури, 2009. – 392 с.
24. Суперанская А. В. Общая терминология: Терминологическая деятельность / А. В. Суперанская, Н. В. Подольская, Н. В. Васильева. – Изд. 2-е, стереотип. – М. : Едиториал УРСС, 2005. – 288 с.
25. Культура русской речи: Учебник для вузов / Под ред. проф. Л. К. Граудиной и проф. Е. Н. Ширяева. – М. : Издательская группа НОРМА-ИНФРА М, 1999. – 560 с.
26. Фомина Л. Ю. Унификация нормативной правовой терминологии : автореф. дис. … канд. юрид. наук : 12.00.01 – Теория и история права и государства ; История учений о праве и государстве / Фомина Лилия Юрьевна. – Нижний Новгород, 2006. – 24 с. – Режим доступа: www.unn.ru/pages/disser/62.pdf

27. Микиша А. М. Толковый математический словарь. Основные термины : около 2 500 терминов / А. М. Микиша, В. Б. Орлов. – М. : Рус. яз., 1989. – 240 с.
28. Брюханов А. В. Толковый физический словарь. Основные термины : Около 3 600 терминов / А. В. Брюханов, Г. Е. Пустовалов, В. И. Рыдник. – М. : Рус. яз., 1988. – 232 с.
29. Толковый словарь по химии и химической технологии. Основные термины : Около 5 500 терминов / С. М. Баринов, Б. Е. Восторгов, Л. Я. Герберг и др. ; Под ред. Ю. А. Лебедева. – М. : Рус. яз., 1987. – 528 с.
30. Корнеева Т. В. Толковый словарь по метрологии, измерительной технике и управлению качеством. Основные термины : Около 7 000 терминов / Т. В. Корнеева. – М. : Рус. яз., 1990. – 464 с.
31. Захаров Б. В. Толковый словарь по машиностроению. Основные термины : Около 5 000 терминов / Б. В. Захаров, В. С. Киреев, Д. Л. Юдин ; Под ред. А. М. Дальского. – М. : Рус. яз., 1987. – 304 с.
32. Горохов П. К. Толковый словарь по радиоэлектронике. Основные термины : Около 6 000 терминов / П. К. Горохов. – М. : Рус. яз., 1993. – 246 с.

33. Галузевий Нормативно-термінологічний центр нафтогазового комплексу [Електронний ресурс]. – Режим доступу: http://www.msu.kharkov.ua/tc/
34. ДСТУ 1.1:2001 Національна стандартизація. Стандартизація та суміжні види діяльності. Терміни та визначення основних понять.
35. ДСТУ 1.5:2003 Національна стандартизація. Правила побудови, викладання, оформлення та вимоги до змісту нормативних документів (ISO/IEC Directives, part 2, 2001, NEQ).
36. ISO/IEC Directives, Part 2: Rules for the structure and drafting of international Standards, Sixth edition, 2011 – 72 p. (Частина 2. Правила побудовита викладання міжнародних стандартів, шоста редакція, 2011). – Режим доступу: http://isotc.iso.org/livelink/livelink?func=ll&objId=4230456&objAction=browse&sort=subtype
37. ДСТУ ISO 9000:2007 Системи управління якістю. Основні положення та словник термінів (ISO 9001:2005, IDT).
38. ISO/IEC Guide 2:2004 (E/F/R) Standardization and related activities – General vocabulary – Eighth edition 2004 – 60 p. (Стандартизація та суміжні види діяльності – Загальний словник).
39. ДСТУ 3017-95 Видання. Основні види. Терміни та визначення.
40. Великий тлумачний словник сучасної української мови (з дод. і допов.) / Уклад. і голов. ред. В. Т. Бусел. – К. ; Ірпінь : ВТФ «Перун», 2005. – 1728 с.

41. ISO 4378-1:2009 Plain bearings – Terms, definitions, classification and symbols – Part 1: Design, bearing materials and their properties (Вальниці ковзання – Терміни, визначення понять і класифікація – Частина 1: Конструкція, матеріали вальниць та їхні властивості).
42. Войшвилло Е. К. Понятие. — М.: Изд-во МГУ, 1967. — 284 с.
43. Войшвилло Е. К. Понятие как форма мышления: логико-гносеологический анализ. — М.: Изд-во МГУ, 1989. — 239 с.
44. Власов Д. В. Логические и философские подходы к построению теоретической модели образования понятия // *Электронный журнал «Знание. Понимание. Умение»*. — 2009. — № 1 - Философия. Политология.
45. Философский словарь. — СПб. 1911. — С. 205
Элементарные понятия статистики. Электронный учебник http://www.statsoft.ru/home/textbook/esc.html
46. Виктор Франкл. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ ЛОГОТЕРАПИИ / Перевел А. Бореев, отредактировал В.Данченко. http://psylib.ukrweb.net/books/franv01/index.htm
47. Сергей Ермилов. Карикатура «Законы — понятия»

http://caricatura.ru/parad/ermilov/4941/
48.Ильенков Э. В. Диалектическая логика. М., 1984. Очерк 5.
49. И. Ф. Берков. ЛОГИКА: задачи и упражнения. Минск: ТетраСистемс, 1998
50. Р. Бенерджи «Теория решения задач. Подход к созданию искусственного интеллекта» — М :, Мир, 1972 г.
51.Выготский Л. С. Мышление и речь. М., 1999. Гл. 5; Сахаров Л. С. О методах исследования понятий // «Психология», 1930 (т. III, вып. 1);
52. Выготский Л. С., Сахаров Л. С. Исследование образования понятий: методика двойной стимуляции // Хрестоматия по общей психологии. Психология мышления / Под ред. Ю. Б. Гиппенрейтер, В. В. Петухова. М., 1981.; Сахаров Л. С. О методах исследования понятий (1930) // Культурно-историческая психология. 2006. № 2. — С. 32-47.
53.Osgood C. E., Suci G., and P. Tannenbaum, The Measurement of Meaning. University of Illinois Press, 1957. ISBN 0-252-74539-6.
54. Language, meaning and culture: the selected papers of C. E. Osgood / ed. by *Charles. E. Osgood and Oliver C. S. Tzeng*. New York (etc.) : Praeger, 1990 XIII, 402 pp. ISBN 0-275-92521-8.
55.Петренко В. Ф., Введение в экспериментальную психосемантику: исследование форм репрезентации в обыденном сознании. — М.: Изд-во МГУ, 1983. — 175 с.
56. Шмелев А. Г., Введение в экспериментальную психосемантику. М.: Изд-во МГУ, 1983, 157 с.
57. Белянин В.П. Психолингвистика: Учебник. 6-е изд.- М.: Флинта, Московский психолого-социальный институт, 2009.- 420 с. ISBN 5-89349-371-0 (Флинта) ISBN 5-89502-421-1 (МПСИ). стр. 209-216.
58. Osgood C. E., The nature and measurement of meaning, Psychological Bulletin, 49 (1952), 197—237.
59.Петренко В. Ф., Психосемантика сознания. — М.: Изд-во МГУ, 1988. — 207 с.
60. Горбань П. А., Нейросетевой анализ структуры индивидуального пространства смыслов. «Нейрокомпьютеры»: разработка, применение. 2002, No 4. С. 14-19.
61. Kelly G., The psychology of personal constructs. Vol. I, II. Norton, New York. 1955 (Republished by Routledge, London-New York, 1991) ISBN 0-415-03799-9.
62. Даудрих *Н. И.*, Психосемантические методы в исследованиях бренда // Рекламодатель: теория и практика. Сентябрь 2003.
63. Агапова И. Ю., Восприятие рекламы: методика использования репертуарных решеток для формирования биполярных шкал семантического дифференциала // Социология: 4М. 1999. № 11. С. 73-100.

64. Архипова О. Н., Повышение эффективности сравнительных исследований с помощью использования качественно-количественного метода семантического дифференциала, Журнал «Маркетинг в России и за рубежом», № 1" 2005
65. Резвушкина Т., Использование метода семантического дифференциала при изучении гендерных стереотипов, Гендерные исследования в Центральной Азии. Алматы: Центр гендерных исследований. 2002.
66. Степнова Л. А., Изучение экономического сознания методом семантического дифференциала // Социологические исследования. 1992. № 8. С. 65-71.
67. Баранова Т. С., Эмоциональное «Я — Мы» (опыт психосемантического исследования социальной идентичности) // Социология: 4М. Декабрь 2002. № 14. С. 70-101.
68. Баранова Т. С., Психосемантические методы в социологии, Социология: 4М. 1994. № 3-4. С. 55-64.
69. Петренко В. Ф., Митина О. А., Психосемантический анализ динамики общественного сознания (на материалах политического менталитета). Смоленск, Изд-во СГУ, 1997.
70. Miller D. Y., Barker D. C. and Carman C. J., Mapping the Genome of American Political Subcultures: A Proposed Methodology and Pilot Study, The Journal of Federalism 2006 36(2), 303—315.